УДК 004.047

ПРОГРАММНАЯ МОДЕЛЬ ОТОБРАЖЕНИЯ ТЕТРАКОДА НА МНОЖЕСТВАХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ И ИНТЕРВАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Бурлака Е.В., Иваница С.В., Аноприенко А.Я.
Донецкий национальный технический университет, Украина

В статье рассматривается идея позиционирования (представления) действительных чисел с помощью тетракодов. При этом предполагается, что тетракод («тетракодовое слово») может представлять не только одну точку числовой оси, а некое множество, выраженное как полным перебором всех его значений, так и крайними значениями (границами) множества. Предполагается, что данный подход позволяет существенно уменьшить погрешность вычислений, и обеспечивает более достоверные результаты вычислительных операций в ЭВМ.

В современном мире бинарная логика служит основой для подавляющего большинства ЭВМ, так как арифметика компьютера построена на принципах двоичной логики. Ее возможностей до недавнего времени было вполне достаточно для осуществления практически всех потребностей компьютерных вычислений. Однако конец XX века ознаменовался качественными изменениями и в развитии логических основ, и в области компьютерных технологий. Все это привело к тому, что стало актуальным использование логических систем с другими принципами вместо двоичной логики, например, многозначных логик.

Одной из таких многозначных логических систем является четверичная логика или тетралогика. Она позволяет реализовать свойство адаптивности в рамках подходов, характерных для традиционной бинарной логики. Тетралогика [1, 2], как логика четвертого порядка, включает в себя четыре логических состояния: 1 («истина»); 0 («ложь»); A («неопределенность», «неоднозначность»); M («множественность», «многозначность»).

Состояния 1 («истина») и 0 («ложь») – это состояния, аналогичные 1 и 0 классической бинарной логики. Состояние A («неопределенности») говорит о том, что на данный момент логическое значение неизвестно, т. е. оно может быть или 0 или 1. Состояние M («множественности») говорит о том, что на данный момент получено противоречивое логическое значение, т. е. оно может быть и 0 и 1. Состояния тетралогики A и M можно объяснить на примере, аналогичному примеру Н. Белнапа в монографии «Как нужно рассуждать компьютеру», опубликованной в [3]. Представим, что опрашивается ряд компьютеров, которые отвечают на следующий запрос: «Идет ли сейчас снег?». Приходящие ответы на запрос могут быть однозначными, если получены варианты ответа «да» (аналогично состоянию «1») или «нет» (аналогично состоянию «0») от всех машин. Ситуация, когда одна часть ответов составляет «да», а вторая – «нет», аналогична состоянию «M». Случай, когда ни от одного компьютера не поступило никакой информации – это состояние «A».

Таким образом, тетралогика позволяет реализовать такие нехарактерные для бинарной логики свойства как параллелизм и вероятностность, а система кодирования количественной информации, построенная на основе тетралогики, получила название тетракод [4, 5]. Если оперировать тетракодами как набором чисел, то каждое значение тетракода может быть, в конечном счете, выражено в виде двух граничных значений (аналогично интервальному типу данных). Рассмотрим ряд примеров.

Пусть n – это позиция разрядов множественности M в тетракоде, а m – позиция разрядов неопределенности A. Если соблюдается условие $n>m$, то такой тетракод обладает «нормированностью» и корректностью дальнейших преобразований. В этой работе рассматриваются только нормированные тетракоды, т. е. тетракоды вида: b…bM…MA…A, $b \in \{0, 1\}$.

Рассмотрим интервал X, представляющий множество всех значений x, лежащих внутри границ x_- и x_+:

$$X = \{x_- \leq x \leq x_+\}, \tag{1}$$

где x_- и x_+ – нижняя и верхняя границы интервала. Интервалы могут быть целочисленными ($x \in Z$) или вещественными ($x \in R$). Можно заметить, что границы интервала представимы в одном тетракодовом значении, причем наличие нормированной последовательности M и A является определяющим для корректного представления границ интервала (разряды M в числе определяют позицию интервала на числовой оси, разряды A – уточняют ее).

Рассмотрим вариант, когда тетракод представлен 32-разрядным целым числом. В зависимости от того, какие числовые значения буду принимать разряды, содержащие множественность и неопределенность, будет получен максимальный и минимальный «размах» интервальных границ.

В случае когда в двоичном представлении все разряды с логическим состоянием M («множественность») и A («неопределенности») будут равны «1», будет получена верхняя граница максимального интервала (1) $x_+ = x_2$.

Если в двоичном представлении тетракода все разряды с логическим состоянием M будут равны 1, а с логическим состоянием A будут равны 0, то будет получена верхняя граница x_+ минимального интервала, такая что $x_+ \approx x_4$, однако всегда $x_+ < x_4$.

При варианте, если все разряды с логическим состоянием M и A будут равны 0, то будет получена нижняя граница максимального интервала $x_- = x_1$.

Когда все разряды с логическим состоянием M («множественность») будут равны «0», а A («неопределенности») будут равны «1», то мы получим нижнюю границу минимального интервала $x_- = x_3$ – близкую, но большую, чем x_1.

Во остальных случаях будут границы интервала случайные.

Таким образом, целое числом в тетракоде представляет собой интервал, максимальные границы которого $\{x_1; x_2\}$, минимальные границы – $\{x_3; x_4\}$. Все вышеописанное изображено на рис. 1.

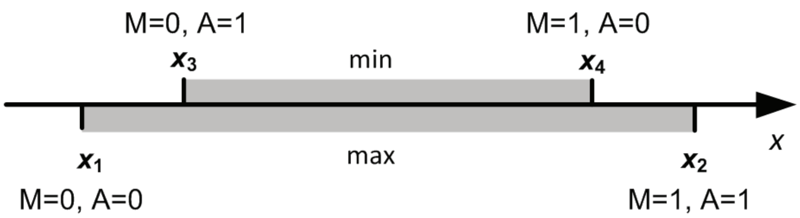

Рисунок 1. Представление интервала с помощью целого числа в тетракоде

Исследование тетракода, представленного 32-разрядным целым числом, на предмет того, как будет себя вести полученный из него интервал, показали следующие результаты.

Для нормированного тетракода вида 0…0111M…A выявлены следующие закономерности (рис. 2).

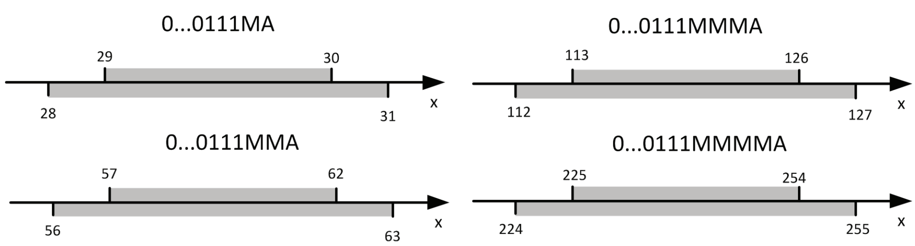

Рисунок 2. Исследование тетракода вида 0…0111M...MA

Разница w_1 между шириной «соседних» (у которых количество разрядов с состоянием множественности отличается на 1) интервалов с максимальными границами, вычисляется по формуле:

$$w_1 = wid_{i+1} - wid_i = 2^{i+1} - 1, \tag{2}$$

где $wid = x_+ - x_-$ – ширина интервала с максимальными границами; i – количество значений M в тетракоде.

Разница w_2 между шириной «соседних» интервалов с минимальными границами, вычисляется по формуле:

$$w_2 = wid_{i+1} - wid_i = 2^{i+1}, \tag{3}$$

где wid – максимальная ширина интервала; i – количество разрядов М в тетракоде.

Числовой центр интервала m не смещается по числовой оси и вычисляется по формуле:

$$m = mid_{\mathrm{i}+1} - mid_{\mathrm{i}} = 2{\cdot}mid_{i-1} \text{ при } i \in [2; +\infty], \tag{4}$$

то есть, фактически $m = x_+ - x_-$, при $x_+ > x_-$.

Здесь $mid = (x_- + x_+)/2$ – середина интервала; i – количество подряд идущих М в тетракоде.

Расстояние s между границами x_1 и x_3 равно расстоянию между границами x_4 и x_2 и всегда равно единице:

$$s = x_3 - x_1 = x_2 - x_4 = 1, \tag{5}$$

где i – количество М в тетракоде; x_3 – минимальная граница минимального интервала; x_1 – минимальная граница максимального интервала; x_4 – максимальная граница минимального интервала; x_2 – максимальная граница максимального интервала. Для нормированного тетракода вида 0…0111ММА… выявлены нижеследующие закономерности (рис. 3).

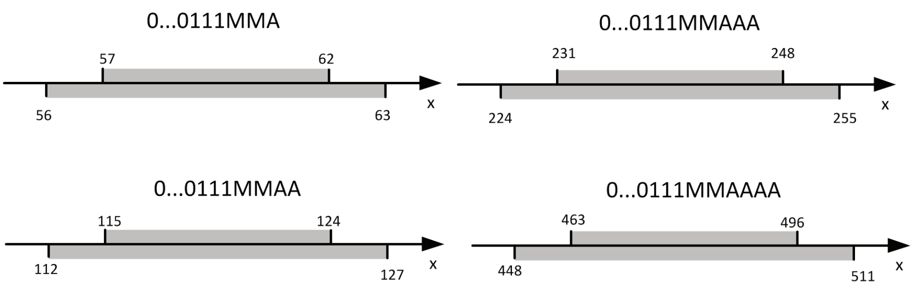

Рисунок 3. Исследование тетракода вида 0…0111ММА...А

Центр интервала не сдвигается по числовой оси и численно не меняется как для интервала с максимальными границами, так и для интервала с минимальными границами.

Разница w_3 между шириной «соседних» (у которых количество разрядов с состоянием неопределенности отличается на 1) интервалов с максимальными границами, вычисляется по формуле:

$$w_3 = wid_{i+1} - wid_i = 2^{i+2}, \tag{6}$$

где wid – ширина интервала; i – количество подряд идущих А в тетракоде.

Разница w_4 между шириной «соседних» интервалов с минимальными границами, определяется по формуле:

$$w_4 = wid_{i+1} - wid_i = 2^{i+1} \tag{7}$$

где wid – максимальная ширина; i – количество разрядов А в тетракоде.

Точка середины s максимального и минимального интервалов не смещается и равна одному и тому же числу: расстояние x_1 и x_3 равно расстоянию между x_4 и x_2 и всегда равно 1. Получаем

$$s = x_3 - x_1 = x_2 - x_4 = 2^i - 1, \tag{8}$$

где i – количество разрядов М в тетракоде.

Рассмотрим вариант представления тетракода 32-разрядным вещественным числом по стандарту IEEE 754 [6], которое записано набором значений тетралогики в полях знака (S) , порядка (E) и мантиссы (M).

Если в поле порядка появляются в разрядах состояния А и М, то происходит разбиение интервала на несколько подинтервалов. Такая ситуация объясняется следующим: поле M определяет точку (или точки, если присутствуют состояния М) на числовой оси, а поле порядка – количество подинтервалов. Таким образом, если поля E и M будут содержать разряды множественности, то будет получено минимум 2 и максимум – 2^i подинтервалов, где i – количество разрядов множественности в поле порядка. В случае, если поле S будет содержать состояния M или A, то интервал будет слишком широким из–за того, что числа зеркально отобразятся относительно 0 на числовой оси. Подобные случаи в рамках данной работы не рассматриваются.

Так же, как и для целочисленных тетракодов, в зависимости от того, какие числовые значения буду принимать разряды, содержащие множественность и неопределенность в поле мантиссы, могут быть получены максимальный и минимальный интервал.

Таким образом, когда состояние M в знаковом разряде будет равно состоянию «0» и все разряды с логическим состоянием M и A в поле мантиссы будут равны состоянию «1», то будет получена верхняя положительную граница максимального интервала $x_+ = x_2$. При том же значении разрядов множественности и неопределенности мантиссы, но при знаковом разряде, принимающем двоичное значение 1, будет получена нижняя отрицательная граница максимального интервала $x_- = x_1$.

Когда состояние M в знаковом разряде будет равно 0 и все разряды с логическим состоянием M и A в поле мантиссы будут равны 0, то будет получена верхняя граница минимального интервала $x_+ = x_4$. А если знаковый разряд примет значение 1 при тех же значениях разрядов M и A в мантиссе – нижняя граница минимального интервала $x_- = x_3$.

На рис. 4 изображены минимальный и максимальный интервалы, представленные 32-разрядным вещественным тетракодом.

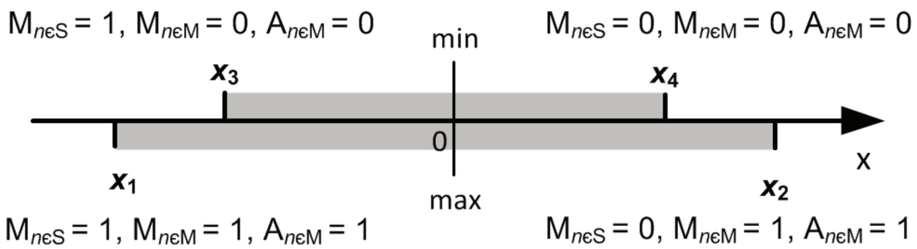

Рисунок 4. Границы интервалов, представленных 32-разрядным вещественным тетракодом

Исследование тетракода, представленного 32–разрядным вещественным числом по стандарту IEEE 754, на предмет того, как будет себя вести полученный(е) из него интервал/интервалы, показали следующие результаты.

Пусть для примера тетракод будет иметь вид, изображенный на рис. 5.

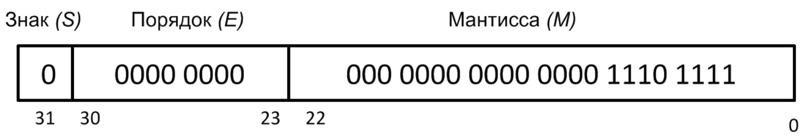

Рисунок 5. Пример тестируемого значения тетракода

Данный тетракод определяет точку $\approx 5{,}8776 \cdot 10^{-39}$ на числовой оси. Это также интервал, имеющий нулевую ширину: $wid = 0$. На рис. 6 показаны интервалы, которые можно выразить появляющимися разрядами M в поле порядка E. При этом, чем больше значений M в поле порядка, тем шире интервал. Однако нижняя граница интервала x_- остается неизменной при любом количестве подряд идущих состояний M.

Если же в поле мантиссы M и в поле порядка E одновременно присутствуют разряды множественности, то на числовой оси будут присутсвовать одновременно несколько интервалов. Итресесующие нас подинтервалы представлены на рис. 7. Появление в поле порядка наряду с состоянием множественности состояния неопределенности приводит к тому, что границы интервалов, определенных разрядами множественности, уточняются (рис. 8).

Для наглядной иллюстрации представления интервалов с помощью тетракодов была

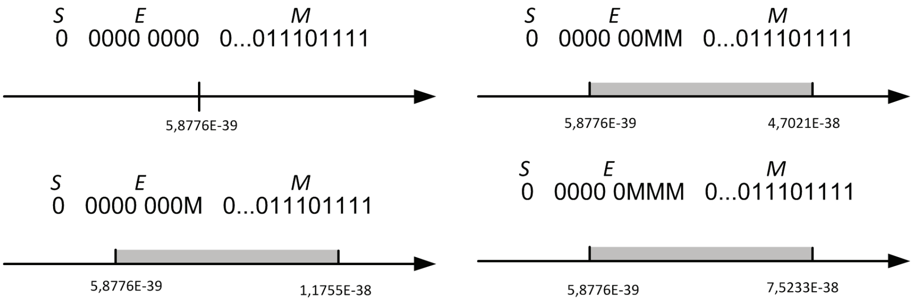

Рисунок 6. Изменение ширины интервала в зависимости от количества разрядов множественности в поле порядка *E*

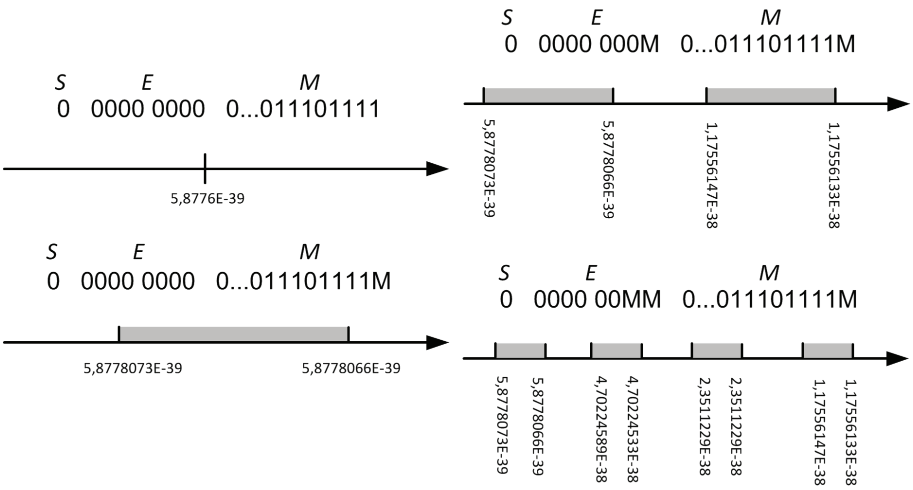

Рисунок 7. Появление нескольких интервалов на числовой оси

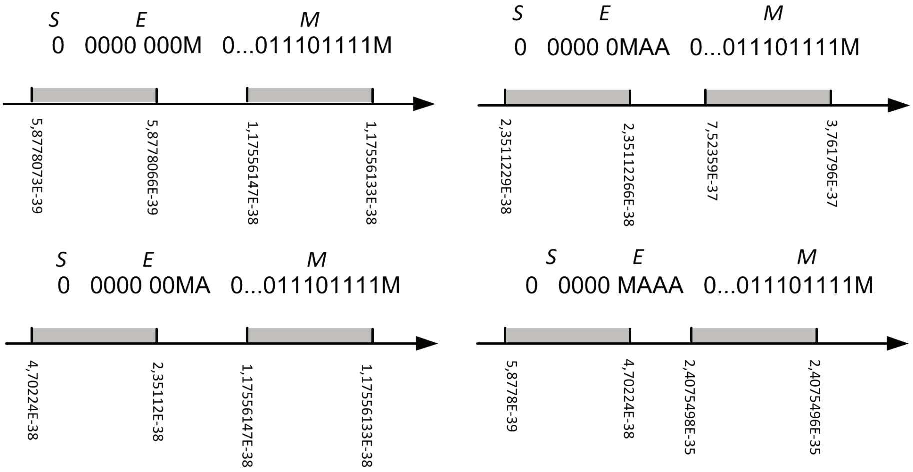

Рисунок 8. Поведение границ интервалов при появлении состояния неопределенности в поле порядка

разработана в среде Adobe Flash CS4 программная модель «Перевод тетракода T[0:31] {0,1,M,A} в 2/10 форматы чисел».

Эта модель предоставляет возможность осуществлять преобразование тетракодов в двоичные и десятичные наборы чисел. Исходный тетракод может быть 32–разрядным целым либо представлен в формате 32–разрядного вещественного числа в зависимости от выбранного режима работы программы.

Режим 1. Преобразование целочисленного тетракода в двоичное/десятичное целое число. Пользователь имеет возможность ввести любой 32–разрядный целый тетракод и посмотреть какой набор целых двоичных/десятичных чисел он собой представляет.

Режим 2. Преобразование целочисленного тетракода в целочисленный интервал. Пользователь может посмотреть какие интервалы кодируется данным целочисленным тетракодом. При этом определяется интервал с максимальными, минимальными либо со случайными границами. Результат работы в этом режиме – границы выбранного интервала.

Режим 3. Преобразование тетракода, представленного вещественным 32-разрядным числом, в двоичное/десятичное вещественное число. Вводится вещественный тетракод, в результате – набор вещественных значений в 2 и 10 с/с.

Режим 4. Преобразование тетракода, представленного вещественным 32–разрядным числом, в двоичный/десятичный вещественный интервал. Этот режим аналогичен режиму 2 с той разницей, что работает не с целыми тетракодами, а с тетракодами в формате вещественного числа.

В режимах 3 и 4 для удобства пользователя есть возможность вводить значения в поля *S, E* и *M* по–отдельности. Во всех режимах присутствует набор типичных примеров, которые можно выбрать и посмотреть как ведет себя тетракод. Например, для режимов 3 и 4 – это набор граничных значений, таких как «положительный/отрицательный 0», «± бесконечность», «не число» и прочие.

В режимах 1 и 3 результирующий набор значений выводится в 32–разрядном формате по 4 числа на экран. В программе ввод чисел возможен как средствами клавиатуры, так и программно. Примеры работы программной модели в некоторых режимах, представлены на рис. 9 и рис. 10.

Рисунок 9. Режим 2 работы программной модели «Тетракод → Целочисленный интервал»

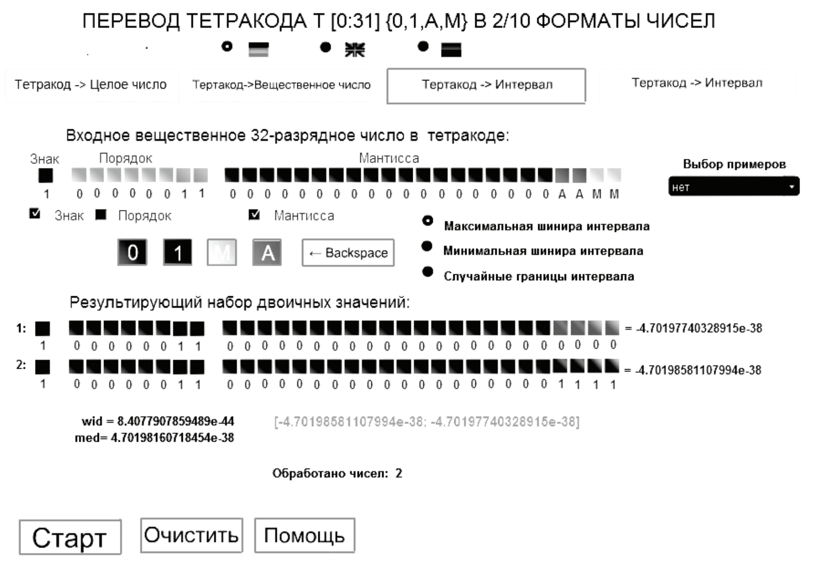

Рисунок 10. Режим 4 работы программной модели «Тетракод → Вещественный интервал»

В результате проведенной работы были изучены принципы представления тетракода в 2/10 формате чисел, а так же выявлены некоторые закономерности влияния расположения состояний множественности и неопределенности на результирующий набор числовых значений и, соответственно, на инетервал, представляемый конкретно взятым тетракодовым словом.

Литература

[1] Аноприенко А.Я., Иваница С.В. Особенности постбинарного кодирования на примере интервального представления результатов вычислений по формуле Бэйли-Боруэйна-Плаффа // Научные труды Донецкого национального технического университета. «Информатика, кибернетика и вычислительная техника». – 2010. – Вып.11(164). – С. 19–23.

[2] Аноприенко А.Я. Археомоделирование: модели и инструменты докомпьютерной эпохи / А. Я.Аноприенко. – Донецек: УНИТЕХ, 2007. – 318 с.

[3] Белнап Н., Стил Т. Логика вопросов и ответов. – М.: Просвещение, 1981. – 288 с.

[4] Аноприенко А.Я. Эволюция алгоритмического базиса вычислительного моделирования и сложность реального мира / А.Я. Аноприенко // Научные труды Донецкого национального технического университета. Серия: Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем (МАП–2002). – 2002. – Вып. 52. – С. 6–9.

[5] Аноприенко А. Я. Тетралогика и тетракоды // Сборник трудов факультета вычислительной техники и информатики. – 1996. – Вып. 1.

[6] IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic (IEEE 754). Электронный ресурс. Страница доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/IEEE_754–2008.

8