УДК 519.6

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ МЕТЕОПАРАМЕТРОВ

Климова Е.А., Беловодский В.Н.
Донецкий национальный технический университет, Украина

В статье изложен подход к формированию дифференциальной математической модели эволюции метеопараметров, основанной на использовании искусственных нейронных сетей. Рассмотрен процесс построения модели, описаны основные этапы выполнения прогноза.

Введение

Погода – это вечная спутница человеческой жизни и на многие ее события она оказывает то или иной влияние. Погода, – «виновница» многих несчастий, бедствий, катастроф и если бы общество могло бы быть проинформировано обо всех её изменениях, вполне можно было бы уменьшить процент несчастных случаев происходивших как следствие неблагоприятных атмосферных явлений. Ураганы, наводнения, шквальный ветер, сильные морозы, град – это лишь малая часть возможных «сюрпризов» погоды. Испокон веков люди пытались предугадать погодные явления. Они искали подсказки в приметах, в изменении положения планет, в поведении животных. Но только в начале 20–го века была положена идея численного прогноза погоды (Льюис Ричардсон, 1922). Именно, это послужило зарождением применения математических методов для прогнозирования метеорологических показателей, а также открыло «новую эпоху» подходов, применяемых для прогнозирования погоды.

Адекватный прогноз погоды является важным показателем для многих областей человеческой деятельности и может помочь уменьшить число неблагоприятных последствий. При прогнозировании используются различные методы, в частности, – это синоптический, ансамблевый, численный, статистический. В последние десятилетия расширяется сфера использования методов нелинейной динамики. Данная работа выполняется в этом направлении.

Порядок построения модели

Ниже описываются основные этапы формирования дифференциальной математической модели эволюции метеопараметров, в основе которых лежат методы нелинейной динамики. Динамические системы – это системы, эволюционирующие во времени в соответствии с некоторым динамическим законом. Модель эволюции метеорологических параметров рассматривается как одна из таких систем.

7

Под задачей прогноза погоды понимается построение такой модели, которая бы по свойствам походила на истинную модель, то есть давала адекватный прогноз метеопараметров (этим занимается моделирование). Суть моделирования заключается в замене реальной модели определенной математической конструкцией, которая имела бы существенные черты истинной модели и по своим свойствам походила на неё. Под математической конструкцией понимается любое математическое представление – уравнения, дифференциальные уравнения, матрицы и т.д.

Построение модели,способной выполнять прогноз погоды относится к задачам типа «черный ящик». В задаче черного ящика предпологается, что нам известны только входные и выходные параметры системы. Входным параметром для модели, выполняющей прогноз погоды, является временной ряд метеовеличин. Временным рядом называется последовательность значений какой-либо величины, характеризующей объект, измеренный или вычисленный при некоторых значениях зависимой переменной. Будем говорить о временных рядах $\{v_i\}_{i=1}^{N} = \{v_1, v_2, .., v_N\}$ величин, измеренных через равные промежутки времени. Временные ряды метеовеличин снимаются с метеостанций, одна из таких, – Vantage Pro 2, установлена на кафедре «Компьютерных систем мониторинга». Эта метеостанция с промежутком в 10 минут, определяет значения следующих параметров: температура воздуха, его влажность, атмосферное давление и скорость ветра. Данная информация является входной для создаваемой модели, а выходным параметром является полученное прогнозное значение.

Процесс функционирования системы может быть описан с помощью оператора эволюции Φ_t, который однозначно определяет эволюцию объекта по его начальному состоянию. Состоянием называется совокупность D величин $x = (x_1, x_2, ..., x_D)$, где D – размерность модели. Оператор эволюции Φ_t позволяет по начальному состоянию $x(t_0)$ определить состояние объекта в любой последующий момент времени:

$$t_0 + t : x(t_0 + t) = \Phi_t(x(t_0)).$$

Создание моделей по экспериментальным временным рядам в нелинейной динамике получило название – реконструкции динамических систем (конструирование, восстановление). Получающиеся эмпирические модели могут претендовать только на описание наблюдаемого процесса, а не поведение объекта в целом [1].

Классическим инструментом для создания детерминирован-ных (в которых отсутствуют явления случайного воздействия) математических моделей являются дифференциальные уравнения. Они позволяют однозначно предсказывать эволюцию объекта по заданному исходному состоянию. Будем рассматривать дифференциальные уравнения содержащие производные по одной независимой переменной:

$$dx / dt = F(f),$$

где x – зависимая переменная, t – независимая переменная. Производная в левой части характеризует скорость изменения переменной x с течением времени t. Одним из достоинств дифференциальных уравнений является возможность их наглядной геометрической интерпретации. Уравнения задают векторное поле – определяют значение вектора скорости изменения состояния в точках фазового пространства (пространства состояний).

Процедура построения модели согласно указанному способу сводится к выполнению следующих этапов:

1. По временному ряду $\{x_j\}$ рассчитывается временной ряд $\left\{\frac{dx(t_i)}{dt}\right\}$
2. Подбираются функции F_j, аппроксимирующие зависимости $\frac{dx_j}{dt}$ от x.
3. Проверяется эффективность построенной модели.

Первая задача решается путем численного дифференци-рования. В отсутствие шумов для численного дифференцирования исходного временного ряда можно использовать формулу:

$$\dot{x}(t_i) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{\Delta t}.$$

Погрешность вычисления производной для данной системы составляет $O(\Delta t)$ [3].

Задача подбора функций F_j, аппроксимирующих зависимости dx_j/dt от x – одна из основных задач построения модели системы. Она, в свою очередь, состоит из нескольких этапов. На первом этапе, на основе априорных данных, по оценки размерности множества, восстановленного в фазовом пространстве, выбирается размерность модели D. На следующем этапе тренировочная часть временного ряда преобразуется в соответствии с выбранной структурой модели. На третьем этапе результаты предсказания сравниваются с помощью полученной модели с данными тестовой части ряда. При этом оценивается качество получившейся модели, для чего используются критерии, определяемые целью моделирования.

Опишем этот этап более подробно.

Для определения размерности был выбран метод Грассбергера-Прокаччиа. Метод Грассбергера-Прокаччиа, – распространенный метод для вычисления корреляционной размерности. Достоинством этого метода является простота его реализации. Недостатки метода: большая длительность расчетов, неоднозначность либо сомнительность результатов.

7

Алгоритм Грассбергера-Прокаччиа состоит в следующем:

1. Делаем реконструкцию аттрактора модели. Для этого используем метод временной задержки. Методика основана на построении псевдоаттрактора, где в качестве компонент вектора служит сама измеренная последовательность, но взятая с некоторой временной задержкой:

$$X = x(t) = \{x(t), x(t-\tau), .., x(t-(m-1)\tau)\},$$

где τ – временная задержка, m – размерность вложения. Поскольку компоненты вектора, характеризующего динамическую систему, независимы, то в качестве величины τ выбирается первое значение, при котором автокорреляционная функция обращается в ноль. Размерность вложения – это наименьшая целая размерность пространства, содержащая весь аттрактор. Она соответствует количеству независимых переменных, однозначно определяющих установившиеся движения динамической системы.

2. Для каждого аттрактора в пространстве m, находим корреляционный интеграл $C(\xi)$ как количество точек расстояние, между которыми не превышает некого ξ – узловые точки интервала

$$[min\,\rho(x_i, x_j); max\,\rho(x_i, x_j)]$$

3. Для найденных точек определяем размерность. Строим график зависимости $log(C(\xi))$ от $log(\xi)$ в двойном логарифмическом масштабе.

4. Выделяем линейных участки полученных кривых, по методу наименьших квадратов, производим аппроксимацию их прямыми. Корреляционную размерность D принимаем равной коэффициенту a полученного уравнения $y=a*x+b$.

Начиная с некоторой размерности пространства m, корреляционная размерность D достигает насыщения и перестает изменяться. Значение m, при котором это происходит, является минимальной размерностью вложения, а значение D – оценкой корреляционной размерности аттрактора.

Для построения дифференциальной модели используется метод сильной аппроксимации – искусственные нейронные сети. С целью определения типа нейронной сети, дающей лучший прогноз метеопараметров, нами были проведены эксперименты. Они проводились для дальности прогноза 1, 3, 6 и 9 часов, по каждому отдельному метеопараметру (температура, влажность, давление и скорость ветра). В результате опытов лучшие результаты для модели прогноза погоды дала нелинейная нейронная сеть.

Нелинейная сеть представлена одним скрытым слоем (от 1 до 10 нейронов) с функцией активации гиперболического тангенса и выходным слоем, содержащим 1 нейрон с линейной функцией активации (рисунок 1).

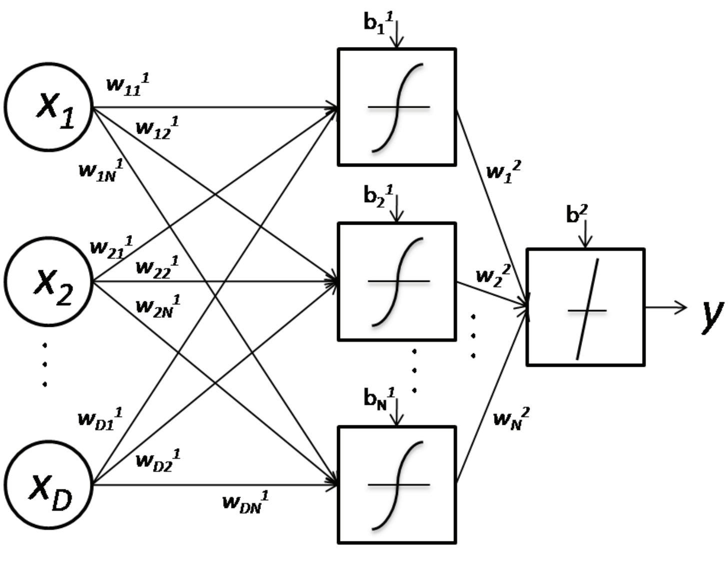

Рисунок 1. Архитектура нелинейной ИНС

Сеть не содержит обратных связей, нейроны соединяются по принципу «каждый с каждым». Оба слоя имеют смещения. Веса и смещения настраиваются методом Левенберга-Марквардта, критерий качества обучения – средняя квадратичная ошибка.

Как и было сказано выше, сначала происходит обучение сети на тренировочной части временного ряда. Для контроля переобучения сети используется тестовое множество. Для выбора оптимальной нелинейной сети организуется цикл, в котором меняется число нейронов в первом слое (от 1 до 10 нейронов). Далее проверяется работа построенной сети на тестовой выборке и вычисляется ошибка тестирования. После выполнения цикла перебора сетей с разным числом нейронов выбирается сеть с наименьшей тестовой ошибкой [4, 6].

Дифференциальная математическая модель имеет вид:

$$dx/dt = \sum_{j=1}^{N}(w_j^2 \cdot th(\sum_{i=1}^{D} w_{ji}^1 x_i^1 + b_j^1) + b_j^2)$$

здесь w – веса сети, b – смещения.

Правой частью дифференциальной математической модели является нелинейная нейронная сеть. Верхние индексы здесь указывают номер слоя, а нижние, – соответственно, номер нейрона в этом слое. Для построения дифференциальной модели используется нелинейная нейронная сеть. В процессе обучения на ее вход подается временной ряд производных, которые определяются по формуле

$$\dot{x}(t_i) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{\Delta t}.$$

где $\Delta t = 1$, т.е. промежуток равный одному часу между последовательными элементами временного ряда равен одному часу. Полученное уравнение на этапе прогнозирования решается ,далее, методом Рунге-Кутта с шагом равным 0,05. Начальное время задается равным нулю, а заблаговременность прогноза устанавливается пользователем. На завершающем этапе проводится сравнение реальных значений метеопараметров со значениями, полученными путем решения дифференциальной математической модели.

После построения модели с ее использованием был выполнен ряд экспериментов по прогнозированию метеопараметров (температуры, давления, влажности и скорости ветра). Для иллюстрации, результаты, полученные для температуры с заблаговременностью прогноза равной 1 час, представлены в таблице 1.

7

Таблица 1. Результаты опытов

Дата	Размерность	Прогноз	Ошибка
12.12.2009 17:00 Реальное значение = –1	2	- 0.9397	0,0603
02.03.2010 07:00 Реальное значение = 1.7	3	1.5274	0,1726
01.04.2010 13:00 Реальное значение = 13.6	3	14.9180	-1,318

Заключение

В статье изложены основные этапы формирования дифференциальной математической модели эволюции метеопараметров с использованием методов нелинейной динамики. Итоговые прогностические модели для моделирования их поведения представляют собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений, правые части которых описываются посредством искусственных нейронных сетей.

Литература

[1] Безручко, Б.П. Математическое моделирование и хаотические временные ряды / Б.П. Безручко, Д.А. Смирнов // Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. – С. 320.

[2] Антипов О.И., Неганов В.А. Фрактальный анализ нелинейных систем и построение на его

основе прогнозирующих нейронных сетей / О. И.

[3] Б.П. Безручко, Д.А. Смирнов. Реконструкция обыкновенных дифференциальных уравнений по временным рядам. Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2000 – 48с.

[4] Гриценко А.В. Реконструкция уравнений и прогнозирование метеопараметров по их временным рядам. – Донецк, ДонНТУ, 2010. – 149 с.

[5] Сивяков А. С. Построение прогностического комплекса и внедрения его в электронную сеть университета.– Донецк, ДонНТУ, 2011. – 125 с.

[6] Медведев В.С. Нейронные сети. MaTLab 6/ Медведев В.С., Потемкин В.Г. [Под общ. ред. к.т.н. В.Г. Потемкина]. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. 496 с.