

УДК 004.3

О.А. Криводубский, С.А. Косилов  
Донецкий национальный технический университет  
krivodyubskij@mail.ru

## Постановка задачи планирования листопрокатного производства как задачи оптимального управления

*В соответствии с целями, определёнными при планировании листопрокатного производства, выполнить физическую постановку задачи выполнения заказов на текущий период. Используя методы системного анализа и информационных технологий, формализовать задачу оптимального планирования, задать критерий оптимальности и сформировать ограничения задачи.*

**Ключевые слова:** системный анализ, информационные технологии, оптимальное управление, критерий оптимальности, матрица переходов, полиномы Чебышева, алгоритм численного решения, продолжительность ожидания.

### Общая постановка проблемы

В настоящее время одним из способов повышения эффективности производства является использование информационных технологий при выборе оптимальной стратегии выполнения заказов и при оперативном управлении производством. Важное место в данном классе проблем занимают задачи оптимальной организации производства на основе алгоритмов упорядочения выполняемых заданий. Решение этой проблемы позволит повысить эффективность производства только за счёт оптимальной его организации. Цель данного исследования - разработать методику и алгоритм составления расписания для листопрокатного производства, применимые к объектам с аналогичной структурой.

### Постановка задач исследования

Используя методы системного анализа и информационных технологий выполнить физическую постановку задачи планирования выполнения заказов листопрокатного производства, формализовать задачу оптимального планирования и задать критерий оптимальности задачи, сформировать ограничения задачи.

### Анализ исследований и публикаций

Производство листового проката является системой с детерминированными характеристиками. Существующая методика решения задач составления расписания для таких систем представлена в [1]-[4]; предложены лишь решения конкретных задач без универсальной методики. Математический аппарат и численные методы, которые могут быть использованы при

решении задач составления расписания изложен в [5]-[8]. Основы листопрокатного производства рассматриваются в [9]-[10].

### Решение задач и результаты исследований

В данной работе необходимо выделить основные задачи, сопровождающие принятие решений при формировании производственной программы:

- формализовать характеристики производственной программы выполнения всех позиций портфеля заказов, используя переменные процесса прокатки,
- осуществить физическую постановку задачи планирования производственной программы,
- формализовать задачу оптимального планирования,
- сформировать ограничения на решение задачи оптимального планирования.

### Формализация производственной программы

При формализации производственной программы отметим, что для выполнения портфеля заказов  $PZ$  в предыдущих работах был определён порядок формирования партий  $SM_{l,c}$  заготовок (мерных слябов) и получаемых из них партий  $SK_{l,c}$  кратных слябов, необходимых для выполнения заказов (где  $l$  - номер кампании валков, в которой прокатывается партия,  $c$  - номер партии в кампании валков). Также были формализованы временные характеристики прокатки этих партий. Очевидно, что для выполнения одного и того же портфеля

заказов  $PZ$  могут быть сформированы различные варианты множеств партий мерных и кратных слябов и различные последовательности задания их в производство. Для каждого из таких вариантов временные характеристики обработки партий на устройствах цеха будут различными. Кроме того, отметим, что в производство задаются партии  $SK_{l,c}$  кратных слябов, для которых определены временные характеристики прокатки, а порезка мерных слябов на кратные является подготовительным процессом. Поэтому при составлении производственной программы будем рассматривать всевозможные множества  $SK$  кратных слябов, удовлетворяющие технологическим ограничениям  $P$ :

$$SK = \bigcup_{l=1}^{l_1} \bigcup_{c=1}^{c_l} SK_{l,c}(P) \quad (1)$$

Получив множество  $SK$  партий кратных слябов, определим партии  $SM_{l,c}$  мерных слябов и время, к которому мартеновский цех должен обеспечить их поставку.

Формализуем производственную программу выполнения портфеля заказов  $PZ$  в виде множества  $PP$ :

$$PP = \bigcup_{l=1}^{l_1} \bigcup_{c=1}^{c_l} (SK_{l,c,n}, TP_{l,c}) \quad (2),$$

где:-  $TP_{l,c,n}$  - продолжительность прохождения партии  $SK_{l,c,n}$  кратных слябов по устройствам цеха,

-  $n$  - номер группы  $G_n$  заказов, которые выполняют при прокатке партии  $SK_{l,c,n}$ .

Формализация характеристик производственной программы позволяет перейти к физической постановке задачи оптимального планирования.

### **Физическая постановка задачи планирования**

Для физической постановки задачи планирования учтём, что перед планово-производственным отделом стоит задача выполнить все заказы, принятые на плановый период. Чтобы решить эту задачу необходимо повысить эффективность производства, минимизируя время простоя технологических устройств прокатного цеха, которое зависит от последовательности задания в производство сформированных партий кратных слябов. При

минимальном времени простоя устройств будет минимальной и продолжительность выполнения всех заказов.

### **Физическая постановка задачи планирования:**

определить разбиение групп кратных слябов на партии и последовательность задания в производство полученных в результате разбиения партий, при которых технологическое время изготовления всех позиций портфеля заказов будет минимальным.

### **Формальная постановка задачи выбора оптимальных решений при планировании производственной программы с учётом ограничений**

Формализуем физическую постановку задачи в виде задачи оптимального планирования. Зададим критерий оптимальности, представив функционал  $J$  в общем виде:

$$J = F\left(\bigcup_{l=1}^{l_1} \bigcup_{c=1}^{c_l} (SK_{l,c,n}, TP_{l,c,n})\right) \rightarrow \min_D \quad (3),$$

где:-  $TP_{l,c,n}$  - продолжительность прохождения партии  $SK_{l,c,n}$  кратных слябов по устройствам цеха,  
- область  $D$  представляет собой объединение двоек вида

$$D = \left\{ \bigcup_{l=1}^{l_1} \bigcup_{c=1}^{c_l} (SK_{l,c,n}(P), TP_{l,c,n}) \right\},$$

а партии  $SK_{l,c,n}(P)$  кратных слябов удовлетворяют технологическим ограничениям, представленным в предыдущих работах в виде логико-формальных моделей  $P$ .

Представим функционал  $J$  в развёрнутом виде. Поскольку, согласно физической постановке задачи, функционал  $J$  должен включать в себя продолжительности  $TP_{l,c}$  прохождения партии  $SK_{l,c,n}$  кратных слябов по устройствам цеха, то представим каждую из этих продолжительностей в виде (4):

$$TP_{l,c,n} = MSK_{l,c,n} / P_n + F(MSK_{l,c,n}) \quad (4),$$

где:-  $MSK_{l,c,n}$  - масса кратных слябов партии  $SK_{l,c,n}$ ,

-  $P_n$  - производительность прокатки партии  $SK_{l,c,n}$  кратных слябов, необходимых для

выполнения заказов группы  $G_n$ ; так как производительность является нормативной величиной для каждой из групп  $G_n$  в зависимости от типоразмеров заказов группы, то переменными величинами, от которых зависит производительность прокатки всех позиций портфеля заказов, будут только массы  $MSK_{l,c,n}$  партий  $SK_{l,c,n}$  кратных слябов,

-  $F$  - функция, значение которой равно продолжительности технологической паузы перед прокаткой партии  $SK_{l,c,n}$ .

Тогда запишем функционал  $J$  в виде:

$$J = \sum_{l=1}^{l_1} (TPER + \sum_{c=1}^{c_1} A_{l,c,n} \times (MSK_{l,c,n} / P_n + F(MSK_{l,c,n}))) \quad (5)$$

где  $TPER$  - время перевалки в конце каждой кампании валков (нормативная величина),  $A_{l,c,n}$  - параметры.

Будем искать минимум функционала  $J$  по переменным  $MSK_{l,c,n}$ . С учётом вышесказанного, множество, на котором определён функционал  $J$ , зависит только от масс  $MSK_{l,c,n}$  партий  $SK_{l,c,n}$ , поэтому уточним множество  $D$ , определив его как  $D_1$  согласно (6):

$$D_1 = \{MSK_{l,c,n}(P)\} \quad (6)$$

где массы  $MSK_{l,c,n}(P)$  партий кратных слябов должны удовлетворять технологическим ограничениям  $P$ .

Таким образом, для решения задачи составления оптимальной производственной программы необходимо определить минимум функционала  $J$ :

$$J \rightarrow \min_{D_1} \quad (7)$$

Решением задачи составления оптимальной производственной программы будет набор переменных:

$$(MSK_{l,c,n}^*(P)) = \arg \min_{D_1} J \quad (8)$$

Определив минимум функционала  $J$  по указанным переменным, подставим найденные значения переменных в (4) для нахождения оптимальной продолжительности  $TP_{l,c,n}^*$  прохождения каждой партии кратных слябов по устройствам цеха. Определённые значения

$TP_{l,c,n}^*$  позволяют вычислить время  $TN_{l,c,n}$  задания партии  $SK_{l,c,n}$  кратных слябов в производство и время  $TK_{l,c,n}$  окончания прохождения партии  $SK_{l,c,n}$  по устройствам цеха, используя временные характеристики прокатки:

$$\begin{aligned} TK_{l,c,n} &= TN_{l,c,n} + TP_{l,c,n}^* \\ TN_{l,c,n} &= TK_{l,c-1,n} - TP_{l,c,n}^* - D2_{l,c-1,n} \end{aligned} \quad (9)$$

где:  $TP_{l,c,n}^*$  - оптимальная продолжительность обработки на устройствах цеха кратных слябов партии  $SK_{l,c,n}$

$- D2_{l,c-1,n}$  - продолжительность совместного нагрева в печах кратных слябов партий  $SK_{l,c,n}$  и  $SK_{l,c-1,n}$ .

Значения  $TN_{l,c,n}$  и  $TK_{l,c,n}$  необходимы для задания времени поставки мерных слябов каждой из партий  $SM_{l,c,n}$  маргеновским цехом.

Сформируем ограничения  $P$  задачи оптимального планирования, которые определяют всевозможные множества  $MSK(P)$  масс партий кратных слябов, то есть область  $D_1$  функционала  $J$ .

Используем разработанные в предыдущих работах логико-формальные модели  $P_1, \dots, P_5$ , подчинённые технологическим ограничениям и технологическим особенностям производства. Тогда для каждого из возможных разбиений на  $l_1$  групп и  $c_1$  партий в каждой из групп представим ограничения  $P$  в виде (10):

$$\begin{aligned} \forall l = \overline{1;40}, \forall c_1 = \overline{1;10} \\ P = P_1 \wedge \dots \wedge P_5 : \\ \forall l = \overline{1;l_1}, \forall c = \overline{1;c_1} : \\ P_1(MSK_{l,c,n}) = (MIN P_n \leq MSK_{l,c,n}) \wedge \\ \wedge (MSK_{l,c,n} \leq MTI_n) \wedge (MSK_{l,c,n} \leq 180000) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \forall l = \overline{1;l_1} : \\ P_2(\sum_{c=1}^{c_1} MSK_{l,c,n}) = (\sum_{c=1}^{c_1} MSK_{l,c,n} \leq 180000) \\ \forall l = \overline{1;l_1}, \forall c = \overline{2;c_1} : \\ P_3(SK_{l,c}) = \frac{B_{n_{l,c}}}{B_{n_{l,c-1}}} \leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \forall l = \overline{1; l}, \forall c = \overline{2; c} : \\ P_4( MS_{l,c} ) = |MS_{l,c} - MS_{l,c-1}| \leq 600 \\ \forall l = \overline{2; l} : \\ P_4( MS_{l,c} ) = |MS_{l,l} - MS_{l-1,c,l-1}| \leq 600 \\ P_5( MSK_{l,c,ni} ) = \sum_{l,c} MSK_{l,c,n} = \\ = MZ_{ni} \times KFB_{ni} \times KFD_{ni} \quad \forall l, c : n_{l,c} = ni \end{aligned} \quad (10),$$

где: -  $MT1_n, MT2_n$  – ограничения по максимально допустимой для одной кампании валков массе металла из  $n$ -й группы заказов,

-  $MINP_n$  - ограничение по минимально допустимой для одной кампании валков массе металла из  $n$ -й группы заказов, определяется в плано-производственном отделе  $\forall n$ ,

- каждая из масс  $MSK_{l,c,n}$  партий кратных слябов может принимать только значения, кратные массе одного сляба:

$$MSK_{l,c,n} = i \times MS_{l,c,n},$$

где  $i$  – шаг кратности.

Таким образом, получим следующую формальную постановку задачи выбора оптимальных решений при планировании производственной программы с учётом ограничений:

определить  $( MSK_{l,c,n}^*( P ), TP_{l,c,n}^* )$  – оптимальное разбиение (по массе) партий кратных слябов, необходимых для выполнения заказов каждой из групп  $G_n$ . Установить оптимальную последовательность задания в производство полученных в результате разбиения партий  $SK_{l,c,n}$ , которые доставляют минимум функционалу  $J$  (5) и удовлетворяют ограничениям  $P$  (10).

### Определение стратегии решения задачи планирования как задачи составления расписания для систем с настройкой

При разработке стратегии решения поставленной задачи будем исходить из вида (5) функционала  $J$ , для чего определим функцию  $F( MSK_{l,c,n} )$ . Значение функции  $F( MSK_{l,c,n} )$  должно быть равно продолжительности  $TZP_{l,c,n}$  технологической паузы стана перед прокаткой партии  $SK_{l,c,n}$  из-за дополнительного нагрева слябов в печи.

Поскольку значение  $TZP_{l,c,n}$  зависит от типоразмеров (номера позиции портфеля заказа) и масс предыдущих прокатанных партий, то вначале формализуем типоразмеры и массы партий, прокатываемых в каждой кампании валков так, чтобы была учтена связь между массой и типоразмером партии. Затем детализируем функционал (5), выразив его через типоразмеры и массы партий.

Для формализации типоразмеров и масс партий зададим позиции портфеля заказов, прокатываемые в каждой кампании валков в виде набора  $\overline{X}_l = ( x_1^l, x_2^l, \dots, x_{p_l}^l )$ , подразумевая, что первым в  $l$ -й кампании валков прокатывается позиция с номером  $x_1^l$ , вторым – с номером  $x_2^l$  и т.д. Поскольку каждая позиция прокатывается в  $l$ -й кампании валков только один раз, то  $x_p^l \neq x_j^l \quad \forall p, j = \overline{1; p_l} : p \neq j$ . Чтобы учесть, что в кампании валков могут прокатываться не все позиции, положим, что если в кампании прокатывается только  $p$  позиций, то  $x_{p+j}^l = 0 \quad \forall j = \overline{p_l - p, p_l}$ . Таким образом, формализуем типоразмеры (номера  $p$  позиций портфеля заказов), прокатываемых в  $l$ -й кампании валков в следующем виде:

$$\overline{X}_l = ( x_1^l, x_2^l, \dots, x_{p_l}^l ) \quad (11),$$

где

$$x_p^l \in \{0, 1, 2, \dots, p_l\} \quad \forall p = \overline{1; p_l} \quad (12)$$

$$x_p^l \neq x_j^l \quad \forall p, j = \overline{1; p_l} : p \neq j$$

Тогда массы партий позиций портфеля заказов, прокатываемых в  $l$ -й кампании валков формализуем в виде набора:

$$\overline{M}^l = ( m( x_1^l ), m( x_2^l ), \dots, m( x_{p_l}^l ) ), \quad (13),$$

$$\text{где } m( x_p^l ) = 0 \text{ при } x_p^l = 0 \quad \forall p = \overline{1; p_l}$$

Детализируем функционал (5), выразив его через типоразмеры и массы партий, прокатываемых во всех  $l$  кампаниях валков так, чтобы при значениях масс  $m( x_p^l )$ , доставляющих минимум функционалу  $J$ , продолжительность прокатки всех позиций портфеля заказов была минимальна.

$$J = \sum_{l=1}^{l1} (TPER + \frac{m(x_l^l)}{P(x_l^l)} + \sum_{p=2}^{p1} \frac{m(x_p^l)}{P(x_p^l)} + K(x_{p-1}^l, x_p^l)) \quad (14),$$

где  $K(x_{p-1}^l, x_p^l)$  - продолжительность технологической паузы стана при переходе от прокатки позиции  $x_{p-1}^l$  к позиции  $x_p^l$ .

Выполненная формализация позволяет определить задачу оптимального управления:

$$J^* = \min_{(x^1, \dots, x^l)} \sum_{l=1}^{l1} (TPER + \frac{m(x_l^l)}{P(x_l^l)} + \sum_{p=2}^{p1} \frac{m(x_p^l)}{P(x_p^l)} + K(x_{p-1}^l, x_p^l)) \quad (15),$$

где массы  $m(x_p^l)$  должны удовлетворять ограничениям(16)-(18):

- ограничению  $P_1$  по максимально и минимально допустимой массе каждой партии:

$$\forall l = \overline{1; l1}, p = \overline{1; p1}: \\ (MINP_p \leq m(x_p^l)) \wedge (m(x_p^l) \leq MTI_p) \vee \\ \vee (m(x_p^l) = 0) \quad (16),$$

где минимальная  $MINP_p$  и максимальная  $MTI_p$  допустимые массы партий определены в планово-производственном отделе  $\forall p$ ,

- ограничению  $P_2$  по сумме масс всех партий, прокатанных в  $l$ -й кампании валков:

$$\sum_{p=1}^{p1} m(x_p^l) \leq 180000 \quad \forall l = \overline{1; l1} \quad (17),$$

- ограничению  $P_5$  по сумме масс всех партий  $p$ -й позиции портфеля заказов, прокатанных во всех кампаниях валков, обеспечивающее прокатку всей массы данной позиции:

$$\sum_{l=1}^{l1} m(x_p^l) = c_p \quad \forall p = \overline{1; p1} \quad (18),$$

где  $c_p$  - масса  $p$ -й позиции портфеля заказов.

Остальные ограничения ( $P_3$  на последовательность задаваемых в прокат ширин

листа и  $P_4$  на массу кратного сляба двух последовательно прокатываемых партий) учтём при задании функции  $K(x_{p-1}^l, x_p^l)$ .

Определим функцию  $K(x_{p-1}^l, x_p^l)$ , равную продолжительности технологической паузы при переходе от прокатки позиции портфеля заказов  $x_{p-1}^l$  к позиции  $x_p^l$ .

Продолжительность технологической паузы  $K(x_{p-1}, x_p)$  равна разности времени  $TPR_{x_{p-1}}$  прокатки одной загрузки печи партии, в которой прокатывается позиция  $x_{p-1}$  и минимального времени  $TMIN_{x_p}$  нагрева одной загрузки печи следующей партии, в которой прокатывается позиция  $x_p$ . Величины  $TPR$  и  $TMIN$  являются нормативными и известны для каждого типоразмера, то есть для каждого  $p$ :

$$K(x_{p-1}, x_p) = (TPR_{l, x_{p-1}} - TMIN_{l, x_p}) \times \\ \times f(TPR_{l, x_{p-1}} - TMIN_{l, p}) \quad \forall p > 1 \\ K(0, x) = K(x, 0) = 0 \quad \forall x \quad (19),$$

$$\text{где: } f(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t > 0 \\ 0 & \text{при } t \leq 0 \end{cases} \quad (20)$$

Получим из зависимостей (19), (20) явную зависимость  $K(x_{p-1}, x_p)$  от типоразмеров (номеров позиций портфеля заказов) партий  $x_{p-1}^l$  и  $x_p^l$ . Введём матрицу переходов:

$$K = \{k_{i,p}\}, i, p = \overline{1; p1}, : \\ K = \begin{pmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \dots & k_{1,p1} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \dots & k_{2,p1} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ k_{p1,1} & k_{p1,2} & \dots & k_{p1,p1} \end{pmatrix} \quad (21),$$

где  $k_{i,p}$  - продолжительность технологической паузы при переходе от прокатки  $i$ -й к  $p$ -й позиции. Значения для конкретного

портфеля заказов вычислим, используя (19). Кроме того, для учёта ограничений  $P_3$  и  $P_4$  поступим следующим образом. Согласно ограничению  $P_3$  следует сделать невозможным переход от прокатки заказов большей ширины к меньшей. Согласно ограничению  $P_4$  массы двух последовательно прокатываемых заказов не должны отличаться более, чем на 600кг. Поэтому зададим достаточно большие значения для тех пар ограничений  $(i, p)$  заказов, для которых ограничения ограничений  $P_3$  и  $P_4$  не выполняются:

$$k_{i,p} = 1000 \text{ при } P_4(i, p) \wedge P_5(i, p) = 0, \quad (22)$$

$$\text{где } P_3(i, p) = B_i / B_p \leq 1,$$

$$P_4(i, p) = |MS_i - MS_p| \leq 600. \quad (23)$$

Тогда  $K(x_{p-1}, x_p) = K_{X_{p-1}, X_p}$ , то есть функция задана таблично. Для использования существующих численных методов поиска экстремума функционала  $J$  представим заданную таблично функцию  $K(x_{p-1}, x_p)$  в виде интерполяционного многочлена  $KP(x1, x2)$ , значения которого совпадают со значениями  $K(x1, x2)$  в точках  $(x1, x2): x1, x2 = \overline{1; p1}$ ,  $p1$  - количество всех позиций портфеля заказов. Многочлен  $KP(x1, x2)$  (а, следовательно, и функционал  $J$ ) представляет собой функцию двух переменных с множеством локальных экстремумов. Тогда задача поиска минимума функционала  $J$  сводится к нахождению его минимального значения в точках  $(x_1^l, x_2^l, \dots, x_{p1}^l), l = \overline{1; l1}$ , где  $x_p^l$  - целые числа (номера позиций портфеля заказов) при наличии ограничений (4.16) - (4.18) на массы партий  $m(x_p^l)$ . Получаем задачу целочисленного программирования - поиск глобального экстремума на множестве целых чисел. Поскольку точки экстремумов функционала  $J$  могут не совпадать с целочисленными значениями  $x_p^l$ , то для определения минимального значения  $J$  будем действовать следующим образом. Вначале определим все точки локальных минимумов функционала и его наименьшее значение на границе области  $D_j$  (области, в которой

определены наборы  $(x_1^l, x_2^l, \dots, x_{p1}^l), l = \overline{1; l1}$ ). Затем для каждой из точек минимума определим значение функционала  $J$  в четырёх ближайших точках с целочисленными координатами. Сравним найденные значения друг с другом и со значением на границе области  $D_j$ , определим глобальный минимум функционала  $J$ .

Выполним построение интерполяционного многочлена, используя полиномы Чебышева, поскольку они дают наименьшее отклонение в точках, не совпадающих с узлами интерполяции. Построим интерполяционный многочлен  $KP(x1, x2)$  для функции двух переменных  $K(x1, x2)$  в два этапа:

Для каждого фиксированного значения  $x1_i, i = \overline{1; p1}$  (номера позиции портфеля заказов) строим интерполяционный полином  $KP_i(x2)$ , используя значения  $K(x1, x2)$  из  $i$ -й строки матрицы (4.21):

$$KP_i(x2) = \frac{2}{p1} \times \sum_{j=0}^{p1-1} K(x1_i; x2_j) \times a_{i,j} \times \tilde{T}_j(x2), \quad (24)$$

где коэффициенты  $a_{i,j}$  вычисляются согласно (25):

$$a_{i,j} = \sum_{k=1}^{p1} \tilde{T}_j\left(\frac{\pi \times (2k-1)}{2n}\right), \quad (25)$$

а полиномы Чебышева  $\tilde{T}_j(x)$ :

$$\begin{aligned} \tilde{T}_0(x) &= 1/\sqrt{2}, \tilde{T}_1(x) = x, \\ \tilde{T}_{j+1}(x) &= 2x\tilde{T}_j(x) - \tilde{T}_{j-1}(x). \end{aligned} \quad (26)$$

Таким образом, для каждого номера  $x1_i$  позиции портфеля заказов получили полином  $KP_i(x2)$ , зависящий от значений  $x2$ . Чтобы получить на основании (24) полином двух переменных  $KP(x1, x2)$  выразим функцию  $K(x1_i; x2_j)$  через переменную  $x1$ , построив для неё интерполяционный полином (27):

$$K(x1_i; x2_j) = \frac{2}{p1} \times \sum_{i=0}^{p1-1} K(x1_i; x2_j) \times b_{i,j} \times \tilde{T}_i(x1), \quad (27)$$

$$b_{i,j} = \sum_{k=1}^{p1} \tilde{T}_i \left( \frac{\pi \times (2k-1)}{2n} \right). \quad (28)$$

Подставив (27) в (24) получим искомый полином  $KP(x1, x2)$  двух переменных:

$$KP(x1, x2) = \frac{4}{p1^2} \times \sum_{j=0}^{p1-1} a_{i,j} \times \tilde{T}_j(x2) \times \sum_{i=0}^{p1-1} K(x1_i; x2_j) \times b_{i,j} \times \tilde{T}_i(x1) \quad (29),$$

где коэффициенты  $a_{i,j}$  и  $b_{i,j}$  определяются согласно (25), (27).

Теперь определим общую стратегию решения задачи. Обозначим  $J_{ll}$  - функционал, задающий время прокатки всех позиций портфеля заказов за  $ll$  кампаний валков.:

$$J_{ll} = \sum_{l=1}^{ll} (TPER + \frac{m(x_1^l)}{P(x_1^l)} + \sum_{p=2}^{p1} \frac{m(x_p^l)}{P(x_p^l)}) + KP(x_{p-1}^l, x_p^l) \quad (30)$$

Представим решение в виде последовательности этапов:

1. Исходя из ограничения на прокатку в одной кампании не более 180т. металла: вычислим количество  $ll$  кампаний валков, необходимых для прокатки масс  $\bar{c}$  всех позиций текущего портфеля заказов:

$$ll = \min l : \sum_{p=1}^{p1} c_p \leq 180000 \times l \quad (31)$$

2. Определим оптимальное значение функционала  $J_{ll}^*$  для найденного количества  $ll$

кампаний валков.

3. Определим оптимальное значение функционала  $J_{ll+1}^*$  для  $ll+1$  кампании валков.

4. При выполнении условия  $J_{ll}^* < J_{ll+1}^*$ , процесс окончен, найдено оптимальное значение  $J_{ll}^*$  и соответствующее ему множество  $D_l$ , определяющее массы  $MSK_{l,c,n}(P)$  партий кратных слябов. Если  $J_{ll}^* > J_{ll+1}^*$ , то вычисляем  $J_{ll+2}^*$  и так до тех пор, пока условие  $J_{ll+i}^* < J_{ll+i+1}^*$  не будет выполнено. Тогда оптимальное решение -  $J_{ll+i}^*$ .

## Выводы

Процесс получения листового проката является процессом конвейерного типа с ожиданием, длительность которого зависит от последовательности задания заказов в производство. Научная новизна работы заключается в предлагаемой методике формализации критерия планирования и порядка задания в производство позиций портфеля заказов, что позволяет перейти к численному решению задачи. Определённый в результате решения оптимальный порядок выполнения заказов на основе методов информационных технологий, определяющих структуру базы знаний позволяет на практике повысить эффективность производства и выполнить наибольшее количество заказов за планируемый срок.

## Литература

1. Таха, Хэмди А. Введение в исследование операций / Таха, А. Хэмди. – М.: Вильямс, 2007. - 912с.
2. Конвей Р.В. Теория расписаний / Р.В. Конвей, В.Л. Максвелл, Л.В. Миллер. – М.: Наука, 1975. -360с.
3. Гудвин Г.К. Проектирование систем управления / Г.К. Гудвин, С.Ф. Греббе, М.Э. Сальгадо. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. - 911с.
4. Кофман А. Методы и модели исследования операций / А. Кофман. – М.: Мир, 1966, 341 с.
5. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Издательство иностранной литературы, 1960. – 398с.
6. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Хо Ю-Ши. – М.: Мир, 1972, 544с.
7. Скобелев В.Г. Локальные алгоритмы на графах / В.Г. Скобелев. – Донецк: ИПММ НАН Украины, 2003. – 217с.
8. Оре О. Теория графов / О. Оре. – М.: Наука, 1968. – 352с.
9. Клименко В.М. Технология прокатного производства / В.М. Клименко. – К.: Высшая школа, 1989. - 311с.
10. Шаталов Р.Л. Автоматизация технологических процессов прокатки и термообработки металлов и сплавов / Р.Л. Шаталов, Т.А. Койнов, Н.Н. Литвинова. – М.: ЗАО «Металлургиздат», 2010. – 368 с.

Надійшла до редакції 01.03.2011