

УДК 519.7

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЦИОНАЛЬНОЙ РАЗВОЗКИ МЕЛКОПАРТИЙНЫХ ГРУЗОВ

Филатова А.М., Николаенко Д.В.,

Автомобильно-дорожный институт Донецкого национального технического университета, г. Горловка

Рассматриваются этапы построения математической модели рациональной развозки мелкопартийных грузов. Выявляются основные преимущества использования метода для решения задач данного класса, а также описываются теоретические аспекты исследуемой предметной области.

Актуальность. При переходе экономики страны на рыночные отношения сокращаются жизненные циклы изделий, уменьшаются размеры партий груза, формируется рынок транспортных услуг на внутригородских перевозках, возрастает объем мелкопартионных перевозок, наблюдается рост числа торговых точек и предъявляются более жесткие требования к доставке грузов согласно условию «точно в срок». Особенностью таких перевозок является большое количество пунктов реализации на территории населенных пунктов, а также широкий ассортимент, для поддержания которого завоз продукции осуществляется от разных производителей. Вопросами доставки мелкопартионных грузов занимались многие советские и зарубежные ученые, и в настоящее время проводятся исследования, однако до сих пор уровень организации данных перевозок недостаточно эффективен. Поэтому необходим поиск новых научно-практических решений, методов и моделей оптимизации перевозочного процесса. Таким образом, актуальным является разработка методов маршрутизации, сочетающие в себе высокую точность и возможность применения для транспортных сетей большой размерности. Наиболее перспективными являются исследования возможности адаптации точных методов к решению задач большой размерности [1, с. 159].

Целью является анализ теоретических аспектов рассматриваемой предметной области, рассмотрение основных преимуществ использования метода динамического программирования при построении математической модели рациональной развозки мелкопартийных грузов, а также выявление возможных проблем, связанных с дальнейшей автоматизацией исследуемого процесса.

Основная часть работы

Задачи планирования перевозок мелкопартионных грузов (пассажиров) представляют собой один из наиболее распространенных классов задач маршрутизации [2, с. 185]. В этот тип перевозок входят обслуживание населения, развозка продовольствия, развозка и сбор почты и ряд других задач. По характеру решаемых проблем эти задачи можно условно разбить на два класса. Задачи поиска оптимального решения по отношению к подвижному составу (минимизация длины маршрута, времени его реализации и т.д.) и по отношению к перевозимому грузу [3, с. 83].

Многие практически значимые постановки задач развозки, относящиеся к первому классу, являются обобщением классической задачи коммивояжера, достаточно описанной в литературе. Задачи второго класса, как правило, носят социальный характер (так, время пребывания пассажиров в транспорте безвозвратно потеряно, а поэтому его следует минимизировать). Их отличительная особенность в том, что значение показателя эффективности для каждого из звеньев маршрута зависит не только от его длины, а и от количества единиц наличного груза, места звена в маршруте.

Пусть автомобиль загружен n партиями груза, которые необходимо развести по n пунктам доставки $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$. Π_0 – пункт отправки груза. Каждой партии груза, а соответственно и пункту её доставки, присвоим номер i ($i = 1, 2, \dots, n$). Обозначим через:

m_i – количество единиц груза в i -й партии,

$m = \sum_{i=1}^n m_i$ – всего единиц развозимого груза,

$N_n = (1, 2, \dots, n)$ – полный список партий груза (список пунктов доставки груза),

t_{ij} ($i = 0, n; j = 1, n$) – время переезда между двумя любыми пунктами.

Автомобиль выезжает из пункта Π_0 и следует в некоторый пункт Π_r , где оставляет требуемую партию груза в количестве m_i единиц, затем следует в пункт Π_j , оставляя в нем m_j единиц груза и т.д. Требуется выбрать такой маршрут доставки груза, чтобы суммарное время транспортировки всех единиц груза было минимальным. Каждый из маршрутов представляет собой некоторую перестановку натуральных чисел, состоящую из номеров пунктов доставки груза (1):

$$P_n = (i_1, i_2, \dots, i_n), \quad (1)$$

где $i_k = i_k(P_n)$ – номер пункта следования автомобиля, $k = k(P_n)$ – порядковый номер звена в маршруте, заданном перестановкой P_n .

Процесс построения маршрута является многошаговым. Шаг состоит в реализации очередного звена. Состояние на каждом шаге задается пунктом пребывания автомобиля и списком оставшихся пунктов доставки груза. Управление заключается в выборе очередного пункта следования автомобиля из списка оставшихся. В результате получается новое состояние. Оптимальное завершение маршрута, начиная с любого k -го шага, зависит от состояния и управления на каждом из последующих шагов и не зависит от предыстории. На практике для решения подобного типа задач используют следующие методы: полный перебор, случайный перебор, жадные алгоритмы (метод ближайшего соседа, метод включения ближайшего города, метод самого дешёвого включения), метод динамического программирования.

Для получения оптимального маршрута применим метод динамического программирования, позволяющий получать более точные результаты и решать задачи большей размерности по сравнению с классическими методами, перечисленными выше [1, с. 159]. Реализация метода состоит из двух этапов. Сначала процесс развоза груза рассматривают от его конца к началу. На первом шаге (с конца) для каждого из состояний находят условно-оптимальное решение. Затем повторяют процедуру для двух последних шагов и т.д. до исходного состояния. Второй этап заключается в обратном просмотре всех шагов от начала до конца процесса развоза грузов и выбора на каждом шаге наилучшего решения и соответствующего ему управления. Рассмотрим процесс развозки начиная с конца. Обозначим:

k – номер шага с конца маршрута;

i_k – пункт пребывания автомобиля за k шагов до конца маршрута;

N_{i_k} – список оставшихся пунктов развозки;

$S_k = N_{i_k} \cup i_k$ – состояние системы на k -м шаге;

j – пункт маршрута следующий за i_k , $j \in N_{i_k}$ и задает множество управлений;

$t_{i_k, j}$ – время в пути от пункта i_k до j ;

$\sum_{i \in N_{i_k}} m_i$ – количество единиц груза в пути от i_k до j ;

$T_{i_k, j} = t_{i_k, j} \cdot \sum_{i \in N_{i_k}} m_i$ – суммарное время в пути всех единиц

груза от пункта i_k до j ;

$T_k(S_k)$ – минимальное время в пути всех единиц груза от пункта i_k до завершения развозочного процесса. Рекуррентное соотношение Беллмана для определения условно оптимального времени в пути всех единиц груза, начиная с пункта i_k , принимает вид, представленный формулой 2:

$$T_k(S_k) = \min_j \left\{ t_{i_k, j} \cdot \sum_{i \in N_{i_k}} m_i + T_{k-1}(S_{k-1}) \right\}. \quad (2)$$

Первый этап реализации метода закончен. На втором этапе просматриваем каждый шаг, начиная от начала до конца развозочного процесса. На первом этапе, по наилучшему условно оптимальному решению для пункта $i_0 = 0$, определяем следующий за ним пункт i_1 . Повторяя процедуру для i_1 , определяем пункт i_2 и т.д. до пункта i_n . Полученная последовательность $P_n = (i_0, i_1, i_2, \dots, i_n)$ задает оптимальный маршрут.

Метод динамического программирования является одним из наиболее эффективных в решении задачи рациональной развозки мелкопартийных грузов с учетом фактора времени, поскольку обеспечивает обработку большого количества данных. Однако, при условии его дальнейшей автоматизации необходимо учесть перегрузку оперативной памяти за счет хранения маршрутов и индексов пунктов, которые их формируют.

Выводы

Таким образом, на основе теоретического анализа рассматриваемой предметной области была сформулирована математическая постановка задачи рациональной развозки мелкопартийных грузов, исследованы методы решения данного типа задач, выявлены преимущества метода динамического программирования, как основного для дальнейших разработок, а также недостатки, связанные с автоматизацией и разработкой программного обеспечения.

Литература

- [1] Самойленко Н.И. Транспортные системы большой размерности: монография / Н. И. Самойленко, А. А. Кобец, под ред. Н. И. Самойленко. – Х.: НТМТ, 2010. – 212 с.
- [2] Кожин А.П. Математические методы в планировании и управлении грузовыми автомобильными перевозками. – М.: Высш. школа, 1979. – 304 с.
- [3] Анкеич А.А., Грибов А.Б., Сурин С.С. Сменно суточное планирование работы грузовых автомобилей на ЭВМ. – М.: «Транспорт», 1976. – 152 с.
- [4] Арис Р. Дискретное динамическое программирование. – М.: «Мир», 1969. – 168 с.