ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Строительство зданий, подземных сооружений и геомеханика»

Курс лекций
по дисциплине «ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИСЛЕДОВАНИЙ И ТЕХНИЧЕСКОГО ТВОРЧЕСТВА»
для студентов направлений подготовки 21.05.04 «Горное дело».

Рассмотрено:
на заседании кафедры «Строительство зданий, подземных сооружений и геомеханика»
Протокол № 1 от 29 августа 2019 г.

Утверждено:
На заседании учебно-издательского совета ДонНТУ
Протокол № 2 от 05.09. 2019г.

г. Донецк – 2019

УДК М551.24.02

Конспект лекций по курсу «Основы научных исследований и технического творчества» (для студентов направлений подготовки 21.05.04 «Горное дело» в геомеханике [Электронный ресурс] / Сост. Марийчук И.Ф., Калякин С.А., Бабичев В.А., БарсукН.Д., Донецк: ДонНТУ, 2019.– 422 с.

Рецензенты:
Грищенков Николай Николаевич – заведующий кафедрой «Маркшейдерское дело», доктор технических наук, профессор

Стариков Геннадий Петрович – директор Государственного Учреждения «Институт физики горных процессов», доктор технических наук, профессор

В конспекте лекций «Основы научных исследований и технического творчества в геомеханике» изложена общая методология и методы научных исследований.

Приведены общие сведения о науке, обоснование темы, формулирования цели и задач исследований, методы теоретических и экспериментальных исследований, средства и способы измерений, анализ и обработка данных экспериментов, методы определения адекватности результатов теоретических исследований, техническое творчество в науке, требования к оформлению научных отчетов, статей, докладов, рефератов, аннотаций и патентов, методы внедрения и расчетов экономической эффективности при выполнении и внедрении результатов научных исследований, а также примеры исследований напряженно-деформированного состояния некоторых подземных сооружений.

Конспект лекций подготовлено на основании многолетнего опыта чтения лекций по дисциплинам «Механика горных пород», «Геомеханика» и «Моделирование физических процессов в горном производстве», «Основы научных исследований» преподавателями горного факультета, а также монографий.

ВВЕДЕНИЕ

Наука – важнейший национальный ресурс любой страны.

В современных условиях практическое использование научных, гуманитарных и научно-технических знаний во все большей степени становится источником обеспечения жизнедеятельности общества, его духовного и физического здоровья.

Уровень развития науки во многом определяет эффективность экономической деятельности, обороноспособность, состояние духовной и политической культуры страны, защищенность личности и общества по отношению к неблагоприятным природным и антропогенным факторам.

Новыми тенденциями в развитии мирового сообщества стали расширение сотрудничества и кооперация государств при решении глобальных проблем, связанных с сохранением среды обитания, обеспечение достойного духовного и физического уровня жизни людей, поддержание здоровья человека. Происходит объединение усилий ученых и инженеров развитых стран в поиске и использованию новых источников энергии, освоении космического пространства, создании открытой информационной среды.

Новая стратегия развития науки отдает приоритет исследованиям, имеющим значимость для самой перспективы существования мирового сообщества, для его устойчивого и безопасного развития.

Уровень развития науки, в первую очередь, зависит от ее финансирования, и, в конечном счете, благополучие людей любой страны. Так, по состоянию на 2018 год % финансирования от ВВП для некоторых стран составляет: Южная Корея и Израиль – более 4,0; Япония – 3,6; Швеция – 3.2; Германия – 2,9; США – 2,7; Китай – 2,0;.Индия – 0,8; Эфиопия – 0,6; Колумбия – 0,2; …; Россия – 0,11, в которой планируется увеличение до 2024 года до 1,7%.

Сфера услуг, которые, в основном, формируют экономическую мощь США и других развитых стран являются: образование, здравохранение, наука, финансирование, торговля, транспорт и связь, услуги государства, различные профессиональные и иные услуги.

Начало прошлого века совпало с развертыванием цепи событий, приведших к явлению, которое мы сейчас называем научно-технической революцией (НТР).

Сейчас каждое государство в структуру своей стратегической доктрины – основных принципов развития общества – включает вопросы научно-технического прогресса (НТП).

В настоящее время не только сам процесс открытий и не только процесс доведения этих открытий до приемлемой практически реализуемой формы, но и процесс передачи и освоения результатов НТП требует участия науки. И многие другие проблемы общества, которые ранее решались на базе интуиции или здравого смысла, на опыте поколений, сейчас требуют активного и

целенаправленного вмешательства, участия науки. Ни один серьезный вопрос в современных условиях нельзя эффективно решить, не опираясь на науку.

Общество не может способствовать НТП, не создав научную теорию, научные основы управления. На пути решения этой проблемы стоят не только технические трудности, но и трудности психологического характера. Еще не каждый ученый, не каждый участник НТП осознал закономерность перехода к управлению творческим трудом исследователей.

Явление ускорения темпов НТП имеет конкретные, количественно оцениваемые формы проявления. В мире науки, например, заметно учащаются такие события, как уточнение и обновление взглядов, теорий, концепций, методов исследования, принятых в той или иной конкретной научной дисциплине.

Особенностями НТР являются возрастающая роль науки; возможность автоматизации не только физического, но и умственного (не творческого) труда; бурный рост и обновление научно-технической информации; быстрая смена материалов, конструкций, машин, технологических процессов; резкое увеличение разновидностей инженерных решений; повышение уровня комплексной механизации и автоматизации, а также систем управления.

Развитие НТП сказывается на совершенствовании высшего образования. Оно предъявляет новые возросшие требования к знаниям студентов, их творческому развитию, умение находить наиболее рациональные конструктивные, технологические, организационные и экономические решения, хорошо ориентироваться в отборе научной информации; ставить и решать различные принципиально новые вопросы.

Выполнение поставленных задач возможно в случае вооружения молодых специалистов новейшими знаниями в области научных исследований. Это обязывает высшую школу широко привлекать студентов к проведению научных исследований. Таким образом, научная подготовка студентов в вузах – одна из главнейших программ обучения.

Важным этапом развития высшей школы является введение в учебный процесс нового предмета «Основы научных исследований и технического творчества», в котором рассматриваются методология и методы научных исследований, а также способы их организации.

Введение данного предмета обязывает всех студентов освоить элементы методологии, основных научных исследований, технического творчества, что способствует развитию рационального творческого мышления; организации их рациональной мыслительной деятельности. За период обучения студент должен выполнить те или иные научные исследования в различных формах учебного процесса под руководством руководителя.

В результате изучения теоретического курса и выполнения исследований по выбранной теме студент должен освоить методологию и методику научных исследований, а также уметь отбирать и анализировать необходимую информацию, формулировать цель и задачи, разрабатывать теоретические предпосылки, планировать и проводить эксперимент, обрабатывать результаты

измерений и оценивать погрешности наблюдения, сопоставлять данные эксперимента с теоретическими результатами и формулировать выводы научного исследования; составлять отчет, доклад или статью по результатам научного исследования.

Решению всех этих проблем и посвящен настоящий конспект лекций «Основы научных исследований и технического творчества в геотехнологии».

1. ОБЩАЯ МЕТОДОЛОГИЯ И ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1. 1. Наука и научное исследование

1.1.1. Наука

Наука – это непрерывно развивающаяся система знаний объективных законов природы, общества и мышления, получаемых и превращаемых непосредственно в производительную силу общества в результате специальной деятельности людей.

Науку можно рассматривать в различных измерениях:

1) как специальную форму общественного сознания, основу которой составляет система знаний;

2) как процесс познания закономерностей объективного мира;

3) как определенный вид общественного разделения труда;

4) как один из важных факторов общественного развития и как процесс производства знаний и их использования.

Не всякое знание можно рассматривать как научное.

Нельзя признавать научными те знания, которые получает человек лишь на основе простого наблюдения. Эти знания играют в жизни людей важную роль, но они не раскрывают сущности явлений, взаимосвязи между ними, которая позволила бы объяснить, почему данное явление протекает так или иначе, и предсказать дальнейшее его развитие.

Правильность научного знания определяется не только логикой, но, прежде всего обязательной проверкой его на практике. Научные знания принципиально отличаются от слепой веры, от беспрекословного признания истинным того или иного положения, без какого-либо логического его обоснования и практической проверки. Раскрывая закономерные связи действительности, наука выражает их в абстрактных понятиях и схемах, строго соответствующих этой действительности.

Основным признаком и главной функцией науки является познание объективного мира. Наука создана для непосредственного выявления существенных сторон всех явлений природы, общества и мышления.

Цель науки – познание законов развития природы и общества и воздействие на природу на основе использования знаний для получения полезных обществу результатов. Пока соответствующие законы не открыты, человек может лишь описывать явления, собирать, систематизировать факты, но он ничего не может объяснить или предсказать.

Развитие науки идет от сбора фактов, их изучения и систематизации, обобщения отдельных закономерностей к связанной, логически стройной системе научных знаний, которая позволяет объяснить уже известные факты и предсказать новые.

Путь познания определяется формулировкой: от живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике.

Процесс познания включает накопление фактов. Без систематизации и обобщения, без логического осмысления фактов не может существовать ни одна наука. Но хотя факты – это воздух ученого, сами по себе они еще не наука. Факты становятся составной частью научных знаний, когда они выступают в систематизированном, обобщенном виде.

Факты систематизируют и обобщают с помощью простейших абстракций – понятий (определений), являющихся важными структурными элементами науки. Наиболее широкие понятия называют категориями. Это самые общие абстракции. К категориям относятся философские понятия о форме и содержании явлений, в теоретической экономике – это товар, стоимость и т.д.

Важная форма знаний – **принципы (постулаты), аксиомы**. Под принципом понимают исходные положения какой-либо отрасли науки. Они являются начальной формой систематизации знаний (аксиомы эвклидовой геометрии, постулат Бора в квантовой механике и т.д.).

Важнейшим составным звеном в системе научных знаний являются **научные законы**, отражающие наиболее существенные, устойчивые, повторяющиеся объективные внутренние связи в природе, обществе и мышлении. Обычно законы выступают в форме определенного соотношения понятий, категорий.

Наиболее высокой формой обобщения и систематизации знаний является **теори**я. Под теорией понимают учение об обобщенном опыте (практике), формулирующее научные принципы и методы, которые позволяют обобщить и познать существующие процессы и явления, проанализировать действие на них разных факторов и предложить рекомендации по использованию их в практической деятельности людей.

Процесс – изменение состояния рассматриваемого предмета.

Явление – внешние свойства и признаки предмета, постигаемые в эмпирическом, чувственном познании.

Наука включает в себя также методы исследования. Под методом понимают способ теоретического исследования или практического осуществления какого-либо явления или процесса. Метод – это инструмент для решения главной задачи науки – открытия объективных законов действительности. Метод определяет необходимость и место применения индукции и дедукции, анализа и синтеза, сравнения теоретических и экспериментальных исследований.

Любая научная теория, объясняя характер тех или иных процессов действительности, всегда связана с определенным частным методом исследования. Опираясь на общие и частные методы исследования, ученый получает ответ на то, с чего надо начинать исследования, как относиться к фактам, как обобщать, каким путем идти к выводам.

В настоящее время все большее значение приобретает в качестве общего математический метод исследования, т.е. метод количественного изучения

явлений и процессов. Это обусловлено бурным развитием кибернетики, вычислительной математики и ЭВМ,

Когда ученые не располагают достаточным фактическим материалом, то в качестве средства достижения научных результатов они используют гипотезы – научно обоснованные предположения, выдвигаемые для объяснения какого-либо процесса, которые после проверки могут оказаться истинными или ложными. Гипотеза часто выступает как первоначальная формулировка, черновой вариант открываемых законов.

Характерной особенностью современной науки является то, что она превращается в сложный и непрерывно растущий социальный организм, в наиболее динамичную, подвижную, производительную силу общества.

Развитие науки становится теперь исходным пунктом для революционизирования практики, для создания новых отраслей производства. Наука становится производительной силой общества, что проявляется в глубоких изменениях во взаимоотношениях науки и производства.

Во-первых, многие новые виды производства и технологические процессы первоначально зарождаются в недрах науки, научно-исследовательских институтах. Развитие атомной энергетики, химической технологии, получение сверхтвердых материалов – все это хорошая иллюстрация к сказанному.

Во-вторых, сокращаются сроки между научным открытием и его внедрением в производство. Раньше со времени научного открытия или изобретения, например, фотографии, электричества до их практического применения проходили десятилетия, сейчас же со дня открытия лазера до его освоения практикой прошло всего несколько лет. Это можно сказать и об атомной энергетике, о полупроводниках и пр.

В-третьих, в самом производстве успешно развиваются научные исследования, растет сеть научных учреждений в промышленности и сельском хозяйстве. Развивается творческое содружество ученых с инженерами и рабочими. Предприятия перерастают в научно-промышленные комплексы.

В-четвертых, резко поднялся профессиональный уровень рабочих, ИТР, что позволяет им широко использовать научные знания в процессе производства. Массовое движение изобретателей и рационализаторов – важная форма сближения науки с производством.

Наука является общественной по своему происхождению, развитию и использованию. Всякое научное открытие есть труд всеобщий, в каждый данный момент времени наука выступает как суммарное выражение человеческих успехов в познании мира. Поэтому она по-настоящему эффективно может использоваться только с появлением общественного характера производительных сил, с развитием общественного труда и производства в большом масштабе.

Существует три группы основных возможностей повысить эффективность науки и научно-технического прогресса.

Возможности первой группы находятся в сфере непосредственной творческой деятельности исследователей и состоят в повышении методологического уровня научной работы, в выдвижении новых, более глубоких идей, в освоении перспективных методов исследований.

Возможности второй – в сфере управления научным процессом и состоят в создании наиболее благоприятных условий для плодотворного труда всех категорий работников науки и по всему спектру современного научного процесса.

Возможности третьей заключаются в совершенствовании социального, прежде всего экономического направления, способствующего быстрейшему освоению научных результатов производством и общественной практики в целом.

1.1.2. Научное исследование

Формой осуществления и развития науки является научное исследование, т.е. изучение с помощью научных методов явлений и процессов, анализ влияния на них различных факторов, а также изучение взаимодействия между явлениями с целью получить убедительно доказанные и полезные для науки и практики решения с максимальным эффектом.

Объектом исследования является система, процесс или явление, при которых существует некая проблема. Предмет исследования – это элемент объекта (отдельная часть или свойство), носитель признаков объекта. Решение проблемы или задачи возможно при изучении результатов воздействия на предмет, являющийся частью объекта. Рисунок помогает представить и запомнить взаимосвязь предмета и объекта исследования.

Цель научного исследования – определение конкретного объекта и всестороннее, достоверное изучение его структуры, характеристик, связей на основе разработанных в науке принципов и методов познания, а также получение полезных для деятельности человека результатов, внедрение в производство с дальнейшим эффектом.

Основой разработки каждого научного исследования является методология, т.е. совокупность методов, способов, приемов и их определенная последовательность, принятая при разработке научного исследования.

Научное исследование должно рассматриваться в непрерывном развитии, базироваться на увязке теории с практикой.

Важную роль в научном исследовании играют возникающие при решении научных проблем познавательные задачи, наибольший интерес из которых представляют эмпирические и теоретические.

Эмпирические задачи направлены на выявление, точное описание и тщательное изучение различных факторов рассматриваемых явлений и процессов. В научных исследованиях они решаются с помощью различных методов познания – наблюдением и экспериментом.

Наблюдение – это метод познания, при котором объект изучают без вмешательства в него; фиксируют, измеряют лишь свойства объекта, характер его изменения.

Эксперимент – это наиболее общий эмпирический метод познания, в котором производят не только наблюдения и измерения, но и осуществляют перестановку, изменения объекта, исследования и т. д. В этом методе можно выявить влияние одного фактора на другой.

Эмпирические методы познания играют большую роль в научном исследовании. Они не только являются основой для подкрепления теоретических предпосылок, но часто составляют предмет нового открытия, научного исследования.

Теоретические методы направлены на изучение и выявление причин, связей, зависимостей, позволяющих установить поведение объекта, определить и изучить его структуру, характеристику на основе разработанных в науке принципов и методов познания. В результате полученных знаний формулируют законы, разрабатывают теорию, проверяют факты и др.

Познавательные теоретические задачи формулируют таким образом, чтобы их можно было проверить эмпирически.

В решении эмпирических и сугубо теоретических задач научного исследования важная роль принадлежит логическому методу познания, позволяющему на основе умозаключительных трактовок объяснять явления и процессы, выдвигать различные предположения и идеи, устанавливать пути их решения. Этот метод базируется на результатах эмпирических исследований.

Результаты научных исследований оценивают тем выше, чем выше научность сделанных выводов и обобщений, чем они достовернее и эффективнее. Они должны создавать основу для новых научных разработок.

Одним из важнейших требований, предъявляемых к научному исследованию, является научное обобщение, которое позволит установить зависимость и связь между изучаемыми явлениями и процессами и сделать научные выводы. Чем глубже выводы, тем выше научный уровень исследования.

По целевому назначению научные исследования бывают теоретические и прикладные.

Теоретические исследования направлены на создание новых принципов. Это обычно фундаментальные исследования. Цель их – расширить знания общества и помочь более глубоко понять законы природы. Такие разработки используют в основном для дальнейшего развития новых теоретических исследований, которые могут быть долгосрочными, бюджетными и др.

Прикладные исследования направлены на создание новых методов, на основе которых разрабатывают новое оборудование, новые машины и материалы, способы производства и организации работ и др. Они должны удовлетворять потребность общества в развитии конкретной отрасли производства. Прикладные разработки могут быть долгосрочными и краткосрочными, бюджетными и хоздоговорными.

Цель разработки – преобразовать прикладные (или теоретические) исследования в технические приложения. Они не требуют проведения новых научных исследований.

Конечная цель разработок, которые проводятся в опытно-конструкторских бюро (ОКБ), проектных, опытных производствах, – подготовить материал для внедрения.

Исследовательскую работу выполняют в определенной последовательности. Процесс выполнения включает в себя шесть этапов:

1) формулирование темы;
2) формулирование цели и задач исследования;
3) теоретические исследования;
4) экспериментальные исследования;
5) анализ и оформление научных исследований;
6) внедрение и эффективность научных исследований.

Каждое научное исследование имеет тему. Темой могут быть различные вопросы науки и техники. Обоснование темы – это важный этап в разработке научного исследования.

Научные исследования классифицируют по различным признакам:

а) по видам связи с общественным производством – научные исследования, направленные на создание новых процессов, машин, конструкций и т.д., полностью используемых для повышения эффективности производства;

научные исследования, направленные на улучшение производственных отношений, повышение уровня организации производства без создания новых средств труда;

теоретические работы в области общественных, гуманитарных и других наук, которые используются для совершенствования общественных отношений, повышения уровня духовной жизни людей и др.;

б) по степени важности для народного хозяйства – работы, выполняемые по заданию Кабинета Министров Украины, министерств и ведомств;

исследования, выполняемые по плану (по инициативе) научно-исследовательских организаций;

в) в зависимости от источников финансирования – госбюджетные, финансируемые из средств государственного бюджета;

хоздоговорные, финансируемые в соответствии с заключаемыми договорами между организациями-заказчиками, которые используют научные исследования в данной отрасли, и организациями, которые выполняют исследования;

г) по длительности разработки;

долгосрочные, разрабатываемые в течение нескольких лет;

краткосрочные, выполняемые обычно за один год.

1.1.3. Научно-техническая информация

Характерной чертой развития современной науки является бурный поток новых научных данных, получаемых в результате исследований. Ежегодно в мире издается более 500 тысяч книг по различным вопросам. Еще больше издается журналов. Но, несмотря на это, огромное количество научно-технической информации остается неопубликованной.

Информация имеет свойство «стареть». Это объясняется появлением новой печатной и неопубликованной информации или снижением потребности в данной информации. По зарубежным данным интенсивность падения ценности информации («старения») ориентировочно составляет 10% в день для газет, 10% в месяц для журналов и 10% в год для книг.

Таким образом, отыскать новое, передовое, научное в решении данной темы – сложная задача не только для одного научного работника, но и для большого коллектива.

Недостаточное использование мировой информации приводит к дублированию исследований. Количество повторно получаемых данных достигает в различных областях научно-технического творчества 60 и даже 80%. А это потери, которые в США, например, оцениваются многими миллиардами долларов ежегодно.

Каждый шаг на пути прогресса науки достигается все большим трудом, все более дорогой ценой. За последние четыре десятилетия увеличение в два-три раза количества новых научных данных сопровождалось в мире восьми-, десятикратным ростом объема печатной и рукописной информации, пятнадцати-, двадцатикратным увеличением численности людей науки и более чем стократным ростом ассигнований на науку и на освоение ее результатов.

Для ускорения отбора необходимой документации из общего объема и повышения эффективности труда работников в Украине создана общегосударственная служба научно-технической информации (НТИ).

Общегосударственная служба включает в себя отраслевые информационные центры – республиканский институт НТИ, информационные центры, отделы НТИ (ОНТИ) в НИИ, конструкторских бюро, на предприятиях.

Носителями информации могут быть различные документы:

книги (учебники, учебные пособия, монографии);

периодические издания (журналы, бюллетени, труды институтов, научные сборники);

нормативные документы (стандарты, СНИПы, ТУ, инструкции, временные указания, нормативные таблицы и др.);

каталоги и прейскуранты;

патентная документация (патенты, изобретения);

отчеты о научно-исследовательских и опытно-конструкторских работах;

информационные издания (сборники НТИ, аналитические обзоры, информационные листки, экспресс-информация, выставочные проспекты и др.);

переводы иностранной научно-технической литературы;

материалы научно-технических и производственных совещаний;

диссертации, авторефераты;

производственно-техническая документация (отчеты, акты приемки работ и др.);

вторичные документы (реферативные обзоры, библиографические каталоги, реферативные журналы и др.).

Эти документы создают огромные информационные потоки, темпы которых ежегодно возрастают. Различают восходящий и нисходящий потоки информации.

Восходящий – это поток информации от пользователей в регистрирующие органы. Вся научно-техническая информация регистрируется в республиканском институте НТИ.

Исполнитель научно-технической работы (НИИ, ВУЗы и др.) после утверждения плана работ обязан в месячный срок предоставить информационную карту в республиканский институт НТИ.

К восходящему потоку относят также статьи, направленные в различные журналы.

Нисходящий – это поток информации в виде библиографических обзорных реферативных и других данных, который направляется в низовые организации по их запросам.

Сбор, хранение и выдачу информации осуществляют справочно-информационные фонды (СИФ). В стране имеются отраслевые, республиканские и местные (в НИИ, ВУЗах, ОКБ и т.д.) СИФ.

В СИФ установлен определенный порядок хранения информации. Имеется основной и справочный фонды.

Основной фонд (книги, журналы, переводы, отчеты и пр.) размещается на полках в алфавитном порядке по видам информации. Диссертации, отчеты, проектные материалы и другие громоздкие документы микрофильтруются с уменьшением в 200 и более раз. Отчет или диссертация объемом до 150 страниц помещается в контейнере диаметром 35 мм. Удобны также микрокарты (105 × 148 мм). На одной карте размещается более 80 страниц текста.

Справочный фонд – это вторичные информационные документы основного фонда. Он представлен в основном библиографическими и реферативными карточками (125 × 75), хранимыми в каталожных выдвижных ящиках.

Справочный фонд состоит из главной картотеки (содержащей все опубликованные и неопубликованные документы, хранимые в данном СИФ), каталогов и карточек.

По алфавитному каталогу можно отыскать любую информацию в данном СИФ по фамилии автора, редактора или по названию первоисточника.

По систематическому каталогу можно подбирать информацию для различных отраслей знаний. Для ускорения отыскания нужной информации к каталогу прилагается ключ – предметный алфавитный указатель.

В регистрационной карточке периодических изданий содержатся сведения о журналах, сборниках, бюллетенях, хранимых в данном СИФ (по годам и номерам).

Патенты и авторские свидетельства можно отыскать в картотеке описаний изобретений.

Картотека стандартов содержит различные нормативные документы – стандарты, нормы, ТУ, временные указания и пр.

Поиск нужной информации с каждым годом усложняется. Поэтому все научные работники должны знать основные положения, связанные с информационным поиском.

Информационный поиск – это совокупность операций, направленных на отыскание документов, которые необходимы для разработки темы. Поиск может быть ручной (осуществляется по обычным библиографическим карточкам, картотекам, печатным указателям), механический (носителем информации являются перфокарты), механизированный (основан на применении счетно-перфорационных машин) и автоматизированный (применение ЭВМ).

Информационный поиск осуществляется с помощью информационно-поискового языка (ИПЯ) – семантической (смысловой) системы символов и правил их сочетания. В информационно-поисковой системе применяют различные варианты ИПЯ.

В настоящее время наибольшее распространение получила универсальная десятичная классификация документов информации (УДК).

УДК разделяет все области знаний на десять отделов, каждый из которых делится на десять подразделов, а подраздел – на десять частей. Каждая часть детализируется до требуемой степени. Структура УДК состоит из групп основных индексов и определителей. Группы делятся на подгруппы общих и специальных определителей.

УДК просто усваивается работниками издательств и библиотек, удобно шифруется, обладает относительно быстрым поиском информации для узкоспециализируемых тем.

В последние годы все чаще применяются механизированная и автоматизированная системы поиска, которые устраняют громоздкость системы УДК.

1.1.4. Выбор и формулирование темы научного исследования

В научно-исследовательских разработках различают: научные направления, проблемы и темы.

Под **научным направлением** понимают схему научных исследований, научного коллектива, посвященных решению каких-либо крупных, фундаментальных теоретических и экспериментальных задач в определенной отрасли науки. Структурными единицами направления являются комплексные проблемы и проблемы, темы и вопросы. Комплексная проблема включает в себя несколько проблем.

Под **проблемой** понимают сложную научную задачу, которая охватывает значительную область исследования и имеет перспективное значение.

Полезность таких задач и их экономический эффект иногда можно определить только ориентировочно. Решение проблем ставит общую задачу – сделать открытие; решить комплекс задач, обеспечивающих высокую техническую готовность того или иного вида техники и т.д.

Проблема состоит из ряда тем. **Тема** – это научная задача, охватывающая определенную область научного исследования. Она базируется на многочисленных исследовательских вопросах. Под научными вопросами понимают более мелкие научные задачи, относящиеся к конкретной области научного исследования. Результаты решения этих задач имеют не только теоретическое, но, главным образом, и практическое значение, поскольку можно сравнительно точно установить ожидаемый экономический эффект.

При разработке темы или вопроса выдвигается конкретная задача в исследовании – разработать новую конструкцию, прогрессивную технологию, новую методику и т.д.

Выбору тем предшествует тщательное ознакомление с отечественными и зарубежными источниками данной и смежной специальности.

Постановка (выбор) проблем или тем является трудной, ответственной задачей, включает в себя ряд этапов.

Первый этап – формулирование проблем. На основе анализа противоречий исследуемого направления формулируют основной вопрос – проблему – и определяют в общих чертах ожидаемый результат.

Второй этап включает в себя разработку структуры проблемы. Выделяют темы, подтемы, вопросы. Композиция этих компонентов должна составлять древо проблемы (или комплексной проблемы). По каждой теме выявляют ориентировочную область исследования.

На третьем этапе устанавливают актуальность проблемы, т.е. ценность ее на данном этапе для науки и техники. Для этого по каждой теме выставляют несколько возражений и на основе анализа, методом исследовательского приближения, исключают возражения в пользу реальной данной темы.

После такой «чистки» окончательно составляют структуру проблемы и обозначают условным кодом темы, подтемы, вопросы.

При выборе важно отличать псевдопроблемы от научных проблем. Псевдопроблемы (ложные, мнимые) какую бы ни имели внешнюю форму, в основе своей имеют антинаучный характер.

При обосновании проблем их коллективно обсуждают на заседаниях ученых советов, кафедр в виде публичной защиты, на которой выступают оппоненты, и принимают окончательное решение.

После обоснования проблемы и установления ее структуры научный работник (или коллектив) как правило, самостоятельно приступает к выбору темы научного исследования. По мнению некоторых ученых, выбрать тему зачастую более сложно, чем провести само исследование. К теме предъявляют ряд требований

Тема должна быть актуальной, т.е. важной, требующей разрешения в настоящее время. Это требование одно из основных. Критерия для

установления степени актуальности пока нет. Так, при сравнении двух тем теоретических исследований степень актуальности может оценить крупный ученый данной отрасли или научный коллектив. При оценке актуальности прикладных научных разработок ошибки не возникают, если более актуальной окажется та тема, которая обеспечит большой экономический эффект.

Тема должна решать новую научную задачу. Это значит, что тема в такой постановке никогда не разрабатывалась и в настоящее время не разрабатывается, т. е. дублирование исключается. Дублирование возможно только в том случае, когда по заданию руководящих организаций одинаковые темы разрабатывают два конкурирующих коллектива в целях разрешения важнейших государственных проблем в кратчайшие сроки. Таким образом, оправданное дублирование тем (разработок) иногда может быть одним из требований. Грань между научными и инженерными исследованиями с каждым годом все более стирается. Однако при выборе тем новизна должна быть не инженерной, а научной, т.е. принципиально новой. Если разрабатывается пусть даже новая задача, но на основе уже открытого закона, то это область инженерно-экономических, не научных разработок. Поэтому необходимо отличать научную задачу от инженерно-экономической. Все то, что уже известно, не может быть предметом научного исследования.

Тема должна быть экономически эффективной и должна иметь значимость. Любая тема прикладных исследований должна давать экономический эффект в народном хозяйстве, Это одно из важнейших требований.

На стадии выбора темы исследования ожидаемый экономический эффект может быть определен, как правило, ориентировочно. Иногда экономический эффект на начальной стадии установить вообще нельзя. В таких случаях для экономической оценки эффективности можно установить аналоги (близкие по названию и разработке темы).

При разработке теоретических исследований требование экономичности может уступать требованию значимости. Значимость, как главный критерий темы, имеет место при разработке исследований, определяющих престиж отечественной науки или составляющих фундамент для прикладных исследований, или направленных на совершенствование общественных и производственных отношений и др.

Тема должна соответствовать профилю научного коллектива. Каждый научный коллектив по сложившимся традициям имеет свой профиль, квалификацию, компетентность. Такая специализация, способствующая накоплению опыта исследований, дает свои положительные результаты, повышается теоретический уровень разработок, качество и экономическая эффективность, сокращается срок выполнения исследования.

Однако, нельзя впадать в крайность, применяя этот принцип.

Если допускать монополию в науке, то исключается соревнование идей. Это может снизить эффективность научных исследований. Заказчику будет

предоставляться научная продукция, которая не всегда может отражать наилучшие показатели.

Выполняя длительное время работу по узкоспециализированной тематике с устоявшейся методикой, некоторые научные работники теряют к ней интерес. Поэтому в коллективе может быть несколько (до 10 %) непрофильных тем, не отличающихся резко от основной тематики коллектива. Это может вызвать энтузиазм, инициативу и прилив творческих сил в коллективе.

Важной характеристикой темы является ее осуществимость. При разработке темы следует оценить возможность ее окончания в плановый срок и внедрения в производственных условиях заказчика. Если это нельзя осуществить вообще или осуществить в сроки, которые не устраивают заказчика, то заведомо планируют разработку бросовых, не эффективных тем.

Обосновывая тему, научный работник должен хорошо знать производство и его запросы на данном этапе. Для этого необходимо организовывать командировки в крупные производственные объединения, управления, предприятия, занимающиеся внедрением.

Большое значение имеет посещение отраслевых и академических институтов, кафедр родственных вузов. Особую роль приобретают беседы с ведущими научными работниками, крупными специалистами-производственниками.

Существенно упрощается методика выбора тем в научном коллективе, имеющем научные традиции (свой профиль) и разрабатывающем комплексную проблему.

В таких коллективах научные исследования выполняют не одиночки, а группы, специализирующиеся на разработке тем или вопросов. Здесь начинающий работник, как правило, получает тему, которая была обоснована ранее. Вероятность получить не новую, не эффективную тему исключена. При коллективной разработке научных исследований большую роль приобретают критика, дискуссия, обсуждение проблем и тем. В процессе дискуссии выявляются новые, еще не решенные актуальные задачи разной степени важности, сроков разработки.

Все это создает благоприятные условия для участия в научно-исследовательской работе. Выбор тем для магистерской работы не представляет какой-либо сложности.

После ознакомления с темой научный работник делает доклад руководителю и коллективу, в котором обосновывает постановку вопроса и его состояния на момент получения темы.

Эффективно на этом этапе подготовить один-два реферата, провести поисковый эксперимент, консультации с работниками НИИ и производства. Это позволит шире и глубже представить научно-исследовательскую тему.

Большое значение для выбора тематики имеет четкая формулировка общих задач заказчиком (министерством, ведомством и пр.).

Научный руководитель коллектива должен с большим вниманием отнестись к предложениям сотрудников, которые могут выставить ряд тем и

вопросов. Перед окончательным решением целесообразно организовать широкую дискуссию.

При составлении общей программы исследований необходимо иметь в виду, что в процессе научных разработок возможны некоторые изменения в тематике. Определенная роль в этом принадлежит заказчику, который в зависимости от складывающейся производственной обстановки вносит коррективы, выдвигая на первое место первоочередные темы.

Важное место при разработке общей программы исследования имеет выделение долгосрочных и краткосрочных исследований, фундаментальных и прикладных. Соотношение между ними зависит от многих факторов – требований заказчика, научного потенциала коллектива, наличие современного экспериментального оборудования, научного задела коллектива и его работоспособности и т. д.

Приведенные выше требования (критерии), предъявляемые к выбору тем, позволяют всесторонне оценить и установить пригодность их для данной научно-исследовательской организации.

Однако в период бурной НТР в процессе разработки тем, особенно долгосрочных, актуальность их и экономичность иногда могут изменяться в худшую сторону, а так как затраты на выполнение НИР возросли, то очень важным критерием при выборе тем является их перспективность, а следовательно, стабильность.

В данном случае одних субъективных методов оценки недостаточно. Первостепенное значение приобретают численные методы.

Для оценки перспективности тем применяют два метода – математический и экспертных оценок.

Математический метод основан на использовании различных показателей, определяющих перспективность исследований.

Наиболее часто в прикладных темах применяют показатель перспективности $K_{\text{п}}$, в основе которого лежат экономические показатели

$$K_{\text{п}} = \frac{V_Г C_{ед} P_Н P_В \sqrt{T}}{З_И + З_{ОСВ} + З_Г}\ , \qquad (1.1)$$

где $V_{\text{Г}}$ – годовой объем продукции, внедряемой после освоения данной темы, единиц;

$C_{ед}$ – стоимость единицы продукции, грн;

$P_{\text{Н}}$ – вероятность научного успеха в разработке темы;

$P_{\text{В}}$ – вероятность внедрения научных разработок;

T – продолжительность производственного внедрения, лет;

$З_{\text{И}}$ – общие затраты на научное исследование, грн.;

$З_{\text{ОСВ}}$ – затраты на опытное и промышленное освоение, грн.;

$З_{\text{Г}}$ – ежегодные затраты на производство продукции, грн.

Чем выше показатель $К_{П}$, тем перспективнее тема, планируемая к разработке.

Показатель перспективности темы может быть иной:

$$К_{П} = \frac{Э_{об}}{З_{И}}(1 - P_{Р}), \qquad (1.2)$$

где $Э_{об}$ – общий ожидаемый экономический эффект;

$P_{Р}$ – вероятность риска.

В формулах (1) и (2) $P_{Н}$, $P_{В}$, $P_{Р}$ – величины прогностические. Они устанавливаются на основе научных прогнозов.

В последние годы при выборе тем все шире применяют методы экспертных оценок. Суть этого метода заключается в том, что планируемую тему оценивают специалисты – эксперты.

Каждому эксперту выдается оценочная бальная шкала, с помощью которой он устанавливает баллы по теме. В таблице 1.1 приведен вариант оценочных систем.

После ответа экспертов на вопросы результаты обрабатывают различными методами. Наиболее простым является метод максимального балла – отдают предпочтение той теме, которая набирает наибольший суммарный балл. В данном случае тема является перспективной, если сумма баллов положительна.

Таблица 1.1

Вариант оценочных систем

Критерий перспективности темы	Шкала критериев	Баллы
Актуальность темы	Неактуальна Частично актуальна Актуальна Очень актуальна	– 2 – 1 + 1 + 2
Продолжительность разработки	Более трех лет (2…3) года (1…2) года Менее года	– 2 – 1 + 1 + 2
Возможность внедрения	Очень трудно Трудно Легко Очень легко	– 2 – 1 + 1 + 2
Ожидаемый экономический эффект, грн.(1 грн. затрат на использование)	Менее 2,5 руб. 2,5 –5,0 руб. 5,0 –10,5 руб. Более10,5 руб.	– 2 – 1 + 1 + 2

После всего этого тема еще раз рассматривается, обсуждается на заседании ученого совета кафедры, факультета, лаборатории, НИИ, вуза и др., утверждается, и принимается решение о работе над ней.

Каждое научное исследование после выбора темы начинают с тщательного изучения научно-технической информации.

Цель поиска, проработки, анализа информации – всестороннее освещение состояния вопроса по теме, уточнение ее (если это необходимо), обоснование цели и задач научного исследования.

Для ускорения поиска необходимо прибегнуть к помощи Украинского научно-исследовательского института НТИ, а также региональных центров НТИ и областных НТИ.

В зависимости от оснащенности организации поиск производят самостоятельно (ручной способ, по перфокартам) или механизированно-автоматизированным отбором с привлечением специалистов НТИ.

Следует уделить внимание изучению различных литературных источников, как в оригинале, так и по переводным изданиям. Анализ иностранной информации позволит исключить дублирование по исследуемой теме. Это требует от научного работника знания одного или двух иностранных языков (предпочтительны английский, немецкий, французский).

Без личного ознакомления с оригиналом или квалифицированным переводом базироваться на литературном анализе иностранной информации других авторов не рекомендуется, поскольку каждый автор прорабатывает литературу применительно к своей теме исследования. Решение этого вопроса в последнее время упрощается, поскольку из ЦНИИПИ и ВИНИТИ можно получать обзоры, новости техники, экспресс-информацию по зарубежным исследованиям с высоким качеством переводов. Кроме непосредственно относящейся к теме информации, необходимо проработать основную литературу по родственным специальностям.

Очень важно ознакомиться с циклом дисциплин, близких к теме, анализ которых может быть полезен при разработке отдельных вопросов темы. Например, при разработке способов охраны подготовительных и подготавливающих горных выработок полезно ознакомиться с вопросами физики (физика твердых тел, диффузия жидкости, газов и паров и т.д.), прикладной механике (анализ нагрузок, напряжений, деформаций) и др.

Для всестороннего анализа информационного материала необходимо ознакомиться с тематикой научных исследований, которые проводятся в ВУЗах и факультетах, в отраслевых НИИ отечественной угольной промышленности, а также за рубежом. Прорабатывая архивный материал этих организаций, нужно делать запись лишь необходимого по теме материала с указанием номера отчета, года, темы, исполнителей.

На стадии обзора и анализа информации полезны командировки в проектные учреждения, особенно на крупные передовые предприятия. Такие командировки позволяют выяснить, в какой степени исследуемая тема решается на производстве, на какие стороны темы следует обратить особое

внимание, какие вопросы представляют первоочередной практический интерес. Желательно иметь мнение производственных коллективов по теме научного исследования.

После сбора литературных, архивных, производственных и других информационных данных и их обобщения полезно узнать мнение крупных ученых. Они могут оказать существенную помощь в разработке темы и определении объема собираемой информации.

Таким образом, научный работник, прорабатывая тему, накапливает большое количество различной информации.

В зависимости от наименования и научной значимости темы объем информации может достигать (100…200) и более наименований.

Для эффективного анализа этой информации необходимо знать методы ее учета, проработки и анализа.

Учет проработанной информации сводится к составлению библиографии. Библиография – это перечень различных информационных документов с указанием следующих определенных данных: фамилия и инициалы автора, название источника, место издания, издательство, год издания, объем источника в страницах. Например:

Библиографический перечень составляют в алфавитном порядке по фамилиям авторов (для ускорения поиска нужной информации).

Проработка информации сводится к ее изучению и запоминанию.

Каждый источник должен быть тщательно проработан.

Поэтому очень важно уметь работать над книгой. Чтение, проработка информации – нелегкое дело.

Первым условием эффективной проработки документов является установка, т.е. цель чтения, направленность. Она активизирует мышление, повышает память, помогает понять читаемое, делает восприятие более точным. Этот психологический фактор требует от работника заранее создать определенное настроение для осмысливания читаемого, настроить себя «на определенную волну».

Проработка научно-технической информации требует определенного подхода, для чего необходимо вдохновение. Оно повышает эффективность проработки информации. Но даже если нет вдохновения, нужно усилием воли заставить себя работать над книгой творчески.

Внимание, сосредоточенность над текстом во многом определяют качество проработки информации.

В процессе чтения действуют различные раздражители – музыка, шум, разговоры, собственные мысли и пр. Они независимо от воли человека действуют на центральную нервную систему, ухудшают условия мышления. При определенном уровне шума наше внимание отвлекается, быстрее наступает утомление и качество усвоения информации существенно ухудшается. Поэтому, чтобы повысить работоспособность умственного труда, различные помехи следует устранить. Некоторые читатели полагают, что шум, музыка им не мешают. Это не совсем так. Если помехи и не замечаются

сознанием, то их фиксирует нервная система. Особо заметна роль помех при разработке сложной НТИ. Вместе с тем, как показывают психологические опыты, работа в полной изоляции от внешней среды также не оптимальна. В качестве помех в таких случаях являются собственные мысли, отвлечения. Без напряжения мысли и воображения эффективность проработки информации снижается.

Самостоятельность труда – важный фактор работы над информацией. Каждая страница должна быть неторопливо проанализирована, обдумана применительно к поставленной цели. Только вдумчивый, самостоятельный анализ прочитанного позволит убедиться в своих суждениях, закрепить мысль, понятие, представление.

Очень важным фактором при проработке литературы является настойчивость и систематичность. Часто, особенно при чтении сложного нового текста четко осмыслить его с первого раза невозможно, приходится читать и перечитывать, добиваясь полного понимания изложенного. Последовательное, систематическое чтение улучшает усвоение прорабатываемого материала. Отвлечение срывает, расстраивает логически настроенную мысль, приводит к утомлению. Систематическое, усидчивое чтение по плану, с обдумыванием и анализом прочитанного намного производительнее системного чтения.

Производительность проработки информации существенно зависит от умственной работоспособности. Последняя – от умения правильно распределить свою работу во времени, умело использовать психологические перерывы. После (1…2) часов работы рекомендуется делать перерывы на (5…7) минут, физические упражнения, обтирание тела и лица водой или усиленное глубокое дыхание. Все это стимулирует центральную нервную систему и повышает работоспособность. Иногда при чтении полезно отключиться на (2…3) минуты.

Прорабатывая текст, необходимо добиваться, чтобы каждое место было понятно. В отдельных случаях нужно не только понять, но и запомнить текст на тот или иной период.

Каждый научный работник должен владеть искусством запоминания.

Существуют различные способы запоминания.

Механический – основан на многократном повторении и заучивании прочитанного. При таком запоминании («зазубривании») отсутствует логическая связь между отдельными элементами. Этот способ наименее эффективен, Он применим для ограниченных случаев – запоминание дат, формул, цитат, иностранных слов и др. Установлено, что тренировка памяти многочисленными повторениями малоэффективна. Память должна базироваться не на формальном восприятии, а на активной мыслительной деятельности прорабатываемой информации. Запомнить – значит мыслить. Это основа эффективности памяти, повышение производительности умственного труда.

Логически-смысловой способ основан на запоминании логических связей между отдельными элементами. При чтении необходимо понять не отдельные элементы, а весь текст в целом, его смысл, направленность, значение. Часто достаточно быстро прочесть текст один раз, чтобы запомнить. Однако при этом особое внимание необходимо уделять логическим связям. Логически-смысловой способ запоминания во много раз эффективнее механического.

Произвольный способ запоминания основан на применении различных мнемонических приемов. Наиболее распространен выборочный мнемонический прием. Перед проработкой информации задаются целью – запомнить лишь конкретный материал (в зависимости от прорабатываемой цели), например, механические свойства массива горных пород. Такая направленность, установка упрощает запоминание интересующего нас материала.

Иным мнемоническим приемом является временная направленность, т.е. потребная продолжительность запоминания. Так, студент силой воли заставляет себя запомнить больше материала на короткий срок с целью сдать экзамен. Обычно такой материал хранится в памяти короткий срок. Научный работник заставляет себя надолго запомнить материал, который хранится в памяти весь период разработки темы.

Этот метод основан на формуле: какая направленность (установка), такое и запоминание. Он эффективен лишь при использовании логико-смыслового приема.

Непроизвольный способ основан на случайном запоминании (без намерения, установки) отдельных фрагментов текста, обусловленном возникшими эмоциями в процессе чтения. Мы запоминаем полно и надолго не только тогда, когда этого хотим, но и тогда, когда нет такого желания, что случается при активном, творческом чтении.

Текст информации хранится в памяти определенное время. Постепенно он начинает забываться. Вначале после восприятия информации процесс забывания происходит наиболее быстро, со временем темп его замедляется. Так, в среднем через один день теряется около (23…25) % заученного материала, через пять дней – около 35 % и через десять дней – 40 %.

Повторение – один из эффективных способов запоминаний. Оно бывает пассивным (перечитывается несколько раз) и активным (перечитывается с пересказом). Второй способ более эффективный, в нем сочетается заучивание и самоконтроль. Иногда полезно совмещать активное повторение с пассивным.

Чтобы лучше запомнить, нужно правильно выбрать время для повторения. Учитывая характер забывания, материал лучше повторить в день чтения или же на следующий день, а затем повторять только периодически и лишь то, что представляет наибольший интерес. Небольшой по объему текст лучше повторить полностью. Большие тексты вначале осваивают в целом, затем повторяют особо трудные фрагменты.

Неотъемлемым требованием проработки НТИ является запись прочитанного материала. Она позволяет лучше его понять и усвоить; удлинить

процесс восприятия информации, следовательно, лучше запомнить, восстановить в памяти забытое; развить мышление, проанализировать текст; отобрать наиболее важные фрагменты информации для разрабатываемой темы.

Однако запись требует дополнительного времени. Часто ее выполняют неправильно. Так, очень краткая запись объединяет проработанную информацию. Наоборот, излишняя подробность в записи означает не только трату времени, но и неумение понять и отразить главное. Иногда при записи основное подменяется второстепенным или искажается смысл текста. Поэтому очень важно уметь правильно записать проработанный текст.

Прорабатывая НТИ, применяются выписки, аннотации, конспекты.

Выписки – краткое (или полное) содержание отдельных фрагментов (разделов, глав, параграфов, страниц) информации. Ценность выписок очень высока. Они могут заменить сплошное конспектирование текста; краткость их позволяет в малом объеме накопить большую информацию. Удачно отобранная выписка может быть основой для дальнейшей мыслительной, творческой деятельности научного работника.

Аннотация – это сжатое содержание первоисточника.

Аннотации составляют на данный документ информации в целом. Их удобно накапливать на отдельных картах по различным вопросам прорабатываемой темы. С помощью аннотаций можно быстро восстановить в памяти текст.

Конспекты – это подробное изложение содержания информации.

Главное в составлении конспекта – это уметь выделить рациональное зерно применительно к разрабатываемой теме. Конспект должен быть содержательным, полным, и по возможности кратким. Полнота записи означает не объем, а все то, что является главным в данной информации.

Для того, чтобы конспект был кратким, необходимо текст составлять своими силами, что требует осмысливания, анализа прочитанного, следовательно, приносит большую пользу. При этом следует применять сокращение слов, но так, чтобы не был потерян смысл. Не рекомендуется, например, сокращать подряд несколько слов. В сокращенном тексте следует сохранить все знаки препинания. Эффективно каждому научному работнику иметь свой словарь сокращений.

Для выделения главных мыслей нужно применять подчеркивание сплошной или пунктирной линией. Иногда конспект необходимо дополнить новым материалом, своими предложениями, анализом, и т.д. По тексту ставят номера, которыми отмечают соответствующие дополнения на полях или обратной (чистой) странице листа.

Существуют два способа составления конспектов.

Первый – подобранная информация по данной теме прорабатывается последовательно. Вначале составляют конспект на каждую информацию, а затем все объединяют в одно обзорное произведение. Хотя этот способ наиболее распространен, однако он не достаточно эффективен, т. к. требует большой затраты времени.

Второй – выборочный. Подобранную для проработки информацию располагают в ряд по степени полноты, актуальности, новизны. Вначале прорабатывают самую полную современную информацию с высоким научным уровнем. С помощью оглавления составляют полный план темы. Далее приступают к беглой проработке менее важной второстепенной информации, дополняя нею план основного первоисточника. В случае повторения второстепенную информацию опускают. Второй способ сокращает
время на подготовку обобщенного конспекта.

Анализ прорабатываемой информации – одна из важнейших задач.

Всю информацию необходимо классифицировать и систематизировать. Источники можно систематизировать в хронологическом порядке или по тематике анализируемых вопросов.

В первом случае всю информацию по теме систематизируют по этапам. Для этого целесообразно в истории разработки данной темы выделить научные этапы, которые характеризуются качественными скачками.

На каждом этапе литературные источники нужно подвергнуть тщательному критическому анализу. Для этого необходимо иметь определенную эрудицию, уровень знаний. При таком критическом анализе различные идеи, факты, теории сопоставляют друг с другом. Ценным является умение научного работника установить этап в истории исследуемого вопроса, определить рубеж, после которого в данной теме появились идеи, качественно изменившие направление исследований.

В процессе активного анализа возникают собственные соображения и мнения, выявляются наиболее актуальные вопросы, подлежащие исследованию в первую и вторую очередь, формируются представления. Все это постепенно формирует фундамент будущей гипотезы научного исследования.

Бывают случаи, когда в процессе аналитического обзора научный работник лишь перечисляет авторов и приводит аннотации их работ, не высказывая при этом своего мнения. Такой пассивный, формальный обзор информации совершенно не допустим.

Иным вариантом является тематический анализ. Весь объем информации систематизируют по вопросам разрабатываемой темы. При этом рассматривают последние издания НТИ, по возможности монографии, в которых подведен итог исследований по данному вопросу. Дополнительно выборочно анализируют источники, представляющие особый интерес.

Второй вариант обзора более простой. Его чаще применяют, он требует меньше затрат времени. Однако он менее полно позволяет проанализировать имеющуюся по теме информацию.

Руководящей идеей всего анализа информации должно быть обоснование актуальности и перспективности предполагаемой цели научного исследования.

Каждый источник анализируют с точки зрения исторического научного вклада в решение и развитие данной темы. При этом тщательно разбирают роль теории эксперимента и ценность производственных рекомендаций.

По результатам проработки информации делают методологические выводы, в которых подводят итог критического анализа.

В выводах должны быть освещены следующие вопросы: актуальность и новизна темы; последние достижения в области теоретических и экспериментальных исследований по теме, важнейшие наиболее актуальные теоретические и экспериментальные задачи, а также производственные рекомендации, подлежащие разработке в данный момент; техническая целесообразность и экономическая эффективность этих разработок.

На основе указанных выводов формулируют в общем виде цель и конкретные задачи научного исследования. Обычно количество задач, подлежащих исследованию по теме одним научным работником, колеблется от 3 до 8. При этом важная роль принадлежит научному руководителю. Он ограничивает и направляет поиск, помогает разобраться (особенно начинающему научному работнику) в огромном потоке информации, отбросить второстепенные источники.

На этом заканчивается второй этап научного исследования.

Контрольные вопросы

1.Дайте определение науке, ее цель и задачи.
2. От чего зависит развитие науки?
3. Дайте определение процессу и явлению.
4.Что характерно для современной науки?
5. Что значит научное исследование, его цель, объект и предмет?
6.Из каких этапов состоит научно-исследовательская работа?
7.По каким признакам классифицируют научные исследования?
8. Какие существуют потоки информации?
9. Из чего состоит справочный фонд, какая существует классификация документов информации?
10. Что такое научное направление, проблемы и темы?
11.Какие требования предъявляются к темам?
12. Как оценить эффективность прикладных тем?
13. Какие Вы знаете способы запоминания информации?

1.2. Общие сведения о методах теоретических исследований

Теоретические исследования должны быть творческими.

Творчество – это создание по замыслу новых ценностей, новые открытия, изобретения, установление неизвестных науке фактов, создание новой, ценной для человечества информации.

Опровергнуть существующие или создать новые научные гипотезы, дать глубокое объяснение процессов или явлений, которые раньше были

непонятными или слабоизученными, связать воедино различные явления, т.е. найти стержень изучаемого процесса, научно обобщить большое количество опытных данных – все это невозможно без теоретического творческого мышления.

Творческий процесс требует совершенствования известного решения. Совершенствование является процессом переконструирования объекта мышления в оптимальном или рациональном направлениях.

Когда переработка достигает границ, определенных поставленной ранее целью, процесс оптимизации приостанавливается, создается продукт умственного труда. В теоретическом аспекте – это гипотеза исследования, т.е. научное предвидение.

При определенных условиях процесс совершенствования приводит к определенному теоретическому решению. Оригинальность проявляется в своеобразной, неповторимой точке зрения на процесс или явление.

Творческий характер мышления при разработке теоретических аспектов научного исследования заключается в создании представлений воображения, т.е. новых комбинаций из известных элементов, и базируется на следующих приемах: сборе и обобщении информации; постоянном сопоставлении, сравнении, критическом осмыслении; отчетливом формулировании собственных мыслей, их письменном осмыслении; совершенствовании и оптимизации собственных положений.

Творческий процесс теоретического исследования имеет несколько стадий: знакомство с известными решениями; отказ от известных путей решения аналогичных задач; перебор различных вариантов решения; решение.

Творческое решение часто не укладывается в заранее намеченное планом. Иногда оригинальные решения используются «внезапно», после, казалось бы, длительных и бесплодных попыток.

Чем больше известных (типичных, шаблонных) решений, тем труднее добиться оригинального решения. Часто удачные решения возникают у специалистов смежных областей, на которых не давит груз известных решений. Творческий процесс представляет по существу разрыв привычных представлений и взгляд на явления с другой точки зрения.

Собственные творческие мысли, оригинальные решения возникают тем чаще, чем больше сил, труда, времени затрачивается на постоянное обдумывание объекта исследования, чем глубже научный работник увлечен исследовательской работой.

Успешное выполнение теоретических исследований зависит не только от кругозора, настойчивости и целеустремленности научного работника, но и от того, в какой мере он владеет методами **дедукции и индукции**.

Дедуктивный – это такой способ исследования, при котором частные положения выводятся из общих.

Индуктивный – это такой способ исследований, при котором по частным фактам и явлениям устанавливаются общие принципы и законы. Данный способ применяют в теоретических исследованиях. Так, Д.И.

Менделеев, используя частные факты химических элементов, сформулировал закон, известный под названием «периодический».

При теоретических исследованиях используют как индукцию, так и дедукцию. Обосновывая гипотезу научного исследования, устанавливают ее соответствие общим законам диалектики и естествознания (дедукция). В то же время гипотезу формулируют на основе частных фактов (индукция). Особую роль в теоретических исследованиях играют **способы анализа и синтеза**.

Анализ – это способ научного исследования, при котором явление расчленяется на отдельные части.

Синтез – противоположный анализу способ научного исследования, заключающийся в исследовании явления в целом, на основе объединения связанных друг с другом элементов в единое целое. Синтез позволяет обобщать понятия, законы, теории, информации, глубины ее творческого анализа, стройности и целенаправленности методологических выводов по результатам анализа, четко сформулированных целей и задач исследования, опыта и эрудиции научного работника.

При анализе явлений и процессов возникает потребность рассмотреть большое количество фактов (признаков). Важно уметь выделить главное. В этом случае может быть применен способ ранжирования, с помощью которого исключают все второстепенное, не влияющее существенно на исследуемое явление. Этот метод допускает усиление основных и ослабление второстепенных фактов, позволяет изучать главные особенности процессов и явлений в равных условиях. Например, при изучении прогибов балок принимают постоянными их сечения, расстояния между опорами, характер нагружения, температуру и т.д.

В научных исследованиях широко применяется способ абстрагирования, т.е. отвлечение от второстепенных фактов с целью сосредоточиться на важнейших особенностях изучаемого явления, например, при исследовании работы какого-либо механизма анализируют расчетную схему, которая отображает существенные основные свойства механизма.

В ряде случаев используют способ формализации. Сущность его состоит в том, что основные положения процессов и явлений представляют в виде формул и специальной символики. Применение символов и других знаковых систем позволяет установить закономерности между изучаемыми фактами.

В теоретических исследованиях возможны два метода: логический и исторический. Логический метод включает в себя **гипотетический и аксиоматический.**

Гипотетический метод основан на разработке гипотезы, научного предположения, содержащего элементы новизны и оригинальности. Гипотеза должна полнее и лучше объяснять явления и процессы, подтверждаться экспериментально и соответствовать общим законам диалектики и естествознания. Этот метод исследования является основным, наиболее распространенным в прикладных науках.

Гипотеза составляет суть, методологическую основу, теоретическое предвидение, стержень теоретических исследований. Являясь руководящей

идеей всего исследования, она определяет направление и объем теоретических разработок.

Сформулировать наиболее четко и полно рабочую гипотезу, как правило, трудно. От того, как сформулирована гипотеза, определяется степень ее приближения к окончательному теоретическому решению темы, т.е. трудоемкость и продолжительность теоретических разработок. Успех зависит от полноты собранной информации, глубины ее творческого анализа, стройности и целенаправленности методических выводов по результатам анализа, четко сформулированных целей и задач исследования, опыта и эрудиции научного работника.

На стадии формулирования гипотезы теоретическую часть необходимо расчленить на отдельные вопросы, что позволит упростить их разработку. Основой для проработки каждого вопроса являются теоретические исследования, выполненные различными авторами и организациями. Научный работник на основе их глубокой проработки, критического анализа и формулирования (в случае необходимости) своих предложений развивает существующие теоретические представления или предлагает новое, более рациональное теоретическое решение темы.

Аксиоматический метод основан на очевидных положениях (аксиомах), принимаемых без доказательства. По этому методу теория разрабатывается на основе дедуктивного принципа. Более широкое распространение он получил в теоретических науках (математике, математической логике и др.).

Исторический метод позволяет исследовать возникновение, формулирование и развитие процессов и событий в хронологической последовательности с целью выявить внутренние и внешние связи, закономерности и противоречия. Данный метод исследования используется преимущественно в общественных и, главным образом, в исторических науках. В прикладных же науках он применяется, например, при изучении развития и формирования тех или иных отраслей науки и техники.

Между логическим и историческим методами существует единство, основанное на том, что любое логическое познание должно рассматриваться в историческом аспекте.

В прикладных науках основным методом теоретических исследований является гипотетический. Его методология включает в себя следующее: изучение физической, химической, экономической и т.п. сущности исследуемого явления с помощью описанных выше способов познания; формулирование гипотезы и составление расчетной схемы (модели) исследования; выбор математического метода исследования модели и ее изучение; анализ теоретических исследований и разработка теоретических положений.

Описание физической и экономической сущности исследуемого явления (или процесса) составляет основу теоретических разработок. Такое описание должно всесторонне освещать суть процесса и базироваться на законах физики, химии, механики, физической химии, политэкономии и др. Для этого исследователь должен знать классические законы естественных и

общественных наук и уметь их использовать применительно к рабочей гипотезе научного исследования.

В последнее время все большее значение приобретают исследования по вопросам прогнозирования и экономического обоснования, а также организации производства, отражающих в комплексе сложные системы. Оптимизация структур предприятий, информационные и другие управленческие процессы занимают ведущее место в исследованиях, что обусловлено внедрением ЭВМ.

Учитывая изложенное, можно более эффективно и экономно сформулировать гипотезу научного исследования и наметить план его выполнения, получить информацию об изучаемом объекте.

Метод моделирования – изучение явлений с помощью моделей – один их основных в современных исследованиях. Основой моделирования является положение о том, что единство природы обнаруживается в поразительной аналогичности дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений.

Различают **физическое и математическое моделирование.** При **физическом моделировании** физика явлений в объекте и модели и их математические зависимости одинаковы. **При математическом моделировании** физические явления могут быть различными, а математические зависимости одинаковыми. Математическое моделирование приобретает особую ценность, когда возникает необходимость изучить особо сложные процессы.

При построении модели свойства и сам объект обычно упрощают, обобщают. Чем ближе модель к оригиналу, тем удачнее она описывает объект, тем эффективнее теоретическое исследование и тем ближе полученные результаты к принятой гипотезе исследования.

Модели могут быть **физические, математические и натурные**.

Этот метод позволяет на уменьшенной или увеличенной модели провести качественные и количественные исследования интересующего нас процесса в натуре, который часто бывает малодоступным или вовсе недоступен для более или менее детального исследования.

Возможно, однако, и иное применение метода моделирования, когда образец (машина, комбайн, процесс, явление) еще не существует в натуре. В этом случае исследования проводятся на модели, которая является «прообразом»
всех будущих, подобные ей (в геометрическом и физическом смысле) образцов.

Второе назначение метода чаще встречается в производственной деятельности и отвечает, например, задаче изучения вновь запроектированного технологического процесса или какого-либо устройства на его модели.

В науке основной **целью моделирования** является познание посредством модели объективной действительности этого или иного физического процесса и изучение возможности управления им.

Следовательно, под термином моделирование понимается сам процесс, прием, метод. Модель же является средством познания объективной действительности и под этим термином надо понимать предмет или специальное устройство, искусственно созданное человеком для изучения, интересующего нас объекта.

В зависимости от способа построения и средств модели разделяют на две группы: технические или материальные модели и воображаемые или идеальные модели. Между этими группами моделей имеется тесная связь. Прежде чем построить техническую или материальную модель, последняя существует первоначально в голове исследователя как некоторая теоретическая схема, и в этом смысле она является идеальной (воображаемой).

Различают два типа идеальных моделей – модели из чувственно наглядных элементов (упругих шаров, пружин, цилиндров, рычагов и т.д.) и модели из специальных знаковых систем для машинных переходов.

Модели первого типа являются структурными (рис. 1.1), изображающими реологические свойства среды. Они служат для изучения механизма какого-либо сложного физического процесса с входящими в него элементами (изучение физико-механических свойств горных пород).

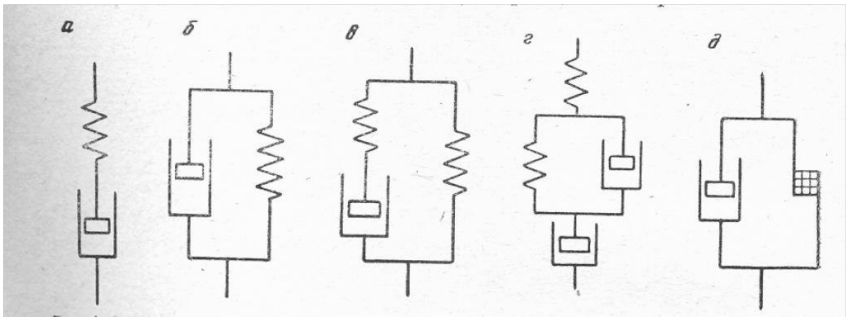


Рис. 1.1. Сложные механические модели физических тел (горных пород): а – Максвелла; б – Фойта (Кельвина); в – Пойтинга-Томсона (Зенера); г – Бургарса; д – Шведова-Бингама

Материальные модели по существу являются макетами реальных объектов, в которых воспроизводят те же самые физические процессы или им аналогичные. Для изготовления моделей применяют как материалы натуры, так и материалы физической природы. Такие модели позволяют решить ряд весьма сложных и важных практических задач, в частности, учитывая реологические свойства горных пород и массивов.

Эти комбинации составлены из идеальных сред (рис.1.2)

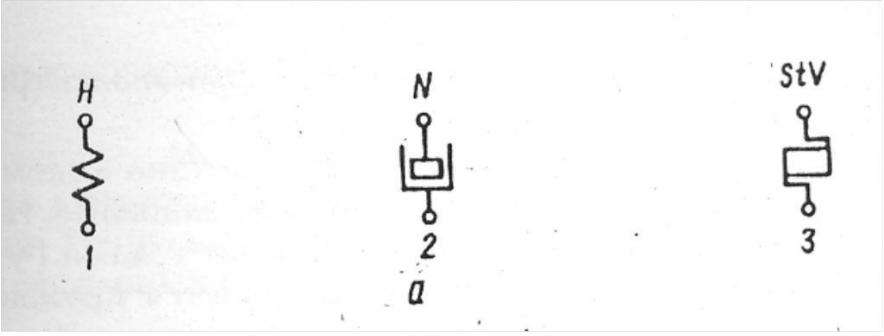


Рис. 1.2. Простые идеальные модели физических тел (горных пород)
1 – Гука (упругая модель); 2 – Ньютона (вязкая модель);
3 – Сен-Венона (модель пластичного тела)

Моделирование в познании реальной действительности является звеном, связывающим теорию с практикой: **теория – идеальная модель – эксперимент (моделирование) – действительность**.

Таким образом, метод моделирования – изучение явлений с помощью моделей – один их основных в современных исследованиях. Основой моделирования является положение о том, что единство природы обнаруживается в поразительной аналогичности дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений.

Натурные модели представляют собой масштабно изменяемые объекты, позволяющие наиболее полно исследовать процессы, протекающие в натурных условиях.

Стандартных рекомендаций по выбору и построению моделей не существует. Модель должна отображать существенные явления процесса. Мелкие факторы, излишняя детализация, второстепенные явления и т. п. лишь усложняют модель, затрудняют теоретические исследования, делают их громоздкими, нецеленаправленными. Поэтому модель должна быть оптимальной или рациональной по своей сложности, желательно наглядной, но главное – достаточно адекватной, т.е. описывать закономерности изучаемого явления с требуемой точностью. Естественно, что при построении модели необходимо учитывать особенности исследуемого явления: линейность и нелинейность, детерминированность и случайность, непрерывность и дискретность и др.

Для построения наилучшей модели необходимо иметь глубокие и всесторонние знания не только по теме, смежным наукам, но и хорошо знать практические аспекты исследуемой задачи.

Физические модели представляют собой масштабно изменяемые объекты, позволяющие наиболее полно исследовать процессы, протекающие в натурных условиях. С помощью этих моделей можно изучать влияние отдельных параметров на течение физических процессов.

Математические модели позволяют количественно исследовать явления, трудно поддающиеся изучению на физических моделях. Их называют в том случае, если исследуемый процесс или явление описывают дифференциальными или интегральными уравнениями.

Стандартных рекомендаций по выбору и построению моделей не существует. Модель должна отображать существенные явления процесса. Мелкие факторы, излишняя детализация, второстепенные явления и т. п. лишь усложняют модель, затрудняют теоретические исследования, делают их громоздкими, нецеленаправленными. Поэтому модель должна быть оптимальной по своей сложности, желательно наглядной, но главное – достаточно адекватной, т.е. описывать закономерности изучаемого явления с требуемой точностью. Естественно, что при построении модели необходимо учитывать особенности исследуемого явления: линейность и нелинейность, детерминированность и случайность, непрерывность и дискретность и др.

Для построения наилучшей модели необходимо иметь глубокие и всесторонние знания не только по теме, смежным наукам, но и хорошо знать практические аспекты исследуемой задачи.

В отдельных случаях модель исследуемого явления может быть ограничена лишь описанием сущности. Так, при изучении укрепления грунтов вяжущими веществами, физико-химическую сущность взаимодействия минералов грунта с ними представить в виде математической модели очень трудно из-за большой сложности процесса. Однако по мере накопления научных данных, постепенно методы их изучения будут заменяться математическими. Это закономерно, поскольку наука может достичь наибольшего совершенства лишь при широком использовании математических методов.

Изучить и проанализировать объект наиболее полно можно лишь при условии, что его модель представлена описанием физической сущности и имеет математический вид. Рассмотрим примеры по составлению моделей.

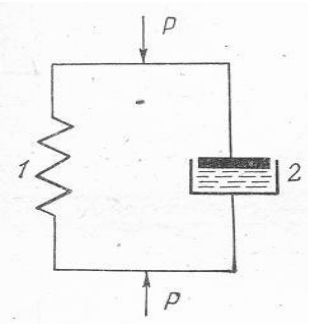


Рис. 1. 3. Модель деформирования упруго-вязких материалов

Анализируя работу грунтов, горных пород, строительных материалов и конструкций, необходимо знать закономерности деформирования их элементов. В зависимости от вида и характера нагрузки, свойств материала элемента могут быть различные условия деформирования, модель (рис. 1.3). Модель 1, представленная пружиной, характеризует упругие свойства и подчиняется закону Гука – величина деформации прямо пропорциональна прилагаемой нагрузке Р. Такой закон деформирования характерен для твердых упругих тел.

Модель 2, представленная движением поршня в заполненном вязкой жидкостью цилиндра, характеризует вязкие свойства тел. Деформации тел в данном случае происходят медленно, развиваясь во времени, и подчиняются закону Ньютона – сопротивление пропорционально скорости деформирования.

При параллельном соединении двух моделей 1 – 2 в единое целое имеем модель деформирования упруго-вязкого тела, что характерно для строительных материалов и конструкций. Такое деформирование подчиняется закону Кельвина.

Математическая модель, соответствующая физической модели (см. рис.1.3), может быть представлена в виде

$$P = P_y + P_B = E_y S_y + \eta \frac{dS}{dt} , \qquad (1.3)$$

где P_y, P_B – упругое и вязкое напряжения пружины и жидкости соответственно, МПа;

$E_y S_e$ – модуль упругости, МПа и относительная деформация пружины;

η – коэффициент вязкости, МПа·с/м;

$\frac{dS}{dt}$ – скорость деформирования, м/с.

Решая (1) при $t = 0, S = 0$, имеем

$$S = \frac{P}{E_y}\left[1 - exp\left(-\frac{E_y t}{\eta}\right)\right] \qquad (1.4)$$

Зависимость (1.4) в ряде случаев хорошо согласуется с экспериментом и позволяет изучить законы деформирования упруго-вязких материалов, (грунтов, бетонов, горных пород и др.).

Приведенный пример иллюстрирует процесс познания в соответствии с формулой – от живого созерцания (наблюдение за поведением материала) к абстрактному мышлению – физическая рис. 1.3 и математическая модель уравнения (1.3) и от него к практике (1.4). Рассмотренная модель соответствует функциональной зависимости, когда одному значению аргумента соответствует только одно значение функции. Однако в природе встречаются процессы, когда одному значению аргумента соответствует несколько значений функции вследствие действия на явление различных случайных факторов.

Физическая модель, характеризующая закон вероятностного распределения песка, который вытекает из лейки через решето в ящик с вертикальными секциями, приведена на рис.1.4.

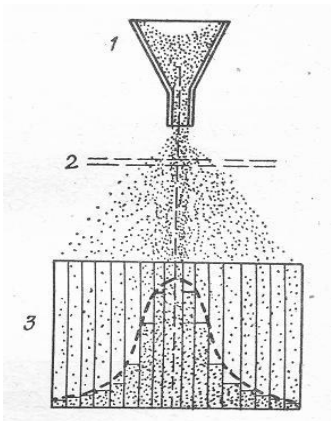


Рис.1.4. Закономерность распределения песка: 1-воронка; 2-решето;3-ящик с секциями.

Наблюдения показывают, что распределение песка в ящике подчиняется закону нормального распределения:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \qquad (1.5)$$

где y – ордината, частота распределения песка;

x – абсцисса, номер секции в ящике, отсчитываемой от середины;

σ – среднеквадратическое отклонение.

Выражение (1.5) является математической моделью вероятностного процесса физической модели, приведенного на рис 1.4.

В последнее время широкое распространение получили модели, обеспечивающие оптимизацию технологических процессов и их управления.

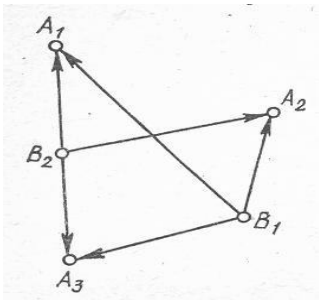


Рис. 1.5. Схема транспортных связей:
A_i -объекты строительства;
B_i -карьеры.

В связи с этим, рассмотрим так называемую транспортную задачу.

Пусть имеется A_1, A_2, A_3 объектов строительства, потребляющих соответственно a_1, a_2, a_3 щебня (рис. 1.5). В местах B_1 и B_2 есть карьеры с запасами щебня $в_1$ и $в_2$. При этом $a_1 + a_2 + a_3 = в_1 + в_2$. Стоимость единицы продукции из карьера B_1 на объект A_1 равна C_{11}, A_2 – C_{12} на объект A_3 – C_{13}. Общее количество щебня $x_{ij,}$, транспортируемое на объект A_i из карьера B_i равно

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} &= a_1; \\ x_{12} + x_{22} &= a_2; \\ x_{13} + x_{23} &= a_3; \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} &= в_1; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= в_2. \end{aligned} \qquad (1.6)$$

где a_1, a_2, a_3 – потребности щебня на объектах.

В системе (1.6) первое уравнение означает количество щебня, транспортируемое на объект A_1 из карьеров B_1 и B_2; второе – на объект A_2. Последнее уравнение – количество щебня, доставляемое на объекты A_1, A_2 , A_3 из карьера B_2.

Все исходные данные сведены в матрицу условия задачи (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Исходные данные количества щебня, транспортируемого на объекты из карьеров

Карьеры	Объекты			Запасы
	A_1	A_2	A_3	
B_1	C_{11} x_{11}	C_{12} x_{12}	C_{13} x_{13}	$в_1$
B_2	C_{21} x_{21}	C_{22} x_{22}	C_{23} x_{23}	$в_2$
Общая потребность	a_1	a_2	a_3	

Требуется определить наиболее выгодный (экономичный) вариант перевозки щебня.

В этом случае численными методами с помощью линейного программирования и ЭВМ находят функцию, которая удовлетворяет условию

$$C = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}x_{ij} = \min \ . \qquad (1.7)$$

Уравнение (1.7) является математической моделью, позволяющей оптимизировать транспортный процесс.

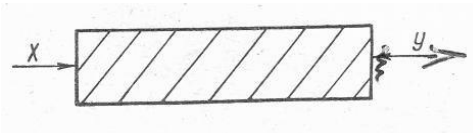


Рис. 1.6. Модель «черного ящика»

В последнее время большой интерес вызвала кибернетическая модель «черного ящика» (рис.1.6), описывающая систему, структура которой неизвестна и недоступна для наблюдения. Известны лишь «*X*» (ввод) и «*У*» (вывод). Задача сводится к подбору таких значений *X*, которые обеспечили бы соответствующие (в большинстве случаев) оптимальные значения *У*. Статистическим путем находят модели исследуемого процесса. Во многих случаях для построения таких моделей целесообразно использовать метод математического планирования эксперимента.

В теоретических исследованиях применяют модели-аналоги и модели-подобия. Основываясь на подобии или аналогии объектов, процессов и т.п., изучают экспериментально теоретическим путем явления на модели, а затем с помощью соответствующего математического аппарата устанавливают закономерности в натуре.

Электрическая модель-аналог для изучения напряженно-деформированного состояния балки на двух опорах приведена на рис.1.7.

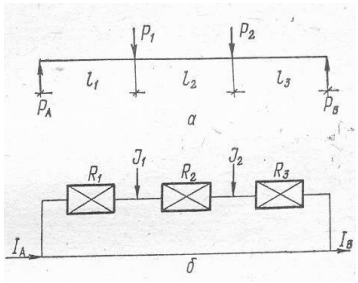


Рис.1. 7. Схема балки на опорах (*а*) и ее электрическая модель-аналог (*б*): P_1, P_2 - нагрузки; $P_А$, $P_Б$ - реакции; R_1, R_2, R_3-электрические сопротивления; J_1, J_2-сила тока, моделирующая нагрузки P_1 и P_2.

Реакции на опорах балки вычисляются по формулам

$$P_A = \frac{P_1(l_2 + l_3) + P_2 l_3}{l_1 + l_2 + l_3};$$

$$P_Б = \frac{P_1 l_1 + P_2(l_2 + l_1)}{l_1 + l_2 + l_3}. \qquad (1.8)$$

Силу тока на входе и выходе электрической цепи вычисляют аналогично:

$$J_A = \frac{J_1(R_2 + R_3) + J_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3};$$

$$J_Б = \frac{J_1 R_1 + J_2(R_2 + R_1)}{R_1 + R_2 + R_3}. \qquad (1.9)$$

Таким образом, меняя силу тока I_1, I_2 и сопротивление R_1, можно изучать реакцию опор балки в зависимости от величины P_1 и P_2.

Модели подобия используют давно. Например, нет необходимости теоретически вычислять или непосредственно измерять величину H Останкинской башни в Москве. Для этой цели достаточно использовать простейшую модель – треугольник и с помощью теоремы о подобии треугольников путем измерения расстояния к башне Z определить ее высоту по формуле

$$H = h \cdot K_р, \qquad (1.10)$$

где $K_р$ – критерий подобия, равный $K_р = Z/l$ (l – сторона треугольника).

Аналогичный прием широко используют и при исследовании процессов, но критерий подобия и уравнения в этом случае значительно сложнее. Анализ многообразных физических моделей изучаемых процессов исследуется математическими методами, которые могут быть разделены на такие основные группы:

Аналитические методы исследования (элементарная математика, дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление и

другие разделы высшей математики), используемые для изучения непрерывных детерминированных процессов.

Методы математического анализа с использованием эксперимента (метод аналогий, теория подобия, метод размерностей) и др.

Вероятностно-статистические методы исследования (статистика и теория вероятностей, дисперсионный и корреляционный анализы, теория надежности, метод Монте-Карло и др.) для изучения случайных процессов – дискретных и непрерывных.

Методы системного анализа (исследование операций, теория массового обслуживания, теория множеств и др.), используемые для исследования сложных моделей – систем с многообразными и сложными взаимосвязями элементов, характеризуемых непрерывностью и детерминированностью, а также элементами дискретности и случайности.

Методы системного анализа получили широкое распространение в последнее время, что в значительной степени обусловлено развитием ЭВМ, обеспечивающем быстрое решение и анализ сложных математических задач.

В прикладной математике, которая широко используется в технике, эффективно применять так называемые рациональные методы, допускающие наличие формулировок и утверждений, справедливые лишь в данных реальных условиях. При этом они могут уточняться в ходе исследования, базироваться на доводах, основанных на приближенных решениях, аналогиях или экспериментах и т.п., что не приемлемо в чистой математике.

Большое влияние на развитие математических методов исследования, особенно в прикладной математике, оказали ЭВМ, с созданием которых связывают новый современный этап математики. Использование ЭВМ многократно ускоряет математические преобразования и вычисления, в то же время не освобождает исследователя от необходимости владеть математическим аппаратом и творчески мыслить. Обычно наибольший эффект получают в том случае, если исследователь физического процесса хорошо знает возможности ЭВМ, специфику методов работы с ними, а привлекаемый им математик-вычислитель отчетливо представляет физические особенности исследуемой задачи. Это позволяет квалифицированно обсуждать все вопросы, возникшие в исследовании, что способствует наиболее успешному и эффективному выполнению научно-исследовательских работ.

Иногда построение физических моделей и математическое описание явления невозможно. Однако и при этом необходимо сформулировать рабочую гипотезу, проиллюстрировать ее графиками, таблицами, предположить и оценить результаты, которые должны быть получены на основе этой гипотезы, спланировать и провести научно-исследовательскую работу.

1.2.1. Аналитические методы исследований

Исследуя физические модели, описывающие функциональные связи, используют аналитические методы, с помощью которых устанавливают математическую зависимость между параметрами модели.

Эти методы позволяют глубоко и всесторонне изучить исследуемые процессы, устанавливают точные количественные связи между аргументами и функциями, глубоко проанализировать исследуемые явления.

В научных исследованиях применяют элементарные функции и уравнения, особенно когда стремятся упростить исследуемую модель и получить приближенные решения поставленной задачи.

Достаточно часто используют линейные функции и уравнения, например, при исследовании слоистых строительных материалов. Полагая, что напряжения в слоистом материале распределяются прямопропорционально модулям упругости его компонентов, с помощью элементарных линейных уравнений можно получить ряд полезных сведений.

В практике часто встречаются процессы, протекающие по принципу цепного механизма (растворение, охлаждение, перемешивание и др.). Для их исследования используют экспоненциальные, параболические, показательные функции. Чтобы изучить колебательные процессы, применяют тригонометрические функции.

В большинстве случаев элементарные функции непрерывны, что позволяет их дифференцировать и интегрировать. Это дает возможность определить наилучшие или наихудшие условия протекания исследуемого процесса путем нахождения экстремумов.

Например, производительность труда $П$ строительной организации зависит от годового объема работы организации V

$$П = C_0 + C_1 V - C_2 V^2 \ldots , \qquad (1.11)$$

где C_0, C_1, C_2 – постоянные.

Анализ этой зависимости показывает, что по мере увеличения объема работ организации V производительность вначале возрастает, потом убывает. Увеличение производительности объясняется тем, что более крупная организация имеет больше резервов. В таких организациях лучше организован труд.

Однако, в очень больших организациях с большим объемом работ, сложно организовать производство. Этим объясняется трудность управления большими организациями. Оптимальный объем работ для организации $V_{ОП}$ можно найти, определив экстремум функции (1.11), который обеспечивает максимальную производительность:

$$V_{ОП} = \frac{C_1}{2C_2} \ldots \qquad (1.12)$$

При анализе форм и размеров инженерных конструкций, пользуются методами элементарной, начертательной и аналитической геометрии.

Обыкновенные дифференциальные уравнения используют для теоретического анализа только одной переменной.

Уравнения первого порядка имеют вид

$$f(x, y, \frac{dy}{dx}) = 0; \qquad \frac{dy}{dx} = f(x, y). \tag{1.13}$$

Применяют также уравнения высших порядков

$$f(x, y, \frac{dy}{dx}; \frac{d^2y}{dx^2} \ldots \frac{d^ny}{dx^n}) = 0. \tag{1.14}$$

Общее решение таких уравнений представляет семейство кривых на плоскости. Кривая $f(x, y)$ будет решением (1.13), если она в каждой своей точке касается вектора поля направления. Поэтому каждое уравнение имеет множество решений (кривых)

$$F(x, y, C_1, \ldots, C_n) = 0, \tag{1.15}$$

где $C_1, C_2, \ldots, C_n$ – постоянные интегрирования.

Для нахождения частного решения указывают начальные условия – т.е. задают значения F в некоторых известных точках x и y. Это позволяет определить постоянные $C_1, C_2, \ldots, C_n$, а затем и частные решения.

Отыскать значения обыкновенных дифференциальных уравнений трудно. В большинстве случаев затруднительно также получить аналитические выражения в виде элементарных функций и в конечном виде. Поэтому для их решения широко применяют различные приближенные методы – конечных разностей, разложение в ряды, вариационные методы и др.

Обыкновенные дифференциальные уравнения применяют при теоретическом анализе различных моделей простых и средних по сложности процессов: миграции влаги в грунтах как капиллярных средах, движения жидкости в трубах, линейного распределения тепла в стержнях, осаждения грунта в пульпе при гидронамывах насыпей, напряженного состояния в полотне и т. д.

Например, в технологии вяжущих исследуют их растворение, полагая, что скорость растворения пропорциональна их количеству

$$\frac{dm}{dt} = -km. \tag{1.16}$$

Здесь m – количество вяжущего вещества;

t – время;

k – коэффициент пропорциональности.

После интегрирования этого уравнения получим

$$m = Ce^{-kt}.$$

Постоянную интегрирования C находят из условия, что при $t = 0$, $C = m_0$ (начальное количество). Следовательно,

$$m = m_0 e^{-kt}.$$

Последнее выражение содержит конкретную информацию о процессе растворения, которое со временем затухает. Скорость затухания этого процесса зависит от величины коэффициента k, которая в свою очередь, обуславливается природой вещества и температурой раствора.

Ряд прикладных задач решают с помощью функций Бесселя. Дифференциальные уравнения

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)y = 0 \qquad (1.17)$$

называют уравнением Бесселя. В нем величина n постоянна, ее называют порядком функции Бесселя. Решением уравнения Бесселя первого порядка является знакопеременный убывающий ряд

$$L_n(x) = \frac{x^n}{2^n \Gamma(n+1)}\left(1 - \frac{x^2}{2(2n+2)} + \frac{x}{2{,}4(2n+2) - (2n+4)}\ldots\right),$$

где $\Gamma(n + 1)$ – гамма функции.

График функции Бесселя представляет собой затухающую волну.

Эти функции широко применяются при расчете дорожных покрытий.

Большое распространение при решении прикладных задач получили дифференциальные уравнения в частных производных, например

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0; \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{и т.д.} \qquad (1.18)$$

Общее решение этих уравнений зависит не от произвольных постоянных, а от произвольных функций. В них искомые переменные представляют собой функции нескольких независимых переменных.

Обычно суть задачи сводится к тому, чтобы найти соотношение между переменными u, x, y, установить функциональную зависимость $u = f(x, y)$, удовлетворяющую дифференциальному уравнению с частными производными и частным условием задачи. Эти дополнительные условия определяются физическим смыслом.

Например, из анализа теплового баланса тела следует, что температура t в любой точке тела при его остывании или нагревании является функцией времени T и координат x, y, z, и должна удовлетворять дифференциальному уравнению в частных производных

$$\frac{\partial t}{\partial T} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right), \tag{1.19}$$

где a – коэффициент температуропроводности.

Дифференциальные уравнения в частных производных находят широкое применение в научном анализе, т.к. они описывают процессы течения жидкостей, колебательные процессы, диффузию газов, тепловые и другие процессы.

При исследовании многообразных тепловых процессов в строительстве (водно-тепловой режим дорог, расчеты по охлаждению ограждающих конструкций зданий, пропаривание железобетонных изделий, приготовление асфальтированных смесей, теплотехнические расчеты при зимней технологии строительства и др.) обычно применяют систему связанных дифференциальных уравнений и частных производных второго порядка гиперболического вида

$$\frac{\partial t}{\partial T} = a\frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + b\frac{\partial \omega}{\partial T}; \qquad \frac{\partial t}{\partial T} = a_1\frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} + a_1 b_1\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}, \tag{1.20}$$

где a, a_1 – коэффициенты температуро- и влагопроводности;

b – критерий теплообмена вследствие фазовых превращений (испарение, оттаивание, промерзание и др.) мигрирующего вещества;

b_1 – коэффициент термоградиентный влагопроводности.

В уравнении (1.20) коэффициенты a, b, a_1, b_1 – постоянны. Если они переменные, то система принимает более сложный вид.

Любые дифференциальные уравнения являются моделью целого класса явлений, т.е. совокупностью явлений, характеризуемых одинаковыми процессами. При интегрировании уравнений получают большое количество решений,
удовлетворяющих исходному дифференциальному уравнению.

Чтобы получить из множества возможных решений одно, удовлетворяющее только рассматриваемому процессу, необходимо задать

дополнительные условия к дифференциальному уравнению. Они должны четко выделить изучаемое явление из всего класса явлений. Условия, которые характеризуют все особенности данного уравнения, называются условиями однозначности и характеризуются следующими признаками: геометрией системы (форма и размеры тела); физическими свойствами тела (теплопроводность, влагопроводность, упругость, вязкость и т.д.); временными условиями, т.е. состоянием системы в начальный момент или распределением переменных величин по всему объему системы; граничными условиями, т.е. взаимодействия системы на границах с окружающей средой.

При решении задач типа (1.11)-(1.17) необходимо знать условия однозначности.

Начальные и граничные условия называют краевыми.

Задачи тепломассообмена и им подобные, относимые к задачам математической физики, эффективно решать операционными методами или методами интегрального преобразования Лапласа, Фурье, Бесселя и др.

Суть операционного преобразования заключается в переводе функции $f(t)$ переменного t, называемой начальной или оригиналом, в функцию $f^*(p)$ другого переменного p, называемую изображением. Это преобразование позволяет операции дифференцирования и интегрирования с оригиналом заменить простыми алгебраическими операциями с изображением. Изучают не саму функцию (оригинал), а ее измененное значение (изображение).

Преобразование осуществляется путем умножения начальной функции на другую и ее интегрирования. Так, преобразование Лапласа от функции $f(t)$ имеет вид

$$f^*(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t) dt , \qquad (1.21)$$

где p – комплексное число.

Функция $f^*(p)$ называется изображением функции $f(t)$ или изображением Лапласа. Использование $f^*(p)$ позволяет сложные операции дифференцирования и интегрирования $f(t)$ заменить простыми алгебраическими операциями с $f^*(p)$.

Выполнив простые операции с $f^*(p)$, производят обратный переход к $f(t)$.

Применение интегральных преобразований Лапласа имеет ряд преимуществ – простота, возможность решения задач с различными краевыми условиями и др.

Однако с помощью этого метода можно решать линейные задачи со сравнительно простыми краевыми условиями. При решении нелинейных задач со сложными краевыми условиями, точные аналитические методы встречают значительные трудности. В таких случаях для анализа моделей применяют численные методы. Например, в настоящее время широко используют метод конечных разностей (метод сеток). Суть его заключается в том, что производную заменяют приближенным выражением в виде разности значения

функции $y = f(x)$ в отдельных точках сетки. В результате этого, дифференциальное уравнение заменяют эквивалентным соотношением конечных разностей, которое решают с помощью простейших алгебраических выражений. Этот метод основан на замене непрерывного процесса изменения функции скачкообразным во времени и пространстве.

С помощью метода конечных разностей можно решать сложные задачи с постоянными и переменными коэффициентами. Особенно эффективен этот метод при использовании ЭВМ, существенно облегчающих вычислительные операции.

В строительстве и в геомеханике ряд задач исследуется с помощью интегральных уравнений, содержащих искомую функцию $\varphi(S)$ под знаком интеграла:

$$h(x)\varphi(x) = \lambda \int_a^S k(x,S)\varphi(S)ds = f(x), \qquad (1.22)$$

где $h(x), \varphi(S)$ – известные функции x;

λ – постоянный параметр, который называют собственным числом;

k (x, S) – заданная функция, которую называют ядром интегрального уравнения.

Если $h(x)$ = 0 или $h(x)$ = 1 то уравнение (1.22) преобразуется соответственно в уравнения Фредгольма первого или второго рода. Если при $S > x = 0$, ядро $k(x,S) = 0$, то верхний предел интегрирования равен x. Такие интегральные уравнения называют уравнениями Вольтера. В современной теории ползучести материалов широко используют интегральные уравнения Вольтерра и Фредгольма.

Общего метода решения интегральных уравнений даже линейного типа $h(x) = 0, \varphi(x) = 0$ не существует. Интегральное уравнение является решением дифференциального, например, решением дифференциального уравнения (1.3)

$$p = E_y S_y + \eta \frac{dS}{dt}$$

является интегральное уравнение

$$S = e^{-\frac{E_y t}{\eta}} (S_y + \frac{1}{\eta} \int_0^t pe^{-\frac{E_y t}{\eta}} dt. \qquad (1.23)$$

Если $p = p_0 = const$, имеем

$$S = \frac{P_0}{E_y}(1 - e^{-\frac{E_{yt}}{\eta}}).$$

Это позволяет сводить решение дифференциальных уравнений к решению интегральных и наоборот.

Одним из методов решения интегральных уравнений является метод последовательных приближений, который может быть иллюстрирован примером.

Пусть дано дифференциальное уравнение $y = b(x, y)$ с начальными условиями при $x = x_0, y = y_0$. Его можно представить в виде интегрального уравнения:

$$y = y_0 + \int_{x_0}^{x} b(x, y)dx. \qquad (1.24)$$

Подставляя под знак интеграла вместо y его начальное значение y_0, получаем

$$y_1 = y_0 + \int_{x_0}^{x} b(x, y_0)dx.$$

Таким же образом можно получить вторые и более высокие приближения, соответствующие $y = y_1; y = y_2$ и т.д.

Для решения интегральных уравнений применяется метод полуобращения, суть которого заключается в том, что ядро разбивается на две функции. Первая функция позволяет представить интегральное уравнение в виде схемы алгебраических уравнений, что упрощает ее решение. Вторая позволяет получить решение интегрального уравнения методом последовательных приближений. Многие задачи исследуются с помощью вариационного исчисления. Чтобы сформулировать задачу вариационного исчисления, вводят понятие функционала. Пусть имеем плоскую кривую $y = f(x)$ с областью определения $x_0 \le x \le x_1$ (рис.1 8). Нетрудно видеть, что длина кривой S_1, площадь P криволинейной трапеции, объем тела вращения V зависят от вида заданной кривой $y = f(x)$

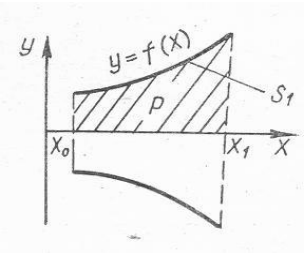


Рис.1.8. Схема к понятию функционала

$$S_1 = \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + [y'(x)]^2}\,dx; \quad P = \int_{x_0}^{x_1} y(x)dx; \quad V = \pi \int_{x_0}^{x_1} [y(x)]^2 dx. \qquad (1.25)$$

Таким образом, функция $y = f(x)$ однозначно определяет величину S_1, P, V, т.е. она играет роль своеобразного «аргумента».

В этом случае величины S_1, P, V называют функционалом относительно функции $y = f(x)$.

Суть задачи вариационного исчисления состоит в том, что если задан функционал $F(y')$ в области $x_0 \le x \le x_1$, то требуется найти такую функцию $y = f(x)$ в заданной области определения функционала $F(y)$, при которой этот функционал принимает минимальное или максимальное значение.

При исследовании процессов методами вариационного исчисления находят такие закономерности, при которых их развитие энергетически наиболее экономно. Очень часто они описываются экспоненциальными функциями или рядов со степенными, тригонометрическими и другими функциями, удовлетворяющими принципам вариационного исчисления.

В научных исследованиях широко используется теория функций комплексной переменной. В основе этой теории лежит положение о комфортном преобразовании, согласно которому две пересекающиеся кривые z_1z_2 и z_1z_3 из области Z всегда можно перенести в область W соответственно кривым w_1w_2 и w_1w_3, сохраняя равенство углов между кривыми в каждой паре. Это позволяет изменить координаты таким образом, чтобы упростить громоздкие математические преобразования.

Теория функций комплексной переменной используется, например, в теории упругости для определения концентраций напряжений в плоскости или пространстве, содержащем различные включения.

Выше были названы лишь основные методы аналитических исследований, применяющихся в науке.

1.2.2. Аналитические методы исследований с использованием экспериментов

Физические процессы можно исследовать аналитическими или экспериментальными методами.

Аналитические зависимости позволяют изучать процессы в общем виде на основе функционального анализа уравнений и являются математической моделью класса процессов.

Математическая модель может быть представлена в виде функции, уравнения, в виде системы уравнений, дифференциальных или интегральных уравнений. Такие модели обычно содержат большое количество информации. Характерной особенностью математических моделей является то, что они могут быть преобразованы с помощью математического аппарата.

Так, например, функции можно исследовать на экстремум; дифференциальные или интегральные уравнения можно решить. При этом исследователь получает новую информацию о функциональных связях и свойствах моделей.

Использование математических моделей является одним из основных методов современного научного исследования. Однако, ему свойственны существенные недостатки. Для того, чтобы из всего класса найти частное решение, присущее лишь данному процессу, необходимо задать условия однозначности. Установление краевых условий требует проведения достоверного опыта и тщательного анализа экспериментальных данных. Неправильное принятие краевых условий приводит к тому, что подвергается теоретическому анализу не тот процесс, который планируется, а видоизмененный.

Кроме указанного недостатка аналитических методов, во многих случаях отыскать аналитические выражения с учетом условий однозначности, наиболее реально отображающие физическую сущность изучаемого процесса, или вообще невозможно или чрезвычайно затруднительно.

Иногда, исследуя сложный физический процесс при хорошо обоснованных краевых условиях, упрощают исходные дифференциальные уравнения из-за невозможности или чрезмерной громоздкости их уравнения, что искажает его физическую сущность. Таким образом, очень часто реализовать аналитические зависимости сложно.

Экспериментальные методы позволяют глубоко изучить процессы в пределах точности техники эксперимента и сконцентрировать внимание на тех параметрах процесса, которые представляют наибольший интерес. Однако результаты конкретного эксперимента не могут быть распространены на другой процесс, даже близкий по физической сущности, потому что результаты любого эксперимента отображают индивидуальные особенности лишь исследуемого

процесса. Из опыта еще невозможно окончательно установить, какие из параметров оказывают решающее влияние на ход процесса и, как будет протекать процесс, если изменять различные параметры одновременно. При экспериментальном методе каждый конкретный процесс должен быть исследован самостоятельно.

В конечном счете, экспериментальные методы позволяют установить частные зависимости между отдельными переменными в строго определенных интервалах их изменения.

Анализ переменных характеристик за пределами этих интервалов может привести к искажению зависимости, грубым ошибкам.

Таким образом, и аналитические, и экспериментальные методы имеют свои преимущества и недостатки, которые часто затрудняют эффективное решение практических задач. Поэтому чрезвычайно плодотворным является сочетание положительных сторон аналитических и экспериментальных методов исследования.

Явления, процессы изучаются не изолированно друг от друга, а комплексно. Различные объекты с их специфическими переменными величинами объединяются в комплексы, характеризуемые едиными законами. Это позволяет распространить анализ одного явления на другие и целый класс

аналогичных явлений. При таком принципе исследований уменьшается число переменных величин, они заменяются обобщенными критериями. В результате, упрощается искомое математическое выражение. На этом принципе основаны методы сочетания аналитических способов исследования с экспериментальными методами аналогии, подобия, размерностей, являющихся разновидностью методов моделирования.

Суть метода аналогии рассмотрим на примере. Тепловой поток зависит от температурного перепада (закон Фурье)

$$q_T = -\lambda \frac{dt}{dx}.$$

Здесь λ – коэффициент теплопроводности.

Массоперенос или перенос вещества (газа, пара, влаги) определяется перепадом концентрации вещества C (закон Фика):

$$q_B = -\mu \frac{dC}{dx},$$

где μ – коэффициент массопереноса.

Перенос электричества по проводнику с погонным сопротивлением обуславливается периодом напряжения (закон Ома):

$$q_Э = -\frac{1}{\rho}\frac{du}{dx},$$

где ρ – коэффициент электропроводности.

Все эти рассматриваемые явления характеризуются различными физическими процессами, но имеют идентичные математические выражения, т.е. их можно исследовать методом аналогий.

В зависимости от того, что принимается за оригинал и модель, могут быть различные виды моделирования методом аналогий. Так, если тепловой поток q_T изучают на модели с движением жидкости q_B, то моделирование называют гидравлическим; если тепловой поток исследуют на электрической модели, моделирование называют электрическим. Моделирование может быть механическим, акустическим и др.

Идентичность математических выражений процессов оригинала и модели не означает, что эти процессы абсолютно аналогичны. Для того, чтобы на модели максимально моделировать изучаемый процесс оригинала, необходимо соблюдать критерий аналогий. Так, сравнивать q_T и $q_Э$, коэффициенты теплопроводности λ и электропроводности ρ, температуру t и напряжение u

нет смысла. Для устранения этой несопоставимости оба уравнения необходимо представить в безразмерных величинах: каждую переменную величину $П$ представить в виде произведения постоянной размерности $П_{\text{П}}$ на переменную безразмерную $П_{\text{б}}$:

$$П = П_{\text{П}} П_{б}. \tag{1.26}$$

Имея в виду (1.26), выражения для $q_{\text{т}}$ и $q_{\text{э}}$ запишем в виде

$$q_{\text{т}T} = q_{\text{тп}} q_{\text{т}б}; \quad \lambda = \lambda_{\text{П}} \lambda_{б}; \quad t = t_{\text{П}} t_{б}; \quad x = x_{\text{П}} x_{б};$$
$$q_{\text{э}} = q_{\text{эп}} q_{\text{э}б}; \quad \gamma = \gamma_{\text{П}} \gamma_{б}; \quad u = u_{\text{П}} u_{б}.$$

После простых преобразований имеем

$$[\frac{q_{\text{тп}} x_{П}}{\lambda_{\text{П}} t_{\text{П}}}] q_{\text{т}б} = \lambda_{б} \frac{dt_{б}}{dt_{б}}; \qquad [\frac{q_{\text{эп}} x_{П}}{\gamma_{\text{П}} un}] q_{\text{э}б} = \gamma_{б} \frac{du_{б}}{dx_{б}}.$$

Оба выражения записаны в безразмерном виде и их можно сравнивать. Уравнения будут идентичны, если

$$[\frac{q_{\text{тп}} x_{\text{П}}}{\lambda_{\text{П}} t_{\text{П}}}] = [\frac{q_{\text{эп}} x_{\text{П}}}{\gamma_{\text{П}} u_{\text{П}}}].$$

Это равенство называют критерием аналогий. С его помощью устанавливают параметры модели по исходному уравнению объекта.

Количество критериев аналогии на единицу меньше числа членов изучаемого исходного выражения. Поскольку число неизвестных больше числа уравнений, то некоторыми параметрами модели задаются. Обычно это время наблюдения или протекания процесса на модели. Оно должно быть удобным для наблюдения оператору.

В настоящее время широко распространено электрическое моделирование. Рассмотрим его пример.

Необходимо изучить закономерности колебания массы m, подвешенной параллельно упругой пружиной и демпфером к плоскости. Для этой системы дифференциальное уравнение имеет вид

$$m \frac{d^2 S}{dT^2} + \alpha \frac{dS}{dt} + \frac{1}{\beta} S = F(T), \tag{1.27}$$

где α – коэффициент демпфирования;

S – механическое перемещение;

β – коэффициент, характеризующий упругость пружины (деформация пружины при действии единицы силы);

$F(T)$ – сила, прилагаемая к системе.

Чтобы определить параметры $m, \alpha, \beta,$ уравнение (1.27) можно исследовать методом электрических аналогий. Для электрической модели цепи уравнение имеет вид

$$c_1 \frac{d^2 f}{dt_1} + \frac{1}{R}\frac{df}{dt_1} + \frac{1}{l} f = i(t_1), \qquad (1.28)$$

где c_1 – емкость конденсатора;

f – магнитный поток;

t_1 – время процесса в электросети;

R, l – резистор, индуктивность;

i – ток электросети.

После соответствующих преобразований (см. выше пример) безразмерные уравнения запишем так

$$[\frac{m_p}{\alpha_p t_p}] = [\frac{c_{1p} R_p}{t_{1p}}]; \quad [\frac{t_p}{\alpha_p \beta_p}] = [\frac{R_p t_{1p}}{l_p}]; \quad [\frac{f_p t_p}{s_p \alpha_p}] = [\frac{R_p i_p t_{1p}}{f_p}]. \qquad (1.29)$$

Выбор критериев (1.29) представляет определенные трудности. Чтобы упростить построение модели, пользуются системой масштабных уравнений.

Поскольку механический (оригинал) и электрический (модель) процессы аналогичны, то переменные величины этих систем изменяются во времени закономерно в определенном соотношении – масштабе.

Масштабный коэффициент той или иной переменной величины представляет собой отношение переменных величин модели и оригинала

$$M_f = \frac{f}{s}; \quad M_t = \frac{t_1}{t}; \quad M_i = \frac{i}{F},$$

где M_f, M_t, M_i – масштабы переменных величин.

С учетом масштабных переменных уравнения для модели и оригинала следующие:

$$\frac{c_1 R}{M_t}\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{ds}{dt} + \frac{R M_t}{l} s = \frac{R M_i}{M_f}; \quad \frac{m}{\alpha}\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{ds}{dt} + \frac{1}{\alpha\beta} s = \frac{1}{\alpha} F.$$

Эти уравнения тождественны, если

$$[\frac{c_1 R}{M_t}] = [\frac{m}{\alpha}]; \quad [\frac{RM_t}{l}] = [\frac{1}{\alpha\beta}]; \quad [\frac{RM_t M_i}{M_f}] = [\frac{1}{\alpha}]. \qquad (1.30)$$

Масштабные системы (30) идентичны критериям аналогов (1.29), но в более простой форме.

С помощью системы масштабных уравнений (1.30) вычисляют параметры модели, а на основе предельных отклонений переменных величин оригинала и модели – масштабные коэффициенты.

Задаваясь средними значениями параметров оригинала, по (1.30) вычисляют средние значения параметров модели и проектируют электрическую цепь. Далее оригинал исследуют на модели. Варьируя l, R, c, на модели изучают параметры m, α, β оригинала.

С помощью электрического моделирования можно изучать, анализировать различные физические процессы, которые описываются математическими зависимостями. Это моделирование универсально, простое в эксплуатации, не требует громоздкого оборудования.

При электрическом моделировании применяют аналоговые машины (АВМ). Под АВМ понимают определенное сочетание различных электрических элементов, в которых протекают процессы, описывающиеся математическими зависимостями, аналогичными для изучаемого объекта (оригинала). При этом должны соблюдаться масштабные коэффициенты независимых и переменных величин аналога и оригинала.

АВМ применяют для исследования определенного класса задач. Решение задач производится так, что можно одновременно получить значение искомых величин в различных зонах (точках) системы. С помощью АВМ можно решать задачи в различном масштабном времени, в том числе и ускоренном, что в ряде случаев представляет большой научный интерес. Простота решения задач, быстрая обработка информации, возможность решения сложных задач обуславливают широкое применение АВМ. Различают АВМ общего и специального назначения. АВМ общего назначения решают дифференциальные уравнения высоких порядков (более 50) и предназначены для различных целей: расчеты сетевых графиков, напряжений в основаниях и т.д.

При решении задач с уравнениями до 10-го порядка используют машины малой мощности МН-7; МН-10; ЭМУ-6 и др.; до 20-го порядка – средней мощности МН-14; ЭМУ-10 и др.

Для простых задач применяют обычно метод сплошных сред с использованием электропроводящей бумаги (плоская задача) или электролитических ванн (объемная задача). Модель изготовляют из токопроводной бумаги одинаковой электропроводимости. Геометрию объекта моделируют в определенном масштабе. К концам фигуры присоединяют

электроды, моделирующие краевые условия. При моделировании процессов с токопроводными жидкостями (электролитами) ванны заполняют слабыми растворами солей, кислот, щелочей и др. Неоднородное поле моделируют с применением электролита разной концентрации. Метод сплошных сред предназначен для решения задач теплопроводности, распределения напряжений и др. Он прост, но ограничен решением краевых задач Лапласа.

В методе электрических сеток дифференциальные уравнения преобразуют в систему линейных, решаемых способом конечных разностей. С помощью сеточных моделей на электроинтеграторах можно исследовать стационарные и нестационарные задачи.

Широко распространенным методом моделирования является электрогидродинамическая аналогия. Она основана на электрическом моделировании движения жидкости, пара или газа и широко применяется для исследования водного режима оснований зданий, сооружений, плотин и т.д.

Часто также пользуются методом гидравлического моделирования на гидроинтеграторах. Гидроинтеграторы – это приборы, в которых вода передвигается по системе соединенных между собой трубок и узлов. Изучаемые постоянные и переменные величины моделируются напорами, уровнями и расходами воды в сосудах.

Интегратор состоит из множества узлов m (рис.1. 9).

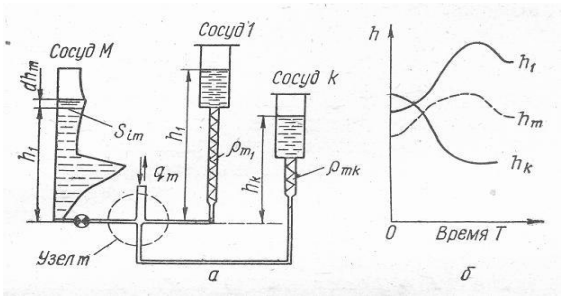


Рис.1.9. Схема гидроинтегратора (*а*) и изменение уровня жидкости в сосудах во времени (*б*):
М-сосуд с переменным сечением; 1, 2, …*к* – сосуды, соединенные с сосудом М через узел *m*;
S_{im}-сечение сосуда М на высоте h_1;
ρ_{im} - сопротивление течения жидкости в сосуде i; q_m – расход жидкости в сосуде m.

В каждом таком узле баланс воды равен

$$S_{im}\frac{dh_1}{dT} = q_i + \sum_1^n \frac{h_m - h_i}{\rho_i}, \qquad (1.31)$$

где S_{im} – площадь сечения сосуда;

$h_i .. h_m$ – уровни воды в сосудах;

ρ_i – гидравлическое сопротивление (разность напора для пропуска единичного расхода);

q_i – расход воды.

При постоянном уровне воды в сосуде h_i или постоянстве площади этого сосуда имеет место

$$q_i + \sum_1^n \frac{h_m - h_i}{\rho_i} = 0. \qquad (1.32)$$

Если задано h_i в начальный момент времени $T = 0$, определение функции $\frac{dh}{dT}$ имеет место интегрирование уравнения (1.31), т. е. регистрацию напоров и

уровней воды на гидроинтеграторе. Для частного случая (1.32) интегрирование сводится к решению алгебраических выражений на гидроинтеграторе.

Если имеется несколько узлов N, то решение системы с N уравнений переноса тепла, влаги, вещества на интеграторе сводится к наблюдению уровней воды в сосудах.

Параметры уравнений можно сравнительно просто изменять, меняя на интеграторе число узлов, сечения сосудов, гидравлические сопротивления, расходы воды. Очень легко задавать различные начальные и граничные условия,
изменяя начальные уровни воды в сосудах.

Метод гидравлического моделирования позволяет решать различные задачи: стационарные и нестационарные; одно-, двух и трехмерные; с постоянными и переменными коэффициентами; для однородного и неоднородного поля; т.е. является универсальным. Он широко применяется при решении различных задач в области строительства: расчете температур и напряжений в различных конструкциях зданий и сооружений; анализе процесса увлажнения и влагонакопления в основаниях зданий, дорог и т. д.; анализе процессов деформирования и разрушения конструкций; оценке температурного поля при пропаривании железобетонных изделий; определении физико-тепловых характеристик материалов и конструкций; расчете теплового режима зданий, дорог и других сооружений при климатических воздействиях для изучения фильтрации воды в гидротехнических сооружениях; расчете промерзания грунтов полотна и оснований сооружений и в других случаях.

Данный метод характеризуется доступностью программирования, простотой решения сложных задач, хорошей наглядностью протекаемых процессов, достаточно высокой точностью расчетов, возможностью остановить и повторить процесс на модели. Однако, оборудование для этого метода громоздко, выпускается пока в ограниченном количестве.

Теория подобия – это учение о подобии явлений. Она наиболее эффективна в том случае, когда на основе решения дифференциальных уравнений зависимости между переменными отыскать невозможно. Тогда необходимо провести предварительный эксперимент и, воспользовавшись его данными, составить с применением метода подобия уравнение (или систему уравнений), решение которого можно распространить за пределы границ эксперимента. Этот метод теоретического исследования явлений и процессов возможен лишь на основе комбинирования с экспериментальными данными.

Суть теории подобия рассмотрим на простом примере. Пусть имеется ряд прямоугольников. Это класс плоских фигур, поскольку они объединены общими свойствами – имеют по четыре стороны и четыре прямых угла. Из этого класса можно выделить только единственную фигуру, которая имеет конкретное значение сторон l_1 и l_2. Численные значения l_1 и l_2 определяют условия однозначности. Если стороны l_1 и l_2 умножать на величину K_e, которой можно придать любое значение, то получим серию подобных плоских фигур, объединяемых в определенную группу:

$$\frac{l_1'}{l_2'} = \frac{l_1''}{l_2''} = \frac{l_1'''}{l_2'''} \ldots = K_e. \qquad (1.33)$$

Величины K_e называют критериями подобия.

Такой способ приведения подобия применим не только для плоских, объединенных фигур, но и для различных физических величин: времени $K_m = \frac{T''}{T'}$, давлений $K_p = \frac{p''}{p'}$, вязкостей $K_\mu = \frac{\mu''}{\mu'}$, температуропроводности $K_a = \frac{a''}{a'}$ и т. д.

Критерии подобия создают внутри данного класса явлений группы путем преобразования условий однозначности в подобные системы. Все явления, входящие в одну группу, подобны и отличаются только масштабами. Таким образом, любое дифференциальное уравнение характерно для класса неподобных явлений. Это же уравнение с граничными условиями и критериями подобия характерно лишь для группы подобных явлений. Если граничные условия представлены без критерия подобия, то дифференциальное уравнение можно применить для анализа лишь частного случая.

Теория подобия базируется на трех теоремах.

Теорема 1. (М.В. Кирпичева и А.А. Гухмана.). Два физические явления подобны, если они описываются одной и той же системой дифференциальных уравнений и имеют подобные (граничные) условия однозначности, и их определяющие критерии подобия – численно равны.

Теорема 2. Если физические процессы подобны, то критерии подобия этих процессов равны между собой.

Теорема 3. Уравнения, описывающие физические процессы, могут быть выражены дифференциальной связью между критериями подобия.

В группе подобных между собой явлений, отличающихся только масштабом, можно распространять результаты единичного эксперимента.

При использовании теории подобия удобно оперировать критериями подобия, которые обозначаются двумя латинскими буквами фамилий ученых.

Рассмотрим некоторые критерии подобия.

Изучая потоки жидкостей, применяют критерий Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{\omega l}{\nu}, \qquad (1.34)$$

где ν – динамическая вязкость;

ω – скорость движения;

l – расстояние, толщина, диаметр трубопровода.

Критерий Re является показателем отношения сил инерции к силам трения.

Критерий Эйлера

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho\omega}. \qquad (1.35)$$

Здесь ΔP – период давления при движении жидкости в трубопроводе вследствие трения;

ρ – плотность.

В тепломассопереносе применяют различные критерии.

Критерий Фурье

$$Fo = \frac{a\tau}{l^2}, \qquad (1.36)$$

где a – критерий температуро- или влагопроводности;

τ – время;

l – характерный размер тела (длина, радиус).

Этот критерий характеризует скорость выравнивания тепла в данном теле.

Критерий Лыкова

$$Lu = \frac{a_1}{a}. \qquad (1.37)$$

Здесь a, a_1 – коэффициенты тепло- и массопереноса.

Данный критерий характеризует интенсивность изменения массопереноса (влаги, пара) относительно теплопереноса. Он изменяется в широких пределах (от 0 до 1000).

Критерий Кирпичева

$$K_i = \frac{q(T)l}{\lambda\Delta T}, \qquad (1.38)$$

где $q(T)$ – поток тепла.

Этот критерий характеризует отношение потока тепла, подводимого к поверхности тела, к потоку тепла, отводимого внутрь тела.

Все приведенные, а также другие критерии имеют безразмерный вид. Они независимы друг от друга, поэтому их сочетание дает новые критерии.

При исследовании явлений и процессов удобно использовать критерии подобия. Экспериментальные данные обрабатывают в виде обобщенных безразмерных переменных и составляют уравнения в критериальной форме, т.е. в дифференциальные уравнения вместо переменных l, a, τ, ρ, p и т.д. ставят критерии подобия. Далее приступают к решению теоретического уравнения в критериальном виде. Полученное аналитическое решение позволяет распространить результаты единичного опыта на группу подобных явлений и анализировать переменные величины за пределами эксперимента.

Критерии подобия применяются для решения дифференциальных уравнений со многими переменными. В этом случае уравнения и граничные условия целесообразно представлять в критериальном безразмерном виде, хотя это иногда и нелегко. Решение уравнений в безразмерном виде менее трудоемко, поскольку число переменных уменьшается, аналитическое выражение упрощается, а объем расчетов существенно снижается. Все это упрощает составление графиков и номограмм. Поэтому умение составлять дифференциальные уравнения в критериальном виде, решать их и анализировать представляет большой интерес для научного работника.

В ряде случаев встречаются процессы, которые не могут быть непосредственно описаны дифференциальными уравнениями. Зависимость между переменными величинами в таких процессах, в конечном счете, можно установить лишь экспериментально. Чтобы ограничить эксперимент и отыскать связь между основными характеристиками процесса, эффективно применять метод анализа размерностей, который сочетает теоретические исследования с экспериментами и позволяет составить функциональные зависимости в критериальном виде.

Пусть известна в общем виде функция F для какого-либо сложного процесса

$$F = f(n_1, n_2, \ldots, n_k), \tag{1.39}$$

содержащая n неизвестных постоянных или переменных размерных величин. Необходимо отыскать F и найти ее зависимость от основных переменных.

Значения $n_1, \ldots, n_k$ имеют определенную размерность единиц измерения. Метод размерностей предусматривает выбор из числа $к$ трех основных независимых друг от друга единиц измерения. Остальные $к$ – 3 величины, входящие в функциональную зависимость (1.34), должны иметь размерности, выраженные через три основные. При этом основные величины выбирают так, чтобы остальные $к$– 3 были представлены в функции F как безразмерные, в критериях подобия.

При этом функции (1.34) принимает вид

$$\frac{F}{a^x b^y c^z} = f\left(1,1,1, \frac{A}{a^{x1} b^{y1} c^{z1}}, \frac{B}{a^{x2} b^{y2} c^{z2}}, \frac{C}{a^{x3} b^{x3} c^{x3}}\right). \tag{1.40}$$

Три единицы означают, что первые три числа являются отношением n_1, n_2, n_3 к соответственно равным значениям a, b, c.

Выражение (1.40) анализируют по размерностям величин. В результате устанавливают численные значения показателей степени $x \ldots x_3, y \ldots y_3, z \ldots z_3$ и определяют критерии подобия. Например, при обтекании опоры моста водой со скоростью V (м/сек) на поверхность площадью S (м^2) действует сила F_0 (кгм/с^2). Плотность воды ρ (кг/м^3).

Функциональную зависимость можно записать так:

$$F_0 = f(V, S, \rho, \mu, q, p, \frac{l}{B}),$$

где $\frac{l}{B}$ – отношение высоты к ширине опоры моста. Эта величина безразмерна, остальные шесть переменных имеют размерность.

Переменные размерные величины μ, q, p, как и V, S, ρ, подлежат изучению при условии, что функция F_0 ,будет представлена в критериальном виде.

При использовании метода анализа размерностей возможны лишь три безразмерные величины. Применительно к (40) запишем

$$\frac{F_0}{V^x S^y \rho^z} = f(1,1,1\frac{\mu}{V^{x1} S^{y1} \rho^{z1}}, \frac{q}{V^{x2} S^{y2} \rho^{z2}}, \frac{P}{V^{x3} S^{y3} \rho^{z3}}, \frac{l}{B}).$$

В качестве основных размерностей принимаем м/с, м^2, кг/м^3, т.е. для V, S, ρ. При этом $[F] = [V^x, S^y, \rho^z]$ или кгм/с^2 = (м/с)^x · (м^2)^y · (кг/м^3)^z.

Из этого выражения находим показатели степеней, принимая числитель со знаком «+», знаменатель – со знаком «– » : показатель кгм – (1= Z); показатель м – (1 = x+2y–3z); показатель с – (– 2 = – x).

Отсюда имеем $x = 2, y = 1, z = 1$.

Таким же образом

$$x_1 = 1; y_1 = 0{,}5; z_1 = 1;$$
$$x_2 = 2; y_2 = -0{,}5; z_2 = 0;$$
$$x_3 = 2; y_3 = 0; z_3 = 1.$$

Отсюда запишем $n = \frac{F}{V^2 S \rho}, n_4 = \frac{\mu}{V \rho \sqrt{S}}, n_5 = \frac{q\sqrt{S}}{V^2}, n_6 = \frac{p}{\rho V^2}$,

где μ – вязкость воды;

q – ускорение силы тяжести;

p – давление.

Выражение n_4 и n_6 представляют собой критерии подобия Рейнольдса и Эйлера, а n_5 – критерий Фруда Fr.

В результате исследуемая функция принимает вид

$$\frac{F}{V^2 S \rho} = f(\mathrm{Re}, Fr, Eu, \frac{l}{B}).$$

Эта формула позволит исследовать процесс обтекания опоры моста в различных вариантах размеров $l, B,$ скоростей V при условии равенства критериев подобия. Ее можно также использовать для анализа процесса методом теории подобия на моделях.

1.2.3. Вероятностно-статистические методы исследований

В научных исследованиях рассматриваются не только детерминированные, но и случайные вероятностные (стохастические) процессы.

В горном деле (производстве) процессы выполняются в условиях непрерывно меняющейся обстановки (переброска бригад на объекты, вынужденные простои машин, перебои с поставками материалов, неравномерная работа транспорта, непрерывное изменение микроклиматических факторов и т.д.). Те или иные события могут произойти или не произойти. В связи с этим приходится анализировать случайные, вероятностные или стохастические связи, в которых каждому аргументу соответствует множество значений функции. Наблюдения показали, что, несмотря на случайный характер связи, рассеивание имеет вполне определенные закономерности. Для таких статистических законов теория вероятностей позволяет предсказать исход не одного какого-либо события, а средний результат случайных событий и тем точнее, чем больше число анализируемых явлений. Несмотря на случайный характер событий, они подчиняются определенным закономерностям, рассматриваемым в теории вероятностей.

Теория вероятностей является математическим отражением законов, изучает случайные события и базируется на следующих основных показателях.

Под совокупностью понимают множество однородных событий. Совокупность случайной величины X составляет первичный статистический материал. Совокупность, содержащая самые различные варианты массового явления, называют генеральной совокупностью или большой выборкой N. Обычно изучают лишь часть генеральной совокупности, называемой выборочной совокупностью или малой выборкой N_1.

Вероятностью $P(x)$ события X называют отношение числа случаев $N(x)$, которые приводят к наступлению события X к общему числу возможных случаев N:

$$P(x) = \frac{N(x)}{N}. \qquad (1.41)$$

Теория вероятностей рассматривает теоретические распределения случайных величин и их характеристики. Математическая статистика занимается способами обработки и анализа эмпирических событий. Эти две родственные науки составляют единую математическую теорию массовых

случайных процессов, широко применяемую для анализа научных исследований.

В математической статистике важное значение имеет понятие о частоте события $\bar{y}(x)$, представляющего собой отношение числа случаев $n(x)$, при которых имело место событие, к общему числу событий n :

$$\bar{y}(x) = \frac{n(x)}{n}. \qquad (1.42)$$

При неограниченном возрастании числа событий, частота $\bar{y}(x)$ стремится к вероятности $P(x)$.

Допустим, имеются статистические наблюдения за количеством автомобилей x_i, прибывающих ежечасно на склад (табл.1.3).

Таблица 1.3

Данные для определения вероятности события

Количество автомобилей x_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Частота абсолютная y_1	2	4	10	14	7	5	4	3	1	0
Частота относительная $\bar{y}_{0i}$	0,04	0,08	0,20	0,28	0,14	0,10	0,08	0,06	0,02	

Абсолютная частота y_i или относительная $\bar{y}_{0i} = \frac{y_i}{\sum y_i}$ характеризует вероятность появлений случайной величины. Относительные частоты представляют собой ряд распределения (рис.1. 10), а плавная кривая – закон (функцию) распределения $F(x)$.

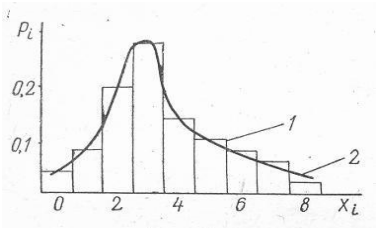


Рис.8.Общий вид распределения случайных величин:
1 – гистограмма;
2 – кривая распределения.

Вероятность случайной величины (события) – это количественная оценка возможности ее появления. Достоверное событие имеет вероятность $P = 1$, невозможное событие – $P = 0$.

Следовательно, для случайного события $0 \le P(x) \le 1$, а сумма вероятностей всех возможных значений

$$\sum_{0}^{n} P_i = 1. \qquad (1.43)$$

В исследованиях иногда недостаточно знать одну функцию распределения. Необходимо еще иметь ее характеристики: среднеарифметическое, математическое ожидание, дисперсию, размах ряда распределения.

Пусть среди n событий случайная величина x_1 повторяется n_1 раз, величина $x_2 - n_2$ раза и т.д. Тогда среднеарифметическое значение $\bar{x}$ имеет вид:

$$\bar{x} = \sum_{1}^{n} x_i \,. \tag{1.44}$$

Размах можно использовать для ориентировочной оценки вариации ряда событий

$$R = x_{\max} - x_{\min}, \tag{1.45}$$

где $x_{\max}, x_{\min}$ – максимальное и минимальное значение измеренной величины или погрешности.

Если вместо эмпирических частот $y_1 \ldots y_n$ принять их вероятности $P_1 \ldots P_n$, то получим важную характеристику функции распределения – математическое ожидание:

$$m(x) = \sum_{1}^{n} x_i P_i \tag{1.46}$$

Пример: Имеется 5 измерений одной выборки:

$x_1 = 1;$ $x_2 = 2;$ $x_3 = 3;$ $x_4 = 4;$ $x_5 = 5;$

$P_1 = 0{,}1;$ $P_2 = 0{,}15;$ $P_3 = 0{,}45;$ $P_4 = 0{,}30;$ $P_5 = 0.$

Среднее значение $\bar{x} = \dfrac{15}{5} = 3{,}0$.

По формуле (46) математическое ожидание равно

$$m(x) = 1 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}15 + 3 \cdot 0{,}45 + 4 \cdot 0{,}30 + 5 \cdot 0 = 2{,}95 \,.$$

Для непрерывных случайных величин математическое ожидание равно

$$m(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xP(x)dx \,, \tag{1.47}$$

т.е. оно равно действительному значению $x_д$ наблюдаемых событий.

Таким образом, если систематические погрешности измерений полностью исключены, то истинное значение измеряемой величины равно математическому ожиданию, а соответствующая ему абсцисса называется центром распределения.

Дисперсия характеризует рассеивание случайной величины по отношению к математическому ожиданию и вычисляется с помощью формулы

$$Д(x) = \sum_{1}^{n} (x_i - m(x))^2 P_i . \qquad (1.48)$$

Для рассмотренного выше примера

$$Д(x) = (1-2{,}95)^2 \cdot 0{,}10 + (2-2{,}95)^2 \cdot 0{,}15 + (3-2{,}95)^2 0{,}45 +$$
$$+ (4-2{,}95)^2 \cdot 30 + (5-2{,}95)^2 \cdot 0 = 0{,}83.$$

Важной характеристикой теоретической кривой распределения является среднеквадратичное отклонение или стандарт:

$$\sigma(x) = \sqrt{Д(x)}. \qquad (1.49)$$

В данном случае $\sigma(x) = 0{,}911$.

Площадь, расположенная под кривой распределения, соответствует единице вследствие того, что кривая охватывает все значения случайных величин, т.е. все результаты измерений. Для одной и той же площади можно построить большое количество кривых распределения, т.е. они могут иметь различное рассеяние. Мерой рассеяния (точности измерений) является дисперсия или среднеквадратичное отклонение.

Коэффициент вариации

$$\kappa_B = \frac{\sigma}{m(x)} \qquad (1.50)$$

применяется для сравнения интенсивности рассеяния в различных совокупностях, определяется в относительных единицах, $\kappa_в < 1$. В нашем случае $\kappa_в = 0{,}30$.

Выше были рассмотрены основные характеристики теоретической кривой распределения, которые характеризует теория вероятностей. В статистике оперируют с эмпирическими распределениями. Основной задачей статистики является подбор теоретических кривых по имеющемуся эмпирическому закону распределения.

Пусть в результате n измерений случайной величины получен вариационный ряд $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$. Первичная обработка таких рядов сводится к следующему:

группируют x_i в интервалы и устанавливают для каждого из них частоты y_i и $\bar{y}_{0i}$;

по значениям x_i и $\bar{y}_{0i}$ строят ступенчатую гистограмму частот;

вычисляют характеристики эмпирической кривой распределения.

Основными характеристиками эмпирического распределения является среднеарифметическое значение

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} x_i, \qquad (1.51)$$

дисперсия

$$Д = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \qquad (1.52)$$

и среднеквадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{Д} \ .$$

Значениям $\bar{x}, Д, \sigma$ эмпирического распределения соответствуют величины $\bar{x}, Д(x), \sigma(x)$ теоретического распределения.

Рассмотрим основные теоретические кривые распределения.

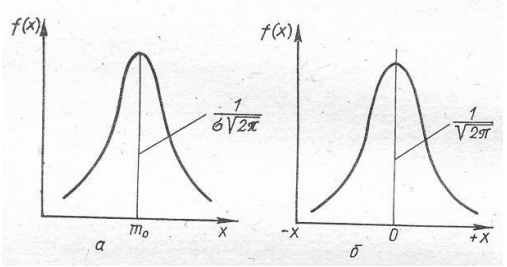


Рис.1 11. Общий вид кривой нормального распределения

Наиболее часто в исследованиях применяют закон нормального распределения (рис.1 11)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{(x - m(x))^2}{2\sigma^2}]. \qquad (1.53)$$

Это уравнение соответствует функции нормального распределения при $m(x) \neq 0$.

Если совместить ось ординат с точкой m_0, т.е. $m(x) = 0$, и принять $\sigma^2 = 1$, то закон нормального распределения описывается зависимостью (за единицу масштаба принята дисперсия σ^2).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2}). \qquad (1.54)$$

Эта формула более проста и чаще применяется при анализе.

Для оценки рассеяния обычно пользуются величиной σ.

Чем меньше σ, тем меньше рассеяние т.е. большинство наблюдений мало отличается друг от друга (рис. 1.12).

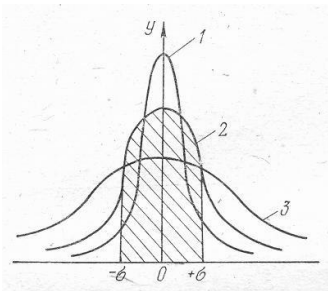


Рис. 1.12. Характер рассеяния кривой нормального распределения: $1-\sigma=0{,}5$; $2-\sigma=1{,}0$;

С увеличением σ рассеяние возрастает, вероятность появления больших погрешностей увеличивается, а максимум кривой распределения (ордината), равный $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, уменьшается. Поэтому величину $y=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ при $\sigma=1$ или $y=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ называют мерой точности.

Таким образом, чем меньше σ, тем больше сходимость результатов измерений, а ряд измерений более точен. Как видно из уравнений (1.53), (1.54), среднеквадратичное отклонение определяет закон распределения.

Среднеквадратичное отклонение $+\sigma$ и $-\sigma$ соответствует точкам перегиба кривой (заштрихованная площадь на рис.1. 12). Вероятность того, что случайные события не выйдут за эти пределы, равен 0,683. В общем случае, для предела $\pm t\sigma$ вероятность того, что событие x_i попадет в данный предел, вычисляется по распределению Лапласа

$$\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-x_i^2}\,dx. \qquad (1.55)$$

Функция $\Phi(x)$ табулирована и используется в исследованиях.

При анализе многих случайных дискретных процессов пользуются распределением Пуассона. Например, поток автомобилей, прибывающий на асфальтобетонный завод, поток автомобилей перед светофором и другие краткосрочные события, протекающие в единицу времени.

Вероятность появления числа событий $x=1,2,3,\ldots$ в единицу времени выражается законом Пуассона (рис.1. 13)

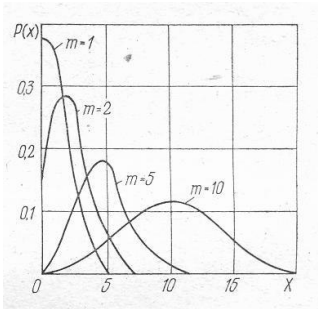


Рис. 1.13. Общий вид кривой распределения Пуассона

$$P(x)=\frac{m^x}{x!}e^{-m}=\frac{(\lambda t)^x}{x!}e^{-\lambda t}, \qquad (1.56)$$

где x – число событий за данный отрезок времени t;

λ – плотность, т.е. среднее число событий за единицу времени;

λt – среднее число событий за время $t, \lambda t = m.$

Распределение Пуассона относят к редким событиям, т.е. $P(x)$ – вероятность того, что событие в период какого-то испытания произойдет x раз при очень большом числе измерений m. Для закона Пуассона дисперсия равна

математическому ожиданию числа наступления событий за время t, т.е. $\sigma^2 = m$. Как видно из формулы (56), пуассоновский процесс можно задать двумя параметрами x и m. Табличные значения вероятностей $P(x)$ для x от 0 до 25 и m от 0,1 до 18 составляет соответственно от 0,904 до 0,023.

Рассмотрим пример. С помощью наблюдений установлено, что за пять минут на погрузку под экскаватор поступает 6 самосвалов. Какова вероятность поступления 10 автомобилей за 5 минут? В этом случае

$$x = 10; \quad \lambda t = 6; \quad P(x) = \frac{6^{10} \cdot e^{-6}}{10!} = 0{,}041.$$

Как видно, эта вероятность очень мала.

Рассмотрим второй пример. Вероятность возникновения брака составляет 0,02. Какова вероятность того, что в партии из 100 единиц окажется 5 бракованных изделий? имеем 100·0,02=2; $x = 5$, тогда

$P(x) = \frac{2^{-5} e^{-2}}{5} = 0{,}036$, т.е. вероятность очень мала.

Для исследования количественных характеристик некоторых процессов (время обслуживания строительных машин в ремонтных мастерских и автомобилей на станциях технического обслуживания, время отказов машин и изделий, длительность телефонных разговоров между диспетчером и передвижными оперативными пунктами и т.д.) можно применять показательный закон распределения (рис. 1.14).

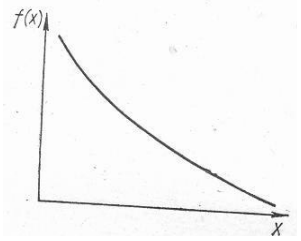


Рис. 1.14. Общий вид кривой показательного распределения.

Плотность вероятности показательного закона выражается зависимостью

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \qquad (1.57)$$

где λ – плотность или интенсивность (среднее число) событий в единицу времени.

В показательном законе плотность является величиной, обратной математическому ожиданию $\lambda = \frac{1}{m(x)}$. Кроме того, имеет место соотношение $\sigma^2 = [m(x)]^2$.

В различных областях исследований широко применяется закон распределения Вейбулла (рис. 1.15).

$$f(x) = n\mu^n x^{n-1} e^{-\mu^n x^n}. \qquad (1.58)$$

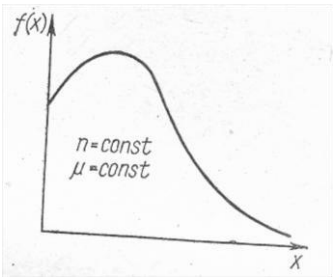


Рис. 1.15. Общий вид кривой распределения Вейбулла

Здесь $n, \mu -$ параметры закона; $x -$ аргумент, чаще принимаемый как время.

Исследуя процессы, связанные с постепенным снижением параметров (ухудшение свойств материалов во времени, деградация конструкций, процессы старения, износовые отказы в машинах и др.), применяют закон гамма-распределения (рис. 1.16)

$$f(x) = \frac{\lambda^{\alpha}}{\alpha!} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, \qquad (1.59)$$

где $\lambda, \alpha -$ параметры.

Если $\alpha = 1$, гамма-функция превращается в показательный закон (см. рис. 1.16)

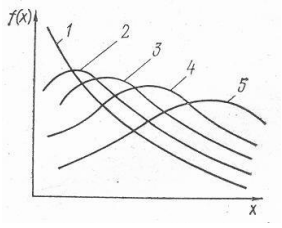


Рис.1.16. Общий вид кривых гамма-распределения:
$1 - \alpha = 1; \lambda = 1; 2 - \alpha = 3; \lambda = 1; 3 - \alpha = 4;$
$\lambda = 1{,}5; 4 - \alpha = 5; \lambda = 2; 5 - \alpha = 6; \lambda = 1.$

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}. \qquad (1.60)$$

При исследовании многих процессов, связанных с анализом климатических и гидрологических воздействий на сооружения, установлении расчетных характеристик грунтов и материалов и т.д. используют закон распределения Пирсона. Из двенадцати типов этого закона чаще всего применяется третий (рис.1.17):

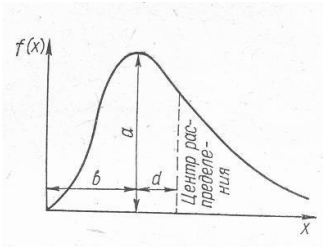


Рис. 1.17. Общий вид кривой распределения Пирсона

$$f(x) = ae^{dx}\left(1 + \frac{x}{b}\right)^{ab}, \qquad (1.61)$$

где $a -$ максимальная ордината;

$d, b -$ соответственно расстояние от максимальной ординаты до центра распределения и начала координат.

Кроме приведенных выше применяют и другие виды распределений – Рэля, бета-распределения, Шарлье, Гудрича.

В исследованиях всегда возникает вопрос: в какой мере существенно влияет тот или иной фактор или комбинация факторов на исследуемый процесс? Так, при измерении какой либо величины, результаты зависят от многих факторов, но основными являются следующие: техническое состояние прибора и внимание оператора.

Методы установления основных факторов и их влияние на исследуемый процесс рассматриваются в специальном разделе теории вероятностей и математической статистике – дисперсионном анализе. Различают одно- и многофакторный анализ.

Суть однофакторного дисперсионного анализа рассмотрим на *примере.* Пусть необходимо проверить степень точности группы нивелиров (*m* приборов) и установить, являются ли их систематические ошибки одинаковыми, т.е. изучить влияние одного фактора-прибора на погрешность измерения. Каждым прибором выполнено *n* измерений одного и того же объекта. Всего выполнено *nm* измерений. Обозначим отдельные измерения, через x_{ij},

где *i* – номер прибора; *j* – номер выполненного на этом приборе измерения. Значение *i* изменяется от 1 до *m*, *j* – от 1 до *n*.

Дисперсионный анализ допускает, что отклонения подчиняются нормальному закону распределения. Вычисляют для каждой серии измерений среднеарифметическое значение и среднее из показаний первого прибора и т.д. для каждого из n_i измерений и m_i приборов. В результате таких расчетов устанавливают Q_1 и Q_2

$$Q_1 = n\sum_{i=1}^{m}(\bar{x}_i - \bar{x})^2; \quad Q_2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_i)^2, \tag{1.62}$$

где $\bar{x}_i$ – среднеарифметическое для n_i измерения;

$\bar{x}$ – среднеарифметическое для всех серий измерений (общее среднее значение);

x_{ij} – отдельное *i*-е измерение на *j*-м приборе;

Величину Q_1 называют суммой квадратов отклонений между измерениями серий. Она показывает степень расхождения в систематических погрешностях всех *m* приборов, т.е. характеризует рассеивание исследуемого фактора между приборами.

Величину Q_2 называют суммой квадратов отклонений внутри серии. Она характеризует остаточное рассеивание случайных погрешностей опыта (одного прибора).

Метод анализа допускает следующую гипотезу: центры нормальных распределений случайных величин равны (или равны с определенной степенью точности), следовательно, все *mn* измерений можно рассматривать как выборку из одной и той же нормальной совокупности. Вычисляют критерий

$$F = \frac{\frac{1}{m-1}Q_1}{\frac{1}{m(n-1)}Q_2}. \tag{1.63}$$

Нетрудно видеть, что числитель и знаменатель критерия F представляют собой дисперсии σ^2 для m и n наблюдений.

В зависимости от значений $\kappa_1 = m-1$ и $\kappa_2 = m(n-1)$ (числа степеней свободы) и вероятности P (например, 0,95; 0,99 и др.) составлены табличные значения $F_{\text{р}}$. Если $F \le F_p$, то гипотеза удовлетворяется, т.е. в данном примере все приборы имеют одинаковые (допустимые) систематические ошибки. При $F > F_p$ гипотеза не удовлетворяется.

Дисперсионный анализ называют многофакторным, если он имеет два и более факторов. Суть его не отличается принципиально от однофакторного, но усложняются выкладки и существенно увеличивается количество расчетов.

Очень часто применяют методы вероятностей и математической статистики в теории надежности, которая в настоящее время широко используется в различных отраслях науки и техники.

Под надежностью понимают свойство изделия (объекта) выполнять заданные функции (сохранять установленные эксплуатационные показатели) в течение требуемого периода времени. Обеспечение надежности, исключение отказов (нарушения работоспособности) продукции стало одной из основных народнохозяйственных задач.

В теории надежности отказы рассматриваются как случайные события. Для количественного описания отказов применяют математические модели – функции распределения вероятностей интервалов времени. Наиболее часто применяют следующие законы: нормального и экспоненциального распределения, Вейбулла, гамма-распределения.

Основной задачей теории надежности является прогнозирование (предсказание с той или иной вероятностью) различных показателей – безотказной работы, долговечности, срока службы и т.д. Она связана с нахождением вероятности.

Для исследования сложных процессов вероятностного характера в последнее время (с 1950 г.) стали применять метод Монте-Карло. С помощью этого метода в настоящее время решают широкий круг задач, в которых ставят цель отыскать наилучшее решение из множества рассматриваемых вариантов: отыскать наилучший вариант размещения баз, складов, предприятий; определить оптимальное количество автомобилей, обслуживающих экскаватор или смеситель; установить наилучшие параметры выпускаемой продукции; уточнить пропускную способность транспортных путей и др.

Метод Монте-Карло, называемый методом статистического моделирования или статистических испытаний, представляет собой численный метод решения сложных задач. Он основан на использовании случайных чисел, моделирующих вероятностные процессы. Результаты решения метода позволяют установить эмпирические зависимости исследуемых процессов. Математической основой метода является закон больших чисел, разработанный П.Л. Чебышевым, который формулируется так: при большом числе статистических испытаний вероятность того, что среднеарифметическое

значение случайной величины стремится к ее математическому ожиданию, равна 1, то есть

$$\lim_{n\to\infty} P\{[\frac{\sum x_i}{n} - m(x)] < \varepsilon\} \to 1, \qquad (1.64)$$

где ε – любое малое положительное число.

Из формулы (64) видно, что по мере увеличения числа испытаний n среднеарифметическое $\frac{\sum x_i}{n}$ неограниченно (асимптотически) приближается к математическому ожиданию.

Последовательность решения задач методом Монте-Карло сводится к следующему:

– сбору, обработки и анализу статистических наблюдений исследуемого процесса;

– отбору главных и отбрасыванию второстепенных факторов и составлению адекватной математической модели (уравнения), графиков, циклограмм и т. д.;

– составлению алгоритмов и решению задачи на ЭВМ.

Для решения задач методом Монте-Карло необходимо иметь статистический ряд, знать закон его распределения, среднее значение $\bar{x}$ и математическое ожидание $m(x)$, среднеквадратичное отклонение. С помощью метода можно получить сколько угодно заданную точность решения, т.е. $\bar{x} \to m(x)$. При нормальном законе распределения оценить точность результатов, полученных методом Монте-Карло, можно по формуле

$$P[\bar{x} - m(x)] < \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}. \qquad (1.65)$$

Пусть по условию задачи задана допустимая ошибка $\varepsilon_Д$. Если при имеющемся числе ряда n_1 и σ_1 ошибка $\varepsilon_{Д1}$ окажется больше, чем $\varepsilon_Д$, то увеличивают число испытаний до n_2 и вычисляют новое значение ошибки $\varepsilon_{Д2}$ и т. д., пока не будет соблюдаться условие $\varepsilon_{Дi} \le \varepsilon$. Решение задач методом Монте-Карло эффективно лишь с использованием быстродействующих ЭВМ.

1.2.4. Методы системного анализа

Под системным анализом понимают совокупность приемов и методов для изучения сложных объектов – систем, представляющих собой сложную совокупность взаимодействующих между собой элементов. Взаимодействие элементов системы характеризуется прямыми и обратными связями. Сущность системного анализа состоит в том, чтобы выявить эти связи и установить их влияние на поведение всей системы в целом.

Системный анализ используется для исследования движения таких сложных систем, как солнечная, экономика отдельной отрасли, промышленное предприятие, строительная организация и др. Наиболее часто рассматривается развитие этих систем во времени. Эффективно методы системного анализа могут быть использованы при планировании и организации технологии комплексных процессов, выполняемыми несколькими организациями, при исследовании процессов в системах «складированные отходы – горный массив – выработка», «окружающая среда – защитное средство – человек», «окружающая среда – автомобиль – человек» и т.д.

Системный анализ складывается из четырех этапов.

Первый этап заключается в постановке задачи: определяют объект, цели и задачи исследования, а также критерии для изучения объекта и управления им. Это важный этап системного анализа, поэтому его выполняет наиболее опытный исследователь. Неправильная, неполная постановка целей может свести на нет результаты всего последующего анализа.

Во время второго этапа очерчивают границы изучаемой системы и определяют ее структуру. Прежде всего, все объекты и процессы, имеющие отношение к поставленной цели, разбивают на два класса – собственно изучаемую систему и внешнюю среду. При этом различают замкнутые и открытые системы. При исследовании замкнутых систем влиянием внешней среды на их поведение пренебрегают. Затем выделяют отдельные составные части системы – ее элементы, устанавливают взаимодействие между ними и внешней средой.

Следует отметить, что в последнее время все большее внимание в технике привлекают замкнутые системы, которые описывают закрытые технологические циклы, например, так называемую «безотходную технологию». Такие технологические процессы перспективны не только с позиций экономики, они также обусловлены требованиями экологии. В настоящее время утверждается принцип – «чем больше отходов, тем ниже уровень производства».

Третий, важнейший этап системного анализа заключается в составлении математической модели исследуемой системы. Вначале производят параметризацию системы, описывают выделенные элементы системы и элементарные воздействия на нее с помощью тех или иных параметров. При этом различают параметры, характеризующие непрерывные и дисперсные, детерминированные и вероятностные процессы. В зависимости от особенностей процессов используют тот или иной математический аппарат.

Аналитические методы используют лишь для описания небольших систем вследствие их громоздкости или невозможности составить и решить системы уравнений. Для описания больших систем, все чаще исследуемых в настоящее время, используют дискретные параметры, например переменные, принимающие целочисленные значения. С их помощью можно изучить процессы и объекты, которые характеризуют не только качественно, но и количественно, используя для этой цели большую систему. Например,

твердость материалов оценивают баллами по шкале Мооса, морозостойкость бетонов – баллами по С.В. Шестоперову и др. Методы операций с дискретными параметрами излагаются в теории множеств и, прежде всего, в ее важнейших разделах – алгебре множеств и алгебре высказываний (математической логике). Эти разделы получили большое развитие в последнее время, они составляют основу математического обеспечения современных ЭВМ.

Теория множеств – наука об общих свойствах множеств, преимущественно бесконечных. В ней рассматриваются такие вопросы, как количественные сравнения, упорядоченные множества и др. В алгебре множеств и высказываний наряду с изучением операций над произвольным алгебраическим множеством α, β, γ рассматривается формализация «законов мысли». Это обеспечивает формулирование правил логики на языке математики, который используется современными ЭВМ. Далее устанавливают количественные зависимости между выбранными параметрами, которые могут быть представлены в виде уравнений, графиков, таблиц и т.д. Наиболее часто зависимости в сложных системах характеризуются алгоритмами с использованием количественных и качественных параметров.

Если исследуются сложные системы (именуемые как обобщенные динамические системы), характеризуемые большим количеством параметров различной природы, то в целях упрощения математического описания их расчленяют на подсистемы, выделяют типовые системы, производят стандартизацию связей для различных уровней иерархии однотипных систем. В результате третьего этапа системного анализа формируются законченные математические модели системы, описанные на формальном, например, алгоритмическом языке.

В последнее время для обобщенных динамических систем все чаще используют булевы модели, которые получили такое наименование в честь выдающегося математика Д. Буля – основоположника алгебры множеств и алгебры высказываний (алгебра Буля). В булевых моделях связи описываются дискретными параметрами преимущественно в двоичной системе исчисления. Такие модели исследуются, как правило, с помощью ЭВМ.

Различают булевы модели с односторонними и двусторонними переходами. В первых моделях вначале все параметры имеют значение «0», затем в какие-то моменты изменяется это значение на «1», после чего их обратный переход уже невозможен. Примером моделей с односторонним переходом являются сетевые графики, при составлении и исследовании которых, наряду с алгеброй множеств, широко используют теорию графов.

Графом $G(x, v)$ называют множество точек (вершины графа) и линий (дуги графа), соединяющих некоторые из этих вершин (рис. 1.18). Теория графов рассматривает операции над ними – сложение, умножение, объединение графов.

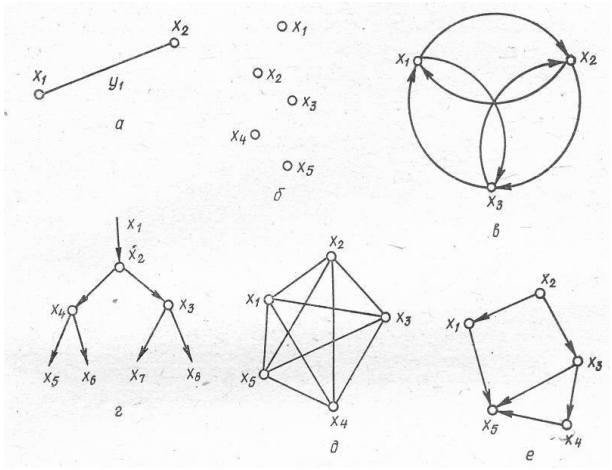


Рис. 1.18. Виды графов:
а – обычный граф (x_1, x_2 – вершины графов, y_1 – дуга графов); *б* – нуль графов; *в* – симметричный граф; *г* – граф-дерево; *д* – полный граф; *е* – несимметричный граф.

В расчетах и исследовании сетевых графиков часто используют ориентировочные графы (рис. 1.18, $в, г, е$) с одним истоком, без циклов.

Вершинами ориентированного графа служат события сетевого графика (например, начало выполнения какой-либо строительной операции), а дугами – работы, описываемые сетевым графиком. Расчет сетевых графиков состоит, главным образом, в том, чтобы отыскать наилучшие пути с целью обеспечить сокращение сроков выполнения работ и снижение материальных затрат. Примером может служить расчет сетевого графика планирования и организации строительных работ.

В булевых моделях с двухсторонним переходом параметры могут любое число раз менять свои значения с 0 на 1 и обратно.

Эти модели используют при исследовании, например, социальных процессов. Наряду с аппаратом алгебры множеств и алгебры высказываний при исследовании булевых моделей широко используют вероятностные методы, поскольку в сложных системах преобладают стохастические процессы. Поэтому наиболее часто исследуют развитие процессов с некоторой вероятностью или же определяют вероятность протекания изучаемых процессов.

В технических науках системный анализ в большинстве случаев производят в целях оптимизации процессов и управления системами, заключающихся в выборе такого варианта управления, при котором достигается минимальное или максимальное значение заданной (выбранной) величины – критерия оптимизации. Сложность выбора надлежащего критерия состоит в том, что на практике в задачах оптимизации и управления имеют дело со многими критериями, которые часто бывают взаимно противоречивыми. Математически правильная постановка задачи оптимизации предполагает наличие лишь одного критерия. Наиболее часто выбирают какой-либо один критерий, а для других устанавливают пороговые (предельно-допустимые) значения. Иногда применяют смешанные критерии, представляющие собой функцию от первичных параметров.

Во многих случаях критерии оптимизации называют целевыми функциями.

Оптимизация процессов и системы аналитическими методами состоит в том, что необходимо найти экспериментальное (минимальное или максимальное) значение некоторой функции $\varphi(x_1, x_2, ..., x_n)$ в определенной области S значений параметров $x_1, x_2, ..., x_n$. Однако классические аналитические методы используют редко для оптимизации сложных реальных процессов. Сложные экстремальные процессы обычно решают другими методами, основой которых является постепенное приближение к экстремуму. Для этой цели часто применяют метод наискорейшего (градиентного) спуска и подъема. Суть метода поясним на следующем примере. Допустим, что необходимо найти экстремум целевой функции $f(x_1, x_2)$, описывающей некоторую поверхность (рис. 1.19).

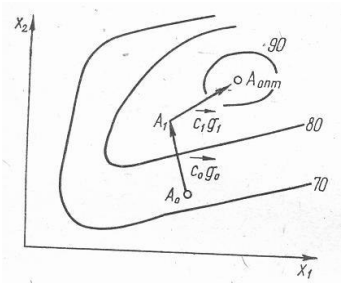


Рис. 1.19. Схема движения к оптимуму по градиенту

Нахождение экстремума начинают с любой точки поверхности $A_0(x_{01}, x_{02})$. Из этой точки определяют направление подъема или спуска, которое является наиболее крутым; его называют градиентом и обозначают $\bar{q}$.

Отсюда же начинают движение по направлению градиента к оптимуму с шагом $c\bar{q}$, где c – постоянная величина, зависящая от точности измерения. В результате получаем новую точку $A_1(x_{11}, x_{22})$, в которой повторяют описанную процедуру до тех пор, пока не определяют экстремум. Этот способ используют также при оптимизации процессов экспериментальным путем методами математического планирования эксперимента, который изложен ниже. На практике встречаются задачи оптимизации, когда при нахождении экстремума целевая функция f и граничные уравнения ее области S являются линейными. Решая задачи такого класса, чаще всего применяют методы линейного программирования.

Для различных отраслей народного хозяйства приходится решать разнообразные задачи рационального распределения ресурсов – как наилучшим образом использовать рабочих, машины, строительные материалы и изделия, организовать процессы, управление ими, как наиболее рационально разместить производственные предприятия и т.д. Так, например, во время управления ходом строительного процесса возникает потребность в оптимальном решении задач с учетом изменяющейся обстановки. Очень часто методы линейного программирования используют для решения транспортной задачи, которая приведена выше.

При формулировании задачи вводится критерий (целевая функция), количественно определяющий успешность процесса. Задача линейного программирования заключается в нахождении такого процесса (операции), при котором целевая функция достигла бы максимума, и математически

формулируется следующим образом: необходимо найти значения *n* переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$, удовлетворяющим *m* ограничениям:

$$P_i = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_j, \qquad j = 1,2,\ldots,m \tag{1.66}$$

и максимизирующих или минимизирующих целевую функцию

$$f(x_1, x_2, .., x_n) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \to \min(\max), \tag{1.67}$$

где a_i, c_i – заданные константы.

В формулировании задач линейного программирования требуется, чтобы все переменные были неотрицательными, т.е. $x_j > 0$, $j = 1,2,\ldots,n$. При таких условиях задача удобна для численного решения.

Задачи линейного программирования в настоящее время хорошо изучены и решение их сводится к сравнительно простым вычислениям. На многие из них имеются разработанные для ЭВМ типовые программы.

В раде случаев встречаются задачи нелинейного программирования, целевая функция которых записывается как сумма линейных и нелинейных:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{j=1}^{m} c_j x_j + \sum_{j=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_i x_j. \tag{1.68}$$

Среди задач нелинейного программирования встречаются такие, в которых ограничения не имеют дискретных переменных. В них функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ непрерывные и выражаются частными производными. Эти задачи иногда называют классическими задачами оптимизации, поскольку решаются классическими методами на основе дифференциального исчисления.

Различают также другой вариант задач нелинейного программирования. Это задачи целочисленного линейного программирования. В этом случае в качестве ограничений выставляют особое требование о целостности переменных значений.

Задача формулируется следующим образом:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum a_{ij} x_j, \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{1.69}$$

$$x_i \geq 0; \qquad j = 1,2,\ldots,n \text{ – целые числа.}$$

Решение большого количества производственных задач методами линейного и нелинейного программирования обеспечивает большой

экономический эффект, в частности, снижение сметной стоимости в результате оптимизации процессов составляет (3…7) %.

Некоторые практические процессы в строительном, горном производстве непрерывно изменяются, особенно те, что связаны с управлением производством. В связи с изменением условий доставки материалов, оборудования, наличием машин и механизмов, изменением метеорологических и других условий, наличием бригад разных специальностей, практически ежедневно на производстве приходится рассматривать новые ситуации. Таким образом, такой процесс является динамическим.

Решение ряда практических задач с учетом различных ситуационных изменений, особенно в управлении процессом, можно осуществить с помощью метода динамического программирования.

Этот метод в строительстве и в горном производстве начали применять сравнительно недавно. Уже известны решения ряда задач, направленных на оптимизацию процессов: при выборе оптимальных составов техники, распределении капиталовложений в различные периоды, решении технико-экономических задач по реконструкции различных объектов, оценке эффективности развития производственной базы и т.д.

В основу задач динамического программирования положены принципы оптимальности. Оптимальное управление процессом определяется заданной целью и составлением системы в рассматриваемый период времени, независимо от изменившихся условий, которые привели систему в данное состояние.

Целевая функция выражается суммой

$$\omega = \sum_{KO}^{N-1} f_0[x(\kappa), u(\kappa)] = \max(\min), \qquad (1.70)$$

где N –общее число интервалов (шагов);

$u(\kappa)$ – управляющие воздействия;

$x(\kappa)$ – значение координаты в дискретные моменты времени t.

При оптимальном управлении функционал (1.70) должен быть минимизирован или максимизирован. Оптимальный процесс станет известен, если будут найдены значения управляющего воздействия $u_0, u_1, \ldots, u_{N-1}$ во все дискретные моменты времени $\kappa = 0,1,\ldots,N-1$, имеющие определенные ограничения и минимизирующие (максимизирующие) сумму (1.70).

Чтобы решить задачу динамического программирования, необходимо отыскать минимум (максимум) сложной дискретной функции большого количества переменных. Метод динамического программирования сводит эту задачу к простой – минимизируются простые функции в обратном порядке – от конца к началу процесса.

Для исследования оптимизации процессов методами линейного, нелинейного или динамического программирования нет стандартных решений. В каждом конкретном случае применяют свой подход (метод) к решению задачи. Особенно трудны задачи нелинейного и динамического программирования.

Следует иметь в виду, что при решении задач оптимизации производства могут возникнуть случаи, когда вследствие оптимизации какого-либо процесса может ухудшиться другой. Поэтому необходимо соблюдать комплексность решения с учетом всех особенностей процесса и смежных его факторов. Рассматривая задачу по этапам, необходимо анализировать в целом обстановку, которая складывается в результате оптимизации исследуемого процесса.

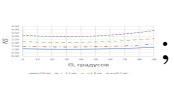
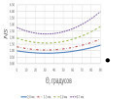
Одним из методов оптимизации процессов, применяемых в последнее время, являются методы, основанные на теории массового обслуживания (ТМО). ТМО имеет целью отыскать оптимальные условия, т.е. обеспечить эффективность работы системы «требование – обслуживание».

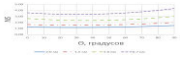
Под обслуживанием понимают удовлетворение в потребности какой-либо заявки. Например, погрузка угля в автомобили-самосвалы. В этой системе в качестве требования выступает подача под погрузку автомобилей по заявкам, в качестве обслуживания – погрузка угля средствами погрузки (экскаваторы, автопогрузчики, транспортеры и др.). Таким образом, в ТМО система состоит из числа (потока) требований, обслуживающего прибора (аппарата) и выходящего потока.

В зависимости от условий функционирования системы число требований создает очередь на обслуживание. Так, при избытке автомобилей неизбежно возникают простои на погрузку перед экскаватором.

Основными характеристиками ТМО являются: интенсивность поступления требований или заявок на обслуживание, λ; интенсивность обслуживания (пропускная способность прибора обслуживания), μ; коэффициент использования системы, $\psi = \frac{\lambda}{\mu}$; время ожидания в очереди до обслуживания, t_0; длительность обслуживания, t_1; время обслуживания в системе, $t_{об}$; число требований в очереди, n; математическое ожидание числа требований в системе, n_c.

Эти характеристики имеют следующие соотношения:

$$\bar{t}_1 = \frac{1}{\mu}; \quad t_{об} = \bar{t}_0 + \bar{t}_1; \quad \text{  }; \quad \text{  }. \qquad (1.71)$$

Индекс «–» означает, что принимаются средние значения;  , как правило, принимают случайные значения, чаще всего распределение времени обслуживания по длительности выражается показательным законом.

В ТМО <1, т.е. интенсивность обслуживания выше интенсивности требования, тем не менее, возникает очередь на обслуживание, поскольку по ряду причин величина переменная, а интервал между обслуживанием неритмичен. В результате, несмотря на то, что >, возникают очереди.

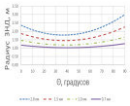
Задачей ТМО в конечном счете является установление наиболее достоверных зависимостей между интенсивностью потока требований и производительностью (пропускной способностью) прибора, их количеством и эффективностью обслуживания системы.

Показателем эффективности функционирования системы могут быть , приведенная стоимость и др.

Теория массового обслуживания базируется на анализе случайных процессов. При решении тех или иных практических задач в каждом случае принимаются индивидуальные решения.

В качестве *примера* рассмотрим случай обслуживания экскаватора автомобилями-самосвалами.

Имеется система «экскаватор – автосамосвалы». При обычном расчете потребное количество автомобилей равно



, (1.72)

где – полное время одного цикла автосамосвала;

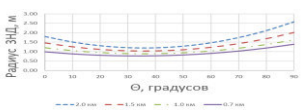
– время погрузки самосвала.

Это выражение справедливо только при строгом соблюдении графика работы, цикличности подачи автомобиля, высокой надежности работы экскаватора и самосвалов. Однако на практике такой синхронной работы не наблюдается. Время цикла автосамосвала неодинаковое и изменяется на 100-200 % в меньшую и большую сторону от среднего значения. Время погрузки также не
одинаково.

Таким образом, рассматриваемая система не является конвейерной. Она функционирует как система массового обслуживания, поскольку поток требований и обслуживание этого потока базируется на случайных воздействиях. Следовательно, анализ системы может быть выполнен методами теории вероятностей.

Эта система с позиции теории вероятностей может находиться в различных условиях (вариантах): смеситель простаивает из-за отсутствия 1,2,3,…,*N* самосвалов; смеситель полностью загружен работой (максимальное обслуживание).

Вероятность каждого такого условия вычисляют по формуле



. (1.73)

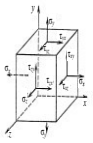
Здесь – количество автосамосвалов в обращении ;

– среднее количество рейсов за один час работы, $\mu = \frac{1}{t}$;

– вероятность простоя смесителя;

γ – среднее количество самосвалов, находящихся под погрузкой в течение одного часа.

Из этого уравнения вероятность простоя смесителя

 . (1.74)

Вероятность простоя каждого самосвала

$$P_a = \frac{\sum (K-1)P_K}{N}. \quad (1.75)$$

Анализ показывает, что использование обычных методов расчета автомобилей (72) приводит к тому, что смеситель используют не полностью (максимум до 75 %), а простои под погрузкой достигают 10 %.

С увеличением процента использования смесителя резко возрастает потребность в автомобилях. Поэтому, для выбора оптимального соотношения в системе «смеситель – автосамосвалы» необходимо продолжить исследование по экономическому критерию.

В системе анализа используют методы теории игр, которая рассматривает развитие процессов как случайные ситуации. Теория игр – это математическая теория конфликтов. Конфликт заключается в том, что интересы двух сторон не совпадают (борьба интересов) или стороны преследуют противоположные цели.

Примером конфликтной ситуации являются, например, все спортивные игры. Игрок выбирает такую совокупность правил поведения (стратегию), которая обеспечивает ему желаемый результат – выигрыш.

Как правило, теория игр рассматривает конфликтные ситуации, при которых приходится принимать решения с частным или полным отсутствием данных об обстановке. Поэтому, могут быть и случайные ходы, эффект которых можно оценить в среднем математическим ожиданием. Результат игры оценивают количественными показателями или условными числами: выигрыш + 1, ничья 0, проигрыш – 1.

Методы теории игр применяются не только для исследования в буквальном понятии конфликтных ситуаций, но и для решения задач, в которых, например, в качестве «противника» выступает природа. Такие задачи

возникают при строительстве различных сооружений, организации работ, организации транспортных процессов в сельском хозяйстве, метеорологии и др.

С помощью теории игр можно оценить наиболее благоприятные и неблагоприятные ситуации и на основе полученных данных принять оптимальное для данных условий решение. В теории игр важное значение имеет понятие стратегии, под которым подразумевают правила поведения каждой стороны в ответ на действия другой стороны.

Целью игры является обеспечение выигрыша.

Чаще применяют наиболее полно разработанную теорию парной игры с нулевой ничьей, когда исследуется задача с двумя противоположными сторонами A и B. При этом одна сторона выигрывает все, что проигрывает другая, т.е. сумма выигрышей равна нулю.

Если допустить, что каждая из сторон придерживается оптимальных стратегий, то они могут рассчитывать на равновесный средний выигрыш, называемый ценой игры ν. Решить игру, значит найти пару оптимальных стратегий для A и B и цену игры. Игру называют конечной, если стороны располагают конечным числом стратегии. Так, если A имеет m стратегии, а B – n, то игра называется $m \times n$.

Игровую стратегию задают матрицей игры (табл.1. 4).

Таблица 1.4

Матрица игры

Стратегия A	Стратегия B			
	B_1	B_2	…	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
…	…	…	…	…
A_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}

В матрице помещают средние выигрыши с соответствующей парой стратегий. Например, $a_{12}-$ это выигрыш стороны A со стратегией A_1B_2. При любой стратегии A сторона B стремится свести выигрыш A к минимуму a_{ij}. Поскольку имеет место множество стратегий, то сторона A находит такую стратегию, при которой обеспечивался максимальный выигрыш, т.е. определяются наиболее благоприятные условия игры для стороны A.

Этот результат – максимальный выигрыш A при некотором противодействии $B - \alpha = \max \cdot \min a_{ij}$ (максимин) – называют нижней ценой игры.

Такая стратегия всегда обеспечивает стороне A выигрыш не ниже α. Аналогично для B существует минимальный проигрыш $\beta = \min \cdot \max a_{ij}$. Величину β называют минимаксом или верхней ценой игры. Обычно ведут

расчеты по принципу минимакса (принципу «осторожности») т.е. находят такую стратегию, когда сторона A получает наилучший результат α при наихудших действиях стороны B. Этот принцип является основным в теории игр, он обеспечивает определенный запас в инженерных расчетах.

Игры, для которых $\alpha = \beta$, имеют, по крайней мере, одно решение, что возможно при условии полной информации, т.е. тогда, когда каждая из сторон знает результаты всех предыдущих ходов своих и противника. Обычно $\alpha \neq \beta$, это игры смешанных стратегий. В этом случае выбор и оценку вероятности оптимальной стратегии производят из множества стратегий методами линейного программирования. На основе анализа стратегий составляют матрицу игры. Исследуя матрицу, исключают заведомо нереальные стратегии и упрощают матрицы. Далее вычисляют α и β и определяют цену игры ν, которая находится в пределах $\alpha \le \nu \le \beta$.

По значениям α, ν, β устанавливают оптимальную стратегию.

Пример. Строительное управление планирует разработку грунта в зимний период. Имеется два варианта разработки, т.е. две стратегии:

A_1 – разработку грунта производить в мерзлом состоянии мощными землеройными машинами;

A_2 – разработку грунта производить менее мощными машинами в не промерзшем состоянии, используя снег как уплотнитель, ограничивающий промерзание грунта на заранее установленную допустимую глубину.

В качестве противника выступает природа. Она имеет свою стратегию:

B_1 – сильные морозы наступают после выпадения снега (грунт промерзает на небольшую глубину);

B_2 – морозы наступают до выпадения снега (грунт сразу же промерзает на большую глубину).

В этой игре ценой будет экономический эффект.

На основе анализа климатических условий за прошлые годы задана матрица (табл.1. 5).

Таблица 1. 5

Данные для двух стратегий

Стратегия A	Стратегия B		
	B_1	B_2	Минимум строк
A_1	$a_{11} = 7$	$a_{12} = 8$	7
A_2	$a_{21} = 12$	$a_{22} = 4$	4
Максимум столбиков	12	8	

Определим нижнюю и верхнюю цену игры:

$$\beta = \min \cdot \max(12,8) = 8; \qquad \alpha = \max \cdot \min(7,4) = 7.$$

Поскольку $\alpha \neq \beta$, то принимаем смешанную стратегию. Для игр 2×2 задачу можно решить упрощенным способом.

Вначале рассмотрим случай, когда сочетание климатических условий наиболее благоприятно, т.е. при нижней цене игры α.

В этом случае

$$\begin{aligned} a_{11}P_1 + a_{22}P_2 = \nu; \quad & 7P_1 + 12P_2 = \nu; \\ a_{22}P_1 + a_{22}P_2 = \nu; \quad & 8P_1 + 4P_2 = \nu, \end{aligned} \tag{1.76}$$

где P_1 и P_2 – вероятности событий.

Так как $P_1 + P_2 = 1$, то $P_1 = \frac{8}{9}, \quad P_2 = \frac{1}{9}; \quad \nu = 7\frac{5}{9}$.

Анализ показывает, что если бы природа придерживалась благоприятной для строительной организации стратегии, то лучшим был бы вариант разработки промерзающего грунта (с учетом теплоизоляции снега), т.к. наступают сильные морозы до выпадения снега лишь один раз в 9 лет.

Однако разумнее допустить иной вариант – природные условия сложатся неблагоприятно для строителей. В этом случае (при верхней цене β) имеем:

$$a_{11}q_1 + a_{12}q_2 = 7q_1 + 8q_2 = \nu; \quad a_{21} + a_{22} = 12q_1 + 4q_2 = \nu,$$

где q_1 и q_2 – вероятности событий в этом случае.

Так как $q_1 + q_2 = 1$, то $q_1 = \frac{4}{9}; \; q_2 = \frac{5}{9}$.

В этом наиболее неблагоприятном варианте в пяти зимах из девяти морозы наступают до выпадения снега. Поэтому оптимальной является такая стратегия, когда принимают производство работ в мерзлом грунте (без утепления снегом), чем создают необходимые резервы для успешного выполнения работ в любых климатических условиях.

Наиболее полно можно выполнить системный анализ методами кибернетики, которая представляет собой науку о сложных динамических системах, способных воспринимать, хранить и перерабатывать информацию для целей оптимизации и управления. В настоящее время кибернетика и ее основное приложение – электронно-вычислительная техника проникает во все области науки, техники и производства. Важнейшим понятием кибернетики как основы управления в природе и технике является понятие обратной связи, которая проявляется в отраженном влиянии на процесс его собственного действия. Методы кибернетики тесно связаны со многими общенаучными методами, поскольку общенаучный характер закономерностей, принципов, средств и методов науки наиболее ярко выражен в кибернетике.

Выше были изложены основные математические методы исследования, которые могут быть использованы в горном деле. В каждом конкретном случае студент более глубоко может ознакомиться с ними в специальной литературе.

Этап теоретических разработок научного исследования включает в себя следующие основные разделы:

анализ физической сущности процесса, явлений;

формулирование гипотезы исследования, построение, разработка физической модели;

проведение математического исследования;

анализ теоретических решений, формирование выводов.

Может быть принята и другая структура теоретической части исследования, например, если не удается выполнить математическое исследование, то формулируют рабочую гипотезу в словесной форме, привлекая графики, таблицы и др.

Однако, в технических науках необходимо стремиться к применению математизации выдвинутых гипотез и других научных выводов.

Контрольные вопросы

1. Что значит теоретические исследования, творчество в нем, творческий процесс?
2. Что значит дедуктивный, индуктивный, анализ и синтез способы в теоретических исследованиях?
3. Какие методы теоретических исследований Вы знаете?
4. Дайте определение моделированию, модели.
5. Чем отличается физическое и математическое моделирование?
6. Приведите пример физического и математического моделирования.
7. Что значит модель подобия? Приведите пример.
8. Какие дифференциальные уравнения Вы знаете?
9. Дайте определение функционалу, в каких случаях его применяют?
10. В каких случаях используют аналитические методы исследований с использованием экспериментов?
11. Какие методы моделирования Вы знаете, их сущность?
12. Какие механические критерии подобия Вы знаете?
13. Что значит вероятностные процессы или явления?
14. Дайте определение вероятности, математическому ожиданию, дисперсии, среднему квадратичному отклонению.
15. Дайте определение множеству, графу, их применение.
16. Из каких основных разделов состоит теоретическая разработка?

1.3. Методы экспериментальных исследований

1.3.1. Методология экспериментальных исследований

Наиболее важной составной частью научных исследований являются эксперименты. Это один из основных способов получить новые научные знания. Более 2/3 всех трудовых ресурсов науки затрачивается на эксперименты. В основе экспериментального исследования лежит эксперимент, представляющий собой научно поставленный опыт или наблюдение явления в точно учитываемых условиях, позволяющих следить за его ходом, управлять или воссоздавать его каждый раз при повторении этих условий. От обычного, обыденного, пассивного наблюдения эксперимент отличается активным воздействием исследователя на изучаемое явление.

Основной целью эксперимента является проверка теоретических положений (подтверждение рабочей гипотезы), а также наиболее широкое и глубокое изучение темы научного исследования.

Эксперимент должен быть проведен по возможности в кратчайший срок с минимальными затратами при самом высоком качестве полученных результатов.

Различают эксперименты естественные и искусственные.

Естественные эксперименты характерны при изучении социальных явлений (социальный эксперимент) в обстановке, например, производства, быта и т.п.

Искусственные эксперименты широко применяются во многих естественно научных исследованиях. В этом случае изучают явления, изолированные до требуемой степени, чтобы оценить их в количественном и качественном отношениях.

Иногда возникает необходимость провести поисковые экспериментальные исследования. Они необходимы в том случае, если затруднительно классифицировать все факторы, влияющие на изучаемое явление вследствие отсутствия достаточных предварительных данных. На основе предварительного эксперимента строится программа исследований в полном объеме.

Экспериментальные исследования бывают лабораторные и производственные.

Лабораторные опыты проводят с применением типовых приборов, специальных моделирующих установок, стендов, оборудования и т.д. Эти исследования позволяют наиболее полно и доброкачественно, с требуемой повторяемостью изучить влияние одних характеристик при варьировании других. Лабораторные опыты в случае достаточно полного научного обоснования эксперимента (математическое планирование) позволяют получить хорошую научную информацию с минимальными затратами. Однако такие эксперименты не всегда полностью моделируют реальный ход изучаемого процесса, поэтому возникает потребность в проведении производственного эксперимента.

Производственные экспериментальные исследования имеют целью изучить процесс в реальных условиях с учетом воздействия различных случайных факторов производственной среды.

Одной из разновидностей производственных экспериментов является собирание материалов в организациях, которые накапливают по стандартным формам те или иные данные. Ценность этих материалов заключается в том, что они систематизированы за многие годы по единой методике. Такие данные хорошо поддаются обработке методами статистики и теории вероятностей.

В зависимости от темы научного исследования объем экспериментов может быть разным. В лучшем случае для подтверждения рабочей гипотезы достаточно лабораторного эксперимента, но иногда приходится проводить серию экспериментальных исследований: предварительных (поисковых), лабораторных, полигонных на эксплуатируемом объекте.

В ряде случаев на эксперимент затрачивается большое количество средств. Научный работник производит огромное количество наблюдений и измерений, получает множество диаграмм, графиков, выполняет неоправданно большое количество испытаний.

На обработку и анализ такого эксперимента затрачивается много времени. Иногда оказывается, что выполнено много лишнего, ненужного. Все это возможно, когда экспериментатор четко не обосновал цель и задачи эксперимента. В других случаях результаты длительного, обширного эксперимента не полностью подтверждают рабочую гипотезу научного исследования. Как правило, это также свойственно для эксперимента, четко не обоснованного целью и задачами. Поэтому, прежде чем приступить к экспериментальным исследованиям, необходимо разработать методологию эксперимента.

Методология эксперимента – это общая структура (проект) эксперимента, т.е. постановка и последовательность выполнения экспериментальных исследований. Методология эксперимента включает в себя следующие основные этапы:

1) разработку плана-программы эксперимента;

2) оценку измерений и выбор средств для проведения эксперимента;

3)проведение эксперимента;

4) обработку и анализ экспериментальных данных.

Приведенное количество этапов справедливо для традиционного эксперимента. В последнее время широко применяют математическую теорию эксперимента, позволяющую резко повысить точность и уменьшить объем экспериментальных исследований.

В этом случае методология эксперимента включает такие этапы:

разработку плана-программы эксперимента;

оценку измерения и выбор средств для проведения эксперимента;

математическое планирование эксперимента с одновременным проведением экспериментального исследования, обработкой и анализом полученных данных.

Теперь остановимся несколько подробней на этапах экспериментального исследования.

План-программа включает наименование темы исследования, рабочую гипотезу, методику эксперимента, перечень необходимых материалов, установок, список исполнителей эксперимента, календарный план и смету на выполнение эксперимента. В ряде случаев включают работы по конструированию и изготовлению приборов, аппаратов, приспособлений, методическое их обследование, а также программы опытных работ на предприятиях.

Основа плана программы – методика эксперимента. Один из наиболее важных этапов составления плана-программы – определение цели и задач эксперимента. Четко обоснованные задачи – это весомый вклад в их решение. Количество задач должно быть небольшим. Для конкретного (не комплексного) эксперимента оптимальным количеством является 3- 4 задачи. В большом комплексном эксперименте их может быть 8-10.

Необходимо правильно выбрать варьирующие факторы, т.е. установить основные и второстепенные характеристики, влияющие на исследуемый процесс. Вначале анализируют расчетные (теоретические) схемы процесса. На основе этого классифицируют все факторы и составляют из них убывающий по важности для данного эксперимента ряд. Правильный выбор основных и второстепенных факторов играет важную роль в эффективности эксперимента, поскольку он сводится к нахождению зависимостей между этими факторами. В тех случаях, когда трудно сразу выявить роль основных и второстепенных факторов, выполняют небольшой по объему поисковый эксперимент.

Основным принципом установления степени важности характеристики является ее роль в исследуемом процессе. Для этого изучают процесс в зависимости от какой-то одной переменной при остальных постоянных. Такой принцип проведения эксперимента оправдывает себя лишь в тех случаях, когда переменных характеристик мало (от одной до трех). Если же переменных величин много, целесообразно применить принцип многофакторного анализа.

Обоснование средств измерений – это выбор необходимых для наблюдений и измерений приборов, оборудования, машин, аппаратов и пр. Средства измерения могут быть выбраны стандартные или в случае отсутствия таковых – изготовлены самостоятельно.

Очень ответственной частью является установление точности измерений и погрешности. Методы измерений должны базироваться на законах специальной науки – метрологии, изучаемой средства и методы измерений, которые приведены ниже.

В методике подробно приводят процесс проведения эксперимента. В начале составляют последовательность (очередность) проведения операций измерений и наблюдений. Затем тщательно описывают каждую операцию в отдельности с учетом выбранных средств для проведения эксперимента. Особое внимание уделяют методам контроля качества операций, обеспечивающих при минимальном (ранее установленном) количестве

измерений высокую надежность и заданную точность. Разрабатывают формы журналов для записи результатов наблюдений и измерений.

Важным разделом методики является выбор методов обработки и анализа экспериментальных данных. Обработка данных сводится к систематизации всех цифр, классификации, анализу. Результаты экспериментов должны быть сведены в удобочитаемые формы записи – таблицы, графики, формулы, монограммы, позволяющие быстро и доброкачественно сопоставлять полученные результаты.

Особое внимание в методике должно быть уделено математическим методам обработки и анализу опытных данных – установлению эмпирических зависимостей, аппроксимации связей между варьируемыми характеристиками, установлению критериев и доверительных интервалов и др.

После разработки методики определяют объем и трудоемкость экспериментальных исследований, которые зависят от глубины теоретических разработок, степени точности принятых средств измерений. Чем четче сформулирована теоретическая часть исследования, тем меньше объем эксперимента.

Возможны три случая проведения эксперимента.

Первый – теоретически получена аналитическая зависимость, которая однозначно определяет исследуемый процесс. Например

$$y = 6e^{-5x}.$$

В этом случае объем эксперимента для подтверждения данной зависимости минимален, поскольку функция однозначно определяется экспериментальными данными.

Второй случай – теоретическим путем установлен лишь характер зависимости. Например

$$y = ae^{-kx}.$$

В этом случае задано семейство кривых. Экспериментальным путем необходимо определить a и k. При этом объем эксперимента возрастает.

Третий случай – теоретически не удалось получить каких-либо зависимостей. Разработаны лишь предположения о качественных закономерностях процесса. Во многих случаях целесообразен поисковый эксперимент. Объем экспериментальных работ резко возрастает. Здесь уместен метод математического планирования эксперимента.

На объем и трудоемкость планирования эксперимента существенно влияет вид эксперимента. Полевые эксперименты, как правило, имеют большую трудоемкость.

После установления объема экспериментальных работ составляют перечень необходимых средств измерений, объем материалов, список исполнителей, календарный план и смету расходов. План-программу

рассматривает научный руководитель, обсуждают в научном коллективе и утверждают в установленном порядке.

Проведение эксперимента является важнейшим и наиболее трудоемким этапом. Экспериментальные исследования необходимо проводить в соответствии с утвержденным планом-программой и особенно методикой эксперимента. Приступая к эксперименту, окончательно уточняют методику его проведения, последовательность испытаний.

При сложном эксперименте часто возникают случаи, когда ожидаемый результат получают позже, чем предусматривается планом. Поэтому научный работник должен проявить терпение, выдержку, настойчивость и довести эксперимент до получения результатов.

Особое значение имеет добросовестность при проведении экспериментальных работ, недопустима небрежность, которое приводит к большим искажениям, ошибкам. Нарушения этих требований – к повторным экспериментам, что продлевает исследования.

Обязательным требованиям проведения эксперимента является ведение журнала. Форма журнала может быть произвольной, но должна наилучшим образом соответствовать исследуемому процессу с максимальной фиксацией всех факторов. В журнале отмечают тему НИР и эксперимента, фамилию исполнителя, время и место проведения эксперимента, характеристику окружающей среды, данные об объекте эксперимента и средствах измерения, результаты наблюдений, а также другие данные для оценки получаемых результатов.

Журнал нужно заполнять аккуратно, без каких-либо исправлений. При получении в одном статистическом ряду результатов, резко отличающихся от соседних измерений, исполнитель должен записать все данные без искажений и указать обстоятельства, сопутствующие указанному измерению. Это позволит установить причины искажений и квалифицировать измерения как соответствующие реальному ходу процесса или как грубый промах.

Одновременно с измерениями исполнитель должен проводить предварительную обработку результатов и их анализ. Здесь особо должны проявляться его творческие способности. Такой анализ позволяет контролировать исследуемый процесс, корректировать эксперимент, улучшать методику и повышать эффективность эксперимента.

Важны при этом консультации с коллегами по работе и, особенно, с научным руководителем. В процессе эксперимента необходимо соблюдать требования инструкций по промсанитарии, технике безопасности, пожарной профилактике. Исполнитель должен уметь организовать рабочее место, руководствуясь принципами НОТ.

Вначале результаты измерений сводят в таблицы по варьируемым характеристикам для различных изучаемых вопросов. Очень часто уточняют сомни-
тельные цифры. Устанавливают точность обработки опытных данных.

Особое место отведено анализу эксперимента – завершающей части, на основе которой делают выбор о подтверждении гипотезы научного исследования. Анализ эксперимента – это творческая часть исследования. Иногда за цифрами трудно четко представить физическую сущность процесса.

Поэтому требуется особо тщательное сопоставление фактов, причин, обуславливающих ход того или иного процесса и установление адекватности гипотезы и эксперимента.

При обработке результатов измерений и наблюдений широко используют методы графического изображения, которые изображены ниже и дают наиболее наглядное представление о результатах экспериментов, позволяют лучше понять физическую сущность исследуемого процесса, выявить общий характер функциональной зависимости изучаемых величин, установить наличие максимума или минимума функции.

1.3.2 Планирование и стратегия эксперимента

Прежде чем перейти к методике составления плана эксперимента, необходимо выяснить некоторые общие положения по этому вопросу.

В инженерном деле исследователь почти всегда встречается с не воспроизводимым экспериментом. Такой эксперимент невозможно изменить или повторить (например, испытания на износ и т.д.).

Тем не менее, будем считать эксперимент воспроизводимым, если изменения, вносимые в процесс эксперимента, настолько малы, что их невозможно обнаружить или ими можно пренебречь.

Планы могут быть двух видов.

Последовательный. План, при котором вначале берется верхнее или нижнее предельное значение независимой случайной величины, а затем оно изменяется через определенные интервалы до достижения второго предельного значения.

Случайный. План, при котором значения независимой величины варьируются случайным образом (рандомизированно), т.е. она принимает то меньшее, то большее значение.

В настоящее время исследователи часто предпочитают последовательный план. Однако, частично или полностью случайный план лучше для многих инженерных экспериментов, так как он позволяет исключить влияние внешних условий на эксперимент, что невозможно достичь при последовательном плане.

Естественные эффекты могут иметь тенденцию к изменению в процессе эксперимента (температура, влажность воздуха и др.). Если независимая переменная x меняет свое значение последовательно, то зависимая переменная y может изменяться вследствие изменения x или изменения внешних условий. Если же x изменяется случайным образом, то исключается возможность ошибочно принять влияние внешних воздействий за влияние x.

Поэтому последовательный план целесообразно применять только в случаях, при которых эксперимент не воспроизводим, или, если

последовательность должна включаться в число основных факторов эксперимента для выявления некоторого эффекта, который будет скрыт при рандомизированном плане.

Область исследуемых значений следует разбить на такие интервалы, чтобы относительная точность на всем протяжении исследуемой зависимости была
одинаковой.

Прежде чем начать проведение основных опытов, необходимо предусмотреть время на предварительный эксперимент с целью:

а) знакомства исследователя с практикой эксперимента и тренаж, то есть, умение обращаться с приборами и аппаратурой, тренировка в выполнении повторяющихся операций;

б) проверки работы установки и измерительного комплекса;

в) определения последовательности и интервалов снятия данных, что непосредственно влияет на точность результатов, снижение эффекта внешних влияний;

г) оценки возможных ошибок первичных измеряемых величин и результата эксперимента.

1.3.3. Планирование многофакторных экспериментов

При проведении многофакторных экспериментов выбирается классический или факторный план. Факторный план часто бывает короче и всегда точнее классического (при одинаковой продолжительности эксперимента).

Классический план состоит в том, что все независимые переменные, кроме одной, например x, принимают постоянными, а эту одну переменную изменяют во всем интервале значений. В результате находится зависимость $z = f(x)$. Изменяя следующую переменную (например, y) и принимая остальные переменные постоянными, находят зависимость $z = f(y)$, т.е. классический многофакторный эксперимент представляет собой последовательность однофакторных экспериментов. Таким путем находятся сравнительно простые функции.

$$z = Ay^n + Bx^m; \qquad z = Ay^n x^m.$$

Факторный план предусматривает получение математической модели процесса. Такую модель можно использовать для нахождения рациональных условий, управления процессом, а также для корректировки и уточнения теоретических представлений об изучаемом процессе.

Многофакторное планирование, основанное на достаточно общем математическом аппарате, дает возможность описывать процесс не только математически, но и вскрывать объективные закономерности, а также

проверять адекватность представления результатов эксперимента определенной интерполяционной зависимостью. При этом сокращается объем исследования и увеличивается объем информации о процессе.

Решение многофакторных задач традиционными методами не дает возможности определить характер взаимодействия факторов между собой и их совместного влияния на выходной параметр. В управляемом эксперименте все исследуемые факторы изменяются одновременно по определенному плану, этим достигается резкое сокращение объема экспериментов и получение более достоверной зависимости, учитывающих взаимодействие факторов.

Таким образом, математическая теория эксперимента и его планирование представляет собой качественно новый подход к исследованию, в котором математическим методом отводится активная роль на всех этапах исследования при формализации априорных сведений, планировании и обработке результатов эксперимента, а также при принятии конкретных решений.

Рассмотрим методику составления плана для проведения эксперимента и обработки его результатов на примере полного факторного эксперимента.

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) реализует все возможные неповторяющиеся комбинации уровней независимых факторов, каждый из которых варьируется на двух уровнях. Число этих комбинаций $N = 2^K$.

Например, для трехфакторной задачи выборочное уравнение регрессии имеет вид

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{3} b_i x_i + \sum_{i,\,j=1}^{3} b_{ij} x_i x_j + b_{123} x_1 x_2 x_3, \qquad (1.77)$$

где $\hat{y}$ – расчетное значение функции выхода (параметра оптимизации);

$b_0, b_1, b_{ij}, b_{123}$ – коэффициенты;

x_i, x_j, x_1, x_2, x_3 – независимые переменные (факторы), которыми можно варьировать.

Полный факторный эксперимент дает возможность найти раздельные оценки коэффициентов b.

Нахождение модели методом ПФЭ состоит из:

а) планирования эксперимента;

б) эксперимента;

в) проверки воспроизводимости (разности выборочных дисперсий);

г) получение математической модели объекта с проверкой статистической значимости выборочных коэффициентов регрессии;

д) проверки адекватности математического описания.

Математическую модель процесса, не содержащую члены первой степени, принято называть планированием первого порядка. Для его планирования ПФЭ задается в виде таблиц – матриц, где в каждом столбце для всех факторов *к* вариация производится только на двух уровнях, т.е. переменная может принимать только два свои экстремальные значения.

Центр эксперимента при этом находится на первом уровне, что соответствует среднему или базисному значению фактора.

Типовая матрица планирования для случая трех переменных приведена в табл.1. 6.

При кодировании факторов линейно преобразуется факторное пространство с переносом начала координат в центр эксперимента и выбором масштаба по осям в единицах варьируемых факторов.

Таблица 1.6

Матрица полного факторного эксперимента типа 2^3

Матрица ПФЭ – 2^3										Условия опыта			
Серия	Код опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	Взаимодействия				Код уровня	Выход		
						X_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$		y_1	y_2	y_3
I	*d*	+	–	–	–	+	+	+	–	(1)			
	p	+	–	–	–	+	+	+	–	(1)			
	l	+	–	–	–	+	+	+	–	(1)			
II	*d*	+	+	–	–	–	–	+	+	*a*			
	p	+	+	–	–	–	–	+	+	*a*			
	l	+	+	–	–	–	–	+	+	*a*			
III	*d*	+	–	+	–	–	+	–	+	*b*			
	p	+	–	+	–	–	+	–	+	*b*			
	l	+	–	+	–	–	+	–	+	*b*			
IV	*d*	+	+	+	–	+	–	–	–	*ab*			
	p	+	+	+	–	+	–	–	–	*ab*			
	l	+	+	+	–	+	–	–	–	*ab*			
V	*d*	+	–	–	+	+	–	–	+	*c*			
	p	+	–	–	+	+	–	–	+	*c*			
	l	+	–	–	+	+	–	–	+	*c*			
VI	*d*	+	+	–	+	–	+	–	–	*ac*			
	p	+	+	–	+	–	+	–	–	*ac*			
	l	+	+	–	+	–	+	–	–	*ac*			
VII	*d*	+	–	+	+	–	–	+	–	*bc*			
	p	+	–	+	+	–	–	+	–	*bc*			
	l	+	–	+	+	–	–	+	–	*bc*			
VIII	*d*	+	+	+	+	+	+	+	+	*abc*			
	p	+	+	+	+	+	+	+	+	*abc*			
	l	+	+	+	+	+	+	+	+	*abc*			

Факторы кодируются посредством зависимости

$$\tilde{x}_i = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_{i0}}{\Delta \bar{x}_i}, \qquad (1.78)$$

где $\tilde{x}_i$ – кодированное значение фактора (безразмерная величина);

$\bar{x}_i$ – значение фактора в именованных (натуральных) единицах;

$\bar{x}_{i0}$ – натуральное значение фактора на нулевом уровне;

$\Delta\bar{x}_i$ – натуральное значение интервала варьирования.

Верхний уровень варьирования фактора обозначается (+1), нижний – (–1). В центре эксперимента фактор имеет базисный уровень (среднее значение). Границы варьирования факторов известны из априорной информации или имеют технические ограничения.

Кроме матрицы с кодированными факторами (см. табл. 6), для проведения эксперимента составляют матрицу с натуральными значениями факторов. В частности, для трех факторов все возможные их комбинации могут быть исчерпаны при реализации восьми серий опытов. Таким образом, число экспериментов для данного случая можно записать как 2^{κ}, где 2 – число уровней; κ – число одновременно варьируемых факторов и записывается как ПФЭ – 2^{κ}.

После проведения эксперимента в распоряжении исследователя имеются: матрица-план независимых переменных и эффектов взаимодействия; векторы-столбцы функции выхода. Цель дальнейшей работы – определить коэффициенты интерполяционного уравнения (77), которое является уравнением регрессии, т.к. получено на основании результатов опыта.

Для матриц типа ПФЭ – 2^{κ} должны выполняться условия

$$\sum_{v}^{n} x_{iv}x_{jv} = 0, \quad i \neq j; \quad i, j = 0,1,2,\ldots,2^{k-1}; \tag{1.79}$$

$$\sum_{v=1}^{n} x_{iv} = 0; \quad i = 1,2,\ldots,2^{k-1}; \tag{1.80}$$

$$\sum_{v=1}^{n} x_{iv}^2 = n; \quad i = 0,2,3,\ldots,2^{k-1}, \tag{1.81}$$

где (179) – условия ортогональности план-матрицы – скалярное произведение векторов-столбцов равно нулю;

(1.80) – свойство симметричности, расположение всех независимых переменных относительно центра эксперимента (нулевого уровня);

(1.81) – сумма квадратов всех векторов-столбцов должна быть равна числу серий опыта.

Коэффициенты регрессии определяют по формулам, вытекающим из решения нормальных уравнений методом наименьших квадратов

$$b_0 = \frac{1}{8}\sum_{v=1}^{8} \bar{y}_0; \quad b_1 = \frac{1}{8}\sum_{v=1}^{8} x_{i0}\bar{y}_v; \tag{1.82}$$

$$b_{ij} = \frac{1}{8}\sum_{v=1}^{8} x_{iv}x_{jv}\bar{y}_v; \quad b_{ijv} = \frac{1}{8}\sum_{v=1}^{8} x_{iv}x_{jv}\bar{y}_v,$$

где $\bar{y}_v$ – среднее значение из ряда параллельных, рандомизированных во времени.

1.3.4. Статистический анализ уравнений регрессии

Статистический анализ уравнения типа (1.77) осуществляется в следующей последовательности

1. Определяется дисперсия единичного измерения или дисперсия воспроизводимости

$$S_v^2 = \frac{\sum_{j=1}^{M} (y_{vj} - \bar{y}_v)^2}{r-1}, \tag{1.83}$$

где r – число повторных опытов в точках плана.

2. Определяется дисперсия среднего значения выхода

$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{\sum_{v=1}^{n} S_v^2}{n}. \tag{1.84}$$

3. Проверка однородности дисперсии при помощи различных статистических критериев. Если число повторных опытов во всех точках плана одинаковое, то можно использовать критерий Кохрена – G, согласно которому при наличии дисперсии по строчкам (1.81) и их суммы

$$S_{\sum}^2 = \sum_{v}^{n} S_v^2$$

для проверки точности измерений необходимо выбрать максимальную дисперсию из ряда построчных S_n^2 и найти расчетное значение

$$G_p = \frac{S_{v\max}^2}{S_{\sum}^2}. \tag{1.85}$$

Гипотеза об однородности дисперсий принимается, если расчетное значение G_p не превышает его табличного.

4. Определяем ошибку эксперимента

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{v=1}^{m} S_v^2}{n}}. \qquad (1.86)$$

5. Значимость каждого коэффициента модели проводится независимо с помощью критерия Стьюдента ($t-$ критерий). Для этого находим дисперсию коэффициента регрессии

$$S^2(b_i) = \frac{S_{\bar{v}}^2}{nr} \qquad (1.87)$$

с $f = n(r-1)$ степенями свободы, а затем рассчитываем значения критерия

$$t_i = \frac{|b_i|}{\sqrt{S^2|b_i|}} \qquad (1.88)$$

Если $t_i > t_{кр}$ (табличное значение), то b_i считается значимым

6. Строим доверительный интервал длиной $2\Delta b_i$, где

$$\Delta b_i = t_{кр}\sqrt{S^2|b_i|}\ .$$

Коэффициент значим, если его абсолютная величина больше половины длины доверительного интервала.

Проверку адекватности результатов исследования можно провести по критерию Фишера

$$F = \frac{S^2 ад}{S_{\bar{y}}^2}, \qquad (1.89)$$

где при равном числе дублирующих ответов

$$S^2{}_{ад} = \frac{r}{n-m}\sum_{v=1}^{n}(\bar{y}_v - \hat{y}_v)^2, \qquad (1.90)$$

где m – число членов аппроксимирующего полинома (включая свободный член);

$\hat{y}$ – значение выходной величины, полученное из уравнения регрессии.

Дисперсия адекватности определяется с числом степеней свободы

$$f_{ад} = n - m.$$

Во всех случаях, когда $F_{расч.} < F_{табл.}$, аппроксимация адекватна. Результаты статистического анализа и проверки основных критериев сводятся в типовые таблицы.

1.3.5. Методы графического изображения результатов измерений

При обработке результатов измерений и наблюдений широко используют методы графического изображения.

Результаты измерений, представленные в табличной форме, не позволяют достаточно наглядно характеризовать закономерности изучаемых процессов. Графическое изображение дает наиболее наглядное представление о результатах экспериментов, позволяет лучше понять физическую сущность исследуемого процесса, выявить общий характер функциональной зависимости изучаемых переменных величин, установить наличие максимума или минимума функции.

После обработки результатов измерений и оценки степени точности необходимо их свести в таблицы для анализа. Данные таких таблиц обрабатывают графическими методами.

Для графического изображения результатов измерений (наблюдений), как правило, применяют систему прямоугольных координат. Если анализируется графическим методом функция $y = f(x)$, то наносят в системе прямоугольных координат значения $x_1 y_1, x_2 y_2, \ldots, x_n y_n$ (рис.1.20).

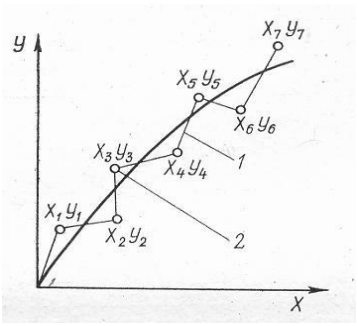


Рис. 1.20. Графическое изображение функции $y = f(x)$;

1 – кривая по результатам непосредственных измерений;

2 – плавная кривая.

Прежде чем строить график, необходимо знать ход (течение) исследуемого явления.

Как правило, качественные закономерности и форма графика экспериментатору ориентировочно известны из теоретических исследований.

Точки на графике необходимо соединять плавной линией так, чтобы она по возможности ближе проходила ко всем экспериментальным точкам. Если соединить точки прямыми отрезками, то получим ломаную кривую. Она характеризует изменение функции по данным эксперимента. Обычно функции имеют плавный характер. Поэтому при графическом изображении результатов измерений следует проводить между точками плавные кривые. Резкое искривление графика объясняется погрешностями измерений. Если бы эксперимент повторили с применением средств измерений более высокой точности, то получили бы меньшие погрешности, а ломаная кривая больше бы соответствовала плавной кривой.

Однако могут быть исключения. Так, иногда исследуются явления, для которых в определенных интервалах наблюдается быстрое скачкообразное изменение одной из координат (рис. 1.21). Это объясняется сущностью физико-химических процессов, например, фазовыми превращениями влаги при исследовании промерзающих систем, радиоактивным распадом атомов в процессе исследования радиоактивности и т.д.

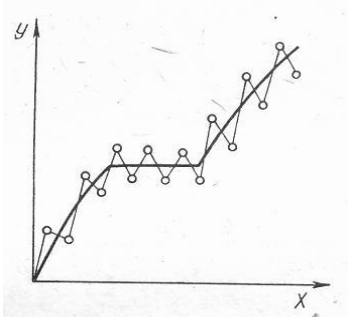


Рис.1.21. Графическое изображение функции $y = f(x)$ при наличии скачка

В таких случаях необходимо наиболее тщательно соединять точки кривой. Общее «осреднение» всех точек плавной кривой может привести к тому, что скачок функции подменяется погрешностями измерений.

Иногда при построении графика одна – две точки резко удаляются от кривой. Вначале нужно проанализировать физическую сущность явления, и если, нет основания полагать наличия скачка функции, то такое резкое отклонение можно объяснить грубой ошибкой или промахом. Это может возникнуть тогда, когда данные измерений предварительно не исследовались на наличие грубых ошибок измерений. В таких случаях необходимо повторить измерение в диапазоне резкого отклонения точки. Если прежнее измерение оказалось ошибочным, то на график наносят новую точку. Если же повторные измерения дадут прежние значения, необходимо к этому интервалу кривой отнестись очень внимательно и особо тщательно проанализировать физическую сущность явления.

Часто при графическом изображении результатов экспериментов приходится иметь дело с тремя переменными $b = f(x, y, z)$.

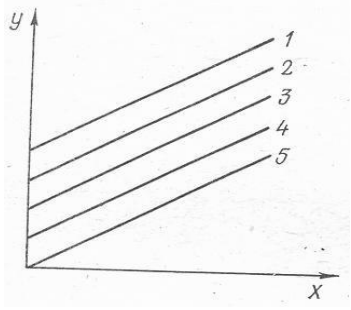


Рис.1.22. Графическое изображение функции $b = f(x, y, z)$:
$1 - z_5; 2 - z_4; 3 - z_3;$
$4 - z_2; 5 - z_1.$

В этом случае применяют метод разделения переменных. Одной из величин z в пределах интервала измерений $z_1 - z_n$ задают несколько последовательных значений. Для двух остальных переменных x и y (при $z = const$) строят графики $y = f_1(x)$. В результате на одном графике получают семейство кривых $y = f_1(x)$ для различных значений z (см. рис.1.22).

Если необходимо графически изобразить функцию с четырьмя и более переменными $\alpha = f(b, x, y, z)$, то строят серию графиков типа предыдущих (см. рис. 20), но каждый из них при $b_1, \ldots, b_n = const$ или принимают из N переменных $N-1$ постоянными и строят графики: вначале $N-1 = f_1(x)$, далее $N-2 = f_2(x)$, $N-3 = f_3(x)$ и т.д. Таким образом, можно проследить изменение

любой переменной величины b функции от других при постоянных значениях остальных.

Этот метод графического анализа требует тщательности, большого внимания к результатам измерений. Однако он в большинстве случаев является простым и наглядным.

При графическом изображении результатов экспериментов большую роль играет выбор системы координат или координатной сетки. Координатные сетки бывают равномерными и неравномерными. У равномерных координатных сеток ординаты и абсциссы имеют равномерную шкалу. Например, в системе прямоугольных координат длина откладываемых единичных отрезков на обеих осях одинаковая.

Из неравномерных координатных сеток наиболее распространены полулогарифмические, логарифмические, вероятностные.

Полулогарифмическая сетка имеет равномерную ординату и логарифмическую абсциссу (рис.1.23).

Логарифмическая координатная сетка имеет обе оси логарифмические, вероятностная – ординату, обычно равномерную, и абсциссу – вероятностную шкалу (рис.1.24).

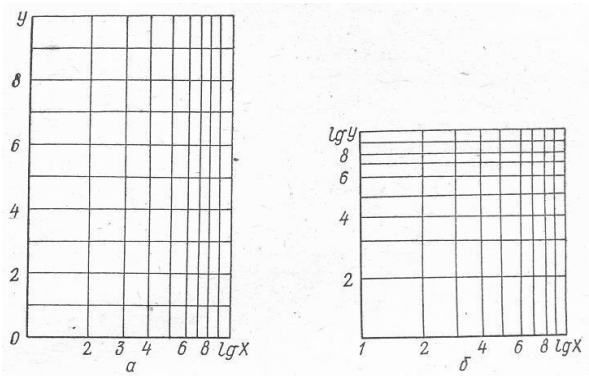


Рис. 1.23. Координатная полулогарифмическая (*а*) и логарифмическая (*б*) сетка.

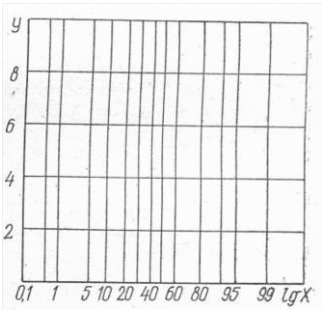


Рис.1. 24. Координатная вероятностная сетка

Назначение неравномерных сеток различное. В большинстве случаев их применяют для более наглядного изображения функций. Функция $y = f(x)$ имеет различную форму на различных сетках. Так, многие криволинейные функции спрямляют на логарифмических сетках.

Большое значение в практике графического изображения экспериментальных данных имеет вероятностная сетка, применяемая в различных случаях: при обработке измерений для оценки их точности, при определении расчетных характеристик (расчетной влажности, расчетных значений модуля упругости грунта и горных пород, межремонтных сроков службы одежды и покрытий и т. д.).

Иногда в процессе обработки экспериментальных данных графическим способом необходимо составить расчетные графики, ускоряющие нахождение по одной переменной других, при этом существенно повышаются требования к точности вычерчивания функции на графике.

Вычерчивая расчетные графики, необходимо руководствоваться следующими практическими рекомендациями. В зависимости от числа переменных нужно выбрать координатную сетку и определить вид графика – одна кривая, семейство кривых или серия семейств. Большое значение приобретает выбор масштаба графика, что связано с размерами чертежа и соответственно с точностью снимаемых с него значений величин. Известно, что чем крупнее масштаб, тем выше точность снимаемых значений. Однако, как правило, графики не превышают размеров 20×15 см, что является удобным при составлении отчетов. Лишь в отдельных случаях используют графики больших размеров.

Опыт показывает, что применяемая для вычерчивания графиков миллиметровая бумага в пределах размеров 15-20 см дает погрешность ± 0,1-0,2 мм. Это следует иметь в виду при вычерчивании расчетных графиков. Таким образом, абсолютная ошибка снимаемых с графиков величин может достигать $\varepsilon = \pm 0{,}2M$, где M – принятый масштаб графика. Очевидно, что точность измерений может быть выше точности снимаемых с графика величин.

Масштаб по координатным осям обычно применяют различный. От выбора его зависит форма графика – он может быть плоским (узким) или вытянутым (широким) вдоль оси (рис.1.25).

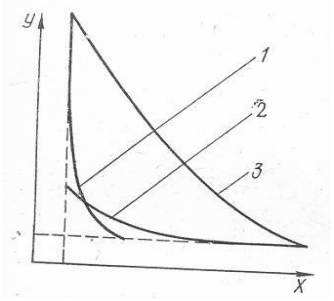


Рис.1.25. Форма графика в зависимости от масштаба: 1 - плоская; 2 - ширенная; 3 - нормальная.

Узкие графики дают большую погрешность по оси y, широкие – по оси x.

Из рисунка видно, что правильно подобранный масштаб (нормальный график) позволяет существенно повысить точность отсчетов.

Расчетные графики, имеющие максимум (минимум) функции или какой-либо сложный вид, особо тщательно необходимо вычерчивать в зонах изгиба. На таких участках количество точек для вычерчивания графика должно быть значительно больше, чем на плавных участках.

В некоторых случаях строят номограммы, существенно облегчающие применение для систематических расчетов сложных теоретических или эмпирических формул в определенных пределах измерения величин. Номограммированы могут быть любые алгебраические выражения. В результате сложные математические выражения можно решать сравнительно просто графическими методами. Построение номограмм – трудоемкая операция. Однако, будучи раз построенной, номограмма может быть использована для нахождения любого из переменных, входящих в номограммированное

уравнение. Применение ЭВМ существенно снижает трудоемкость номограммирования.

Существует несколько методов построения номограмм. Для этого применяют равномерные или неравномерные координатные сетки. В системе прямоугольных координат функции в большинстве случаев на номограммах имеют криволинейную форму. Это увеличивает трудоемкость, поскольку требуется большое количество точек для нанесения одной кривой.

В полу- или логарифмических координатных сетках функции имеют прямолинейную форму и составление номограмм упрощается.

Методика построения номограмм функции одной переменной $y = f(x)$ или многих $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ описана ранее и сводится к построению кривой, семейства или серии семейств путем принятия постоянных и нахождения одной переменной.

Сложные алгебраические выражения целесообразно сводить к простому произведению двух-трех значений, например: $d = abc$, где a, b, c – функции двух, трех переменных.

В этом случае необходимо вначале, задавшись переменными, вычислить a, b, c, далее, придавая им постоянные значения, найти α. Величины a, b, c необходимо варьировать в определенных значениях, например, от 0 до 100 через 5 или 10.

Наиболее эффективным является такой способ построения номограмм, при котором a, b, c представляются как безразмерные критерии.

1.3.6. Методы подбора эмпирических формул

В процессе экспериментальных измерений получают статистический ряд измерений двух величин, объединяемых функцией

$$f = f(x) \tag{1.91}$$

Каждому значению $y_1, y_2, ..., y_n$ соответствует определенное значение аргумента $x_1, x_2, ..., x_n$.

Экспериментатор должен быть уверенным в достоверности получаемых им измерений.

На основе экспериментальных данных можно подобрать алгебраические выражения, которые называют эмпирическими формулами.

Такие формулы подбирают лишь в пределах измеренных значений аргумента $x_1 - x_n$. эмпирические формулы имеют тем большую ценность, чем больше они соответствуют результатам эксперимента.

Необходимость в подборе эмпирических формул возникает во многих случаях. Так, если алгебраическое выражение (1.91) сложное, требует громоздких вычислений, составления программ для ЭВМ, то часто

эффективнее пользоваться упрощенной приближенной эмпирической формулой. Опыт показывает, что эмпирические формулы часто незаменимы для анализа измеренных величин. К эмпирическим формулам предъявляют два основных требования – по возможности они должны быть наиболее простыми и точно соответствовать экспериментальным данным в пределах изменения аргумента.

Таким образом, эмпирические формулы являются приближенными выражениями аналитических формул. Замену точных аналитических выражений приближенными, более простыми называют аппроксимацией, а функции аппроксимирующими.

Процесс подбора эмпирических формул состоит из двух этапов.

На первом этапе данные измерений наносят на сетку прямоугольных координат, соединяют экспериментальные точки плавной кривой и выбирают ориентировочно вид формулы. На втором этапе вычисляют параметры формул, которые наилучшим образом соответствовали бы принятой формуле. Подбор эмпирических формул необходимо начинать с самых простых выражений.

Результаты измерений многих явлений и процессов аппроксимируются простейшими эмпирическими уравнениями типа

$$y = a + bx \tag{1.92}$$

где a, b – постоянные коэффициенты.

Так, линеаризованным уравнением (1.92) можно выразить зависимость между влажностью и плотностью грунта, содержанием цемента и прочностью бетона, количеством проходов смесительной машины и степенью размельчения грунта, продолжительностью перемешивания асфальтобетонной смеси и степенью ее однородности и т.д.

Поэтому при анализе графического материала необходимо по возможности использовать линейную функцию. В этом случае применяют метод выравнивания. Он заключается в том, что кривую, построенную по экспериментальным точкам, представляют линейной функцией.

Для преобразования некоторой кривой (1.91) в прямую линию вводят новые переменные X и Y:

$$X = f_1(x, y); \quad Y = f_2(x, y). \tag{1.93}$$

В этом уравнении X и Y должны быть связаны линейной зависимостью

$$Y = a + bX. \tag{1.94}$$

Значения X и Y можно вычислить на основе решения системы (1.93). Далее строят прямую (рис. 1.26), по которой легко графически вычислить параметры a (ордината точки пересечения прямой с осью Y) и b (тангенс угла наклона прямой с осью Y):

$$b = tg\alpha = \frac{Y_i - a}{X_i}.$$

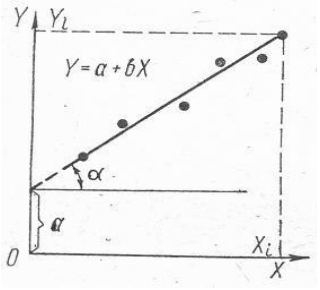


Рис.1.26. Графическое определение параметров *а* и *б*.

При графическом определении параметров a и b обязательно, чтобы прямая (1.92) строилась на координатной сетке, у которой началом является точка $Y = 0$ и $X = 0$. Для расчета b необходимо точки Y_i и X_i принимать на крайних участках прямой.

Для определения параметров прямой можно применить также другой графический метод. В уравнение (1.94) подставляют координаты двух крайних точек, взятых с графика. Получают систему двух уравнений, из которых вычисляют a и b. После установления параметров a и b получают эмпирическую формулу (1.92), которая связывает X и Y, что позволяет установить функциональную связь между x и y (1.93) и эмпирическую зависимость (1.91).

Линеаризацию кривых можно легко осуществить на полу- или логарифмических координатных сетках, которые сравнительно широко применяют при графическом методе подбора эмпирических формул.

Пример. Подобрать эмпирическую формулу следующих измерений:

12,1	19,2	25,9	33,2	40,5	46,4	54,0
1	2	3	4	5	6	7

Графический анализ этих измерений показывает, что в прямоугольных координатах точки хорошо ложатся на прямую линию и их можно выразить зависимостью (1.92).

Выбираем координаты крайних точек и подставляем в (1.92):

$$A_0 + 7A_1 = 54{,}0;$$
$$A_0 + A_1 = 12{,}1.$$

Откуда $A_1 = 41{,}9/6 = 6{,}98$ и $A_0 = 12{,}10 - 6{,}98 = 5{,}12$. Эмпирическая формула имеет вид

$$y = 5{,}12 + 6{,}98A_1.$$

Таким образом, аппроксимация экспериментальных данных прямолинейными функциями позволяет просто и быстро установить ряд эмпирических формул.

Графический метод выравнивания может быть применен в различных случаях, когда экспериментальная кривая на сетке прямоугольных координат имеет вид плавной кривой. Рассмотрим основные случаи.

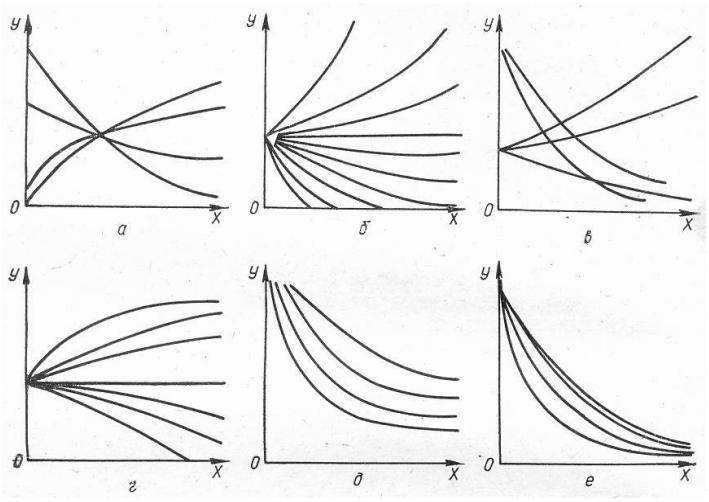
Если экспериментальный график имеет вид рис. 1.27, *а*, то необходимо применить формулу

$$y = ax^{в}. \tag{1.95}$$

Заменяя $X = \lg x$ и $Y = \lg y$, имеем $Y = \lg a + bX$.

При этом экспериментальная кривая превращается в прямую линию на логарифмической сетке.

Если экспериментальный график имеет вид рис.1.27 δ, то нужно использовать выражение



$$y = ae^{bx} \tag{1.96}$$

Заменяя $Y = \lg y$, имеем $Y = \lg a + xb \lg e$.

Здесь экспериментальная кривая превращается в прямую линию на полулогарифмической сетке.

Рис. 1.27. Основные виды графиков эмпирических формул

Если экспериментальный график имеет вид рис.1.27, *в*, то применяем

$$y = ax^b + c, \tag{1.97}$$

а) b – задано. Принимая $X = x^b$, имеем прямую линию на сетке прямоугольных координат $y = aX + c$;

б) b – неизвестно. Принимая $X = \lg x$ и $Y = \lg(y - c)$, имеем прямую линию на логарифмической сетке $Y = \lg a + bX$.

В этом случае необходимо предварительно вычислить c. Для этого по экспериментальной кривой принимают три произвольные точки:

$x_1 y_1$; $x_2 y_2$ и $x_3 = \sqrt{x_1 x_2}$; y_3 и вычисляют c:

$$c = \frac{y_1 y_2 - y_3^2}{y_1 + y_2 - 2y_3}. \qquad (1.98)$$

Если экспериментальный график имеет вид рис. 1.27 *г*, то нужно пользоваться формулой

$$y = ae^{bx} + c. \qquad (1.99)$$

Заменяя $Y = \lg(y - c)$, имеем прямую на полулогарифмической сетке $Y = \lg a + b \lg ex$. Необходимо предварительно определить «*c*» с помощью (98), но $x_3 = 0{,}5(x_1 + x_2)$.

Если экспериментальный график имеет вид рис. 1.27, *д*, то применяем выражение

$$y + a + \frac{b}{x}, \qquad (1.100)$$

Заменяя $x = \frac{1}{z}$, получаем прямую линию на сетке прямоугольных координат $y = a + bz$. Если график имеет вид рис. 1.27 *е*, то нужно использовать формулу

$$y = \frac{1}{a + bx}. \qquad (1.101)$$

Заменяя $y = \frac{1}{z}$, имеем $z = a + bx$, т.е. прямую линию на сетке прямоугольных координат.

Аналогично для уравнения

$$y = \frac{1}{a + bx + cx^2}. \qquad (1.102)$$

с $y = \frac{1}{z}$ имеем $z = a + bx + cx^2$.

Сложную степенную функцию

$$y = ae^{nx + mx^2} \qquad (1.103)$$

преобразуем в прямую линию.

При $\lg y = z;\ \lg a = P;\ \ n \lg e = g,\ \ m \lg e = z$ имеем $z = p + gx + rx^2$.

С помощью приведенных на рис. 1.27 графиков и выражений (1.95)-(1.103) практически можно всегда подобрать уравнение эмпирической формулы.

Пример. Подобрать эмпирическую формулу для следующих измерений:

1	1.5	2.0	2,5	3.0	3,5	4,0	4.5
15,2	20.6	27,4	36,7	49,2	66,0	87,4	117,5

На основе этих данных строим график. Как видно из рис. 26, имеем типичный график для показательной функции (1.96) (рис. 1.27,*б*). В этой формуле необходимо найти параметры *a* и *b*.

После логарифмирования этого выражения имеем $\lg y = \lg a + b \lg ex$.

Если обозначить $\lg y = Y$, то $Y = \lg a + b \lg ex$, т.е. в полулогарифмических координатах выражение для Y представляет собой прямую линию, что подтверждается рис. 1.28.

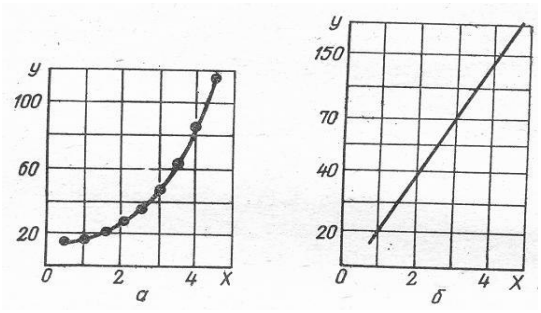


Рис.1.28. Экспериментальная кривая (*а*) и спрямленная (*б*).

Подставим в уравнение координаты крайних точек:

$$\lg 15{,}2 = \lg a + b \lg e,$$
$$\lg 117{,}5 = \lg a + 4{,}5b \lg e$$

Или

$$\lg a + b \lg e = 1{,}183; \lg a + 4{,}5b \lg e = 2{,}070.$$

Отсюда $b = \dfrac{0{,}887}{3{,}5 \lg e} = 0{,}579$; $\lg a = 1{,}183 - 0{,}254 = 0{,}929$; $a = 1{,}85$.

Окончательно эмпирическая формула имеет вид $y = 1{,}85 \cdot e^{0{,}579}$.

При подборе эмпирических формул широко используют полиномы

$$y = A_0 + A_1 X + A_2 X^2 + A_3 X^3 + \ldots + A_n X_n^n, \qquad (1.104)$$

где $A_0, A_1, \ldots, A_n$ – постоянные коэффициенты.

Полиномами можно аппроксимировать любые результаты измерений, если они графически выражают непрерывные функции.

Особо ценным является то, что даже при неизвестном точном выражении функции (1.104) можно определить значения коэффициентов А. Кроме

графического метода, изложенного выше, для определения коэффициентов А применяют методы средних и наименьших квадратов.

Метод средних квадратов основан на следующем положении. По экспериментальным точкам можно построить несколько плавных кривых. Наилучшей будет та кривая, у которой разностные отклонения наименьшие, т.е. $\sum \varepsilon = 0$.

Порядок расчета коэффициентов полинома сводится к следующему.

Определяют число членов ряда (1.104). Обычно принимают не более 3-4.

В принятое выражение последовательно подставляют координаты x и y m экспериментальных точек и получают систему из m уравнений. Каждое уравнение приравнивают соответствующему отклонению

$$\begin{aligned} &A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_1^2 + \ldots + A_n X_1^n - y_1 = \varepsilon_1; \\ &A_0 + A_1 X_2 + A_2 X_2^2 + \ldots + A_n X_2^n - y_2 = \varepsilon_2; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &A_0 + A_1 X + A_2 X^2 + \ldots + A_n X_m^n - y_m = \varepsilon_m. \end{aligned} \qquad (1.105)$$

Обычно число точек, т.е. число уравнений, больше числа коэффициентов *A*, что позволяет их вычислить при решении системы (1.105).

Разбивают систему начальных уравнений (1.105) последовательно сверху вниз на группы, число которых должно быть равно количеству коэффициентов А.

В каждой группе складывают уравнения и получают новую систему уравнений, равную количеству групп (обычно 2, 3). Решая систему, вычисляют коэффициенты *A*.

Метод средних обладает высокой точностью, если число точек достаточно велико (не менее 3,4). Степень точности можно повысить следующим образом. Начальные условия группируют по 2,3 вариантам и вычисляют для каждого варианта эмпирическую формулу. Предпочтение отдают той формуле, у которой $\sum \varepsilon^2 = \min$.

Пример. Выполнено семь измерений:

4	5	6	7	8	9	10
10.2	6.7	4.8	3.6	2,7	2,1	1,7

Необходимо подобрать эмпирическую формулу для полинома

$$y = A_0 + A_1 X + A_2 X^2.$$

Подставим в это уравнение точки и разобьем систему начальных уравнений на три группы (1,2, 3,4, 5,7):

$$A_0 + 4A_1 + 16A_2 - 10{,}2 = \varepsilon_1;$$
$$A_0 + 5A_1 + 25A_2 - 6.7 = \varepsilon_2;$$
$$A_0 + 6A_1 + 36A_2 - 4.8 = \varepsilon_3;$$
$$A_0 + 7A_1 + 49A_2 - 3{,}6 = \varepsilon_4;$$
$$A_0 + 8A_1 + 64A_2 - 2{,}7 = \varepsilon_5;$$
$$A_0 + 9A_1 + 81A_2 - 2.1 = \varepsilon_6;$$
$$A_0 + 10A_1 + 100A_2 - 1{,}7 = \varepsilon_7.$$

После сложения уравнений в каждой подгруппе имеем

$$2A_0 + 9A_1 + 41A_2 = 16{,}9;$$
$$2A_0 + 13A_1 + 85A_2 = 8{,}4;$$
$$3A_0 + 27A_1 + 24A_2 = 6{,}5.$$

Определяя из этих выражений $A_0, A_1,$ и A_2, окончательно имеем следующую эмпирическую формулу

$$y = 26{,}168 - 5{,}2168 + 0{,}2811x^2.$$

Метод средних может быть применен для различных кривых после их выравнивания.

Пример. Имеется восемь измерений:

3	6	9	12	15	18	21	24
57,6	41,9	31,0	22,7	16,6	12,2	8,9	6,5

Анализ кривой в системе прямоугольных координат дает возможность применить формулу (1.96): $y = ae^{-bx}$.

Произведем выравнивание путем замены переменных $Y = \lg y$, $X = \dfrac{x}{2{,}303}$.

Тогда $Y = A + BX$, где $A = \lg a$, $B = b$.

Поскольку необходимо определить два параметра, то разбиваем все измерения на две группы по четыре измерения. Составляем восемь уравнений:

$$1{,}7604 = A + \frac{3}{2{,}303} B; \qquad 1{,}2201 = A + \frac{15}{2{,}303} B;$$

$$1{,}6222 = A + \frac{6}{2{,}303} B; \qquad 1{,}0864 = A + \frac{18}{2{,}303} B;$$

$$1{,}4914 = A + \frac{9}{2{,}303} B; \qquad 0{,}9494 = A + \frac{21}{2{,}303} B;$$

$$1{,}3560 = A + \frac{12}{2{,}303} B; \qquad 0{,}8129 = A + \frac{24}{2{,}303} B;$$

$$6{,}2300 = 4A + \frac{30}{2{,}303} B; \qquad 4{,}0688 = 4A + \frac{78}{2{,}303} B.$$

После суммирования по группам получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными A и B, решая которую, имеем

$$A = 1{,}8952; \qquad B = -0{,}1037;$$
$$a = 78{,}564; \qquad b = -0{,}1037.$$

Окончательно $y = 78{,}56e^{-0{,}1037}$.

Наилучшие результаты при определении параметров заданного уравнения дает использование метода наименьших квадратов. Суть этого метода заключается в том, что если все измерения функции $y_1, y_2, \ldots, y_n$ произведены с одинаковой точностью, и распределенные величины ошибок измерения соответствуют нормальному закону, то параметры исследуемого уравнения определятся при условии, что сумма квадратов отклонения измеренных значений от расчетных принимает наименьшее значение.

Для нахождения неизвестных параметров ($a_1, a_2, \ldots, a_n$), число которых n, необходимо решить систему n линейных уравнений:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_1 x_1 + a_2 u_1 + \ldots + a_n z_1; \\ y_2 &= a_1 x_2 + a_2 u_2 + \ldots + a_n z_2; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n &= a_1 x_m + a_2 u_m + \ldots + a_n z_m, \end{aligned} \qquad (1.106)$$

где $y_1, \ldots, y_n$ – частные значения измеренных величин функциями y;

v, u, z – переменные величины;

$a_1, \ldots, a_n$ – коэффициенты уравнения, которые необходимо определить.

Эту систему приводят к системе нормальных линейных уравнений путем умножения каждого уравнения соответственно на $x_1,\ldots,x_m$ и последующего их сложения, затем умножения соответственно на $u_1,\ldots,u_m$ и т.д. Это позволяет получить так называемую систему нормальных уравнений.

$$\begin{aligned}
&\sum_1^m yx = a_1\sum_1^m xx + a_2\sum_1^m xu + \ldots + a_n\sum_1^m xz;\\
&\sum_1^m yu = a_1\sum_1^m ux + a_2\sum_1^m uu + \ldots + a_n\sum_1^m uz;\\
&\ldots\ldots\ldots

Следовательно, окончательно имеем следующую эмпирическую формулу: $K_p = 0{,}78 + 0{,}0025Ц_м$.

Метод наименьших квадратов обеспечивает результаты высокой надежности. Степенью точности коэффициентов A в (1.104) должна быть такой, чтобы вычисленные значения y совпадали со значениями в исходных табличных значениях. Это требует вычислить значения A тем точнее, чем выше индекс A, т.е. A_4 должно быть точнее (больше число десятичных знаков), чем A_3; A_3 – точнее, чем A_2 и т.д.

Для вычисления коэффициентов A методом наименьших квадратов необходимо расчеты проводить по типовым программам на ЭВМ.

1.3.7. Корреляционный анализ

Под корреляционным анализом понимают исследование закономерностей между явлениями (процессами), которые зависят от многих, иногда неизвестных факторов. Если две переменные зависят друг от друга так, что каждому значению x соответствует значение y, то между ними существует функциональная связь.

Однако часто между переменными x и y существует связь, но не вполне определенная. Одному значению x соответствует несколько значений (совокупность) y. В этом случае связь называют корреляционной.

Функция $y = f(x)$ является корреляционной, если каждому значению аргумента соответствует статистический ряд распределения функции y. Следовательно, корреляционные зависимости характеризуются вероятностными связями. Поэтому установление корреляционных зависимостей между величинами y и x возможно лишь тогда, когда выполняемы статистические измерения.

Например, модуль упругости грунта E зависит от его объемного веса γ. С возрастанием объемного веса увеличивается модуль упругости грунта. Эта закономерность проявляется лишь при наличии большого количества измерений. Для каждой отдельно парной связи $E_i = f(\gamma_i)$ наблюдаются большие отклонения.

Суть корреляционного анализа сводится к установлению уравнения регрессии, т.е. вида кривой между случайными величинами, оценка тесноты связей и достоверности результатов измерений.

Чтобы предварительно определить наличие корреляционной связи между x и y, наносят точки на график и строят так называемое корреляционное поле (рис.1.29). По тесноте группирования точек вокруг прямой или кривой линии, по наклону линии можно визуально судить о наличии корреляционной связи. Так, из рис.1. 29, a видно, что экспериментальные данные имеют

определенную связь между x и y. В то же время измерения, приведенные на рис. 1.29, $б$, такой связи не имеют.

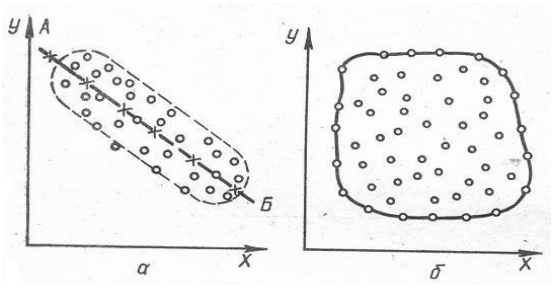


Рис. 1.29. Корреляционное поле

Корреляционное поле характеризует вид связи между x и y. По форме поля можно ориентировочно судить о форме графика, характеризующей прямолинейную или криволинейную зависимость. Даже для вполне выраженной формы корреляционного поля вследствие статистического характера связи исследуемого явления одно значение x может иметь несколько значений y.

Поэтому оптимальной будет такая функция, в которой соблюдаются условия наименьших квадратов:

$$\sum(y_i - \bar{y})^2 = \min, \tag{1.108}$$

где y_i – фактические ординаты поля;

$\bar{y}$ – среднее значение ординаты с абсциссой x, вычисленной по уравнению.

Если нанести на корреляционном поле (см. рис.1.29, $а$) средние значения $\bar{y}$ (обозначенные крестиками), то линия $А-Б$ будет соответствовать функциональной зависимости $\bar{y} = ax + b$. Средняя линия корреляционного поля, для которой соблюдается условие (1.108), называется линией регрессии.

Существует три вида корреляции – прямолинейная, криволинейная и множественная. Наиболее распространенной является прямолинейная корреляция.

Поле корреляции аппроксимируют уравнением прямой. Линию регрессии рассчитывают из условий наименьших квадратов (1.108):

$$y = a + bx \tag{1.109}$$

При этом кривая $А-Б$ наилучшим образом выравнивает значения постоянных коэффициентов a и b, т.е. коэффициентов уравнения регрессии. Их вычисляют по выражениям

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}; \tag{1.110}$$

$$a = y - bx = \frac{\sum y}{n} - b\frac{\sum x}{n}. \tag{1.111}$$

Критерием близости корреляционной зависимости между x и y к линейной функциональной зависимости является коэффициент корреляции r. Он показывает степень линейности связи x и y

$$r = \pm \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{[n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2][n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}; \qquad (1.112)$$

$$r = \pm \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n\sigma_x \sigma_y}; \qquad (1.113)$$

$$r = \pm \frac{[\frac{1}{n}\sum (x_i y_i)] - x\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}, \qquad (114)$$

где n – число измерений;

σ_x, σ_y – среднеквадратичные отклонения.

Несмотря на громоздкость формулы (1.112), она наиболее простая для вычислений. Значение коэффициента корреляции всегда меньше единицы. При $r = 1{,}0$ величины x и y связаны функциональной связью (в данном случае линейной), т.е. каждому значению x соответствует одно значение y. Если $r <$ 1, то линейной связи не существует. При $r = 0$ между координатами x и y линейной корреляционной связи не существует, однако может существовать нелинейная регрессия. Обычно считают тесноту связи удовлетворительной при $r \geq 0{,}5$; хорошей при $r = 0{,}8...0{,}85$.

Уравнение регрессии прямой можно представить выражением (1.109) или

$$y = \bar{y} + r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \bar{x}). \qquad (1.115)$$

Пример. Имеется статистический ряд парных измерений:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	11	14	16	21	26	27	32	34	41

Необходимо найти уравнение прямолинейной регрессии, оценить тесноту связей и оценить степень достоверности. Расчет ведем в табличной форме, (табл. 1.8).

Таблица 1.8

x	y	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	x^2	y^2	xy	$(x-\bar{x})\cdot(y-\bar{y})$
1	8	– 4,5	– 15	20,25	225	1	64	8	67,5
2	11	– 3,5	– 12	12,25	144	4	121	22	42,0
3	14	– 2,5	– 9	6,25	81	9	196	42	22,5
4	16	– 1,5	– 7	2,25	49	16	256	64	10,5
5	21	– 0,5	– 2	0,25	4	25	441	105	1,0
6	26	0,5	+ 3	0,25	9	36	676	156	1,5
7	27	1,5	+ 4	2,25	16	49	729	189	6,0
8	32	2,5	+ 9	6,25	81	64	1024	256	22,5
9	34	3,5	+ 11	16,25	121	81	1156	306	31,5
10	41	4.5	+ 18	20,25	324	100	1681	410	81,0
55	230	–	–	82,50	1054	385	6344	1558	86,0

$$\bar{x}=\frac{55}{10}=5{,}5; \qquad \bar{y}=\frac{230}{10}=23;$$

$$\sigma_x=\sqrt{\frac{82{,}50}{10}}=2{,}873; \qquad \sigma_y=\sqrt{\frac{1054}{10}}=10{,}27.$$

Вычисляем r из (114):

$$r=\frac{\frac{1558}{10}-5{,}5\cdot 23}{2{,}873\cdot 10{,}27}=-0{,}99.$$

Полученный коэффициент корреляции довольно высок.

Коэффициент регрессии по (1.115) $r\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}=0{,}99\dfrac{10{,}27}{2{,}873}=3{,}54.$

Уравнение регрессии $y=23+3{,}54(x-5{,}5).$

Определим уравнение регрессии иным способом.

Коэффициент корреляции согласно (1.112)

$$r=\frac{10\cdot 1558-55\cdot 230}{(10\cdot 385-55^2)(10\cdot 6344-230^2)}=-0{,}99.$$

Из (110) и (111)

$$в = \frac{10 \cdot 1558 - 55 \cdot 230}{10 \cdot 385 - 55^2} = 3{,}55;$$

$$a = \frac{230}{10} - 3{,}55\frac{55}{10} = 3{,}48.$$

По (1.109) уравнение регрессии имеет вид $y = 3{,}48 + 3{,}55x$.

Расчет y по полученным двум уравнениям регрессии, а также сравнение с заданными величинами, приведены в табл.1. 9.

Таблица 1.9

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	8	11	14	16	21	26	27	32	34	41
y_1	7,1	10,6	14,2	17,7	21,3	24,8	28,3	31,8	35,4	38,9
y_2	7,1	10,6	14,2	17.7	21,3	24.8	28,3	31,9	35,4	39,0

Как видно из расчетов, сходимость хорошая.

Пример. Необходимо исследовать выносливость горных пород (количество циклов нагружения образцов до их разрушения) в зависимости от степени их нагружения $(\frac{\sigma}{R_{ст}})$.

Составим гипотезу научного исследования. Из литературных данных известно, что усталостное разрушение материалов, в том числе и горных пород, представляет собой в значительной степени вероятностный процесс, т.е. на усталостное разрушение влияет много случайных факторов. Поэтому можно описать лишь наиболее вероятную зависимость между выносливостью горных пород и интенсивностью нагружения $(\frac{\sigma}{R_{ст}})$.

Анализ литературных источников, а также поисковый эксперимент показали, что эта зависимость может быть описана экспоненциальной зависимостью в виде $N = K_1^1 e^{K_2 \frac{\sigma}{R_{ст}}}$, или $N = K_1 10^{K_2 \frac{\sigma}{R_{ст}}}$,

где σ – величина приложенного напряжения, Па;

$R_{ст}$ – прочность горной породы при изгибе, Па, определяется в соответствии с требованиями ГОСТа;

N – количество циклов нагружения σ, при которых горная порода разрушается;

K_1, K_2 – коэффициенты.

Применим для этой кривой метод прямолинейной корреляции.

Поисковый эксперимент показал, что разброс показателей измерения величины N очень высок, поэтому требуемое количество образцов для получения достоверных результатов при точности измерения ± 10 % и вероятности ее получения 95 % составляет 15 образцов в одной серии.

Зависимость исследуем в пределах $\frac{\sigma}{R_{ст}} = 0{,}9 - 0{,}5$. Выравнивание зависимости $N_{ст}\frac{\sigma}{R_{ст}}$ приводит к результату $\lg N = K_1 + K_2\frac{\sigma}{R_{ст}}$. Учитывая, что получена прямолинейная зависимость, а усталостное разрушение в значительной степени представляет собой вероятностный процесс, в дальнейшем исследовании используем уравнение прямолинейной корреляции (1.115)

$$y - \bar{y} = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \bar{x}),$$

где x – численные значения логарифмов количества циклов нагружения, $\lg N$;

y – частные значения относительной напряженности.

Далее составляем методику основных экспериментальных исследований, в соответствии с которой проверяются эксперименты. Экспериментальные данные занесены в табл. 1.10, с помощью которых произвели вычисления (n=106).

Таблица 10

№ п/п	y	$y-\bar{y}$	$(y-\bar{y})^2$	x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})(x-\bar{x})$
1	0,91	0,1854	0,0343	2,1239	– 2,1239	4,6049	– 0,3970
2	0,91	0,1854	0,0343	2,5340	– 2,5350	3,0151	– 0,3212
3	0,91	0,1854	0,0343	2,2553	– 2,2553	4,0582	– 0,3727
…	…	…	…	…	…	…	…
105	0,58	– 0,1446	0,0299	5,7982	+ 1,5289	2.3360	– 0,2216
106	0,58	– 0,1446	0,0209	6,0000	+ 1,7302	2,9936	– 0,2509
∑	76,81	–	1,8980	452,5988	–	162,7350	– 16,4631

Вычисляем: $\bar{y} = 0{,}7246$; $\bar{x} = 4{,}2693$; $\sigma_x = 0{,}1338$; $\sigma_y = 1{,}2390$. Согласно (1.114) $r = -0{,}937$.

Таким образом, $K_1 = 11{,}5; K_2 = 9{,}9$.

Полученная формула отражает наиболее вероятную связь между величинами N и $-\frac{\sigma}{R_{ст}}$ для данных конкретных условий эксперимента.

1.3.8. Анализ теоретико-экспериментальных исследований, формулирование выводов и предложений

Основой совместного анализа теоретических и экспериментальных исследований является сопоставление выдвинутой рабочей гипотезы с опытными данными наблюдений.

Теоретические и экспериментальные данные сравнивают методом сопоставления соответствующих графиков. Критериями сопоставления могут быть минимальные, средние и максимальные отклонения экспериментальных результатов от данных, установленных расчетом на основе теоретических зависимостей. Возможно также вычисление среднеквадратического отклонения и дисперсии. Однако наиболее достоверными следует считать критерии адекватности (соответствия) теоретических зависимостей экспериментальными.

В результате теоретико-экспериментального анализа могут возникнуть три случая:

1. Установлено полное или достаточно хорошее совпадение рабочей гипотезы, теоретических предпосылок с результатами опыта. При этом дополнительно группируют полученный материал исследований таким образом, чтобы из него вытекали основные положения разработанной ранее рабочей гипотезы, в результате чего последняя превращается в доказанное теоретическое положение, в теорию.

2. Экспериментальные данные лишь частично подтверждают положение рабочей гипотезы и в той или иной ее части противоречат ей. В этом случае рабочую гипотезу изменяют и перерабатывают так, чтобы она наиболее полно соответствовала результатам эксперимента. Чаще всего производят дополнительные корректировочные эксперименты с целью подтвердить изменения рабочей гипотезы, после чего она также превращается в теорию.

3. Рабочая гипотеза не подтверждается экспериментом. Тогда ее критически анализируют и полностью пересматривают, затем проводят новые экспериментальные исследования с учетом новой рабочей гипотезы. Отрицательные результаты научной работы, как правило, помогают выработать правильные представления об объектах, явлениях и процессах.

После выполненного анализа принимают окончательное решение, которое формулируют как заключение, выводы или предложения. Эта часть работы требует высокой квалификации, поскольку необходимо кратко, четко, научно выделить то новое и существенное, что является результатом исследования, дать ему исчерпывающую оценку и определить пути дальнейших исследований. Обычно по одной теме не рекомендуется составлять много выводов (не более 5-10). Если же помимо основных выводов, отвечающих поставленной цели исследования, можно сделать еще и другие, то их формулируют отдельно,
чтобы не затемнить конкретного ответа на основную задачу темы.

Все выводы целесообразно разделить на две группы: научные и производственные. В научных выводах необходимо показать, какой вклад внесен в науку в результате выполненных исследований (новые предложения, принципиальное различие существующих, опровержение некоторых известных положений и др.). В заключение нужно разработать план внедрения законченных НИР в производство и рассчитать ожидаемый экономический эффект.

При выполнении научно-исследовательской работы заботятся о защите государственного приоритета (первенства в решении определенной научной или технической задачи) на патент.

Патентом признается новое, обладающее существенными отличиями техническое решение задачи в любой области народного хозяйства и дающее положительный эффект. Объектом патента может быть новое устройство, новое вещество, новый способ получения изделия, вещества и применение ранее известных устройств, способов, веществ по новому назначению.

Авторы патентов получают авторское свидетельство. Ими могут выступать отдельные лица или организации, работники которых предложили этот патент во время исполнения служебных обязанностей.

Заявки на выдачу авторского свидетельства включают следующие документы: заявление; описания патента с его формулой; чертежи; схемы; акт испытаний; заключение о полезности и другие материалы, характеризующие предполагаемый патент; справку о творческом участии каждого из соавторов в создании патента.

Основным документом является описание патента, в котором излагают его цель, отличительные признаки, указывают технико-экономический эффект применения, область техники, к которой оно относится и где может быть применено. Описание заканчивают формулой, которая является единственным критерием патента и краткой словесной характеристикой, выражающей его техническую сущность. При этом устройство характеризуют конструктивными признаками, вещество – входящими в него компонентами и количественным соотношением, способ – выполнением в определенной последовательности ряда приемов операций.

Авторское свидетельство выдает Укрпатент Министерства просвещения и науки после экспертизы поданной заявки, основным содержанием которой является заключение о новизне.

Таким образом, примерная схема анализа теоретико-экспериментальных исследований следующая: общий анализ теоретических и экспериментальных исследований; сопоставление экспериментов с теорией; анализ расхождений; уточнение теоретических моделей, исследований и выводов; дополнительные эксперименты (в случае необходимости); превращение гипотезы в теорию; формулирование выводов, составление научно-технического отчета. Рецензирование. Составление доклада. Исправление рукописи.

1.3.9. Методы оценки измерений

Измерения являются основной составной частью любого эксперимента. От тщательности измерений и последующих вычислений зависят результаты эксперимента. Поэтому каждый экспериментатор должен знать закономерности измерительных процессов: уметь правильно измерить изучаемые величины; оценить погрешности при измерениях; правильно, с требуемой точностью вычислить значения величин и их минимальное количество; определить наилучшие условия измерений, при которых ошибки будут наименьшими, и произвести общий анализ результатов измерений.

Измерение – это процесс нахождения какой-либо физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств, это познавательный процесс сравнения величины чего-либо с известной величиной, принятой за единицу (эталон).

Теорией и практикой измерений занимается специальная наука – метрология.

Измерения бывают статическими, когда измеряемая величина не изменяется, и динамическими, когда она меняется (например, измерение пульсирующих процессов).

Кроме того, разделяют на прямые и косвенные измерения.

При прямых измерениях искомую величину устанавливают непосредственно из опыта, при косвенных – функционально от других величин, определенных прямыми измерениями: $b = f(a)$, где b – величина, найденная с помощью косвенных измерений, a – с помощью прямых измерений.

Различают три класса измерений

1. Особо точные – эталонные измерения с максимально возможной точностью. Этот класс почти не применяется в экспериментальных исследованиях.

2. Высокоточные – измерения, погрешность которых не должна превышать заданных значений. Этот класс измерений используют при некоторых наиболее ответственных экспериментах, а также для контрольно-поверочных измерений приборов.

3. Теоретические измерения, в которых погрешность определяется особенностями средств измерения.

Различают абсолютные и относительные измерения.

Погрешность измерения – это алгебраическая разность между действительным значением измеряемой величины x_q и полученным при измерении x_i

$$\varepsilon = x_q - x_i \ .$$

Измерение x_q – это такое значение измеряемой величины, которое заведомо точнее, чем получаемое при измерении. С некоторым допущением x_q можно считать истинным или точным значением величины.

Значение ε иногда называют абсолютной ошибкой измерения.

Относительная ошибка измерения $(\delta\%)$

$$\delta = \pm \frac{\varepsilon}{x_q} 100. \qquad (1.116)$$

Точность измерения – это точность приближения измерения к действительному значению величины.

Достоверность измерения показывает степень доверия к результатам измерения, т.е. вероятность отклонений измерения от действительных значений.

Чтобы повысить точность и достоверность измерений, необходимо уменьшить погрешности. Погрешности при измерениях возникают вследствие ряда причин: несовершенства методов и средств измерений; недостаточно тщательного проведения опыта; влияния различных внешних факторов в процессе опыта, субъективных особенностей экспериментатора и др. Эти причины являются результатом действия многих факторов.

Погрешности классифицируют на систематические и случайные.

Систематические – это такие погрешности измерений, которые при повторных экспериментах являются постоянными (или изменяются по известному закону). Если численные значения этих погрешностей известны, их можно учесть во время повторных измерений.

Случайными называют погрешности, возникающие чисто случайно при повторном измерении. Эти измерения не могут быть исключены, как систематические. Однако при наличии многократных повторностей с помощью статистических методов можно исключить наиболее отклоняющиеся случайные измерения.

Разновидностью случайных погрешностей являются грубые погрешности или промахи, существенно превышающие систематические или случайные погрешности. Промахи и грубые погрешности вызваны, как правило, ошибками экспериментатора. Их легко обнаружить. В расчет эти погрешности не принимаются и при вычислении x_q их исключают. Таким образом, можно записать

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \ , \qquad (1.117)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – систематические и случайные погрешности измерений.

В процессе эксперимента трудно отделить систематические погрешности от случайных. Однако при тщательном и многократном эксперименте все же можно исключить систематические погрешности (ошибки). Основная задача измерений заключается в том, чтобы получить по возможности результаты измерений с меньшими погрешностями. Ниже рассмотрены основные принципы и методы устранения систематических и случайных ошибок.

Систематические погрешности можно разделить на пять групп.

1. группа – инструментальные погрешности, возникающие вследствие нарушений средств измерений: дополнительных люфтов или трения, неточности градуированной шкалы, износа и старения узлов и деталей.

2. группа – погрешности, которые возникают из-за неправильной установки средств измерений.

3. группа – погрешности, возникающие в результате действия внешней среды: высоких температур, воздуха, магнитных и электрических полей, атмосферного давления и влажности воздуха, вибрации и колебаний от движущегося транспорта и др.

4. группа – субъективные погрешности, возникают вследствие индивидуальных физиологических, психофизиологических, антропологических свойств человека.

5. группа – погрешности метода, которые появляются в результате необоснованного метода измерений (при различных упрощениях схем или функциональных зависимостей, при отсутствии теоретических обоснований метода измерения, малом количестве повторов и др.).

Систематические погрешности могут быть постоянными или переменными, увеличивающимися и уменьшающимися в процессе эксперимента. Их обязательно нужно исключать. Известны случаи, когда из-за наличия систематических погрешностей делались неправильные научные выводы из эксперимента. Систематические ошибки (погрешности) могут быть устранены следующими методами.

Часто от систематических погрешностей (1…5) групп можно избавиться до начала эксперимента путем регулировки или ремонта средств измерения, тщательной проверки установки средств измерений, устранения нежелательных воздействий, внешней среды. Особое внимание должно быть уделено обоснованию теории и методики измерений. Одним из эффективных методов устранения систематических ошибок (1…3) групп является исключение их в процессе эксперимента. Основным принципом этого исключения является повторное измерение. При измерении x_i вместо исследуемого объекта устанавливают эталлонированный, заранее измеренный с высокой точностью. Разность в измерениях позволит найти погрешность измерительного средства.

Если все же нельзя установить значения систематических погрешностей, то ограничиваются оценкой их границ.

Случайные погрешности. При проведении с одинаковой тщательностью тех или иных экспериментов результаты измерений одной и той же величины (даже с учетом известного закона систематических погрешностей), как правило, отличаются между собой. Как отмечалось выше, это свидетельствует о наличии случайных погрешностей.

Каждый экспериментатор, анализируя результаты измерений, должен уметь правильно оценить неизбежно возникающие случайные погрешности. К случайным ошибкам относятся также промахи и грубые погрешности.

Наиболее типичными причинами промахов являются ошибки при наблюдениях: неправильный отсчет по шкале измерительных приборов, описки (ошибки) при записи результатов измерений, различные манипуляции с приборами или их отдельными узлами (перестановка, замена блоков, проверка и др.). Грубые погрешности возникают вследствие неисправности приборов, а также внезапно изменившихся условий эксперимента.

Анализ случайных погрешностей основывается на теории случайных ошибок. Эта теория дает возможность с определенной гарантией вычислить действительное значение и оценить возможные ошибки, по которым судят о действительном значении искомой величины.

В основе теории случайных ошибок лежат предположения о том, что при большом числе измерений случайные погрешности одинаковой величины, но разного знака, встречаются одинаково часто, что большие погрешности встречаются реже, чем малые, или вероятность появления погрешности уменьшается с ростом ее величины; при бесконечно большом числе измерений истинное значение измеряемой величины равно среднеарифметическому значению всех результатов измерений; появление того или иного результата измерения как случайного события описывается нормальным законом распределения, если число измерения больше 30, или распределением Стьюдента, если количество измерений меньше 30.

Различают генеральную и выборочную совокупность измерений. Под генеральной совокупностью измерений подразумевают все множество возможных значений измерений x_i или возможных значений погрешностей Δx_i. Для выборочной совокупности измерений величина n ограничена, и в каждом конкретном случае строго определяется. Обычно считают, что если $n > 30$, то среднее значение данной совокупности измерений $\bar{x}$ достаточно приближается к его истинному значению.

Теория случайных ошибок позволяет решить две задачи: оценить точность и надежность измерения при данном количестве замеров, определить минимальное количество замеров, гарантирующее требуемую (заданную) точность и надежность измерения.

Рассмотрим первую задачу при большом количестве измерений, $n > 30$. Разброс показателей (однородность) измерения характеризуется величиной дисперсии σ^2 и показателем вариации (изменчивости) K_B:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \; ; \qquad K_B = \frac{\sigma}{x} \; . \tag{1.118}$$

Чем больше σ и K_B, тем больше разброс показателей измерений. Зная величины σ и K_B, можно определить доверительный интервал и доверительную вероятность (надежность) измерения.

Доверительным интервалом $\bar{x} \pm \mu(\mu = \bar{x} - x_i)$ называется интервал значений x_i, в который попадает истинное значение x_q измеряемой величины с заданной вероятностью. Доверительной вероятностью (надежностью) измерения называется вероятность $\Phi(t)$ того, что истинное значение x_q измеряемой величины попадает в данный доверительный интервал. Эта величина определяется в долях единицы или в процентах.

Обычно доверительный интервал определяют по формуле:

$$\mu = \pm t\sigma, \tag{1.119}$$

где t – гарантийный коэффициент $(0 \le t \le 4{,}0)$.

Доверительная вероятность, гарантийный коэффициент и значение x_i связаны соотношением

$$\Phi(t) = \Phi(\frac{\mu}{\sigma}). \tag{1.120}$$

Функцию $\Phi(t)$ называют интервалом вероятностей или интервалом Лапласа. Численные значения интервала вероятности приведены в литературе.

Величину $1 - \Phi(t)$ называют уровнем значимости. Из нее следует, что при нормальном законе распределения погрешность, превышающая доверительный интервал, будет встречаться один раз из $n_н$ измерений:

$$n_н = \frac{\Phi(t)}{1 - \Phi(t)}. \tag{1.121}$$

Или иначе приходится браковать одно из $n_н$ измерений.

Зная величины σ, K_B, можно дать характеристику качества измерения.

Пример. Допустим, испытано 53 образца породы. Определено, что средняя прочность при сжатии $\overline{R} = (201 \pm 27)10^5$ Па.

Задаваясь величиной t, можно определить доверительный интервал μ_1 и доверительную вероятность $\Phi(t)$ измерения по таблице. Так, при $t = 1$ $\mu = \pm 27 \cdot 10^5$ Па, т.е. $R = (201 \pm 27) \cdot 10^5$ Па. Из таблицы определим доверительную вероятность $\overline{\Phi}(t) = 0{,}683$. Значит, из 1000 измерений 683 попадает в данный доверительный интервал, а 317 результатов выходят за его пределы.

При $t = 3\mu = \pm 3 \cdot 27 \cdot 10^5$ Па, т.е. $R = (201 \pm 81) \cdot 10^5$ Па.

По таблице $\Phi(t) = 0{,}997$, следовательно, из 1000 измерений 993 попадают в данный доверительный интервал и только 3 измерения выходят за его пределы.

При выполнении измерений необходимо знать их точность m, которую обычно характеризуют величиной σ_0 – среднеарифметическое значение среднеквадратичного отклонения σ:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}; \qquad m = \frac{\sigma_0}{x}. \tag{1.122}$$

Величину σ_0 часто называют средней ошибкой. Доверительный интервал ошибки точности измерения m определяется аналогично, как и для величины измерений: $\mu = t\sigma_0$. По величине t легко определить доверительную вероятность (надежность) точности (ошибки) измерения из таблицы.

В исследованиях часто по заданной точности m и доверительной вероятности (надежности) измерения определяют минимальное количество измерений, гарантирующих требуемые величины m и $\Phi(t)$. Для этой цели в большинстве случаев используют приближенную зависимость:

$$N_{\min} = \frac{\sigma^2 t^2}{\sigma_0^2}. \tag{1.123}$$

В относительных величинах (1.123) принимает вид

$$N_{\min} = \frac{K_B^2 t^2}{m^2}. \tag{1.124}$$

Здесь K_B – коэффициент вариации (изменчивости), %;

m – точность измерений, %.

Для вычисления $N_{\min}$ может быть принята следующая последовательность.

1. Проводят предварительный эксперимент с количеством измерений n, которое составляет в зависимости от трудоемкости опыта от 20 до 50.

2. Вычисляют среднеквадратичное отклонение σ (1.118).

3. В соответствии с поставленными задачами эксперимента устанавливают требуемую точность измерений, которая должна быть не менее точности прибора.

4. Устанавливают нормированное отклонение μ, величину которого обычно задают; она зависит также от точности метода. Например, при большой точности измерений и трудоемком эксперименте можно принять $t = 2{,}0$; при малой – $t = 3$. Так, измеряя влажность грунта и материалов, можно принять $t = 2$; плотность, прочность, размеры тел – $t = 2{,}5$.

В дальнейшем в процессе эксперимента число измерений не должно быть меньше $N_{\min}$.

Оценки измерений с помощью величины σ и σ_0 по приведенным методам справедливы при больших $n > 30$.

Для нахождения границ доверительного интервала при малых значениях n применяют метод, предложенный в 1908 г английским математиком В.С. Госсетом (псевдоним Стьюдент).

Уравнение распределения Стьюдента имеет вид

$$y = \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\sqrt{\pi}\sqrt{\pi - 1}\Gamma(\frac{n-1}{2})(1 + \frac{x^2}{n-1})^{0,5n}}, \qquad (1.125)$$

где $\Gamma(n)$ – гамма-функция.

Как видно из рис. 1.30 кривые распределения Стьюдента при $n \to \infty$ (практически при $n > 20$) переходят в кривые нормального распределения.

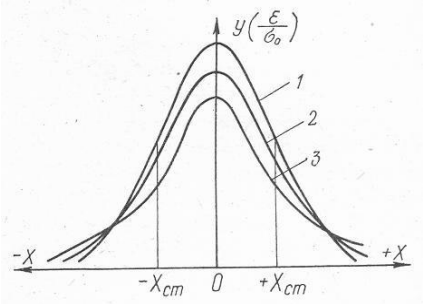


Рис. 1.30. Кривые распределения Стьюдента для различных значений n:
1– $n \to \infty$; 2 – n =10; 3 – n = 2.

Для малой выборки доверительный интервал

$$\mu_{CT} = \sigma_0 \alpha_{ст}, \qquad (126)$$

здесь $\alpha_{ст}$ – коэффициент Стьюдента, принимаемый по таблице в зависимости от значения доверительной вероятности $\Phi_{ст}$.

Зная $\mu_{ст}$ можно вычислить действительное значение изучаемой величины для малой выборки:

$$x_д = \bar{x} \pm \mu_{ст}. \qquad (1.127)$$

Возможна иная постановка задачи. По n известных измерений малой выборки необходимо определить доверительную вероятность $\Phi_{ст}$ при условии, что погрешность среднего значения не выйдет за пределы $\pm\mu_{ст}$.

Задачу решают в такой последовательности. Вычисляют среднее значение $\bar{x}, \sigma_0$ и $\alpha_{ст} = \frac{\mu_{ст}}{\sigma_0}$. По величине $\alpha_{ст}$, известному n и таблице определяют доверительную вероятность.

Оценка результатов измерений, содержащих грубые ошибки.

Появление этих ошибок вполне вероятно, а наличие их ощутимо влияет на результат измерений. Так, уже одна грубая ошибка в 25 измерениях значительно искажает экспериментальные данные. При анализе эксперимента необходимо, прежде всего, исключить грубые ошибки. Однако прежде чем исключить то или иное измерение, необходимо убедиться, что это

действительно грубая ошибка, а не отклонение вследствие статистического разброса.

Известно несколько методов определения грубых ошибок статистического ряда. Пусть имеется статистический ряд малой выборки, подчиняющийся закону нормального распределения. При наличии грубых ошибок критерии их появления

$$\beta_1 = \frac{x_{\max} - \bar{x}}{\sqrt{\frac{n-1}{n}}\sigma}; \qquad \beta_2 = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{\sqrt{\frac{n-1}{n}}\sigma}, \tag{1.128}$$

где $x_{\max}$, $x_{\min}$ – наибольшее и наименьшее значение из n измерений.

Составляют таблицу, в которой приводятся в зависимости от доверительной вероятности максимальные значения $\beta_{\max}$, возникающие вследствие статистического разброса. Если $\beta_1 > \beta_{\max}$, то значение $x_{\max}$ необходимо исключить из статистического ряда как грубую погрешность. При $\beta_2 < \beta_{\max}$ исключается величина $x_{\min}$. После исключения значений грубых ошибок определяют новые значения $\bar{x}$ и σ из $n-1$ или $n-2$ измерений.

При анализе измерений можно применять для приближенной оценки следующую методику:

вычисляют по (1.118) среднеквадратичное отклонение σ;

определяют по (122) σ_0;

принимают доверительную вероятность $\Phi_{ст}$ и находят доверительные интервалы $\mu_{ст}$ по (1.126);

окончательно устанавливают действительное значение измеряемой величины $x_д$ по формуле (1.127).

Приведенная методика целесообразна лишь для второстепенных экспериментов.

При более глубоком анализе экспериментальных данных рекомендуется следующая методика.

1. После получения экспериментальных данных в виде статистического ряда его анализируют. Проведя повторные измерения в одних и тех же условиях, предварительно исключают систематические ошибки (см. выше).

2. Анализируют ряд в целях обнаружения грубых ошибок и промахов:

устанавливают подозрительные значения $x_{\max}$ или x_{mix};

определяют среднеквадратичное отклонение σ;

вычисляют по (1.128) критерии β_1, β_2 и сопоставляют с $\beta_{\max}, \beta_{\min}$ или ε_{np};

исключают при необходимости из статистического ряда $x_{\max}$ или $x_{\min}$ и получают новый очищенный статистический ряд из новых n членов.

3. Вычисляют среднеарифметическое $\bar{x}$, погрешности отдельных измерений $x - x_i$ и среднеквадратичное отклонение очищенного ряда σ.

4. Находят среднеквадратичное отклонение σ_0 серии измерений, коэффициент вариации K_B.

5. При большой выборке задаются доверительной вероятностью $\Phi(t)$ или уравнением значимости $1-\Phi(t)$ и по таблице определяют t. При малой выборке $(n \le 20)$ в зависимости от принятой доверительной $\Phi_{ст}$ и числа членов ряда n принимают коэффициент Стьюдента $\alpha_{ст}$; по формуле (1.126) для большой выборки или для малой выборки определяют доверительный интервал.

6. Устанавливают по (1.127) действительное значение исследуемой величины.

7. Оценивают относительную погрешность результатов серии измерений при заданной доверительной вероятности $\Phi(t)$ или $\Phi_{ст}$

$$\delta = \frac{\sigma_0 \alpha_{ст}}{x} 100\,, \% \qquad (1.129)$$

Если величина погрешности серии измерений соизмерима с величиной погрешности прибора $B_{ПР}$, то границы доверительного интервала можно вычислить так:

$$\mu_{CT} = \sqrt{\alpha_{ст}^2 - \sigma_0^2 + \left[\frac{\alpha_{CT}(\infty)}{3}\right]^2 B_{пр}}\ . \qquad (1.130)$$

Формулой (1.129) следует пользоваться при $\alpha_{ст}\sigma_0 \le 3B_{пр}$, если же $\alpha_{ст}\sigma_3 > 3B_{пр}$, то доверительный интервал вычисляют с помощью (1.118 или 1.126).

Пример. Имеется 18 измерений (табл. 1.11). Необходимо их проанализировать. Анализ средств и результатов показал, что систематических ошибок в эксперименте не обнаружено.

Выясним, не содержат ли измерения грубых ошибок. Воспользуемся первым методом (критерий β_{max}). Вычислим среднеарифметическое $\bar{x}$ и средне-квадратичное отклонение σ.

При вычислении удобно пользоваться следующей формулой:

$$\bar{x} = \bar{x}' + \frac{x_i - \bar{x}'}{n},$$

где $\bar{x}'$ – среднее произвольное число.

Таблица 1.11

№ п/п	x_i	$x_i - \bar{x}'$	$x_i - \bar{x}' - \frac{\varepsilon - (x_i - \bar{x}')}{n}$	$(x_i - \bar{x}')^2$
1	67	– 8	– 7,83	64
2	67	– 8	– 7,83	64
3	68	– 7	– 6,83	49
4	68	– 7	– 6,83	49
5	69	– 6	– 5,83	36
6	70	– 5	– 4,83	25
7	71	– 4	– 3,83	16
8	73	– 2	– 1,83	4
9	74	– 1	– 0,83	1
10	75	0	+ 0,17	0
11	76	+ 1	+ 1,17	1
12	77	+ 2	+ 2,17	4
13	78	+ 3	+ 3,17	9
14	79	+ 4	+ 4,17	16
15	80	+ 5	+ 5,17	25
16	81	+ 6	+ 6,17	36
17	82	+ 7	+ 7,17	49
18	92	+ 17	+ 17,17	289
	$\bar{x} = 74{,}83$	$\sum = -3$	Проверка – 46,5 + 46,5	$\sum = 737$

Для вычисления $\bar{x}$ примем произвольно $\bar{x}' = 75$.

Тогда $x = 75 - \frac{3}{18} = 74{,}83$.

В формуле (1.118) величину $(\bar{x} - x_i)^2$ можно вычислить упрощенным методом:

$$(\bar{x} - x_i)^2 = \sum (x_i - \bar{x}')^2 - \frac{(x_i - \bar{x}_i')^2}{n}.$$

В данном случае $(x - x_i)^2 = 737 - \frac{3^2}{18} = 736{,}5$.

По таблице $\sigma = 6{,}58$, коэффициент вариации $K_B = \frac{6{,}58}{74{,}83} 100 = 8{,}9\%$.

Вычисляем

$$\beta_1 = \frac{92 - 74.83}{\sqrt{\frac{18-1}{18}} \cdot 6{,}58} = 1{,}62.$$

Как видно из таблицы при доверительной вероятности

$\Phi(t) = 0{,}90 - 0{,}99$ и $n = 18 \beta_{max} = 2{,}40 - 2{,}90$. Поскольку $1{,}62 < \beta_{\max}$, то измерение 92 не является грубым промахом.

Воспользуемся вторым методом. Для n = 18 по таблице q = 2,17 при доверительной вероятности $\Phi(t) = 0{,}95$ и $q = 3{,}00$, если $\Phi(t) = 0{,}99$.

Предельно допустимая абсолютная ошибка отдельного измерения

при $\Phi(t) = 0{,}95$ $\quad \varepsilon_{пр} = 6{,}58 \cdot 2{,}17 = 14{,}3;$

при $\Phi(t) = 0{,}99$ $\quad \varepsilon_{пр} = 6{,}58 \cdot 3{,}00 = 19{,}7$.

Следовательно, при доверительной вероятности 0,95(92 – 74,8) > 14,3 и измерение 92 необходимо из ряда исключить. Если же доверительную вероятность принять равной 0,99 , то (92 – 74,8) < 19,7 и измерение 92 следует оставить.

В случае, когда измерение 92 исключается, то $\bar{x} = 73{,}8;\ \sigma = \sigma_0 = 5{,}15.$

Вычисляем среднеквадратичное отклонение для всей серии измерений:

при $n = 18$ $\quad \sigma_0 = \frac{6{,}58}{\sqrt{18}} = 1{,}55;$

при очищенном ряде $n = 17$ $\quad \sigma_0 = \frac{5{,}15}{\sqrt{17}} = 1{,}25.$

Таким образом, при очищенном ряде точность измерений повышается на 27 %.

Определим границы доверительного интервала. Поскольку $n < 20$, то ряд следует отнести к малой выборке. Поэтому доверительный интервал вычислим с применением коэффициента Стьюдента $\alpha_{ст}$. По таблице принимаем доверительную вероятность 0,95 и $\alpha_{ст} = 2{,}11$ при $n = 18$; $\alpha_{ст} = 2{,}12$ при $n = 17$. Вычисляем доверительный интервал:

при $n = 18$ $\quad \mu_{ст} = \pm 1{,}55 \cdot 2{,}11 = 3{,}2;$

при $n = 17$ $\quad \mu_{ст} = \pm 1{,}25 \cdot 2{,}18 = 2{,}7.$

Вычислим действительное значение изучаемой величины

при $n = 18$ $\quad x_д = 74{,}8 \pm 3{,}2;$

при $n = 17$ $\quad x_д = 73{,}8 \pm 2{,}7.$

Оценим относительную погрешность результатов серий измерений:

$$\text{при } n = 18 \qquad \delta = \frac{3{,}2 \cdot 100}{74{,}8} = 4{,}3\%;$$

$$\text{при } n = 17 \qquad \delta = \frac{2{,}7 \cdot 100}{73{,}8} = 3{,}7\%.$$

Таким образом, если принять $x_i = 92$ за грубый промах, погрешность измерения уменьшается на 14 %. Если необходимо определить минимальное количество измерений при заданной точности измерений, проводят серию опытов, вычисляют σ, затем по формуле (123) определяют $N_{\min}$.

В данном случае $\sigma = 6{,}88 \quad K_B = 8{,}91\%$. Допустим, задана точность $m = 5\%$ и $m = 3\%$ при доверительной вероятности $\Phi_{\text{ст}} = 95\%, \alpha_{CT} = 2{,}11$. Имеем

$$\text{при } m = 5\% \qquad N_{\min} = \frac{8{,}91^2 \cdot 2{,}11^2}{5^2} = 14 \text{ измерений;}$$

$$\text{при } m = 3\% \qquad N_{\min} = \frac{8{,}91^2 \cdot 2{,}11^2}{3^2} = 40 \text{ измерений.}$$

Таким образом, повышение точности измерения значительно увеличивает повторность опытов.

Во многих случаях в процессе экспериментальных исследований приходится иметь дело с косвенными измерениями. При этом неизбежно в расчетах применяют те или иные функциональные зависимости типа

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n). \tag{1.131}$$

Поскольку в данную функцию подставляют не истинные, а приближенные значения, то и окончательный результат также будет приближенным. В связи с этим одной из основных задач теории случайных ошибок является определение ошибки функции, если известны ошибки их аргументов.

При исследовании функции одного переменного предельные абсолютные ε_{np} и относительные δ_{np} ошибки (погрешности) вычисляют по формулам

$$\varepsilon_{np} = \pm \varepsilon_x f'(x); \tag{1.132}$$

$$\delta_{np} = \pm d \ln f(x), \tag{1.133}$$

где $f'(x)$ – производная функция $f(x)$;

$d \ln f(x)$ – дифференциал натурального логарифма функции.

Если исследуется функция многих переменных, то

$$\varepsilon_{np} = \pm\sum_{1}^{n}\left|\frac{df(x_1, x_2, x_3, ...x_n)}{dx_i}dx_i\right|, \qquad (1.134)$$

$$\delta_{np} = \pm d\left|\ln(x_1, x_2 x_3, ...x_n)\right|. \qquad (1.135)$$

В уравнениях (1.134) и (1.135) под знаком суммы и дифференциала принимают абсолютные величины. Методика определения ошибок с помощью этих уравнений следующая.

1. Определяют абсолютные и относительные ошибки аргументов (независимых переменных). Обычно величина $x_\partial \pm \varepsilon$ каждого переменного измерена, следовательно, абсолютные ошибки для аргументов известны, т.е. $\varepsilon_{x_1}, \varepsilon_{x_2}, \varepsilon_{x_3}, ..., \varepsilon_{x_n}$. Вычисляют относительные ошибки независимых переменных:

$$\delta_{x_1} = \frac{\varepsilon_{x_1}}{x_\partial}; \quad \delta_{x_2} = \frac{\varepsilon_{x_2}}{x_\partial}; \quad \ldots \quad \delta_{x_n} = \frac{\varepsilon_{x_n}}{x_\partial}. \qquad (136)$$

2. Находят частные дифференциалы функции и по формуле (1.134) вычисляют ε_{np} в размерностях функции $f(y)$.

3. С помощью (1.135) вычисляют $\delta_{np}\%$.

Одной из задач теории измерений является установление оптимальных, т.е. наиболее выгодных, условий измерений. Оптимальные условия измерений в данном эксперименте имеют место при $\delta_{np} = \min$. Методика решения этой задачи сводится к следующему. Если исследуют функцию с одним неизвестным переменным, то вначале берут первую производную по x. Приравняв ее к нулю, определяют x_i. Если вторая производная по x_1 будет положительной, то функция (1.131) при $x = x_1$ имеет минимум. При наличии нескольких переменных поступают аналогичным образом, но берут производные по всем переменным $x_1, ..., x_n$. В результате минимизации функций устанавливают оптимальную область измерений (интервал температур, напряжений, силы тока, угла поворота стрелки на приборе и т.д.) каждой функции $f(x_1, ..., x_n)$, при которой относительная ошибка измерений минимальна; $\delta_{x_i} = \min$.

В исследованиях часто возникает вопрос о достоверности данных, полученных в опытах. Проиллюстрируем это примером. В исследованиях влияние вибрационного перемешивания на прочность бетона установлено: прочность контрольных образцов $R_1 = \overline{R}_1 \pm \sigma_0 = (22 \pm 5) \cdot 10^5$ Па, прочность бетонных образцов после виброперемешивания $R_2 = \overline{R}_2 \pm \sigma_0 = (230 \pm 6) \cdot 10^5$ Па.

Прирост прочности составляет 15%. Это упрочнение относительно небольшое, его можно отнести за счет разброса опытных данных. В этом случае проводят проверку на достоверность экспериментальных данных по условию

$$\frac{\bar{x}}{\sigma_1} \geq 3 \qquad (1.137)$$

В данном случае проверяется разница $\bar{x} = R_1 - R_2 = 30 \cdot 10^5$ Па, ошибка измерения равна $\sigma_0 = \sqrt{\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2}$, поэтому

$$\frac{R_1 - R_2}{\sqrt{\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2}} + \frac{30}{\sqrt{25+36}} = \frac{30}{7{,}9} \geq 3. \qquad (1.138)$$

Следовательно, полученный прирост прочности является достоверным.

В настоящее время имеется программа для ПЭВМ «Статистика», позволяющая определить погрешность измерений, достоверность данных эксперимента, получить аппроксимирующие уравнения, а также определить погрешность данных опытов и результатов теоретических исследований.

1.3.10. Средства измерений

Неотъемлемой частью экспериментальных исследований являются средства измерений, т.е. совокупность технических средств (имеющих нормированные погрешности), которые дают необходимую информацию для эксперимента.

В настоящее время приборостроением выпускается большое количество средств измерений и наблюдений.

Среди них можно выделить такие основные группы приборов для измерения показателей: физических, механических, химических свойств, а также
структуры материала и изделия.

Наряду с этим можно выделить средства измерения, позволяющие непосредственно определить испытуемый показатель (например, пресс для определения прочности материалов), и измерения, которые дают возможность косвенно судить об исследуемом показателе (ультразвуковые дефектоскопы, что позволяют оценить прочность материала по скорости прохождения ультразвука).

К средствам измерений относят измерительный инструмент, измерительные приборы и установки. Измерительные средства делят на образцовые и технические.

Образцовые средства являются эталонами. Они предназначены для проверки технических, т.е. рабочих средств.

Образцовые средства не обязательно должны быть точнее рабочих, но они должны иметь большую стабильность и надежность в воспроизведении, образцовые средства не применяют для рабочих измерений.

С целью повысить точность и чувствительность измерений, а также расширить диапазон измерений дополнительно используют измерительные преобразователи.

Измерительным прибором называют средство измерения, предназначенное для получения определенной информации об изучаемой величине в удобной для экспериментатора форме. В этих приборах измеряемая величина преобразуется в показание или сигнал. Они состоят из двух основных узлов: воспринимающего сигнал и преобразующего в показание.

Приборы классифицируют по различным признакам. По способу отсчета значения измеряемой величины их делят на показывающие и регистрирующие.

Наибольшее распространение получили показывающие аналоговые приборы, отсчетные устройства которых состоят из шкалы и указателя. Эти приборы дают показания без каких-либо дополнительных операций экспериментатора. Однако они имеют большие погрешности, чем цифровые. Более удобны показывающие цифровые приборы (механические, электронные и др.). Отсчетный механизм фиксирует измеряемую величину в виде цифр.

Регистрирующие приборы бывают самопишущими и печатными. Самопишущие приборы (термограф, шлейфовый осциллограф и др.) выдают график измерений. Печатные приборы выдают измерения в виде цифр на ленте. Приборы также классифицируют по точности измерений, стабильности показаний, чувствительности, пределам измерения и др.

Измерительная установка (стенд) представляет собой систему, состоящую из основных и вспомогательных средств измерений, предназначенных для измерения одной сложной или нескольких величин.

Установки включают в себя различные приборы и преобразователи. Преобразователи предназначены для одно- или многоступенчатого преобразования сигнала до такого уровня, чтобы можно было зафиксировать измерительным механизмом. Преобразователи, которые увеличивают в несколько раз на выходе величину без изменения ее физической сущности, называют масштабными преобразователями (трансформаторы, электронные усилители и др.). Они получили наибольшее распространение. Имеются также преобразователи, которые входной сигнал могут преобразовывать, меняя его физическую сущность. Так, электромеханический преобразователь преобразовывает электрический сигнал на входе на механический на выходе. Один прибор может иметь несколько преобразователей, изменяющих на выходе измеряемую величину в различных диапазонах. В каждом случае при измерении определенной величины с помощью преобразователя выбирают необходимый диапазон измерений.

Измерительные установки могут вырабатывать также сигналы, удобные не только для снятия наблюдений, но и для автоматической обработки результатов измерений. Обычно при проведении экспериментов приходится

создавать измерительные установки с фиксацией различных физических величин.

Выходной сигнал измерительных средств фиксируется отсчетными устройствами, которые бывают шкальными, цифровыми и регистрирующими. Шкала является важной частью прибора. Расстояние в миллиметрах между двумя смежными отметками на шкале называют длиной деления шкалы. Разность между значениями измеряемой величины, соответствующую началу и концу шкалы, называют диапазоном показаний прибора.

Измерительные приборы (отсчетные устройства) характеризуются величиной погрешности и точности, стабильностью измерений и чувствительностью.

Погрешности приборов. Под абсолютной погрешностью измерительного прибора понимают величину

$$b = \pm(x_{\text{н}} - x_{\text{д}}), \tag{139}$$

где $x_{\text{н}}$ – показание прибора (номинальное значение измеряемой величины);

$x_{\text{д}}$ – действительное значение измеряемой величины более точным методом.

Погрешность прибора – одна из важнейших его характеристик. Она возникает вследствие ряда причин: недоброкачественных материалов, комплектующих изделий, применяемых для изготовления приборов; плохого качества изготовления приборов; неудовлетворительной эксплуатации его и др. Существенное влияние оказывает градуировка шкалы и периодическая проверка приборов.

Кроме этих систематических погрешностей возникают случайные, обусловленные сочетанием различных случайных факторов – ошибками отсчета, параллаксом, вариацией и т.д. Таким образом, необходимо рассматривать не какие-либо отдельные, а суммарные погрешности приборов.

Часто для оценки погрешности приборов применяют относительную погрешность (b ,%)

$$b_{от} = \pm\frac{x_{\text{н}} - x_{\text{д}}}{x_{\text{д}}}100, \tag{1.140}$$

Иногда применяют понятие приведенной погрешности

$$b_{пр} = \pm\frac{x_{\text{н}} - x_{\text{д}}}{x_{пр}}, \tag{1.141}$$

где $x_{пр}$ – какое-либо значение шкалы измерительного устройства (диапазон измерений), длина шкалы и др.

Суммарные погрешности, установленные при определенных условиях ($t_в$=20 °С, влажность воздуха 80 %, p = 760 мм рт. ст.), называют основными погрешностями прибора.

Диапазоном измерений называют ту часть диапазона показателей прибора, для которой установлены погрешности прибора. Если известны погрешности прибора, то диапазон измерений и показаний прибора совпадают.

Диапазон измерений является важной характеристикой прибора. Если шкала измерений изменяется от 0 до N, то в характеристике на прибор диапазон указывают в пределах $0 - N$. Ряд приборов с нижним пределом измерения 0 имеет большую погрешность в интервале $0-25\%$ от верхнего предела измерений, т.е. четверть длины шкалы (начало) может давать погрешность, превышающую b. Поэтому имеется много приборов без нижнего нулевого предела измерения, например, (100…1000) Па.

Приборы нельзя перегружать, т.е. верхний предел измерений не нужно превышать нагрузкой. Некоторые приборы выдерживают перегрузки, однако, со временем погрешности у верхнего предела измерений существенно возрастают. Ряд приборов может выдерживать только ограниченные перегрузки.

Разность между максимальным и минимальным показателем прибора называют размахом. Если эта величина непостоянная, т.е. если при обратном ходе имеется увеличение или уменьшение хода, то эту разность называют вариацией показаний ω. Величина $\omega-$ это простейшая характеристика погрешности прибора. Другой характеристикой прибора является его чувствительность, т.е. способность отсчитывающего устройства реагировать на изменения измеряемой величины. Под порогом чувствительности прибора понимают наименьшее значение измеренной величины, вызывающее изменение показания прибора, которое можно зафиксировать.

Точность прибора – основная его характеристика. Она характеризуется суммарной погрешностью.

Средства измерения делятся на классы точности в зависимости от допускаемых погрешностей $B_д$. Способы обозначения классов точности приборов различны.

Класс точности прибора (1 – наивысший, 3 – наинизший) обозначает допустимую, суммарную, относительную погрешность ($b_{от}$) от верхнего предела измерений. Так, если класс прибора равен 1, то допускаемая относительная погрешность равна $\pm 1\%$. Для прибора с верхним пределом измерения $3\cdot10^3$ кг/м^3 допускаемая погрешность не должна превышать $3\cdot10$ кг/м^3 всей рабочей шкалы. Если же верхний предел $\pm3\cdot10^5$, $\pm3\cdot10^6$ кг/м^3, допускаемая погрешность соответственно равна $\pm 3\cdot10^3$ и $3\cdot10^4$ кг/м^3.

Стабильность или воспроизводимость прибора – это свойство отсчетного устройства обеспечивать постоянство показаний одной и той же величины. В результате старения материалов со временем нарушается стабильность показаний приборов.

Стабильность прибора определяется вариацией показания. Поэтому при установлении стабильности нормируют величину допускаемой вариации $-\omega_д$.

Поскольку вариация принимается с одним знаком, а допускаемая погрешность имеет плюс и минус, то

$$\omega_д = 0{,}56\,. \qquad (1.142)$$

На все измерительные приборы в той или иной мере действует магнитное поле земли. Поэтому ряд электроизмерительных приборов должен быть защищен от действия магнитного поля, а также электростатических явлений. В специальной метрологической литературе разработаны схемы защит I (более высокой) и II категорий.

При исследовании процессов широко применяются электрические, электронные, частотные, радиоизотопные и другие приборы. Как правило, такие приборы требуют специальной защиты от пыли, вибрации, газа, света и др. Отсутствие такой защиты может вызвать погрешности, превышающие допустимые.

Проверка средств измерений. Проверка средств измерений предусматривает определение и по возможности уменьшение погрешностей приборов. Определение погрешностей позволяет установить, соответствует ли данный прибор регламентированной степени точности и может ли он быть применим для данных измерений.

При проверке средств измерений, если не требуется вносить поправок в погрешности, определяют погрешности и устанавливают, не выходят ли они за пределы допускаемых значений.

Проверку средств измерений производят на различных уровнях: от специальных государственных организаций до низовых звеньев. Государственные метрологические институты и лаборатории по надзору за стандартами и измерительной техникой производят контроль за обеспечением в стране единства мер.

На высокоточные измерительные средства государственные метрологические организации выдают специальное свидетельство, в котором после проверки указывают номинальные значения измеряемой величины, класс точности, предельную допускаемую погрешность, результаты поверки погрешности прибора в виде таблицы, вариацию измерений. Для приборов меньшей точности свидетельство можно не выдавать, а заменять лишь указанием, что прибор удовлетворяет требованиям стандарта или инструкции. Вместо инструкции прибор снабжают клеймом поверки.

Измерительные приборы и установки различных организаций подвергают обязательной государственной поверке раз в (1…2) года. При хорошем обращении с приборами этого срока вполне достаточно для гарантированной эксплуатации. Однако, в ряде случаев вследствие небрежного обращения с приборами их эксплуатационно-измерительные характеристики нарушаются, требуется поверка.

В периоды между государственной проводят ведомственную поверку средств измерений. Эти поверки по объему работ иногда мало чем отличаются от госповерок. Однако, как правило, такие поверки проводят по сокращенной

программе. Поэтому они более оперативные, чем государственные, проводятся по специальному графику, разработанному для данной организации.

Анализ эксплуатационных качеств измерительных средств показал, что приборы и установки, хранимые более или менее длительное время на складах (1…2) года, подвергаются старению и ухудшают свои свойства. Иногда при этом погрешности превышают допустимые значения. Поэтому измерительные средства, хранимые на складе, перед применением необходимо подвергнуть рабочей поверке.

Рабочая поверка средств измерений проводится в низовых звеньях, т.е. непосредственно в организациях, проводящих измерения. Такие поверки проводятся каждым экспериментатором перед началом измерений и наблюдений. В процессе рабочей поверки приходится производить различные операции, определять диапазон измерений, вариации измерений и др. В отдельных случаях выполняют регулировку и градуировку средств измерений.

Под регулировкой прибора понимают операции, направленные на снижение систематических ошибок до величины, меньшей допустимой погрешности. Измерительные приборы снабжены двумя регулировочными узлами для регулировки нуля и чувствительности. Регулировка нуля предназначена для устранения систематических ошибок в диапазоне нижнего предела измерений.

В ряде случаев возникают систематические погрешности, линейно возрастающие или убывающие с изменением измеряемой величины. Ее можно уменьшить с помощью регулировки узла чувствительности. Поскольку погрешность различна на разных участках длины шкалы, то с помощью одновременной регулировки узла нуля и чувствительности достигают существенного снижения систематической ошибки прибора в начале, середине и конце диапазона измерения.

Под градуировкой понимают нанесение меток на шкалу отсчитывающего устройства по заранее известной измеренной величине. Если шкала равномерная, то градуировка не представляет каких-либо сложностей. При градуировке нелинейных шкал предварительно регулируют прибор, крепят к нему шкалу и наносят на циферблат деления, соответствующие заранее известным значениям измеряемой величины.

Наиболее распространенным способом поверки приборов и оценки его эксплуатационных характеристик является способ сравнения. Суть его сводится к сопоставлению поверяемого прибора с образцовым. Одна и та же измеряемая величина оценивается поверяемым и образцовым прибором. По отсчетам судят о погрешностях, которые вносят в поверяемый прибор.

Важным моментом в организации эксперимента является выбор средств измерений. Средства измерения должны: максимально соответствовать тематике, цели и задачам НИР; обеспечивать высокую производительность труда экспериментальных работ с наименьшей затратой времени и выполнение эксперимента в возможно кратчайший срок; обеспечивать требуемое качество экспериментальных работ, т.е. заданную степень точности при минимальном

количестве измерений, высокую воспроизводимость и надежность; в наибольшей степени исключать систематические ошибки; желательно максимально использовать средства измерений с автоматической записью; иметь высокую экономическую эффективность при минимуме затрат людских, денежных и материальных ресурсов; обеспечивать эргономические требования эксперимента (антропометрические, санитарно-гигиенические, психофизиологические и др.); обеспечивать требования техники безопасности и пожарной профилактики.

При выборе средств необходимо максимально использовать стандартно выпускаемую аппаратуру, которая приводится в специальных литературных источниках.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит суть методологии экспериментальных исследований, ее основные этапы?
2. Какие бывают экспериментальные исследования, их назначения?
3. В чем заключаются планирование и стратегия эксперимента?
4. Как осуществляется статистический анализ уравнений регрессии?
5. Какие существуют методы подбора эмпирических формул?
6. В чем состоит суть корреляционного анализа, в каком случае его используют?
7. В чем заключается анализ теоретико-экспериментальных исследований, формулирование выводов и предложений?
8. Для чего используют критерии Стьюдента и Фишера?
9. Какие средства измерений используют при экспериментальных исследованиях, их поверка?
10. Назначение метрологии.
11. Приведите общую методику определения ошибок.
12. Какая существует классификация приборов по признакам?
12. Какие существуют методы оценки измерений?
13. Как проводят оценку результатов измерений?

1.4. Общие требования и правила оформления научных исследований и их эффективность

1.4.1. Общие требования к научно-исследовательской работе

Все материалы, полученные в процессе исследования, разрабатывают, систематизируют и оформляют в виде научной работы. Это документ, который содержит исчерпывающие систематизированные сведения о выполненной работе.

Общие требования к научно-исследовательской работе: четкость и логическая последовательность изложения материала; убедительность аргументации; краткость и точность формулировок, исключающих

возможность неоднозначного толкования; конкретность изложения результатов работы; обоснованность рекомендаций и предложений.

При составлении научных отчетов следует руководствоваться требованиями ГСТУ 3008-95 (Документация. Отчеты в сфере науки и техники).

Структура научно-исследовательской работы: титульный лист; список исполнителей; реферат; содержание; основная часть отчета; список использованных источников и приложения. В необходимых случаях в отчет включают перечень сокращений, символов, специальных терминов и их определений.

Основная часть отчета включает: введение, разделы, отражающие методику, содержание и результаты выполненной работы; заключение (выводы и предложения).

Реферат должен содержать: сведения об объеме, количестве иллюстраций, таблиц, использованных источниках; перечень ключевых слов; текст реферата.

Перечень ключевых слов должен характеризовать содержание реферируемого исследования. Перечень должен включать от 5 до 15 ключевых слов в именительном падеже, напечатанных в строку, через запятые.

Текст реферата должен отражать: объект исследования, цель работы, метод исследования и аппаратуру, полученные результаты и их новизну, степень внедрения, рекомендации по внедрению работы, эффективность, область применения, основные конструктивные и технико-эксплуатационные характеристики.

Оптимальный объем текста реферата 1200 знаков, но не более 2000 знаков.

Введение работы должно содержать оценку современного состояния решаемой научно-исследовательской проблемы, основание и исходные данные для разработки темы, обоснование необходимости выполнения работы. Во введении должны быть показаны актуальность и новизна темы, связь данной работы с другими НИР.

Основная часть должна включать: выбор направления исследований; теоретические и (или) экспериментальные исследования; обобщение и оценку результатов исследований.

В НИР должны быть отражены: обоснование выбора принятого направления исследования, методы решения задачи и их сравнительные оценки, разработка общей методики проведения исследования, анализ и обобщение существующих результатов; характер и содержание выполненных теоретических исследований, методы исследований, методы расчета, для экспериментальных работ – обоснование необходимости проведения экспериментальных исследований, принцип действия разработанной аппаратуры, характеристики этой аппаратуры, оценка погрешностей измерений, полученные экспериментальные данные; оценка полноты решения поставленной задачи, соответствие выполненных исследований программе, оценка достоверности полученных результатов (характеристик, параметров), их

сравнение с аналогичными результатами отечественных и зарубежных работ, обоснование необходимости проведения дополнительных исследований, отрицательные результаты, приводящие к необходимости прекращения дальнейших исследований.

Заключение должно содержать краткие выводы по результатам выполненной НИР или отдельных ее этапов, предложения по их использованию, включая внедрение, оценку технико-экономической эффективности внедрения. В заключении к работе, для которой определение технико-экономического эффекта невозможно, необходимо указывать народно-хозяйственную, научную, социальную ценность результатов работы.

В приложения следует включать отчет о патентных исследованиях, если они проводились при выполнении НИР, и перечень библиографических описаний публикаций, патентов, если они были опубликованы или получены в результате выполнения НИР.

При необходимости в приложения следует включать вспомогательный материал в целях полноты отчета: промежуточные математические доказательства, формулы и расчеты; таблицы вспомогательных цифровых данных; протоколы и акты испытаний; описания аппаратуры и приборов, примененных при проведении экспериментов, измерений и испытаний; инструкции и методики, описания алгоритмов и программ задач, решаемых на ЭВМ, разработанных в процессе выполнения НИР; иллюстрации вспомогательного характера; копию решения ученого (научно-технического) совета; акты о внедрении результатов исследований.

1.4.2. Правила оформления научно-исследовательской работы

Работа должна быть отпечатана машинописным способом на одной стороне листа белой бумаги формата А 4 через полтора межстрочных интервала. Допускается печатать работу через два межстрочных интервала. Минимальная высота шрифта 1.8 мм.

Допускается представлять таблицы и иллюстрации на листах формата не более А2.

Текст работы следует печатать, соблюдая следующие размеры полей: левое, верхнее и нижнее – не менее 30 мм, правое – не менее 10 мм.

Вписывать в текст работы отдельные слова, формулы, условные знаки допускается только черными чернилами или черной тушью, при этом плотность вписанного текста должна быть приближена к плотности основного текста.

Опечатки, описания и графические неточности, обнаруженные в процессе выполнения работы, допускается исправлять подчисткой или закрашиванием белой краской и нанесением на том же месте исправленного текста (графиков) машинописным способом или черной тушью, рукописным способом.

В НИР следует использовать сокращения слов и словосочетаний.

Текст основной части работы делят на разделы, подразделы, пункты.

Заголовки разделов печатают симметрично тексту прописными буквами. Заголовки подразделов печатают с абзаца строчными буквами (кроме первой прописной). Переносы слов в заголовках не допускаются. Точку в конце заголовка не ставят. Если заголовок состоит из двух предложений, их разделяют точкой.

Слова, напечатанные на отдельной строке прописными буквами («СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ», «РЕФЕРАТ», «СОДЕРЖАНИЕ», «ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СИМВОЛОВ, ЕДИНИЦ И ТЕРМИНОВ», «ВВЕДЕНИЕ», «ЗАКЛЮЧЕНИЕ», «СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ»), должны служить заголовками соответствующих структурных частей отчета.

Расстояние между заголовком и текстом должно быть равно 3-4 интервала. Подчеркивать заголовки не допускается, а каждый раздел следует начинать с новой страницы.

Нумерация. Страницы работы нумеруют арабскими цифрами. Титульный лист включают в общую нумерацию работы. На титульном листе номер не ставят, на последующих страницах номера проставляют в правом верхнем углу.

Разделы должны иметь порядковую нумерацию в пределах всей работы и должны обозначаться арабскими цифрами без точки в конце. Введение и заключение не нумеруются.

Подразделы нумеруют арабскими цифрами в пределах каждого раздела. Номер подраздела состоит из номера раздела и подраздела, разделенных точкой. В конце номера подраздела точка не ставится, например: «2.3» (третий подраздел второго раздела).

Пункты нумеруют арабскими цифрами в пределах каждого подраздела. Номер пункта состоит из номеров раздела, подраздела, пункта, разделенных точками. В конце номера точка не ставится, например: «1.1.2» (второй пункт первого подраздела первого раздела).

Если работа состоит из двух или более частей (книг), то номер каждой части (книги) проставляют римскими цифрами. Номер части (книги) проставляют на титульном листе под указанием вида работы.

Иллюстрации (таблицы, чертежи, схемы, графики), которые расположены на отдельных страницах отчета, включают в общую нумерацию страниц, таблицу, рисунок или чертеж, размеры которого превышают формат А 4, учитывают как одну страницу. Листы формата более А 4 помещают в конце отчета после заключения в порядке их упоминания в тексте.

Иллюстрации (кроме таблиц) обозначаются словом «Рис.» и нумеруются последовательно арабскими цифрами в пределах раздела, за исключением иллюстраций, приведенных в приложении.

Номер иллюстрации (за исключением таблиц) должен состоять из номера раздела и порядкового номера иллюстрации, разделенных точкой. Например: «Рис. 1.2» (второй рисунок первого раздела).

Номер иллюстрации помещают ниже поясняющей подписи. Если в работе приведена одна иллюстрация, то ее не нумеруют и слово «Рис.» не пишут.

Таблицы нумеруют последовательно арабскими цифрами (за исключением таблиц, приведенных в приложении) в пределах раздела. В верхнем углу над первой частью таблицы помещают надпись «Таблица» с указанием номера таблицы. Номер таблицы должен состоять из номера раздела и порядкового номера таблицы, разделенных точкой, например: «Таблица 1.2» (вторая таблица первого раздела).

Если в работе одна таблица, ее не нумеруют и слово «Таблица» не пишут. При переносе части таблицы на второй лист (страницу) слово «Таблица» и номер ее указывают один раз слева над первой частью таблицы; над другими частями пишут слово «Продолжение таблицы …» с указанием номера, например: «Продолжение табл. 1.2».

Формулы в работе (если их более одной) нумеруют арабскими цифрами в пределах раздела. Номер формулы состоит из номера и порядкового номера формулы в разделе, разделенных точкой. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках, например: (3.1) (первая формула третьего раздела).

Примечания к тексту и таблицам, в которых указывают справочные и поясняющие данные, нумеруют последовательно арабскими цифрами. Если примечаний несколько, то после слова «Примечания» ставят двоеточие, например:

Примечания: 1. … 2. …

Если имеется одно примечание, то его не нумеруют и после слова «Примечание» ставят точку.

Иллюстрации. Качество иллюстраций должно обеспечивать их четкое воспроизведение (электрографическое копирование, микрофильмирование и т.п.). Рисунки должны быть выполнены черной тушью, черными чернилами на белой непрозрачной бумаге, отсняты с помощью множительной техники или выполнены с использованием ЭВМ.

В работе следует применять только штриховые рисунки и подлинные фотографии.

Фотографии размером меньше А 4 должны быть наклеены на стандартные листы белой бумаги.

Иллюстрации должны быть расположены так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота отчета или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации располагают после первой ссылки на них. Иллюстрации должны иметь наименование. При необходимости их снабжают поясняющими данными (Подрисуночный текст). Наименование иллюстрации помещают над ней, поясняющие данные – под ней.

Таблицы. Цифровой материал, как правило, должен оформляться в виде таблиц (рис. 1.31).

Каждая таблица должна иметь заголовок. Заголовок и слово «Таблица» начинают с прописной буквы. Заголовок не подчеркивают.

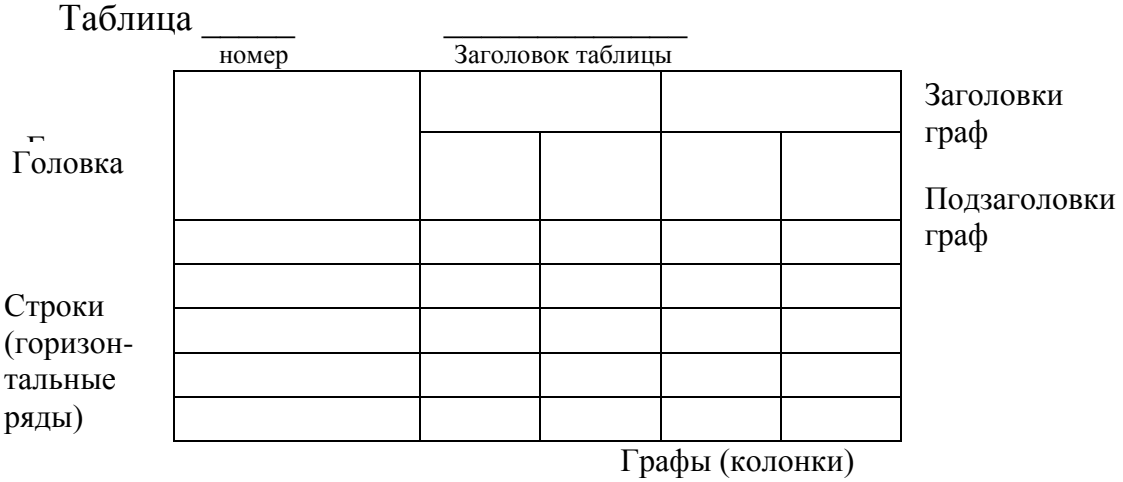


Рис. 1.31. Пример построения таблицы

Боковик (заголовки строк)

Заголовки граф таблиц должны начинаться с прописных букв, подзаголовки – со строчных, если они составляют одно предложение с заголовком, и с прописных, если они самостоятельные.

Делить головки таблицы по диагонали не допускается. Высота строк должна быть не менее 8 мм. Графу «№ п.п.» в таблицу включать не следует.

Таблицу размещают после первого упоминания о ней в тексте таким образом, чтобы ее можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другой лист. При переносе таблицы на другой лист (страницу) заголовок помещают только над ее первой частью. Таблицу с большим количеством граф допускается делить на части и помещать одну часть над другой, а пределах одной страницы. Если строки или графы таблицы выходят за формат страницы, то в первом случае в каждой части таблицы повторяется ее головка, во втором случае – боковик.

Если повторяющийся в графе таблицы текст состоит из одного слова, его допускается заменять кавычками; если из двух или более слов, то при первом повторении его заменяют словами «То же», а далее – кавычками. Ставить кавычки вместо повторяющихся цифр, марок, знаков, математических и химических символов не допускается. Если цифровые или иные данные в какой-либо строке таблицы не проводят, то в ней ставят прочерк.

Формулы. Пояснение значений символов и числовых коэффициентов следует проводить непосредственно под формулой в той же последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента следует давать с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия.

Уравнения и формулы следует выделять из текста свободными строками. Выше и ниже каждой формулы должно быть оставлено не менее одной свободной строки. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знаков (+), (–), умножение (·) и деление (:).

Ссылки в тексте на литературные источники допускается приводить в подстрочном примечании или указывать порядковый номер по списку источников, выделенный двумя косыми чертами.

Ссылки на иллюстрации указывают порядковым номером иллюстрации, например, рис. 1.2.

Ссылки на формулы указывают порядковым номером формулы в скобках, например «… в формуле (2.1)».

На все таблицы должны быть ссылки в тексте, при этом слово «Таблица» в тексте пишут полностью, если таблица не имеет номера, и сокращено – если имеет номер, например: «… в табл. 1.2».

В повторных ссылках на таблицы и иллюстрации следует указывать сокращенно слово «смотри», например: «см. табл. 1.3».

Титульный лист (рис.1.32) является первым листом работы и заполняется по форме, приведенной на рис. 1.32.

Поле 1 – наименование министерства, университета, института.

Поле 2 – в левой части поля – индекс УДК и номер государственной регистрации, проставляемые организацией-исполнителем, а также инвентарный номер работы (организацией-исполнителем не проставляется). Эти данные размещаются одно под другим. Правая часть предназначена для специальных отметок.

Поле 3 – в левой части поля должен быть помещен гриф согласования, состоящий из слова «СОГЛАСОВАНО», наименование должности с указанием наименования организации, ученой степени, ученого звания лица, с которым согласовывается работа, его личной подписи, ее расшифровки, даты согласования. Здесь же проставляется печать организации, согласовавшей работу.

В правой части поля помещают гриф утверждения, состоящий из слова «УТВЕРЖДАЮ», наименования должности с указанием наименований организации, ученой степени, ученого звания лица, утвердившего работу, личной подписи, ее расшифровки и даты утверждения работы. Здесь же проставляется печать организации, утвердившей работу.

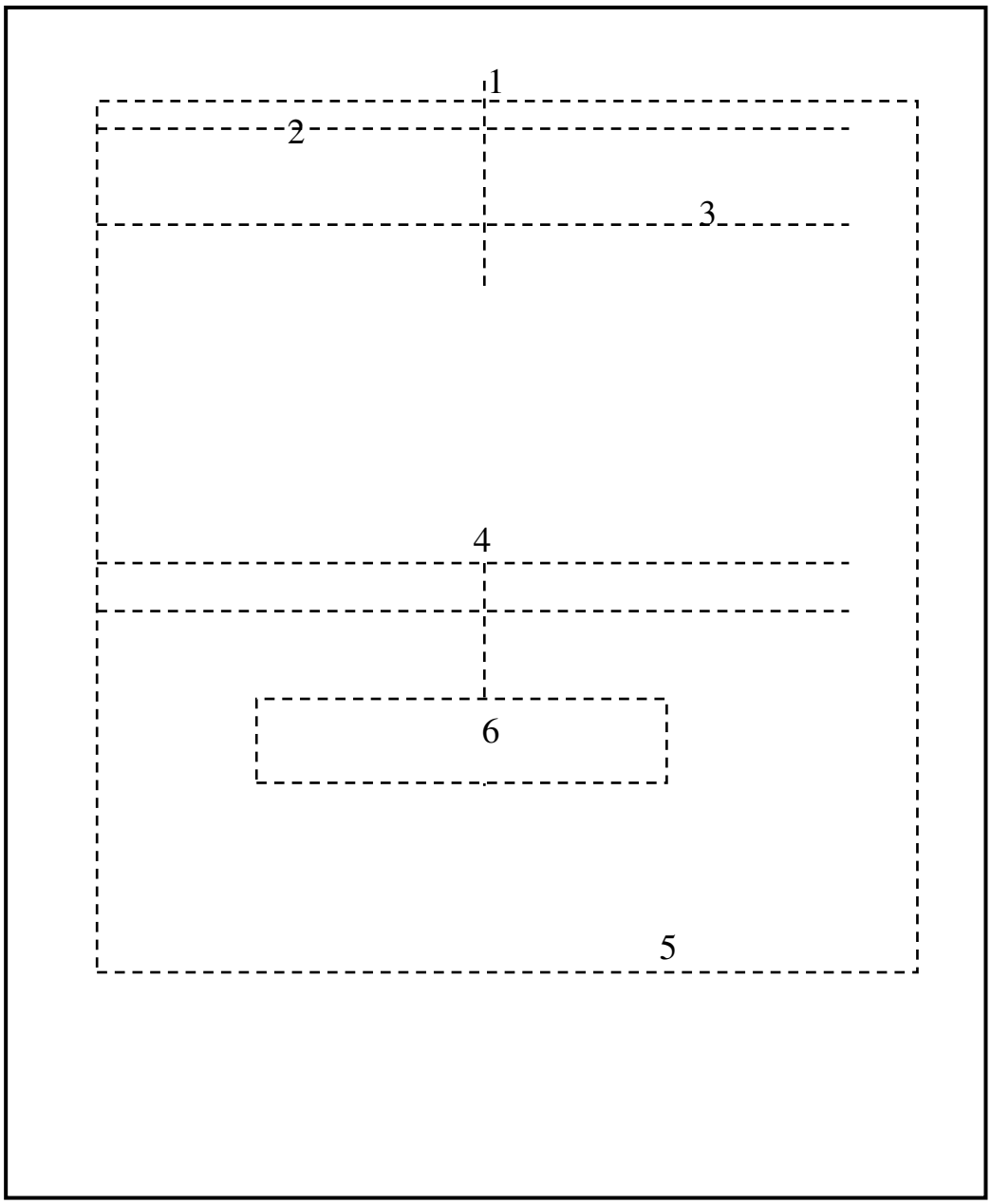
Подписи и даты подписания должны быть выполнены только черными чернилами. Дату следует записывать арабскими цифрами в следующей последовательности элементов: год, месяц, день месяца.

В поле 4 прописными буквами указывают наименование работы.

Поле 5 – должности, ученые степени, ученые звания руководителей, консультантов. Справа от каждой подписи проставляют инициалы и фамилию лица, подписавшего работу, ниже – дату подписания.

Поле 6 – город и год выпуск работы, например, «Киев 2005».

Если на титульном листе не размещаются все необходимые подписи, то допускается перенос их на следующую страницу. На эту же страницу переносятся и сведения с поля 6.



Список исполнителей. В список должны быть включены фамилии всех ответственных исполнителей, исполнителей и соисполнителей (авторов работы), принимавших творческое участие в выполнении работы. Фамилии исполнителей и соисполнителей следует располагать столбцом. Слева указывают должности, ученые степени, ученые звания исполнителей и соисполнителей.

Справа от подписей указывают (без скобок) инициалы и фамилии исполнителей и соисполнителей. Возле каждой фамилии исполнителя и соисполнителя следует в скобках указать номер раздела (подраздела) работы

подготовленного по выполненному им этапу НИР, наименование организации-соис-полнителя.

Если работа выполнена одним исполнителем, его фамилию и подпись помещают на титульном листе.

Содержание включает наименование всех разделов, подразделов и пунктов (если они имеют наименование) с указанием номера страниц, на которых размещается начало материалов разделов (подразделов, пунктов).

Перечень условных обозначений, символов, единиц и терминов. Если в работе принята специфическая терминология, а также употребляются малораспространенные сокращения, новые символы, обозначения и т.п., то их перечень должен быть представлен в виде отдельного списка.

Перечень должен располагаться столбцом, в котором слева (в алфавитном порядке) приводят, например, сокращения, справа – его детальную расшифровку.

Если в работе специальные термины, сокращения, символы, обозначения и т.п. повторяются менее трех раз, ПЕРЕЧЕНЬ не составляют, а их расшифровку приводят в тексте при первом упоминании.

Список использованных источников должен содержать перечень книг, статей, различных документов, исследований других авторов и т.п., использованных при выполнении работы.

Источники следует располагать в порядке появления ссылок в тексте работы.

Приложения оформляют как продолжение работы на последующих его страницах или в виде отдельной части (книги), располагая их в порядке появления ссылок в тексте.

Каждое приложение начинается с нового листа (страницы) с указанием в правом углу слова «ПРИЛОЖЕНИЕ», напечатанного прописными буквами, и имеют содержательный заголовок.

Если в работе более одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами (без знака №), например, ПРИЛОЖЕНИЕ 1, ПРИЛОЖЕНИЕ 2 и т.д.

При оформлении приложений отдельной частью (книгой) на титульном листе под названием работы печатают прописными буквами слово «ПРИЛОЖЕНИЯ».

Текст каждого приложения при необходимости может быть разделен на подразделы и пункты, нумеруемые арабскими цифрами в пределах каждого приложения, перед ними ставится буква «П», например, «П. 1. 2. 3» (третий пункт второго подраздела первого приложения).

Рисунки, таблицы и формулы, помещаемые в приложении, нумеруют арабскими цифрами в пределах каждого приложения, например: «Рис. П. 1.1» (первый рисунок первого приложения); «Табл. П. 1. 1» (первая таблица первого приложения).

1.4.3. Рецензирование научно-исследовательских работ

Рецензия (отзыв о научной работе) – это работа, в которой критически оценивают основные положения и результаты рецензируемого исследования. Особое внимание обращают на актуальность его теоретических положений, целесообразность и оригинальность принятых методов исследования, новизну и достоверность полученных результатов, их практическую полезность.

При составлении рецензии обычно придерживаются последовательности, приведенной на рис. 1.33.

Критика рецензента должна быть принципиальной, научно обоснованной, взыскательной, но вместе с тем и доброжелательной, способствующей улучшению исследования.

Доклад или сообщение содержат краткое изложение основных научных положений автора, их практическое значение, выводы и предложения. Время доклада (10 … 20) мин, аргументация должна быть краткой и четкой. Необходимо выделять основную идею доклада, не нужно детализировать отдельные его положения.

Не рекомендуется доклад (сообщение) читать перед аудиторией, отпечатанный текст используют лишь для справок, чтения цитат. Эмоциональность, убежденность докладчика, его умение полемизировать обеспечивает контакт с аудиторией, внимание слушателей. Главным в научном докладе является содержание и научная аргументация.

Выразительность и доходчивость речи при изложении доклада в большой мере зависит от темпа, громкости и интонации. Спокойная, неторопливая манера изложения всегда импонирует слушателям. Докладчику необходимо следить за правильностью литературного произношения, употреблять слова в соответствии с их смыслом.

Отвечать на вопросы следует кратко, по существу, проявлять скромность в оценке своих научных результатов, выдержанность и тактичность даже в случае резких выступлений оппонентов. Самокритичность и уважительное отношение к деловой критике – важное условие устранения недостатков в исследовании.

В ряде случаев по докладу составляют тезисы, в которых кратко (1… 2) страницы излагают идею, основу доклада и необходимую аргументацию. Научный работник должен уметь выступать с кратким и четким докладом, вести научную дискуссию, убедительно аргументировать свои научные положения. Это умение вырабатывается систематической настойчивой работой над рефератами, докладами и выступлениями перед научными коллективами.

РЕЦЕНЗИЯ
на статью, предложенную к публикации
в научно-техническом журнале «Научный вестник НИИГД „Респиратор"»

Автор(ы) _____
Название _____
_____

Параметрическая оценка (нужное обвести)

1. Научная новизна	5	4	3	2	1	0
2. Научная обоснованность результатов	5	4	3	2	1	0
3. Значимость результатов	5	4	3	2	1	0
4. Логика и ясность изложения	5	4	3	2	1	0
5. Качество оформления	5	4	3	2	1	0

Общая сумма баллов _____
Комментарии по каждому пункту
1. _____
_____
_____
_____
2. _____
_____
_____
_____
3. _____
_____
_____
4. _____
_____
_____
5. _____
_____
_____

Дополнительные замечания, предложения и общая аргументация заключения
_____
_____

Что необходимо доработать (указать конкретно) _____
_____
_____
_____

Заключение (нужное обвести)

Настоятельно рекомендуется к публикации	Рекомендуется к публикации	Рекомендуется к публикации условно*	Не рекомендуется к публикации

* Условная рекомендация означает, что статья может быть принята к публикации только при соответствующей доработке авторами

Рецензент
Ф.И.О. _____ Должность, место работы _____
_____
Ученая степень _____ Ученое звание _____
Подпись рецензента _____ Дата _____

Примечания:
1. Присланные в редакцию журнала статьи подлежат обязательному рецензированию.
2. Ответственность за достоверность приведенных в статье фактов и данных, обоснованность сделанных выводов и научно-технический уровень статьи несут авторы и рецензенты.
3. Ответственность за нарушение авторских прав и несоблюдение действующих стандартов в подаваемых материалах возлагается на авторов статьи.

Рис. 1.33. Образец рецензии на научную статью

1.4.4. Подготовка научных материалов к опубликованию в печати

Как публикуют работы, содержащие новые научные результаты и конкретные предложения, имеющие важное теоретическое и практическое значение. К научным печатным работам относятся монографии, брошюры, статьи.

Монография – научное издание в виде книги, содержащей итог всестороннего или полного исследования одной темы или проблемы и принадлежащей одним или несколькими авторами.

В статье излагают результаты, полученные по конкретному вопросу, имеющему определенное научное и практическое значение. Статью публикуют в научных журналах и (или) в сборниках. Ее объем не должен превышать 8 – 10 машинописных страниц; графический или другой иллюстрированный материал допускается в количестве не более двух-трех.

Учебники и учебные пособия относятся к учебным изданиям.

Учебник – учебное издание, которое содержит систематизированное изложение определенной учебной дисциплины в соответствии с учебной программой и утверждено официальной инстанцией в качестве учебника.

Учебное пособие – учебное издание, частично заменяющее или дополняющее учебник и утвержденное официальной инстанцией в качестве учебного пособия.

Подготовку материалов исследования к печати необходимо проводить в такой последовательности.

Составляют план-проспект и систематизируют материал исследования, при этом строго придерживаются положения о том, что второстепенные сведения или опубликованные ранее не следует помещать в подготавливаемые издания. Затем располагают подобранный материал по главам и параграфам.

Излагают материал в научном стиле, для которого характерны ясность, точность словоупотребления, лаконизм; строгое соблюдение научной терминологии, позволяющей в возможно краткой и экономной форме давать четкие определения и характеристики научных фактов, понятий, процессов и явлений. Последовательное изложение принятой теоретической позиции, логичность, глубокая взаимосвязь теоретических положений, выразительность речи – характерные черты научного стиля.

Все цитаты приводят по первоисточникам с указанием подлинных авторов цитат и источников.

Материалы печатают на одной стороне листа бумаги формата А4 (210× ×97 мм) через 1,5 интервала, что обеспечивает возможность последующего редактирования и дополнения. Поля на странице должны быть такие, как и при оформлении дипломной работы.

После того как рукопись составлена, уточняют ее содержание, одновременно осуществляя тщательное редактирование. На этом этапе сокращают второстепенный или добавляют необходимый материал,

определяют место в рукописи таблиц и рисунков. При литературном редактировании работают над улучшением научного стиля произведения, перерабатывают отдельные части, формулировки фраз в целях достижения четкого изложения, проверяют орфографию и пунктуацию, устраняют архаизмы, речевые штампы, избегают частого повторения одних и тех же слов, заменяя их синонимами.

Осуществляя техническое редактирование, определяют в рукописи абзацы. Указывают, какие слова и предложения необходимо выделить специальным шрифтом, проверяют правильность написания терминов, значков, шрифтов, особенно в математических, химических и других формулах. Одновременно с этим определяют размеры иллюстраций и таблиц, правильность их оформления. После этого окончательно перепечатывают рукопись. В машинописном тексте отмечают на полях место расположения рисунков и таблиц (после первого упоминания в тексте); условные знаки, замеченные опечатки; формулы, фамилии иностранных авторов, которые нельзя печатать на машинке, аккуратно и разборчиво вписывают от руки черными чернилами или тушью.

При вписывании формул необходимо ясно указать, какие из символов будут набраны прописными буквами, какие строчными. Это относится к буквам одинакового начертания (*S, s, P, p* и т.д.). Их помечают особо: прописные подчеркивают двумя черточками снизу, строчные – двумя черточками сверху. Специальными знаками выделяют показатели степени, индексы; буквы греческого алфавита обводят красными чернилами. Все символы в формулах поясняют в тексте, расположенном непосредственно под формулой. Не допускается обозначение разных величин одинаковыми буквами.

Иллюстрации должны быть ясными, четкими и удовлетворять требованиям государственных стандартов.

Фотографии и светокопии готовят контрастными, чтобы обеспечить качественное изготовление типографских клише. Подписи должны легко читаться при заданном уменьшении. К иллюстрациям составляют опись подрисуночных текстов, которые прилагают к машинописному тексту научной работы.

Таблицы создают наибольшие неудобства при чтении текста. Помещая их в текст, автор должен четко уяснить себе, как они будут выглядеть в напечатанной книге. Не рекомендуется составлять таблицы с большим количеством граф, так как это затрудняет размещение их в тексте.

Статья направляется в редакционную коллегию научного журнала или научно-технического сборника, а монография – в научное специализированное издательство. Все материалы, рекомендуемые к печати, представляют в двух экземплярах.

1.4.5. Внедрение и эффективность научных исследований

Внедрение завершенных научных исследований в производство – заключительный этап НИР.

Внедрение – это передача производству научной продукции (отчеты, стандарты, откорректированная конструкторская документация и т.д.) в удобной для реализации форме, обеспечивающей технико-экономический эффект. НИР превращается в продукт лишь с момента ее потребления производством.

Процесс внедрения состоит из двух этапов: опытно-производственного внедрения и серийного внедрения (внедрение достижений науки, новой техники, новой технологии).

Как бы тщательно ни проводились НИР в научно-исследовательских организациях, все же они не могут всесторонне учесть различные, часто случайные факторы, действующие в условиях производства. Поэтому научная разработка на первом этапе внедрения требует опытной проверки в производственных условиях.

Предложения по законченным НИР рассматривают на научно-технических советах, а в случаях особо ценных предложений – на коллегиях министерства, и направляют на производство для практического применения.

После опытно-производственного испытания новые материалы, конструкции, технологии внедряют в серийное производство как элементы новой техники. На этом втором этапе научно-исследовательские организации не принимают участия во внедрении. Они могут по просьбе внедряющих организаций давать консультации или оказывать незначительную научно-техническую помощь.

После внедрения достижений науки в производство составляют пояснительную записку, к которой прилагают акты внедрения и эксплуатационных испытаний, расчет экономической эффективности, справки о годовом объеме внедрения по включении получаемой экономии в план снижения себестоимости, протокол долевого участия организаций в разработке и внедрении, расчет фонда заработной платы и другие документы.

Под экономической эффективностью научных исследований в целом понимают снижение затрат общественного и живого труда на производство продукции в той отрасли, где внедряют законченные научно-исследовательские работы и опытно-конструкторские разработки (НИР и ОКР).

Основные виды эффективности научных исследований:

1) экономическая эффективность – рост национального дохода, повышение производительности труда, качества продукции, снижение затрат на научные исследования;

2) укрепление обороноспособности страны;

3) социально-экономическая эффективность – ликвидация тяжелого труда, улучшение санитарно-гигиенических условий труда, очистка окружающей среды и т.д.;

4) престиж отечественной науки.

Наука является наиболее эффективной сферой капиталовложений. В мировой практике принято считать, что прибыль от капиталовложений в нее составляет 100 – 200% и намного выше прибыли любых отраслей. По данным зарубежных экономистов, на один доллар затрат на науку прибыль в год составляет (4…7) долларов и больше. В нашей стране эффективность науки также высокая. На 1 грн., затраченную на НИР и ОКР, прибыль составляет (3…8) грн.

С каждым годом наука обходится обществу все дороже. На нее расходуют огромные суммы. Поэтому в экономике науки возникает и другая проблема – систематическое снижение народнохозяйственных затрат на исследование при возрастающем эффекте от их внедрения. В связи с этим под эффективностью научных исследований понимают также по возможности более экономное проведение НИР.

Хорошо известно, какое большое значение ныне придается вопросам ускоренного развития науки и НТП. Делается это по глубоким стратегическим причинам, которые сводятся к тому объективному факту, что наука и система ее приложений стала реальной производительной силой – наиболее мощным фактором эффективного развития общественного производства.

Есть два кардинально различных пути ведения дел в экономике: экстенсивный путь развития и интенсивный. Путь экстенсивного развития – это расширение заводских площадей, увеличение числа станков и т.д., интенсивный путь предполагает, чтобы каждый завод с каждого работающего станка, сельскохозяйственное предприятие с каждого гектара посевных площадей получали все больше и больше продукции. Это обеспечивается использованием новых научно-технических возможностей: новых средств труда, технологий, знаний. К интенсивным факторам относится рост квалификации людей и вся совокупность организационных и научно-технических решений, которыми вооружается современное производство.

Сегодня, примерно, каждая денежная единица, вложенная в науку, в НТП и освоение нововведений (новой техники, новых технологий) в производстве, дает в четыре раза больший эффект, чем она, вложенная в экстенсивные факторы. Это очень существенное обстоятельство. Из него вытекает, что и впредь наша хозяйственная политика будет направлена на то, чтобы во всех сферах общественного производства решать проблемы дальнейшего развития преимущественно за счет интенсивных факторов. При этом особая роль отводится науке, а на саму науку распространяется то же самое требование. Сошлемся на характерные цифры. За последние (40…50) лет количество новых знаний увеличилось примерно в (2…3) раза, в то же время объем информации (публикаций, различной документации) увеличился в (8…10) раз, а объем средств, отпускаемых на науку – более чем в 100 раз. Эти цифры заставляют задуматься. Весь рост ресурсов, затрачиваемых на науку, не самоцель. Следовательно, научную политику надо менять, необходимо решительно повысить эффективность работы научных учреждений.

Есть еще одно важное обстоятельство. В данном случае нас интересует не сам по себе прирост новых знаний, а прирост эффекта в производстве. Мы должны проанализировать: все ли нормально с пропорциями между получением знаний и их применением на производстве. Нужно опережающе высокими темпами увеличивать вложения в мероприятия по освоению результатов НТП в производство.

Существует некоторая теоретическая модель, построенная из соображений наиболее полного использования новых знаний, новых научных данных. В соответствии с этой моделью, если ассигнования в области фундаментальных исследований принять за единицу, то соответствующие показатели составят: по прикладным исследованиям – 4, по разработкам – 16, по освоению нововведений в производство – 250. Эта модель построена академиком В.М. Глушковым, исходя из того, что все разумное (из новых идей, сведений, возможностей), полученное в сфере фундаментальных исследований, будет использовано. Для этого будет достаточно возможностей прикладных наук. Затем они для практического применения будут реализованы в виде новых технологий, новых конструкций и т.п., теми, кто практикует, ведет разработки. И у них, в свою очередь, будет достаточно возможностей, чтобы все это принять и полностью пустить в дело. Наконец, необходимо иметь достаточно капиталовложений и свободных мощностей, предназначенных для освоения нововведений на производстве, чтобы освоить и реализовать все объективно необходимые нововведения.

Если суммарные затраты на фундаментальные и прикладные исследования, а также на опытно-конструкторские разработки принять за единицу, то отношение между вложениями в производство новых знаний и вложениями в освоение этих знаний народным хозяйством составит 1:12. а в действительности такое отношение 1:7. Это свидетельствует о том, что в народном хозяйстве зачастую нет свободных возможностей, не хватает возможностей для маневра (в США такое соотношение 1:11).

В современной отечественной науке каждый четвертый – руководитель. Руководителей в науке больше, чем физиков, химиков, математиков и пр., отдельно взятых. Но математиков, физиков, химиков и прочих готовят вузы и профессиональный уровень их знаний, как правило, очень высок. Руководству же научной деятельностью их не обучали. Этому они учатся сами и самым непродуктивным способом – на своих ошибках. Решение этого вопроса тоже может поднять эффективность научных исследований.

Одним из путей повышения эффективности научных исследований является использование так называемых попутных или промежуточных результатов, которые зачастую совсем не используются или используются поздно и не достаточно полно. Например, космические программы. Чем они оправдываются экономически? Конечно, в результате их разработки была улучшена радиосвязь, появилась возможность дальних передач телевизионных программ, повышена точность предсказания погоды, получены большие

фундаментальные научные результаты в познании мира и т.д. Все это имеет или будет иметь экономическое значение.

На эффективность исследовательского труда прямо влияет оперативность научных знаний, прежде всего периодических. Анализ сроков нахождения статей в редакциях отечественных журналов показал, что они задерживаются вдвое дольше, чем в аналогичных зарубежных изданиях. Для сокращения этих сроков, по-видимому, целесообразно в нескольких журналах экспериментально проверить новый порядок публикаций: печатать только рефераты статей объемом до (4… 5) страниц, а полные тексты издавать методом безнаборной печати в виде оттисков и высылать по запросам заинтересованных лиц и организаций.

Известно, что темпы роста инструментальной вооруженности современной науки должны примерно в (2,5…3) раза превышать темпы роста численности работников в этой сфере. В целом по стране этот показатель еще недостаточно высок, а в некоторых научных организациях он заметно меньше единицы, что приводит к фактическому снижению КПД интеллектуальных ресурсов науки.

Современные научные приборы морально изнашиваются столь быстро, что за (4…5) лет, как правило, безнадежно устаревают. При нынешних темпах НТП абсурдной выглядит так называемая бережная (по несколько часов в неделю) эксплуатация прибора. Рационально приобретать приборов меньше, но самых совершенных, и загружать их максимально, не боясь износа, а через (2…3) года интенсивной эксплуатации заменять новыми, более современными.

Вместе с тем следует признать, что в целом индустриальный сектор науки еще очень слабо обеспечен высококвалифицированными кадрами исследователей. На каждую сотню центральных заводских лабораторий приходится лишь один кандидат наук. Большинство заводских научных подразделений, по масштабам работ сравнимых с обычными НИИ, имеют в несколько раз меньшее число докторов и кандидатов наук.

Особого внимания заслуживает проблема целевой подготовки кадров для индустриального сектора науки.

Для оценки эффективности исследований применяют разные критерии, характеризующие степень их результативности.

Фундаментальные исследования начинают отдавать капиталовложения лишь спустя значительный период после начала разработки. Результаты их обычно широко применяют в различных отраслях, иногда в тех, где их совсем не ожидали. Поэтому подчас нелегко планировать результаты таких исследований.

Фундаментальные теоретические исследования трудно оценить количественными критериями эффективности. Можно установить только качественные критерии: возможность широкого применения результатов исследований в различных отраслях народного хозяйства страны; новизна явлений, дающая большой толчок для принципиального развития наиболее актуальных исследований; существенный вклад в обороноспособность страны;

приоритет отечественной науки; отрасль, где могут быть начаты прикладные исследования; широкое международное признание работ; фундаментальные монографии по теме и цитируемость их учеными различных стран.

Эффективность прикладных исследований оценить значительно проще. В этом случае применяют различные количественные критерии.

Об эффективности любых исследований можно судить лишь после их завершения и внедрения, т.е. тогда, когда они начинают давать отдачу для народного хозяйства. Большое значение приобретает фактор времени. Поэтому продолжительность разработки прикладных тем по возможности должна быть короче. Лучшим является такой вариант, когда продолжительность их разработки до трех лет. Для большинства прикладных исследований вероятность получения эффекта в народном хозяйстве в настоящее время превышает 80 %.

Как оценить эффективность исследования коллектива (отдела, кафедры, лаборатории и т.д.) и одного научного работника?

Эффективность работы научного работника оценивают различными критериями: публикационным, экономическим, новизной разработок, цитируемостью работ и др.

Публикационным критерием характеризуют общую деятельность – суммарное количество печатных работ, общий объем их в печатных листах, количество монографий, учебников, учебных пособий. Этот критерий не всегда объективно характеризует эффективность научного работника. Могут быть случаи, когда при меньшем количестве печатных работ отдача значительно больше, чем от большего количества мелких печатных работ. Экономическую оценку работы отдельного научного работника применяют редко. Чаще в качестве экономического критерия используют показатель производительности труда научного работника (выработку денежных средств сметной стоимости НИР). Критерий новизны НИР – это количество авторских свидетельств и патентов. Критерий цитируемости работ ученого представляет собой число ссылок на его печатные работы. Это второстепенный критерий.

Эффективность работы научно-исследовательской группы или организации оценивают несколькими критериями: среднегодовой выработкой НИР, количеством внедренных тем, экономической эффективностью от внедрения НИР и ОКР, общим экономическим эффектом, количеством полученных авторских свидетельств и патентов, количеством проданных лицензий или валютной выручкой.

Среднегодовую выработку НИР, ОКР определяют по формуле

$$K_{\text{п}} = \frac{C_{\text{о}}}{P},$$

где $C_{\text{о}}$ – общая сметная стоимость НИР и ОКР;

P – среднесписочное число работников основного и подсобного персонала отдела, кафедры, лаборатории, НИИ.

Обычно $K_{\text{п}}$ рассчитывают за год. Поскольку установить сметные расходы НИР за месяц или квартал можно лишь ориентировочно.

Критерий внедрения $K_{\text{в}}$ законченных тем устанавливают в конце календарного года суммированием законченных работ $m_{\text{в}}$. Внедрение темы оценивают степенью завершения тематического плана.

Относительный критерий внедрения законченных тем

$$K_{\text{в}} = \frac{m_{\text{в}}}{m},$$

где m – общее количество разрабатываемых тем.

Критерий экономической эффективности

$$K_{\text{э}} = \frac{\text{Э}}{\text{З}},$$

где $\text{Э}, \text{З}$ – соответственно эффект от внедрения темы и затраты на ее выполнение и внедрение.

Экономический эффект от внедрения – основной показатель эффективности научных исследований – зависит от затрат на внедрение, объема внедрения, сроков освоения новой техники и многих других факторов.

Эффект от внедрения рассчитывают за весь период, начиная от времени разработки темы до получения отдачи. Обычно продолжительность такого периода прикладных исследований составляет несколько лет. Однако, в конце его окончания можно получить полный народнохозяйственный эффект.

Уровень новизны прикладных исследований и разработок коллектива характеризуют критерием K_a, т.е. числом завершенных работ, по которым получены авторские свидетельства и патенты.

Критерий K_a характеризует абсолютное количество свидетельств и патентов. Более объективным являются относительные показатели, например, количество свидетельств и патентов, отнесенных к определенному количеству работников P данного коллектива (P=100, 1000) или к числу тем, разрабатываемых коллективом, которые подлежат оформлению свидетельствами и патентами.

Если коллектив НИИ выполнил разработки и осуществлена продажа их за границей, то эффективность этих разработок оценивают относительным показателем

$$K_{\text{л}} = \frac{\text{Д}}{\sum \text{З}},$$

где Д – валютный доход государства;

$\sum \text{З}$ – суммарные затраты на проведение НИР и ОКР, на оформление и продажу лицензий, на выполнение лицензионных межгосударственных отношений и др.

Чем выше показатели $К_{п}, К_{в}, К_{э}, К_{а}, К_{л}$, тем эффективнее НИР коллектива.

Экономический эффект от внедрения научных исследований определяют по известной методике из курса «Экономика транспорта». Различают три вида экономического эффекта: предварительный или ожидаемый и фактический.

Предварительный экономический эффект устанавливается при обосновании темы научного исследования и включения ее в план работ. Рассчитывают его по ориентировочным укрупненным показателям с учетом прогнозируемого объема внедрения результатов исследований в группу предприятий данной отрасли (см. подраздел «Выбор и формирование темы научного исследования»).

Ожидаемый экономический эффект вычисляют в процессе выполнения НИР. Его условно относят (прогнозируют) к определенному периоду (году) внедрения продукции в производство. Ожидаемая экономия – более точный экономический критерий по сравнению с предварительной экономией, хотя в некоторых случаях она является также ориентировочным показателем, поскольку объем внедрения можно определить лишь ориентировочно. Ожидаемый эффект вычисляют не только на один год, но и на более длительный период (интегральный результат). Ориентировочно такой период составляет до 10 лет от начала внедрения для новых материалов и до 5 лет для конструкций, приборов, технологических процессов.

Фактический экономический эффект определяется после внедрения научных разработок в производстве, но не ранее, чем через год, по формуле разности приведенных затрат

$$Э_{пр} = [(C_1 + EK_1) - (C_2 + EK_2 + EЗ_{п})]A_2 - \frac{З_{пп}}{T_{эф}}, \qquad (1.143)$$

где $Э_{пр}$ – фактический годовой экономический эффект в сфере производства новой техники, грн/год;

C_1, C_2 – себестоимость в грн. на единицу продукции соответственно до и после внедрения новой техники, $\frac{\text{грн/год}}{\text{ед}}$. (Расчеты снижения себестоимости продукции должны учитывать только те затраты, которые изменяются в связи с внедрением новой техники);

E – нормативный коэффициент эффективности дополнительных затрат, который при отсутствии отраслевого нормативного коэффициента впредь до его установления принимается, равным 0,12;

K_1 – удельные капитальные затраты, т.е. сумма производственных основных и оборотных фондов в гон. на единицу годового выпуска данной продукции или годового объема производственной работы (удельная

фондоемкость) до внедрения новой техники, грн/ед. (действующее оборудование должно оцениваться по полной восстановительной стоимости);

K_2 – удельные капитальные затраты, т.е. сумма производственных основных и оборотных фондов в грн на единицу годового выпуска данной продукции и годового объема производственной работы после внедрения новой техники, грн/ед.;

$З_п$ – удельные предпроизводственные затраты, грн/ед.;

A_2 – годовой выпуск новой продукции, ед.;

$З_{пп}$ – сумма предпроизводственных затрат, приведенная к первому году выпуска новой продукции, грн;

$T_{эф}$ – период эффективного использования разработки, год.

Если эффект разработки образуется в сфере потребления средств новой техники, то годовой экономический эффект рассчитывается по формуле

$$Э_{потр} = (C_1 + EK_1A_1) - (C_2 + EK_2A_2), \qquad (1.144)$$

где K_1, K_2 – соответственно цена старого и нового средства труда, грн.;

A_1, A_2 – соответственно годовой выпуск продукции, выпускаемой до и после внедрения новой техники, ед.

Суммарный фактический годовой экономический эффект средства новой техники (если оно в этом году вступило в эксплуатацию)

$$Э = Э_{пр} + Э_{потр}, \qquad (1.145)$$

и в последующие годы эксплуатации

$$Э = Э_{потр}.$$

Контрольные вопросы

1. Какие общие требования к научно-исследовательской работе?
2. Какие существуют правила оформления научно-исследовательской работы?
3. Что такое рецензирование научно-исследовательских работ, его последовательность?
4. Какие научные материалы подготавливаются к опубликованию в печати?
5. Назовите научные труды, их определения
6. Назовите основные виды эффективности научных исследований.
7. Как определяется годовой экономический эффект от внедрения результатов выполненной научной работы?

1.5. Основы научно-технического творчества

1.5.1. Понятия и определения

Подготовка инженера, как творца новой техники, сейчас немыслима без обучения его основам изобретательства, без активного привлечения студентов к решению творческих задач, поставленных практикой развития общества. В настоящее время психология творчества, процессы управления творчеством недостаточно изучены, многие исследователи стоят на позициях о принципиальной непознаваемости этих процессов, а это ставит порой непреодолимый психологический барьер на пути целенаправленного обучения техническому творчеству.

Изначальный смысл слова «инженер» означает изобретатель. Изобретательность - основное свойство хорошего инженера. Каждый день пред ним стоят многочисленные задачи, требующие творческого подхода для их решения. С каждым днем количество задач, которые необходимо решать инженеру в единицу времени возрастает, а ресурсов, предоставляемых в его распоряжение для этого, становится меньше. Таким образом, на повестке дня стоит задача повышения производительности не только физического труда, но и умственного. Более того, труда творческого.

Освоение разнообразных инструментов, которые позволяют решать творческие задачи легче, быстрее и в большем количестве - актуальная задача современного инженера.

Рыночная экономика выдвигает требование защиты результатов творческого интеллектуального труда. Это дает возможность не только добиться увеличения прибыльности работы организации в рыночных условиях, но и повысить её конкурентоспособность.

Кроме этого освоение методов научно-технического творчества и умение обеспечить их патентно-правовую защиту увеличивает конкурентоспособность самого инженера на рынке труда.

Каждый студент в будущем стремится стать инженером. Поэтому в своей последующей практике он в первую очередь, безусловно, будет всегда иметь дело с различными объектами техники и различными видами технологий. При их использовании возникают технические проблемы, требующие разрешения. Для того чтобы быть грамотным специалистом, т.е. умело разрешать возникающие технические проблемы, квалифицированно использовать объекты техники и технологии и применять свои знания, инженер должен как можно больше познать эти объекты.

В связи с этим следует отметить, что высшим уровнем познания является творчество, достигнув его, человек может осмыслить предпосылки возникновения и развития той или иной решаемой технической проблемы или используемой техники и технологии. Это позволит вам глубже вникнуть в суть проблемы, выявить ее новые перспективы и некоторые возможные решения. Также правильно и рационально эксплуатировать технику и применять технологию, быстрее выбрать новые возможные решения, направленные на

дальнейшее их совершенствование для достижения еще более высокого конечного результата от их применения.

Таким образом, **цель данного курса** научиться познавать окружающие объекты и явления до такого уровня, который мог бы позволить специалисту создавать новые идеи по их совершенствованию и улучшению в соответствии с все возрастающими потребностями общества.

В результате изучения курса студенты **должны:**

1) знать и применять методические основы изучаемых в курсе дисциплин;

2) умение генерировать большего количества новых идей по совершенствованию производства на основе методов активизации творческого мышления;

3) уметь ставить общие и конкретные цели и задачи совершенствования технических систем в соответствии с закономерностями их раз-вития;

4) уметь совершенствовать производство на основе применения методов стандартизации и метрологии.

Таким образом, в наш информационный век наибольшей ценностью для успешной деятельности производства является новая идея, как сделать его более эффективным?

Процесс получения новых идей изучает такая наука как творчество. Эта наука помогает не только научить человека понимать окружающую действительность, но и позволяет активизировать творческие способности человека на основе применения научной методологии творчества.

Новые идеи, особенно новые фундаментальные, играют в науке и при исследовании решающую роль. Хорошо известно, какие широкие горизонты открываются перед наукой в случаях, когда возникают неожиданные, уникальные и оригинальные идеи.

Идея – форма отражения в мысли человека явлений объективной реальности, продукт человеческого мышления, который содержит план его дальнейших действий. Постигая действительность, идея включает в себя осознание цели дальнейшего познания реального устройства мира.

Объективная реальность – весь материальный мир в целом, во всех его формах и проявлениях. В философии под реальностью понимается все существующее в действительности. Различают объективную и субъективную реальность. Объективная реальность - это то, что существует вне сознания человека: пространство, время, движение; субъективную реальность можно определить, как явление сознания, ощущения, восприятия человеком чего-либо и все то, что с этим связано. Для определения объективной реальности, которую человек может ощущать, копировать, фотографировать, отображать (но которая существует вне его сознания и ощущений) в философии существует понятие материи.

Реальность является ключевым понятием в философии, с ним связан основной вопрос философии: что первично материя или сознание (объективная

или субъективная реальность); способен ли человек познавать реальность, окружающую его.

Субъективная реальность (СР) – кажущаяся реальность, обусловленная особенностью ориентирования человека (человеческого интеллекта) в окружающем его мире, осознаваемые психические состояния индивида, удостоверяющие для него факт его существования. Понятие СР охватывает как отдельные явления и их виды (ощущения, восприятия, чувства, мысли, намерения, желания, волевые усилия и т.д.), Многое из того, что человек считает существующим реально и от него независимо, на самом деле таковым не является. Простейшие примеры: цвета радуги, движущееся изображение на экране телевизора или в кино, практически все философские, общественные и экономические категории (язык) - все это служит интеллекту в основном для того, чтобы систематизировать знания и определить отношения между собой и миром. Именно поэтому философы вынуждены сказать: "категории изобретаются, но, когда они созданы и человек их знает, он уже не может мыслить по-другому".

Однако, придумывание новой идеи это важный и ответственный момент творческого процесса, но это только начальная часть пути к успешной деятельности производства. Далее необходимо из нескольких идей выбрать наиболее удачную и полезную, проверить ее работоспособность и возможно даже в процессе проверки найти пути дальнейшего ее совершенствования. Для этого, необходимо использовать средства и методы такой науки, как научные исследования. Данная наука позволяет еще до момента внедрения новой идеи в производство ориентировочно оценить ее полезность и проверить ее осуществимость.

Далее, разработанные и проверенные новые идеи необходимо воплотить в конкретные механизмы и технологии. Для того, чтобы данный процесс выполнить как можно быстрее, т.е. создавать новое не с самого начала, а использовать для этого уже имеющиеся какие-то небольшие узлы и материалы, а также для наличия возможности соединять различные узлы (сделанные на других производствах), совмещать различные технологии придумана такая наука как стандартизация. Эта наука с одной стороны, позволяет человечеству сэкономить свои силы в повторяющихся процессах, т.е. не изобретать каждый раз новый велосипед. И с другой стороны, помогает описать новые устройства и процессы с помощью их свойств. Наличие возможности воспроизведения этих свойств позволяет человечеству многократно изготавливать одни и те же устройства и повторять одни и те же процессы того же качества, т.е. тиражировать их.

Для того чтобы точно описать свойства новых устройств и технологий для последующего их воспроизведения или тиражирования необходимо уметь измерять эти свойства. Этими проблемами занимается такая наука как метрология. Она разрабатывает методы и средства измерения, что обеспечивает все необходимые условия для воспроизведения требуемых свойств с достаточной точностью.

Таким образом, научно-техническое творчество, научные исследования, стандартизация и метрология взаимосвязаны между собой, и это позволяет не только получить новую идею, но и довести ее до внедрения в производство и в дальнейшем многократно ее использовать для удовлетворения потребностей человечества.

Понятие истинности. В науке истина – это характеристика, обозначающая степень совершенства мысли (представления) либо высказывания, позволяющая считать его познанием или знанием. Истиной также может называться и само знание (само содержание знания) или сама познанная действительность. Противоположными истине понятиями являются понятия лжи и заблуждения. Обычно истиной считается соответствие высказывания или представления некоторому критерию проверки на истинность. Истина используется как общая категория, в частности, как религиозное, философское, научное логическое понятие. В науках и философии используются самые разнообразные критерии истины. В логике, для которой истина является одним из преимущественных предметов изучения, таким критерием считается непротиворечивость и логическая правильность. В некоторых религиях таким критерием зачастую является божественное откровение.

Убеждение – элемент (качество) мировоззрения, придающий личности или социальной группе уверенность в своих взглядах на мир, знаниях и оценках реальной действительности.

Убеждения направляют поведение и волевые действия. Высшая (абсолютная) степень убеждённости, у многих олицетворяет вера (уверенность).

Также следует отличать заблуждение и ложь. Заблуждение - субъективное знание, не соответствующее реальности, но принимаемое за истину. Древние греки думали, что развитие всего мира осуществляется по кругу -это считается сегодня заблуждением. Ложь - намеренное искажение действительности. К примеру, если человек говорит о том, что Земля треугольная, то он сознательно говорит неверную информацию - т.е. ложь.

Факт (лат. factum – свершившееся) – термин, в широком смысле может выступать как синоним истины; событие или результат; реальное, а не вымышленное; конкретное и единичное в противоположность общему и абстрактному.

Факт – это особое предложение, фиксирующее эмпирическое знание, утверждение или условие, которое может быть верифицировано. Факт противопоставляется теории или гипотезе. Научная теория описывает и объясняет факты, а также может предсказать новые. Утверждение, которое не может быть непосредственно подтверждено или опровергнуто, называется предположением или мнением.

Аргумент в логике – утверждение (посылка) или группа утверждений (посылок), приводимые в подтверждение (доказательство) другого утверждения (заключения).

Как отличить истину от лжи – вопрос очень сложный. Для этого есть критерии истины.

В разделах науки (физике, химии, истории, социологии и др.) категория истины обладает двойственной характеристикой. С одной стороны, истина и есть цель научного познания, а также истина это ценность, обеспечивающая принципиальную возможность научного знания совпадать с объективной реальностью и является решением теоретических и практических задач.

Самый главный среди них – практика. **Практика** – целенаправленная предметная деятельность по преобразованию действительности. Как распознать, является ли истиной знание о том, что одежда чёрного цвета нагревается сильнее на солнце, нежели белого? Проверить на практике.

Практика – самый точный критерий истины. Однако, не всегда его можно применить. Как, например, на практике можно проверить истину о том, что крещение Руси состоялось в 988 г.?

Для этого существуют иные критерии истины:

- логика, логическая непротиворечивость. Если информация логичная, непротиворечивая – значит истинная;

- соответствие фундаментальным научным законам (основным законам);

- мнение авторитетных учёных, специалистов. Если многие научные авторитеты подтверждают правоту знания, значит оно скорее всего истинное.

Могут быть приняты и другие критерии истины, но все они, как и вышеперечисленные, неточные и иногда приводят к заблуждениям. Для повышения точности определения истины рекомендуется использовать сразу несколько критериев - проверить истину и практикой (если это возможно), и посмотреть на её соответствие законам логики, поинтересоваться у авторитетных учёных и т.п.

В логике, для которой значение истинности суждений и умозаключений является одним из преимущественных предметов изучения, критерием истинности выступает логическая правильность: относительная полнота формальных аксиоматических систем и абсолютное отсутствие в них противоречий.

Логика – это наука, которая изучает умение рационально, последовательно мыслить и рассуждать.

Логика (др.-греч. λογική – «наука о правильном мышлении», «способность к рассуждению» от др.-греч. λόγος – «рассуждение», «мысль», «разум») – раздел философии, наука о формах, методах и законах интеллектуальной познавательной деятельности, формализуемых с помощью

логического языка. Поскольку это знание получено разумом, логика также определяется как наука о формах и законах правильного мышления. Так как мышление оформляется в языке в виде рассуждения, частными случаями которого являются доказательство и опровержение, логика иногда определяется как наука о способах рассуждения или наука о способах доказательств и опровержений. Логика как наука изучает методы достижения истины в процессе познания опосредованным путём, не из чувственного опыта, а из знаний, полученных ранее, поэтому её также можно определить, как науку о способах получения выводного знания.

Отличительная особенность правильного вывода в том, что от истинных посылок он всегда ведет к истинному заключению. Такой вывод позволяет из имеющихся истин получать новые истины с помощью чистого рассуждения, без обращения к опыту, интуиции и т.п. Неправильные выводы могут от истинных посылок вести как к истинным, так и к ложным заключениям.

Одна из главных задач логики – определить, как прийти к выводу из предпосылок (правильное рассуждение) и получить истинное знание о предмете размышления, чтобы глубже разобраться в нюансах изучаемого предмета мысли и его соотношениях с другими аспектами рассматриваемого явления.

В любой науке логика служит одним из основных инструментов.

Для того чтобы доказать истинность того или иного утверждения, необходимо каким-то образом проверить его. Средство такой проверки называется **критерием истины** (от греч. kriterion – мерило для оценки).

Учеными предложены различные критерии того, как отличить истинное от ложного:

- Сенсуалисты опираются на данные чувств и критерием истины считают **чувственный опыт.** По их мнению, реальность существования чего-либо проверяется только чувствами, а не абстрактными теориями.
- Рационалисты считают, что чувства способны вводить нас в заблуждение, и видят основы для проверки высказываний в разуме. Для них основным критерием истины выступают **ясность и отчетливость.** Идеальной моделью истинного знания считается математика, где каждый вывод требует четких доказательств.
- Дальнейшее развитие рационализм находит в концепции **когерентности** (от лат. cohaerentia – сцепление, связь), согласно которой критерием истины является **согласованность** рассуждений с общей системой знаний. Например, «2х2 = 4» истинно не потому, что совпадает с реальным фактом, а потому, что находится в согласии с системой математических знаний.

- Сторонники **прагматизма** (от греч. Pragma – дело) считают критерием истины **эффективность** знаний. Истинное знание — это знание проверенное, которое успешно «работает» и позволяет добиться успеха и практической пользы в ежедневных делах.
- критерием истины является **практика** (от греч. praktikos – деятельный, активный), взятая в самом широком смысле как всякая развивающаяся общественная деятельность человека по преобразованию себя и мира (от житейского опыта до языка, науки и т.д.). Истинным признается только проверенное практикой и опытом многих поколений утверждение.
- для сторонников конвенционализма (от лат. convcntio – соглашение) критерием истины является **всеобщее согласие** по поводу утверждений. Например, научной истиной считается то, с чем согласно подавляющее большинство ученых.

Некоторые критерии (согласованность, эффективность, согласие) выходят за пределы классического понимания истины, поэтому говорят о неклассической (соответственно когерентной, прагматической и конвенциональной) трактовке истины. Марксистский принцип практики пытается соединить воедино прагматизм и классическое понимание истины.

Поскольку у каждого критерия истины имеются свои недостатки, все критерии можно рассматривать и как взаимодополняющие. В таком случае истиной однозначно можно назвать только то, что удовлетворяет всем критериям.

Современная наука придерживается классической трактовки истины и считает, что истина всегда **объективна (**не зависит от желаний и настроений человека), **конкретная** (не бывает истины «вообще», вне четких условий), **процессуальна** (находится в процессе постоянного развития). Последнее свойство раскрывается в понятиях относительной и абсолютной истины.

По отношению субъекта познания к истине можно выделить следующие виды истин:

- субъективная истина – знание, зависящее от мнений, оценок субъекта познания. Например, истина о том, что последствием крещения Руси князем Владимиром в 988 году стало укрепление княжеской власти – истина относительная, ибо включает мнение историков, с которым не все согласны. По поводу субъективной истины возможны множество споров, иных мнений;

- объективная истина - знание, не зависящее от познающего субъекта. К примеру, математическая истина 2 + 2 = 4 не зависит от мнения людей и оспорить эту истину невозможно.

Относительные, субъективные истины преобладают в гуманитарных, социальных науках. Объективные истины чаще всего представлены в естественных, математических науках.

1.5.2. ТВОРЧЕСТВО В НАУКЕ И ЕГО КЛАССИФИКАЦИЯ

Творчество – это понятие в толковых словарях русского языка определяется как создание «новых по замыслу культурных, научных и материальных ценностей». В философском аспекте – «деятельность, результатом которой является создание новых материальных и духовных ценностей». Будучи по своей сущности культурно-историческим явлением, творчество имеет еще и психологический аспект: личностный и процессуальный.

Как личностный аспект творчество предполагает наличие у личности способностей, мотивов, знаний и умений, благодаря которым создаётся продукт, отличающийся новизной, оригинальностью, уникальностью. Изучение этих свойств личности выявило важную роль воображения, интуиции, неосознаваемых компонентов умственной активности, а также потребности личности в самореализации, в раскрытии и расширении своих созидательных возможностей, поэтому творчество является атрибутом человеческой деятельности, её «необходимое, существенное, неотъемлемое свойство». Оно предопределило возникновение человека и человеческого общества, лежит в основе дальнейшего прогресса материального и духовного производства.

Как процессуальный аспект, творчество является высшей формой активности и самостоятельной деятельности человека и общества. Оно содержит элемент нового, для достижения которого предполагает оригинальную и высокопродуктивную деятельность, способность к решению проблемных ситуаций, продуктивное воображение в сочетании с критическим отношением к достигнутому результату.

Даже краткое рассмотрение её современного состояния приводит к мысли, что для её успешного продвижения необходим решительный прорыв, от особенного к всеобщему и к регулировке процесса дальнейшего выявления особенного с позиции всеобщего. В этом смысле известный интерес представляет гипотеза, согласно которой творчество выступает как механизм продуктивного развития. Такая гипотеза предлагает отказ от сведения творчества к деятельности человека, точнее — к одной из форм такой деятельности. Широкое понимание творчества, взгляд на него как на механизм продуктивного развития включает вопрос природного творчества в уже исследованную область знаний и тем самым облегчает последующее ориентирование в его частных формах.

Анализ творчества включают в анализ явлений развития, то есть творчество следует искать там, где есть движение от низшего к высшему.

Творчество – это деятельность человека, порождающая нечто качественно новое, никогда не существовавшее до момента его создания, или преобразующая природный и социальный мир в соответствии с потребностями человека и человечества, на основе объективных законов действительности.

Такой преобразующей деятельностью может заниматься только тот человек, который досконально изучил определенную область знаний и достиг в ней наивысшего уровня знаний.

Напомним, что знания подразделяются на 5 уровней:

1. Ознакомление;
2. Воспроизведение;
3. Умение;
4. Трансформация;
5. Творчество.

Ознакомление – это уровень знаний об объекте или явлении, полученный на основе устной или зрительной информации и позволяющих их узнать среди аналогичных объектов или явлений. Например, уметь отличить столбовую систему разработки от сплошной.

Воспроизведение (репродукция) – это уровень знаний, позволяющий воспроизвести по памяти полученные сведения об объектах или явлениях. Например, уметь изложить сущность или изобразить графически способ вскрытия пологого пласта вертикальными стволами и капитальным квершлагом без знаний технологических подробностей и условий применения.

Умение – уровень знаний, позволяющий решать конкретные задачи по известной методике. Например, рассчитать необходимое количество воздуха, необходимого для проветривания выемочного участка.

Трансформация – уровень знаний, позволяющий видоизменять постановку задачи, метод ее решения или использовать известный метод при решении новых аналогичных задач.

Творчество – это наивысший уровень знаний, позволяющий разрабатывать новые технологические решения процессов производства, создавать новые виды машин, техники, новые методы решения задач и т.п.

Как уже отмечалось, творчество можно рассматривать в двух аспектах: психологическом и философском.

Психология творчества исследует механизм протекания процесса творчества и этапы этого процесса, а философия творчества изучает сущность творчества, причины его возникновения и отношение к нему в различные исторические эпохи.

Исходя из выше изложенного, творчество можно попытаться разделить на два больших класса:

- творчество природы;
- творчество человека.

В первом классе можно выделить два подкласса, это:

Творчество неживой природы (деятельность вулканов, ветра, различных стихий природы);

Творчество живой природы (создание рифов, создание более совершенных видов животных).

Творчество человека – наивысшая стадия его проявления, в нем также можно выделить несколько видов творчества. Эта классификация основана на различных сферах приложения деятельности человека.

Сфера искусства – это художественное творчество.

Сфера науки – это научное творчество.

Сфера техники и технологии – это техническое творчество.

Научно-техническое творчество – производительная деятельность человека, направленная на овладение достижениями современной науки для решения актуальных проблем науки и техники, создание качественно новых материальных и духовных ценностей общественного значения.

Диапазон вопросов и проблем, решаемых в процессе научно-технического творчества необыкновенно широк. Соответственно этому достигаются и разные конечные результаты данной деятельности. Различают научное, техническое, научно-техническое творчество (рис. 1.33).

Научное творчество –деятельность, направленная на получение новых знаний в виде установления новых законов и закономерностей развития природы и общества.

Для получения новых научных знаний выполняются фундаментальные и прикладные исследования, которые являются одной из форм проявления творческой деятельности.

Фундаментальные исследования – это процесс получения новых знаний в сфере фундаментальных наук таких, как математика, физика, химия и т.д.

Прикладные исследования –это когда процесс получения новых знаний производится в прикладных сферах деятельности человека, т.е. направленных на решение конкретных задач прикладного характера в определенной отрасли народного хозяйства.

Наиболее типичная для нашего времени сфера научного творчества — это творчество в фундаментальных науках, где различают свободные и целенаправленные фундаментальные исследования.

Свободные, или чистые исследования – исследования поискового характера, т.е. не ограниченные конкретным заданием и не планирующие какой конкретный конечный результат может быть получен. Результатом свободных поисков может быть конкретизация направления дальнейших фундаментальных исследований или установление новых законов и закономерностей, которые, в дальнейшем станут объектом прикладных исследований. Часто свободным поисковым исследованием занимается один человек или небольшая группа теоретиков-поисковиков.

Целенаправленные фундаментальные исследования имеют конкретное направление для достижения определённой цели. Этой цели подчинены усилия всего коллектива. Руководитель коллектива концентрирует усилия и ресурсы на решении главных задач. Результатом фундаментальных исследований могут быть теоретические открытия.

Прикладные исследования могут являться сферой как научного, так и научно-технического, и технического творчества. К таким прикладным наукам относится и горная наука, призванная решать конкретные задачи горнодобывающей промышленности. Результатом прикладных исследований могут быть открытия, изобретения или конструкторские разработки.

Техническое творчество – составная часть процесса создания нового в сфере общественного производства, т.е. воплощение новых идей в инженерных расчетах и чертежах, а также устройстве новых машин, приборов и инструментов.

Продукты технического творчества могут опосредованно использоваться для удовлетворения других, например эстетических потребностей (радио, телевидение). Таким образом, можно сказать, что техническое творчество признано удовлетворять утилитарные потребности общества.

Научно-техническое творчество – это социально необходимая совокупность научной и технической деятельности в условиях имеющихся производственных возможностей, направленная на создание новых технических объектов с использованием новых научных результатов.

Научно-техническому творчеству присущи развитие системы идеальных моделей искусственных технических средств, разработка способов материализации этих моделей и их использовании. Качественная специфика научно-технического творчества состоит, во-первых, в том, что поиск технических решений производится средствами типичного для научного творчества (идеализация, оперирование с теоретическими моделями и т.д.), во-вторых, здесь постоянно используются последние результаты фундаментальных наук. Таким образом, в научно-техническом творчестве имеется органическое сочетание технической и научной формы и чёткого представления конечной практической цели.

Разработка является завершающей стадией исследования. По результатам прикладных исследований разрабатывается проект внедрения в народное хозяйство, что является уже техническим творчеством. Собственно исследования могут продолжаться и в ходе опытно-конструкторских работ, и при опытном и серийном производстве, и в ходе внедрения и опытной эксплуатации. Поэтому техническое и научно-техническое творчество тесно связаны, как и научно-техническое с научным творчеством.

Конечный результат основных видов творческой деятельности это открытия, изобретения, рационализаторские предложения, конструкторские разработки и промышленные образцы изделий.

Открытие представляет собой принципиально новое знание, которое является результатом процесса научного познания природы и общества. Открытием признаётся установление ранее объективно существующих законов и закономерностей, свойств и явлений материального мира, вносящих коренные изменения в уровень познания.

Понятие «открытие» базируется на философском положении об объективном существовании материального мира, на том, что человеческое

сознание в большей или меньшей степени адекватно отражает его свойства, явления и закономерности (законы).

В чём заключается ценность открытий? Часто открытия дают начало новому развитию наук, появляются новые понятия. Установление неизвестного ранее явления, овладевает неведомыми ранее закономерностями природы — основа для создания новых технологий. Например, после того как химики открыли неизвестное до того свойство насыщенных углеводородов, входящих в состав нефти, газа, угля, узнали, как сделать их химически активными, появилась реальная перспектива не только создать дешёвые безотходные технологии переработки горючего сырья, но и получить при этом необходимые промышленные вещества с определёнными, на перёд заданными свойствами.

Открытия часто являются базой для разработки десятков, а то и сотен новых изобретений, т.е. они определяют уровень научно-технического прогресса.

Авторство на открытие отдельных лиц или научных учреждений и организаций охраняется законом.

Изобретение – новое и обладающее существенными отличиями техническое решение задачи в любой области народного хозяйства, социально-культурного строительства и обороны страны, дающее положительный эффект.

Решение признаётся новым, если до даты приоритета заявки сущность этого или тождественного решения не была раскрыта для неопределённого круга лиц настолько, что стало возможным его осуществление. Решение признаётся обладающим существенными отличиями, если по сравнению с решениями, известными в науке и техники на дату приоритета заявки, оно характеризуется новой совокупностью признаков.

Под положительным эффектом понимается та конкретная польза, которую принесёт применение изобретения. Имеется в виду рост производительности труда, увеличение выпуска продукции, повышение её качества, улучшение техники безопасности и т.д. Не признаётся изобретениями решения, противоречащие общественным интересам, принципам гуманизма и морали, а также явно бесполезные.

Имеются существенные различия между открытиями и изобретениями. Можно сказать, что научное открытие –это объяснение мира, а изобретательство — его изменение.

Рационализаторское предложение – техническое решение, являющееся новым и полезным для предприятия, организации или учреждения, которому оно подано, и предусматривающее изменение конструкций изделий, технологии производства и применяемой техники или изменение состава материала.

Для признания материала рационализаторским не требуется производить экспертизу на мировую новизну. Достаточны признаки локальной новизны, т.е. в пределах предприятия и полезности (целесообразности) при внедрении. По своей природе рационализаторские предложения представляют собой попытки

приспособления уже хорошо известной техники и технологии к работе в новых конкретных условиях её эксплуатации.

Пример. На одной из шахт комбината «Интауголь» доставка деревянной крепи на вентиляционный горизонт, расположенный на глубине 36 м, первоначально осуществлялось при помощи рельсового транспорта. Это было очень трудоёмко, требовало большого количества вагонеток и обслуживающего персонала. Затем для облегчения и удешевления этого процесса с поверхности до вентиляционного горизонта пробурили скважину и по ней стали спускать деревянные стойки. Выгода очевидная– исключается необходимость в транспорте, высвобождается большое количество людей. Бурение скважины — первое техническое решение в этой задаче. Положение значительно улучшилось, но возникла новая задача – при свободном падении по скважине на горизонт до 15% деревянных стоек разбивалось. Это вызвало сразу две трудности: с одной стороны – потери леса, с другой – выработки заграмождались пожароопасными материалами.

Рационализаторы предложили усовершенствование: бурить не одну, а две параллельные скважины и через них пропускать бесконечную цепь. К цепи через определённые интервалы крепить специальные лопатки, на которые укладывают стойки. Получается своеобразный вертикальный конвейер по доставке крепи с поверхности на вентиляционный горизонт.

Очевидно, что это пример технического решения задачи.

Конечно, уровень творчества в изобретениях и рационализаторских предложениях различен. Изобретательское творчество требует значительно большего творческого потенциала, чем рационализаторское. Поэтому, ежегодно количество подаваемых рационализаторских предложений в сотни раз превосходит количество создаваемых изобретений.

Конструкторская разработка – комплект технической документации сконструированного устройства, по которому предприятие соответствующей специализации и квалификации может с затратой минимального количества труда и средств изготовить сконструированное устройство, удовлетворяющее техническим условиям на него, и по которой потребитель сможет правильно эксплуатировать его, а при необходимости быстро находить и устранять неисправности.

Как правило, конструкторская разработка является обязательным этапом внедрения изобретения.

Чаще всего конструкторские разработки выполняются в конструкторских и проектных бюро, опытных производствах. Различают опытно-технологические и опытно-конструкторские разработки.

Исходными материалами для конструкторской разработки являются технические задания и предложения, результаты научно-исследовательской работы, изобретательские предложения или зарубежные образцы изделия.

Процесс конструкторской разработки состоит из формулирования темы, постановки цели и задач исследования; изучения литературных источников и анализа существующих конструкций; технического проектирования,

состоящего из расчётов, разработки чертежей, технико-экономического обоснования проекта; рабочего проектирования; изготовления и доводки опытного образца; государственных испытаний и приёмки изделия.

Процесс изготовления технической документации, изготовления и промышленных испытаний головной серии, разработки серийной документации, организации серийного выпуска довольно длительный. В зависимости от отрасли и уровня организации проектных и технологических работ он может длиться полтора, два года, а порой и 10 лет. Важно стремиться к сокращению этого цикла, заботиться об экономичности конструкции, уменьшении трудоёмкости ее изготовления добиваться рентабельности, надежности и долговечности.

Психологически труд конструктора и творчество изобретателя очень близки. Может быть, именно этим объясняется тот факт, что большинство изобретателей рождается в конструкторских бюро и в процессе конструирования. В то же время между изобретательством и конструированием имеются существенные различия. В частности, конечным продуктом изобретательского труда является объективно новое, не известное с мировой практике техническое решение. Процесс же конструирования основан на известных принципах и решениях. Видимо, поэтому конструкторская деятельность в юридическом смысле не квалифицируется как творческий труд и патентным правом не охраняется.

В последние годы статус охраняемого патентным правом творческого продукта получил и промышленный образец. Строго говоря, это не вид собственно технического творчества, а скорее переходная форма между техническим и художественным творчеством.

Промышленным образцом признаётся новое художественно-конструкторское решение изделия, определяющее его внешний вид, соответствующее требованиям технической эстетики, пригодное к осуществлению промышленным способом и дающее положительный эффект.

Одной из основных составляющих уникального мышления Диснея была способность проводить исследование проблемы с различных позиций восприятия. Он отмечает три таких позиции: «мечтатель», «реалист» и «критик». Как правило, у людей преобладает одна из этих позиций, что ограничивает их творческие возможности. Мечтатель стремится увидеть общую картину рассматриваемой проблемы. У него доминирует установка, что все возможно, его мышление направлено на предмет. Он ставит перед собой задачи с вопросительными словами что, зачем, почему. Например, «Что я хочу сделать или перестать делать, чего хочу избежать? Почему я хочу это сделать (с позиции убеждений)? Какова конечная цель? Зачем это нужно? Какую выгоду я получу от достижения этой цели? Когда следует ожидать этой выгоды? Как эта идея повлияет на мое будущее? Реалист склонен к действиям, у него более развит операционный стиль мышления, он технолог. При решении задачи реалист стремится определить краткосрочные шаги и установить временные

«вехи» для продвижения к цели. Он уверен, что нужный процесс может быть реализован, и для этого можно найти необходимые ресурсы. Его установка: действовать так, как будто бы его идея осуществима. Реалист ставит перед собой задачи – действия и мысленно задает себе вопросы, направленные на поиск ресурсов для выполнения намечаемых операций: как, где, когда. Как именно будет воплощена идея? Когда и где будет осуществляться каждая фаза? Кто будет это делать (уровень поведения)? Почему каждый шаг данного плана является необходимым (уровень поведения)? Когда будет достигнута общая цель? Как я узнаю о том, что цель достигнута (на уровне способности и поведения)? Как это можно проверить? Критик имеет аналитический склад ума, его усилия направлены на поиск недостатков и препятствий в осуществлении идеи. Мышление критика ориентировано на поиск способов избежать проблем путем поиска недостающих звеньев. Его установка: подумать о том. что будет, и что делать, если возникнут проблемы. Он ставит перед собой задачи, используя такие вопросительные конструкции как: почему, что будет, если...; что делать, если...; как избежать... и т. д. Какие у кого-либо могут возникнуть возражения против вашей идеи и почему? Какие негативные явления принесет реализация идеи? На кого повлияет эта идея? Кто способен воспрепятствовать ей (на уровне убеждений и способностей) ? Решающему задачу весьма полезно в процессе поиска возможных вариантов сознательно занимать ту или иную позицию. Мечтатель ориентируется на идеальный конечный результат (ИКР). Реалист стремится к поиску ФПД для осуществления физической операции, он ориентирован на разработку технологии для получения требуемого результата, на поиск ресурсов для достижения цели. Критик ориентирован на выявление негативных явлений, препятствующих достижению пели, и поиск ресурсов для их устранения

Сопоставляя вышесказанное с деятельностью ученого, можно провести следующую аналогию. Ставя эксперимент, он принимает рабочие гипотезы. Получив результаты эксперимента, ученый обра батывает их и представляет с учетом определенных допущений, де лая выводы. На всех этапах этой деятельности независимо от их последовательности участвуют и художественный, и логический, и философский уровни мышления.

Поэтому «инструментом» образного мышления можно считать интуицию. Основываясь на вышесказанном, автор считает необходимым при подготовке к инновационной деятельности введение специального материала для объяснения таких понятий, как «вера», «интуиция», «знание» и их взаимосвязь. Только в этом случае мы можем рассчитывать на формирование инженерного корпуса, уровень которого будет определяться не только умением копировать зарубежные разработки, а очень емкой и исконно отечественной квалификационной характеристикой.

В результате творческой интеллектуальной деятельности может появиться изобретение, достойное стать широко известным. Как закрепить свое авторское право на него? Как оповестить окружающих об этом изобретении? Как можно продать результат интеллектуальной деятельности? В этой части пособия представлена краткая информация об этом.

Патент необходимо рассматривать не просто как документ, а как способ оформления уникальных идей. С его помощью автор изобретения закрепляет за собой права разработчика на объект (устройство, способ, научный или технический метод, вещество). Получение патента на изобретение предоставляет возможность не только массового производства объекта разработки, но и позволяет осуществлять передачу прав пользования или лицензию на изготовление изобретения третьим лицам. Таким образом, можно получить хороший источник прибыли, если разработка окажется актуальной для будущих поколений.

Один из способов закрепления своего авторства и прав на результаты интеллектуальной деятельности – оформление патента. Он действует на территории Российской федерации. Право на получение патента первоначально принадлежит автору, но оно может быть передано другому лицу по договору.

Выделяют четыре типа изобретений (способ, конструкция, применение и вещество). Для способа характерно описание последовательности действий, операций, режимных параметров. Для конструкции свойственно описание основных узлов и деталей, их геометрии и расположения, материалов изготовления. Для объектов изобретения применения типично использование известных объектов в не типичных для них условиях. Для того чтобы получить правоустанавливающий документ на разработанный объект, необходимо чтобы он отвечал критериям охраноспособности, а именно обладать новизной, способностью к тиражированию, решать какую-либо задачу, приносить положительный эффект.

Для оформления правоустанавливающего документа необходимо подать заявку на выдачу патента в Федеральный институт промышленной собственности. Заявка на выдачу патента состоит из заявления, описания объекта изобретения, формулы, чертежей и схем, необходимых для понимания сущности изобретения и реферата.

Поступившая заявка будет зарегистрирована, рассмотрена и подвергнута экспертизе, на основании которой будет вынесено решение о выдаче либо об отказе в выдаче патента. На основании решения о выдаче патента Федеральный институт промышленной собственности вносит изобретение в Государственный реестр и публикует о нём сведения в бюллетене].

Принят определенный порядок оформления документации, необходимой для получения патента.

Свою идею автору (или авторскому коллективу) нужно представить в виде конкретного технического решения. Эти решения могут быть в области конструкции, схемотехники, технологических операций над объектом, состава вещества и т.д. Указан круг объектов, которые не могут быть запатентованы в качестве изобретений, поэтому убедитесь, что ваша идея находится в списке патентоспособных. К примеру, устройства, которые можно считать вечным двигателем, не рассматриваются.

Первым этапом работы над заявкой на изобретение (полезную модель) является патентный поиск. В «явлении указывается название изобретения, правообладатель, авторы, адрес для переписки, перечисляется весь перечень прилагаемых документов. Описание изобретения содержит также название изобретения, тип объекта, класс международной классификации изобретений, область применения, описание и критику аналогов и выбранного прототипа (на основе патентного поиска), цель и отличительные признаки изобретения, примеры исполнения, обоснование полезного эффекта от внедрения изобретения.

Затем приводится краткое описание изобретения формула изобретения по установленной форме. Формула изобретения предназначается для определения объёма правовой охраны, предоставляемой патентом. В формуле изобретения приводится описание признаков, достаточных для воспроизведения объекта интеллектуальной собственности.

У формулы изобретения есть определённая структура написания (название, ограничительная и отличительная части). В ограничительной части указываются существенные признаки объекта изобретения, общие для аналогов и прототипа. Не допускается описание признаков, характерных для нескольких прототипов.

В отличительной части приводят описание новых существенных признаков, отличающих объект изобретения от прототипа. Так, признаки офаничительной и отличительной частей формулы изобретения необходимы и достаточны для реализации цели изобретения. Формула изобретения должна описывать объект не эффектами, а признаками.

Заявка на объект изобретения завершается рефератом, содержащим его краткое описание с указанием ссылок на позиции фигуры чертежа. Реферат может содержать дополнительные сведения, в частности, указание на наличие и количество зависимых пунктов формулы, графических изображений, таблиц. Рекомендуемый объём текста реферата -до 1000 печатных знаков.

Объектами патентного права являются:

- **изобретение** - объект, отражающий новое техническое решение в отношении способа, вещества, устройства. Изобретением может быть только конкретное работоспособное решение;

• **полезная модель** - объект интеллектуальной собственности, выражающий конструктивное исполнение объекта или его составных частей;

Для полезной модели в отличие от изобретения предусмотрена особая охрана (упрощённый порядок выдачи патентов, сокращённый срок их действия, меньшие размеры госпошлин).

• **промышленный образец** - объект интеллектуальной собственности, предлагающий новое художественно-конструкторское исполнение изделия, его внешний вид;

• **товарный знак** - объект интеллектуальной собственности, который позволяет отличить один вид продукта или услуг от другого;

• наименование места происхождения товара - объект интеллектуальной собственности, обозначающий товары с особыми свойствами, обусловленные местом происхождения (страна, область, город) и природными факторами;

• **ноу-хау** - особый объект правовой охраны интересов владельца (научные, технические и технологические знания и опыт, не являющиеся общедоступными). Основные признаки ноу-хау - это неизвестность общественности, отсутствие свободного доступа к информации, усилия владельца ноу-хау по сохранению его в тайне, коммерческая выгода от его использования.

Ноу-хау может представлять собой документацию, методику, вещество, опытный образец и др. В соответствии со ст. 1467 Гражданского кодекса, при регистрации ноу-хау не выдают никакой документации, исключительное право на секрет производства действует до тех пор, пока информация не станет общедоступной.

Логичность структуры обеспечивается расположением классифицируемых областей в соответствии со следующими восьмью разделами, обозначенными заглавными буквами латинского алфавита:
А – удовлетворение жизненных потребностей человека; В – различные технологические процессы; С - химия и металлургия; И – текстиль и бумага; Е – строительство; Е – прикладная механика, освещение и отопление, двигатели и насосы, оружие и боеприпасы; О – техническая физика; Н – электричество.

Для обеспечения полного охвата новых областей техники в МПК значительно увеличено число и дробность рубрик. Структура классификации такова, что позволяет расширять систему. Например, каждый из разделов может содержать 99 классов, при этом отдельные номера классов могут быть пропущены с целью введения в случае необходимости новых классов.

Классы разделяются на подклассы, которые обозначаются латинскими согласными буквами. Подклассы делятся на группы, обозначаемые, как правило, нечетными цифрами, а подгруппы -четными. В том случае, если предусмотренных запасных мест для введения новых рубрик будет

недостаточно, для обозначения подгрупп могут использоваться дополнительные знаки.

Первая подгруппа в каждой группе обозначается индексом 00. Она является запасной рубрикой для индексации таких изобретений, которые не могут быть заиндекенрованы с помощью последующих подгрупп данной группы Это даст возможность в дальнейшем создавать новые подгруппы без нарушения общей структуры системы.

Возможны два варианта проведения поиска: вручную (поиск в отделе патентно-технической литературы крупной библиотеки) или с использованием в Интернет по электронным базам патентных документов, предоставленных соответствующими организациями развитых стран.

Материал в бюллетенях расположен по индексам МПК и в порядке возрастания номеров охранных документов. Бюллетени снабжены систематическим и нумерационным указателями заявок, патентов, свидетельств.

Наиболее часто о применяемом предметном поиске целесообразно пользоваться систематическим указателем, имеющимся в указанных выше бюллетенях. Определив классификационные рубрики МПК, соответствующие предмету поиска, по систематическим указателям находят номера патентов.

Система ФИПС на первом этапе поиска не предоставляет полные описания заявок, поэтому их анализ следует проводить по рефератам. Они содержат информацию о приоритете заявки (патента), номере заявки и патента, о международной патентной классификации, об аналогах и прототипе и т.д.

В случае знания иностранных языков можно провести поиск зарубежных патентов по национальным системам, аналогичным ФИПС.

После получения информации, достаточной для выбора аналога и прототипа, можно оформлять раздел описания заявки «Уровень техники, предшествующий изобретению». Следующий шаг - выбор прототипа. За прототип выбирается решение, наиболее близкое по количеству признаков или выполняемой функции к патентуемому решению.

На основании сравнения признаков выявляются отличия нового решения от прототипа. Эти отличия записываются в формулу изобретения. На рис. 16 приведен шаблон, по которому можно составить этот документ. Выявленные отличия определяют, какой положительный технический эффект получается с их помощью, его следует считать техническим результатом, который достигается вашим изобретением.

Формула изобретения (полезной модели)

Название изобретении (полезной модели)

Устройство для....., содержащее..(перечисление признаков, оставшихся от прототипа), отличающееся тем, что ....(перечисление новых признаков, связей между собой и с прежними признаками и их формы), или:....

Способ, включающий (перечислить все операции, оставшиеся от проготипа), отличающийся тем, что ....(перечисление новых операций, условия проведения операций).

К заявке прилагается документ, подтверждающий уплату патентной пошлины в установленном размере, или документ, подтверждающий основания для освобождения от уплаты патентной пошлины, либо уменьшения ее размера, либо отсрочки ее уплаты. Кроме того, прилагается Доверенность на лицо, которое будет представлять ваши интересы перед организациями Роспатента.

Документы заявки представляются в ФИПС, за исключением документа об оплате пошлины и доверенности, в трех экземплярах.

состав заявки входят:

- заявление о выдаче патента с указанием, автора изобретения или полезной модели (ПМ) и лица (заявителя), на имя которого испрашивается патент а также их местожительства;

- описание изобретения, ПМ, раскрывающее его с полнотой, достаточной для осуществления без додумывания и домысливания;

- формулу изобретения, ПМ, выражающую его сущность, и полностью основанную на описании;

- чертежи и иные графические материалы, если они необходимы для понимания сущности изобретения, ПМ;

- реферат - краткое описание сути изобретения.

Приведем пример патента на устройство, предназначенное для направления «ГОРНОЕ ДЕЛО».

Метод контрольных вопросов применяется для психологической активизации творческого процесса. Его цель – с помощью наводящих вопросов подвести к решению задачи. Списки таких вопросов предлагались различными авторами с 20-х годов нашего столетия.

Суть метода состоит в том, что изобретатель отвечает на вопросы, содержащиеся в списке, и в связи с ними рассматривает свою задачу. Широко распространены универсальные вопросники, составленные А. Осборном, Э. Раудзеипом, Т. Эйлоартом, Д. Пирсоном и др. Они состоят из различного количества вопросов. За рубежом чаще пользуются вопросником, разработанным А. Осборном, который содержит 9 групп вопросов.

Список контрольных вопросов по А. Осборну:

1. Какое новое применение техническому объекту Вы можете предложить? Возможны ли новые способы применения? Как модифицировать известные способы применения?

2. Возможно ли решение изобретательской задачи путем приспособления, упрощения, сокращения? Что напоминает Вам данный технический объект? Вызывает ли аналогия новую идею? Имеются ли в прошлом аналогичные проблемные ситуации, которые можно использовать? Что можно скопировать? Какой технический объект нужно опережать?

3. Какие модификации технического объекта возможны? Возможна ли модификация путем вращения, изгиба, скручивания, поворота? Какие

изменения назначения (функции), цвета движения, запаха, формы, очертаний возможны? Другие возможные изменения?

4. Что можно увеличить в техническом объекте? Что можно присоединить? Возможно ли, увеличение времени службы, воздействия? Увеличить частоту, размеры, прочность? Повысить качество? Присоединить новый ингредиент? Дублировать? Возможна ли мультипликация рабочих элементов или всего объекта? Возможно ли преувеличение, гиперболизация элементов или всего объекта?

5. Что можно в техническом объекте уменьшить? Что можно заменить? Можно ли что-нибудь уплотнить, сжать, сгустить, конденсировать, применить способ миниатюризации, укоротить, сузить, отделить, раздробить?

6. Что можно в техническом объекте заменить? Что, сколько замешать и с чем? Другой ингредиент? Другой материал? Другой процесс? Другой источник энергии? Другое расположение? Другой цвет, звук, освещение?

7. Что модно преобразовать в техническом объекте? Какие компоненты можно взаимно заменить? Изменить модель? Изменить разбивку, разметку, планировку? Изменить последовательность операций? Транспонировать причину и эффект? Изменить скорость или темп? Изменить режим?

8. Что можно в техническом объекте перевернуть наоборот? Транспонировать положительное и отрицательное. Нельзя ли обменять местами противоположно размещенные элементы? Повернуть их задом наперед? Повернуть низом вверх? Поменять ролями? Перевернуть зажимы?

9. Какие новые комбинации технического объекта возможны? Можно ли создать смесь, сплав, новый ассортимент, гарнитур? Комбинировать секции, узлы, блоки, агрегаты? Комбинировать цели?

Одним из лучших можно считать список вопросов, составлен-ный английским изобретателем Т. Эйлоартом.

1. Перечислить все качества и определения предполагаемого изобретения. Изменить их.

2. Сформулировать задачи ясно. Попробовать новые формулировки. Определить второстепенные задачи и аналогичные задачи. Выделить главные.

3. Перечислить недостатки имеющихся решений, их основные принципы, новые предположения.

4. Набросать фантастические, биологические, экономические, молекулярные и другие аналогии.

5. Построить математическую, гидравлическую, электронную, механическую и другие модели (они точнее выражают идею, чем аналогии).

6. Попробовать различные виды материалов и энергии: газ, жидкость, твердое тело, гель, пену, пасту и др.; тепло, магнитную энергию, свет, силу удара и т. д.; различные длины волн, поверхностные свойства и т. п., переходные состояния: замерзание, конденсация, переход через точку Кюри и т. д.; эффекты Джоуля-Томпсона, Фарадея и др.

7. Установить варианты, зависимости, возможные связи, логические совпадения.

8. Узнать мнение некоторых совершенно неосведомленных в данном деле людей.

9. Устроить сумбурное групповое обсуждение, выслушивая все и каждую идею без критики.

10. Попробовать «национальные» решения: хитрое шотландское, всеобъемлющее немецкое, расточительное американское, сложное китайское и т.д.

11. Спать с проблемой, идти на работу, гулять, принимать душ, пить, есть, играть в теннис – все с ней.

12. Бродить среди стимулирующей обстановки (свалка лома, технические музеи, магазины дешевых вещей), пробегать журналы, комиксы.

13. Набросать таблицу цен, величин, перемещений, типов материалов и т.д. разных решений проблемы или ее частей, искать проблемы в решениях или новые комбинации.

14. Определить идеальное решение, разрабатывать возможные.

15. Видоизменить решение проблемы с точки зрения времени (скорее или медленнее), размеров, вязкости и т.д.

16. В воображении залезть внутрь механизма.

17. Определить альтернативные проблемы и системы, которые изымают определенное звено из цепи и, таким образом, создают нечто совершенно иное, уводя в сторону от нужного решения.

18. Чья это проблема? Почему его?

19. Кто придумал это первый? История вопроса. Какие ложные толкования этой проблемы имели место?

20. Кто еще решил эту проблему? Чего он добился?

21. Определить общепринятые граничные условия и причины их установления.

«Мозговой штурм» – один из наиболее популярных методов психологической активизации коллективной творческой деятельности, разработан американским предпринимателем и изобретателем А. Осборном в 1953 г.

Он применяется для получения новых идей в науке, технике, административной и торговой деятельности.

Основные правила мозгового штурма.

1. Задачу последовательно решают 2 группы людей по (4…15) человек в каждой, оптимальный состав (6…12) человек. Первая группа только выдвигает различные идеи – группа «генераторов идей». В ней желательно иметь людей, склонных к абстрагированию, с бурной фантазией. Задача «штурмуется» в течение (20…40) минут. Вторая группа – «эксперты», которые по окончании штурма выносит суждение о ценности выдвинутых идей. В ее составе лучше работают люди с аналитическим, критическим складом ума. Условия задачи перед ее штурмом формулируются только в общих понятиях.

2. Основная задача группы «генераторов» – выдать за отведенное время как можно больше идей (в том числе фантастических, явно ошибочных и

шутливых). Чем нереальнее идеи, тем сильнее сказывается их действие на последующем процессе их генерации. Плохие идеи — это катализаторы, без них не будет хороших. При окончательном разборе, который состоится позже, многие предложения окажутся бесполезными. Однако сам процесс должен вызвать бурный поток идей, которые следуют непрерывно, дополняя и взаимно обогащая, друг друга. Коллективный разум помогает генерировать последовательность предложений. Регламент на каждую идею – не более двух минут. Все они высказываются без доказательств к записываются в протокол или фиксируются па магнитной ленте.

3. При генерации идей запрещена всякая критика, не только явная словесная, но и скрытая – в виде скептических улыбок, мимики, жестов и т.д.

В ходе штурма между участниками должны быть установлены свободные и доброжелательные отношения. Надо. Чтобы идея, выдвинутая одним участником штурма, подхватывалась и развивалась другим. Рекомендуется приглашать на штурм людей разных специальностей и разного уровня образования. Нежелательно включать в одну группу людей, присутствие которых может в какой-то степени стеснять других, например руководителей и подчиненных.

4. Экспертизу и отбор идей после окончания процесса генерования следует проводить очень внимательно. При их оценке надо тщательно продумывать все идеи, даже те, которые считаются не-серьезными, нереальными или абсурдными.

5. Процессом решения задачи управляет руководитель «штурма», который обеспечивает соблюдение всех условий и правил. Руководитель должен выполнять свои обязанности без приказаний и критики, направлять работу в нужное русло. Он задает различные вопросы, иногда что-то подсказывает или уточняет, не допуская при этом перерывов в беседе. Кроме того, ему нужно следить за тем, чтобы высказывание идей не происходило только в рациональном направлении. В противном случае руководитель должен сам высказать заведомо фантастическую идею пли объявить «пятиминутку» для высказывания только непрактичных идей.

6. Если задача не решена в ходе штурма, можно повторить процесс решения (однако лучше это сделать с другим коллективом). Когда же повторная сессия проводится с тем же коллективом, проблему нужно обсудить в ином аспекте или в более широкой формулировке, что делает старую задачу неузнаваемой. Участники штурма воспринимают ее как новую, и это способствует движению мыслей по другому руслу.

Синектика – наиболее сильная из созданных методик психологической активизации творчества — является дальнейшим развитием и усовершенствованием мозгового штурма. Она предложена американским изобретателем и исследователем методологии творчества В. Дж. Гордоном.

Слово «синектика» в переводе с греческого означает «совмещение разнородных элементов». В полном словаре английского языка дано такое определение: «Синектические группы — группы людей различных

специальностей, которые встречаются с целью попытки творческих решений проблем путем неограниченной тренировки воображения и объединения несовместимых элементов». При использовании синектики формируют постоянные группы (оптимальный состав (5…7) человек различных специальностей, которых обучают изобретательским приемам. Желательно даже, чтобы каждый из них имел несколько различных профессий.

Структура современного синектического процесса такова.

1. Формулируют проблему в общем виде. Синекторы называют этот этап формулировкой «проблема как она дана» (ПКД).

2. Начинают анализ проблемы. Этот этап синекторы называют «проблема как ее понимают» (ПКП).

3. Ведут генерирование идей решений проблемы в той ее формулировке, на которой остановлен выбор.

4. Далее производят перенос (или перемещение) обнаруженных в процессе генерации новых идей к ПКД или ПКП и выявляют их возможности.

5. Заключительная часть синектического заседания — развитие и максимальная конкретизация идеи, признанной наиболее удачной, ведется уже на специальном техническом языке.

Синектические заседания, продолжающиеся обычно несколько часов, занимают лишь незначительную часть общего времени решения поставленной задачи. Остальное время синекторы посвящают инженерному анализу, изучают и обсуждают полученные результаты, консультируются со специалистами, экспериментируют, а когда решение созрело, занимаются поисками наилучших способов его реализации. Большое значение придается обязательной магнитофонной записи заседаний. Изучение их является мощным орудием тренировки, а также способствует установлению приоритета и не дает возможности пропустить какую-либо ценную идею в обстановке общего возбуждения.

Метод фокальных объектов дает хорошие результаты при поиске новых модификаций известных способов и устройств.

Сущность метода состоит в перенесении признаков случайно выбранных объектов на совершенствуюемый объект, который лежит как бы в фокусе переноса.

Применяют метод фокальных объектов в следующем порядке:

1. Выбор фокального объекта (например, часы).

2. Выбор трех четырех случайных объектов (их берут наугад из словаря, каталога, технического журнала и т.д. Например, кино, змея, касса, полюс).

3. Сопоставление списков признаков случайных объектов (например, кино широкоэкранное, звуковое, цветное, объемное и т. д.)

4. Генерирование идей путем присоединения к фокальному объект}; признаков случайных объектов (например, широкоэкранные часы, звуковые часы, объемные часы и т. д.).

5. Развитие полученных сочетаний путем свободных ассоциаций (например, широкоэкранные часы: вместо узкого циферблата взят широкий;

может быть узкий циферблат, который иногда растягивается в широкий, проецируется куда-то и т. д.).

6. Оценка полученных идей и отбор полезных решений (целесообразно поручить оценку эксперту или группе экспертов, а затем совместно отобрать нужные решения).

Наилучшие результаты метод дает при рассмотрении проблем организационного характера (например, найти новое применение выпускаемой продукции, найти новую форму рекламы и т. д.) и при решении относительно несложных изобретательских задач.

Морфологический анализ разработан в 1942 г. швейцарским астрономом Ф. Цвики.

Сущность анализа заключается в следующем. В совершенствуемой технической системе выделяют несколько характерных для нее структурных или функциональных морфологических признаков.

По каждому выделенному морфологическому признаку составляют список его различных конкретных вариантов, альтернатив, технического выражения. Признаки с их альтернативами можно располагать в форме таблицы, называемой морфологическим ящиком, что позволяет лучше представить себе поисковое поле. Перебирая всевозможные сочетания альтернативных вариантов выделенных признаков, можно выявить новые варианты решения задачи, которые при простом переборе могли быть упущены.

Метод предусматривает выполнение работ в пять этапов:

1. Точная формулировка задачи (проблемы), подлежащей решению.

2. Составление списка всех морфологических признаков, т. е. всех важных характеристик объекта, его параметров, от которых зависит решение проблемы и достижение основной цели.

3. Раскрытие возможных вариантов по каждому морфологическому признаку (характеристике) путем составления матрицы.

4. Определение функциональной ценности всех полученных вариантов решений.

5. Выбор наиболее рациональных конкретных решений.

Пример. Используемые зимой в Заполярье наземные транспортные средства обладают недостаточной надежностью, повышенным удельным расходом горючего. Дальнейшее их совершенствование малоэффективно. Нужны принципиально новые конструкции.

1 шаг. Предложить новую конструкцию снегохода.

2 шаг. Характеристики: А- двигатель, Б- движитель, В- опора кабины и т.д.

3 шаг. Варианты: А1 – двигатель внутреннего сгорания, А2 – газовая турбина, А3 – электрический от аккумулятора, А4 – электрический на солнечных батареях; Б1 – гусеницы, Б2 – воздушный винт, Б3 – снегомет, Б4 – колеса, Б5 – ноги; В1 – лыжи и вибролыжи, В2 - воздушная подушка, В3 – колесо и т.д. (всего N вариантов).

4 шаг. Создать таблицу NxN и из полученной таблицы выписать наиболее интересные варианты. Например: А2-Б4, А1-В-2,..

Функционально-стоимостный анализ (ФСА) является методикой рационализации, т.е. усовершенствования конструкций и процессов с целью снижения их стоимости и затрат, преимущественно без изменения основных принципов, лежащих в их основе.

ФСА строится на том, что деталь машины усовершенствовать легче, чем машину. Применение его позволяет снизить стоимость изделий на 5-20%.

ФСА проводят преимущественно постоянные (действующие длительное время) исследовательские группы численностью (3…6) человек. В их числе обязательно находятся конструкторы, технологи и экономисты. Работы с использованием методики ведутся по рабочему плану примерно в такой последовательности.

1. **Подготовительный этап**: популяризация метода; обучение специалистов основам ФСА; выбор объекта исследования и определение целей анализа; подготовка перечня информационных материалов об анализируемом объекте и заданий по их получению; подбор и утверждение состава исследовательской группы; составление, обсуждение и утверж-дение плана проведения анализа конкретного объекта.

2. **Информационный этап**: сбор оптимального количества информации для определения существа и структуры исследуемого объекта и его аналогов; систематизация информации и ее изучение для описания объекта, уяснения его фактического состояния; выявление и формулирование функций; построение схемы взаимосвязи составных частей исследуемого объекта; определение затрат на создание и функционирование объекта и его составных частей; выявление зон наибольшего сосредоточения затрат в исследуемом объекте.

3**. Аналитический этап**: анализ и уточнение функций, определение основных, вспомогательных, выявление ненужных функций в исследуемом объекте и его составных частях; разграничение и анализ затрат, связанных с осуществлением функций; сравнение функций составных частей и затрат на их осуществление с аналогами; сравнение функций и затрат аналогичных (схожих) систем и решений, проведение в случае необходимости межзаводских анализов; уточнение поиска резервов экономии в анализируемом объекте по функциональным зонам; формирование задач для поиска новых идей и вариантов оптимальных решений.

4. **Творческий этап:** уточнение направления и задач поиска новых решений и выбор методов коллективного творчества для реализации этих задач; определение тематики, планирование проведения творческих совещаний; организация п проведение совещаний по выдвижению идей; обработка и систематизация результатов творческих совещаний для их последующей оценки; подготовка материалов для оценки полученных результатов функциональными службами.

5. **Исследовательский этап:** систематизация предложенных вариантов новых решений; исключение явно невыполнимых предложений и экспертиза

оставшихся предложений; исследование и при необходимости экспериментальная проверка различных возможностей выполнения функций в предложенных вариантах; оценка осуществимости оставшихся предложений с точки зрения материально-технического, финансового, производственного обеспечения; определение затрат и экономичности выполнения функции для разных вариантов решений; ранжирование вариантов и выбор оптимального.

6. **Рекомендательный этап:** оформление рекомендаций по реализации предложений окончательно выбранных вариантов решений с уточнением расчетов эффективности; согласование рекомендаций с заинтересованными службами и представление рекомендаций на обсуждение руководству (комитету ФСА); обсуждение представленных рекомендаций комитетом ФСА и принятие решений; составление проекта и утверждение плана-графика внедрения рекомендаций и передача утвержденных рекомендаций соответствующим службам.

7. **Этап внедрения:** согласование плана-графика внедрения рекомендаций ФСА с другими разделами плана повышения эффективности производства: организация работы по реализации рекомендаций; контроль за выполнением плана-графика; внедрение полученных результатов в производство; поощрение участников разработки и внедрения рекомендаций, оценка полученных результатов, сопоставление их с предварительными данными; оформление отчета о выполненной работе.

Техническая задача, не решенная с помощью традиционных, стандартных инженерно-конструкторских приемов, подлежит переводу в класс изобретательских задач и последующей обработке: формулировке условий задачи и поиску идеи решения.

Условия изобретательской задачи должны состоять из трех элементов: краткого описания (модели) реальной технической системы и ее недостатка, идеального конечного результата (ИКР) и технического противоречия, выявленного в результате сравнения этих двух элементов.

Смысл формулировки ИКР заключается в том, чтобы получить ориентир для движения к сильным техническим решениям высокого уровня. Идеальное решение – наиболее сильное из всех мыслимых и немыслимых решений данной задачи.

При решении изобретательской задачи необходимо максимально приблизиться до ИКР, резко улучшить какие-то показатели, не ухудшив других. Идеальность решения достигается тем, что нужный эффект достигается «даром», без использования каких бы то ни было средств.

От формулировки ИКР зависит выбор дальнейшего направления поисков, и следовательно, это один из творческих этапов, определяющих успех всего решения. Формулировка ИКР состоит в закреплении желаемого свойства, Функции, действия (результата) за каким-либо элементом. Ее можно проводить по формуле, предлагаемой АРИЗом, определяя элемент, который в наибольшей степени поддается изменениям, и приписывая ему желаемый результат,— такая

формулировка ИКР значительно сужает направление дальнейшего поиска и ограничивает его рядом конструктивных изменений.

Технические противоречия будем рассматривать по схеме, предлагаемой АРИЗ, условно разделяя их по степени конкретизации: технические (ТП) и физические (ФП).

После этого осуществляем поиск идеи решения (принципа) действия, позволяющего разрешить (преодолеть) выявленное противоречие.

При конкретизации идеи решения (переходе от концепции к принципу) обязательно учитывается взаимосвязь многих свойств элементов системы и взаимообусловленность их значений. Эти взаимосвязи могут быть выявлены при анализе свойств, а также путем составления матрицы взаимосвязи свойств элементов, аналогичной матрице связей элементов системы. Если же идея решения не найдена, то необходимо вернуться к одному из предшествующих этапов. Выбрать другую техническую задачу и все процедуры повторить с ней: еще раз проанализировать, глубже изучить техническую и физическую сущность системы; изменить условия изобретательской задачи.

Противоречий в любой технической системе много, все они чрезвычайно разнообразны по форме и проявлениям, имеют переходящий, исторический характер, взаимосвязаны и взаимообусловлены. Они возникают между техническими потребностями общества и возможностями данной технической системы (внешние противоречия), между параметрами и элементами технической системы, частями и свойствами элементов (внутренние противоречия).

Возникновение и разрешение противоречий диалектически взаимообусловлено: разрешение одного сопряжено с зарождением другого.

Противоречия можно условно разделить на три типа: административные, технические и физические.

Административными называют такие противоречия, которые присутствуют первоначально в самом факте возникновения изобретательской задачи, когда нужно что-то сделать, по как это сделать — неизвестно. Их эвристическая (подсказывательная) сила равна нулю, но именно они побуждают к техническому творчеству.

Технические – это противоречия, возникающие между частями и параметрами системы при попытке их изменения: если известными способами улучшать одну часть (параметр), то недопустимо ухудшается другая часть (параметр).

Физическими называют противоречия, заключающиеся в предъявлении к одной и той же части системы взаимопротивоположных требований. В такой ситуации возникает парадокс, присутствующий всегда в изобретательской задаче. Физические противоречия являются причиной технических.

Изучение проблемной ситуации — это прежде всего выявление технических противоречий. Только после этого возможна формулировка определенной задачи.

Технические противоречия всегда проявляются своеобразно при решении различных изобретательских задач. Это создает свою проблемную ситуацию, и цель творчества состоит в специфическом ее разрешении.

Результатом разрешения технического противоречия становится создание технического объекта (системы), представляющего органический синтез нового технического решения и элементов прежних решений в новом целом (это справедливо даже по отношению к радикальнейшим техническим достижениям).

Выявить и составить списки типовых эвристических приемов решения технических, в том числе изобретательских, задач пытались давно. Такие приемы, дающие универсальные рекомендации по эффективному преобразованию технических объектов, моли бы существенно облегчить творческий труд изобретателя.

Каждый изобретатель имеет довольно часто свой набор приемов, которые значительно повышают вероятность нахождения новых решений и улучшения известных. Они определяют одновременно его творческий потенциал и почерк. В общем-то, при решении конкретных задач каждый использует то, что знает и умеет использовать. Есть изобретатели, создавшие не одно крупное изобретение и пользовавшиеся только одним-двумя приемами. Но чем больше приемов, тем выше вероятность успешного решения задачи, тем совершеннее само решение.

Истины приобретаются тяжелым трудом ученых, а отдельная научная истина может быть важной для одной науки и не иметь никакого значения для другой. Именно поэтому нецелесообразно без тщательного исследования переносить «вполне приличные» истины с одной науки в другую, что без каких-либо предостережений делает огромная армия преподавателей разного направления.

Контрольные вопросы

1. Что подразумевают под идеей, объективной и субъективной реальностями?
2. Что такое творчество, на какие уровни оно подразделяется?
3. На какие уровни подразделяются техническое и научно – техническое творчество?
4. Что такое изобретение, патент?
5. В чем состоит суть патентного поиска?
6. Из чего состоит описание изобретения?
7. Что является объектом патентного права?
8. Что такое «ноу-хау»?
9. И чего состоит формула изобретения?
10. Что входит в состав заявки на изобретение?
11. Какие методы контрольных вопросов Вы знаете, их цель?
12. Что такое синектика?

13. Какая структура синектического процесса?
14. В чем состоит суть метода фокальных объектов, из чего он состоит?
15. Сущность морфологического анализа, его этапы?
16. Сущность функционально - стоимостного анализа, его состав?
17. Из каких элементов состоят условия изобретательской задачи?
18. Что такое технические противоречия, их деления?

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

2.1. Общие сведения

Для одиночных выработок, расположенных в однородном изотропном породном массиве и имеющих круглую форму поперечного сечения, аналитические методы решения геомеханических задач можно получить в замкнутом виде. В случае более сложной формы поперечного сечения исследуемых выработок при наличии примыкающего выработанного пространства и структурных неоднородностей породного массива, прибегают к численным методам исследований. Но и в этом случае не удается воспроизвести в достаточно полной мере процесс деформирования породного массива по мере создания в нем искусственных полостей. Одним из методов исследования сложноструктурных объектов в геомеханике является моделирование в лабораторных условиях различных физических процессов горного производства. Цель моделирования заключается в воспроизведении и изучении на модели физического процесса, подобного происходящему в натурных условиях. Метод моделирования позволяет на уменьшенных или увеличенных по отношению к действительности моделях проводить качественные и количественные детальные исследования изучаемого процесса.

Являясь одним из основных составляющих комплексных исследований, методы моделирования достаточно широко используются в различных областях современного естествознания и техники. Применительно к механике подземных сооружений эти методы позволяют выяснить основные качественные элементы механизма процессов сдвижения, деформации и разрушения горных пород при ведении очистных и подготовительных работ, являясь необходимым этапом при разработке новых гипотез и теорий, а также проверки решений, полученных аналитическими методами.

В механике горных пород, изучающей, как правило, объекты весьма больших размеров, применяют моделирование, связанное с уменьшением абсолютных размеров объектов. По принципам, на которых оно основано, различают моделирование двух видов: **физическое и аналоговое**. Первое предусматривает воссоздание в модели тех же самых физических полей, которые действуют и в объекте натуры, но измененных по своим абсолютным значениям в соответствии с принятым масштабом моделирования. Аналоговое моделирование предусматривает замену в модели одних физических полей другими, например, замену натурного поля механических напряжений электрическим полем в модели. При этом на моделях изучают закономерности явлений и процессов, протекающих в натурных объектах, используя математическую аналогию различных по физической природе процессов, т.е. математическую тождественность основных законов и совпадение дифференциальных уравнений, описывающих эти процессы.

Массив горных пород является весьма сложной средой, в которой при ведении горных работ одновременно происходят процессы деформирования различного характера: упругие, упруго - пластические деформации и

разрушение пород с нарушением его сплошности. Поэтому теоретические расчеты деформирования горных пород, прочности и устойчивости горных выработок и различных сооружений в породных массивах часто представляют собой труднорешаемую задачу. Натурные исследования отличаются значительной трудоемкостью, высокой стоимостью, требуют довольно длительного периода времени. Кроме того, в натурных условиях обычно весьма ограничены возможности варьирования параметрами системы, технологией и последовательностью ведения горных работ, тогда как при моделировании можно проследить влияние основных параметров в самых широких пределах.

Таким образом, моделирование открывает такие возможности изучения процессов механики горных пород, которые не дают ни аналитические методы, ни наблюдения и измерения в натурных условиях.

В то же время на моделях невозможно воспроизвести все характеристики моделируемых объектов, поэтому моделирование позволяет вести изучение процессов с определенной степенью упрощения и схематизации натурных объектов, что существенно облегчает интерпретацию результатов шахтных наблюдений и измерений, позволяя с большей степенью обобщения проследить и уточнить механизм процессов и максимально полно изучить влияние на эти процессы действующих факторов.

Обычно, при решении задач механики горных пород методами моделирования испытанию подвергают серию моделей различных масштабов, используя при этом наиболее эффективный для решения конкретной задачи метод. Например, сначала, на моделях мелкого масштаба изучают общие закономерности процессов в пределах всего участка массива, подверженного влиянию выработки, а затем на моделях более крупного масштаба детально изучают закономерности процессов в некоторой области массива, в частности, процессов взаимодействия пород с крепью выработки. При этом в модели крупного масштаба воспроизводится лишь некоторая часть массива, а действие всей остальной части компенсируют с помощью нагрузки, осуществляемой нагрузочными приспособлениями рычажного, пружинного или гидравлического типа.

Первые попытки моделирования проявлений горного давления были осуществлены в 1885 г. М. Файолем, который рассматривал слоистые горные породы как ряд несвязанных между собой породных слоев и изучал проявление деформации изгиба горных пород на простейших моделях, состоящих из пачки полос, опирающейся на две опоры. Опыты, проделанные с различными материалами (железо, куски плоских рудничных канатов, глина, стекло, гипс и др.), показали затухание величин прогиба слоев снизу вверх, что послужило поводом для создания гипотезы свода давления.

К методам наблюдений на простых моделях относятся также опыты А. Леона, Ф. Левинсона-Лессинга, М.М. Протодьяконова, Г. Шпаккелера, Ф.А. Белаенко и др.

В настоящее время, учитывая сложность механических процессов, происходящих в толще пород при проведении выработки, методы моделирования продолжают оставаться необходимым звеном исследований.

Наиболее удобным для исследования проявлений горного давления является метод моделирования на эквивалентных материалах, предложенный Г.Н. Кузнецовым в 1936 г.

Весьма ценным методом, позволяющим получать важные относительные количественные характеристики неоднородных напряженных состояний элементов сложных механических систем, является также оптический метод исследования напряженного состояния вокруг подземных выработок, начало которому было положено Ф. Левинсоном-Лессингом.

При одновременном действии сил тяжести и упругости механическому подобию удовлетворяет метод центробежного моделирования, разработанный и практически развитый Г.И. Покровским и др.

Среди других методов моделирования заслуживают внимания электроаналоговые методы моделирования, т.е. электрическое моделирование физических полей, а также различные комбинированные методы, например, сочетающие принцип метода эквивалентных материалов и принцип центробежного моделирования и др.

2.2. Модели в механике горных пород

Инженеру еще на стадии проектирования горнодобывающего предприятия необходимо иметь знания о том, какова будет нагрузка на крепь горных выработок и величина смешений контура породного обнажения, какова вероятность газодинамических проявлений горного давления, будут ли устойчивы почва выработок, борта карьеров и откосы отвалов, и о многих других геомеханических показателях, которые позволили бы впоследствии безопасно и экономично осваивать земные недра. Получают эти знания исследователи на основе построения, математического описания и анализа соответствующих геомеханических моделей.

Моделирование лежит в основе человеческой деятельности. Мы вообще воспринимаем окружающий мир, как совокупность моделей: психологических, философских, физических, экономических и других, которые являются лишь приближенным отражением в сознании человека объективно существующей реальности. Чем выше уровень знаний об окружающем нас мире, тем ближе модели соответствуют действительности. При этом очевидно, что полное соответствие модели реальным объектам недостижимо в принципе. По этому поводу выполнены обширные исследования, написаны сотни книг и статей.

Весьма полезное обобщение этих работ выполнено в работе И.И. Блехмана, А.Д. Мышкиса и Я.Г. Пановко. Авторы дают такое определение модели: «объект М является моделью объекта А относительно некоторой системы S характеристик (свойств), если М строится (или выбирается) для имитации А по этим характеристикам». При этом под объектом А

подразумевается любое материальное тело, действие, ситуация. Модель может быть исследовательской, для изучения указанных характеристик, или рабочей, для непосредственного использования, например, автопилот, детская игрушка, деньги и т.п. В геомеханике рассматриваются только исследовательские модели.

Процесс решения задач в геомеханике состоит, как правило, из нескольких основных этапов.

Вначале формулируется общая задача и определяется конечная цель исследований. Например, требуется изучить распределение напряжений и деформаций (перемещений) вокруг горной выработки и найти такие инженерные решения (форма выработки, вид, конструкция, несущая способность крепи и т.п.), при которых выработка будет иметь техническую устойчивость в течение заданного промежуточного времени.

Следующий, очень важный, этап исследований состоит в изучении объекта исследований в натурных условиях. Для этого собирают геологические, гидрогеологические и горнотехнические характеристики того участка породного массива, в котором будет сооружаться выработка. При необходимости производят отбор проб литологических разностей, изготовление породных образцов и их испытание в условиях сертифицированных лабораторий.

Устанавливаются физико-механические характеристики вмещающих пород, их слоистость и трещиноватость, размеры и расположение выработки в пространстве, способ сооружения, срок службы и т.п. Если существуют аналогичные объекты, например однотипные подготовительные выработки, камеры, то с целью сбора дополнительной информации в них устраивают замерные станции, в пределах которых по разработанной методике выполняют соответствующие натурные измерения. Анализируется опыт эксплуатации подобных объектов в сходных горно-геологических условиях. Собранные данные являются основой для проведения лабораторных испытаний на физически реализуемых моделях, например, с помощью оптического моделирования, моделирования на эквивалентных материалах, центробежного моделирования и т.п.

Данные физического моделирования в совокупности с результатами натурных измерений являются тем исходным материалом, посредством которого создаются так называемые физические умозрительные модели.

Таковыми являются, например, сплошная упругая среда в теории упругости, идеальной шарнир в строительной механике, сыпучая среда в статике сыпучей среды и т.п. Умозрительные физические модели достаточно близко отражают изучаемый объект, но не имеют свойственных ему дефектов, несовершенств.

На основе умозрительной физической модели создается математическая модель. Следует отметить, что в зависимости от целей исследования, состояния математического аппарата, имеющихся возможностей вычислительных машин один и тот же объект может иметь несколько неэквивалентных моделей.

Так, например, один и тот же объект может быть описан с помощью упругой и упругопластической, дискретной и непрерывной, детерминированной и стохастической, а также других моделей. Многообразие моделей одного и того же объекта позволяет рассмотреть его с разных точек зрения, выделяя и подчеркивая интересующие исследователя параметры. Такой подход позволяет получить достаточно глубокие и всесторонние знания о процессах, происходящих в объекте.

Если математическая модель выбрана, то степень оптимальности ее построения определяется уровнем адекватности и числом независимых переменных, так называемых, управляющих параметров. То есть, с одной стороны математическая модель M должна быть адекватна реальному объекту A в рамках изучаемых характеристик (свойств) S, а с другой стороны – полученные результаты должны быть доступны анализу и пониманию. Последнее возможно только в том случае, если число управляющих параметров сравнительно невелико и, вообще говоря, не превышает трех, а иногда даже одного.

Создание моделей это и наука, и в то же время искусство, уровень которого во многом определяется личностью и опытом исследователя.

После того, как математическая модель объекта определена, выбирается метод исследований, на основе которого будет выполнена реализация этой модели. При этом необходимо заранее представлять необходимую точность вычислений, которая должна соответствовать природе изучаемого объекта. В геомеханике это горные выработки, расположенные в породном массиве, определение физико-механических свойств которого возможно со сравнительно невысокой степенью точности.

В этой связи нет смысла привлекать к решению математической модели методы, дающие неоправданно точные результаты. Так, например, при использовании численных методов исследований напряжений и деформаций вокруг выработок элементы, на которые разбивается массив, должны иметь разумные размеры, число итераций при решении определенного класса упругопластических задач должно быть сравнительно небольшим и т.д.

После того, как на основе выбранного метода решена математическая модель, проверяется ее адекватность реальному объекту путем сравнения полученных результатов с натурными и лабораторными измерениями. Если совпадение этих результатов является достаточно близким, то поставленная задача решена и можно их проанализировать, сформулировать выводы и определить направлений дальнейшего применения установленных закономерностей.

2.3. Основные положения теории подобия

С учетом специфики горного дела величины, полученные на моделях, нельзя механически переносить на натурные условия простым умножением на соответствующий масштаб. В основе моделирования физических явлений

лежит учение о подобии, основы которого заложены еще И. Ньютоном, сформулировавшим общее понятие динамического подобия механических систем.

Основные свойства подобных явлений и признаки подобия рассматриваемых явлений между собой характеризуются тремя теоремами подобия. Первая, установленная Ж. Бертраном в 1848 г., основана на общем понятии динамического подобия Ньютона и втором законе механики Ньютона. Академик М.В. Кирпичев дает следующую формулировку первой теоремы подобия: «Подобными называют явления, происходящие в геометрически подобных системах, если у них во всех сходственных точках отношения одноименных величин есть постоянные числа».

Вторая теорема подобия сформулирована в начале XX в. независимо друг от друга Дж. Букингемом и А. Федерманом. Она устанавливает возможность преобразования физического уравнения связи, описывающего данное явление, при этом получается уравнение, составленное из критериев (или инвариантов) подобия. Согласно второй теореме результаты опытов по изучению какого-либо физического явления, представленные в виде критериальных уравнений связи, можно перенести на другие явления, подобные исследованному.

Третья теорема подобия сформулирована и доказана в 1930 г. акад. М.В. Кирпичевым и носит название теоремы о существовании подобия. Согласно этой теореме, для существования подобия между явлениями необходимо и достаточно, чтобы эти явления имели подобные условия однозначности и одинаковые определяющие критерии подобия.

Закон Ньютона относится к рассмотрению движения и равновесия одной материальной частицы. Механическое же состояние деформируемого тела в каждой точке с координатами x, y, z характеризуется компонентами напряжений σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{xz}, компонентами перемещения u, υ, ω и компонентами деформаций ε_x, ε_y, ε_z, γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{xz}.

Между этими величинами, характерными для каждого напряженного состояния натуры и модели, должно быть взаимно однозначное соответствие, так как только при этом условии можно путем моделирования определить натурные величины смещения пород и давления их на крепь.

Для выяснения условий, обеспечивающих существование однозначного соответствия механических состояний натуры и модели, должна быть рассмотрена в общем виде система уравнений, отражающая деформированное состояние среды. Поскольку процессы сдвижения и деформирования горных пород в окрестности выработки являются весьма медленными, то инерционными силами можно пренебречь и тогда уравнения равновесия могут быть записаны в следующей форме

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \gamma;$$
$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0;$$
$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0.$$

Механическое подобие процессов в модели и натуре будет обеспечено, если записанные для модели и натуры в безразмерном виде уравнения равновесия будут тождественно совпадать. Введем безразмерные координаты и напряжения:

$$x = l\xi; y = l\eta; z = l\zeta;$$
$$\sigma_x = \gamma l R_\xi; \sigma_y = \gamma l R_\eta; \tau_{xy} = \gamma l R_{\xi\eta},$$

тогда уравнения равновесия примут следующий вид:

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial R_{\xi\eta}}{\partial \eta} + \frac{\partial R_{\xi\zeta}}{\partial \zeta} = 1$$

и т.д.

Для того чтобы обеспечить требуемое тождество уравнений равновесия для натуры и модели, необходимо, чтобы любой компонент безразмерного напряжения в натуре $\left(R_{ik}\right)_н = \frac{\left(\sigma_{ik}\right)_н}{\left(\gamma l\right)_н}$ был равен соответствующему

компоненту в модели $\left(R_{ik}\right)_м = \frac{\left(\sigma_{ik}\right)_м}{\left(\gamma l\right)_м}$, поэтому

$$\frac{\left(\sigma_{ik}\right)_н}{\left(\sigma_{ik}\right)_м} = \frac{\gamma_н}{\gamma_м} \cdot \frac{l_н}{l_м} = \frac{\gamma_н}{\gamma_м} \lambda,$$

где λ – линейный масштаб моделирования. Следовательно, масштаб напряжений

$$\mu = \frac{\gamma_н}{\gamma_м} \lambda.$$

Здесь и далее индексом «*н*» обозначены параметры натуры, индексом «*м*» - модели, l – линейный размер, γ – объемный вес (плотность).

Масштаб сил (β) может быть найден умножением масштаба напряжений на масштаб площадей, т. е.

$$\beta = \frac{\gamma_н}{\gamma_м}\lambda\lambda^2 = \frac{\gamma_н}{\gamma_м}\lambda^3.$$

При характеристике того или иного процесса механическое подобие может быть определено заданием переходных множителей или масштабов для длин (геометрическое подобие), для времени (кинематическое подобие) и для масс (динамическое подобие).

Условие геометрического подобия для двух подобных систем состоит в том, что все размеры пространства, занятого системой в модели, и размеры отдельных элементов модели изменены в определенное число раз по сравнению с соответствующими размерами натурной системы.

Условие кинематического подобия этих систем состоит в том, что любые сходственные точки (частицы) систем, двигаясь по геометрически подобным траекториям, проходят геометрически подобные пути в промежутки времени, отличающиеся постоянным множителем.

Условие динамического подобия систем состоит в том, что массы любых сходственных частиц этих систем отличаются друг от друга постоянным множителем.

Для моделирования процессов в условиях пластического деформирования (без учета времени) необходимо, чтобы уравнения, связывающие деформации и напряжения, были тождественны как для натуры, так и для модели при условии написания их безразмерной формы.

Важным элементом в соблюдении условий подобия является отражение в модели структурных и текстурных особенностей массива – слоистости, кливажа, отдельностей и пр.

Однако, количественная оценка геолого-петрографических особенностей строения и сложения пород весьма затруднительна, отсутствуют пока объективные способы количественного учета этих факторов при оценке прочностных свойств массива как целого.

2.4. Метод эквивалентных материалов

Этот метод применяют для исследования вопросов, связанных с проявлением горного давления в очистных подготовительных выработках при разработке месторождений полезных ископаемых; в подземных капитальных выработках; при изучении вопросов, связанных с породами, сдвижения

массивов и других физических процессов, происходящих в массивах в связи с проведением в них горных работ.

Изучение всех этих вопросов аналитическим методом и непосредственно на практике связано с большими трудностями, поэтому использование метода моделирования имеет большое теоретическое и практическое значение.

В предвоенные годы во ВНИМИ Г.Н.Кузнецовым был разработан метод моделирования, в основу которого была положена идея создания моделей горных массивов из искусственных материалов, эквивалентных по своим деформационным и плотностным свойствам горным породам при принятом масштабе моделирования. Сейчас этот метод широко используется под названием МЭМ.

Сущность метода эквивалентных материалов заключается в том, что на физических моделях с известными допущениями и при соблюдении условий подобия изучают интересующие нас физические процессы и результаты этих исследований используют для разработки теории «механизма» процесса, а также для разработки практических рекомендаций для промышленности. Например, МЭМ широко применяют для изучения процесса сдвижения пород массива при очистной выемке полезных ископаемых (рис. 2.1).

При достаточном удалении от штреков характер проявления давления горных пород на крепь во времени будет изменяться только в направлении движения очистного забоя. Следовательно, задача изучения давления пород в очистных выработках сводится к плоской и рассматривается для сечения А–А. На плоской модели (см. рис. 2.1,б) с соблюдением условий подобия воспроизводится процесс выемки полезного ископаемого, в результате которого в модели происходит процесс сдвижения пород, подобный натуре.

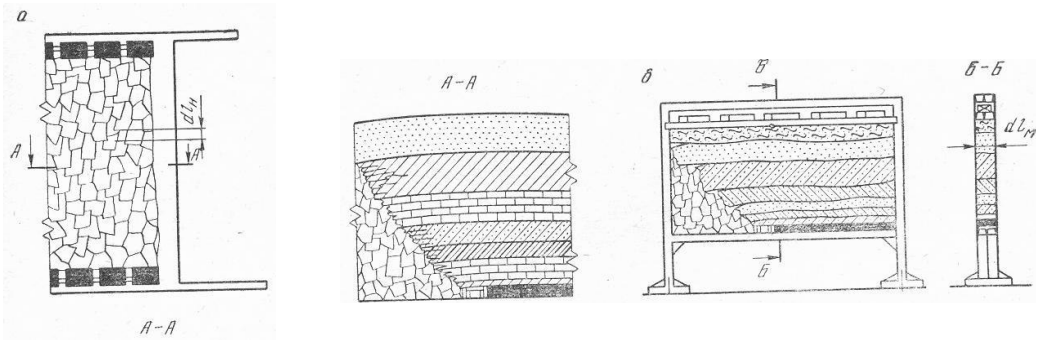


Рис. 2.1. Схема к моделированию задачи деформаций горных пород на эквивалентных материалах: *а* – образец; *б* – модель.

В основе метода лежит теория механического подобия Ньютона, которая предполагает геометрическое, кинематическое и динамическое подобия.

Геометрическое подобие. Обеспечивается в том случае, если все линейные размеры будут уменьшены в определенное постоянное число раз по сравнению с той областью натуры, в которой изучается данное явление.

$$\frac{\ell'_{\text{н}}}{\ell'_{\text{м}}} = \frac{\ell''_{\text{н}}}{\ell''_{\text{м}}} = \ldots = \frac{\ell^i_{\text{н}}}{\ell^i_c} = C_\ell , \qquad (2.1)$$

где $\ell_{\text{ì}}, \ell_{\text{í}}$ – линейные размеры модели и натуры, соответственно.

Кинематическое подобие будет обеспечено в том случае, если сходственные частицы, двигаясь по геометрически подобным траекториям, проходят геометрически подобные пути в промежутки времени, отличающиеся постоянным множителем, т.е.

$$\frac{\tau'_{\text{н}}}{\tau'_{\text{м}}} = \frac{\tau''_{\text{н}}}{\tau''_{\text{м}}} = \ldots = \frac{\tau^i_{\text{н}}}{\tau^i_{\text{м}}} = C_\tau . \qquad (2.2)$$

Динамическое подобие имеет место в том случае, если массы двух сходственных частиц (соответствующим образом расположенных в пространстве и времени) отличаются друг от друга в тоже число раз

$$\frac{m'_{\text{н}}}{m'_{\text{м}}} = \frac{m''_{\text{н}}}{m''_{\text{м}}} = \ldots = \frac{m^i_{\text{н}}}{m^i_{\text{м}}} = C_{\text{т}} \qquad (2.3)$$

Выразив в равенствах (2.3) массу через объем и плотность, получим

$$C_m = \frac{\ell^3_{\text{н}} \rho_{\text{н}}}{\ell^3_{\text{м}} \rho_{\text{м}}} \qquad (2.4)$$

или

$$C_m = C_\rho C_\ell^3 , \qquad (2.5)$$

где

$$C_\rho = \frac{\rho_{\text{н}}}{\rho_{\text{м}}} \qquad (2.6)$$

Так как множитель подобия C_ℓ задан геометрическим подобием, то для соблюдения условий динамического подобия достаточно задать соотношение плотностей, т.е. C_ρ. Из условия механического подобия $(\frac{C_p}{C_\rho C_\ell^2 C_v^2} = 1)$, выражая множители подобия через соответствующие соотношения и произведя преобразования, будем иметь инвариант подобия Ньютона

$$\frac{p_{\text{н}}}{\rho_{\text{н}}\ell^2_{\text{н}}v_y^2} = \frac{p_{\text{м}}}{\rho_{\text{м}}\ell^2_{\text{м}}v^2_{\text{м}}} = iden = N_\ell . \qquad (2.7)$$

Следовательно, определив параметры модели, при которых соотношения множителей подобия удовлетворяют условию (2.7), мы получим модель, динамические процессы в которой будут подобны соответствующим процессам в натуре.

Обращаясь к конкретной задаче о давлении пород на крепь подземной выработки, установим критерии подобия и множители подобия для моделирования указанного процесса методом ЭМ.

На основании вышеизложенного выделим основные силы, которые определяют характер физического процесса.

В первом приближении можно ограничиться учетом двух родов сил, а именно: внешних сил – тяжести и внутренних сил – напряжений, возникающих в породе.

Преобразуем формулу (2.7), выражающую общий закон подобия Ньютона для случая совместного действия сил тяжести и внутренних напряжений. Заменяя в ней значения квадратов скоростей через ускорения и длины, получим

$$\frac{p_{\text{н}}}{\rho_{\text{н}}a_{\text{н}}\ell^3_{\text{н}}} = \frac{p_{\text{н}}}{\rho_{\text{м}}a_{\text{м}}\ell^3_{\text{м}}} = \text{idem} . \qquad (2.8)$$

В данном случае деформация и разрушение породы происходит за счет действия сил тяжести, т.е. $a = g$.

$$\begin{aligned} \rho_{\text{м}}a_{\text{м}} &= \rho_{\text{м}}g_{\text{м}} = \gamma_{\text{м}}, \\ \rho_{\text{н}}a_{\text{н}} &= \rho_{\text{н}}g_{\text{н}} = \gamma_{\text{н}}. \end{aligned} \qquad (2.9)$$

где γ – объемный вес материала.

Введем в (2.8) обозначение

$$\frac{p}{\ell^2} = N(\sigma), \qquad (2.10)$$

под которым подразумеваем предельные напряжения: на растяжение, сжатие, сдвиг или деформационные характеристики пород.

Подставив зависимости (2.9), (2.10) в (2.8), получим

$$K = \frac{N_м}{\gamma_м \ell_м} = \frac{N_н}{\gamma_н \ell_н} = \text{idem}, \qquad (2.11)$$

где K – безразмерное число, являющееся определяющим критерием подобия.

На основании полученного выражения можно установить основные требования к модели, обеспечивающие механические подобия явления. Если модель изготовить из материала натуры, то будем иметь одинаковые физико-механические свойства и натуры: $N_м = N_н$; $\gamma_м = \gamma_н$.

Однако смысл модулирования в данном случае заключается в том, чтобы геометрические размеры модели были меньше размеров натуры, т.е. $\ell_м \neq \ell_н$.

В этом случае равенство (2.11) не имеет места. Для сохранения условий его инвариантности следует полагать, что $N_м = N_н$; $\gamma_м \neq \gamma_н$ или $N_м \neq N_н$; $\gamma_м \neq \gamma_н$.

В первом случае

$$\gamma_м = \gamma_н \frac{\ell_н}{\ell_м}, \qquad (2.12)$$

т.е. объемный вес материала модели должен быть значительно больше объемного веса материала натуры.

Во втором случае

$$N_м = \frac{\ell_м \gamma_м}{\ell_н \gamma_н} N_м. \qquad (2.13)$$

Зная механические свойства материала натуры и задаваясь соотношениями $\ell_м / \ell_н$ и $\gamma_м / \gamma_н$, получим значения механических свойств материала модели, которые необходимы для обеспечения подобия модели и натуры.

При изучении процесса разрушения пород в качестве определяющих характеристик механических свойств пород должны быть взяты предельные значения прочности породы при ее разрушении, которые могут быть определены путем построения огибающей кругов Мора.

Таким образом, при подборе материалов-эквивалентов в качестве определяющих характеристик прочности пользоваться совокупностью значений временного сопротивления пород на сжатие R_c и растяжения R_p или же совокупностью значений коэффициента сцепления C_o и угла внутреннего трения tgφ. В этом случае необходимо соблюдать следующие равенства:

условие подобия внешних сил

$$P_м = \frac{\gamma_м}{\gamma_н} \frac{\ell_м^3}{\ell_н^3} P_н \qquad (2.14)$$

условие подобия процессов разрушения

$$R_{\text{с.м.}} \frac{\ell_{\text{м}}}{\ell_{\text{н}}} \frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{н}}} R_{\text{с.н.}};$$
$$R_{\text{р.м.}} \frac{\ell_{\text{м}}}{\ell_{\text{н}}} \frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{н}}} R_{\text{р.н.}} \qquad (2.15)$$

Или

$$C_{\text{м}} = \frac{l_{\text{м}}\gamma_{\text{м}}}{l_{\text{н}}\gamma_{\text{н}}} C_{\text{н}};$$
$$\text{tg}\ _{\text{м}} = tg\ _{\text{н}}. \qquad (2.16)$$

Для подобия процессов механики горных пород в области упругих деформаций соблюдаются равенства

$$E_{\text{м}} = \frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{н}}} \frac{\ell_{\text{м}}}{\ell_{\text{н}}} E_{\text{н}};$$
$$\mu_{\text{м}} = \mu_{\text{н}}, \qquad (2.17)$$

где E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона.

Для подобия механических процессов в массиве горных пород в области пластических деформаций во всем диапазоне напряжений начальных до разрушающих без учета влияния времени должно быть соблюдено условие

$$\frac{\varepsilon_{n\text{м}}}{(\varepsilon_y + \varepsilon_n)_{\text{м}}} = \frac{\varepsilon_{n\text{н}}}{(\varepsilon_y + \varepsilon_n)_{\text{н}}}. \qquad (2.18)$$

При этом

$$(\varepsilon_y + \varepsilon_n) = f(\sigma),$$

где ε_n, ε_y – пластическая и упругая относительные деформации.

Достоинством метода эквивалентных материалов следует считать возможность воспроизводить процессы неупругого деформирования и разрушения пород массива вблизи горных выработок. Необходимо также отметить, что этот метод позволяет строить объемные модели и на их основе решать трехмерные задачи петромеханики.

Указанные обстоятельства способствовали широкому внедрению метода

эквивалентных материалов в лабораторную практику: более 150 конкретных задач горной механики решено на моделях из эквивалентных материалов, причем около 30 из них – на объемных моделях.

В то же время методу моделирования на эквивалентных материалах присущи серьезные недостатки.

1. Широкий диапазон физико-механических свойств пород, слагающих моделируемый массив, трудно воспроизвести на каком-либо типе эквивалентных материалов только за счет изменения его состава, поэтому при построении модели исследователь вынужден прибегать к целому ряду эквивалентных материалов, отличающихся по своим исходным компонентам и физико-математическим свойствам, что усложняет постановку эксперимента.

2. В большинстве случаев при изготовлении модели оказывается затруднительным, а иногда и вовсе невозможным выполнить условия подобия внешних сил, процессов разрушения и процессов деформирования (упругого и пластического) так как указанные условия подобия механических характеристик модели и натуры должны удовлетворять равенствам

$$\frac{\sigma_{\text{сж.н}}}{\sigma_{\text{сж.м}}} = \frac{\sigma_{\text{р.н}}}{\sigma_{\text{р.м}}} = \frac{C_{\text{н}}}{C_{\text{м}}} = \frac{E_{\text{н}}}{E_{\text{м}}}. \qquad (2.19)$$

3. Изучение деформационных процессов в окружающем выработки массиве требует сооружения моделей внушительных размеров, что сопровождается значительным повышением трудоемкости самого эксперимента.

4. Достоверность и репрезентативность результатов, полученных на моделях из эквивалентных материалов, в значительной степени зависит от технологии изготовления, поэтому даже при правильно подобранных компонентах возможны существенные погрешности.

5. Модель, обеспечивающая удовлетворительную сходимость с натурой при изучении медленно протекающих процессов, не может быть использована для моделирования динамических процессов в горном массиве в силу невыполнения всех условий подобия.

6. Закладка динамометров в модель для измерения напряжений зачастую приводит к искажению напряженно-деформационного состояния изучаемого массива.

7. Измерение смещений на мелкомасштабных моделях не может быть выполнено с достаточной точностью, т.е. чувствительность серийных измерительных устройств не обеспечивает требуемую точность измерения смещений отдельных точек массива с учетом принятого масштаба.

Моделирование на эквивалентных материалах позволяет с большой степенью детальности проследить механизм процессов в толще пород при движении забоя выработки, особенно процессов деформирования пород с разрывом сплошности, что обычно исключено при других методах

моделирования. Вследствие этого метод эквивалентных материалов является наиболее действенным, благодаря чему он получил широкое применение при решении различных задач механики горных пород.

Одним из преимуществ метода моделирования на эквивалентных материалах является возможность измерения показателей, отражающих НДС массива в интересующих областях, которые в натурных условиях осуществить практически невозможно ввиду труднодоступности участков массива.

При условии удовлетворения всех критериев подобия для эквивалентных материалов и обеспечении геометрического подобия натуры и модели, совпадение механических процессов может быть обеспечено при подобии граничных условий.

В принципе, модель достаточно полно отражает напряженно-деформированное состояние (НДС) массива в натуре. Соблюдение же граничных условий по торцам модели не представляется возможным, однако, в силу известного принципа Сен-Венана, можно утверждать, что роль торцов становится заведомо малой на расстояниях от них, равных толщине модели. Поэтому при отработке моделей замеры величин смещений кровли и давления на крепь являются достоверными только в ее средней части.

Лабораторный подбор и испытания эквивалентного материала для изготовления моделей направлены в сторону изыскания удобообрабатываемых смесей, которые не обладали бы длительными сроками схватывания и твердения, а по своим физико-механическим свойствам обеспечивали бы подобие с горными породами. При этом безразмерные константы - коэффициенты Пуассона и углы внутреннего трения должны численно совпадать в эквивалентном материале и натурных горных породах.

По природе связующих веществ применяемые в настоящее время эквивалентные материалы разделяются на четыре группы:

1. На основе углеводородов нефтяного происхождения (вазелин, парафин, масла и др.) – обладают пластичными и упругопластичными свойствами.
2. На основе неорганических гидравлических связующих (цемент, гипс, жидкое стекло, тиосульфат натрия) – обладают хрупким характером разрушения, а при добавлении в состав глины приобретают пластичные свойства.
3. На основе синтетических полимеров (эпоксидная, карбомидная, кремнийорганическая и др. смолы) – обладают упруго-пластичными и хрупкими свойствами.
4. На основе смол естественного происхождения (пек, канифоль и др.) – обладают свойствами хрупких материалов.

В последние годы все более популярным становится также моделирование на кусочках пиленого сахара, который дает хорошие качественные результаты.

При подборе эквивалентных материалов с конкретными свойствами используют различные модификаторы, присадки и инертные заполнители. В качестве последних применяются мелкие кварцевые пески и мелкодисперсные

материалы (цемент, мел, инертная пыль, порошки солей металлов и др.). Подобрав и уточнив рецептуры эквивалентных материалов для всей моделируемой толщи, приступают к следующему этапу - изготовлению самой модели.

Модели изготавливают непосредственно в испытательных стендах, представляющих собой жесткие рамные металлические конструкции. Для изготовления и испытания плоских моделей, выполненных в разрезе по простирнию перпендикулярно к плоскостям напластования, слоистости или полосчатости моделируемой толщины, применяют стенды, подобные представленному на рис. 2.2.

Рис. 2.2. Общий вид плоского стенда для моделирования на эквивалентных материалах (Национальный горный университет)

Если необходимы плоские модели, выполненные для наклонного залегания пород в разрезе вкрест простирания, применяют поворотные (круговые) стенды. Для объемных моделей служат трехмерные поворотные стенды.

В зависимости от решаемых задач моделирование ведут в различных геометрических масштабах: мелких, от 1:400 до 1:100, или крупных, от 1:60 до 1:10. Толщина слабых пород моделируют только в крупных масштабах.

Разделение толщины пород в модели на отдельные слои обеспечивают путем присыпки поверхности каждого слоя крупной молотой слюдой, трещиноватость или кливаж воспроизводят насечкой свежеприготовленных слоев до отвердения или схватывания материалов.

При изготовлении плоских моделей вместо опалубки используют прозрачные ограждающие стенки, стационарно закрепляемые на весь период испытания модели. Для этих целей применяются листовые закаленные стекла, укрепляемые на стыках швеллерами, которые обеспечивают необходимую жесткость прозрачного бокового ограждения.

После изготовления модели и набора эквивалентным материалом прочности (или его остывания) на поверхность моделируемого массива наносится мерная сетка, в намеченных слоях устанавливают марки и датчики

для регистрации картины поля напряжений, деформаций и смещений в период испытания, а также выполняются полости, имитирующие горные выработки, в которые встраиваются приборы, воспроизводящие работу крепи.

Напряженное состояние и деформации элементов модели определяют после измерения перемещений двух точек относительно друг друга также с помощью спаренных микроскопов, жестко соединенных между собой и позволяющих с высокой точностью их получить. База измерений в моделях указанными выше приборами составляет (40…50) мм, а относительная погрешность $(1 \div 2) \cdot 10^{-4}$, т. е. на порядок ниже, чем при измерениях в натуре.

Для определения перемещений точек плоской модели в процессе ее испытания служит метод фотофиксации – периодическое фотографирование боковой поверхности модели с установленными в ней марками и последующие измерения перемещений марок на фотоснимках, осуществляемые на компараторе. Метод фотофиксации позволяет быстро и одновременно регистрировать перемещения всех точек на боковой поверхности модели, но точность его определения точек модели, учитывая масштаб моделирования, оказывается обычно ниже точности определения перемещений соответствующих точек при измерениях непосредственно в натурных условиях. Установка на боковой поверхности модели блочных тензометров позволяет повысить точность их определения точек методом фотофиксации в 20 раз. При масштабе фотоснимка 1:10 и геометрическом масштабе модели 1:100 значения перемещений точек в пересчете на натуру могут быть определены в этом случае с точностью до 1 мм. Такую же точность определения обеспечивают зеркальные и оптические тензометры, при этом смещения реперов в увеличенном виде фиксируют на экране.

Для воспроизведения работы крепей применяют приборы пьезометрического и рычажного типов – для моделей мелких масштабов, рычажно-маятникового и гидравлического типов – для моделей крупных масштабов.

Завершающим этапом моделирования является собственно испытание модели, т.е. воспроизведение в определенном масштабе времени процесса изменений полей напряжений, деформаций перемещений с разрывом сплошности при разработке. Исходя из конкретной задачи, при испытании модели более подробно изучают распределение напряжений в массиве вокруг забоя выработки, либо развитие деформаций и сдвижений толщи пород и земной поверхности, либо развитие деформаций, разрушений и смещений пород в призабойном пространстве и взаимодействие пород с крепью и т. д.

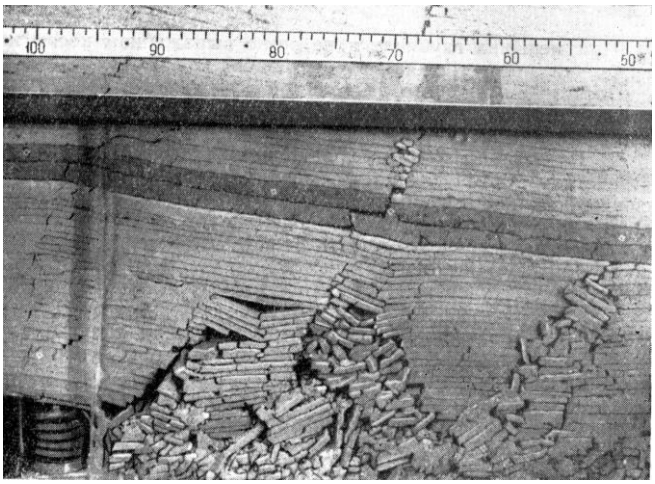
На рис. 2.3 показаны виды некоторых моделей из эквивалентного материала с различными вариантами решаемых исследователями задач.

По окончании испытания модели обычно из ее части, не подвергнутой деформациям при испытаниях, вырезают образцы материалов-эквивалентов для проведения контрольных определений их свойств.

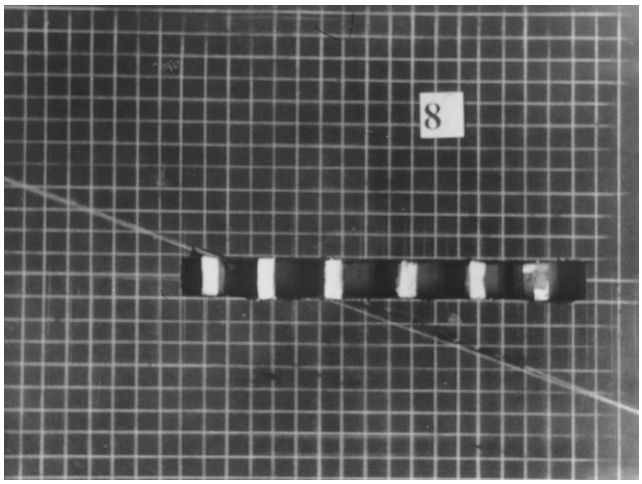
Обработка результатов исследований производится путем построения функциональных зависимостей изучаемых параметров от изменения горно-

геологических и горнотехнических условий. Они представляются в виде относительных показателей, при этом полученные в результате зависимости должны сопоставляться с результатами натурных исследований.

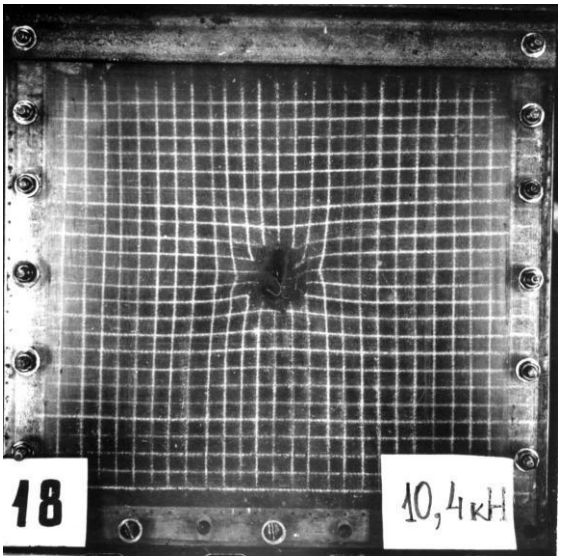
В качестве примера приведем результаты моделирования воздействия на перемычку горного давления с использованием МЭМ.



а



б



в

Рис. 2.3. Некоторые варианты моделей из эквивалентных материалов, выполненные на различных стендах:

а) – изучение характера смещений толщи пород над выработанным пространством;

б) – изучение характера смещения пород вокруг забоя подготовительной выработки пересекающей трещину;

в) – изучение характера деформирования приконтурного массива в окрестности одиночной выработки, закрепленной металлической арочной крепью с обратным сводом.

Ранее не обосновано влияние на напряженно-деформированное состояние взрывобезопасных перемычек, предназначенных для тушения подземных пожаров и защиты горноспасателей от взрывов воздушных ударных волн, отверстий, закрепленных металлическими трубами, с учетом действующих на них нагрузок и жесткости, что существенно усложнило решение задачи.

Для решения этого вопроса используем метод эквивалентных материалов.

Как отмечено выше, в основе метода лежит теория механического подобия Ньютона, которая предполагает геометрическое, кинематическое и динамическое подобия модели (индекс – м) и натуры (индекс – н).

При подборе материалов-эквивалентов в качестве определяющих характеристик прочности будем пользоваться совокупностью значений напряжений перемычки на сжатие $\sigma_{сж}$.

В качестве линейного размера ℓ используем радиус R перемычки, который меняется по параболической зависимости, причем начало координат расположено в левой нижней ее части

$$R = R_0\bar{R};\ R_0 = \frac{B^2}{8f};\ \bar{R} = (1 + 16t^2(1 - 2\bar{y})^2)^{\frac{3}{2}};\quad t = \frac{f}{B},$$

где $\bar{R}$ – безразмерная величина, а $\bar{y}$ меняется в пределах от 0 до 1.

B, f – ширина и максимальная высота перемычки соответственно, м.

Тогда выражение для напряжения примет вид

$$\sigma_{сж\,м} = \frac{B^2{}_м}{B^2{}_н}\frac{f_н}{f_м}\frac{\gamma_м}{\gamma_н}\sigma_{сж\,н}.$$

Для подобия процессов в области упругих деформаций соблюдаем равенства соответственно модулей упругости и коэффициентов Пуассона

$$E_м = \frac{\gamma_м}{\gamma_н}\frac{B^2{}_м}{B^2{}_н}\frac{f_н}{f_м}E_н;$$

$$\nu_м = \nu_н.$$

Схема расположения реперов в моделях приведена на рис. 2.4.

Характеристика моделей из эквивалентных материалов представлена в табл. 2.1.

Деформации определим, используя данные перемещений перемычек в двух направлениях.

Механические характеристики материалов двух моделей перемычек приведены в табл. 2. 2.

В связи с тем, что не удалось обеспечить масштабность по модулям упругости полиэтилена, это условие выполняется по жесткости на сжатия проемной трубы, которое она воспринимает при действии нагрузки.

Схема расположения реперов в моделях и начальное состояние выработки с моделями без проемных труб и с ними приведено на рис. 2.5.

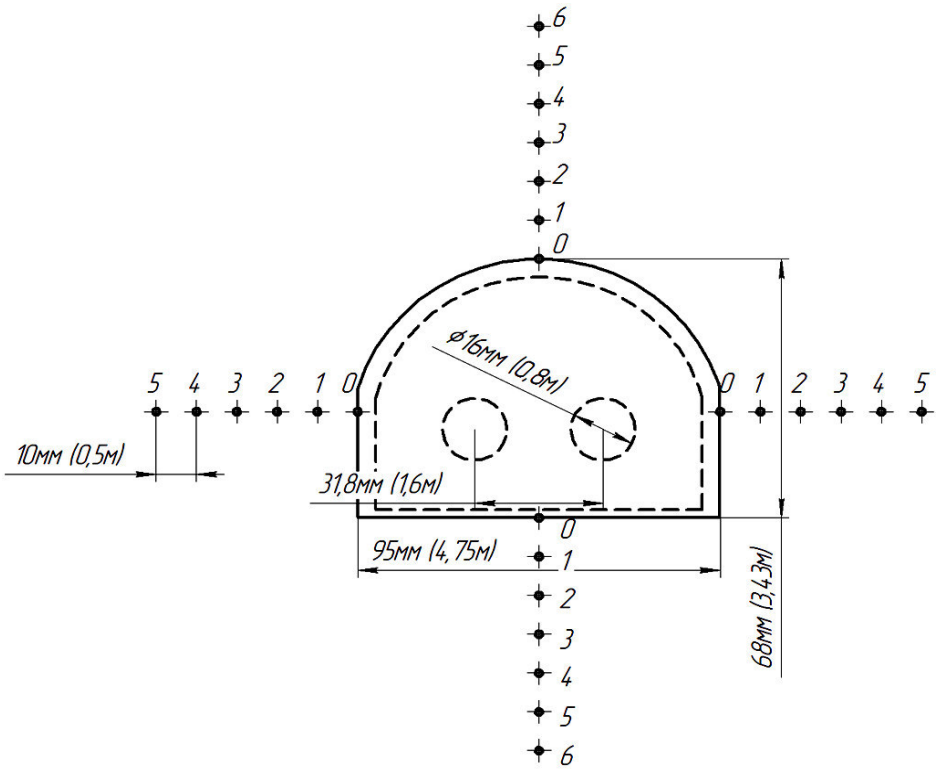


Рис. 2.4. Схема расположения реперов в моделях: 0…5 – номера реперов

Перемещения выработки с моделями, измеряемые с помощью индикаторов часового типа, визуально определить практически невозможно, поэтому аналогичного состояния выработки после испытаний не приведено.

Используя данные перемещений перемычек, по известным зависимостям определены деформации.

В частности, результаты моделирования максимальных перемещений глубинных реперов в перемычке у кровли выработки без проемных труб и с ними приведены на рисунке 2.6.

Сравнение приведенных выше результатов по перемещениям и деформациям перемычек (таблица 2.4) показывают, что максимальные погрешности первых не превышают 7,1%, вторых – 6,1%.

Следовательно, с помощью физического моделирования перемещений и деформаций в моделях перемычек установлено, что влиянием проемных труб на их НДС можно пренебречь.

В данном случае нельзя определить напряжения в перемычке без проемных труб с переходом к натуре и последующего сравнения с результатами теоретических исследований их НДС по зависимости (2.7) в виду следующих основных недостатков:

– выполнить условия подобия внешних сил является затруднительным;

– мелкомасштабные модели позволяют определить перемещения и деформации перемычек для их сравнения в некоторых точках и в одном из направлений.

Однако можно определить напряжения и перемещения в проемных трубах с точки зрения их прочности и устойчивости.

Таблица 2. 2

Геометрические и жесткостные параметры материалов моделей и натурной перемычки

Модели	Ширина выработки, B, м		Высота выработки, f, м		Толщина перемычки, h, м		Значение нагрузки, МПа
	натуры	модели	натуры	модели	натуры	модели	
Монолитная и с проемными трубами	4,75	0,095	3,44	0,068	1,0	0,02	0,18
С проемными трубами	Параметры проемных труб						
	натуры		модели		натуры		модели
	Внутренний диаметр, м		Внутренний диаметр, м		Жесткость на сжатие, $E_н H_0$, МПа·м		Жесткость на сжатие, $E_м$, H_0, МПа·м
	0,8		$1.6 \cdot 10^{-2}$		10^3		20

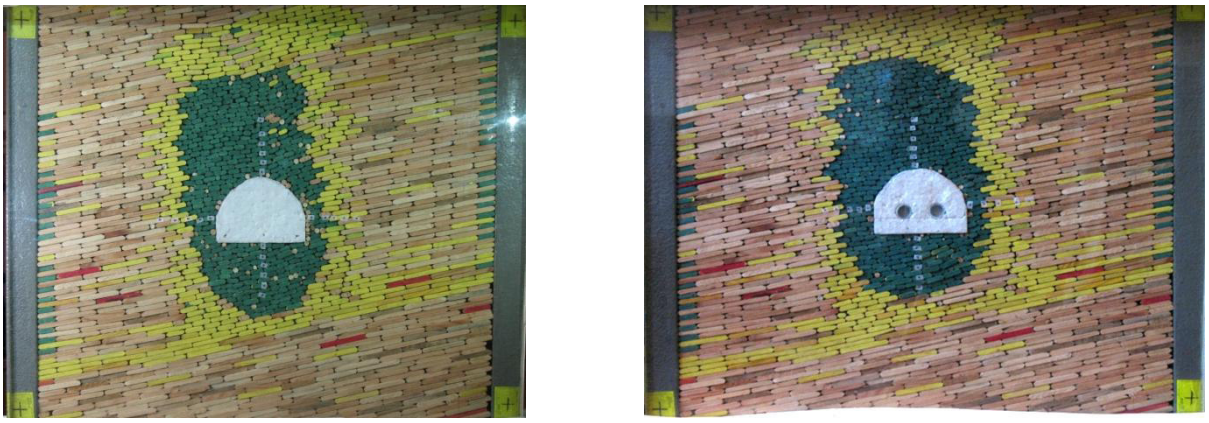
Здесь H_0 – толщина проемной трубы, м.

Таблица 2. 3

Механические характеристики материалов моделей и натурной перемычки

Наименование	Модуль упругости E,	Коэффициент	Примечание

материала	МПа		Пуассона, ν	
Пенопласт П35	модели	натуры	0,34	Основная часть перемычки
	$0{,}6\cdot10^2$	$3\cdot10^3$		
Полиэтилен НД ВП	$6\cdot10^2$	$2{,}0\cdot10^5$	0,32	Проемные трубы



а б

Рис. 2.5. Состояние выработки с моделями до испытаний:
а – без проемных труб; б – с проемными трубами

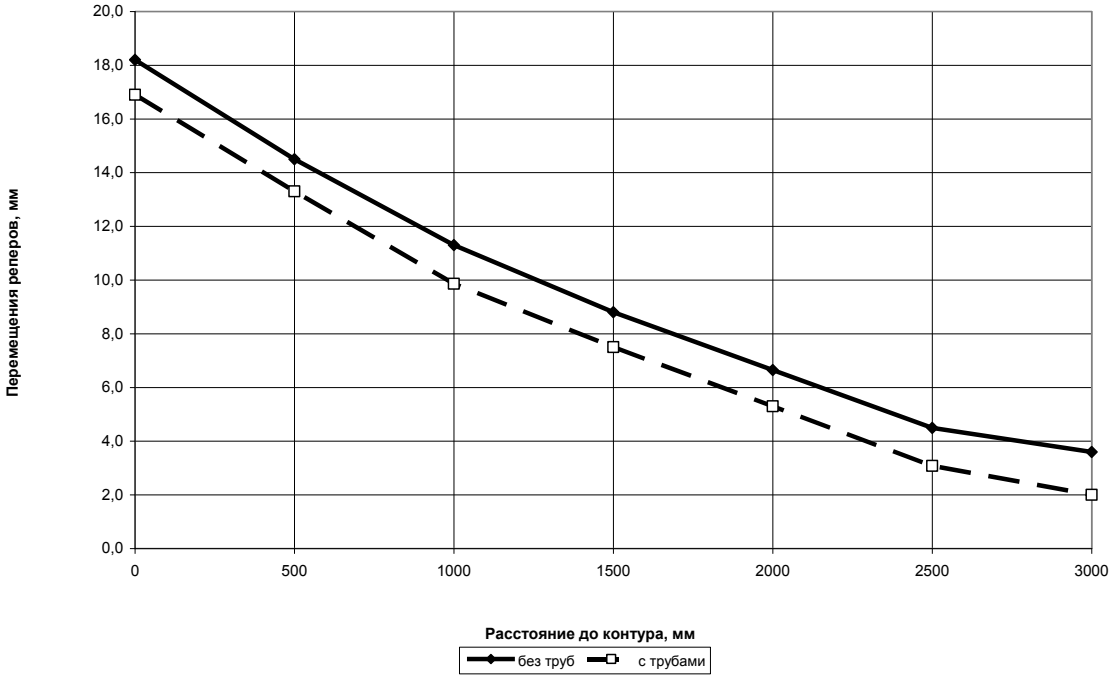


Рис. 2.6. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки от расстояния до ее контура в моделях

Нагрузка, действующая на модели перемычек от горного давления, равномерно распределена по их контуру, а ее некоторую часть, которая является неизвестной, воспринимают проемные трубы, как цилиндрические оболочки со свободными краями.

Для построения прогнозных зависимостей серии опытов планируют так, чтобы максимально охватить все необходимые условия и получить надежные результаты, для чего используют современные научные методы планирования экспериментов, например, метод латинских квадратов.

Таблица 2.4

Результаты перемещений и деформаций моделей перемычек без проемных труб и с ними

Перемещение, мм						Деформации·10^{-3}, %					
Расположение реперов						Расположение реперов					
Кровля (по вертикали)		Левая, правая боковая поверхность (по горизонтали)		Почва (по вертикали)		Кровля (по вертикали)		Левая, правая боковая поверхность (по горизонтали)		Почва (по вертикали)	
Без труб	С трубами	Без труб	С трубами	Без труб	С трубами	Без труб	С трубами	Без труб	С трубами	Без труб	С трубами
0,34	0,36	0,20	0,21	0,13	0,14	6,6	6,8	3,1	3,3	2,4	2,5
Погрешность, %											
5,6		4,8		7,1		3,0		6,1		4,0	

2.5. Метод центробежного моделирования

Метод центробежного моделирования заключается в замене гравитационных сил инерционными, создаваемыми в модели в результате ее вращения в каретке центрифуги. В принципе, метод позволяет моделировать объемное НДС пород вокруг выработок как в упругой области, так и за ее пределами.

Модель объекта, выполненную в заданном геометрическом масштабе, помещают в центрифугу и путем равномерного вращения нагружают

объемными инерционными силами, придавая тем самым породам модели некоторый фиктивный объемный вес. Это позволяет в ряде случаев для изготовления модели использовать материал, одинаковый по своим физико-механическим свойствам с материалом натуры, что создает определенные преимущества перед методом эквивалентных материалов.

Центрифуга представляет собой коромысло, укрепляемое на вертикальной вращающейся оси (рис.2.7). К нему прикрепляют съемные каретки, в которые помещаются исследуемые модели. Из условий безопасности и с учетом значительных размеров центрифуг (диаметр 3…5 м), их размещают в помещениях с массивными ограждениями, чаще всего – в подвалах.

С помощью специального устройства при работе центрифуги измеряют и контролируют скорость вращения и разворот кареток из вертикального в горизонтальное положение (при наборе скорости вращения) и обратный разворот (при снижении скорости).

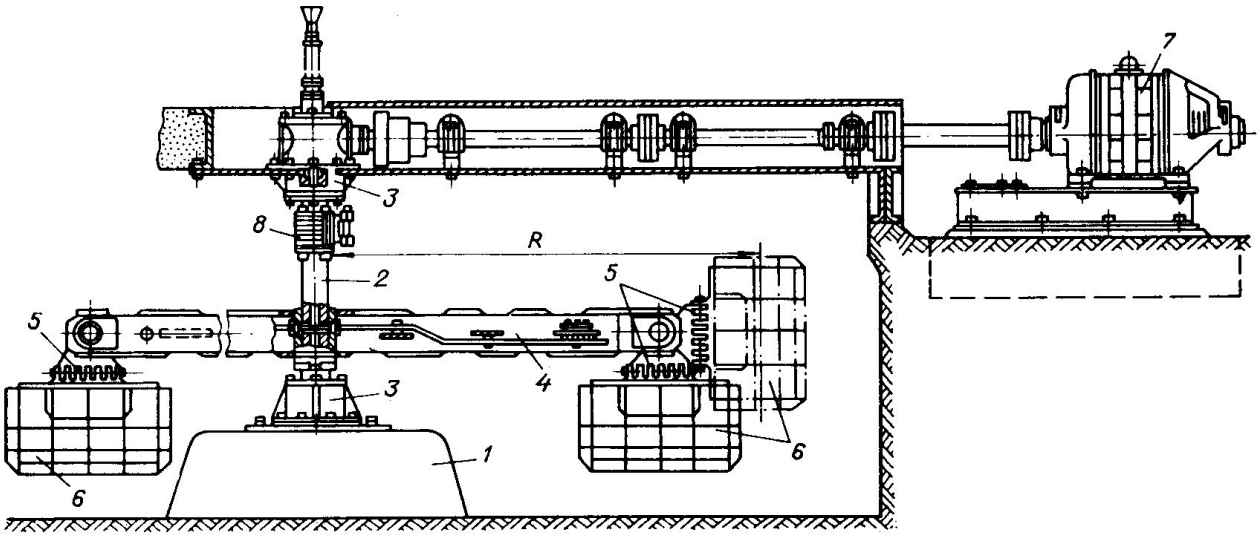


Рис. 2.4. Конструктивная схема центрифуги: 1 – фундамент; 2 – ось вращения; 3 – подшипники; 4 – коромысло; 5 – коммутаторы; 6 – каретки; 7 – электродвигатель

Наблюдения за деформациями модели ведут с помощью электрических или других тензодатчиков, аэростатических динамометров, сельсиновых пар, индикаторов часового типа и пр. датчиков, позволяющих в процессе вращения центрифуги непрерывно получать информацию на пульте управления (дистанционно). Фиксируя деформации и напряжения пород модели в различных точках, изучают таким путем закономерности процессов для моделируемых условий, а также устанавливают оптимальные параметры горно-технических объектов и сооружений по фактору устойчивости.

Для непосредственного наблюдения за макродеформациями моделей в процессе центрифугирования применяют также дистанционные фото-,

киноустановки и кино-телевизионно-стробоскопные установки, позволяющие проследить кинетику деформаций модели на кинопленке. Стробоскопы (приборы, позволяющие фиксировать быстропротекающие периодические процессы) применяют также для визуального наблюдения.

При решении задач механики горных пород с применением центробежного моделирования обычно испытывают несколько $(2 \div 6)$ идентичных моделей (моделей-близнецов), помещая их попарно в каретки центрифуги. Результаты экспериментов затем усредняют, одновременно контролируя достоверность опытов по признаку повторяемости результатов в пределах случайных отклонений, т. е. воспроизводимости эксперимента.

Метод центробежного моделирования с успехом и большой степенью надежности применяют при решении задач, связанных с определением размеров устойчивых потолочин камер, оптимальной формы и параметров бортов карьеров и отвалов, давления обрушенных пород на днища очистных блоков, влияния длительной нагрузки на крепь капитальных выработок, пройденных в пластичных глинистых породах и др. Использование специальных устройств позволяет моделировать в центрифуге одновременное действие статического поля напряжений и динамического поля, создаваемого при взрывных работах.

Достоинством центробежного моделирования является то, что это единственный из методов моделирования, в котором, благодаря использованию натуральных горных пород, соблюдается соответствие между размерами частиц и молекул. Для некоторых задач это имеет важное значение. Условия подобия статических процессов. Как уже указывалось выше, при рассмотрении метода эквивалентных материалов для обеспечения механического подобия процессов, связанных с устойчивостью пород при обнажении необходимо соблюдать соотношение (2.12).

Изучение многих физических явлений удобно проводить на естественных материалах. В этом случае физико-механические свойства среды остаются постоянными. Поэтому для сохранения условий инвариантности формулы (2.13) следует положить, что $N_м = N_н$, а $\gamma_м \neq \gamma_н$.

Не изменяя физико-механических свойств материала натуры, величину $\gamma_м$ можно увеличить за счет инерционных сил, подвергая модель движению с некоторым ускорением a. Тогда, согласно выражению (2.9), получаем

$$\gamma_м = \rho a; \qquad \gamma_н = \rho g,$$

где a – полное ускорение какой-либо точки модели на центрифуге, равное сумме тангенциального и нормального ускорений, т.е. $a = a_\tau + a_n$;

ρ – плотность материала модели.

Подставив значения $\gamma_м$ и $\gamma_н$ в выражение (2.9), получим

$$a = g \cdot C_\ell. \qquad (2.20)$$

Следовательно, основное правило центробежного моделирования статических процессов состоит в том, чтобы в том, чтобы на модель действовали объемные силы, превосходящие силы тяжести во столько раз, во сколько раз модель меньше исследуемой области в натуре.

Если модель размещена на центрифуге с вертикальной осью, то скалярная величина полного ускорения должна равняться выражению

$$a = \sqrt{g^2 + \omega^4 R^2} \ , \tag{2.21}$$

где ω – угловая скорость вращения;

R – расстояние рассматриваемой точки модели от оси вращения;

g – ускорение силы тяжести.

Используя формулу (2.21) нетрудно подобрать угловую скорость вращения ω в соответствии с принятым масштабом моделирования. Из формул (2.20) и (2.21) получаем

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \cdot \sqrt[4]{C_\ell^2 - 1}, \tag{2.22}$$

откуда частота вращения центрифуги

$$n = \frac{30}{\pi} \sqrt[4]{\frac{g(C_\ell - 1)}{R^2}} \tag{2.23}$$

Как видно из формулы (2.22), для соблюдения условия подобия необходимо, чтобы различные точки модели, расположенные на одной линии по радиусу, вращались с различной угловой скоростью в соответствии с расстоянием их от оси вращения, что практически не осуществимо.

Если обозначить размер модели в направлении R равным h, то согласно выражению (2.21)

$$a + \Delta a = \sqrt{g^2 + \omega^4 (R + h)^2}, \tag{2.24}$$

где Δa – приращение ускорения в пределах высоты модели h.

При условии $\Delta a << a$, $h << R$ и $\omega^2 R >> g$, будем иметь с известным приближением

$$\Delta a = \omega^2 h \tag{2.25}$$

В этом случае относительная ошибка ускорений по высоте модели будет

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\omega^2 h}{\omega^2 R} = \frac{h}{R}. \qquad (2.26)$$

Очевидно, что отношение $\frac{h}{R}$ при моделировании на центрифуге не может быть достигнуто очень малым, и относительная ошибка в величине ускорения может оказаться заметной.

В связи с этим при моделировании на центрифуге имеют место некоторое допущение и отступление от идеальных условий моделирования. Как показала практика проведения экспериментов, влияние этих допущений на точность моделирования будет минимальным, если размеры модели незначительны по сравнению с радиусом вращения *R*. Поэтому необходимо строить или очень малую модель, или очень большую центрифугу. Но уменьшение модели имеет свои пределы, определяемые точностью способов изготовления модели, однородностью употребляемых материалов и чувствительностью измерительной аппаратуры.

Исходя из практических соображений и имеющегося опыта считают, что наиболее реальные размеры радиуса вращения центрифуги *R* лежат в пределах от 2 до 3 м.

Профессор Г.И. Покровский считает, что ошибка наблюдений в результате принятых допущений будет расти прямо пропорционально масштабу геометрического подобия, т.е.

$$\delta_н = \delta_{из} C_\ell, \qquad (2.27)$$

где $\delta_н$ – среднеквадратичная ошибка наблюдений;

$\delta_{из}$ – среднеквадратичная ошибка принятого метода измерения;

C_ℓ – геометрический множитель подобия.

Из этих соображений считают, что центробежное моделирование годится в основном для исследования статических или почти статических задач распределений напряжений и деформаций.

Как указывалось выше, методом центробежного моделирования успешно были решены некоторые статические задачи в грунтах, связанные с устойчивостью откосов, осадкой зданий и сооружений, распределением напряжений под фундаментами и т.д. Известно, что грунт, значительно увлажненный и подвергнутый действию тех или иных сил, приходит в то или иное окончательное состояние не сразу. Это вызывается тем, что при сжатии сильно увлажненного грунта вода, находящаяся в нем, должна перемещаться. Однако, как указывает проф. Н.М. Герсеванов, для стабилизации мелкозернистого грунта с малым коэффициентом фильтрации могут потребоваться десятки лет. Очевидно, при сохранении столь длительных сроков стабилизации в лабораторных опытах моделирование физических процессов, связанных со стабилизацией, утратило бы всякий смысл. Однако

применение центробежного моделирования весьма ускоряет процесс стабилизации. Действительно, при центробежном моделировании все напряжения, а, следовательно, и давление на воду воспроизводятся в соответствии с действительностью. Вместе с тем все линейные размеры, а значит и длина фильтрационных каналов в модели в C_ℓ раз меньше, чем в действительности. Отсюда, применяя закон Дарси для движения вязкой жидкости, получим, что скорость фильтрации равна

$$\left.\begin{aligned} v_н &= K_н \frac{\Delta p_н}{l_н}; \\ v_м &= K_м \frac{\Delta p_м}{l_м}, \end{aligned}\right\} \qquad (2.28)$$

где K – коэффициент фильтрации;

Δp – разность давления на участке фильтрации длиной ℓ.

Так как модель изготавливается из материала натуры, то $K_к = K_м$. Кроме того, как указывалось выше, $\Delta p_н = \Delta p_м$, а $\ell_н = \ell_м \cdot C_\ell$.

Тогда из выражений (2.28) получим

$$v_м = v_н \cdot C_\ell. \qquad (2.29)$$

Следовательно, скорости фильтрации на модели должны быть во столько раз больше скорости фильтрации в натуре, во сколько раз линейные размеры модели меньше исследуемой области в натуре.

Что же касается масштаба времени, то исходя из формул

$$\left.\begin{aligned} \tau_н &= \frac{l_н}{v_н}; \\ \tau_м &= \frac{l_м}{v_м}, \end{aligned}\right\} \qquad (2.30)$$

получим после соответствующих преобразований

$$\tau_м = \frac{\tau_н}{C_\ell^2}. \qquad (2.31)$$

Таким образом, все процессы, связанные с фильтрацией и вообще с вязкими деформациями, ускоряются при центробежном моделировании в $\tilde{N}_\ell^2$ раз. Следовательно, задачи, связанные со стабилизацией влажных грунтов, вполне могут быть исследованы методом центробежного моделирования.

Условия подобия динамических процессов. Сейсмические и сейсмовзрывные процессы могут быть в некоторых случаях воспроизведены и изучены на моделях с применением метода центробежного моделирования. При этом все возможные случаи можно разделить на две группы:

общее сейсмическое воздействие, когда источник возмущения находится далеко от изучаемого объекта (землетрясение, сейсмовзрывное действие отдаленных взрывов);

местное сейсмовзрывное действие, когда источник возмущения находится от изучаемого объекта в непосредственной близости.

Основными параметрами статического процесса являются: ускорение $a_н$, период колебаний $T_н$ и смещение $S_н$.

Ускорение $a_н$ при сейсмическом воздействии имеет не самостоятельное значение, а сопоставляется с величиной, определяющей устойчивость и прочность исследуемых объектов. Такой величиной является ускорение $g_м$, заменяющее ускорение силы тяжести $g_н$ на модели. На основании условий подобия механических систем можно записать

$$g_м = g_н \cdot C_\ell . \tag{2.32}$$

Чтобы обеспечить на модели те же условия устойчивости при систематическом воздействии, какие имеются в натуре, необходимо выполнить условие

$$\frac{a_м}{g_м} = \frac{a_н}{g_н}. \tag{2.33}$$

На основании этих выражений

$$a_м = a_н \cdot C_\ell . \tag{2.34}$$

Ускорение $a_н$ при землетрясениях от 1 до 12 баллов обычно составляет $(\frac{1}{1000} - \frac{1}{10})\, g_н$. Период колебаний также изменяется в широких пределах – от нескольких сотых долей секунд до нескольких секунд. Если допустить, что сейсмические колебания имеют синусоидальный характер (гармонические колебания), то смещения могут быть определены по формуле

$$S_н = \frac{T_н^2}{4\pi^2} a_н . \tag{2.35}$$

Основываясь на условии геометрического подобия и используя выражения (2.34) и 2.135), определим масштаб моделирования периода колебаний

$$T_м = 2\pi\sqrt{\frac{S_м}{a_м}} = 2\pi\sqrt{\frac{S_н}{a_н C_l^2}} = \frac{T_н}{C_l}. \qquad (2.36)$$

Если модель изготовлена из материала натуры, то скорости распространения продольных и поперечных волн в натуре и на модели будут одинаковыми.

Тогда длина волн

$$\lambda_м = CT_м; \quad \lambda_н = CT_н,$$

где C – скорость распространения деформаций.

На основании изложенного с учетом выражения (136) следует

$$\frac{\lambda_н}{\lambda_м} = \frac{T_н}{T_м} = C_\ell.$$

Основным исходным условием при технической реализации критериев моделирования сейсмических воздействий следует считать вопрос о направлении действия ускорения $a_н$. Таким направлением, как показывает практика, следует считать горизонтальное, при котором наблюдается наиболее сильное разрушение. Для решения такой задачи можно применить так называемую «маятниковую» подвеску каретки с моделью (рис. 2.8).

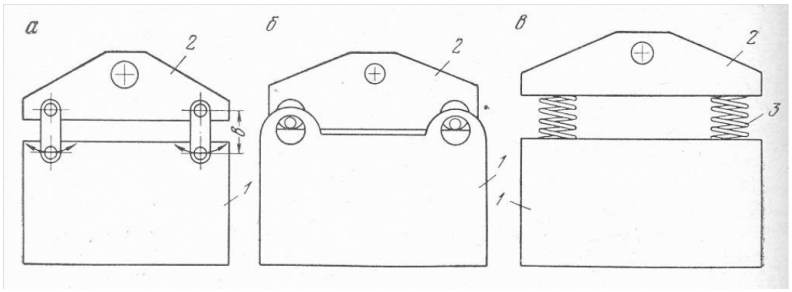


Рис. 2.8. Способы подвески каретки:
а) – «маятниковый»; б – обеспечивающий малый период колебаний;
в) – пружинный; 1 – каретка; 2 – подвесное устройство; 3 – пружина

Чтобы обеспечить заданный период колебаний, необходимо длину качающихся подвесок b определить исходя из закона качания математического маятника

$$T_м = 2\pi\sqrt{\frac{b}{g_м}}.$$

Принимая во внимание масштабы моделирования $T_м$ (2.36) и $g_м$ (2.32) получаем

$$b = \frac{N_н^2}{4\pi C_\ell}.$$

Если, например, $T_н$ = 3,16 с, $g_н$ = 10 м/с^2, $C_\ell = 100$, то b = 2,5 см, что технически вполне осуществимо. Однако, если задаться $T_н$ = 1 с, то b = 0,25 см, то в этом случае конструкция подвески каретки может быть выполнена по схеме (рис. 2.8 , б), где $b = 2(R - r)$(R – радиус отверстия, r – радиус валика, вложенного в отверстие).

Для придания модели вертикальных колебаний применяют пружинную подвеску каретки (рис.2.8, в). Первоначальное удлинение пружины, которое затем обеспечивает колебательный процесс модели, должно равняться

$$S_{пр.} = \frac{g_н T_н^2}{4\pi C_\ell} = b.$$

При этом коэффициент жесткости пружины должен быть

$$\kappa = 4\pi^2 \frac{G_м \cdot C_\ell^2}{g_н T_н^2},$$

где $G_м$ – вес модели вместе с кареткой.

Приведение каретки с моделью в колебательное движение заключается в том, что заранее, до подвески к коромыслу центрифуги, каретка выводится из положения равновесия в ту или другую сторону и удерживается в этом положении стопорным устройством, управляемым с пульта экспериментальной установки.

В некоторых случаях стопорные механизмы могут быть заменены устройствами для активной раскачки каретки при ее вращении энергией взрыва заряда взрывчатого вещества соответствующего веса.

Условия подобия действия взрыва при применении метода центробежного моделирования весьма подробно изложены в научных трудах проф. Г.И.Покровского. Ниже приводятся условия подобия в общем виде при моделировании различных видов действия взрыва.

При действии взрыва в грунте возникают в очень короткий отрезок времени (10^{-4} с) огромные давления взрывной волны, иногда превышающие 10^6 МПа. Существующие расчетные формулы в основном базируются на эмпирическом материале и не отвечают действительной картине физических явлений, протекающих при взрыве в дисперсных системах. Поэтому применение моделирования для столь сложных явлений может дать особый эффект.

На основании термодинамического критерия проф. Г.И. Покровский устанавливает следующие условия подобия при моделировании взрыва в горных породах:

1) геометрическое подобие

2)

$$\frac{\ell_н}{\ell_м} = C_\ell;$$

2) силовое подобие

$$\frac{f_н}{\mu_н W_н^2} = \frac{f_м}{\mu_м W_м^2}, \tag{2.37}$$

на основании которого имеем $W_н = W_м$;

3) подобие критерия Коши

4)

$$\frac{1}{Co_н} = \frac{1}{Co_м}; \tag{2.38}$$

на основании которого должно быть $E_н = E_м$, так как

$$Co = \frac{\rho W^2}{E};$$

4) подобие критерия Фруда

$$\frac{1}{Fr_í} = \frac{1}{Fr_ì}, \tag{2.39}$$

на основании которого должно быть $W_м = \frac{W_н}{\sqrt{C_\ell}}$, поскольку при $\ell_н = C_\ell \ell_м$ имеет место $\frac{g_í \ell_í}{W_í^2} = \frac{g_ì \ell_ì}{W_ì^2}$;

5) подобие критерия Эйлера

$$\frac{p_{iн}}{E_н} Eu_н = \frac{p_{iм}}{E_м} Eu_м, \tag{2.40}$$

на основании которого получим $W_н = W_м$, так как имеем из условия подобия и значении критерия Эйлера

$$Eu = \frac{dp}{\omega_0 \rho W^2},$$

где f – энергия взрывчатых газов;
W – скорость движения разрушенной массы;
p_i – давление в элементе объема ΔV_i;
μ – масса моля газа;

На первый взгляд, исходя из приведенных зависимостей (2.37)-(2.40) при одном и том же материале модели и натуры и аналогичном составе взрывчатых веществ добиться полного подобия невозможно. Однако, при центробежном моделировании, в связи с увеличением ускорения силы тяжести $g_м$ по сравнению с $g_н$ в C_ℓ раз, никаких изменений материала натуры в модели для достижения полного подобия не требуется – достаточно выполнить требования геометрического подобия.

Вместе с тем данный метод имеет и ряд недостатков. Один из них – отсутствие однородности механического силового поля, т.к. вследствие ограниченного радиуса центрифуги силовые линии и эквипотенциальные поверхности в модели непараллельны. Кроме того, с удалением от центра тяжести модели в ту или иную сторону по ее высоте изменяется эффективный радиус вращения, соответственно, изменяется и масштаб моделирования. Указанное обстоятельство и технические возможности ограничивают предельные размеры моделей по высоте, а, следовательно, и возможные глубины моделируемой толщи пород.

При центробежном моделировании также крайне затруднительно, а иногда и совсем невозможно, воспроизводить слоистые толщи разнородных по составу и свойствам пород, большие технические трудности представляет и воспроизведение в модели перемещения забоя во времени, что ограничивает область эффективного применения данного метода, поэтому в ряде случаев возникает необходимость обращения к другим методам моделирования.

2.6. Подобие при оптическом методе

При изучении оптических явлений с помощью оптического метода необходимо так же, как при других методах моделирования физических явлений, соблюдать подобие соответственных одноименных параметров и комплексов. Установление связей между константами подобия и выявление критериев подобия находят из анализа размерностей самых общих уравнений, описывающих изучаемое явление. Поэтому в зависимости от постановки задачи: изучается ли процесс резания, удара или статического давления, для

каждого процесса должны быть установлены значения критериев и множителей подобия.

Например, при моделировании задач в стадии упругого деформирования, связанных с установлением общей картины напряженно-деформированного состояния массива горных пород при разработке месторождений полезных ископаемых, необходимо обеспечить условия подобия и применять для перехода от модели к натуре исходя из зависимостей, приведенных в табл. 2.5.

Временное условие подобия определяется исходя из выражения

$$C_\tau = \frac{C_\eta}{C_v C_l}, \tag{2.41}$$

где $C_\eta = \frac{\eta_н}{\eta_м}$ – множитель подобия вязкости.

Выполнение граничных условий достигается при равенстве коэффициентов бокового распора:

$$\lambda_н = \lambda_м . \tag{2.42}$$

При моделировании задач горной механики в стадии пластического деформирования горных пород помимо требований геометрического и силового подобия, приведенного в табл.16.1, должны быть выполнены дополнительные требования:

Таблица 2.5

Подобия при оптическом методе

Действующие нагрузки	Условия подобия		
	смещения	деформации	напряжения
Объемные силы тяжести	$C_u = C_l^2 C_v C_E$	$C_\varepsilon = C_i C_v C_E$	$C_\sigma = C_l C_v$
Объемные центробежные силы	$C_u = \frac{C_l^2 C_v}{K_{Ö}} C_E$	$C_\varepsilon = \frac{C_i C_v}{K_{Ö}} C_E$	$C_\sigma = \frac{C_l C_v}{K_{Ö}}$
Распределенная нагрузка по площади	$C_u = C_l C_{Å} C_s$	$C_\varepsilon = C_s C_v$	$C_\sigma = C_s$
Распределенная нагрузка по длине	$C_u = C_q C_E$	$C_\varepsilon = \frac{C_q C_E}{C_l}$	$C_\sigma = \frac{C_q}{C_l}$
Сосредоточенные силы	$C_u = \frac{C_p C_E}{C_l}$	$C_\varepsilon = \frac{C_p C_E}{C_l^2}$	$C_\sigma = \frac{C_p}{C_l^2}$

Примечание. $K_{\text{Ц}}$ – масштаб центрифугирования; $K_{\text{Ц}} = \dfrac{R_{Ц}}{q}\varpi^2$,
$R_{\text{Ц}}$ – радиус вращения; ϖ – угловая скорость;
q – ускорение силы тяжести.

$$\eta_{\text{м}} = \eta_{\text{н}}, \qquad \mu_{\text{м}} = \mu_{\text{н}}. \tag{2.43}$$

Кроме того, должны быть подобными кривые $\sigma - \varepsilon$ для материалов модели и натуры.

Метод фотопластичности основан на способности полимерных материалов переходить при определенных условиях напряжений из упругого состояния в пластическое и сохранять остаточные деформации после снятия внешних нагрузок. Поэтому при фотопластичности в основном используют модели с «замораживанием» напряжений.

Моделировать ползучесть массива горных пород более сложно, чем процессы упругого или пластического деформирования, так как необходимо соблюдать условия подобия как в первый момент после нагружения, так и в процессе ползучести. Условия подобия определяются исходя из анализа уравнений равновесия, соотношений Коши, связывающих напряжения с деформациями, граничных условий совместности деформаций и уравнений состояния.

Как показали исследования, масштаб напряжений в области линейной ползучести не зависит от параметров, характеризующих физико-механические свойства среды. Он определяется, как в случае упругой задачи, соотношением

$$C_\sigma = \frac{C_p}{C_l^2}. \tag{2.44}$$

Коэффициенты силового и геометрического подобия могут быть произвольными. Обычно их выбирают исходя из удобства проведения экспериментов.

Дополнительные критерии подобия, связанные с реологическими свойствами горных пород, выводят в зависимости от принятого уравнения состояния, анализируя размерности. Например. для уравнения линейно-наследственной ползучести Больцмана-Вольтерра:

$$\varepsilon_\tau = \frac{\sigma(\tau)}{E} + \int_0^\tau L_{(\tau - v)}\sigma_{(v)} d_v, \tag{2.45}$$

$$\sigma_{(\tau)} = E\varepsilon_{(\tau)} - \int_0^{\tau} R_{(\tau-v)}\varepsilon_{(v)}dv\,. \qquad (2.46)$$

На основании аппроксимирующей функции определяются ядра ползучести $L_{(\tau-v)}$ и релаксации $R_{(\tau-v)}$ и реологические параметры α и β уравнения состояния.

В этом случае дополнительными требованиями являются

$$(\alpha_{\text{м}}) = (\alpha_{\text{н}}) \qquad (2.47)$$

и $$(\delta\tau^{1-\alpha})_{\text{м}} = (\delta\tau^{1-\alpha})_{\text{н}}, \qquad (16.93)$$

где α – безразмерный параметр; δ – имеет размерность $C^{\alpha-1}$.

Сходственные моменты времени, когда поля напряжений в натуре и модели подобны, определяют из условия

$$\tau_{\text{н}} = \left(\frac{\delta_{\text{м}}}{\delta_{\text{н}}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tau_{\text{м}} \qquad (2.48)$$

Для ядра в виде дробно-экспоненциальной функции (ядра Работнова) критерии подобия

$$(\alpha)_{\text{м}} = (\alpha)_{\text{н}} \qquad (2.49)$$

Масштаб времени определяют на основании

$$C_{\tau} = \frac{\tau_{\text{он}}}{\tau_{\text{ом}}} = \left(\frac{\beta_{\text{м}}}{\beta_{\text{н}}}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}, \qquad (2.50)$$

где τ_0 – время ретардации (последствия), которое принимается за единицу измерения,

$$\tau_0 = \frac{1}{(-\beta)^{\frac{1}{\alpha+1}}}. \qquad (2.51)$$

При изучении напряженно-деформированного состояния массива горных пород и крепи выработок в натурных условиях известное применение получил метод фотоупругих элементов и покрытий.

Для измерения напряжений и деформаций исследуемого объекта на его поверхность наносят или наклеивают тонкий слой оптически чувствительного материала – фотоупругого покрытия, который деформируется упруго независимо от характера деформирования исследуемого объекта. Измерение разности хода поляризованных лучей в покрытии позволяет определить на основании основного закона фотомеханики, разность главных деформаций или разность главных напряжений и их направления в исследуемой точке.

Связь между напряжениями в исследуемом объекте и фотоупругом покрытии определяется зависимостью

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{E_{\Pi}(1-\mu^2)}[(1-\mu_{\Pi}\mu)\sigma_{1\Pi.2\Pi} - (\mu_{\Pi}-\mu)\sigma_{2\Pi.1\Pi}]. \qquad (2.52)$$

Для раздельного определения главных напряжений $\sigma_{1\Pi}$ и $\sigma_{1\Pi}$ или главных деформаций применяют известные в фотомеханике методы – интегрирования уравнений равновесия плоской задачи, косого (наклонного) просвечивания покрытия, электроаналогии, а также способы измерения поперечных деформаций и абсолютных разностей хода с помощью квантовых оптических генераторов (лазеров).

При разделении напряжений с помощью наклонного просвечивания фотоупругого покрытия возможны два случая: одно нормальное и одно наклонное просвечивание либо только два наклонных. В первом случае напряжения определяют из выражений:

$$\sigma_{1\Pi} = \frac{1}{2tC_{\sigma}}\left(\frac{\Gamma_{\theta 1}Cos\theta - \Gamma Cos^2\theta}{1-Cos^2\theta}\right); \qquad (2.53)$$

$$\sigma_{2\Pi} = \frac{1}{2tC_{\sigma}}\left(\frac{\Gamma_{\theta 1}Cos\theta - \Gamma}{1-Cos^2\theta}\right),$$

во втором

$$\sigma_{1\Pi,2\Pi} = \frac{1}{2tC_{\sigma}}\left(\frac{\Gamma_{\theta 1,\theta 2} + \Gamma_{\theta 1,\theta 1}Cos^2\theta}{1-Cos^4\theta}\right)Cos\theta, \qquad (2.54)$$

где θ – угол наклонного просвечивания.

При исследовании объектов, находящихся в условиях плоско-напряженного состояния, компоненты деформаций и напряжений определяют с помощью наклейки двух фотоупругих датчиков в непосредственной близости друг от друга, что при отсутствии высоких градиентов деформаций соответствует измерению напряжений в одной точке исследуемого объекта, при

этом один датчик наклеивают по всей площади, а второй – лишь по концам, аналогично наклейке одноосного фотоупругого тензометра.

Определение параметра изоклины φ и относительной разности хода поляризованных лучей Γ_1 в первом датчике в сочетании с измерениями относительной разности хода лучей Γ_2 во втором датчике позволяют найти компоненты тензора напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, а также главные нормальные напряжения σ_1, σ_2.

Если источник в полярископе излучает белый свет, то модель и анализатор после прохождения лучей света через поляризатор получают на экране изображение, окрашенное в различные цвета светового спектра. При этом каждая цветная полоса представляет собой геометрическое место точек с одинаковой оптической разностью хода Γ и, следовательно, с одной и той же разностью главных нормальных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$, полуразность которых представляет собой максимальное касательное напряжение, определяемое по зависимости (2.54).

Таким образом, цветные полосы на экране полярископа представляют собой линии равных максимальных касательных напряжений исследуемой модели. Эти линии называют **изохромами**. Картину изохром, получаемую в поле анализатора, можно визуально наблюдать и фотографировать (рис. 2.9,а).

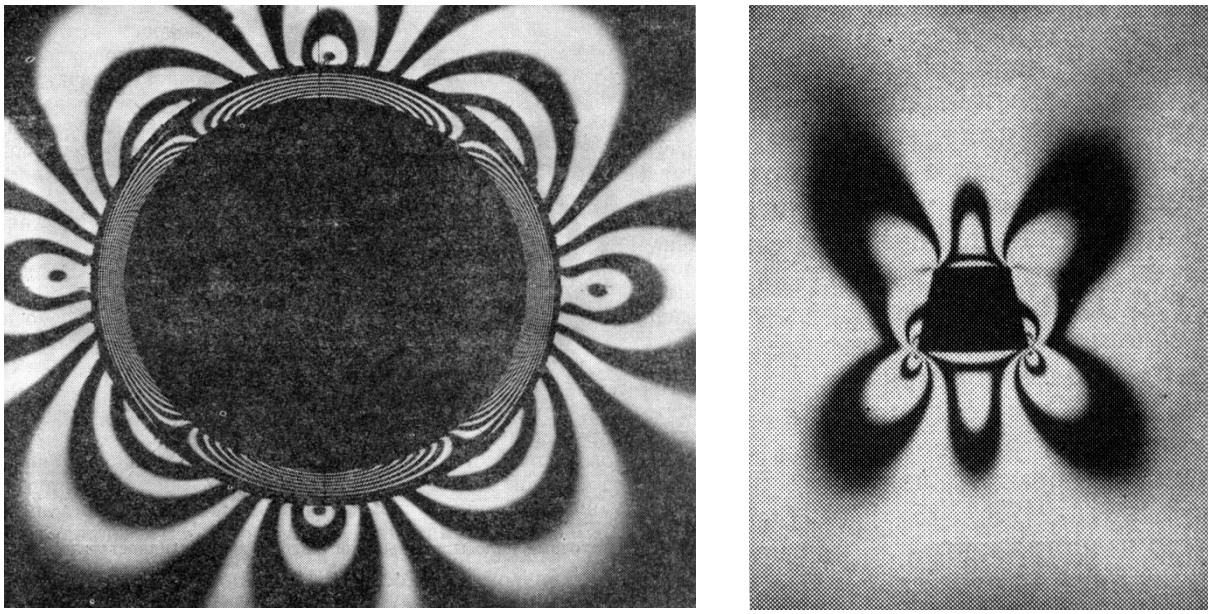


Рис. 2.9. Изохроматическая картина полос в оптических моделях:
а) кольцевая крепь; б) крепь трапециевидной формы.

В некоторых точках исследуемой модели плоскость колебания луча совпадает с направлением какого-либо из главных нормальных напряжений. В таких точках двойного лучепреломления не происходит. Если плоскости поляризации поляризатора и анализатора взаимно перпендикулярны, т.е.

скрещены, то лучи в указанных выше точках модели через анализатор не проходят. В результате на экране появляются черные линии, пересекающие цветную картину изохром. Эти линии суть геометрических мест точек, в которых направления главных нормальных напряжений параллельны между собой. Такие линии называют изоклинами.

Поворачивая скрещенные поляризатор и анализатор на различные углы, получают систему изоклин, позволяющую определить направления главных нормальных напряжений в любой точке модели. По изоклинам строят траектории главных напряжений, называемые изостатами.

При просвечивании напряженной модели темные пятна образуются также в точках, свободных от напряжений, и в точках, где главные напряжения равны между собой. Эти точки называют изотропными или особыми. Особые точки определяют структуру изохром и изоклин и поэтому имеют важное значение при исследовании распределения напряжений в модели.

Если требуется исключить появление на экране изоклин, то вместо плоской поляризации света используют круговую. Для этого в полярископе конструктивно предусмотрены пластинки из слюды такого же диаметра, как и у поляроидов. Одну из них вводят в оптическую систему позади поляризатора (относительно источника света), другую – впереди анализатора. Для света, поляризованного по кругу, все направления в модели, на которую он падает, равноценны, поэтому по изостатическим направлениям луч не погасает.

Кроме белого, при исследовании распределения напряжений в модели используется также монохроматический свет с определенной длиной волны, что значительно облегчает количественный анализ напряжений в различных точках модели. Для этого применяют натриевые или ртутные лампы со светофильтрами. Обычно выделяют зеленую линию светового спектра с длиной волны $\lambda = 546$ мкм. Если напряженную модель просвечивать монохроматическим светом, то на экране вместо цветной картины изохром получается чередующийся ряд темных и светлых полос (рис. 2.9, б), причем в тех точках, где разность хода равна четному числу полуволн (т.е. целому числу волн), происходит погасание света, и образуются темные полосы; в тех же точках, где разность хода равна нечетному числу полуволн, проходящий свет достигает наибольшей интенсивности и наблюдаются светлые полосы.

Подсчитав число полос, которые прошли через исследуемую точку модели при ее нагружении легко определить оптическую разность хода, а по ней - максимальное касательное напряжение в этой точке.

Однако в соответствии с основным законом фотоупругости для этого необходимо знать оптический коэффициент напряжений C_σ, который является показателем относительной чувствительности оптически активных материалов. Коэффициент C_σ устанавливают путем испытания контрольных образцов в режиме растяжения, сжатия или чистого изгиба. Он имеет размерность, обратную размерности напряжения; обычно его выражают в брюстерах, причем $1 \cdot 10^{-7}$ см^2/кгс = 0,98 брюстера.

Имея данные о коэффициенте C_σ, определяют оптическую разность хода $Г$ и далее переходят к величинам $\sigma_1 - \sigma_2$ и τ_{max}. Для этого применяют различные способы. Один из них – способ полос - в общих чертах описан выше. Этот способ применяют для моделей из материалов с высокой оптической чувствительностью. Он довольно прост и обеспечивает точность, достаточную для практических целей. Другим является способ сопоставления цветов по цветной картине изохром, получаемой при просвечивании модели белым светом. Для определения по картине изохром значения оптической разности хода Г используют шкалу цветов или таблицу цветов Ньютона. Определив цвет и порядок изохромы в данной точке модели и установив по таблице соответствующую разность хода, вычисляют значение $\sigma_1 - \sigma_2$.

Данный способ менее точен, чем предыдущий, так как включает в себя цветовую ошибку индивидуального наблюдателя.

Более точным является способ компенсации, предусматривающий использование специального прибора – компенсатора. Принцип этого способа состоит в том, что на разность хода лучей, создаваемую моделью, компенсатором накладывается разность хода, равная по значению, но обратная по знаку. Результирующая разность хода оказывается нулевой, т.е. при скрещенных поляроидах в исследуемой точке модели происходит затемнение.

Однако конечной задачей является раздельное получение значений главных напряжений в каждой точке модели. Способы разделения главных напряжений основаны на использовании дифференциальных уравнений равновесия с привлечением при определениях картин изохром и изостат.

При решении задач о напряжениях, которые не могут быть сведены к плоским, применяют объемные модели. Для нахождения напряжений в какой-либо внутренней области объемной модели выделяют эту область так, чтобы по пути прохождения светового луча напряженное состояние практически не менялось. Основные способы решения объемных задач: а) способ, основанный на использовании свойств оптически чувствительных материалов моделей фиксировать («замораживать») оптический эффект; б) способ рассеянного света; в) способ оптически чувствительных вклеек.

Наибольшее распространение получил первый способ – «замораживание» с последующей распиловкой объемной модели на тонкие срезы толщиной (1…3) мм. Он основан на открытом Г. Оппелем в 1936 г. эффекте сохранения картины полос некоторыми оптически чувствительными материалами, обусловленном особенностями их двухфазной молекулярной структуры. Сперва модель нагружают при повышенной температуре; затем, не убирая нагрузки, постепенно охлаждают до комнатной. При снятии нагрузки деформации, полученные при повышенной температуре, остаются, соответствующее им двойное лучепреломление также сохраняется. Температуры «замораживания» различных оптически чувствительных материалов колеблются в пределах (80…150)°С.

В последние годы метод фотоупругости все шире применяют и для решения динамических задач. При этом возникающие в моделях

интерференционные картины дают возможность безинерционно исследовать распространение волн напряжений на всех стадиях динамического процесса. Поляризационно-оптическое исследование динамических явлений связано с особенностями моделирования, техники регистрации быстропротекающих процессов, определения зависимости между механическими и оптическими величинами и выбора методов разделения напряжений. В частности, для применяемых материалов необходимо оценивать влияние вязкоупругих свойств с точки зрения погрешности в определении напряжений и деформаций. Для регистрации интерференционных картин применяют высокоскоростные камеры, в качестве источников света используют обычно газоразрядные импульсные лампы.

Моделирование динамических нагрузок осуществляют с помощью копров различных конструкций, а также взрывов специальных зарядов.

Для разделения напряжений одновременно с регистрацией картин полос производят запись деформаций в модели с помощью тензометрических или геометрических (муар, голография, сетки) методов.

Другое направление связано с использованием метода фотомеханики при изучении деформирования пород в условиях проявления неупругих деформаций, в частности деформаций пластичности и ползучести. В этом случае речь идет об эффекте фотопластичности и фотоползучести применяемых оптически чувствительных материалов.

При моделировании динамических процессов, а также напряженного состояния объектов с учетом деформаций пластичности и ползучести в отличие от статических задач необходимо добиваться соответствия реологических свойств натуры и материала модели.

Таким образом, оптическое моделирование позволяет получить весьма наглядное представление о поле напряжений в массиве пород вокруг выработок любой конфигурации. Даже качественная картина распределения напряжений иногда позволяет сделать важные заключения и выводы, выделить наиболее и наименее напряженные участки, наметить пути достижения оптимального распределения напряжений.

Контрольные вопросы

1. Какие имеются этапы решения задач в геомеханике?
2. Приведите основные теории подобия.
3. Приведите условия подобия.
4. В чем состоит сущность метода эквивалентных материалов (МЭМ)?
5. Что является основой МЭМ?
6. Какие критерии подобия используются при использовании МЭМ?
7. Укажите достоинства и недостатки использования МЭМ.
8. В чем состоит сущность метода центробежного моделирования (МЦМ)?
9. Укажите на недостатки использования МЦМ.

10. В чем состоит сущность оптического метода, какие его достоинства и недостатки?

3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В ГЕОМЕХАНИКЕ

3.1. Общие сведения о геомеханике

Геомеханика (подземная, открытая, строительная) – наука, изучающая механическое состояние земной коры и протекающие в ней под воздействием физических явлений процессы.

Цель геомеханики – объяснение происшедших и предсказание развития предстоящих процессов изменения напряженно-деформированного состояния участков земной коры.

Основная задача геомеханики – установление объективных закономерностей формирования механических свойств горных пород и процессов перераспределения напряжений, деформирования, перемещения, разрушения и упрочнения участков земной коры, закономерностей и научное объяснение явлений и процессов, происходящих при разработке полезных ископаемых, для усовершенствования техники и экономики горного производства.

Производственная деятельность человека (проведение горных выработок, осушение, производство взрывных работ, упрочнение пород и др.) приводит к нарушению равновесного состояния массива пород, в результате которого и возникают следующие горно-геомеханические явления и процессы:

1) изменение величин и направления напряжений;

2) упругие и неупругие деформации массива и слагающих его пород;

3) разрушение отдельных участков массива с превращением его в несвязную сыпучую или дискретную блочную среду;

4) обрушение и перемещение разрушенных пород.

Указанные процессы изменения напряженно-деформированного состояния горного массива продолжаются во времени и пространстве до тех пор, пока не достигается его новое статическое равновесие.

Проведение других выработок вызывает изменение и повышение напряжении в массиве и ведет к увеличению зон деформаций и разрушения, а также смешений и давления на крепь. Поэтому важной задачей исследований является установление размеров и количественных показателей зон взаимного влияния выработок в зависимости от расстояния между ними, их размерами, расположением относительно друг друга и инженерных воздействий на массив в различных условиях.

Особенно большое влияние на изменение напряженного состояния массива оказывают очистные выработки, размеры которых могут в несколько раз превышать глубину их залегания.

Геомеханические процессы и явления показывают, что возможность возникновения, характер и интенсивность их протекания зависят от совокупности следующих факторов:

1) исходного напряженного состояния массива; формы, размеров, взаимного расположения и близости к земной поверхности горных выработок различного назначения;

2) инженерных физико-механических воздействий на массив, сооружаемых в нем выработок

3) взаимодействующих с массивом сооружений и природных объектов.

Для научно обоснованного и эффективного решения задач разработки полезных ископаемых и строительства подземных сооружений необходимо установление для различных массивов горных пород многофакторных зависимостей горногеомеханических процессов и явлений от способов и средств их воздействия на массив.

По характеру и скорости действия проявления горного давления могут быть разделены на две группы:

1) медленно протекающие (статические) процессы, к ним относят процессы изменения поля напряжений и деформирования, разрушения, обрушения, сдвижения массива и земной поверхности, а также взаимодействия массива с инженерными сооружениями.

2) динамические процессы, для их характерно изменение с большой скоростью напряженного состояния массива. Это горные удары, выбросы угля, породы и газа, прорывы воды и глин, внезапные обрушения и осадки участков массива в выработанное пространство.

Таким образом, при разработке полезных ископаемых и строительстве подземных сооружений в результате нарушения исходного напряженного состояния массива пород возникает комплекс механических и физических процессов и явлений, объединяемых термином – проявления горного давления.

Задачи, решаемые в геомеханике, заключаются в установление условий возникновения различных механических процессов и явлений, закономерностей их протекания, а также возможностей и количественных показателей влияния на процессы различных инженерных воздействий, с использованием методов прогнозирования и расчета проявлений горного давления, перемещения массива и деформаций земной поверхности.

Решение данных задач позволит определить для конкретных условий наиболее рациональные способы, средства и параметры влияния и контроль различных геомеханических процессов и явлений и сделать выбор:

1) расположения вскрывающих, подготовительных и очистных выработок в массиве и относительно других выработок, при котором проявления горного давления минимальны и не создают препятствий эффективной разработке полезного ископаемого;

2) способов охраны и защиты выработок, сооружений и объектов от вредного воздействия других выработок, особенно очистных;

3) способов, средств и параметров крепления выработок, обеспечивающих их рабочее состояние в течение всего срока службы;

4) способов, средств и параметров активного воздействия на механическое или напряженное состояние массива и других инженерных средств, предотвращающих динамические явления и снижающих интенсивность горного давления, сдвижения массива и деформации земной поверхности.

Создание или предотвращение предельных состояний должно происходить в определенных местах и только в определенные моменты или периоды времени. Предельные состояния необходимо в тех случаях, когда требуется разрушить определенный элемент массива (например, обрушить кровлю), вызвать образование трещин и дегазировать угольный пласт, обеспечить отжим полезного ископаемого и др. Предотвратить предельные состояния необходимо в тех случаях, когда требуется сохранить устойчивость, например, кровли, подошвы или боков подземной выработки, откосов бортов открытой выработки, элементов наземных или подземных сооружений.

Следовательно, влияние на механические процессы направлено преимущественно на создание или предотвращение предельного состояния в элементах массива горных пород, инженерных сооружениях и природных объектах.

Например, обрушение кровли в лаве должно производиться через установленный шаг посадки. Капитальная выработка должна поддерживаться в устойчивом состоянии годы и даже десятилетия до отработки обслуживаемого ею шахтного поля. Угольный пласт, опасный по горным ударам, делается безопасным в результате предварительной отработки защитного пласта с таким расчетом, чтобы он был разгружен к моменту его разработки и не успел еще восстановить удароопасность. Следовательно, система воздействия механическими явлениями, горным давлением должна гарантировать создание требуемого напряженно-деформированного (в частности, предельного) состояния (НДС) массива в назначенном месте и в назначенное время.

Также, задачи горной геомеханики в зависимости от конкретной обстановки и практического использования результатов, решают в статической, реологической или динамической постановках. Например, в одной и той же задаче определения влияния очистных работ на устойчивость выработки при ее надработке движущимся очистным забоем это влияние допустимо рассматривать как единовременный акт; при длительной остановке забоя над выработкой следует учитывать изменение во времени как напряжений опорного давления, так и механических свойств массива.

Массивы горных пород состоят из комплексов слоев (блоков), существенно различающихся по механическим свойствам, разделенных различными поверхностями природной трещиноватости с разными сцеплением и трением по этим поверхностям. Поэтому определение фактических свойств массива для

большинства задач возможно лишь при использовании косвенных методов на основе определения свойств слагающих его пород и интегральной оценки влияния на них трещиноватости.

В целом, для решения научных задач геомеханики по созданию методов прогнозирования и расчета проявлений горного давления, перемещения массива и деформаций земной поверхности необходимо проведение комплексных натурных, лабораторных и теоретических исследований. Однако основным методом получения количественных параметров геомеханических процессов в конкретных горно-геологических и горнотехнических условиях являются натурные исследования, в результате которых непосредственно определяется влияние на процессы различных факторов и соответствие применяемых средств управления процессами. Однако установление эмпирические зависимости, на основе натурных исследований, справедливы только для того диапазона условий и факторов, в которых они были получены, и при изменении условий (увеличении глубины, разработке нового месторождения и др.), применении новых средств управления процессами (новых крепей, упрочнения пород и др.) требуют проведения повторных исследований. Опережающий прогноз характера и параметров геомеханических процессов осуществить практически невозможно вследствие недостаточного количества требуемой информации и необходимых эмпирических зависимостей из-за большой трудоемкости и длительности натурных исследований. В-третьих, натурные исследования не позволяют получить наиболее важные для практики предельные состояния объектов (например, минимальное сопротивление крепи в выработке, при котором она разрушается, или максимальный угол наклона борта карьера, при котором происходит оползень), так как это приводит к недопустимым нарушениям безопасности горных работ или экономическому ущербу.

Качество экспериментальных исследований будет более высоким, если методика их постановки и проведения отвечает следующим требованиям в части представительности и надежности получения результатов, которые определяются:

– представительностью выбора объектов исследований и их типичностью для решаемой задачи;

– достоверной оценкой объекта как механической среды и системы;

– проведением необходимого объема исследований;

– достоверностью определяемых количественных параметров геомеханических процессов.

Кроме того, необходимо выполнение ряда требований к выбору методов теоретических исследований для достоверного решения, в первую очередь в соответствии с основными характеристиками реальных горных массивов и особенностями геомеханических процессов и явлений – к выбору данных условий в математической модели.

Массивы горных пород подземных сооружений (кровли, непосредственной кровли, выработок различных форм, целики, монтажные камеры и т.д.) можно представить в виде расчетных схем методом сечений, как многослойные пластины

или оболочки с анизотропией слоев с различными граничными условиями и действующими нагрузками.

Использование приведенных выше уравнений плоского напряженного состояния и плоской деформации для исследований напряженно-деформированного состояния подземных сооружений не возможно.

Решение задачи о НДС многослойных анизотропных массивов аналитическим методом (при решении дифференциальных уравнений равновесия) можно получить при постоянной их толщинах, нагрузках и граничных условиях в виде шарнирного опирания по контуру, что зачастую выполнить не возможно. В этом случае необходимо использовать приближенные (численные) методы.

Оценим возможность применения некоторых известных методов к исследованию их напряженно-деформируемого состояния как многослойных толстых пластин (плит) с учетом поперечного сдвига (влиянием поперечных сил).

Тот факт, что на одних краях массива горных пород (плиты) заданы перемещения, а на других усилия, делает задачу смешанной. Задачи об изгибе плиты со смешанными условиями опирания сложнее обычных, поэтому, в обширной литературе о пластинах (оболочках) имеется сравнительно мало работ, посвященных изгибу даже обычных однослойных пластин (оболочек) со смешанными краевыми условиями.

В общем случае, когда жесткость – функция координат и отсутствует свободное опирание на противоположных краях, сложность дифференциальных разрешающих уравнений и граничных условий вынуждает применять приближенные методы.

Одним из широко используемых численных методов решения краевых задач является метод **конечных разностей**, несмотря на простоту и возможность применения его к пластинам (оболочкам) с произвольной толщиной при любых условиях крепления и нагрузке, фактически в таких задачах используется редко, так как дифференциальное уравнение равновесия имеет переменные коэффициенты и шаг сетки должен быть меньше, чем при постоянных толщине и нагрузке, а тем более при учете анизотропности спаев и поперечного сдвига, то значительно увеличивается количество подлежащих составлению и решению алгебраических уравнений. Матрица системы получается плохо обусловленной, большой по объему, имеет мало отличных от нуля элементов, составление программы усложняется формулами, вытекающими из краевых условий.

По методу **«прямых»** конечностными разностями заменяют частные производные только по одному направлению. При этом получают систему дифференциальных уравнений в обыкновенных производных, общее решение которых можно найти для некоторых частных случаев переменных толщин, нагрузки, слоистости и анизотропии горных пород. Получить точное решение системы дифференциальных уравнений методом прямых можно только при изменении толщины и нагрузки по простым законам с учетом только изотропии слоев. В общем случае это сделать не удается, поэтому для отыскания решения необходимо использовать один из численных методов интегрирования. Кроме того, недостатком метода прямых является необходимость составления и решения

алгебраических уравнений для удовлетворения краевым условиям на противоположных краях пластины (оболочки) при любых способах их закрепления.

По методу **«коллокаций»** прогибы пластины (оболочки) представляются в виде конечного ряда заданных функций, умноженных на параметры. Для вычисления параметров строится система алгебраических уравнений из условий, что уравнения и граничные условия удовлетворяются в ряде точек пластины (оболочки). Метод коллокаций дает хорошие результаты, если заданные функции удовлетворяют уравнению равновесия и граничным условиям. В общем случае такие функции подобрать трудно.

Приведенная краткая характеристика конечно-разностных методов показывает, что применение их для расчета массивов горных пород, в принципе возможно.

Более распространенным в настоящее время получил **метод конечных элементов** (МКЭ). Интенсивное его развитие и применение в практике инженерных расчетов стало возможным с развитием и доступностью вычислительной техники. В последние два десятилетия благодаря применению этого методов существенно расширился класс задач, решаемых в механике горных пород.

Наиболее распространенными методами решения таких (краевых) задач являются методы конечных элементов и разностей, в последнее время - энергетические методы с использованием вариационного исчисления, информация о котором приведена ниже.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение, что такое геомеханика, ее цель и основные задачи?
2. От каких факторов зависят геомеханические процессы?
3. В чем состоит качество экспериментальных исследований в геомеханике?
4. Каким образом можно представить расчетные схемы массивов горных пород подземных сооружений?
5. В каких случаях необходимо использовать приближенные (численные) методы решения задач в геомеханике?
6. Какие наиболее распространенные методы решения краевых задач используются в геомеханике?

3.2. Метод конечных элементов

3.2.1.Сущность метода и НДС вокруг одиночной выработки

Метод конечных элементов заимствован из строительной механики. Его суть заключается в следующем.

Из бесконечного массива выделяется некоторая интересующая нас область, например, в окрестности подлежащей изучению выработки (рис. 3.1,а).

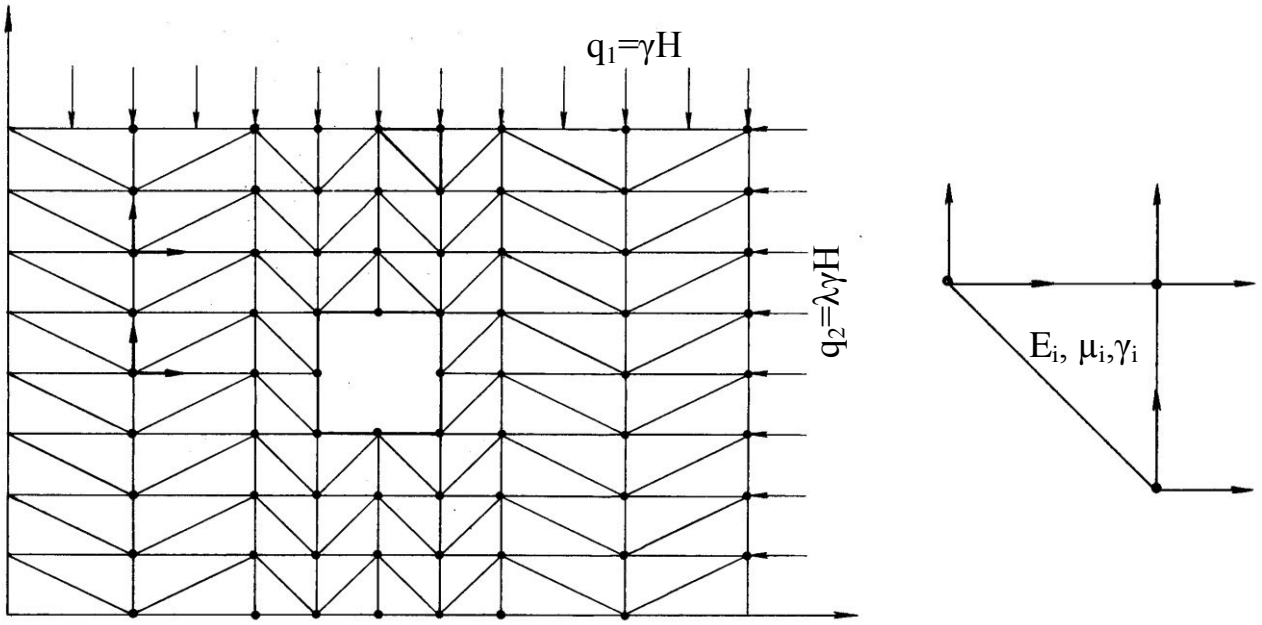


Рис.3.1. Конечноэлементная аппроксимация исследуемой области (а) и ее произвольный *i*-ый элемент (б)

Действие отброшенной части массива заменяем усилиями, приложенными на границе области:

$$\sigma_y = -\gamma H\ ; \qquad \sigma_x = -\lambda\gamma H\ .$$

Вся исследуемая область делится на подобласти, достаточно малые, чтобы считать внутри их среду однородной и изотропной (рис.14.1,б). Поэтому свойства среды в каждой из подобластей описываются постоянными (для данной подобласти) характеристиками: E, μ, γ. Эти подобласти называются **конечными элементами**. Они взаимодействуют друг с другом в **узлах** через **узловые силы** – $\bar{F}$ и **узловые перемещения** δ. В таком виде исследуемая область подобна некоторой стержневой системе. Сообщая одному узлу усилие или перемещение, получим отклик во всей системе, в каждом из ее узлов.

Однако, основная идея метода заключается в том, что перемещения внутренних точек каждого элемента (вектор $\vec{\delta}$ с компонентами (проекциями) $\{\delta\}=\{U,\ V\}$) связываются с перемещениями узлов (вектором $\vec{\delta}_e$ с компонентами $\{\delta_e\}=\{\delta_r,\delta_s,\delta_t\}=\{U_r,V_r,U_s,V_s,U_t,V_t\}$). Эта связь выражается некоторой функцией, которая называемой **функцией формы**.

$$\{\delta_e\}=\Phi\{\delta_e\}.$$

Ее надо подобрать так, чтобы удовлетворить граничным условиям на контуре элемента и соблюсти условие неразрывности деформаций. Наиболее просто получить эту функцию для конечного элемента треугольной формы. Именно поэтому чаще всего исследуемую область разбивают на конечные элементы треугольной формы.

Компоненты вектора перемещений произвольной внутренней точки (рис. 3.2) связывают с компонентами вектора перемещений узлов (подробный вывод опускаем):

$$u_e = \frac{1}{2S}\left[(a_r + b_r x + c_r y)\,u_r + (a_S + b_S x + c_S y)\,u_S + (a_t + b_t x + c_t y)\,u_t\right],$$

$$v_e = \frac{1}{2S}\left[(a_r + b_r x + c_r y)\,v_r + (a_S + b_S x + c_S y)\,v_S + (a_t + b_t x + c_t y)\,v_t\right],$$

где

$$a_r = X_s Y_t - X_t Y_s, \quad b_r = Y_s - Y_t, \quad c_r = X_t - X_s.$$
$$a_s = X_t Y_r - X_r Y_t, \quad b_s = Y_t - Y_r, \quad c_s = X_r - X_t.$$
$$a_t = X_r Y_s - X_s Y_r, \quad b_t = Y_r - Y_s, \quad c_t = X_s - X_r.$$

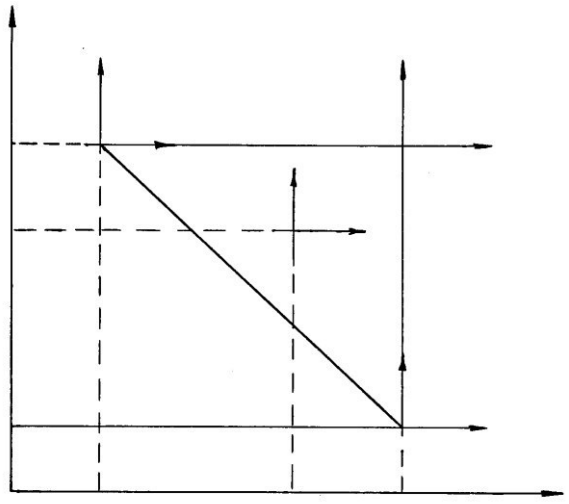


Рис. 3.2. К определению вектора перемещений произвольно внутренней

Здесь – X_s, Y_s, X_t, Y_t, X_r, Y_r координаты узлов элементов, S – площадь треугольного элемента, определяемая следующей матрицей:

$$S = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & X_r & Y_r \\ 1 & X_s & Y_s \\ 1 & X_t & Y_t \end{bmatrix}.$$

Поскольку мы имеем дело с векторными величинами, все соотношения и далее удобно записать в матричной форме. С вектором перемещений связывают вектор деформаций

$$\{\varepsilon\} = B\,\{\delta\}_e,$$

где B – координатная матрица. Она определяется следующим образом:

$$B = \frac{2}{2S}\begin{bmatrix} b_r & 0 & b_s & 0 & b_t & 0 \\ 0 & c_r & 0 & c_s & 0 & c_t \\ c_r & b_r & c_s & b_s & c_t & b_t \end{bmatrix}.$$

Далее, используя матрицу упругости

$$D = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & 0 \\ \mu & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\mu)/2 \end{bmatrix},$$

переходят к напряжениям

$$\{\sigma\} = D\{\varepsilon\} = DB^T\{\delta\}$$

где B^T – транспонированная матрица B. Последнее равенство – не что иное, как закон Гука в матричном виде.

Поставленная задача будет решена, если будут известны перемещения узлов под действием приложенной нагрузки. А они, конечно, связаны с усилиями в узлах, т.е. с вектором $\{R\}$. Эта связь вытекает из условия: работа узловых сил по перемещению узлов должна быть равна работе внутренних сил, т.е. напряжений. Для треугольного элемента это условие дает уравнение:

$$\{R\} = [\bar{k}]\{\delta\}.$$

Здесь $[\bar{k}]$ – так называемая матрица жесткости элемента, образованная следующим образом:

$$[\bar{k}] = \frac{h}{2S}B^T DB,$$

На этом подготовительная работа заканчивается.

Самым главным этапом создания конечно-элементной модели является построение для всей системы **обобщенной матрицы жесткости**, в которую входят жесткости каждого элемента. При этом все внешние нагрузки приведены к узловым силам. Например, на рис. 3.3 показано, как массовая сила P, действующая

в центре тяжести элемента, а также распределенная нагрузка q приводятся к системе узловых сил.

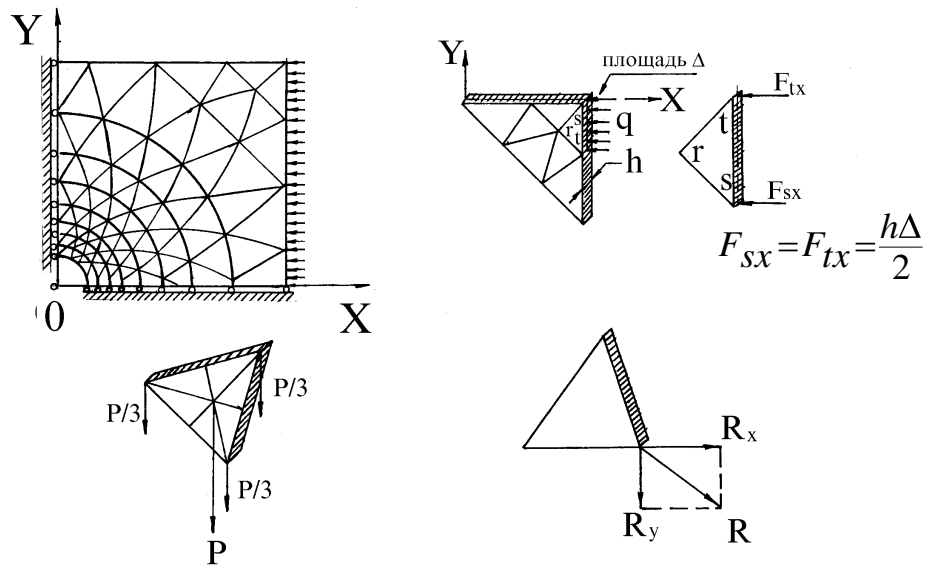


Рис. 3.3. Примеры приведения нагрузок к статистически эквивалентной системе узловых сил: а) – распределенная нагрузка, действующая на исследуемую область; б) – замена распределенной нагрузки q узловыми силами F_{tx} и F_{sx}; в) – разложение силы тяжести P на систему узловых сил; г) – разложение узловой силы R на составляющие R_x и R_y.

Для линейных задач справедлив принцип суперпозиции. Из множества векторов $\{F\}$ и $\{\delta\}$ формируется обобщенный вектор сил $\{F\}$ и вектор перемещений узлов $\{U\}$, которые связаны между собой равенством:

$$\{F\}=K\{U\}.$$

Здесь K – обобщенная матрица жесткости системы, элементами которой являются матрицы жесткости каждого конечного элемента:

$$K = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{m} k_{1,1}^{(e)} & \sum_{e=1}^{m} k_{1,2}^{(e)} & \ldots\ldots \sum_{e=1}^{m} k_{1,j}^{(e)} & \ldots\ldots \sum_{e=1}^{m} k_{1,2n}^{(e)} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \sum_{e=1}^{m} k_{i,1}^{(e)} & \sum_{e=1}^{m} k_{i,2}^{(e)} & \ldots\ldots \sum_{e=1}^{m} k_{i,j}^{(e)} & \ldots\ldots \sum_{e=1}^{m} k_{i,2n}^{(e)} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \sum_{e=1}^{m} k_{2n,1}^{(e)} & \sum_{e=1}^{m} k_{2n,2}^{(e)} & \ldots\ldots \sum_{e=1}^{m} k_{2n,j}^{(e)} & \ldots\ldots \sum_{e=1}^{m} k_{2n,2n}^{(e)} \end{bmatrix}.$$

Это равенство, записанное в матричной форме, представляет собой систему линейных уравнений.

$$U_1K_{11} + V_1K_{12} + U_2K_{13} + V_2K_{14} + \ldots + U_{2n}K_{1,2n-1} + V_{2n}K_{1,2n} = F_{x1}$$
$$U_1K_{21} + V_1K_{22} + U_2K_{23} + V_2K_{24} + \ldots + U_{2n}K_{2,2n-1} + V_{2n}K_{2,2n} = F_{y1}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$U_1K_{2n-1,1} + V_1K_{2n-1,2} + U_2K_{2n-1,3} + V_2K_{2n-1,4} + \ldots + U_{2n}K_{2n-1,2n-1} + V_{2n}K_{2n-1,2n} = F_{xn}$$
$$U_1K_{2n,1} + V_1K_{2n,2} + U_2K_{2n,3} + V_2K_{2n,4} + \ldots + U_{2n}K_{2n,2n-1} + V_{2n}K_{2n,2n} = F_{yn}.$$

Неизвестными здесь являются перемещения узлов конечноэлементной сетки U. Обобщенный вектор сил F – это столбец свободных членов в системе уравнений. Коэффициенты при неизвестных – элементы матрицы жесткости, которые включают в себя координаты узлов и упругие константы. Если область разбита на m элементов, которые соединяются между собой в n узлах, то мы получим систему $2n$ уравнений относительно $2n$ неизвестных перемещений.

Полученную систему можно решить одним из известных методов (Гаусса, Зейделя и др.).

Определив в результате решения для каждого узла компоненты вектора перемещений, через координатную матрицу B переходим к деформациям в центре тяжести конечного элемента (ε), а от деформаций через матрицу упругости D к напряжениям σ. Таким образом, поставленная задача решена. В центре каждого элемента получены значения полного тензора напряжений, деформаций, перемещений.

Для того, чтобы получить достаточно точное распределение напряжений вблизи выработки, конечные элементы нужно делать мелкими, следовательно, их

будет много. Для каждого элемента нужно сформировать несколько матриц, которые потом сливаются в общую матрицу жесткости, т.е. нужно формировать большие массивы чисел. Для этого необходим большой объем оперативной памяти ПЭВМ. Для такой симметричной задачи достаточно рассмотреть четверть области, закрепив жестко линии симметрии. Из существа метода вытекают его огромные возможности для математического моделирования различных неоднородностей. По сути, для каждого элемента можно задать свои свойства, правда только упругие. В частности, легко моделируется слоистость. Можно имитировать зону разрушенных пород, задав соответствующие (меньшие) значения модуля упругости, или наоборот, учесть наличие некоторых более жестких элементов. Например, на рис. 3.4 показано распределение напряжений вокруг выработки с анкерным креплением. Металлические анкеры моделировались путем введения элементов с модулем упругости и коэффициентом Пуассона, равными соответствующим характеристикам стали, и задания особых граничных условий.

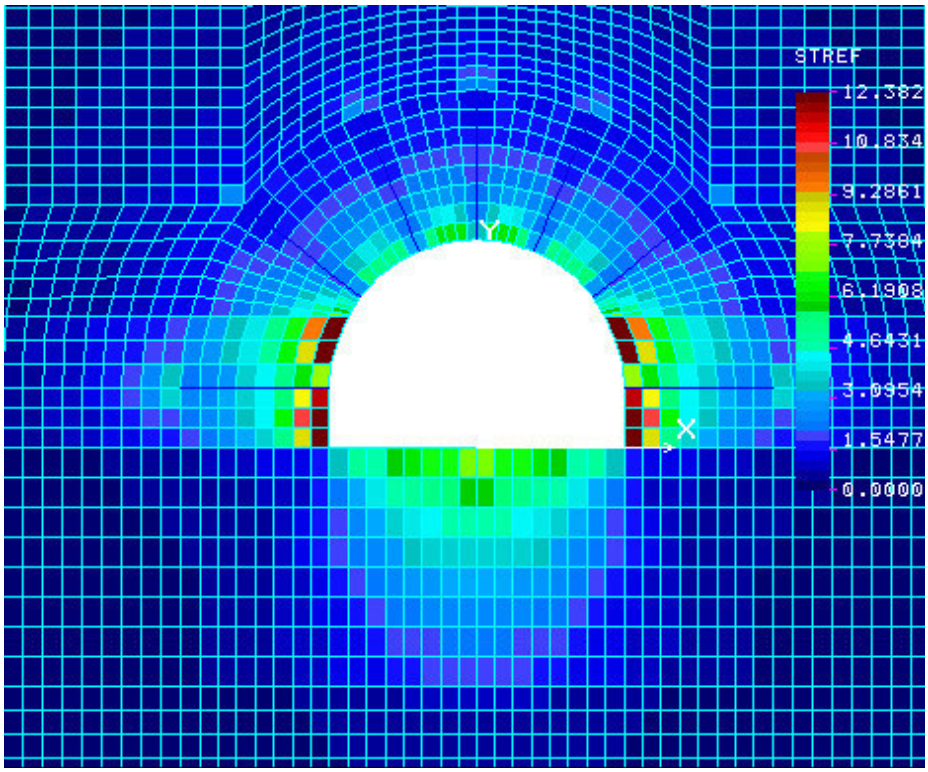


Рис. 3.4. Картина распределения величины σ_e/R_c в окрестности выработки при установке 7 анкеров

Имеются лицензированные программные продукты, реализующие МКЭ для различных задач механики. Они обладают широкими возможностями и мощным интерфейсом. В Национальном горном университете разработаны собственные версии вычислительных программ учебного и исследовательского плана. К настоящему моменту на их основе получено много решений различных геомеханических задач. Причем, не только в упругой постановке и не только для двумерной (плоской) области.

Точно также можно разбить на подобласти и некоторую трехмерную область. Только конечными элементами будут уже не треугольники, а, например, тетраэдры (рис. 3.5). Конечно, в этом случае связь между перемещениями внутренней точки элемента и перемещениями узлов будет иметь более сложную форму. Гораздо большую размерность будет иметь матрица жесткости системы. Потребуется большая оперативная память машины.

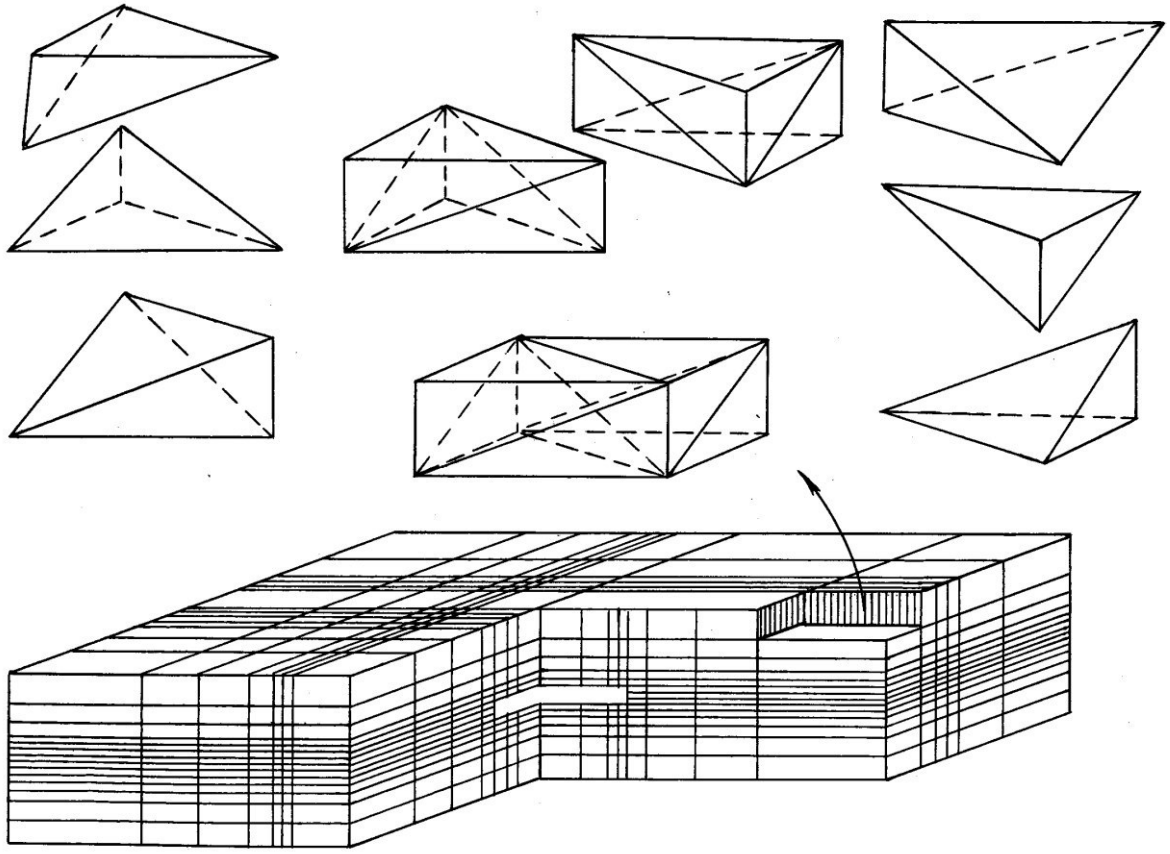


Рис. 3.5. Аппроксимация исследуемой области конечными элементами-тетраэдрами

Разработаны алгоритмы и для решения задач, в которых связь между напряжениями и деформациями отличается от закона Гука, является нелинейной. В этом случае решение строится как последовательность упругих решений. Для этого необходимо иметь две экспериментальные кривые деформирования материала « $\sigma-\varepsilon$ » и «$\sigma_i-\varepsilon_i$», где σ_i, ε_i – соответственно интенсивность напряжений и деформаций (рис. 3.6).

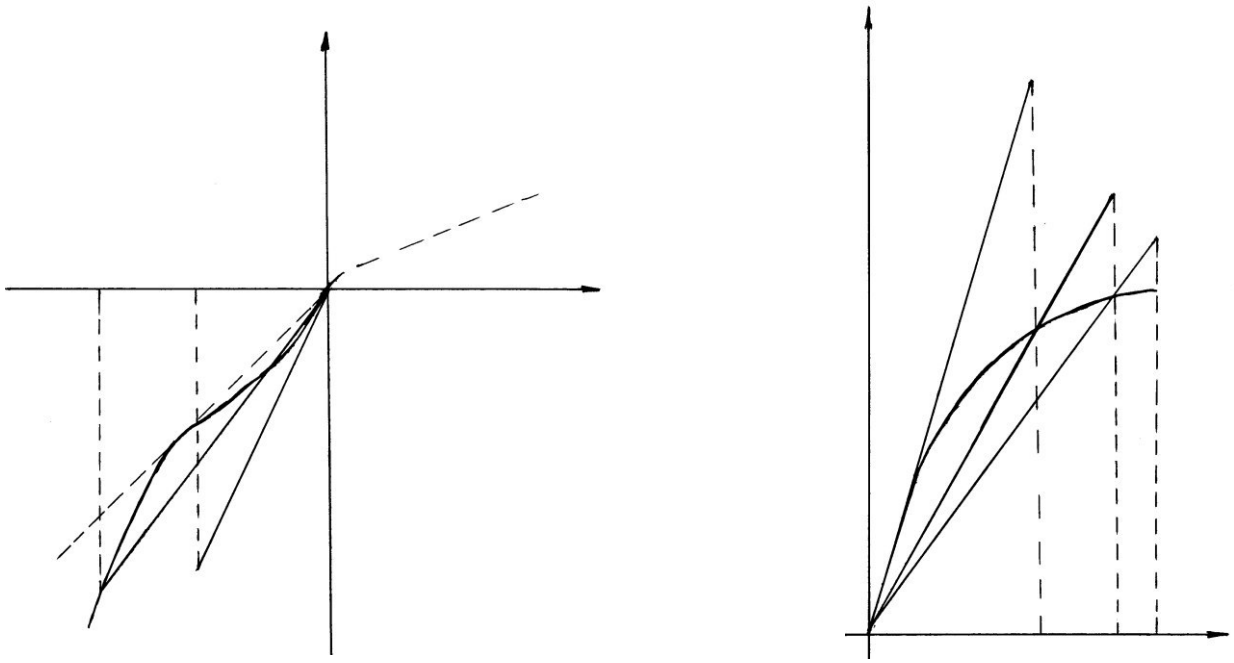


Рис. 3.6. Схематическая зависимость между напряжениями и деформациями (а) и интенсивностью напряжений и интенсивностью деформаций (б)

Последовательность решения такова. На «нулевом» шаге осуществляется упругое решение. Если хотя бы в одном элементе интенсивность напряжений превосходит предел текучести или расчетная точка (σ,ε) не лежит на экспериментальной кривой, то расчет повторяется при новых, уточненных, значениях приведенных модулей E', μ' G' для этого элемента.

Эти модули определяются по кривым деформирования по формулам:

$$E' = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \frac{3\frac{\sigma}{\varepsilon}}{\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} + 2\frac{\sigma}{\varepsilon}}; \quad \mu' = \frac{\frac{\sigma}{\varepsilon} - \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}}{\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} + 2\frac{\sigma}{\varepsilon}}; \quad G' = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} = \frac{E'}{2(1+\mu')}.$$

Для вычисленных значений σ, σ_i находятся соответствующие значения σ', σ_i', лежащие на кривых деформирования. Последние используются для вычисления новых значений E', γ', G'. Весь упругий расчет повторяется так до тех пор, пока точки (σ,ε) не «лягут» на кривые деформирования с заданной точностью.

На рис. 3.7 показано распределение напряжений вокруг выработки в случае «пучения» пород почвы. Задача решена методом итераций для случая потери упругопластической устойчивости приконтурного породного массива.

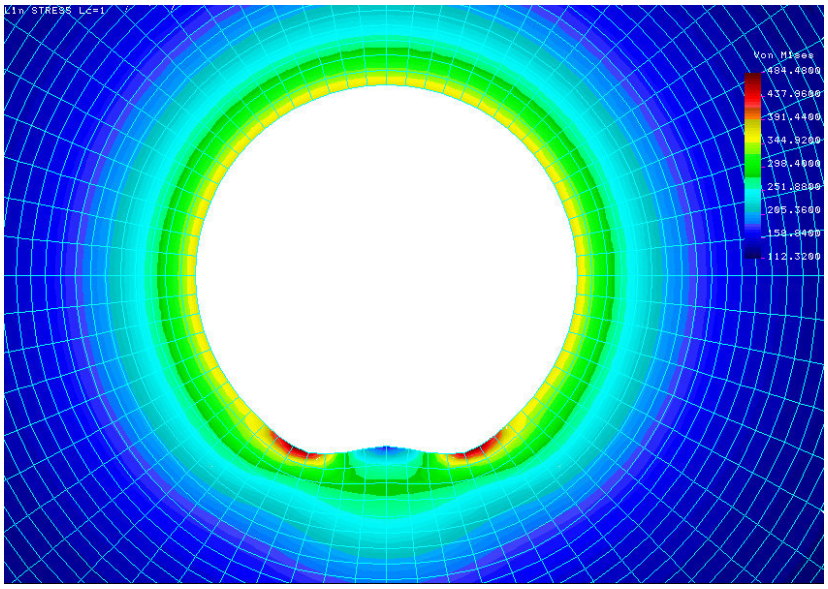


Рис. 3.7. Картина распределения напряжений на контуре круглой одиночной выработки при вспучивании пород почвы

Следует отметить, что описанная выше процедура решения нелинейных задач также требуют большого объема оперативной памяти.

Именно нехватка памяти являлась одно время сдерживающим фактором для использования МКЭ при переходе на персональные ЭВМ.

Возможно, поэтому в геомеханике интенсивно стал использоваться другой, также очень эффективный, численный метод решения задач механики деформируемого тела – метод граничных элементов.

Ниже приведено обоснование конструктивно-технологических решений, направленных на повышение несущей способности и долговечности крепи, а также особенностей их реализации при сооружении вертикальных стволов, с использованием метода конечных элементов.

Крепь подземных сооружений деформируется совместно с породным массивом, а потому нагрузки на нее не могут задаваться в качестве исходных данных и должны определяться уже в ходе расчета системы «крепь–породный массив». Такой подход позволяет учитывать многочисленные особенности физико-механических свойств горных пород, вмещающих ствол, а также производить оценку влияния параметров технологии его сооружения на особенности НДС системы «крепь-породный массив».

Известно, что наиболее интенсивное смещение пород, т.е. формирование нового равновесного состояния, наблюдается в призабойной части ствола, а по мере удаления от забоя скорость протекания данного процесса существенно снижается. Именно в непосредственной близости от забоя ствола в максимальной степени сказывается влияние технологических факторов на параметры НДС системы «крепь–породный массив». К наиболее значимым из них следует отнести: отставание постоянной крепи от забоя, скорость проходки ствола, возраст бетона на момент включения крепи в работу, продвижение забоя за один проходческий цикл и ряд других параметров. Следовательно, изучение поведения системы

«крепь–массив» именно в призабойной части позволит адекватно установить особенности управляющих воздействий на элементы системы, направленных на повышение несущей способности и долговечности крепи, и впоследствии выработать соответствующие конструктивно-технологические решения. Призабойной частью ствола следует считать участок породного массива выше и ниже забоя общей высотой около семи диаметров ствола.

Одним из основных факторов, определяющих устойчивость вмещающих ствол пород, является их трещиноватость. Ранее установлено, что учет характера трещиноватости при расчетах параметров НДС системы «крепь–массив» возможен в результате решения объемной задачи, причем породный массив следует считать анизотропной средой. Для решения такого рода задач целесообразно использовать численные методы механики сплошных сред, наибольшее распространение среди которых получил метод конечных элементов (МКЭ).

На основании сказанного выше, при создании математической модели необходимо учесть такие факторы:

- геометрические размеры и особенности технологии сооружения ствола;
- прочностные и деформационные характеристики вмещающих ствол пород с учетом особенностей их трещиноватости;
- прочностные и деформационные характеристики материалов крепи и ее конструктивные параметры.

При решении задачи используем объемную модель, в соответствии с которой крепь ствола моделируется полым изотропным цилиндром, породно-анкерная оболочка в его приконтурной зоне и часть породного массива, расположенная выше уровня забоя – полыми анизотропными цилиндрами переменной толщины, а породный массив ниже забоя – сплошным анизотропным цилиндром. При этом вертикальные оси симметрии цилиндров и ствола совпадают.

Предварительно вводим прямоугольную (глобальную) систему координат *Oxyz*, причем ось *Oz* совпадает с вертикальной осью ствола. Начало координат при этом располагаем в центре поперечного сечения ствола на уровне его забоя. Напряженно-деформированное состояние в расчетной области Ω описывается компонентами векторов деформаций ε_x, ε_y, ε_z, ε_{xy}, ε_{xz}, ε_{yz} , напряжений σ_x, σ_y, σ_z, σ_{xy}, σ_{xz}, σ_{yz}, а также перемещений u, v, w.

Нормальные и касательные составляющие векторов перемещений и напряжений на внешних границах и контактных поверхностях модели обозначим соответственно $u_n, \vec{u}_t, \sigma_n, \vec{\sigma}_t$. На верхней границе $\Gamma_в$ расчетной области Ω задаются условия

$$\begin{aligned} \sigma_n &= q_z = -\gamma H ; \\ \vec{\sigma}_t &= 0, \end{aligned} \qquad (3.1)$$

где γ – средневзвешенный объемный вес толщи пород, залегающих выше границы $\Gamma_в$, МН/м^3;

H – расстояние от земной поверхности до границы $\Gamma_в$, м.

На боковой поверхности $\Gamma_б$ расчетной области Ω задаем условия

$$\begin{aligned} u_n &= 0; \\ \vec{\sigma}_t &= 0. \end{aligned} \qquad (3.2)$$

Принимая гипотезу плоских сечений, предполагаем, что горизонтальные сечения массива пород и крепи будут плоскими как до, так и после выемки породы на соответствующем участке при сооружении ствола. Тогда условия на нижней границе расчетной $\Gamma_н$ расчетной области Ω запишутся аналогично (3.2).

На незакрепленных участках ствола, на поверхности забоя, а также на внутреннем контуре крепи, т.е. на $\Gamma_{сп}$ задаем условия

$$\begin{aligned} \sigma_n &= 0; \\ \vec{\sigma}_t &= 0. \end{aligned} \qquad (3.3)$$

На поверхностях контакта слоев модели задаем условия полного сцепления

$$\vec{u}' = \vec{u}''. \qquad (3.4)$$

В условии (3.4) штрихом обозначены компоненты напряженно-деформированного состояния, относящиеся к данному слою, а двумя штрихами – к смежному.

Размеры расчетной области (H_Ω и D_Ω) назначаем такими, чтобы граничные условия на ее поверхностях оказывали минимальное влияние на результаты вычислительных экспериментов. Кроме того, нами были приняты во внимание данные исследований, согласно которым радиус зоны возмущения в породном массиве, образовавшейся вследствие сооружения ствола обычно не превышает пяти-шести его радиусов.

На размеры и геометрические параметры моделей также будут оказывать значительное влияние особенности технологической схемы сооружения ствола.

3.2. 2. Исследование НДС системы «крепь – трещиноватый породный массив шахтного ствола»

Рассмотрим следующие варианты расчета параметров НДС системы «крепь–массив»:

- на протяженном участке ствола с учетом характера трещиноватости вмещающих пород (рис. 3.8, *а*);
- при совмещенной технологической схеме на призабойном участке ствола (рис. 3.8, *б*).

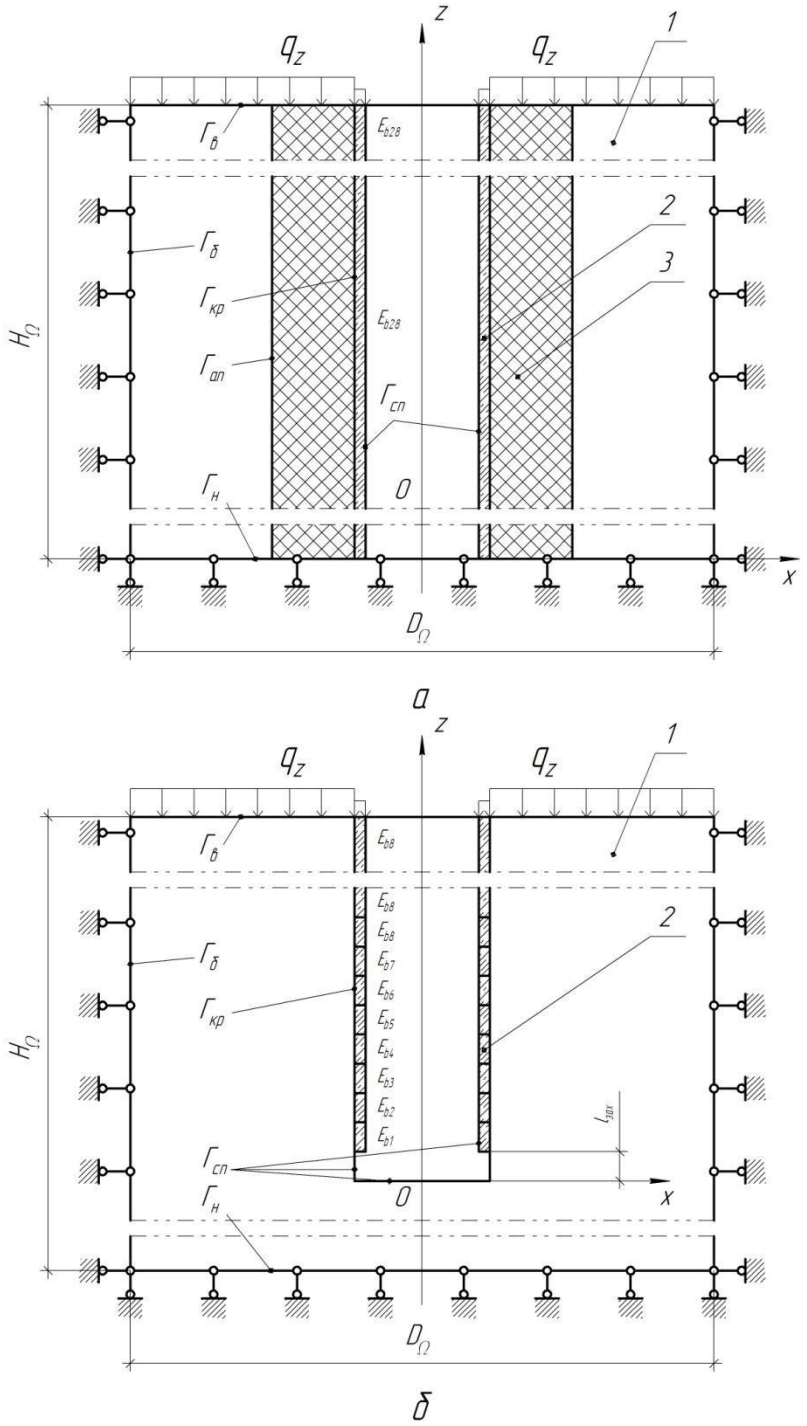


Рис. 3.8. Расчетные схемы задач по определению параметров НДС системы «крепь ствола-породный массив»
а – на протяженном участке ствола;
б – на призабойном участке ствола для случая совмещенной схемы его сооружения;
1 – вмещающие ствол породы; *2* – бетонная крепь; *3* – анкерно-породная оболочка или упрочненный набрызг-бетоном слой породы;
$E_{b1}…E_{b28}$ – начальные модули деформации бетона (фибробетона) в возрасте 1…28 суток, МПа; $l_{зах}$ – длина заходки, м

Для решения задач будем использовать метод конечных элементов (МКЭ). Данный метод предполагает дискретизацию расчетной области сеткой из конечных элементов. При расчетах в перемещениях строится матрица жесткости элементов,

учитывающая связь узловых сил с перемещениями узлов сетки в направлении действия сил. Далее составляется разрешающая система алгебраических уравнений, решение которой дает возможность определить неизвестные перемещения узлов.

Система искомых функций включает компоненты векторов перемещений, напряжений и деформаций

$$\delta = u\ x,y,z\ , v\ x,y,z\ , w\ x,y,z\ ;$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_x\ x,y,z\ , \sigma_y\ x,y,z\ , \sigma_z\ x,y,z\ , \sigma_{xy}\ x,y,z\ , \sigma_{yz}\ x,y,z\ , \sigma_{zx}\ x,y,z\ ; \\ \varepsilon &= \varepsilon_x\ x,y,z\ , \varepsilon_y\ x,y,z\ , \varepsilon_z\ x,y,z\ , \varepsilon_{xy}\ x,y,z\ , \varepsilon_{yz}\ x,y,z\ , \varepsilon_{zx}\ x,y,z\ . \end{aligned} \qquad (3.5)$$

Функции (3.5) определяются из решения систем уравнений, которые включают:

уравнения равновесия

$$\Phi^{T}\ \sigma = G_V\ ; \qquad (3.6)$$

геометрические уравнения

$$\varepsilon = \Phi\ \ \delta\ ; \qquad (3.7)$$

физические уравнения

$$\sigma = D\ \ \varepsilon\ , \qquad (3.8)$$

где Φ – матрица дифференциальных операторов

$$\Phi = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix};$$

G_V – вектор-функция объемных сил;

$$G_V = X_V\ x,y,z\ , Y_V\ x,y,z\ , Z_V\ x,y,z\ ;$$

D – матрица механических характеристик материалов.

Применительно к нашему случаю система уравнений (3.6) примет вид

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0, \\ \dfrac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} = 0, \\ \dfrac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z_V = 0, \end{cases} \tag{3.9}$$

где Z_V – вертикальная компонента объемных (гравитационных) сил, $Z_V = -\gamma$.

Система уравнений (2.7) запишется в виде

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{\partial u}{\partial x}, \\ \varepsilon_y = \dfrac{\partial v}{\partial y}, \\ \varepsilon_z = \dfrac{\partial w}{\partial z}, \\ \varepsilon_{xy} = \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x}, \\ \varepsilon_{yz} = \dfrac{\partial v}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial y}, \\ \varepsilon_{zx} = \dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x}. \end{cases} \tag{3.10}$$

Матрица физических характеристик материала D размерностью 6x6 формируется на базе физических уравнений, учитывающих особенности его свойств.

Заметим, что системы уравнений (3.6 – (3.8) должны быть дополнены кинематическими S_1 и статическими S_2 граничными условиями на поверхностях

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_{S1}, \\ N_0 \ \sigma &= P_{S2}, \end{aligned} \tag{3.11}$$

где N_0 – матрица направляющих косинусов нормали n в данной точке поверхности,

$$N_0 = \begin{bmatrix} \cos(n,x) & 0 & 0 & \cos(n,y) & 0 & \cos(n,z) \\ 0 & \cos(n,y) & 0 & \cos(n,x) & \cos(n,z) & 0 \\ 0 & 0 & \cos(n,z) & 0 & \cos(n,y) & \cos(n,x) \end{bmatrix}.$$

В нашем случае в систему уравнений (3.11) входят условия (3.1)– (3.4).

Следовательно, параметры НДС системы «крепь ствола–массив» могут быть определены, если будет решена система уравнений (3.6), предварительно разрешенная с помощью (3.7) и (3.8) относительно компонент вектора перемещений при учете условий (3.11)

$$\Phi^T \; D \; \Phi \; \delta = G_V \; . \tag{3.12}$$

Уравнения (3.6), (3.7) и (3.8) существенно упрощаются для случая осесимметричной задачи. Так, при ее решении в цилиндрических координатах r, Θ, z при условии, что ось z является осью симметрии, параметры НДС не зависят от величины угла Θ и характеризуются вектор-функциями

перемещений

$$\delta = u\ r,z\ , w\ r,z\ ;$$

напряжений и деформаций

$$\sigma = \sigma_r\ r,z\ , \sigma_\theta\ r,z\ , \sigma_z\ r,z\ , \sigma_{rz}\ r,z\ ;$$
$$\varepsilon = \varepsilon_r\ r,z\ , \varepsilon_\theta\ r,z\ , \varepsilon_z\ r,z\ , \varepsilon_{rz}\ r,z\ ;$$

при внешних воздействиях

$$G_V = R_V\ r,z\ , Z_V\ r,z\ .$$

Размерность матрицы жесткости D при этом уменьшается до 4x4, что позволяет существенно сократить объем вычислений, а матрица Φ примет вид

$$\Phi = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial r} & 0 \\ \dfrac{1}{r} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ \dfrac{\partial}{\partial z} & \dfrac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix}. \tag{3.13}$$

При осесимметричной задаче аксиальные сечения останутся плоскими и после деформации, т.е. компоненты вектора перемещений δ

$$\begin{gathered} u = u\ \ r,z\ \ ; w = w\ \ r,z\ \ , \\ v = v\ \ r,z\ \ = 0. \end{gathered} \tag{3.14}$$

Учитывая сказанное выше, введем локальную цилиндрическую систему координат $Or\Theta z$, причем ось Oz совместим с вертикальной осью ствола.

Тогда компоненты вектора деформаций

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \dfrac{\partial u}{\partial r}, \\ \varepsilon_\theta = \dfrac{u}{r}, \\ \varepsilon_z = \dfrac{\partial w}{\partial z}, \\ \varepsilon_{rz} = \dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial r}. \end{cases} \tag{3.15}$$

при этом $\varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{r\theta} = 0.$

Уравнения равновесия запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \dfrac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \dfrac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0, \\ \dfrac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \dfrac{\sigma_{rz}}{r} + Z_V = 0, \end{cases} \tag{3.16}$$

где Z_V – вертикальная компонента объемных (гравитационных) сил, $Z_V = -\gamma$.

Обобщенный закон Гука для массива пород, моделируемого трансверсально-изотропной средой:

$$\begin{cases} \varepsilon_r = a_{11}\sigma_r + a_{12}\sigma_\theta + a_{13}\sigma_z, \\ \varepsilon_\theta = a_{12}\sigma_r + a_{22}\sigma_\theta + a_{13}\sigma_z, \\ \varepsilon_z = a_{13}\sigma_r + a_{13}\sigma_\theta + a_{33}\sigma_z, \\ \varepsilon_{rz} = a_{44}\sigma_{rz}, \end{cases} \tag{3.17}$$

при этом $\varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{z\theta} = \varepsilon_{\theta r} = \varepsilon_{r\theta} = 0.$

Значения коэффициентов a_{ij} уравнений (3.17) могут определяться по различным выражениям в зависимости от особенностей горно-геологических условий. Так, например, в случае, когда плоскость изотропии перпендикулярна вертикальной оси ствола, т.е. она совпадает с плоскостью напластования пород при горизонтальном их залегании, данные коэффициенты будут равны

$$a_{11} = a_{22} = \frac{1}{E_1}; a_{12} = -\frac{\nu_1}{E_1}; a_{13} = -\frac{\nu_2}{E_2}; a_{33} = \frac{1}{E_2}; a_{44} = \frac{1}{G_2}, \text{ причем}$$
$$2\ a_{11} - a_{12}\ = \frac{2\ 1+\nu_1}{E_1} = \frac{1}{G_1}, \tag{3.18}$$

где $E_1 = E_{\square}$ – модуль упругости при сжатии и растяжении в плоскости изотропии, МПа;

$E_2 = E_{\perp}$ – модуль упругости при сжатии и растяжении в направлении перпендикулярном к плоскости изотропии, МПа;

$\nu_1 = \nu_{\square}$ – коэффициент Пуассона, соответствующий поперечному сжатию при растяжении в плоскости изотропии;

$\nu_2 = \nu_{\perp}$ – коэффициент Пуассона, характеризующий поперечное сжатие при растяжении в направлении перпендикулярном плоскости изотропии;

G_1 и G_2 – модули сдвига в перпендикулярном плоскости изотропии направлении и в плоскости изотропии соответственно, МПа.

Матрица D для трансверсально-изотропного материала массива пород

$$D\ = \frac{E_2}{1+\nu_1\ \ 1-\nu_1-2n\nu_2^2} \times$$
$$\times \begin{bmatrix} n\ 1-\nu_2^2 & \nu_1+n\nu_2^2 & n\nu_2\ 1+\nu_1 & 0 \\ \nu_1+n\nu_2^2 & n\ 1-n\nu_2^2 & n\nu_2\ 1+\nu_1 & 0 \\ n\nu_2\ 1+\nu_1 & n\nu_2\ 1+\nu_1 & 1-\nu_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m\ 1+\nu_1\ \ 1-\nu_1-2n\nu_2^2 \end{bmatrix}, \tag{3.19}$$

где $n = \frac{E_1}{E_2};\ m = \frac{G_2}{E_2}$.

Для изотропных материалов (бетон, фибробетон) закон Гука запишется в виде

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \dfrac{1}{E}\cdot\left[\sigma_r - \nu\ \ \sigma_z + \sigma_\theta\ \right], \\ \varepsilon_\theta = \dfrac{1}{E}\cdot\left[\sigma_\theta - \nu\ \ \sigma_r + \sigma_z\ \right], \\ \varepsilon_z = \dfrac{1}{E}\cdot\left[\sigma_z - \nu\ \ \sigma_\theta + \sigma_r\ \right], \\ \varepsilon_{rz} = \dfrac{1}{G}\cdot\sigma_{rz}, \end{cases} \qquad (3.20)$$

при этом $\varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{z\theta} = \varepsilon_{\theta r} = \varepsilon_{r\theta} = 0,$

где $G = \dfrac{E}{2\ \ 1+\nu}.$

Матрица D примет следующий вид:

$$D\ = \frac{E}{1+\nu\ \ \ 1-2\nu}\cdot\begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}. \qquad (3.21)$$

Для учета упругопластического деформирования материалов используем соотношения деформационной теории пластичности, которая основана на следующих гипотезах.

1. Объемная деформация $\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z$ пропорциональна среднему нормальному напряжению σ_0

$$\sigma_0 = K\cdot\ \ \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z\ \ , \qquad (3.22)$$

где $\sigma_0 = \dfrac{\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z}{3};$

K – модуль упругой объемной деформации, МПа;

$K = \dfrac{3E}{1-2\nu}.$

2. Девиаторы напряжений D_σ и деформаций D_ε совпадают с точностью до множителя:

$$D_\sigma = \psi D_\varepsilon. \qquad (3.23)$$

3. Интенсивность напряжений σ_i для каждого материала является определенной функцией интенсивности деформаций ε_i и не зависит от вида напряженного состояния

$$\sigma_i = \Phi(\varepsilon_i). \tag{3.24}$$

Интенсивности напряжений и деформаций в цилиндрической (локальной) системе координат определяются согласно (3.25)

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_r-\sigma_z\right)^2+\left(\sigma_\theta-\sigma_r\right)^2+\left(\sigma_z-\sigma_\theta\right)^2+6\sigma_{rz}^2}, \\ \varepsilon_i &= \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\left(\varepsilon_r-\varepsilon_0\right)^2+\left(\varepsilon_\theta-\varepsilon_0\right)^2+\left(\varepsilon_z-\varepsilon_0\right)^2+\frac{3}{2}\varepsilon_{rz}^2}, \end{aligned} \tag{3.25}$$

где $\varepsilon_0 = \dfrac{\varepsilon_r+\varepsilon_\theta+\varepsilon_z}{3}$.

Если записать (3.23) в форме (3.26), то становится очевидным, что величина коэффициента пропорциональности ψ зависит от интенсивности деформаций

$$\begin{aligned} \sigma_r-\sigma_0 &= \psi\left(\varepsilon_r-\varepsilon_0\right), \\ \sigma_\theta-\sigma_0 &= \psi\left(\varepsilon_\theta-\varepsilon_0\right), \\ \sigma_z-\sigma_0 &= \psi\left(\varepsilon_z-\varepsilon_0\right), \\ \sigma_{rz} &= \psi\varepsilon_{rz}. \end{aligned} \tag{3.26}$$

Тогда можно установить, что

$$\psi = \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i}, \tag{3.27}$$

а, следовательно, функция $\psi(\varepsilon_i)$ может быть выражена через функцию $\Phi(\varepsilon_i)$

$$\psi(\varepsilon_i) = \frac{2\Phi(\varepsilon_i)}{3\varepsilon_i}.$$

Решение задачи теории пластичности может быть сведено к решению соответствующей последовательности задач теории упругости. Для этого уравнения (3.26) следует заменить на (3.28) с учетом (3.29), а (3.22) – на (3.30).

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \dfrac{1}{E^*} \cdot \left[\sigma_r - \nu^* \ \sigma_z + \sigma_\theta \ \right], \\ \varepsilon_\theta = \dfrac{1}{E^*} \cdot \left[\sigma_\theta - \nu^* \ \sigma_r + \sigma_z \ \right], \\ \varepsilon_z = \dfrac{1}{E^*} \cdot \left[\sigma_z - \nu^* \ \sigma_\theta + \sigma_r \ \right], \\ \varepsilon_{rz} = \dfrac{1}{G^*} \cdot \sigma_{rz}, \end{cases} \tag{3.28}$$

где

$$E^* = \frac{\dfrac{\sigma_i}{\varepsilon_i}}{1 + \dfrac{1}{9K}\dfrac{\sigma_i}{\varepsilon_i}} \ ; \ \nu^* = \frac{\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{9K}\dfrac{\sigma_i}{\varepsilon_i}}{1 + \dfrac{1}{9K}\dfrac{\sigma_i}{\varepsilon_i}} \ ; \ G^* = \frac{E^*}{2\ 1+\nu^*} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i}. \tag{3.29}$$

При этом

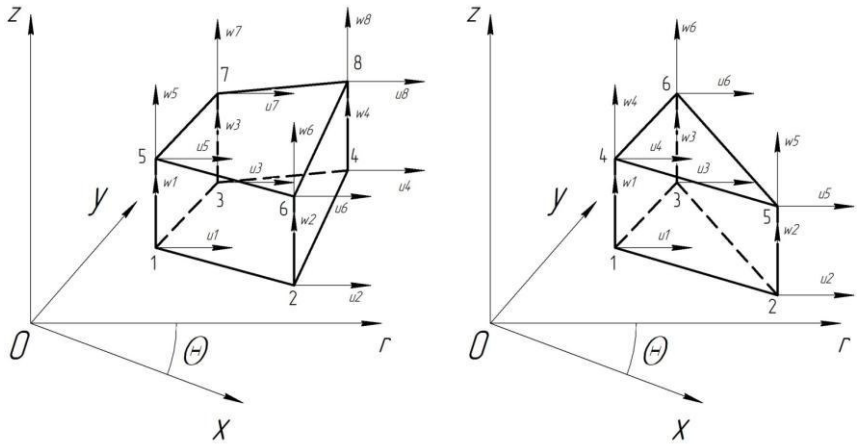
$$\sigma_0 = \frac{E^*}{1 - 2\nu^*} \cdot \varepsilon_0 . \tag{3.30}$$

Итак, решение задачи теории пластичности сводится к решению группы задач теории упругости при использовании переменных параметров E^*, ν^*, G^*. Ниже опишем суть шагово-итерационного метода, примененного нами при расчетах параметров НДС для физически нелинейных материалов.

На первом этапе (в первом приближении) принимаем $\psi = \dfrac{1}{2G}$, руководствуясь (3.27) и (3.29). Тогда переменные параметры упругости будут равны постоянным $E^{*(1)}=E$, $\nu^{*(1)}=\nu$, $G^{*(1)}=G$. В этом случае вместо уравнений теории пластичности используем обобщенный закон Гука. Таким образом, в результате решения задачи теории упругости в первом приближении определяем напряжения $\sigma_r^{(1)}, \sigma_\theta^{(1)}, \sigma_z^{(1)}, \sigma_{rz}^{(1)}$ и деформации $\varepsilon_r^{(1)}, \varepsilon_\theta^{(1)}, \varepsilon_z^{(1)}, \varepsilon_{rz}^{(1)}$ для каждой точки расчетной области Ω. Далее по найденным значениям рассчитываем интенсивности напряжений $\sigma_i^{(1)}$ и деформаций $\varepsilon_i^{(1)}$, после чего по диаграмме деформирования материалов в координатах $\sigma_i - \varepsilon_i$ определяем значение $\sigma_i^{*(1)}$, соответствующее интенсивности деформаций $\varepsilon_i^{(1)}$. По значениям $\sigma_i^{*(1)}$ и $\varepsilon_i^{(1)}$ в соответствии с (3.29) находим параметры $E^{*(2)}$, $\nu^{*(2)}$, $G^{*(2)}$, значения которых в разных точках расчетной области будут отличаться. Далее решаем задачу теории упругости и находим напряжения $\sigma_r^{(2)}, \sigma_\theta^{(2)}, \sigma_z^{(2)}, \sigma_{rz}^{(2)}$ и деформации $\varepsilon_r^{(2)}, \varepsilon_\theta^{(2)}, \varepsilon_z^{(2)}, \varepsilon_{rz}^{(2)}$ во втором приближении. Как и для случая первого приближения, рассчитываем для каждой точки расчетной области Ω $\sigma_i^{(2)}$ и $\varepsilon_i^{(2)}$, после чего по диаграмме $\sigma_i - \varepsilon_i$ определяем значение $\sigma_i^{*(2)}$, соответствующее $\varepsilon_i^{(2)}$. По этим значениям устанавливаем исходные

параметры $E^{*(3)}$, $v^{*(3)}$, $G^{*(3)}$ для расчетов в третьем приближении. Вычисления необходимо выполнять до того момента, пока результаты для приближения n не будут отличаться от результатов для приближения n–1 на некоторую заданную изначально величину с требуемой точностью. Отметим, что данный итерационный процесс является сходящимся.

При решении задачи будем использовать объемные 8-узловые и 6-узловые конченые элементы (рис. 3.9).



а *б*

Рис. 3.9. Общий вид конченых элементов, используемых при создании модели:
а – 8-узлового; *б* – 6-узлового

Ниже дадим характеристику используемого нами 8-узлового конечного элемента. Перемещение каждой точки области в пределах конечного элемента будет определяться двумя компонентами вектора перемещений $\delta = u, w$. Полагаем, что в указанных пределах данные компоненты являются линейными функциями координат. Тогда

$$\begin{cases} u = \alpha_1 + \alpha_2 r + \alpha_3 z, \\ w = \alpha_4 + \alpha_5 r + \alpha_6 z \end{cases}, \tag{3.31}$$

где $\alpha_1 ... \alpha_6$ – неизвестные коэффициенты, которые образуют вектор α.

В матричной форме (3.31) запишется в виде

$$\delta = \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r & z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & r & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \dots \\ \alpha_6 \end{bmatrix}. \tag{3.32}$$

Вектор коэффициентов α можно представить следующим образом:

$$\alpha = \beta_1, \beta_2 \ . \tag{3.33}$$

где

$$\beta_1 = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ ,$$
$$\beta_2 = \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6 \ .$$

Далее α необходимо выразить через вектор перемещения узлов конечного элемента $\delta_{кэ}$. При этом сам вектор $\delta_{кэ}$ можно определить как множество векторов перемещения каждого узла

$$\delta_{кэ} = \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6, \delta_7, \delta_8 \ . \tag{3.34}$$

где 1…8 – номера узлов конечного элемента.

Вектору $\delta_{кэ}$ соответствует вектор $\theta_{кэ} = \theta_1, \theta_2$, причем

$$\begin{aligned} \theta_1 &= u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8 \ , \\ \theta_2 &= w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7, w_8 \ . \end{aligned} \tag{3.35}$$

Принятая линейная форма аппроксимации позволяет записать

$$\delta_{кэ} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = A \cdot \ \alpha \ , \tag{3.36}$$

где

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & z_1 \\ 1 & r_2 & z_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & r_8 & z_8 \end{bmatrix}, \tag{3.37}$$

Так как определитель $\det A_1$ всегда будет отличаться от нуля, то (3.36) может быть разрешено относительно α :

$$\alpha = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det A_1} \cdot \begin{bmatrix} A_1^{-1} & 0 \\ 0 & A_1^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot \ \theta_{кэ}, \tag{3.38}$$

Матрица A_1^{-1} может быть записана следующим образом:

$$A_1^{-1} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 & b_7 & b_8 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 & c_7 & c_8 \end{bmatrix}, \qquad (3.39)$$

где (1…8) – номера узлов конечного элемента.

Элементы матрицы (3.39) a_1, b_1 и c_1 могут быть рассчитаны как соответствующие определители

$$a_1 = \begin{vmatrix} r_2 & z_2 \\ r_3 & z_3 \\ \dots & \dots \\ r_8 & z_8 \end{vmatrix}; \; b_1 = \begin{vmatrix} 1 & z_2 \\ 1 & z_3 \\ \dots & \dots \\ 1 & z_8 \end{vmatrix}; \; c_1 = \begin{vmatrix} r_2 & 1 \\ r_3 & 1 \\ \dots & \dots \\ r_8 & 1 \end{vmatrix}. \qquad (3.40)$$

Элементы $a_2 \dots a_8$, $b_2 \dots b_8$ и $c_2 \dots c_8$ определяются аналогично (3.40) путем круговой перестановки индексов.

Если подставить выражение (3.38) в (3.32), а вектор $\theta_{кэ}$ заменить путем соответствующей перестановки элементов вектором перемещения узлов элемента $\delta_{кэ}$, то получим

$$\delta = \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 & 0 & F_2 & 0 & \dots & \dots & F_8 & 0 \\ 0 & F_1 & 0 & F_2 & \dots & \dots & 0 & F_8 \end{bmatrix} \cdot \delta_{кэ}, \qquad (3.41)$$

где $F_i = \dfrac{1}{\det A_1} \cdot \; a_i + b_i r + c_i z \;$;

i = (1…8) – номера узлов конечного элемента.

Таким образом, матрица в правой части (3.41) является матрицей базисных функций конечного элемента.

Перепишем (3.41) в явной форме

$$u = \sum_{i=1}^{8} F_i u_i \; ; \; w = \sum_{i=1}^{8} F_i w_i \; . \qquad (3.42)$$

Функции F_i могут интерпретироваться как координатные функции в суммах Релея-Ритца, а компоненты u_i и w_i – как параметры, по которым производится минимизация энергии деформирования в вариационном методе Ритца.

Подставив (3.42) в (3.15), определим компоненты вектора деформаций узлов конечного элемента

$$\varepsilon_{кэ} = B \quad \delta_{кэ}, \qquad (3.43)$$

где B – матрица, имеющая блочную структуру

$$B = \begin{matrix} B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & B_5 & B_6 & B_7 & B_8 \end{matrix}. \qquad (3.44)$$

При этом

$$B_i = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial F_i}{\partial r} & 0 \\ \dfrac{F_i}{r} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial F_i}{\partial z} \\ \dfrac{\partial F_i}{\partial z} & \dfrac{\partial F_i}{\partial r} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det A_1} \cdot \begin{bmatrix} b_i & 0 \\ \dfrac{a_i}{r} + b_i + \dfrac{c_i z}{r} & 0 \\ 0 & c_i \\ c_i & b_i \end{bmatrix}, \qquad (3.45)$$

где i – номера узлов конечного элемента, $i = 1\ldots8$.

Матрица жесткости конечного элемента определяется интегралами

$$k_{кэ} = \iiint\limits_{V_{кэ}} \left[B^T \right] \cdot D \cdot B \cdot r d\theta dr dz = \iiint\limits_{V_{кэ}} \left[B^T \right] \cdot D \cdot B \, dV, \qquad (3.46)$$

где D – матрица упругости, элементы которой определяются для трансверсально-изотропных материалов по (3.19), а для изотропных – по (3.21).

Пусть конечный элемент находится под действием вектора объемных сил, т.е. сил, распределенных по его объему $G_{V\ кэ}$, и вектора поверхностных сил $q_{кэ}$, распределенных по его граням. Под действием этих сил внутри элемента реализуется некоторое поле перемещений δ и напряжений $\sigma_{кэ}$. Минимум потенциальной энергии приводит к равенству вариации работы внутренних напряжений и вариации работы объемных и поверхностных сил на соответствующих перемещениях

$$\delta\left(\frac{1}{2} \iiint\limits_{V_{кэ}} \varepsilon^{T}_{кэ} \cdot \sigma_{кэ} \, dV \right) = \delta\left(\iiint\limits_{V_{кэ}} \delta^{T} \cdot G_{V\ кэ} \, dV + \iint\limits_{S} \delta^{T} \cdot q_{кэ} \, dS \right). \qquad (3.47)$$

Используя зависимости (3.41) и (3.43) можно записать (3.47) в виде

$$\delta\left\{ \delta_{кэ}^{T}\left[\left(\iiint\limits_{V_{кэ}}\left[B^T\right]\cdot D\cdot B\, dV\right)\cdot \delta_{кэ} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \iiint\limits_{V_{кэ}}\left[F^T\right]\cdot G_{V\ кэ}\, dV - \iint\limits_{S}\left[F^T\right]\cdot q_{кэ}\, dS\right]\right\} = 0. \qquad (3.48)$$

Поскольку перемещения узлов параллелепипеда могут реализовываться произвольно, минимум потенциальной энергии достигается, когда выражение в квадратных скобках в (3.48) равно нулю. При этом получается уравнение

$$k_{кэ}\cdot \delta_{кэ} = p_{кэ}, \qquad (3.49)$$

где $p_{кэ}$ – обобщенный вектор узловых сил, статически эквивалентный всем приложенным нагрузкам

$$p_{кэ} = \iiint\limits_{V_{кэ}}\left[F^T\right]\cdot G_{V\ кэ}\, dV + \iint\limits_{S}\left[F^T\right]\cdot q_{кэ}\, dS, \qquad (3.50)$$

Заметим, что в соответствии с (3.19), (3.21), (3.41), (3.44) элементы матриц D, F, B постоянны в пределах конечного элемента. Поэтому можно переписать (3.46) и (3.50) в виде

$$k_{кэ} = \left[B^T\right]\cdot D\cdot B\cdot \iiint\limits_{V_{кэ}} dV = \left[B^T\right]\cdot D\cdot B\cdot V_{кэ}, \qquad (3.51)$$

$$p_{кэ} = \left[F^T\right]\cdot\left(\iiint\limits_{V_{кэ}} G_{V\ кэ}\, dV + \iint\limits_{S} q_{кэ}\, dS\right). \qquad (3.52)$$

где $V_{кэ}$ – объем конечного элемента.

Если в (3.51) B заменить выражением (3.44), то матрицу жесткости элемента можно записать в виде блочной матрицы

$$k_{кэ} = \frac{1}{2\det A_1}\cdot\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & k_{18} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & k_{28} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{81} & k_{82} & k_{83} & k_{84} & k_{85} & k_{86} & k_{87} & k_{88} \end{bmatrix} \qquad (3.53)$$

с блоками

$$\left[k_{ij}\right] = \left[B_i^T\right]\cdot D\cdot\left[B_j\right], \qquad (3.54)$$

где $i = 1\dots8$; $j = 1\dots8$.

3.2.3. Исследование параметров НДС системы «крепь–трещиноватый породный массив» на протяженном участке ствола

Исходные данные для исследований приведены в табл. 3.1, а общий вид конечно-элементной модели протяженной части ствола – на рис. 3.0.

Таблица 3.1

Исходные данные, использованные при создании моделей

Элементы системы	Наименование показателя	Значения показателя
Породный массив	Прочность ненарушенных пород, МПа	(25…100)
	Модуль деформации ненарушенных пород, МПа·10^3	(25…40)
	Коэффициент поперечной деформации ненарушенных пород	(0,31…0,37)
	Средний удельный вес вышележащей толщи пород, кН/м^3	25
	Расстояние между трещинами во вмещающих ствол породах, м, и соответствующее значение коэффициента структурной неоднородности массива согласно СНиП	0,08; 0,16; k_c = 0,2; 0,4
	Угол наклона трещин во вмещающих ствола породах к горизонтальной плоскости, градусов	(0…90)
Вертикальный ствол	Глубина ствола, м	700…2000
	Диаметр ствола в свету, м	6,0…8,0
	Вид и толщина постоянной крепи	Монолитная бетонная (фибробетонная) толщиной (250…500) мм

Каждая из моделей протяженной части ствола содержала 5152 узлов и 4576 8-узловых конечных элементов.

По итогам расчетов определялся радиус зоны неупругих деформаций и запас прочности монолитной бетонной крепи. Вид напряженного состояния определялся при помощи параметра Лоде-Надаи

$$\mu = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1. \tag{3.55}$$

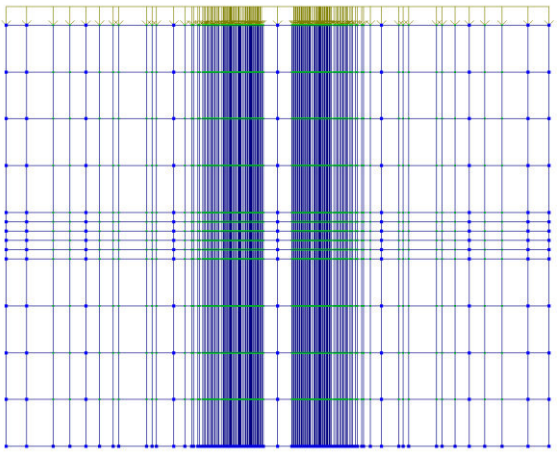


Рис. 3.10. Общий вид конечно-элементной модели протяженной части ствола

Радиус зоны неупругих деформаций вычислялся в соответствии с критерием Кулона-Мора

$$R_{сж} \le \sigma_э = \sigma_1 - \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \cdot \sigma_3;\ R_{сж} = \frac{2C\cos\varphi}{1-\sin\varphi}. \tag{3.56}$$

где φ – угол внутреннего трения породы;

C – сцепление породы, МПа;

$R_{сж}$ – прочность породы на одноосное сжатие, МПа.

Условие прочности для материалов крепи (бетон, фибробетон)

$$NS = \frac{R_b}{\sigma_{\max}} > 1, \tag{3.57}$$

где R_b – расчетная прочность материала крепи на одноосное сжатие, МПа.

уравнения

$$S^3 + pS + q = 0, \tag{3.58}$$

где

$$p = -\ -S_xS_y - S_yS_z - S_zS_x + \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2\ ;$$

$$q = -\ S_xS_yS_z + 2\sigma_{xy}\sigma_{xz}\sigma_{yz} - S_x\sigma_{yz}^2 - S_y\sigma_{xz}^2 - S_z\sigma_{xy}^2\ ;$$

$$S_x = \sigma_x - \sigma_0; S_y = \sigma_y - \sigma_0; S_z = \sigma_z - \sigma_0; \sigma_0 = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}.$$

Корни кубического уравнения (3.58):

$$S_1 = 2 \cdot \left(\left| p/3 \right| \right)^{1/2} \cdot \cos \varpi;$$

$$S_2 = -2 \cdot \left(\left| p/3 \right| \right)^{1/2} \cdot \cos\ \left(\varpi - \frac{\pi}{3} \right);$$

$$S_3 = -2 \cdot \left(\left| p/3 \right| \right)^{1/2} \cdot \cos\ \left(\varpi + \frac{\pi}{3} \right),$$

где

$$\varpi = \frac{1}{3} \arccos \left(- \frac{q}{2 \cdot \left| p/3 \right| \cdot \left(\left| p/3 \right| \right)^{1/2}} \right).$$

Тогда главные напряжения:

$$\sigma_i = S_i + \sigma_0,$$

где i=1,2,3.

Направляющие косинусы углов наклона осей к осям локальной (цилиндрической) системы координат получим, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} \left(\sigma_x - \sigma_i \right) l_i + \sigma_{xy} m_i + \sigma_{xz} n_i = 0, \\ \sigma_{xy} l_i + \left(\sigma_y - \sigma_i \right) m_i + \sigma_{yz} n_i = 0, \\ \sigma_{xz} l_i + \sigma_{yz} m_i + \left(\sigma_z - \sigma_i \right) n_i, \end{cases}$$

где i=1,2,3.

Решив систему трижды, получим матрицу направляющих косинусов

$$A = \begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{pmatrix}.$$

Далее вычислялись три угла Эйлера, определяющие положение трех главных напряжений относительно локальной (цилиндрической) системы координат (рис. 3.11).

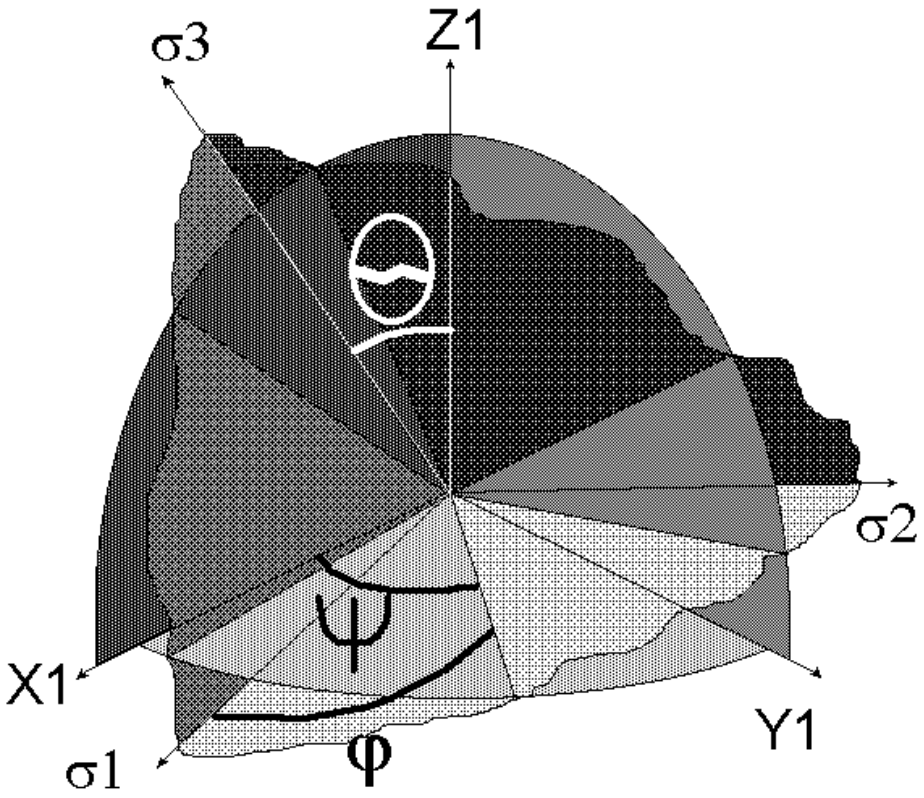


Рис. 3.11. Схема к определению углов Эйлера

Введем следующие обозначения (см. рис. 3.11):

θ – угол (нутации) между положительными направлениями осей OZ_1 и σ_3 ($0 \le \theta \le \pi$);

ψ – угол (прецессии) между осью OX_1 и осью OA (линия пересечения плоскостей X_1OY_1 и $\sigma_1O\sigma_2$), положительное направление которой выбирается так, что OA, OZ_1 и σ_3 образуют правую тройку. Угол ψ отсчитывается от оси OX_1 к OY_1 ($0 \le \psi \le 2\pi$);

φ – угол (чистого вращения) между осями σ_1 и OA отсчитывается от оси σ_1 к σ_2 ($0 \le \varphi \le 2\pi$).

Значения углов Эйлера определяли следующим образом:

$\theta = arccos\ (n_3)$.

При $\theta = 0$, $\varphi = 0$, $\psi = arcsin\ (m_1)$,

причем если $l_1 < 0$, то $\psi = \pi - arcsin\ (m_1)$.

Если $\psi < 0$, то $\psi = \psi + 2\pi$.

При $\theta \neq 0$ $\psi = arcsin\left(\frac{l_3}{\sqrt{1-n_3^2}}\right)$, причем если $\left(-\frac{m_3}{\sqrt{1-n_3^2}}\right) < 0$,

то $\psi = \pi - arcsin\left(\frac{l_3}{\sqrt{1-n_3^2}}\right)$.

Если $\psi < 0$, то $\psi = \psi + 2\pi$.

Далее $\varphi = arcsin\left(\frac{n_3}{\sqrt{1-n_3^2}}\right)$,

причем если $\left(\frac{n_2}{\sqrt{1-n_3^2}}\right) < 0$, то $\varphi = \pi - arcsin\left(\frac{n_1}{\sqrt{1-n_3^2}}\right)$.

Если $\varphi < 0$, то $\varphi = \varphi + 2\pi$.

Приведенные упругие характеристики для трещиноватых пород определялись по (3.59)-(3.63):

$$E_1 = E_{\square} = \frac{E}{1+\eta\ \ 1-\cos^4\theta}; \tag{3.59}$$

$$E_2 = E_{\perp} = \frac{E}{1+\eta\ \ 1-\sin^4\theta}; \tag{3.60}$$

$$G_1 = G_{\square,\perp} = \frac{E}{2(1+\nu+\eta\cdot\cos^2\theta)}; \tag{3.61}$$

$$G_2 = G_{\square} = \frac{E}{2(1+\nu+\eta\cdot\sin^2\theta)}; \tag{3.62}$$

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu + \eta\cdot\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta, \tag{3.63}$$

где $\eta = \frac{\delta}{\xi\cdot h}$;

δ – ширина раскрытия трещин, м;

h – среднее расстояние между трещинами, м;

ξ – безразмерная площадь скальных контактов. В соответствии с рекомендациями К.В. Руппенейта во всех случаях принималось $\xi = 0{,}0003$;

θ – угол наклона трещин к горизонтальной плоскости, градусов.

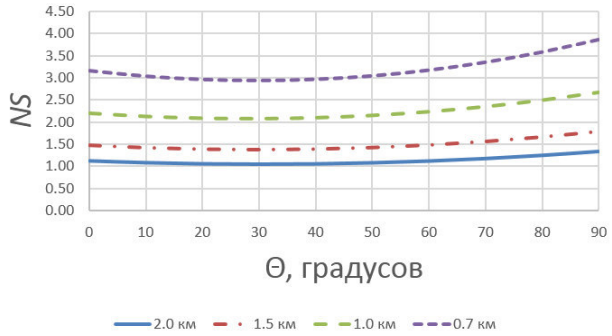
В результате выполненных вычислительных экспериментов установлено, что радиус зоны неупругих деформаций (3.56) и запас прочности монолитной бетонной крепи из бетона В20 (3.57) изменяются по параболическим зависимостям от угла наклона трещин к горизонтальной плоскости (рис. 3.12, 3.13. Данные о соответствующих коэффициентах уравнений регрессии даны в табл. 3.2 и табл. 3.3.

$$NS = a\cdot\theta^2 + b\cdot\theta + c; \tag{3.64}$$

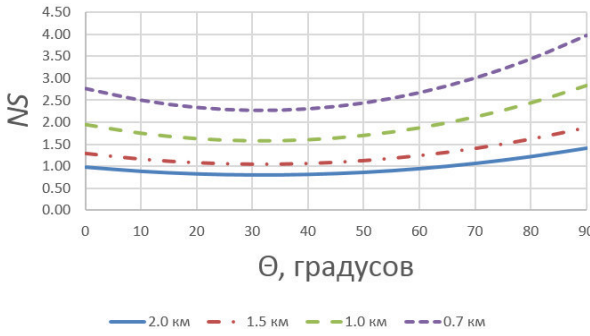
$$r_{\text{ЗНД}} = a_1\cdot\theta^2 + b_1\cdot\theta + c_1. \tag{3.65}$$

Исследования полученных зависимостей показывают, что во всех случаях минимальные значения запаса прочности крепи и радиусов зон неупругих деформаций достигались при углах наклона трещин к горизонтальной плоскости порядка (35…40)°.

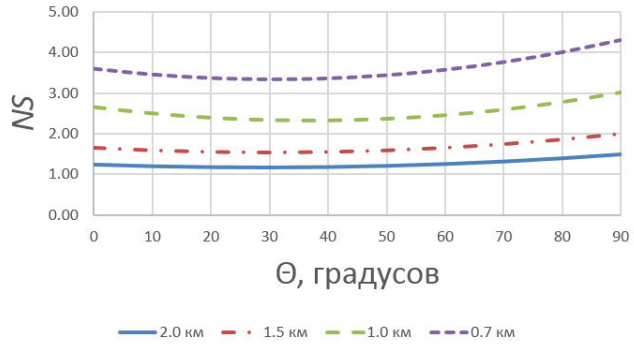
Отметим, что полученные результаты хорошо согласуются с результатами экспериментальных и аналитических исследований проф. А.Н. Шашенко, приведенными в монографии.


NS
Θ, градусов
2.0 км
1.5 км
1.0 км
0.7 км

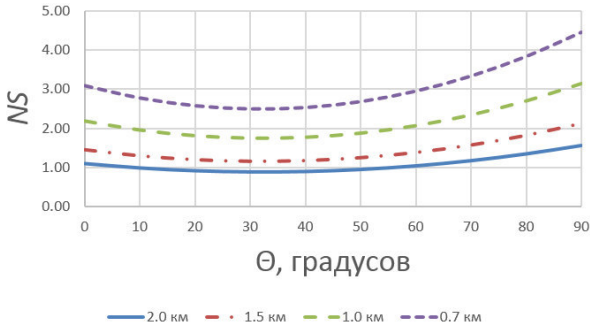
а


NS
Θ, градусов
2.0 км
1.5 км
1.0 км
0.7 км

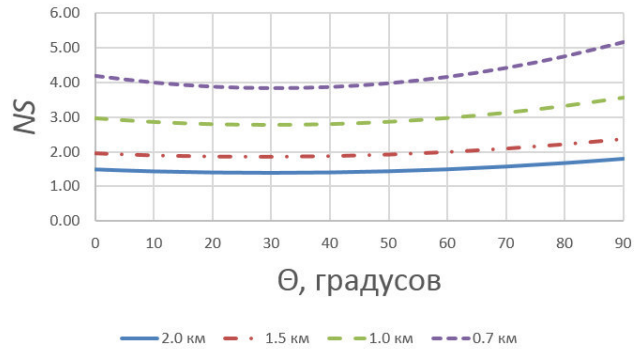
б


NS
Θ, градусов
2.0 км
1.5 км
1.0 км
0.7 км

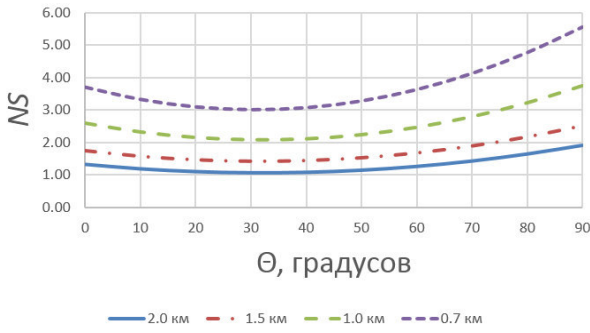
в


NS
Θ, градусов
2.0 км
1.5 км
1.0 км
0.7 км

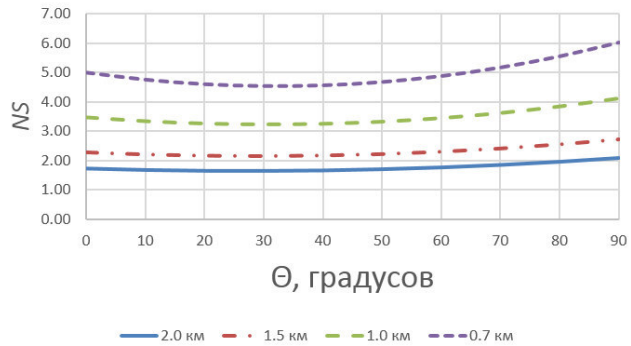
г


NS
Θ, градусов
2.0 км
1.5 км
1.0 км
0.7 км

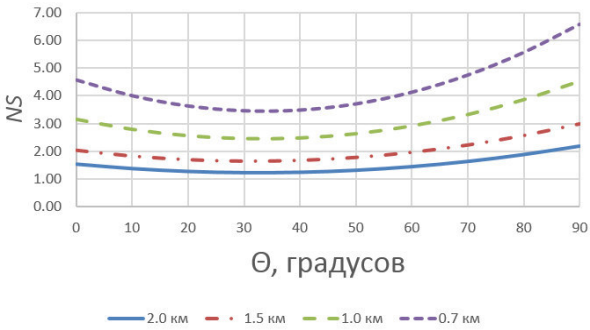
д


NS
Θ, градусов
2.0 км
1.5 км
1.0 км
0.7 км

е


NS
Θ, градусов
2.0 км
1.5 км
1.0 км
0.7 км

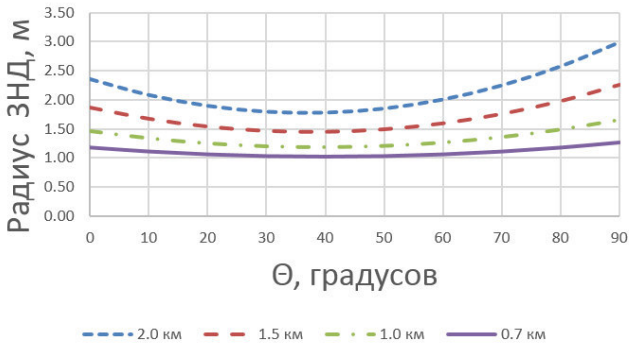
ж


NS
Θ, градусов
2.0 км
1.5 км
1.0 км
0.7 км

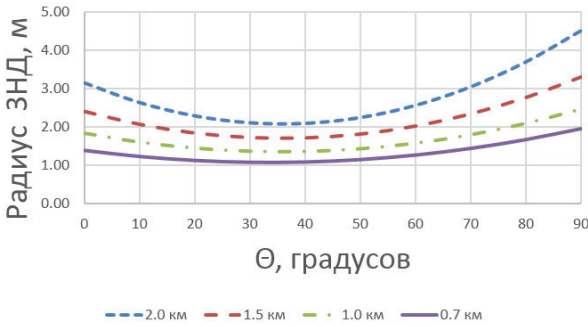
з

Рис. 3.12. Изменение запаса прочности монолитной бетонной крепи ствола из бетона В20 в зависимости от угла наклона трещин во вмещающих породах к горизонтальной плоскости:

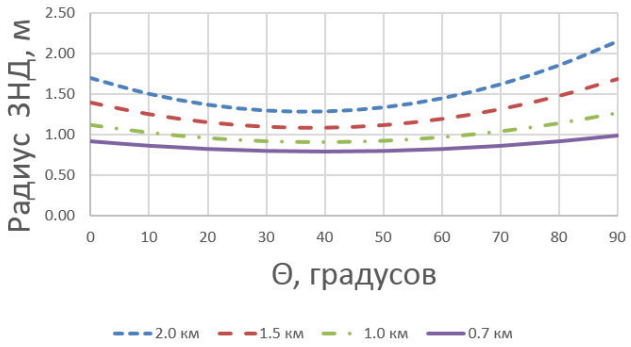
а – $R_{сж}$ = 25 МПа, $k_с$ = 0,4; *б* – $R_{сж}$ = 25 МПа, $k_с$ = 0,2;
в – $R_{сж}$ = 40 МПа, $k_с$ = 0,4; *г* – $R_{сж}$ = 40 МПа, $k_с$ = 0,2;
д – $R_{сж}$ = 70 МПа, $k_с$ = 0,4; *е* – $R_{сж}$ = 70 МПа, $k_с$ = 0,2;
ж – $R_{сж}$ = 100 МПа, $k_с$ = 0,4; *з* – $R_{сж}$ = 100 МПа, $k_с$ = 0,2



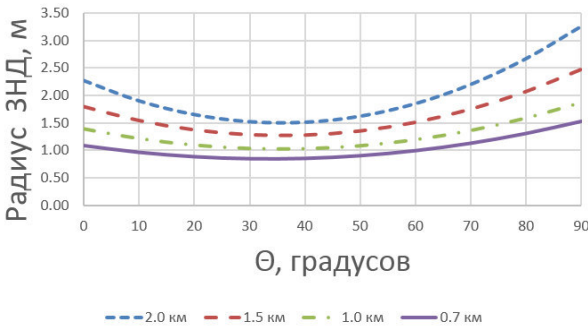
а



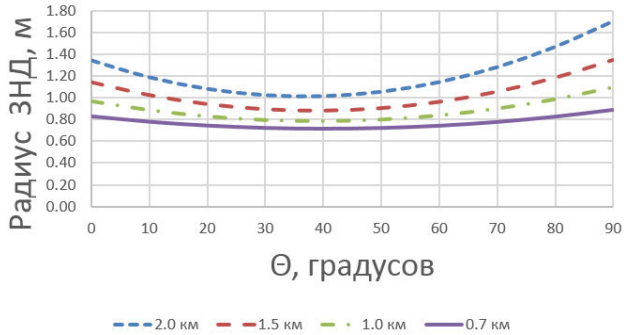
б



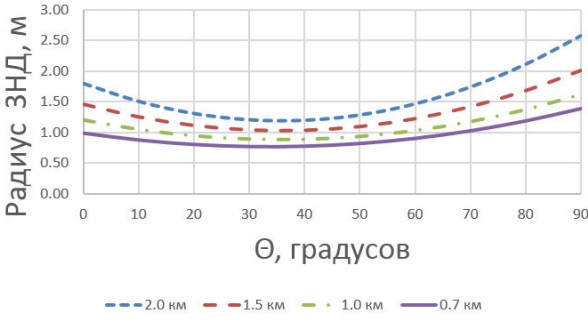
в



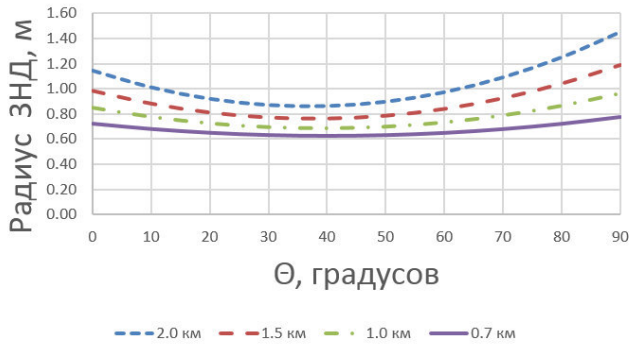
г



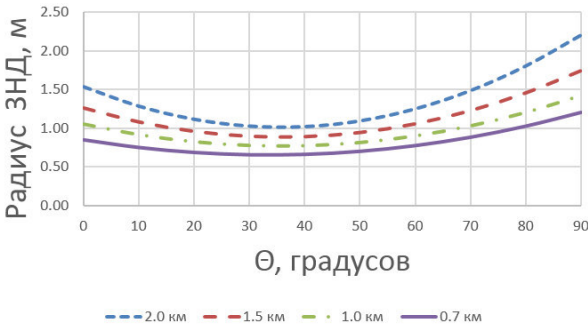
д



е



ж



з

Рис. 3.13. Изменение радиуса зоны неупругих деформаций в зависимости от угла наклона трещин во вмещающих породах к горизонтальной плоскости:

а – $R_{сж}$ = 25 МПа, $k_с$ = 0,4; *б* – $R_{сж}$ = 25 МПа, $k_с$ = 0,2;
в – $R_{сж}$ = 40 МПа, $k_с$ = 0,4; *г* – $R_{сж}$ = 40 МПа, $k_с$ = 0,2;
д – $R_{сж}$ = 70 МПа, $k_с$ = 0,4; *е* – $R_{сж}$ = 70 МПа, $k_с$ = 0,2;
ж – $R_{сж}$ = 100 МПа, $k_с$ = 0,4; *з* – $R_{сж}$ = 100 МПа, $k_с$ = 0,2

Таблица 3.2

Значения коэффициентов уравнения регрессии (3.64) для различных условий

Глубина, км	Коэффициенты уравнения регрессии	$R_{сж}$ = 25 МПа		$R_{сж}$ = 40 МПа		$R_{сж}$ = 70 МПа		$R_{сж}$ = 100 МПа	
		$k_с$ = 0,4	$k_с$ = 0,2	$k_с$ = 0,4	$k_с$ = 0,2	$k_с$ = 0,4	$k_с$ = 0,2	$k_с$ = 0,4	$k_с$ = 0,2
0,7	$a\cdot10^{-4}$	2,51	5,03	2,77	5,87	3,79	7,23	4,44	9,84
	b	-0,015	-0,032	-0,017	-0,037	-0,023	-0,045	-0,029	-0,066
	c	3,154	2,767	3,591	3,094	4,194	3,708	5,004	4,565
1,0	$a\cdot10^{-4}$	1,58	3,66	2,43	4,19	2,22	5,011	2,58	6,403
	b	-0,009	-0,023	-0,018	-0,027	-0,013	-0,032	-0,016	-0,042
	c	2,201	1,949	2,655	2,19	2,97	2,598	3,467	3,137
1,5	$a\cdot10^{-4}$	1,109	2,41	1,27	2,86	1,38	3,31	1,52	3,96
	b	-0,007	-0,015	-0,008	-0,018	-0,008	-0,021	-0,009	-0,025
	c	1,483	1,291	1,651	1,453	1,949	1,740	2,295	2,028
2,0	$a\cdot10^{-4}$	0,85	1,83	0,88	2,095	1,109	2,57	1,18	2,98
	b	-0,005	-0,012	-0,005	-0,014	-0,007	-0,017	-0,006	-0,019
	c	1,119	0,975	1,230	1,095	1,483	1,316	1,719	1,534

Таблица 3.3

Значения коэффициентов уравнения регрессии (3.65)
для различных условий

Глубина, км	Коэффициенты уравнения регрессии	$R_{сж}$ = 25 МПа		$R_{сж}$ = 40 МПа		$R_{сж}$ = 70 МПа		$R_{сж}$ = 100 МПа	
		k_c = 0,4	k_c = 0,2	k_c = 0,4	k_c = 0,2	k_c = 0,4	k_c = 0,2	k_c = 0,4	k_c = 0,2
0,7	$a_1 \cdot 10^{-4}$	0,98	2,77	0,77	2,16	0,695	1,96	0,603	1,701
	b_1	-0,008	-0,019	-0,006	-0,015	-0,006	-0,013	-0,005	-0,011
	c_1	1,173	1,387	0,916	1,084	0,831	0,983	0,721	0,853
1,0	$a_1 \cdot 10^{-4}$	1,84	3,79	1,40	2,88	1,216	2,501	0,106	2,19
	b_1	-0,014	-0,027	-0,011	-0,021	-0,01	-0,048	-0,008	-0,016
	c_1	1,466	1,824	1,116	1,389	0,969	1,205	0,847	1,054
1,5	$a_1 \cdot 10^{-4}$	2,94	5,51	2,196	4,12	1,753	3,36	0,155	2,90
	b_1	-0,022	-0,039	-0,017	-0,03	-0,014	-0,024	-0,012	-0,021
	c_1	1,869	2,396	1,398	1,793	1,141	1,463	0,984	1,262
2,0	$a_1 \cdot 10^{-4}$	4,30	8,30	3,101	5,98	2,458	4,74	0,21	4,04
	b_1	-0,032	-0,060	-0,023	-0,043	-0,018	-0,034	-0,015	-0,029
	c_1	2,353	3,146	1,696	2,267	1,344	1,798	1,146	1,532

Полученные зависимости будут использованы при обосновании рекомендаций по определению параметров крепи вертикальных стволов.

3.2.4. Исследование НДС системы «крепь–трещиноватый породный массив» на призабойном участке ствола при совмещенной схеме его сооружения

Исходные данные для исследований приведены в табл. 3.1, а общий вид конечно-элементной модели призабойной части ствола – на рис. 3.14.

Каждая из моделей призабойной части ствола содержала 18492 узлов и 17424 8-узловых и 6-узловых конечных элементов.

Исследование производили для скоростей сооружения ствола $V_{мес}$ = 60; 90 и 120 м/мес. Величины начальных модулей деформации и прочности бетона (В20) крепи от забоя вверх по стволу изменялись согласно рис. 3.1,*б* в зависимости от скорости сооружения ствола. Переменное сопротивление бетона учитывалось в возрасте до 7 суток. Прочность бетона в различном возрасте определялась по данным М.С. Плешко, а величины начальных модулей деформации – по формуле, предложенной сотрудниками НИИЖБ

$$E_0 = 3630 \cdot R^{0,613},$$

где R – прочность бетона, МПа в соответствующем возрасте.

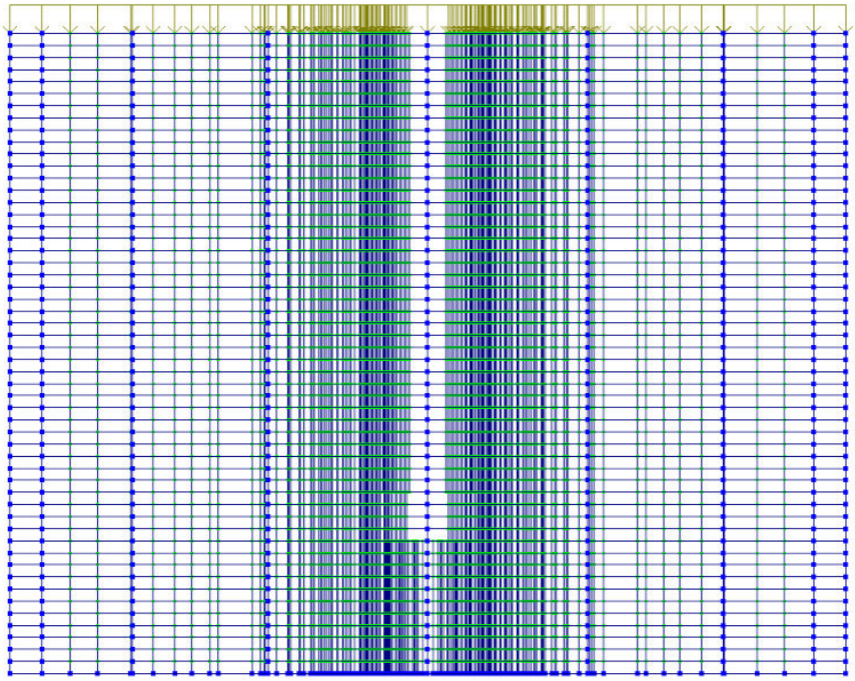


Рис. 3.14. Общий вид конечно-элементной модели призабойной части ствола

Проведение вычислительных экспериментов показало, что при сооружении вертикального ствола по совмещенной схеме запас прочности монолитной бетонной крепи возрастает по логарифмической зависимости с увеличением расстояния от крепи до забоя ствола и уменьшается с ростом скорости его проходки. При этом во всех случаях величина запаса прочности бетона крепи «стабилизировалась», т.е. становилась практически постоянной при расстояниях до забоя порядка (8…9) радиусов ствола и более.

На рис. 3.15 показаны зависимости относительного запаса прочности крепи от относительного расстояния крепи до забоя ствола, полученные в результате проведенных исследований. При этом относительный запас прочности крепи имеет вид

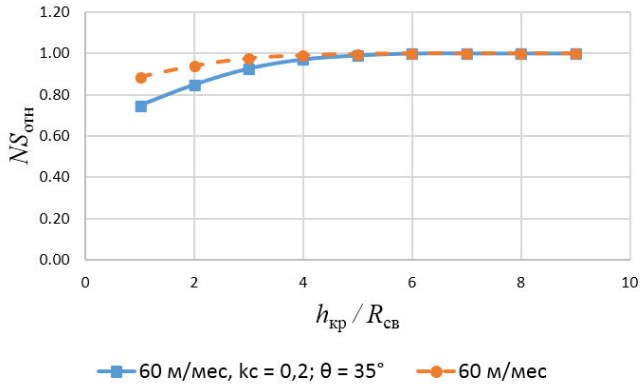
$$NS_{\text{отн}} = NS_1 / NS_9, \qquad (3.66)$$

где NS_1 – запас прочности бетона крепи ближайшей к забою ствола заходки;

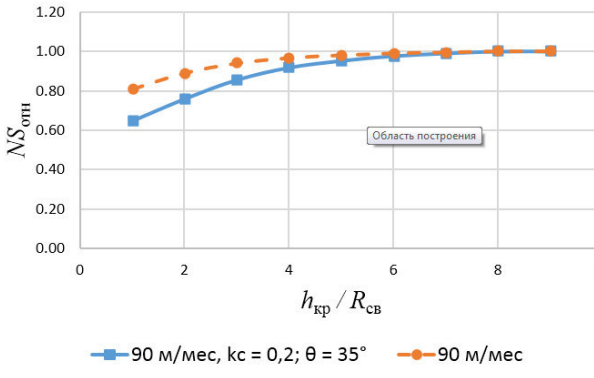
NS_9 – запас прочности бетона крепи, находящейся на расстоянии 9 радиусов ствола от забоя.

Анализ полученных зависимостей (рис. 3.15) показывает, что при сооружении ствола в трещиноватых породах отношение запаса прочности крепи ближайшей к забою заходки к запасу прочности крепи, находящейся на расстоянии от забоя порядка (8…9) радиусов ствола может дополнительно снижаться в (1,17…1,32) раза в зависимости от скорости его сооружения. При этом рассмотрен наиболее неблагоприятный вариант (угол наклона трещин к горизонтальной плоскости θ =35°, коэффициент структурного ослабления $k_{\text{с}}$ = 0,2, $R_{\text{сж}}$ = 25 МПа)

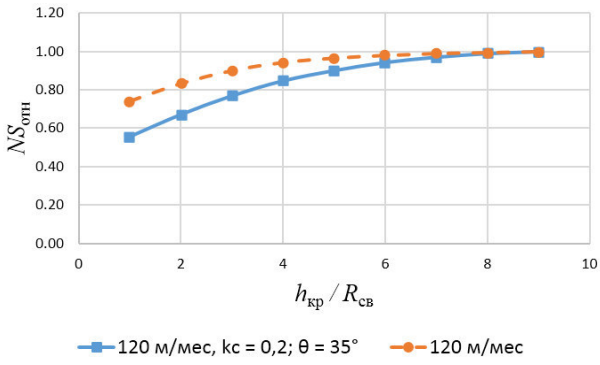
при котором запас прочности крепи минимален. Следует отметить незначительное влияние глубины ствола на величину $NS_{отн}$.



а



б



в

Рис. 3.15. Зависимость относительного запаса прочности крепи от относительного расстояния крепи до забоя ствола:
а – $V_{мес}$ = 60 м/мес; *б* – $V_{мес}$ = 90 м/мес; *в* – $V_{мес}$ = 120 м/мес

Полученные результаты хорошо согласуются с данными аналогичных исследований д.т.н. М.С. Плешко, выполненных для случая сооружения ствола по совмещенной схеме в однородных изотропных породах. Суть механизма управляющих воздействий по повышению несущей способности крепи ближайших к забою ствола заходок заключается в увеличении отношения прочности к модулю деформации *R*/*E* бетона в раннем возрасте. По итогам испытаний предложены составы бетонов, позволяющие существенно увеличить это отношение (рис. 3.16).

Отметим, что в трещиноватых породах запас прочности крепи ближайшей к забою может снижаться более чем в 1,7 раза по сравнению с запасом прочности крепи заходок, удаленных от забоя на расстояние (8…9) радиусов ствола. Это приведет к нарушению структуры бетона, развитию трещиноватости, что повлечет за собой снижение его прочности, водонепроницаемости, а, в конечном итоге, будет способствовать уменьшению срока службы крепи. При этом эффект от использования модифицированных составов бетона (см. рис. 3.15) может оказаться

недостаточным в условиях больших глубин и высоких скоростей сооружения ствола.

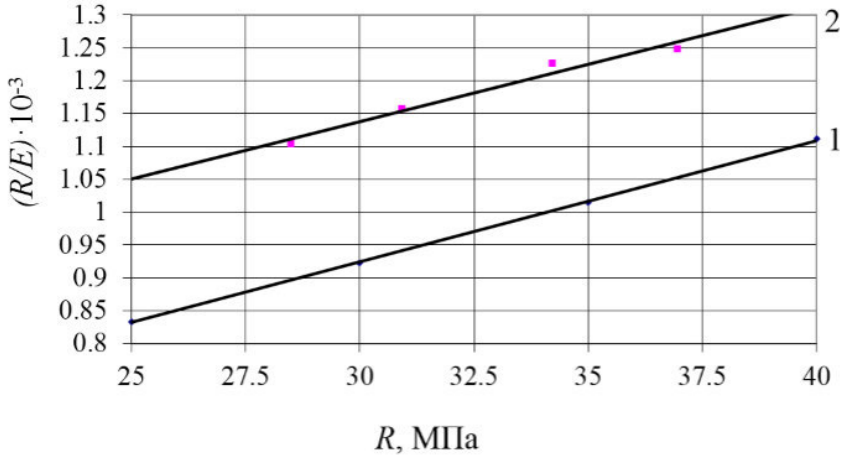


Рис. 3.16. Зависимость отношения *R/E* от прочности бетона [пл]:
1 – по нормативным характеристикам бетона согласно СНиП; 2 – по данным испытаний, разработанных д.т.н. М.С. Плешко составов бетона

Таким образом, необходимо предложить такие материалы крепи, которые позволят обеспечить более значительное увеличение отношения *R/E*. Одним из возможных решений может быть использование в качестве материала крепи фибробетонов.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит сущность метода конечных разностей, его недостатки?
2. В чем состоит сущность метода «прямых», его недостатки?
3. В чем состоит сущность метода конечных и граничных элементов?
4. Какие факторы необходимо учесть при создании математической модели подземного сооружения?
5. Как выбирается расчетная схема шахтного ствола?
6. От каких параметров зависит искомая функция?
7. Из каких уравнений состоит искомая функция?
8. Как изменяется запас прочности массива шахтного ствола от направления трещин?

3. 3. Вариационные методы решения задач

3.3.1.Сущность метода

Основные проблемы механики наряду с дифференциальными уравнениями управляются так называемыми минимальными принципами. Так, например, положение равновесия механической системы есть положение, отвечающее минимуму ее потенциальной энергии. Ввиду этого проблема решения граничной задачи для дифференциального уравнения данной механической системы

оказывается, в общем, эквивалентной проблеме нахождения функции, дающей минимум интеграла, которым выражается потенциальная энергия системы.

Существует два основных вариационных методов решения краевых задач: Бубнова-Галеркина и Ритца.

Расчет пластин (оболочек) по методу Бубнова-Галеркина является более сложным, так как необходимо удовлетворять координатными функциями все граничные условия, в том числе и условия на свободных краях. Последнее обстоятельство препятствует использование на практике метода Треффца и метода наименьших квадратов. Однако если эти условия выполняются, то эти методы весьма эффективны в применении. Можно утверждать, что ввиду сложности задачи о напряженно-деформируемом состоянии массивов горных пород, любой метод исследования, обеспечивающий необходимую точность, потребует весьма громоздких вычислений. Поэтому, естественно, следует применять такой метод, который просто реализуется на ПЭВМ и позволяет получить решение, не прибегая к дополнительным (по сравнению с обычной теорией пластин и оболочек) приближенным допущениям.

Для решения краевых задач горной геомеханики эффективным является применение метода Ритца – одного из основных прямых методов вариационного исчисления.

Этот метод является одним из методов построения минимизирующей последовательности. Для упрощения выкладок ограничимся случаем вещественного гильбертова пространства $\acute{I}$; результаты переносятся на комплексное пространство без изменений.

Допустим, что A – положительно определенный оператор в пространстве H. Задача о построении обобщенного решения уравнения

$$Au = f \tag{3.67}$$

однозначна решению задачи о построении элемента энергетического пространства, который реализует минимум фукционала

$$F(u) = [u,u]_A - 2(u,f) \tag{3.68}$$

в энергетическом пространстве. Эту последнюю задачу приближенно решают следующим образом.

Выберают последовательность элементов

$$\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n, ..., \tag{3.69}$$

удовлетворяющих следующим трем условиям:

– все элементы $\varphi_n \in H_A$;

– при любом n элементы $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ линейно независимы;

– последовательность (3.69) полна в H_A.

Элементы (3.69), следуя методу Ритцу называют координатными, а совокупность координатных элементов – координатной системой.

Строят линейную комбинацию первых n координатных элементов

$$U_n = \sum_{i=1}^{n} a_j \varphi_j \tag{3.70}$$

с произвольными численными коэффициентами a_j. Подставляя U_n вместо u в функционал (3.68), превращают $F(u)$ в функцию n независимых переменных $a_1, a_2, ..., a_n$:

$$\begin{aligned} F(u_n) &= \left[\sum_{j=1}^{n} a_j A\varphi_j, \sum_{k=1}^{n} a_k A\varphi_k \right] - 2\left(\sum_{k=1}^{n} a_k \varphi_k \right) = \\ &= \sum_{j,k=1}^{n} [\varphi_j, \varphi_k] \bar{a}_j a_k - 2\sum_{k=1}^{n} (\varphi_k, f)\, a_k . \end{aligned} \tag{3.71}$$

Выбирают коэффициенты a_j так, чтобы функция (3.71) приняла минимальное значение. Это приводит к системе линейных алгебраических уравнений с неизвестными $a_1, a_2, ..., a_n$. Функция (3.71) достигает минимума при тех значениях независимых переменных, которые обращают в нуль ее первые производные:

$$\frac{\partial F(u_n)}{\partial a_i} = 0, \quad i = 1,2,...,n \tag{3.72}$$

Производные (3.72) вычисляют по зависимости

$$\frac{\partial F(u_n)}{\partial a_i} = 2\sum_{k=1}^{n} [\varphi_k, \varphi_j] a_k - 2(f, \varphi_j) \tag{3.73}$$

Приравняв эти производные нулю, получают систему Ритца

$$\sum_{k=1}^{n} [\varphi_k, \varphi_j] a_k = (f, \varphi_j), \quad j = 1,2,...,n \tag{3.74}$$

или в более подробной записи,

$$\begin{aligned} &[\varphi_1, \varphi_1]a_1 + [\varphi_1, \varphi_2]a_2 + ... + [\varphi_1, \varphi_n]a_n = (f, \varphi_1); \\ &[\varphi_2, \varphi_1]a_1 + [\varphi_2, \varphi_2]a_2 + ... + [\varphi_2, \varphi_n]a_n = (f, \varphi_2); \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &[\varphi_n, \varphi_1]a_1 + [\varphi_2, \varphi_n]a_2 + ... + [\varphi_n, \varphi_n]a_n = (f, \varphi_n). \end{aligned} \tag{3.75}$$

Координатные элементы (3.69) выбирают из области DA, тогда $[\varphi_k, \varphi_j] = A(\varphi_k, \varphi_j)$ и система Ритца принимает вид (D_A – область определения оператора A)

$$\begin{aligned}
&(A\varphi_1, \varphi_1)a_1 + (A\varphi_1, \varphi_2)a_2 + \ldots + (A\varphi_1, \varphi_n)a_n = (f, \varphi_1);\\
&(A\varphi_2, \varphi_1)a_1 + (A\varphi_2, \varphi_2)a_2 + \ldots + (A\varphi_2, \varphi_n)a_n = (f, \varphi_2);\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(A\varphi_n, \varphi_1)a_1 + (A\varphi_n, \varphi_2)a_2 + \ldots + (A\varphi_n, \varphi_n)a_n = (f, \varphi_n).
\end{aligned} \qquad (3.76)$$

Определитель системы (3.76)

$$\begin{vmatrix}
[\varphi_1, \varphi_1][\varphi_1, \varphi_2]\ldots[\varphi_1, \varphi_n]\\
[\varphi_2, \varphi_1][\varphi_2, \varphi_2]\ldots[\varphi_2, \varphi_n]\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
[\varphi_n, \varphi_1][\varphi_n, \varphi_2]\ldots[\varphi_n, \varphi_n]
\end{vmatrix} \qquad (3.77)$$

– определитель системы Грамма линейно независимых элементов $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_n$ и поэтому отличен от нуля. Следовательно, система уравнений Ритца всегда разрешима, если оператор $\grave{A}$ положительный. Найдя коэффициенты $a_1, a_2, \ldots, a_n$ и подставив их в (3.70), получим элемент u_n, который будем называть приближенным решением уравнения (3.67) по Ритцу. Зная прогибы, определим деформации и напряжения.

Метод Ритца имеет простую схему расчета и позволяет исследовать массивы горных пород с любым сочетанием слоев при любой нагрузке и условиях закрепления, различной анизотропией пород. Для решения многих важных для практики задач достаточно, в отличие от метода Бубнова-Галеркина, чтобы координатные функции удовлетворяли только геометрическим граничным условиям, записываемых относительно функции прогиба и ее производной (угла поворота). Однако, если удается удовлетворить всем граничным условиям, метод Бубнова-Галеркина существенно упрощает решение задачи.

3.3.2. Напряженно-деформированное состояние взрывоустойчивой перемычки с учетом квадратичного распределения поперечных деформаций и сил

В настоящее время горноспасатели возводят перемычки в различных сечениях горных выработок, которые представляют собой толстые пластины (плиты), имеют, в основном, форму параболическую или полуокружности. Делают углубления (уступы) на (0,3…0,5) м по периметру для крепления перемычек с твердыми породами горной выработки.

Возводят перемычку, как правило, с двумя проемными металлическими трубами для проветривания выработки, которые, при необходимости, горноспасатели закрывают относительно большим по жесткости люком.

Следовательно, в первую очередь, можно считать, как и ранее, что перемычка по периметру жестко закреплена, однако абсолютное большинство авторов при определении ее толщины принимают граничные условия в виде шарнирной опоры. Кроме этого, практика эксплуатации перемычек показывает, что после первого воздействия на них ВУВ возможны изменения их граничных условий, а это приведет к перераспределению НДС при повторном их применении.

Пусть перемычка, как трехмерное тело, относится к триортогональной системе декартовых координат x, y и z, под действием нагрузок получает перемещения соответственно u, v и w. Положительными примем перемещения, направленные в сторону положительных изменений координат.

Деформированное состояние трехмерной перемычки характеризуется шестью составляющими деформаций: ε_x, ε_y, ε_z, ε_{xy}, ε_{xz}, ε_{yz}. Первые три представляют соответственно относительные деформации удлинения по трем взаимно перпендикулярным направлениям x, y, z, а остальные – деформации сдвига в этих плоскостях, являющихся касательными плоскостями к трем координатам поверхности: $x = \text{const}$, $y = \text{const}$, $z = \text{const}$.

Напряженное состояние перемычки характеризуется тензором напряжений, который, в силу парности касательных напряжений, состоит из шести составляющих [σ_x, σ_y, σ_z – нормальные напряжения, подстрочные индексы которых показывают направления внешней нормали к площадке, к которой данные напряжения относятся; $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}$ – касательные напряжения, первые подстрочные индексы которых показывают направления, в котором действует данная касательная напряжения, а вторые – внешней нормали к площадке, к которой приложено данное напряжение. Все напряжения считаем положительными, если они, будучи приложенными к площадкам с положительными нормалями, действуют по направлению соответствующих положительных внешних нормалей (рис. 3.17).

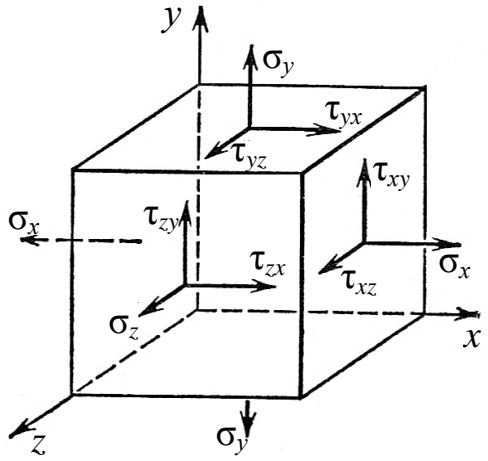


Рис. 3.17. Напряженное состояние элемента трехмерного тела

Из условия статической эквивалентности в трехмерном теле возникают внутренние тангенциальные T_1, T_2, T_{12}, T_{21} и поперечные N_1, N_2 силы, а также изгибающие M_1, M_2 и крутящие H_{12}, H_{21} моменты, отнесенные к единице длин соответствующих координатных линий.

Тангенциальные силы T_1, T_2 и T_{12}, T_{21} являются соответственно нормальными и сдвигающими силами. Нормальные силы считаем положительными, если они растягивающие, а сдвигающие силы, – если они, будучи приложенными к площадкам с положительными внешними нормалями, действуют по направлениям соответствующих касательных к координатным линиям x = const, y = const. За положительные принимаем те поперечные силы N_1 и N_2, которые, будучи приложенными к площадкам с положительными внешними нормалями, направлены в сторону положительной нормали к координатной поверхности, изгибающие моменты M_1 и M_2 положительны, если они увеличивают кривизну координатной поверхности перемычки.

Крутящими моментами в дальнейшем будем пренебрегать, ввиду их отсутствия в данном случае. В качестве срединной выберем поверхность, проходящую через середину перемычки (пластины) в целом. При выборе основных уравнений будем исходить из следующих предположений:

- рассматривается общий изгиб и малые деформации пластины;
- внешние слои подчиняются гипотезе Кирхгофа-Лява, то есть нормаль по толщине пластины до деформации остается нормалью и после нее;
- при определении деформации сдвига τ_{xz}, τ_{yz} считаем, что они не отличаются от соответствующих напряжений, найденных при наличии гипотезы недеформируемых нормалей, т.е. напряжений классической теории изгиба пластин.

Особенностью исследований напряженно-деформированного состояния трехмерных тел (пластин, оболочек) является необходимость учета влияния поперечных сил N_1 и N_2 на изгибающие моменты и касательные напряжений τ_x и $\tau_{yz,}$ возникающие в плоскостях *xoy* и *yoz*.

Известны следующие основные, чаще всего применяемые в расчетах на прочность пластин (оболочек) подходы, учитывающие поперечный сдвиг, суть которых заключается в следующем.

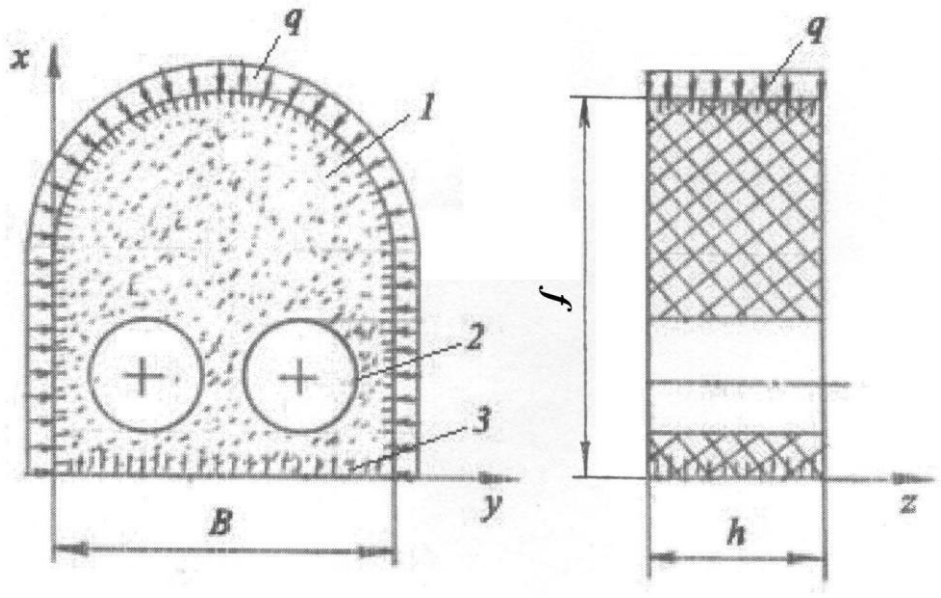
Для решения задачи на прочность взрывоустойчивой перемычки (далее – перемычки) необходимо принять ее расчетную схему, то есть определить, что собой представляет рассматриваемое тело с геометрической точки зрения: пластина или оболочка, двухмерное или трехмерное, его параметры в плане, по нормали и с механической – анизотропию материала (модули упругости и коэффициенты Пуассона, предельные значения для напряжений), действующую на него внешнюю нагрузку и условия крепления (граничные условия).

Таким образом, рассмотрим наиболее обобщенную расчетную схему перемычки с проемными трубами в виде толстой пластины (плиты) с радиусом кривизны, меняющимся по параболической зависимости и полуокружности, с защемленными или шарнирно опертыми краями по контуру, под действием нормальной нагрузки q_z, сжимающей – q и температуры, которая возникает вследствие воздушной ударной волны. При этом, согласно выше приведенным

результатам исследований влиянием проемных металлических труб на НДС перемычки не учитываем.

В данном случае основная техническая характеристика перемычек – толщина может быть определена на основании исследований на прочность при суммарном действии нагрузок и температуры с двумя условиями крепления.

Рассмотрим расчетную схему перемычки, в общем, в виде анизотропной (армированной) и, в частности изотропной пластины, радиус кривизны которой меняется по параболической зависимости или полуокружности, под действием сжимающей силы горного давления (рис. 3.18).



а б

Рис. 3.18. Расчетная схема взрывоустойчивой перемычки: а – в плане; в – вид сбоку; 1 – перемычка; 2 – проемная труба; 3 –жесткое или шарнирное крепление; q – нагрузка

Приведем необходимые для дальнейших исследований НДС анизотропной пластины основные соотношения их теории, в которой главные направления упругости в каждой точке совпадают с направлениями координатных линий, то есть одна из плоскостей упругой симметрии параллельна координатной поверхности пластины, а ее радиус меняется по параболической зависимости.

В данном случае деформации в любой точке равны деформациям в срединной поверхности пластины, находящейся в средней части ее толщины, имеют вид

$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_{12} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \qquad (3.78)$$

где u, v – перемещения срединной поверхности в направлении x и y соответственно.

Закон Гука для деформаций примет вид

$$\varepsilon_x = \sigma_x \;\; E_x - \nu_x \sigma_y \;\; E_y; \quad \varepsilon_y = \sigma_y \;\; E_y - \nu_x \sigma_x \;\; E_x; \quad \varepsilon_{xy} = \sigma_{xy} \;\; G_{xy}. \qquad (3.79)$$

Решая систему уравнений (379) относительно напряжений и, учитывая соотношения (3.78), получим

$$\sigma_x = B_{11}\varepsilon_1 + B_{12}\varepsilon_2; \quad \sigma_y = B_{12}\varepsilon_1 + B_{22}\varepsilon_2; \quad \tau_{xy} = B_{12}^{*}\varepsilon_{12}\,. \qquad (3.80)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$B_{11} = E_x \;\; \Delta; \;\; B_{22} = E_y \;\; \Delta; \;\; B_{12} = \nu_y E_x \;\; \Delta; \;\; B_{12}^{*} = G_{12}\,; \; \Delta = \nu_x \nu_y. \qquad (3.81)$$

Интегрируя уравнения (3.80) по толщине пластины, получим выражения для внутренних усилий в срединной поверхности

$$T_1 = C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}\varepsilon_2; \quad T_2 = C_{12}\varepsilon_1 + C_{22}\varepsilon_2; \quad T_{12} = C_{12}^{*}\varepsilon_{12}\,. \qquad (3.82)$$

Решая соотношения (3.79) относительно деформаций, получим

$$\varepsilon_1 = A_{11}T_1 + A_{12}T_2; \quad \varepsilon_y = A_{12}T_1 + A_{22}T_2; \quad \varepsilon_{12} = A_{12}^{*}T_{12}\,. \qquad (3.83)$$

В соотношениях (3.80)-(3.83) введены следующие обозначения:

$$C_{jk} = B_{jk}h; \;\; A_{11} = C_{22} \;\; \Delta_1; \;\; A_{22} = C_{11} \;\; \Delta_1; \;\; A_{12} = -\,{}^{C_{22}}\,{}_{\Delta_1}\,;$$
$$A_{12}^{*} = \;\; G_{12} \;\; {}^{-1}; \;\; \Delta_1 = C_{11}C_{22} - \; C_{12}^{2}. \qquad (3.84)$$

В соответствии с принципом возможных перемещений вариация полной энергии деформированной пластины равна нулю в состоянии равновесия, то есть

$$\delta Э = \delta U + \delta V = 0, \qquad (3.85)$$

где $\delta U, \delta V$ – вариация соответственно потенциальной энергии и потенциала внешней нагрузки.

В данном случае вариация потенциал внешней нагрузки запишем в виде

$$\delta V = -\delta \quad quds, \qquad (3.86)$$

где интегралы вычисляются в пределах

$$0 \le x \le f; \;\; 0 \le y \le B. \qquad (3.87)$$

Вариация потенциальной энергии деформации срединной поверхности равна

$$\delta U = \quad T_1\delta\varepsilon_1 + T_2\delta\varepsilon_2 + T_{12}\varepsilon_{12} \;\; ds. \qquad (3.88)$$

Интеграл в выражении (3.88) представим в виде

$$\delta U = \delta \quad T_1\varepsilon_1 + T_2\varepsilon_2 + T_{12}\varepsilon_{12} \; ds - \quad \varepsilon_1\delta T_1 + \varepsilon_2\delta T_2 + \varepsilon_{12}\delta T_{12} \; ds. \quad (3.89)$$

Подставляя деформации в срединной поверхности по зависимостям (3.78) и интегрируя по частям, преобразуем выражение

$$\delta U_1 = \delta \quad T_1\varepsilon_1 + T_2\varepsilon_2 + T_{12}\varepsilon_{12} \; ds - \quad quds =$$
$$= -\delta \quad T'_{1\,x} + T'_{12\,y} \; v\,ds - \delta \quad T'_{2\,y} + T'_{12\,x} + q \; u\,ds. \quad (3.90)$$

Здесь штрихами обозначены первые краткие производные по координатным осям x и y.

Контурные интегралы в выражении (3.90) равны нулю, так как на защемленных краях пластины отсутствуют перемещения в двух направлениях, а при шарнирном креплении – усилия.

Введем функцию усилий Ф в срединной поверхности с помощью соотношений

$$T_1 = \Phi''_{yy} + U^*; \quad T_2 = \Phi''_{xx} + U^*; \quad T_{12} = -\Phi''_{xy}. \quad (3.91)$$

где использованы краткие обозначения вторых производных в прямоугольных координатах: функция U^* – потенциал внешней нагрузки, удовлетворяющий соотношению

$$q = \frac{dU^*}{dx} = \frac{dU^*}{dy}. \quad (3.92)$$

Подставим выражение (3.81) в (3.80),тогда первый и второй интегралы равны нулю и выражение (3.80) примет вид

$$\delta U_2 = \quad \varepsilon_1\delta T_1 + \varepsilon_2\delta T_2 + \varepsilon_{12}\delta T_{12} \; ds =$$
$$= {}^{1}{}_{2}\,\delta \quad A_{11}T_1^2 + 2A_{12}T_1T_2 + A_{22}T_2^2 + A_{12}^2T_{12}^2 \; ds. \quad (3.93)$$

Учитывая соотношения (3.88), (3.93) и, заменяя усилия в срединной поверхности через функцию усилий по формулам (3.91), получим вариацию полной энергии пластины

$$\delta Э = {}^{1}{}_{2}\,\delta \quad Lu\;\Phi,\Phi \; - Lu\;\Phi,U^* \quad ds. \quad (3.94)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$A_{11} = c_{22}\ ;\ A_{22} = c_{11};\ A_{12}^{*}\ 2 = c_{12}^{*};$$

$$Lu\ \Phi,\Phi\ = c_{11}\Phi_{xx}'' + 2c_{12}\Phi_{yy}'' + c_{22}\Phi_{yy}'' + c_{12}\Phi_{xy}'';\qquad (3.95)$$

$$Lu\ \Phi,U^{*}\ = U^{*}\ c_{11}\ 2\Phi_{xx}'' + U^{*}\ + 2c_{12}\Phi_{yy}''\ .$$

Искомую функцию представим в виде

$$\Phi\ x,y\ =\ \sum_{j=1}^{m} b_j p_j\ \ x\ q_j\ \ y\ ,\qquad (3.96)$$

где b_j – неопределенные параметры;

p_j, q_j – заданные координатные функции, зависящие от граничных условий.

Введем безразмерные величины и константы по формулам

$$x = fx; y = By;\ \Phi = \Phi_0\Phi;\ \Phi_0 = E_{\text{п}}h;\ \Phi = 1;\ U^{*} = U_0U^{*};\ \ U_0 = \frac{qB}{8t};$$

$$U^{*} =\ 1 + 16t^2\ 1 - 2y\ ^{2\ \ 3}\ ^{2};\ C_{jk} = C_0\alpha_{jk};\ C_{12}^{*} = C_0C_{12}^{*};\ \beta_{jj} = {}^{\alpha_{jj}}\ _{\Delta_2};\qquad (3.97)$$

$$\beta_{12} = -{}^{\alpha_{12}}\ _{\Delta_2}\ ;\ \beta_{12}^{*} = {}^{1}\ _{\alpha_{12}};\ \Delta_2 = \alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^{*};\ t = \frac{f}{B};\ \text{c}_1 =\ -12\Delta_2\frac{f^2}{h^2},$$

где $E_{\text{п}}$ – приведенный модуль упругости, МПа.

Опуская в дальнейшем черту в обозначениях безразмерных величин, получим линейное алгебраическое уравнение относительно b_j

$$c_1\ \ \sum_{j=1}^{m} b_j\ \ \ \ \sum_{r=1}^{5} P_r Q_r ds + \ \ \ \ \sum_{r=1}^{2} T_r^{*} ds = 0.\qquad (3.98)$$

Здесь входящие величины имеют вид

$$P_1 = p_i''p_j'';\ P_2 = p_i''p_j;\ \ P_3 = p_ip_j'';\ P_4 = p_ip_j;\ P_5 = p_i'p_j';$$

$$Q_1 = \beta_{11}q_ig_j;\ \ Q_2 = t^2\beta_{12}q_ig_j'';\ \ Q_3 = t^2\beta_{12}q_i''g_j;\ \ Q_4 = t^4\beta_{12}q_i''g_j'';\qquad (3.99)$$

$$Q_5 = 4\beta_{12}^{*}q_i'g_j';\ \ T_1^{*} = t^2\beta_{12}U^{*}p_jq_i'';\ \ T_1^{*} = \beta_{11}U^{*}p_i''q_j.$$

Интегралы в уравнении (3.98) вычисляем в пределах

$$0 \le x \le 1;\ \ 0 \le y \le 1.\qquad (3.100)$$

Подставляя выражения (3.83), (3.84), (3.91), (3.99) в (3.80) и учитывая (3.97), получим уравнения для напряжений пластины

$$\sigma_x = - \quad {}_{j=1}^{m} b_j \;\; t^2 \beta_1 p_j q_j'' + \beta_2 p_j'' q_j \;\; + {}^{1}{}_{2} C_0 \beta_2 U^* \;\; ;$$

$$\sigma_y = - \quad {}_{j=1}^{m} b_j \;\; \beta_3 p_j q_j'' + t^2 \beta_4 p_j'' q_j \;\; + {}^{1}{}_{2} C_0 \beta_4 U^* \;\; ; \qquad (3.101)$$

$$\tau_{xy} = -tB_{12}^* \quad {}_{j=1}^{m} b_j p_j' q_j',$$

где

$$\beta_1 = B_{11}\beta_{22} + B_{12}\beta_{12}; \quad \beta_2 = B_{11}\beta_{12} + B_{12}\beta_{11};$$
$$\beta_3 = B_{12}\beta_{22} + B_{22}\beta_{12}; \quad \beta_4 = B_{12}\beta_{12} + B_{22}\beta_{11}. \qquad (3.102)$$

Знак «минус» означает, что нормальные напряжения являются сжимающими, а сдвиг в плоскости происходит в направлении $y0x$.

Для изотропной пластины выражения (3.81) имеют вид

$$B_{11} = B_{22} = \frac{E}{\Delta}; \;\; B_{12} = \frac{\nu E}{\Delta}; \;\; B_{66} = G; \;\; B_{16} = B_{26} = 0; \;\; \Delta = 1 - \nu^2;$$
$$a_{44} = a_{55} = \frac{1}{G}. \qquad (3.103)$$

Тогда алгебраическое уравнение примет вид

$$c_0 \quad {}_{j=1}^{m} b_j \qquad {}_{r=1}^{5} P_r Q_r ds + \qquad {}_{r=1}^{2} T_r^* ds = 0, \qquad (3.104)$$

где входящие величины имеют вид

$$\mathrm{P}_1 = p_i'' p_j''; \;\; \mathrm{P}_2 = p_i'' p_j; \;\; \mathrm{P}_3 = p_i p_j''; \;\; P_4 = p_i p_j; \;\; \mathrm{P}_5 = p_i' p_j';$$

$$Q_1 = q_i q_j; \;\; Q_2 = \nu q_i q_j''; \;\; Q_3 = \nu q_i'' q_j; \; Q_4 = q_i'' q_j''; \;\; Q_5 = 2 \;\; 1 - \nu \;\; q_i' q_j' \; ; \qquad (3.105)$$

$$T_1^* = p_i'' p_i U^*; \;\; T_2 = q_i'' q_i U.^* \quad c_0 = \frac{\Phi_0}{U_0}.$$

Пределы интегрирования вычисляются по формулам

$$0 \le x \le 1; \;\; 0 \le y \le 1. \qquad (3.106)$$

Уравнения для определения напряжений

$$\sigma_x = -\frac{U_0}{\Delta \cdot h} \quad 1-\nu^2 \; c_0 \sum_{j=1}^{m} b_j p_j q_j'' \; + U^* \;;$$

$$\sigma_y = -\frac{U_0}{\Delta \cdot h} \quad 1-\nu^2 \; c_0 \;\; \sum_{j=1}^{m} b_j p_j'' q_j \; + U^* \;; \tag{3.107}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{1}{h}\Phi_0 \;\; \sum_{j=1}^{m} b_j p_j' q_j'.$$

Для формы анизотропной пластины в виде полуокружности с радиусом R используем уравнения для напряжений (3.101), пределы интегрирования вычисляем по формулам

$$0 \le x \le \;\; \overline{R^2 - \;\; R - y \;^2}; \; 0 \le y \le 2R, \tag{3.108}$$

где безразмерные координаты, в отличие имеют вид

$$x = Rx; \; y = 2Ry \,, \tag{3.109}$$

а

$$U^* = U_0^* = qR \tag{3.110}$$

Выражения (3.99) и напряжения (3.104) соответственно примут вид

$$P_1 = p_i p_j; \; P_2 = p_i'' p_j; \;\; P_3 = p_i p_j''; \; P_4 = p_i'' p_j''; \; P_5 = p_i' p_j';$$

$$Q_1 = q_i'' q_j''; \;\; Q_2 = a_1 q_i q_j''; \;\; Q_3 = a_1 q_i''; \;\; Q_4 = a_2 q_i g_j; \; Q_5 = a_3 q_i g_j''. \tag{3.111}$$

$$\sigma_x = \beta_5 \Phi_0 \;\; \sum_{j=1}^{m} b_j \;\; p_j q_j'' + a_1 p_j'' q_j + b_1 p_j q_j'' + a_2 p_j'' q_j \;\;;$$

$$\sigma_y = \beta_6 \Phi_0 \;\; \sum_{j=1}^{m} b_j \;\; p_j q_j'' + a_1 p_j'' q_j + b_1 p_j q_j'' + a_2 p_j'' q_j \;\;; \tag{3.112}$$

$$\tau_{xy} = -\beta^* \Phi_0 \;\; \sum_{j=1}^{m} b_j p_j' q_j',$$

где

$$\beta_5 = B_{11} A_{11}; \; a_1 = \frac{A_{12}}{A_{11}}; a_2 = \frac{A_{22}}{A_{11}}; \; a_1 = \frac{B_{12}}{B_{11}} \; ; \; \beta_6 = B_{12} A_{11}; \; \beta^* = B_{12}^* A_{12}^*. \tag{3.113}$$

Для напряжений изотропной пластины используем уравнения (3.107), заменяя в нем U^* по формуле (3.108).

Координатные функции представим по методу Ритца или Бубнова-Галеркину.

Исходя из принятых граничных условий для жесткого крепления пластины, в виду их симметрии, в качестве координатных функций приняты полиномы, коэффициенты которых приведены в таблице 3. 4, а для шарнирного крепления – в таблице 3.5.

Таблица 3.4

Коэффициенты полиномов p_j, q_j для жесткого крепления пластины

p_j, q_j	x^0, y^0	x^1, y^1	x^2, y^2	x^3, y^3	x^4, y^4	x^5, y^5	x^6, y^6
p_1, q_1	1	- 6	6	–	–	–	–
p_2, q_2	-1	12	-30	20	–	–	–
p_3, q_3	1	-20	90	-140	70	–	–
p_4, q_4	-1	30	-210	560	-630	252	–
p_5, q_5	1	-42	420	-1680	3150	-**277**2	924

Таблица 3. 5

Коэффициенты полиномов p_j, q_j для шарнирного крепления пластины

p_j, q_j	x^0, y^0	x^1, y^1	x^2, y^2	x^3, y^3	x^4, y^4	x^5, y^5	x^6, y^6
p_1, q_1	1	- 1	1	–	–	–	–
p_2, q_2	1	-1	–	1		–	–
p_3, q_3	1	-1	–	–	1	–	–
p_4, q_4	1	-1	–	–	–	1	–
p_5, q_5	1	-1	–	–	–	–	1

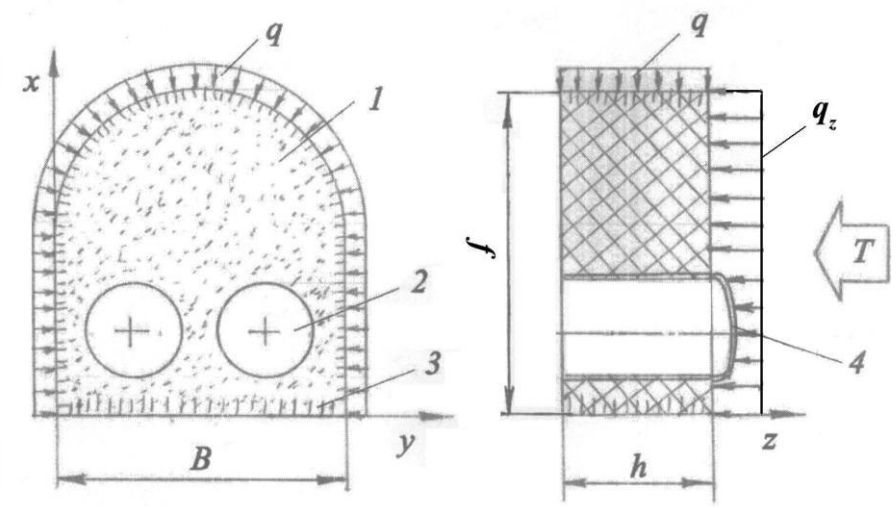
Следовательно, рассмотрена расчетная схема взрывоустойчивой перемычки, в общем, в виде анизотропной и, в частности изотропной пластины с радиусом, меняющейся по параболическому закону или полуокружности, с жестким или шарнирным креплением, под действием равномерно распределенной нагрузки по основному контуру от горного давления.

Разработана математическая модель первоначального напряженно-деформированного состояния перемычки в зависимости от геометрических параметров, механических характеристик материалов и глубины возведения, результаты исследований которой позволят определить основную техническую характеристику – минимальную толщину, обеспечивающую ее прочность и устойчивость.

Выше разработана математическая модель начального НДС взрывоустойчивой перемычки под действием горного давления, получены зависимости для напряжений, которые являются составной частью при решении данной задачи.

Рассмотрим расчетную схему перемычки, представленную в виде анизотропной (армированной) и, в частности изотропной пластины, с радиусом кривизны, меняющимся по параболической зависимости или полуокружности, под действием сжимающей и нормально приложенной нагрузок q, q_z и температуры, края которой жестко закреплены, как принято ранее, или шарнирно опертые (рис. 3.18).

б



а

Рис. 3.18. Расчетная схема взрывоустойчивой перемычки:
а – в плане; в – вид сбоку; 1 – перемычка; 2 – проемная труба; 3 – контур защемления или шарнирного крепления; 4 – люк; q – нагрузка от горного давления; q_z – нагрузка от ударной волны; T – температура

Расположим координату z в середине толщины пластины, которая является нейтральной поверхностью, не воспринимающая деформаций.

При выводе основных уравнений, кроме приведенных двух первых, примем следующие предположения:

– влиянием двух проемных металлических труб на напряженно-деформированное состояние взрывоустойчивой перемычки также пренебрегаем;

– поперечные деформации сдвига и внутренние силы меняются по квадратичному закону.

Квадратичный закон распределения деформаций и сил пластины, предложенный А.С. Амбарцумяном, имеют соответственно вид

$$\varepsilon_x = z\chi_1;\ \ \varepsilon_y = z\chi_2, \tag{3.114}$$

$$\varepsilon_{xy} = 2z\tau;\ \ \varepsilon_{xz} = \frac{a_{55}}{2}\ \ \frac{h^2}{4} - z^2\ \ \varphi;\ \ \varepsilon_{yz} = \frac{a_{44}}{2}\ \ \frac{h^2}{4} - z^2\ \ \psi, \tag{3.115}$$

где функции меняются по зависимостям

$$\varphi = -\ B_{11}\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \ B_{12} + 2B_{66}\ \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2}\ ; \tag{3.116}$$

$$\psi = -\ B_{22}\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \ B_{12} + 2B_{66}\ \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2}\ . \tag{3.117}$$

Параметры изменения кривизны, поперечные силы, изгибающие и крутящий моменты соответственно запишем в виде

$$\chi_1 = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2};\ \ \chi_2 = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2};\ \ \tau = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \tag{3.118}$$

$$N_1 = \frac{h^3}{12}\varphi;\ \ N_2 = \frac{h^3}{12}\psi. \tag{3.119}$$

$$M_1 = D_{11}\chi_1 + D_{12}\chi_2;\ \ M_2 = D_{12}\chi_1 + D_{22}\chi_2;\ \ \ M_{12} = 2D_{12}^*\tau. \tag{3.120}$$

Компоненты тензора напряжений имеют вид

$$\sigma_x = -z\ \ B_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\ \ + \frac{1}{R}B_{12}w. \tag{3.121}$$

$$\sigma_y = -z\ \ B_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\ \ + \frac{1}{R}B_{22}w. \tag{3.122}$$

$$\tau_{xy} = -2zB_{66}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y};\ \ \tau_{xz} = \frac{1}{2}\ \ \frac{h^2}{4} - z^2\ \ \varphi;\ \ \ \tau_{yz} = \frac{1}{2}\ \ \frac{h^2}{4} - z^2\ \ \psi, \tag{3. 123}$$

где R – радиус выработки (пластины), м, который меняется по параболическому закону, имеющий вид (см.п.2.4).

Для анизотропной пластины входящие параметры в уравнения (3.115)-(3.4117), (3121)-(3.123) можно использовать, которые приведены в работе а, в частности для изотропной, они имеют вид

$$B_{11} = B_{22} = \frac{E}{\Delta};\ \ B_{12} = \frac{\nu E}{\Delta};\ \ B_{66} = G;\ \ B_{16} = B_{26} = 0;\ \ \ \Delta = 1 - \nu^2; \tag{3.124}$$

$$a_{44} = a_{55} = \frac{1}{G};\ \ D_{11} = D_{22} = \frac{Eh^3}{12\Delta};\ \ D_{12} = \nu D_{11};\ \ D_{12}^* = G\frac{h^3}{12}.$$

Аналогично, вариация полной энергии деформированной пластины в состоянии равновесия равна нулю и имеет вид (3.85).

Вариацию потенциальной энергии внешних сил запишем в виде

$$\delta V = -\delta\ \ \ \ q_z w\, ds. \tag{3.125}$$

Интегралы в этом выражении вычисляются в пределах:

$$0 \le x \le R;\ 0 \le y \le B; \quad ds = dxdy. \tag{3.126}$$

где f, B – максимальная высота и ширина выработки соответственно, м.

Вариация потенциальной энергии оболочки может быть представлена как сумма вариаций энергии деформации изгиба $\delta U_{\text{и}}$ и деформации сдвига $\delta U_{\text{сд}}$

$$\delta U = \delta U_{\text{и}} + \delta U_{\text{сд}}, \tag{3.127}$$

где

$$\delta U_{\text{и}} = \quad M_1 \delta\chi_1 + M_2 \delta\chi_2 + 2M_{12}\delta\tau \ ds; \tag{3.128}$$

$$\delta U_{\text{сд}} = \quad N_1 \delta\varepsilon_{xz} + N_2 \delta\varepsilon_{yz} \ ds. \tag{3.129}$$

Преобразуя выражение (3.128), с учетом соотношений (3.120), а (3.129) – с (3.118), получим

$$\delta U_{\text{и}} = \frac{1}{2}\delta \quad D_{11}\chi_1^2 + 2D_{12}\chi_1\chi_2 + D_{22}\chi_2^2 + 4D_{12}^*\tau^2 \ ds. \tag{3.130}$$

$$U_{\text{сд}} = \frac{h^3}{48} \ \frac{h^2}{4} - z^2 \ \ \delta \quad a_{55}\varphi^2 + a_{44}\psi^2 \ ds. \tag{3.131}$$

Учитывая соотношения (3.128), (3.129) и заменяя изменения кривизны функциями прогибов w с учетом зависимостей (3.114), (3.115) для вариации полной энергии пластины получим

$$\delta Э = \delta \quad \frac{1}{2}L_1 \ w \ + \frac{h^3}{48} \ \frac{h^2}{4} - z^2 \ \ L_2 \ w \ + \frac{1}{2}L_3 \ \Phi \ - \ q_z \ w \ ds = 0. \tag{3.132}$$

Здесь введены следующие обозначения

$$L_1 \ w \ = D_{11} \ w''_{xx}{}^2 + 2D_{12}w''_{xx}w''_{yy} + D_{22} \ w''_{yy}{}^2 + 4D_{66} \ w''_{xy}{}^2;$$

$$L_2 \ w \ = a_{55} \ B_{11}w'''_{xxx} + \ B_{12} + 2B_{66} \ w'''_{xyy}{}^2 + a_{44} \ B_{22}w'''_{yyy} + \ B_{12} + 2B_{66} \ w'''_{xxy}{}^2. \tag{3.133}$$

Функцию $w \ x, y$ ищем в виде

$$w = \ \sum_{j=1}^{n} a_j f_j \ x \ g_j \ y \ . \tag{3.134}$$

Подставляя выражения (3.124) в (3.122) и приравнивая к нулю производные от интеграла по параметрам a_l, получим алгебраическое уравнение относительно $a_l \ \ l = 1, n$.

$$\frac{\partial \quad \frac{1}{2} L_1 \ w \ + \frac{h^3}{48} \ \frac{h^2}{4} - z^2 \ \ L_2 \ w \ \ - q_z \ w \ \ ds}{\partial a_l} = 0. \tag{3.135}$$

Производные по параметрам от каждого слагаемого (3.123)имеют вид

$$\frac{\partial L_1 \ w}{\partial a_l} = 2D_{11} f_l'' g_l \sum_{j=1}^{n} a_j f_j'' g_j + 2D_{12} \ \ f_l'' g_l \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j'' + f_l g_l'' \sum_{j=1}^{n} a_j f_j'' g_j \ \ +$$

$$+2D_{22} f_l g_l'' \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j'' + 8D_{12}^* f_l' g_l' \sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j'; \tag{3.136}$$

$$\frac{\partial L_2 \ w}{\partial a_l} = 2B_{11}^2 f_l''' g_l \ \ \sum_{j=1}^{n} a_j f_j''' g_j +$$

$$+2B_{11} \ B_{12} + 2B_{66} \ \ f_l'' g_l \ \ \sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j'' + f_l' g_l'' \ \ \sum_{j=1}^{n} a_j f_j''' g_j \ \ +$$

$$+2 \ B_{12} + 2B_{66} \ ^2 f_l' g_l'' \sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j'' + 2B_2^2 f_l g_l''' \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j''' +$$

$$+2B_{11} \ B_{12} + 2B_{66} \ \ f_l g_l''' \sum_{j=1}^{n} a_j f_j'' g_j' + f_l'' g_l' \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j''' \ \ +$$

$$+2 \ B_{12} + 2B_{66} \ ^2 f_l'' g_l' \sum_{j=1}^{n} a_j f_j'' g_j'. \tag{3.137}$$

$$\frac{\partial \ -q_z \ w}{\partial a_l} = \ -q_z \ f_l g_l. \tag{3.138}$$

Вводя безразмерные величины и константы по формулам

$$x = fx; \ \ y = By; \ \ z = hz; \ \ t = \frac{f}{B}; \ \ s = \frac{h}{B}; \ \ w = fw; \ \ ; \ \ d_{12} = \frac{D_{12}}{D_{11}};$$

$$d_{22} = \frac{D_{22}}{D_{11}}; \ \ d_{12}^* = \frac{D_{12}^*}{D_{11}}; \ \ r_0 = -\frac{q_z}{D_{11}} f^3; \ \ h_1 = \frac{h^2}{f^2} - \frac{4s^2 z^2}{t^2}; \ \ h^* = \frac{h^3 h_1 a_{55} B_{11}^2}{96 D_{11}};$$

$$b_1^* = \frac{B_{11} + 2B_{66}}{B_{11}}; \ \ b_2^* = \frac{B_{22}}{B_{11}}; \ \ a^* = \frac{a_{44}}{a_{55}}; \ \ a_2^* = \frac{A_{12}}{A_{11}}; \ \ a_2^* = \frac{A_{22}}{A_{11}}; \ \ a_3^* = \frac{A_{12}^*}{A_{11}} \tag{3.139}$$

и подставляя (3.135)-(3.137) в (3.132), получим алгебраическое уравнение относительно $a_i \quad i = 1, n$

$$\sum_{j=1}^{n} a_j \sum_{r=1}^{13} F_r G_r ds = r_0 \quad f_i g_i ds, \tag{3.140}$$

где

$F_1 = f_l'' f_j''$; $F_2 = f_l'' f_j$; $F_3 = f_l f_j''$; $F_4 = f_l f_j$; $F_5 = f_l' f_j'$; $F_6 = f_l''' f_j'''$;

$F_7 = f_l''' f_j'$; $F_8 = f_l' f_j'''$; $F_9 = f_l' f_j'$; $F_{10} = f_l f_j$; $F_{11} = f_l'' f_j$; $F_{12} = f_l f_j''$;

$F_{13} = f_l'' f_j''$;

$G_1 = g_l g_j$; $G_2 = t^2 d_{12} g_l g_j''$; $G_4 = t^4 d_{22} g_l'' g_j''$; $G_5 = 4t^2 d_{12}^* g_l' g_j'$;

$G_6 = h^* g_l g_j$; $G_7 = t^2 h^* b_1 g_l g_j''$; $G_8 = t^2 h^* b_1 g_l'' g_j$; $G_9 = t^4 h^* b_1^2 g_l'' g_j''$;

$G_{10} = t^6 h^* b_2^2 a^* g_l''' g_j'''$; $G_{11} = t^4 b_1 b_2 a^* g_l' g_j'''$; $G_{12} = t^4 b_1 b_2 a^* g_l''' g_j'$;

$G_{13} = t^2 h^* b_1^2 a^* g_l' g_j'$. (3.141)

Подставляя выражение (3.133) в (3.120)-(3.122) и учитывая (3.138), получим

$$\sigma_x = -\frac{z\,s}{t} \sum_{j=1}^{n} a_j \left[B_{11} f_j'' g_j + t^2 B_{12} f_j g_j'' \right] + \\ + \frac{8t^2}{\left(1 + 16t^2 \left(1 - 2y\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} B_{12} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j; \tag{3.142}$$

$$\sigma_y = -\frac{z\,s}{t} \sum_{j=1}^{n} a_j \left[t^2 B_{22} f_j'' g_j + B_{12} f_j g_j'' \right] + \\ + \frac{8t^2}{\left(1 + 16t^2 \left(1 - 2y\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} B_{22} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j; \tag{3.143}$$

$$\tau_{xy} = -2B_{66} sz \sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j'; \tag{3.144}$$

$$\tau_{xz} = -\frac{1}{8}h_1 \quad B_{11} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j''' g_j + t^2 \; B_{12} + 2B_{66} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j'' \quad ; \qquad (3.145)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{1}{8}h_1 \quad t^3 B_{22} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j''' + t \; B_{12} + 2B_{66} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j'' g_j' \quad . \qquad (3.146)$$

Все выражения, приведенные выше справедливы для случая, когда крепь выработки имеет параболическую форму. Если она имеет форму полуокружности, тогда вместо выражений (3.116) пределы интегрирования вычисляем по формулам

$$0 \le x \le \quad \overline{R^2 - \; R - y \;^2}; \; 0 \le y \le 2R; \; ds = dxdy. \qquad (3.147)$$

Выражения (3.139) и (3.141) имеют вид

$$x = Rx; \; y = 2Ry; \; z = hz; \; w = Rw; \quad d_{12} = \frac{D_{12}}{D_{11}}; \; d_{22} = \frac{D_{22}}{D_{11}};$$
$$d_{12}^* = \frac{D_{12}^*}{D_{11}}; \; r_0 = -\frac{q_z R^3}{D_{11}}; \; h_1 = \frac{h^2}{R^2} - 4z^2; \; h^* = \frac{h^3 h_1 a_{55} B_{11}^2}{96 D_{11}}; \qquad (3.148)$$

$$b_1^* = \frac{B_{11} + 2B_{66}}{B_{11}}; \quad b_2^* = \frac{B_{22}}{B_{11}}; \; a^* = \frac{a_{44}}{a_{55}}; \; a_1^* = \frac{A_{12}}{A_{11}}; \; a_2^* = \frac{A_{22}}{A_{11}}; \; a_3^* = \frac{A_{12}^*}{A_{11}}$$

и

$$F_1 = f_l'' f_j''; \; F_2 = f_l'' f_j; \; F_3 = f_l f_j''; \; F_4 = f_l f_j; \; F_5 = f_l' f_j'; \; F_6 = f_l''' f_j''';$$

$$F_7 = f_l''' f_j'; \; F_8 = f_l' f_j'''; \; F_9 = f_l' f_j'; \; F_{10} = f_l f_j; \; F_{11} = f_l'' f_j; \; F_{12} = f_l f_j'';$$

$$F_{13} = f_l'' f_j''; \; G_1 = g_l g_j; \; G_2 = \frac{1}{4} d_{12} g_l g_j''; \; G_3 = \frac{1}{4} d_{12} g_l'' g_j; \quad G_4 = \frac{1}{16} d_{22} g_l'' g_j'';$$

$$G_5 = d_{12}^* g_l' g_j'; \; G_6 = h^* g_l g_j; \; G_7 = \frac{1}{4} h^* b_1 g_l g_j''; \; G_8 = \frac{1}{4} h^* b_1 g_l'' g_j; \qquad (3.149)$$
$$G_9 = \frac{1}{16} h^* b_1^2 g_l'' g_j''; \; G_{10} = \frac{1}{64} h^* b_2^2 a^* g_l''' g_j'''; \quad G_{11} = \frac{1}{16} h^* b_1 b_2 a^* g_l' g_j''';$$

$$G_{12} = \frac{1}{16} h^* b_1 b_2 a^* g_l''' g_j'; \; G_{13} = \frac{1}{4} h^* b_1^2 g_l' g_j'.$$

Интегралы в уравнении (3.140) вычисляем в пределах $0 \le x \le 2\ \overline{y - y^2};\ 0 \le y \le 1,$ а производные берем по переменным x и y для функции f_j и g_j соответственно.

В этом случае уравнения для напряжений примут вид

$$\sigma_x = -hz \sum_{j=1}^{n} a_j \left[\frac{B_{11}}{R} f_j'' g_j + \frac{B_{12}}{R} f_j g_j'' \right] + B_{12} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j; \qquad (3.150)$$

$$\sigma_y = -hz \sum_{j=1}^{n} a_j \left[\frac{B_{12}}{R} f_j'' g_j + \frac{B_{22}}{R} f_j g_j'' \right] + B_{22} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j; \qquad (3.151)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{h}{R} z B_{66} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j'; \qquad (3.152)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{1}{8} h_1 \left[B_{11} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j''' g_j + \frac{1}{4} \left(B_{12} + 2B_{66} \right) \sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j'' \right]; \qquad (3.153)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{1}{16} h_1 \left[\frac{1}{4} B_{22} \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j''' + \left(B_{12} + 2B_{66} \right) \sum_{j=1}^{n} a_j f_j'' g_j' \right]; \qquad (3.154)$$

Нормальные напряжения можно определить при условии, что деформации в направлении пластины $\varepsilon_z = 0$, тогда

$$\sigma_z = (\nu_x \sigma_x + \nu_y \sigma_y). \qquad (3.155)$$

Для изотропной пластины при параболическом изменении радиуса выражения для напряжений примут следующий вид:

$$\sigma_x = -z \frac{s}{t} \frac{E}{\Delta} \left[\sum_{j=1}^{n} a_j \left[f_j'' g_j + t^2 \nu f_j g_j'' \right] + \frac{8t^2}{R} \nu \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j \right];$$

$$\sigma_y == -z \frac{s}{t} \frac{E}{\Delta} \left[\sum_{j=1}^{n} a_j \left[t^2 f_j'' g_j + \nu f_j g_j'' \right] + \frac{8t^2}{R} \nu \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j \right];$$

$$\tau_{xy} = -z \frac{E}{1 + \nu} s \sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j'; \qquad (3.156)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{1}{8}h_1\frac{E}{\Delta}\sum_{j=1}^{n} a_j f_j''' g_j + t^2\nu\ (1-\nu)\sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j''\ ;$$

$$\tau_{yz} = -\frac{1}{8}h_1\ (t^2\sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j''' + \nu\ (1-\nu)\sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j''\ ,$$

при $R = \text{Const}$

$$\sigma_x = -\frac{E}{\Delta}\ z\frac{h}{R}\sum_{j=1}^{n} a_j\ (f_j'' g_j + \nu f_j g_j'' + \nu\sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j\ ;$$

$$\sigma_y = -\frac{E}{\Delta}\ z\frac{h}{R}\sum_{j=1}^{n} a_j\ (\nu f_j'' g_j + f_j g_j'' + \sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j\ ;$$

$$\tau_{xy} = -z\frac{h}{R}\frac{E}{1+\nu}\sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j'; \qquad (3.157)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{1}{8}h_1\frac{E}{\Delta}\sum_{j=1}^{n} a_j f_j''' g_j + \frac{1}{4}\nu\ (1-\nu)\sum_{j=1}^{n} a_j f_j' g_j''\ ;$$

$$\tau_{yz} = -\frac{1}{8}h_1\frac{E}{\Delta}\ \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{n} a_j f_j g_j''' + \nu\ (1-\nu)\sum_{j=1}^{n} a_j f_j'' g_j'\ .$$

При этом координата z меняется в пределах

$$-1/2 \le z \le\ 1/2,$$

то есть в данном случае максимальные нормальные напряжения на растяжения и сжатия равны по модулю и возникают на наружной и внутренней поверхностях пластины, а касательные поперечные напряжения – в срединной поверхности.

Координатные функции выберем по методу Ритца и Бубнова-Галеркина.

Для жестко закрепленных краев пластины по первому методу они имеют вид (таблица 3.6).

Таблица 3.6

Коэффициенты степенных полиномов f_i, g_i для граничных условий пластины с защемленными краями

f_i, g_i	x^2, y^2	x^3, y^3	x^4, y^4	x^5, y^5	x^6, y^6	x^7, y^7	x^8, y^8
f_1, g_1	1	- 2	1	–	–	–	–
f_2, g_2	-1	4	-5	2	–	–	–
f_3, g_3	1	-8	19	-18	6	–	–
f_4, g_4	-1	14	-55	92	-70	20	–
f_5, g_5	1	-22	131	-340	440	-280	70

В данном случае по второму методу используем степенные полиномы вида

$$f\ x\ =\ x^4 - 2x^3 + x^2\quad 24;\ \ g\ y\ =\ y^4 - 2y^3 + y^2\quad 24. \qquad 3.158$$

При шарнирном закреплении по контуру пластины по первому методу они имеют вид (табл. 3.7).

Таблица 3.7

Коэффициенты полиномов f_i, g_i для условий пластины с шарнирными краями

f_i, g_i	x^0, y^0	x^1, y^1	x^2, y^2	x^3, y^3	x^4, y^4	x^5, y^5
f_1, g_1	-1	2	–	–	–	–
f_2, g_2	1	-6	6	–	–	–
f_3, g_3	-1	12	-30	20	–	–
f_4, g_4	1	-20	90	-140	70	–
f_5, g_5	-1	30	-210	560	-630	252

Соответственно, по второму методу имеем

$$f\ x\ =\ 8x^3 - 4x^4 + x\quad 96;\ \ g\ y\ =\ 8y^3 - 4y^4 + y\quad 96. \qquad (3.159)$$

При воздействии установившейся равномерно распределенной температуры в перемычке температурные напряжения, которые возникают при сжатии, в связи с отсутствием перемещений ее краев в плоскости за счет ограничения о твердые породы согласно технологии возведения определяем по зависимости

$$\sigma_{\text{т}(x,y)} = -\alpha_{\ x,y}\ , E_{\ x,y}\ , \Delta T\quad 1 - \nu_{\ x,y}\quad ,\qquad \Delta T = \ T - T_{\text{о}}, \qquad (3.160)$$

где $\alpha_{\ x,y}$ – коэффициент линейного расширения материала, в направлениях x, y, 1/К; (T, T_0 – температура взрывоустойчивой перемычки после воздействия ВУВ и начальная температура в горной выработке, К, соответственно).

В данном случае общие напряжения, возникающие в перемычке, состоят из напряжений при действии на нее горного давления, ВУВ и температуры с двумя

видами крепления, причем решение задачи упрощается за счет использования двух, вместо трех неизвестных функций.

Разработан алгоритм и составлена программа решения задачи о НДС перемычки (рис. 3.19).

Для перехода от геометрических параметров используем следующие зависимости для определения ее сечения S, м^2

$$S = 0{,}88f \cdot \text{В},\ S = 1{,}76f \cdot R. \qquad (3.161)$$

Ранее даны рекомендации по креплению проемных труб различными элементами к металлической крепи горной выработки.

В качестве максимальной нагрузки на проемные трубы от ВУВ принято значение 2,8 МПа, рассмотрены варианты крепления проемных труб с помощью: металлических прутков; канатов; уголков; отрезков цепей.

Рассмотрим решение этого вопроса с точки зрения механики сопряженного твердого тела и, в частности теории упругости.

Известно, что два сопряженных тела воспринимают нагрузку пропорционально своим площадям сечения.

Допустим, что сферические металлические жесткие люки перемычки, воспринимая нагрузку, полностью передают ее на проемные трубы, что войдет в запас.

При исходных данных: нагрузка $q_z = 2{,}8$ МПа, минимальная общая площадь перемычки $S_{\text{п}} = 4{,}0$ м^2, площадь отверстий двух проемных труб $S_{\text{о}} = 1{,}6$ м^2, площадь двух проемных труб толщиной $H_{\text{т}} = 5 \cdot 10^{-3}$ м $S_{\text{т}} = 6 \cdot 10^{-2}$ м^2, т.е. площадь сплошной перемычки $S_{\text{с}} = 2{,}28$ м^2 , получим, что отношение площадей $S_{\text{с}}/S_{\text{т}} = 63$, то есть на проемные трубы будет действовать нагрузка, равная 0,04 МПа, а при большей площади перемычек она пропорционально уменьшится на эту величину.

Следовательно, учитывая тот факт, что проемные трубы имеют жесткое крепление с помощью металлических ребер с материалом перемычки, они могут переместиться в осевом направлении только при ее разрушении.

Используем выражения для определения площади сечения выработки в зависимости от максимальной высоты, ширины, радиусов кривизны, меняющихся по параболической зависимости и в виде полуокружности.

Реализация программы выполнена следующим образом. Сначала, проверим адекватность разработанного метода при исследовании НДС перемычек США (разрушены при натурных испытаниях) и перемычек Польши (отсутствие разрушения) при приведенных исходных данных. Затем, приведем результаты исследований напряжений в перемычках при параболической форме кривизны, возведенных из цементно-шлаковой смеси под действием ВУВ при минимальной и максимальной площадях сечений и толщинах для двух граничных условиях, определим максимальные их значения. Приведем напряженное состояние перемычек при действии горного давления и температуры, просуммируем их с максимальными напряжениями от ВУВ в данном сечении, сопоставим их с предельными значениями с учетом коэффициента запаса прочности.

Рисунок 3.19. Алгоритм решения

В результате этого получим минимальную и максимальную толщины перемычки в зависимости от сечения, глубины возведения (горного давления) и температуры. Толщину перемычки, возведенной в виде полуокружности, определим при максимальных данных.

В частности, результаты распределения максимальных нормальных напряжений в безразмерных координатах для максимальной толщины перемычки 1,0м США при двух условиях ее крепления приведены на рисунках 3.20-3.23.

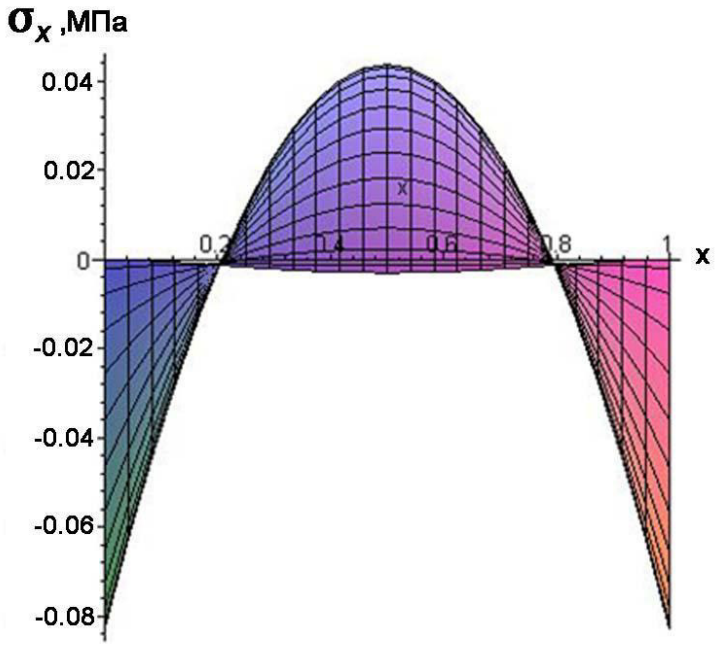


Рис. 3.20. Распределение нормальных напряжений σ_x в перемычке из строительного гипса с параболической кривизной, защемленными краями при максимальной высоте f = 2,0 м, ширине B = 6,0 м, толщине h = 1,0 м, модуле упругости $E = 3 \cdot 10^3$ МПа, коэффициенте Пуассона ν = 0,32, нагрузке q_z = 0,5 МПа (США)

Отсюда следует, что максимальными напряжениями при двух граничных условиях являются σ_x, возникающие по высоте перемычки, причем с шарнирными краями они более, чем в шесть раз превышают их при жестком креплении. В первом случае, как и ожидали, они возникают в средней части и превышают предельные их значения для строительного гипса (на растяжение при изгибе 0,3 МПа), во втором – на краях. Даже напряжения на сжатие превышают предельные их значения (2.8 МПа, то есть перемычка разрушится и тем более при ее толщине 0,5 м.

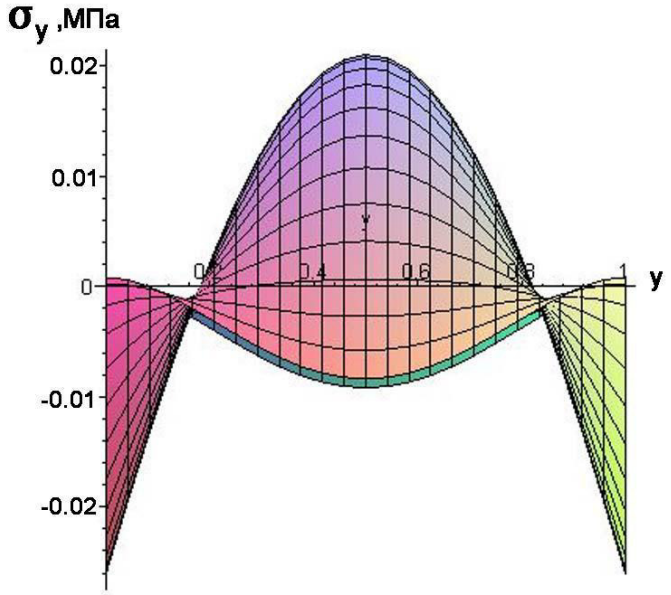


Рис. 3.21. Распределение нормальных напряжений σ_y в перемычке из строительного гипса с параболической кривизной, защемленными краями при максимальной высоте f = 2,0 м, ширине B = 6,0 м, толщине h=1,0 м, модуле упругости $E = 3 \cdot 10^3$ МПа, коэффициенте Пуассона ν = 0,32, нагрузке q_z = 0,5МПа (США)

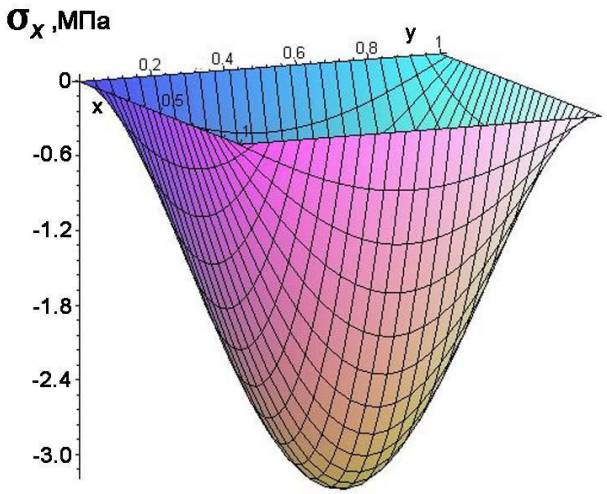


Рисунок 3.22. Распределение нормальных напряжений σ_x в перемычке из строительного гипса с параболической кривизной, шарнирными краями при максимальной высоте f = 2,0 м, ширине B = 6,0 м, толщине h = 1,0 м, модуле упругости $E = 3 \cdot 10^3$ МПа, коэффициенте Пуассона ν = 0,32, нагрузке q_z = 0,5МПа (США)

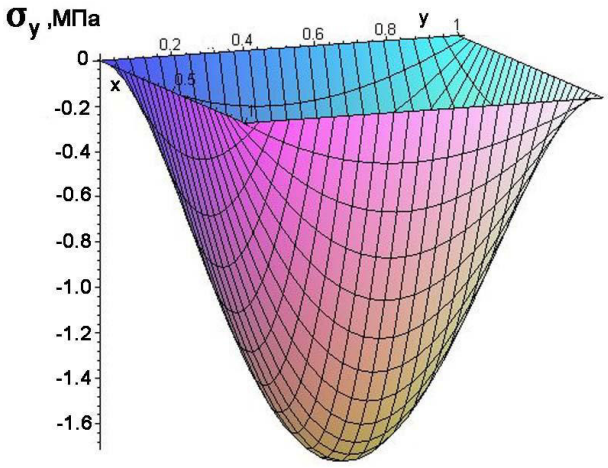


Рис. 3.23. Распределение нормальных напряжений σ_y в перемычке из строительного гипса с параболической кривизной, шарнирными краями при максимальной высоте f= 2,0 м, ширине B = 6,0 м, толщине h = 1,0 м, модуле упругости E = 3·10^3 МПа, коэффициенте Пуассона v = 0,32, нагрузке q_z = 0,5 МПа (США)

В то же время, максимальные нормальнее напряжения в перемычке (Польша) с шарнирными краями не превышают предельных их значений (рисунок 3.24), в результате чего она не разрушена.

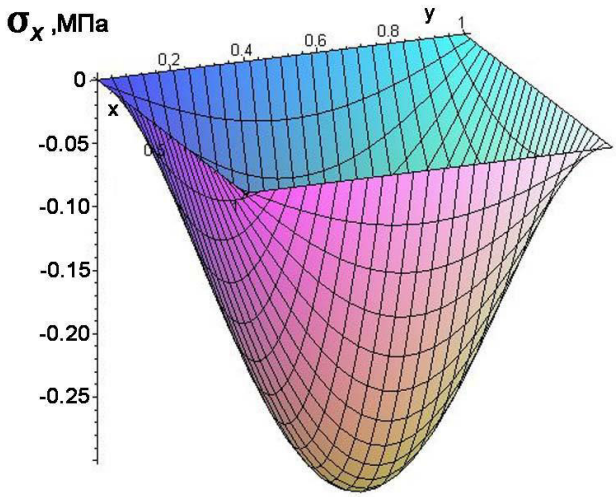


Рис. 3.24. Распределение нормальных напряжений σ_x в перемычке из строительного гипса с параболической кривизной, шарнирными краями при максимальной высоте f = 5,0 м, ширине B = 6,0 м, толщине h = 3,0 м, модуле упругости E = 3·10^3 МПа, коэффициенте Пуассона v = 0,32, нагрузке q_z = 0,5МПа (Польша)

Распределение нормальных напряжений σ_x в перемычке из материала цементно-шлаковой смеси с параболической кривизной, шарнирными краями при минимальных и максимальных значениях площади сечения и глубины возведения

и нагрузке q_z = 2,8 МПА приведено на рис. 3.25 и 3.26, от горного давления q = 1,5 МПа (максимальной глубины возведения) и зависимость напряжений от перепада температур – рис. 3.27 и 3.28 соответственно. При этом нагрузка от действия горного давления меняется в пределах (0,1…1,5) МПа, что соответствует глубине возведения перемычки (200…1400) м.

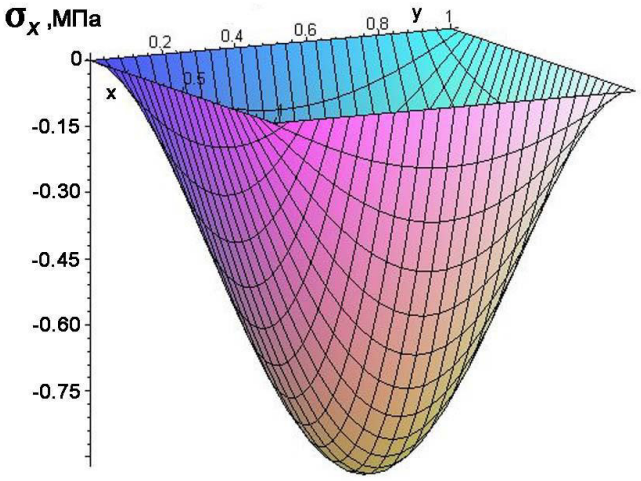


Рис. 3.25. Распределение нормальных напряжений σ_x в перемычке из цементно-шлаковой смеси с параболической кривизной, шарнирными краями при площади сечения S = 4 м^2, глубине возведения H = 400 м, толщине h = 2,0 м, модуле упругости E = 2,15·10^3 МПа, коэффициенте Пуассона ν = 0,22, нагрузке q_z = 2.8МПа

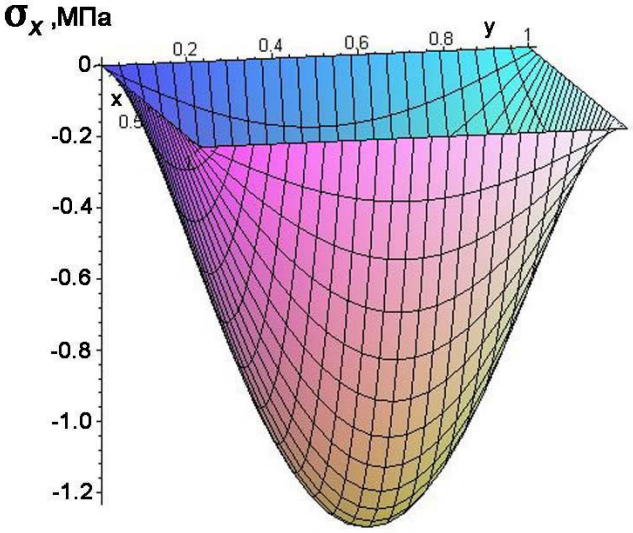


Рис. 3.26. Распределение нормальных напряжений σ_x в перемычке из цементно-шлаковой смеси с параболической кривизной, шарнирными краями при площади сечения S = 30 м^2, глубины возведения H = 1400 м, толщине h = 5,5 м, модуле упругости E = 2,15·10^3 МПа, коэффициенте Пуассона ν = 0,22, нагрузке q_z = 2,8 МПа

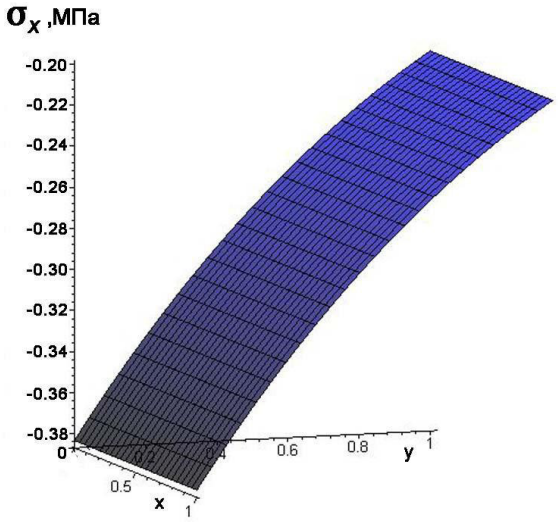


Рис. 3.27. Распределение нормальных напряжений σ_x в перемычке из цементно-шлаковой смеси с параболической кривизной, шарнирными краями при площади сечения S = 30 м^2, горного давления q = 1,5 МПа (глубины возведения H = 1400м), h = 2,0 м, модуле упругости E = 2,15·10^3 МПа, коэффициенте Пуассона ν = 0,22

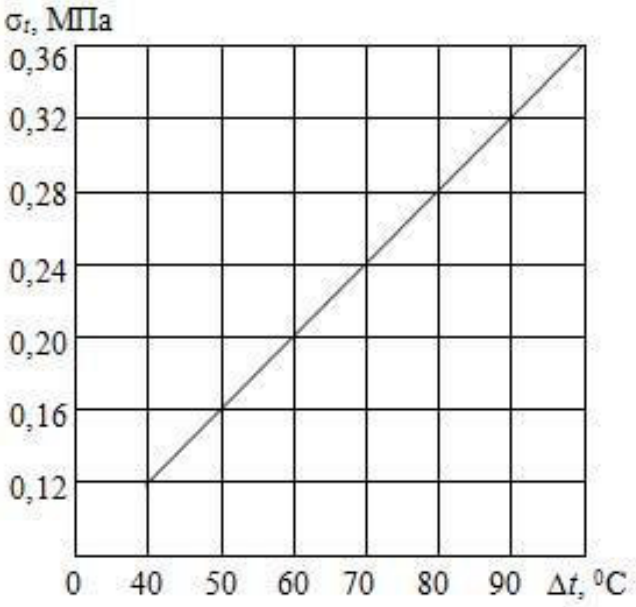


Рис. 3.28. Зависимость напряжений от перепада температур при воздействии ВУВ при коэффициенте линейного расширения материала цементно-шлаковой смеси α = 10^{-5} 1/^{0}C, модуле упругости E = 2,15·10^3 МПа, коэффициенте Пуассона ν = 0,22

Следует отметить, что температура при действии ВУВ на перемычки влияет на ее НДС, о чем подтверждают некоторые отечественные и зарубежные авторы, до настоящего времени отсутствуют исследования в этом направлении.

Результаты исследований напряженного состояния перемычки, возведенной из цементно-шлаковой смеси, показывают: максимальные напряжения при

одинаковых условиях, но минимальной и максимальной площадях сечениях, действии нагрузки от ВУВ практически одинаковы (имея равные значения при растяжении и сжатия они не достигают своих предельных значений (1,8 и 3,0 МПа соответственно), запас прочности которых равен 2.2 и 1.9 соответственно; максимальные напряжения при действии горного давления возникают в нижней части перемычки; суммарные напряжения от горного давления (глубины возведения) в средней части перемычки и максимальной температуры от максимальных изгибных напряжений при действии ВУВ составляют примерно 43%; максимальные нормальные напряжения в перемычке, возведенной в виде полуокружности, примерно в 1,1 раза выше, чем с параболической зависимостью.

На основании результатов теоретических исследований разработана номограмма (рис. 3.29) для оперативного определения горноспасателями толщины перемычки.

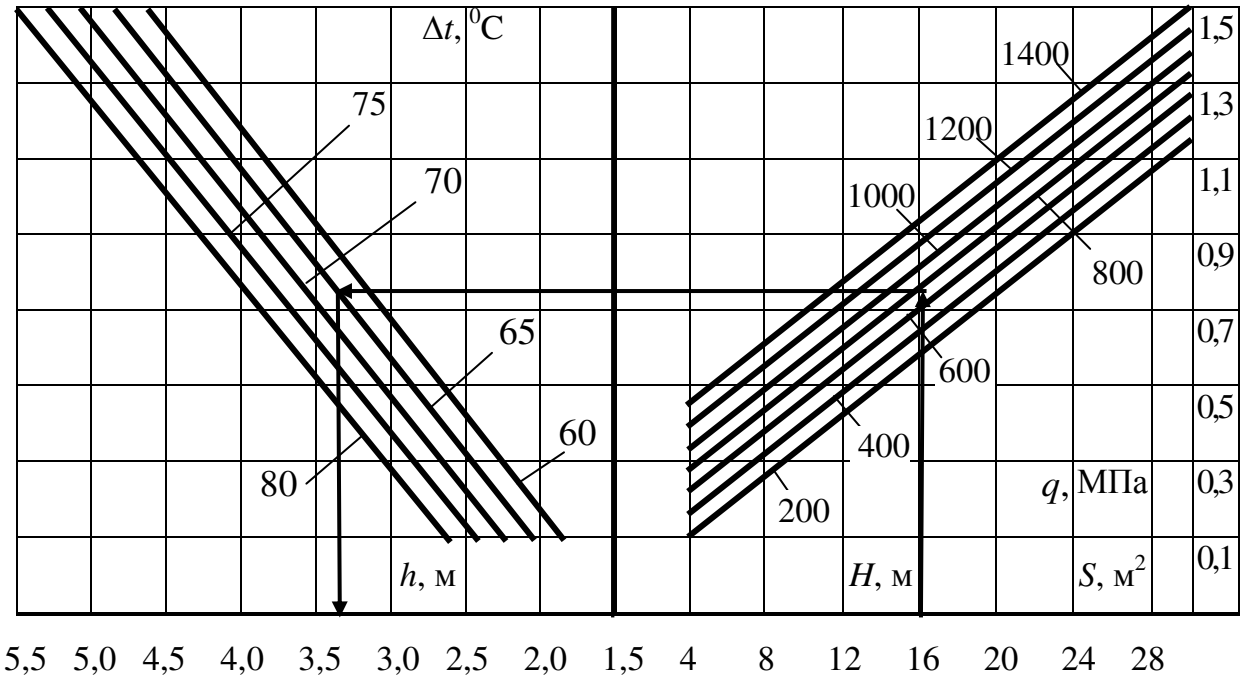


Рис. 3.29. Номограмма для определения толщины взрывоустойчивой перемычки h, возведенной с использованием смесей на основе цементных вяжущих, в зависимости от площади сечения выработки S, горного давления q (глубины возведения H), перепада температур Δt (между конечной температурой T_1, воздействующую на перемычку, и начальной T_0 в горной выработке) при нагрузке от воздушной ударной волны $q_z = 2{,}8$ МПа

Примечание. Перепад температур Δt определяют, как разность между температурой T_1 = 100 ^{0}C и начальной температурой в горной выработке T_0 = (20…40) ^{0}C с интервалом 5 ^{0}C.

3.3.3. НДС взрывоустойчивой перемычки с учетом линейного распределения поперечных сил

Рассмотрим расчетную схему перемычки с проемными трубами в виде толстой пластины (плиты) с радиусом кривизны, меняющимся по параболической зависимости или полуокружности, с защемленными краями по основному контуру и свободным краем в верхней ее части под действием нормальной нагрузки q_z и сжимающей – q_x от разрушенных горных пород. Начало координат расположим в нижнем левом углу перемычки (рис. 3.30).

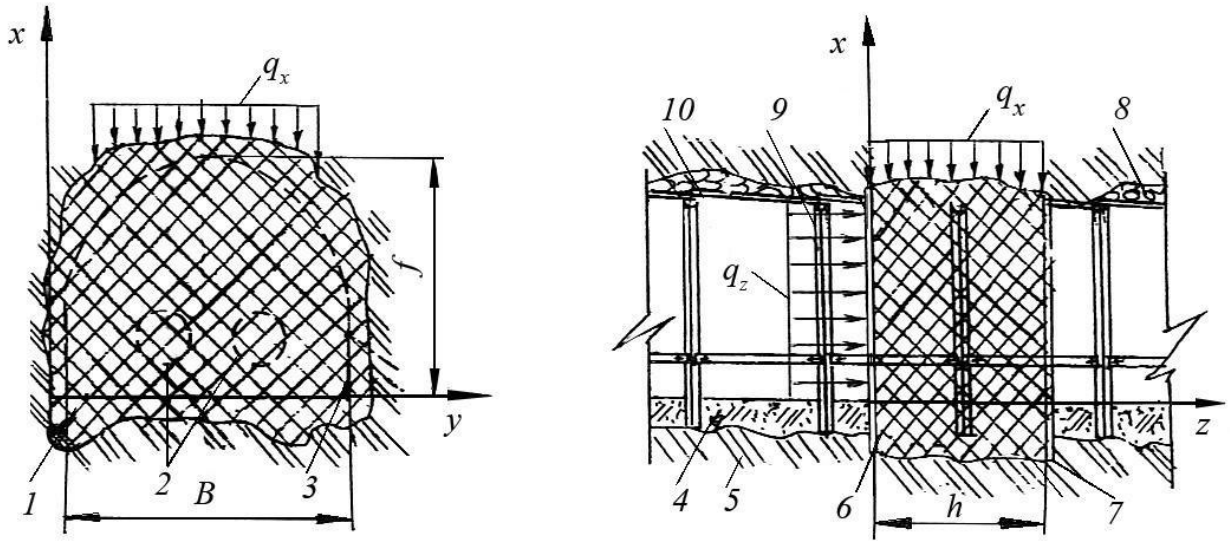


Рис. 3.30. Расчетная схема взрывоустойчивой перемычки: 1 – наливная гипсовая перемычка, 2 – проемная труба, 3 – контур крепи в свету, 4 – подсыпка почвы выработки, 5 – монолитная порода, 6 – опалубка, 7 – контур вруба в зоне перемычки, 8 – закладка породой, 9 – металлическая арочная крепь, 10 – затяжка.

Радиус кривизны перемычки R, м, изменяющийся по параболической зависимости, и нагрузку q_x, МПа, представим в виде

$$R = \frac{4 f y}{B^2}\left(B - y\right), \tag{3.162}$$

$$q_x = \frac{2}{3}\gamma R\left(1 + \frac{b}{R} - \frac{\pi}{4}\right), \quad b = 5{,}7R\left(\frac{\gamma H}{\sigma_{\text{ñæ}}} - 0{,}21\right), \tag{3.163}$$

где γ – удельный вес пород ($\gamma = 0{,}025$ МН/м^3);

b – размер зоны неупругих деформаций при действии нагрузки, м;

$\sigma_{сж}$ – напряжение на сжатие пород ($\sigma_{сж} = 30$ МПа);

H – глубина расположения выработки, м.

В данном случае для решения задачи о напряжённо-деформированном состоянии перемычки используем вариационные методы Ритца и Бубнова-Галеркина.

При этом напряжения с индексом «*c*» будем обозначать для монолитной перемычки, а «*o*» – для перемычки с проемными трубами.

Для решения задачи на первом этапе используем прием, состоящий в представлении полного прогиба w в виде суммы двух составляющих – за счет изгиба w_0 и сдвига w_1, предложенный С.П. Тимошенко

$$w = w_0 + w_1 . \tag{3.164}$$

Деформации от изгиба и сдвига в любой точке плиты в предположении гипотезы прямых нормалей имеет вид

$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 + z\chi_1,\ \varepsilon_y = \varepsilon_2 + z\chi_2,$$
$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{12} + 2z\tau, \varepsilon_{xz} = \frac{\partial w_1}{\partial y}, \varepsilon_{yz} = \frac{\partial w_1}{\partial x}. \tag{3.165}$$

Параметры изменения кривизны в пределах точности технической теории

$$\chi_1 = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}, \chi_2 = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2}, \tau = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x\,\partial y} - \frac{\partial^2 w_1}{\partial x\,\partial y}. \tag{3.166}$$

Деформации в срединной поверхности

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w_0}{R}, \varepsilon_2 = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, R = \frac{4fy}{B^2}\ B - y\ , \tag{3.167}$$

где R – радиус кривизны перемычки, м.

Поперечные силы имеют вид

$$Q_{13} = G_{13} h \varepsilon_{xz}, Q_{23} = G_{23} h \varepsilon_{yz}, \tag{3.168}$$

где G_{13}, G_{23} – модули сдвига в направлениях xz и yz, МПа.

Изгибающий и крутящий моменты запишем в виде

$$M_1 = D_{11}\chi_1 + D_{12}\chi_2,\ M_2 = D_{12}\chi_1 + D_{22}\chi_2,\ M_{12} = 2D_{12}^{*}\tau \tag{3.169}$$

Компоненты тензора напряжений имеют вид

$$\sigma_x^c = B_{11}\varepsilon_1 + B_{12}\varepsilon_2 + \mathrm{z}\ B_{11}\chi_1 + B_{12}\chi_2\ ,$$

$$\sigma_y^c = B_{12}\varepsilon_1 + B_{22}\varepsilon_2 + \mathrm{z}\ B_{12}\chi_1 + B_{22}\chi_2\ ,$$

$$\tau_{xy}^c = \mathrm{B}_{66}\varepsilon_{12} + 2\mathrm{z}\mathrm{B}_{66}\tau, \quad \tau_{xz}^c = G_{13}\varepsilon_{xz}, \tag{3.170}$$

$$\tau_{yz}^c = G_{23}\varepsilon_{yz}.$$

Напряжениями σ_z^c пренебрегаем, в виду их малости.

В случае не учета жесткости металлической крепи, входящей в состав перемычки, т.е. считая ее изотропным телом, параметры в уравнениях (3.168)-(3.170) определяем по зависимостям

$$B_{11} = B_{22} = \frac{E}{\Delta}, B_{12} = \frac{\nu E}{\Delta}, B_{66} = G, \Delta = 1 - \nu^2,$$

$$D_{11} = D_{22} = \frac{Eh^3}{12\Delta}, D_{12} = \nu D_{11}, D_{12}^* = G\frac{h^3}{12}, G = \frac{E}{2\ 1+\nu}, \tag{3.171}$$

Внутренние усилия в срединной поверхности имеют вид

$$T_1 = C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}, T_2 = C_{12}\varepsilon_1 + C_{22}\varepsilon_2, T_{12} = C_{12}^*\varepsilon_{12}, \tag{3. 172}$$

где

$$C_{11} = C_{22} = \frac{Eh}{\Delta};\ C_{12} = \nu C_{11}; C_{12}^* = Gh. \tag{3.173}$$

Решая (3.172) относительно деформаций, имеем

$$\varepsilon_1 = A_{11}T_1 + A_{12}T_2, \varepsilon_2 = A_{12}T_1 + A_{22}T_2, \varepsilon_{12} = A_{12}^*T_{12}, \tag{3.174}$$

где

$$A_{11} = \frac{C_{22}}{\Delta_1}, A_{22} = \frac{C_{11}}{\Delta_1}, A_{12} = -\frac{C_{12}}{\Delta_1}, A_{12}^* = \frac{1}{C_{12}^*}, \Delta_1 = C_{11}C_{22} - C_{12}^2. \tag{3.175}$$

В соответствии с принципом возможных перемещений вариация полной энергии деформированной пластины равна нулю в состоянии равновесия

$$\delta\Theta = 0\ . \tag{3. 176}$$

Вариацию полной энергии представим в виде

$$\delta\Theta = \delta U + \delta V, \tag{3.177}$$

где $\delta U, \delta V$ – вариации потенциальной энергии пластины и потенциала внешних сил соответственно.

Вариацию потенциальной энергии от внешней нагрузки запишем в виде

$$\delta V = -\delta \quad q_z w\, ds - \delta \quad q_x u\, ds_1 \,. \tag{3.178}$$

Интегралы в этом выражении вычисляются в пределах:

$$0 \le x \le R = \frac{4fy}{B^2}\ B - y\ , 0 \le y \le 2R, 0 \le z_1 \le h,$$
$$0 \le y_1 \le 2R, ds = dxdy, ds_1 = dz_1 dy_1, \tag{3.179}$$

где s_1 – площадь перемычки, на которую воздействует нагрузка q_x, м^2.

Вариация потенциальной энергии оболочки может быть представлена как сумма вариаций энергии деформации изгиба δU_u, деформации срединной поверхности δU_c и деформации сдвига

$$\delta U = \delta U_u + \delta U_c + \delta U_{cд}\,, \tag{3.180}$$

где

$$\delta U_c = \quad T_1\delta\varepsilon_1 + T_2\delta\varepsilon_2 + T_{12}\delta\varepsilon_{12} \quad ds\,, \tag{3.181}$$

$$\delta U_u = \quad M_1\delta\chi_1 + M_2\delta\chi_2 + M_{12}\delta\tau \quad ds\,, \tag{3.182}$$

$$\delta U_{cд} = \quad Q_{13}\delta\varepsilon_{xz} + Q_{23}\delta\varepsilon_{yz} \quad ds. \tag{3.183}$$

Преобразуя выражение (3.182) с учетом соотношения (3.169) и (3.183)-(3.168), получим

$$\delta U_u = \frac{1}{2}\delta \quad D_{11}\chi_1^2 + 2D_{12}\chi_1\chi_2 + D_{22}\chi_2^2 + 4D_{12}^*\tau^2 \quad ds\,, \tag{3. 184}$$

$$\delta U_c = \delta\iint(T_1\varepsilon_1 + T_2\varepsilon_2 + T_{12}\varepsilon_{12})dS - \iint(\varepsilon_1\delta T_1 + \varepsilon_2\delta T_2 + \varepsilon_{12}\delta T_{12})dS \tag{3.185}$$

Выражение (3.183) представляем в виде

$$\delta U_{cд} = \mathrm{h} \quad G_{xz}\varepsilon_{xz}\delta\varepsilon_{xz} + G_{yz}\varepsilon_{yz}\delta\varepsilon_{yz} \quad ds\,. \tag{3.186}$$

Подставляя деформации в срединной поверхности по формулам (3.174) и интегрируя по частям, преобразуем выражение

$$\delta I_1 = \delta \quad T_1\varepsilon_1 + T_2\varepsilon_2 + T_{12}\varepsilon_{12} \quad ds - \delta \quad q_x u\, ds_1 =$$

$$= -\delta \quad \frac{\partial}{\partial x}T_2 + \frac{\partial}{\partial y}T_{12}q_x \quad uds - \delta \quad \frac{\partial}{\partial y}T_1 + \frac{\partial}{\partial x}T_{12} \quad vds + \delta \quad \frac{1}{R}T_1 wds. \tag{3.187}$$

Введем функцию усилий Ф в срединной поверхности с помощью соотношений

$$T_1 = \Phi''_{xx} + U^*, T_2 = \Phi''_{yy}, T_{12} = -\Phi''_{xy}, \tag{3.188}$$

Здесь U^* – потенциал силы q_x в срединной поверхности, удовлетворяющей соотношению

$$q_x = -\frac{dU^*}{dx}. \tag{3.189}$$

Подставим выражения (3.188) в (3.187). Тогда первый и второй интегралы будут тождественно равны нулю и выражение (3.187) примет вид

$$\delta I_1 = \frac{1}{R}\delta \quad - \quad \frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \Phi}{\partial x} ds + \quad U^* w_0 \, ds \; = \frac{1}{R}\delta \quad L(w_0, \Phi) ds + \quad U^* w_0 \, ds \; . \tag{3.190}$$

Второй интеграл (3.187) с учетом зависимости (3.174) примет вид

$$\delta I_2 = \quad \varepsilon_1 \delta T_1 + \varepsilon_2 \delta T_2 + \varepsilon_{12} \delta T_{12} \; ds =$$
$$= \frac{1}{2}\delta \quad A_{11} T_1^2 + 2A_{12} T_1 T_2 + A_{22} T_2^2 + A_{12}^* T_{12}^2 \; ds. \tag{3.191}$$

Учитывая соотношения (3.84)-(3.187), (3.190), (3.191) и заменяя усилия в срединной поверхности их выражениями через функцию усилий Ф по формулам (3.188), а изменения кривизны функциями прогибов w_0, w_1 по формулам (3.164) для вариации полной энергии пластины получим

$$\delta Э = \delta \quad \frac{1}{2} L_1 \; w_0, w_1 \; + \frac{1}{2} h L_2 \; w \; + \frac{1}{2} L_3 \; \Phi \; + \frac{1}{R} L \; w_0, \Phi \; + \; \frac{U^*}{R} - q_z \; w_0 \; ds \, . \tag{3.192}$$

Здесь введены следующие обозначения

$$L_1 \; w_0, w_1 \; = D_{11} \; w_0 \; ''_{xx} + \; w_1 \; ''_{xx} \; ^2 + 2D_{12} \; w_0 \; ''_{xx} + \; w_1 \; ''_{xx} \; w_0 \; ''_{yy} + \; w_1 \; ''_{yy} \; +$$
$$+ D_{22} \; w_0 \; ''_{yy} + \; w_1 \; ''_{yy} \; ^2 + 4D_{66} \; w_0 \; ''_{xy} + \; w_1 \; ''_{xy} \; ^2,$$
$$L_2 \; w_1 \; = \mathrm{G}_{13} \; w_1 \; '_x \; ^2 + \mathrm{G}_{23} \; w_1 \; '_y \; ^2, \tag{3.193}$$
$$L_3 \; \Phi \; = A_{11} \; \Phi''_{xx} + U^* \; ^2 + 2A_{12} \Phi''_{yy} \; \Phi''_{xx} + U^* \; + A_{22} \; \Phi''_{yy} \; ^2 + A_{12}^* \; \Phi''_{xy} \; ^2,$$
$$L \; \mathrm{w}_0, \Phi \; = - \; w_0 \; '_x \Phi'_x.$$

Неизвестные функции $w_0(x,y)$, $w_1(x,y)$, $\Phi(x,y)$ будем искать в виде

$$w_0 = \sum_{j=1}^{n} a_j f_j(x)\, g_j\ y\ , \tag{3.194}$$

$$w_1 = \sum_{j=1}^{n} c_j u_j(x)\, v_j\ y\ , \tag{3.195}$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^{m} b_i p_i(x)\, q_i\ y\ . \tag{3.196}$$

Подставляя выражения (3.19)-(3.196) в (3.192) и приравнивая нулю производные от интеграла по параметрам a_l, c_l, b_k, получим $m+2n$ алгебраических уравнений относительно $a_l, c_l (l=1,n)$ и $b_k (k=1,m)$.

Вводя безразмерные величины и константы по формулам

$$x = fx; y = By; z = hz;\ t = \frac{f}{B}; s = \frac{h}{B}; w_0 = fw_0; w_1 = fw_1;\ U^* = U_0 U^*;$$

$$q_z = q_0 q_z;\ q_x = q_{0x} q_x;\ \Phi = Ehf^2\Phi;\ \ d_1 = \frac{D_{12}^*}{D_{11}};\ h_1 = \frac{hf^2 G}{D_{11}};\ h_2 = Eh; \tag{3.197}$$

$$r_0 = \frac{q_0 q_z \frac{U_0 U^*}{R}}{D_{11}} f^3;\ r_1 = \frac{h_2 t^2 f^3}{R D_{11}};\ r_2 = \frac{f}{R};\ R = \frac{B}{8t}\ \ 1+16t^2\ \ 1-x\ \ ^{\frac{3}{2}},$$

получим следующую систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} a_j \quad \sum_{r=1}^{10} F_r G_r\, ds = \quad r_0 f_l g_l\, ds + \quad \sum_{i=1}^{m} b_i \quad r_1 f_l' g_l p_i' q_i ds; \\ &\sum_{j=1}^{n} (c_j \quad \sum_{r=1}^{7} U_r V_r\, ds + a_j \quad \sum_{r=1}^{5} Y_r Z_r\, ds) = 0 \\ &\sum_{i=1}^{m} b_i \quad \sum_{r=1}^{7} P_r Q_r\, ds = \quad \sum_{j=1}^{n} a_j \quad r_2 p_k' q_k f_j' g_j ds \end{aligned} \tag{3.198}$$

где

$$F_1 = f_l'' f_j''; \ F_2 = f_l'' u_j''; \ F_3 = f_l'' f_j; F_4 = f_l'' u_j; \ F_5 = f_l f_j''; \ F_6 = f_l u_j''; F_7 = f_l f_j;$$

$$F_8 = f_l u_j; F_9 = f_l' f_j';\ F_{10} = f_l' u_j';\ G_1 = g_l g_j; G_2 = g_l v_j; G_3 = t^2 g_l g_j''; G_4 = t^2 \nu g_l v_j'';$$

$$G_5 = t^2 \nu g_l'' g_j; G_6 = t^2 \nu g_l'' v_j;\ G_7 = t^4 g_l'' g_j''; G_8 = t^4 g_l'' v_j'';\ G_9 = 4t^2 d_1 g_l' g_j';$$

$$G_{10} = 4t^2 d_1 g_l' v_j'; U_1 = u_l'' u_j'';\ U_2 = u_l'' u_j;\ \ U_3 = u_l u_j'';\ U_4 = u_l u_j;\ U_5 = u_l' u_j';$$

$$U_6 = u_l' u_j'; U_7 = u_l u_j; Y_1 = u_l'' f_j''; Y_2 = u_l'' f_j; Y_3 = u_l f_j''; Y_4 = u_l f_j; Y_5 = u_l' f_j';$$

$$V_1 = v_l v_j; V_2 = t^2 \nu v_l v_j''; V_3 = t^2 \nu v_l'' v_j;\ V_4 = t^4 v_l'' v_j'';\ V_5 = 4t^2 d_1 v_l' v_j'; V_6 = h_1 v_l v_j;$$

$$V_7 = h_1 v_l' v_j';\ Z_1 = v_l g_j; Z_2 = t^2 \nu v_l g_j''; Z_3 = t^2 \nu v_l'' g_j; Z_4 = t^4 v_l'' g_j'';$$

$$Z_5 = 4t^2 d_1 v_l' g_j'; P_1 = p_k'' p_i''; P_2 = p_k p_i''; P_3 = p_k'' p_i;\ P_4 = p_k p_i; P_5 = p_k' p_i';$$

$$P_6 = p_k U^*;\ P_7 = p_k'' U^*;\ Q_1 = q_k q_i;\ \ Q_2 = -t^2 \nu q_k'' q_i;\ Q_3 = -t^2 \nu q_k q_i'';$$

$$Q_4 = t^4 q_k'' q_i'';\ Q_5 = \frac{1}{2(1+\nu)} t^2 q_k' q_i';\ Q_6 = -t^2 \nu \frac{U_0}{h_2} q_k''; Q_7 = \frac{U_0}{h_2} q_k. \qquad (3.199)$$

Интегралы в уравнениях (3.198) вычисляются в пределах $0 \le x \le 4ty\ 1-y\ ; 0 \le y \le 1$.

Подставляя выражения (3.194)-(3.196) в (3.17) и учитывая (3.166), (3.172), получим выражения для напряжений:

$$\sigma_x^c = E\ \ \sum_{i=1}^{m} b_i p_i'' q_i + \frac{1}{h} U_0 U^* - \frac{sE}{t\Delta} z\ \ \sum_{j=1}^{n}\ a_j f_j'' g_j + c_j u_j'' v_j + t^2 \nu\ a_j f_j g_j'' + c_j u_j v_j''\ \ ,$$

$$\sigma_y^c = \frac{E}{4}\ \ \sum_{i=1}^{m} b_i p_i q_i'' - \frac{sE}{t\Delta} z\ \ \sum_{j=1}^{n}\ \nu\ a_j f_j'' g_j + c_j u_j'' v_j\ + t^2\ a_j f_j g_j'' + c_j u_j v_j''\ \ ,$$

$$\tau_{xy}^c = -\mathrm{t}E\ \ \sum_{i=1}^{m} b_i p_i' q_i' - 2\mathrm{szG}\ \ \sum_{j=1}^{n}\ a_j f_j' g_j' + c_j u_j' v_j'\ , \qquad (3.200)$$

$$\tau_{xz}^c = \mathrm{G}\ \ \sum_{j=1}^{n} c_j u_j' v_j,\quad \tau_{yz}^c = \mathrm{tG}\ \ \sum_{j=1}^{n} c_j u_j v_j'$$

Выражение для нагрузки примет вид

$$q_x = \frac{2}{3}\gamma\ \ 1 - \frac{\pi}{4} + 5{,}7\ \ \frac{\gamma \mathrm{H}}{\sigma_{\text{сж}}} - 0{,}21\quad R, \qquad (3.201)$$

Обозначим

$$q_x = q_{x0} q_x,\ \ q_{x0} = \frac{2}{3}\gamma\ \ 1 - \frac{\pi}{4} + 5{,}7\ \ \frac{\gamma \mathrm{H}}{\sigma_{\text{сж}}} - 0{,}21\quad , q_x = R. \qquad (3.202)$$

Используя зависимость (3.189), выражение для потенциала внешней нагрузки примет вид

$$U^* = \frac{q_{x0} b}{320 t^3}\ \ 1 + 16t^2\ \ 1 - x\ \ ^{\frac{5}{2}}, \qquad (3.203)$$

Обозначим

$$U^* = U_0 U,^* \qquad (3.204)$$

где

$$U_0 = \frac{q_{x0} b}{320 t^3}, U^* = \ 1 + 16t^2 \ 1 - x \ \ ^{\frac{5}{2}}. \tag{3.205}$$

Если перемычка имеет форму полуокружности ($R = \text{const}$), выражения (3.197) заменим на

$$\left.\begin{array}{l} x = R\mathrm{x}; y = 2R\mathrm{y}; z = h\mathrm{z}; w_0 = R\mathrm{w}_0; w_1 = R\mathrm{w}_1; \ U^* = U_0\mathrm{U}^*; \ q_z = q_0\mathrm{q}_z, \\ q_x = q_{0x}\mathrm{q}_x, \Phi = h_2 R^2 \Phi, d_1 = \frac{D_{12}^*}{D_{11}}, h_1 = \frac{hR^2 G}{D_{11}}, \\ h_2 = Eh; \ r_0 = \dfrac{q_0\mathrm{q}_z R - U_0\mathrm{U}^*}{D_{11}} R^2; \ r_1 = \dfrac{h_2 R^2}{D_{11}}. \end{array}\right\} \tag{3.206}$$

Тогда составляющие тензора напряжений примут вид

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_x^c = E \ \ \sum_{i=1}^{m} b_i p_i'' q_i + \frac{1}{h} U_0\mathrm{U}^* - \frac{Eh}{R\Delta}\mathrm{z} \ \ \sum_{j=1}^{n} \ a_j f_j'' g_j + c_j u_j'' v_j + \frac{1}{4}\nu \ a_j f_j g_j'' + c_j u_j v_j'' \ , \\ \sigma_y^c = \frac{E}{4} \ \ \sum_{i=1}^{m} b_i p_i q_i'' - \frac{Eh}{R\Delta}\mathrm{z} \ \ \sum_{j=1}^{n} \ \nu \ a_j f_j'' g_j + c_j u_j'' v_j \ + \frac{1}{4} \ a_j f_j g_j'' + c_j u_j v_j'' \ , \\ \tau_{xy}^c = -\frac{E}{2} \ \ \sum_{i=1}^{m} b_i p_i' q_i' - \frac{Gh}{R}\mathrm{z} \ \ \sum_{j=1}^{n} \ a_j f_j' g_j' + c_j u_j' v_j' \ , \\ \tau_{xz}^c = G \ \ \sum_{j=1}^{n} c_j u_j' v_j, \tau_{yz}^c = \mathrm{G} \ \ \sum_{j=1}^{n} c_j u_j v_j'. \end{array}\right\} \tag{3.207}$$

с координатами, меняющимися в пределах

$$0 \le \mathrm{x} \le 2 \ \ \overline{\mathrm{y} - \mathrm{y}^2}; 0 \le \mathrm{y} \le 1$$

В качестве координатной системы можно выбрать функции, удовлетворяющие геометрическим граничным условиям (относительно функции и ее производной) по методу Ритца или всем условиям – Бубнову-Галеркину. В данном случае приведем координатные функции в виде степенных рядов, удовлетворяющие всем условиям

$$\begin{array}{l} f_1 = \ x^4 - 2x^3 + x^2 \ /24, \ g_1 = \ y^4 - 2y^3 + y^2 \ /24; \ u_1 = \ x^2 - 2x \ /2, \\ v_1 = \ y^2 - y \ /2; \ p_1 = \ x^3 - 3x^2 + 5x - 1 \ /3, \ q_1 = \ y^2 - y + 1 \ /2. \end{array} \tag{3.208}$$

Таким образом, вышеприведенный метод позволяет исследовать напряженное состояние монолитной гипсовой взрывоустойчивой перемычки, на основании результатов которого можно определить ее толщину.

Рассмотрим задачу о напряженном состоянии пластины с двумя отверстиями, срединная плоскость которой приведена на рис.3.31.

Обозначим полные компоненты напряжений в общем виде σ и τ, МПа, в виде суммы напряжений:

$$\sigma_i = \sigma_i^c + \sigma_i^o; \quad \tau_{ij} = \tau_{ij}^c + \tau_{ij}^o, \tag{3.209}$$

где верхний индекс «*c*» относится к монолитной перемычке, «*o*» – к перемычке с отверстиями, а *i*, *j* принимают значения для напряжений, указанные выше.

Задачу о напряженном состоянии пластинки приведем к определению комплексных потенциалов $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ из соответствующих граничных условий на контурах отверстий, где z – комплексная переменная, которая имеет вид $z = x + iy$.

При нахождении поля напряжений целесообразно вместо функции $\varphi(z)$ рассматривать функцию $\chi(z) = \psi(z) + \varphi'(z)$. Граничные условия для определения функций в случае подкрепления жесткими кольцами примут вид

$$æ\varphi(t) - t\overline{\varphi'(t)} - \overline{\chi(t)} = f(t), \tag{3.210}$$

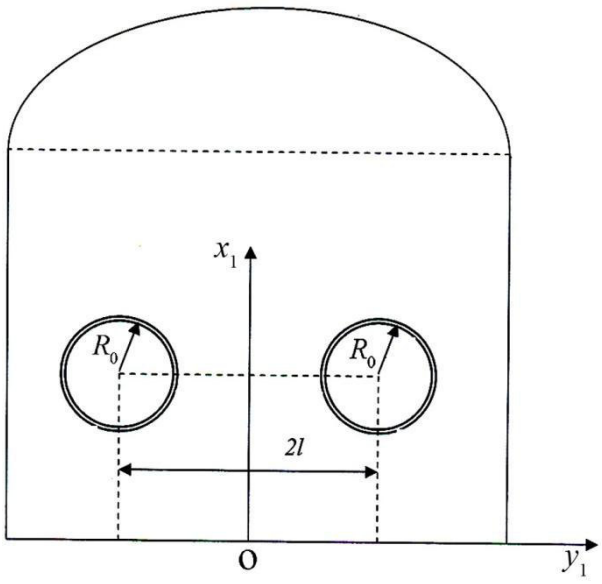


Рис. 3.31. Срединная плоскость перемычки

где $æ = \dfrac{3-\nu}{1+\nu}$; ν – коэффициент Пуассона;

t – аффикс точки контура;

$f(t)$ – известная функция, моделирующая напряжение на контуре отверстий

Введем безразмерную систему координат: $x = x_1 / R_0$, $y = y_1 / R_0$. Тогда радиусы отверстий будут равны $r = 1$. В качестве внешнего контура перемычки в срединной плоскости будем рассматривать гладкую кривую, представляющую собой часть перевернутой параболы либо любой другой гладкий контур, максимально приближенный к реальному.

Второе поле напряжений будем искать следующим образом. Из предыдущего решения нам известно поле напряжений в сплошной пластинке σ^c и τ^o. Поэтому, воспользовавшись соотношениями Коши [3], находим напряжения на контуре отверстий:

$$X_n^c = \sigma_x^c \cos(nx) + \tau_{xy}^c \cos(ny);$$
$$Y_n^c = \tau_{xy}^c \cos(nx) + \sigma_y^c \cos(ny), \qquad (3.211)$$

где $\cos(nx)$, $\cos(ny)$ – направляющие косинусы.

При обходе по контуру отверстия будем считать, что область пластинки (перемычки) остается слева.

Тогда

$$\cos(nx) = \frac{dy}{ds}; \quad \cos(nx) = \frac{dx}{ds} \qquad (3.212)$$

Образование в перемычке отверстий приводит к возникновению в точках воображаемого контура напряжений $X_n = -X_n^c$ и $Y_n = -Y_n^c$.

Действие X_n и Y_n и подкрепление отверстий жесткими кольцами приводит к возникновению второго поля напряжений. Это поле описывается комплексными потенциалами $\varphi(z)$ и $\chi(z)$, которые находятся из граничных условий (3.212).

После определения комплексных потенциалов напряженное состояние определяется по зависимостям

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_x^c + \sigma_y^c + 4\mathrm{Re}\,\varphi'(z);$$
$$\sigma_x - \sigma_y + 2i\tau_{xy} = \sigma_x^c - \sigma_y^c + 2i\tau_{xy}^c + 2\left[\bar{z}\varphi''(z) + \varphi'(z) + \chi'(z)\right], \qquad (3.213)$$

где штрихами обозначено краткие производные.

Тогда, учитывая выражение (3.210), для определения компонент напряжений σ_{xy}^0 из (3.213) получим

$$\sigma_x^0 + \sigma_y^0 = 4\,\mathrm{Re}\,\varphi'(z);$$

$$\sigma_y^0 - \sigma_x^0 + 2i\tau_{xy}^0 = 2\left[\bar{z}\,\varphi''(z) + \psi'(z) + \chi'(z)\right]. \tag{3.214}$$

Искомые функции $\varphi(z)$ и $\chi(z)$ представим в виде

$$\varphi(z) = \varphi_*(z) + \varphi^*(z);\quad \chi(z) = \chi_*(z) + \chi\varphi^*(z). \tag{3.215}$$

Функции со звездочками внизу голоморфны вне правого отверстия, а со звездочками вверху – вне левого отверстия. Учитывая, что эти функции должны быть равны нулю на внешнем контуре перемычки, представим их в виде следующих рядов Лорана на правом и левом отверстиях соответственно:

$$\varphi_*(z) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^*(z-l)^{-k};\quad \chi_*(z) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k^*(z-l)^{-k}. \tag{3.216}$$

$$\varphi^*(z) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^*(z+l)^{-k};\quad \chi^*(z) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k^*(z+l)^{-k}. \tag{3.217}$$

Так как в нашем случае имеет место силовая и геометрическая симметрии, то напряжения, возникающие в перемычке, будут четными функциями переменного z. Поэтому из выражения (3.215) следует, что функции $\varphi(z)$ и $\chi(z)$ нечетные по z, т. е.

$$\varphi(-z) = -\varphi(z),\quad \chi(-z) = -\chi(z). \tag{3.218}$$

Учитывая (3.216), (3.217), функции $\varphi(z)$ и $\chi(z)$ запишем в виде

$$\varphi(z) = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{a_k}{(z-l)^k} + \frac{a_k^*}{(z+l)^k}\right);$$

$$\chi(z) = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{b_k}{(z-l)^k} + \frac{b_k^*}{(z+l)^k}\right). \tag{3.219}$$

Подставляя выражение (3.2219) в (3.218) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях z – l и z + l, получим

$$a_k^* = (-1)^{k+1} a_k;\quad b_k^* = (-1)^{k+1} b_k. \tag{3.220}$$

Следовательно, учитывая зависимость (3.220), искомые комплексные потенциалы $\varphi(z)$ и $\chi(z)$ могут быть представлены в виде рядов типа

$$\varphi(z)=\sum_{k=1}^{\infty}a_k R_k(z);\quad \chi(z)=\sum_{k=1}^{\infty}b_k R_k(z). \tag{3.221}$$

Здесь для удобства записи введена функция

$$R_k(z)=\frac{1}{(z-l)^k}+\frac{(-1)^{k+1}}{(z+l)^k}. \tag{3.222}$$

Коэффициенты a_k, b_k определяем из граничного условия (3.210) на контуре правого отверстия. Представление комплексных потенциалов в виде (3.221) удовлетворяет граничному условию на контуре левого отверстия автоматически.

Отметим, что в нашем случае имеет место силовая и геометрическая симметрия, а также при деформации перемычки другими усилиями, поэтому коэффициенты a_k, b_k являются вещественными величинами.

Остановимся на представлении функции $f(t,\bar{t})$, входящей в правую часть соотношения (3.210).

Как отмечалось выше, в результате решения задачи о напряженном состоянии сплошной перемычки определены компоненты напряжения σ^c и τ^c как функции координат любой точки перемычки. Учитывая это, функцию $f(t,\bar{t})$ представим в виде

$$f(t,\bar{t})=\frac{p-q}{2}\bar{t}-\frac{p+q}{2}t. \tag{3.223}$$

Величины p и q, входящие в выражение (3.223), представляют собой осредненные значения X_n^c и Y_n^c, которые определяются следующим образом:

$$p=-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}X_n^c ds;\quad q=-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}Y_n^c ds. \tag{3.224}$$

При записи соотношения (3.224) учитывали, что радиусы отверстий равны единице. Поэтому при изучении напряженного состояния перемычки с реальными радиусами отверстий достаточно подставить в полученное решение значения координат любой точки из области перемычки, умноженной на значение радиуса отверстия.

Поставленная задача будет решена, если известны коэффициенты a_k, b_k. Для их определения воспользуемся методом малого параметра. На контуре правого отверстия $z-l=\sigma$ и $z+l=\sigma+2l$, где $\sigma=e^{i\Theta}$ - аффикс точки на контуре. Функция $(\sigma+2l)^{-k}$ содержит малый параметр $\varepsilon=(2l)^{-1}$.

Разложим её в ряд по степеням этого параметра. Тогда для функции $\varphi(\sigma)$ и $\chi(\sigma)$ на контуре правого отверстия получим следующие выражения:

$$\varphi(\sigma)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[a_k\sigma^{-k}+l_k(\sigma)\varepsilon^k\right];$$

$$\chi(\sigma)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[a_k\sigma^{-k}+m_k(\sigma)\varepsilon^k\right]. \tag{3.225}$$

Здесь

$$l_k(\sigma)=\sum_{i=1}^{k}(-1)^{k+i}a_iC_{k-1}^{i-1}\sigma^{k-i};$$

$$m_k(\sigma)=\sum_{i=1}^{k}(-1)^{k+i}b_iC_{k-1}^{i-1}\sigma^{k-i}. \tag{3.226}$$

Коэффициенты a_k, b_k ищем в виде рядов по степеням малого параметра ε. Тогда

$$a_k=\sum_{n=0}^{\infty}a_{kn}\varepsilon^n,\quad b_k=\sum_{n=0}^{\infty}b_{kn}\varepsilon^n;$$

$$l_k=\sum_{n=0}^{\infty}l_{kn}\varepsilon^n,\quad m_k=\sum_{n=0}^{\infty}m_{kn}\varepsilon^n. \tag{3.227}$$

На контуре правого отверстия имеем

$$\varphi(\sigma)=\varphi_0^*(\sigma)+\varepsilon\left[\varphi_{10}^*(\sigma)+l_{10}(\sigma)\right]+\varepsilon^2\left[\varphi_2^*(\sigma)+l_{11}(\sigma)+l_{20}(\sigma)\right]+\ldots;$$
$$\chi(\sigma)=\chi_0^*(\sigma)+\varepsilon\left[\chi_{10}^*(\sigma)+m_{10}(\sigma)\right]+\varepsilon^2\left[\chi_2^*(\sigma)+m_{11}(\sigma)+m_{20}(\sigma)\right]+\ldots, \tag{3.228}$$

где

$$\varphi_n^*(\sigma)=\sum_{k=1}^{\infty}\varphi_{kn}\sigma^{-k};\qquad \chi_n^*(\sigma)=\sum_{k=1}^{\infty}\chi_{kn}\sigma^{-k}\qquad (n=0,1,\ldots). \tag{3.229}$$

Подставим выражения (3.228) в граничное условие (3.210), учитывая функцию $f(\sigma,\bar{t})$ выражения (3.227), приравняем члены при одинаковых степенях ε. Получим систему граничных условий для определения функций $\varphi_j^*(\sigma)$ $(j=0,1,2,\ldots)$ вида

$$\varphi_0^*(\sigma)+\left(\sigma-\frac{1}{\sigma}\right)\overline{\varphi_0^{*'}(\sigma)}+\chi_0^*(\sigma)=\frac{p-q}{2}\frac{1}{\sigma}-\frac{p+q}{2}\sigma;$$

$$\varphi_1^*(\sigma)+\left(\sigma-\frac{1}{\sigma}\right)\overline{\varphi_1^{*'}(\sigma)}+\overline{\chi_1^*(\sigma)}=-\left[l_{10}(\sigma)+\left(\sigma-\frac{1}{\sigma}\right)\overline{l_{10}'(\sigma)}+\overline{m_{10}(\sigma)}\right];$$

$$\varphi_k^*(\sigma)+\left(\sigma-\frac{1}{\sigma}\right)\overline{\varphi_k^{*'}(\sigma)}+\overline{\chi_k^*(\sigma)}=-\{l_{k0}(\sigma)+l_{k-1,1}(\sigma)+\ldots+l_{1,k-1}(\sigma)+ \qquad (3.230)$$

$$+\left(\sigma-\frac{1}{\sigma}\right)\overline{l_{k0}(\sigma)}+\overline{l_{k-1,1}'(\sigma)}+\ldots+\overline{l_{1,k-1}'(\sigma)}+$$

$$+\overline{m_{10}(\sigma)}+\overline{m_{k-1,1}(\sigma)}+\ldots+\overline{m_{1,k-1}(\sigma)}.$$

Искомые функции определяем в следующем порядке: вначале из первого граничного условия (3.230) одним из известных методов (в частности, разложением в ряд Фурье) находим функции φ_0^* и χ_0^*, а значит, и коэффициенты a_{k0} и b_{k0}; после этого становятся известными функции l_{10} и m_{10}; потом из второго граничного условия определяем функции φ_1^* и χ_1^* и т. д.

Метод малого параметра позволяет получить результаты, близкие к точным, только для таких расстояний между отверстиями, которые превышают его диаметр. Если расстояние между отверстиями меньше диаметра, но больше или ровно половине радиуса, то в этом случае более рационально для нахождения комплексных потенциалов $\varphi(\zeta)$ и $\chi(\zeta)$ воспользоваться методом Бубнова-Галеркина. В m-ом точном приближении искомые функции представим в виде

$$\varphi(\zeta)=\sum_{k=1}^{m}a_k R_k(\zeta);\quad \chi(\zeta)=\sum_{k=1}^{m}b_k R_k(\zeta). \qquad (3.231)$$

Граничное условие (3.210) на контуре правого отверстия, где $z-l=\sigma$, запишем в виде

$$F(\sigma)=æ\varphi(\sigma)+\left(\sigma-\frac{1}{\sigma}\right)\overline{\varphi'(\sigma)}+\overline{\chi(\sigma)}-\frac{p-q}{2}\frac{1}{\sigma}+\frac{p+q}{2}\sigma=0. \qquad (3.232)$$

Подставим (3.231) в граничные условия (3.232) и потребуем, чтобы функция $F(\sigma)$ была ортогональна к системе функций $\sigma^{\pm k}$ $(k=0,1,\ldots,m)$. Они представляют собой $2m+1$ функций из системы, которая является полной на контуре правого отверстия. Для определения коэффициентов a_k и b_k получим конечную алгебраическую систему уравнений.

В первом приближении $m=1$ указанная система приводится к виду

$$a_1(+2\varepsilon^2 - 8\varepsilon^4 - 3\varepsilon^8) = \frac{p-q}{2} - \varepsilon^2\frac{p+q}{2}; \qquad (3.233)$$

$$b_1 = -\frac{p+q}{2} - a_1(-2\varepsilon^2); \quad b_2 = -a_1\varepsilon^2; \quad b_3 = a_1(+\varepsilon^4).$$

Во втором приближении $(n=2)$ будем иметь

$$a_1(+2\varepsilon^2 - 8\varepsilon^4 - 2\varepsilon^6 - 3\varepsilon^8 - 4\varepsilon^{10}) + a_2(-6\varepsilon^3 + 24\varepsilon^5 + 6\varepsilon^7 + 12\varepsilon^9 + 20\varepsilon^{11}) =$$
$$= \frac{p-q}{2} - \varepsilon^2\frac{p+q}{2}; \qquad (3.234)$$

$$a_1(-3\varepsilon^3 + 12\varepsilon^5 + 3\varepsilon^7 + 6\varepsilon^9 + 10\varepsilon^{11}) + a_2(+12\varepsilon^4 - 44\varepsilon^6 - 9\varepsilon^8 - 24\varepsilon^{10} - 50\varepsilon^{12}) =$$
$$= \varepsilon^2\frac{p+q}{2};$$

$$b_1 = a_1(-2\varepsilon^2) - 4a_2\varepsilon^3 - \frac{p+q}{2}; \quad b_2 = -a_1\varepsilon^3 - a_2(-3\varepsilon^4);$$

$$b_3 = a_1(+\varepsilon^4) - 4a_2\varepsilon^5; \quad b_4 = -a_1\varepsilon^5 - a_2(+5\varepsilon^6). \qquad (3.235)$$

После определения постоянных коэффициентов a_k и b_k на основании формул (3.231) становятся известными комплексные потенциалы $\varphi(\zeta)$ и $\chi(\zeta)$. Компоненты напряжений σ_{ij}^o определяем из соотношений (3.214), а полные компоненты напряжений, возникающие в рассматриваемой перемычке – из (3.209).

Разработана структурная схема алгоритма решения задачи и составлена программа решения задачи, позволяющая выносить на печать распределение максимальных напряжений в относительных координатах (0,1) в одномерном и двухмерном изображениях.

В качестве максимальной нагрузки q_z принимаем ее значение, равное 2,8 МПа, а условием прочности – максимальные напряжения не должны превышать соответствующих предельных их значений. В конечном счете, определим основную техническую характеристику перемычки – толщину в зависимости от диапазона изменения механических характеристик гипса, сечения выработки с учетом ее максимальной глубины расположения в виде номограмм и сравним ее значения со значениями, приведенными в нормативных документах.

В качестве условия прочности используем первую и вторую теории, согласно которым максимальные нормальные и касательные напряжения не должны превышать соответствующие предельные их значения для материала перемычки, выполненной из различных марок гипсов.

В конечном счете, определим основную техническую характеристику перемычки – толщину в зависимости от сечения выработки с учетом ее максимальной глубины расположения, диапазона изменения предельных значений

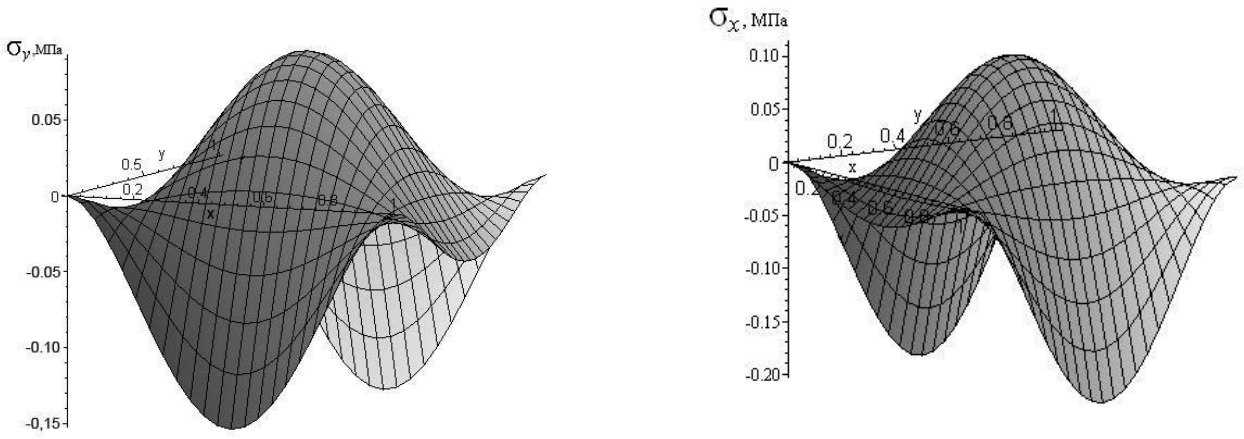
напряжений для ее материала в виде аналогичной таблицы, которая приведена в нормативных документах.

На основании разработанных алгоритма и составленной программы сначала провели исследования напряженного состояния перемычки, которая прошла испытания в штольне Карагайлы (Казахстан) со следующими данными: $S = 4$ м^2; $q_z = 1{,}36$ МПа; $h = 0{,}55$ м; $R_0 = 0{,}6$ м; $E = 2{,}77 \cdot 10^3$ МПа; $\nu = 0{,}22$; МПа; МПа; $\tau_{\text{п}} = 0{,}72$ МПа, т.е. для наихудших условий испытаний по нагрузке и толщине перемычки, а также механическим характеристикам (минимальным) для строительного гипса.

Распределения максимальных нормальных σ_x и напряжений в этой перемычке в относительных координатах при вышеуказанных исходных данных, а также для площади сечения выработки 4 м^2, радиусом проемных труб 0,8 м и нагрузкой 2,8 МПа приведены на рис. 3.32 и 3.33, откуда следует, что максимальными напряжениями являются σ_x, как на растяжение, так и на сжатие, возникающие на наружной и внутренней поверхностях, которые равны и отличаются знаками, не достигая своих предельных значений, т.к. в данном случае МПа. Прочность перемычки не будет обеспечена при ее толщине 0,35 м. При этом, результаты исследований показали, что, несмотря на относительно малые значения касательных напряжений, учет поперечного сдвига (перемещения w_1) увеличивает нормальные напряжения примерно на 30 %.

В дальнейшем толщины перемычки и сечения выработки использовали согласно нормативным документам.

Результаты исследований максимальных напряжений σ_x и σ_y в перемычке с вышеприведенными параметрами, но с защемленными краями по основному контуру и свободному в верхней части приведены на рис.3.34.



а) б)

Рис. 3.32. Распределение нормальных напряжений в перемычке с защемленными краями (штольня Карагайлы) по безразмерным координатам: а) – σ_x; б) – σ_y; $S = 4$ м^2; $q_z = 1{,}36$ МПа; $h = 0{,}55$ м; $R_0 = 0{,}6$ м; $E = 2{,}77 \cdot 10^3$ МПа; $\nu = 0{,}22$; МПа; МПа; $\tau_{\text{п}} = 0{,}72$ МПа.

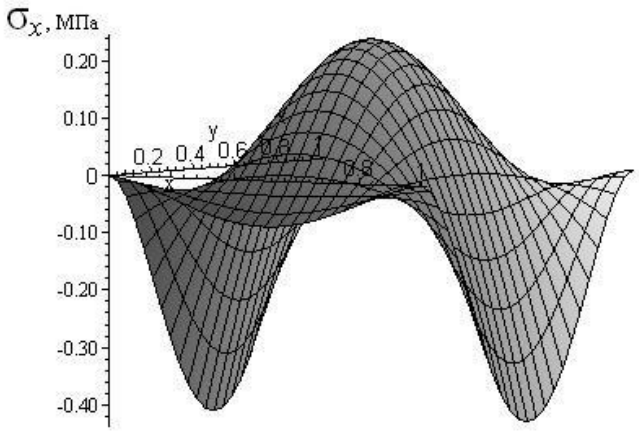


Рис. 3.33. Распределение максимальных напряжений σ_x в перемычке с защемленными краями: $S = 4$ м^2; $q_z = 2{,}8$ МПа; $h = 1{,}6$ м; $R_0 = 0{,}8$ м с механическими характеристиками для строительного гипса

а) б)

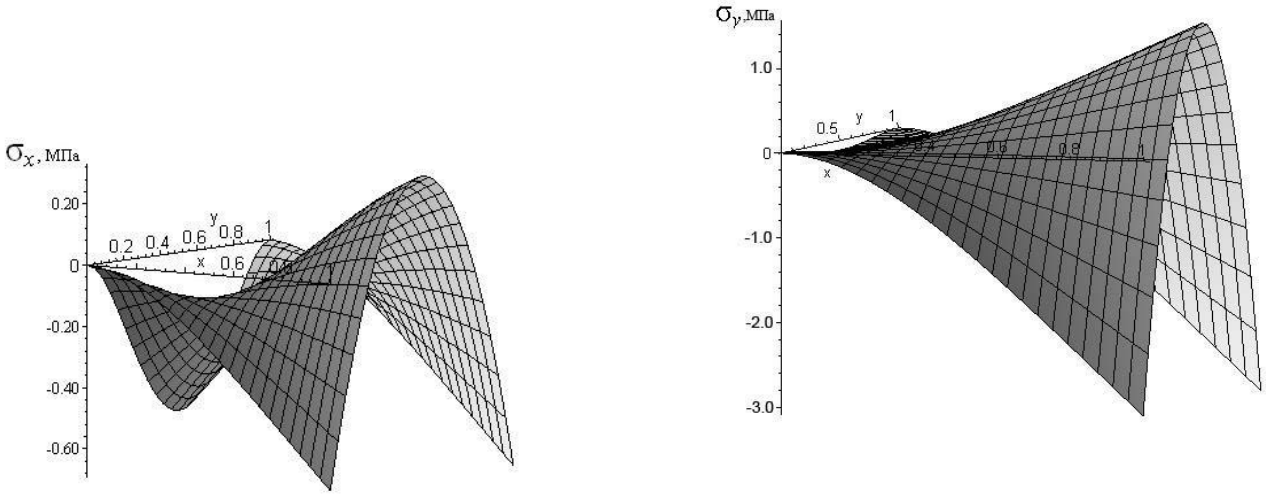


Рис. 3.34. Распределение нормальных напряжений в перемычке с защемленными краями по основному контуру и свободному краю в верхней ее части с нагрузкой q_z с механическими характеристиками для строительного гипса: а) – σ_x; б) – σ_y; $S = 4$ м^2; $q_z = 2{,}8$ МПа; $h = 1{,}6$ м; две проемные трубы с $R_0 = 0{,}8$ м; $H = 1500$ м

В данном случае максимальными напряжениями являются сжимающие σ_y, возникающие в защемленных угловых точках верхней части перемычки,
причем условие ее прочности не выполняется, т.к. МПа. Выполняется это условие для перемычки при сечении выработки 8 м^2 и выше, расположенной на максимальной глубине 1500 м (рис. 3.35), на которой нагрузка q_z принимает значение 1,12 МПа.

Для перемычки с предельными значениями на сжатие гипса свыше 3,0 МПа и 9,0 МПа, его значений для модулей упругости и коэффициентов

Пуассона максимальные напряжения также не превышают своих значений. В частности, для перемычки, выполненной с высокопрочного пластифицированного гипса с механическими характеристиками: модуль упругости $E = 6{,}77 \cdot 10^3$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}28$, предельное напряжение на сжатие МПа, расположенной на глубине выработки 1500 м результаты приведены на рис.3.36.

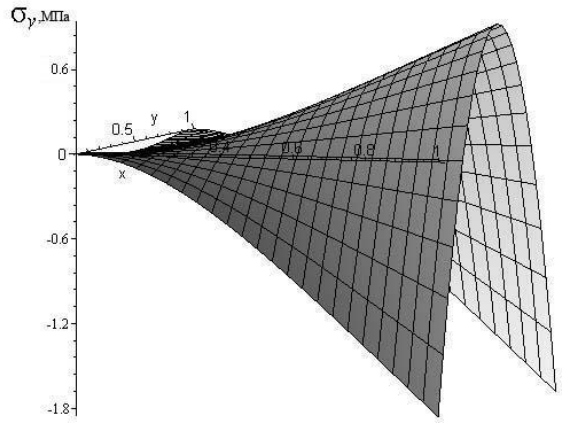


Рис. 3.35. Распределение максимальных напряжений σ_y в перемычке с защемленными краями по основному контуру и свободному краю в верхней ее части с нагрузкой q_z: $S = 8$ м^2; $q_z = 2{,}8$ МПа; $h = 2{,}2$ м; две проемные трубы с $R_0 = 0{,}8$ м; $H = 1500$ м с механическими характеристиками для строительного гипса

Вышеприведенные результаты исследований показывают, что при возведении перемычек в выработках с сечением от 4 м^2 до7 м^2 можно использовать одну проемную трубу диаметром 0,8 м, а с большим ее сечением – две, причем запас прочности составляет от 1,7 до 2,0.

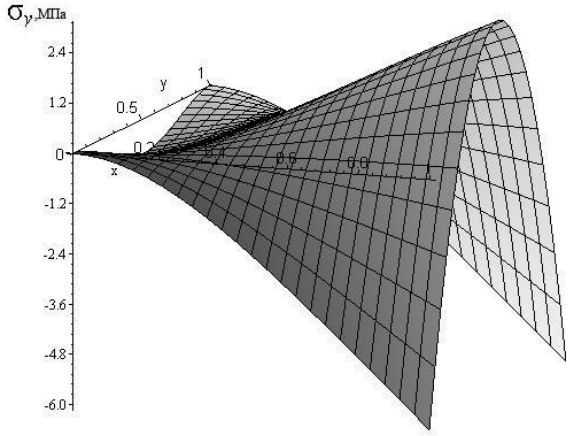


Рис. 3.36. Распределение максимальных напряжений σ_y в перемычке с защемленными краями по основному контуру и свободному краю в верхней ее части с нагрузкой q_z: $S = 30$ м^2; $q_z = 2{,}8$ МПа; $h = 4{,}5$ м; две проемные трубы с $R_0 = 0{,}8$ м; $H = 1500$ м с механическими характеристиками для высокопрочного пластифицированного гипса

Для перемычки, имеющей форму полуокружности, в зависимости от значений радиуса кривизны напряжения увеличиваются на (15…20)%.

На основании полученных результатов расчета на прочность перемычки определена ее толщина, значения которой приведена в таблице. Отсюда следует, что они уменьшены по сравнению с аналогичными ее значениями, обозначенными в скобках, в среднем на 14 %, что позволит снизить затраты на возведение перемычек.

Полученные результаты исследований прочности перемычек позволили разработать номограммы для определения основной их технической характеристики-толщины (рис. 3.37, 3.38).

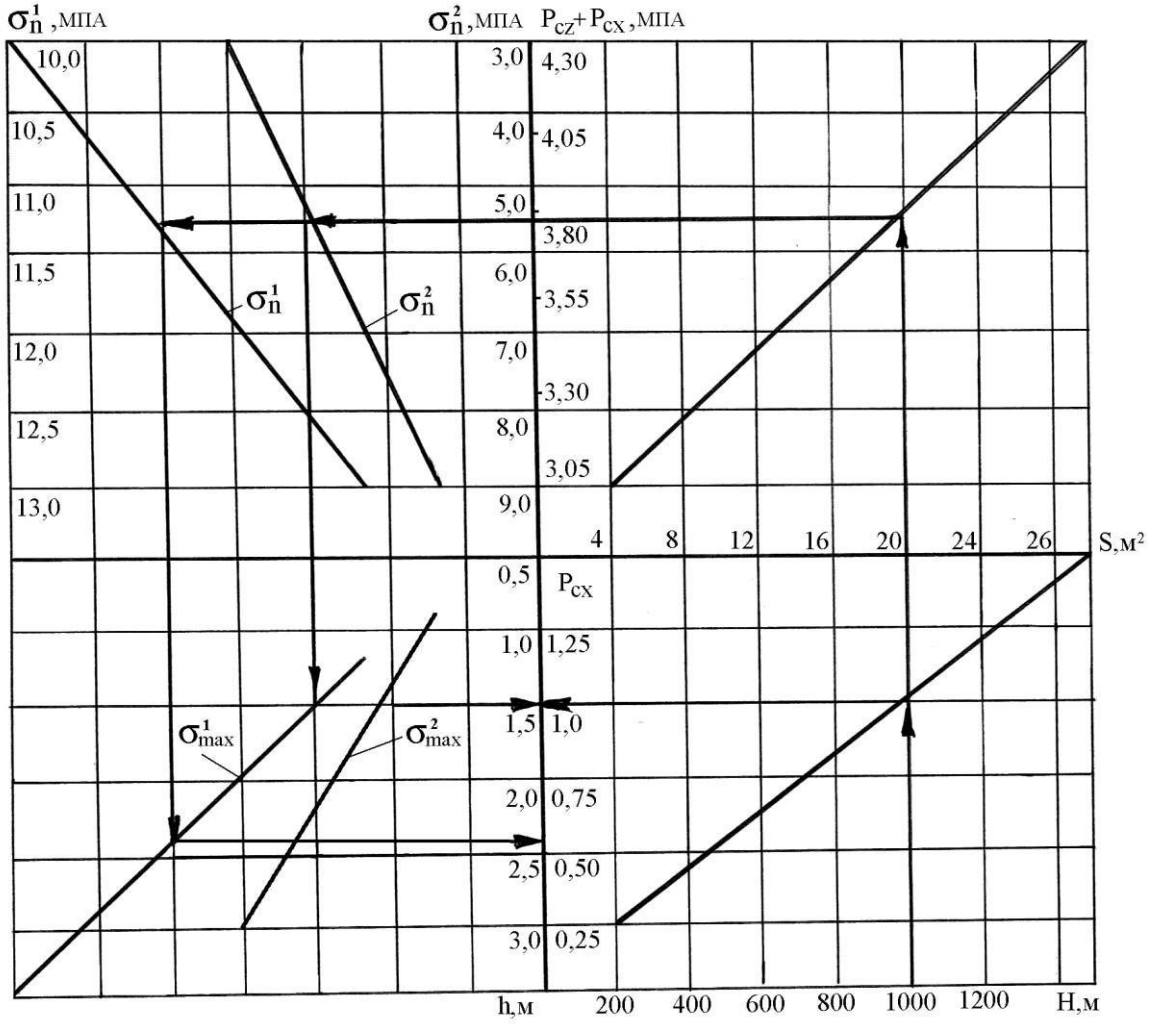


Рис. 3.37. Номограмма для определения толщины взрывоустойчивой перемычки h в зависимости от глубины возведения H, площади сечения выработки S, нагрузки q, предельного напряжения на прочность материала σ_n, максимального напряжения σ_{max}: q_z – нагрузка от ударной взрывной волны (q_z = 2,8 МПа); q_x – нагрузка от разрушенных горных пород кровли; σ^1_n, σ^1_{max} – напряжения для строительного гипса; σ^2_n, σ^2_{max} – напряжения для высокопрочного пластифицированного гипса; $\sigma_{max} = \sigma^1_n/2$.

Примечание: для площади сечения выработки от 4 до 8 м^2 необходимо применять одну проемную трубу диаметром 0,8 м.

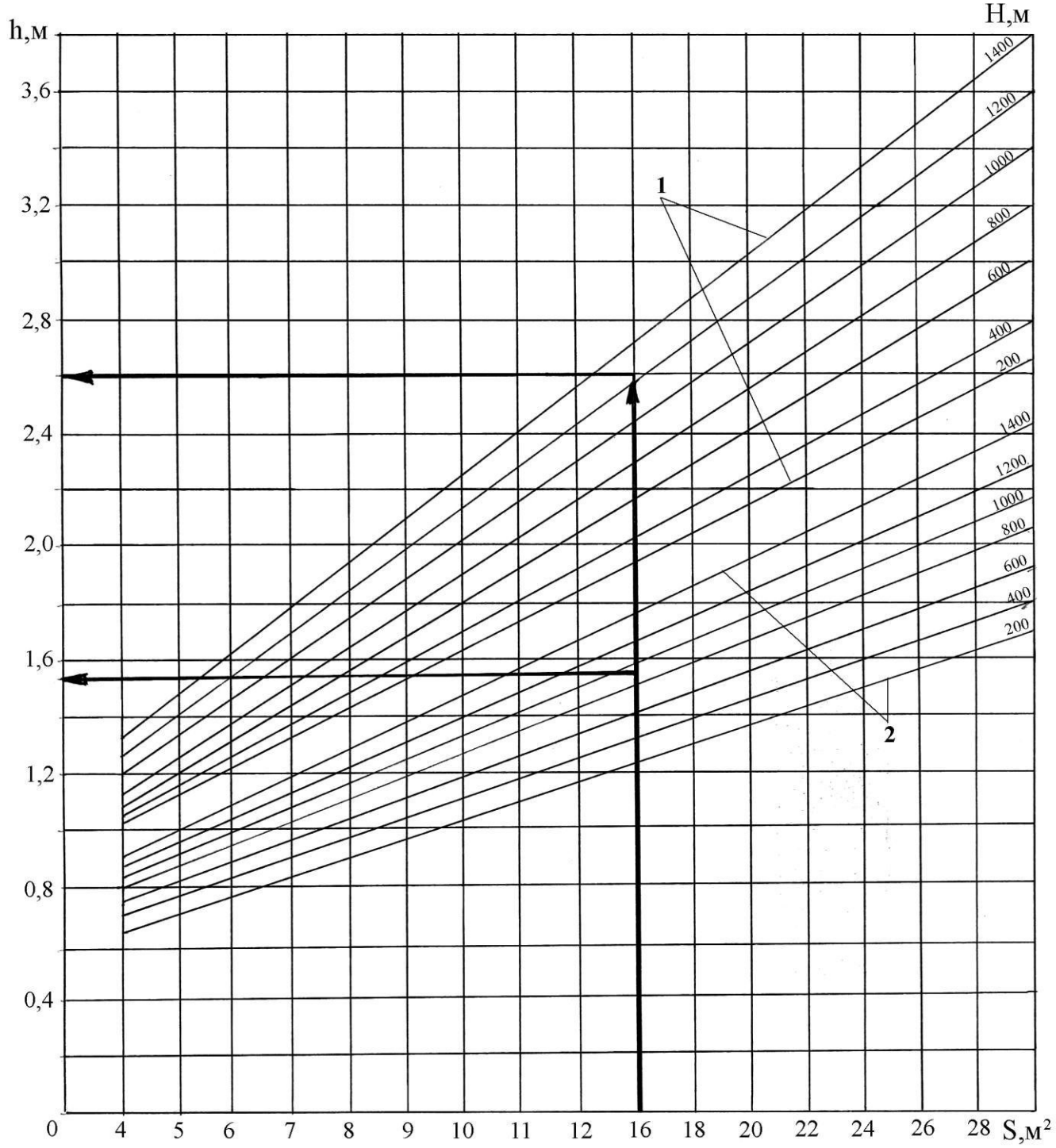


Рис. 3.38. Номограмма для определения толщины взрывоустойчивой перемычки h от площади сечения выработки S, глубины возведения H, предельного напряжения на прочность материала σ_n:

1 – $3{,}0 \le \sigma_n \le 9{,}0$ МПа (строительный гипс);

2 – $\sigma_n > 9{,}0$ МПа (высокопрочный пластифицированный гипс).

Отсюда следует, что значения толщин перемычки в среднем в 1,3 раза меньшие по сравнению с теми, которые приведены в нормативных документах. Это дает возможность сократить материальные расходы при ведении горноспасателями аварийных работ, обеспечивая их безопасность при взрывах в угольных шахтах.

Сравнивая два вышеприведенные методы исследования НДС взрывоустойчивых перемычек можно сделать следующие выводы:

– метод, предложенный С.П. Тимошенко, требует нахождения трех функций вместо двух по методу А.С. Амбарцумяну, что значительно усложняет решение задачи;

– все авторы, в том числе зарубежные, при определении их толщины на основании применения методов сопротивления материалов рассматривают граничные условия в виде шарнирного опирания в горных выработках, результаты при которых приведены в первом случае (по методу А.С. Амбарцумяна);

– в первом случае их максимальная толщина практически совпадает со значением, полученным зарубежными авторами.

Таким образом, разработанный метод исследования НДС взрывоустойчивой перемычки, основанный на использовании принципа о квадратичном распределении поперечных деформаций и сил, без учета влияния на него проемных металлических труб и их крепления к крепи горной выработки, является научно обоснованным и может быть использован для определения толщины при их армировании. Это позволит значительно уменьшить толщину перемычки, снизить затраты при ее возведении.

Контрольные вопросы

1. Какое назначение взрывоустойчивой перемычки?
2. Какие предположения приняты при исследовании ее НДС?
3. Что представляет собой расчетная схема перемычки?
4. В чем состоит сущность вариационного метода?
5. Как перейти от размерных величин к безразмерным?
6. Каким требованиям подлежит выбор системы координатных функций?
7. Каким требованиям следует подчинить координатные функции по методу Ритца и Бубнова-Галеркина?
8. Почему в качестве координатных функций используют степенные полиномы?

3.4. Метод конечных разностей

3.4.1. Сущность метода

Все дифференциальные соотношения можно приближенно заменить конечно-разностными соотношениями. Так, например, первая полная производная функция одной переменной $f\ x$ приближенно равна конечному соотношению

$$\frac{df\ x}{dx} \approx \frac{\Delta f\ x}{2h}$$

где $\Delta f\ x = \Delta f\ x+h\ - \Delta f\ x-h\ -$ разность двух смежных со значением$f\ x$ величин, которым соответствует разность абсцисс $2h$.

Величину$\Delta f\ x$ называют конечной разностью первого порядка. Конечной разностью второго порядка является величина

$$\Delta^2 f\ x = f\ x+h\ - 2f\ x\ + f\ x-h$$

где $f\ x+h$, $f\ x$, $f\ x-h$ – значения функции $f\ x$ в трех последовательных точках. Если абсциссе между двумя точками одинаковы иравны h, то вторую производную можно представить в виде

$$\frac{d^2 f\ x}{dx^2} \approx \frac{\Delta^2 f\ x}{h^2}$$

Соответственно n-ю конечную разность, когда n–четное число, можно представить как

$$\Delta^n f\ x = f\ x+\frac{n}{2}h\ - \frac{n}{1}f\ x+\frac{n}{2}h-h\ + \frac{n\ n-1}{1\cdot 2}f\ x+\frac{n}{2}h-2h\ -$$
$$-\frac{n\ n-1\ \ n-2}{1\cdot 2\cdot 3}f\ x+\frac{n}{2}h-3h\ +\cdots+f\ x-\frac{n}{2}h\ .$$

Разность $\Delta^{n+1} f\ x$, где n–четное число, можно представить в виде

$$\Delta^{n+1} f\ x = \frac{\Delta^n f\ x+h\ - \Delta^n f\ x-h}{2}$$

Полные производные любых порядков можно приближенно определить как

$$\frac{d^n f\ x}{dx^n} \approx \frac{\Delta^n f\ x}{h^n}$$

Частные производные заменяем выражениями в конечных разностях. Причем, если расстояния между смежными рассматриваемыми точками одинаковы и равны h в случае $f\ x,y$ двух переменных имеем

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{1}{2h}\ f\ x+h,y\ -f\ x-h,y\ ;$$

$$\frac{\partial f}{\partial yx} \approx \frac{1}{2h}\ f\ x,y+h\ -f\ x,y-h\ ;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h^2}\ f\ x+h,y\ -2f\ x,y\ +f\ x-h,y\ ;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \approx \frac{1}{2h^2}\ f\ x+h,y+h\ -f\ x+h,y-h\ \times;$$

$$\times\ f\ x-h,y-h\ -f\ x-h,y+h\ ;$$

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \approx \frac{1}{2h^3}\ f\ x+2h,y\ -2f\ x+h,y\ +2f\ x-h,y\ -$$

$$-f\ x-2h,y\ ;$$

$$\frac{\partial^3 f}{\partial y^3} \approx \frac{1}{2h^3}\ f\ x,y+2h\ -2f\ x,y+h\ +2f\ x,y-h\ -$$

$$-f\ x,y-2h\ ;$$

$$\frac{\partial^4 f}{\partial x^4} \approx \frac{1}{h^4}\ f\ x+2h,y\ -4f\ x+h,y\ +6f\ x,y\ -$$

$$-4f\ x-h,y\ +f\ x-2h,y\ ;$$

$$\frac{\partial^4 f}{\partial y^4} \approx \frac{1}{h^4}\ f\ x,y+2h\ -4f\ x,y+h\ +6f\ x,y\ -$$

$$-4f\ x,y-h\ +f\ x,y-2h\ ;$$

$$\frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2} \approx \frac{1}{h^4}\ f\ x+h,y+h\ +f\ x-h,y+h\ +$$

$$+f\ x+h,y-h\ +f\ x-h,y-h\ -2f\ x+h,y\ -$$

$$-2f\ x-h,y\ -2f\ x,y+h\ -2f\ x,y-h\ +4f\ x,y\ .$$

Например, в случае плоской задачи функция напряжений $\varphi\ x,y$ определяется бигармоническим уравнением, которую в конечных разностях можно представить в следующем виде:

$$20\varphi\ x,y\ -8\ \varphi\ x+,y\ +\varphi\ x-h,y\ +\varphi\ x,y+h\ +$$
$$+\varphi\ x,y-h\ +2\ \varphi\ x+h,y+h\ +\varphi\ x-h,y+h\ +$$
$$+\varphi\ x+h,y-h\ +\varphi\ x-h,y-h\ +\varphi\ x+2h,y\ +$$
$$+\varphi\ x-2h,y\ +\varphi\ x,y+2h\ +\varphi\ x,y-2h\ =0.$$

Таким образом, при приближенном решении любого приведенного выше уравнения при помощи конечных разностей необходимо рассматриваемые области разбить на участки двумя системами линий, однозначно определяющими все узлы получающейся сетки. Относительно всех внутренних узлов сетки составляют соответствующие уравнения и учитывают краевые условия, так как при рассмотрении точек вблизи контура в расчет принимают находящиеся на нем точки.

3.4.2. Прочность и устойчивость армированного анкерами монтажного ходка

Рассмотрим продольный разрез расположенной под углом лавы непосредственная кровля монтажного ходка, которая закреплена анкерами (рис. 3.30), а поперечный разрез приведен на рис. 3.31.

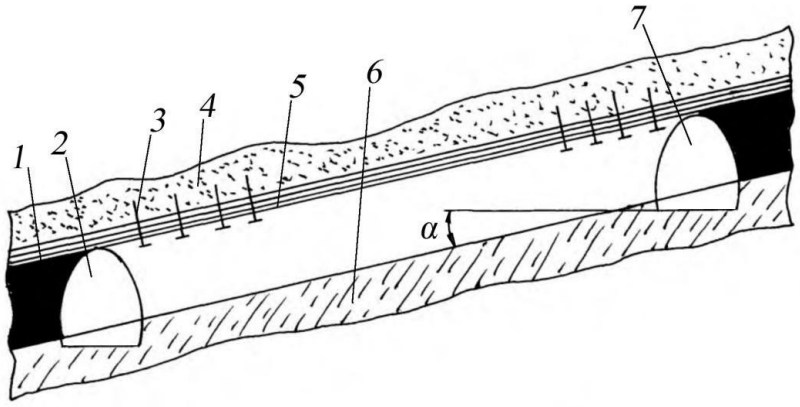


Рис. 3. 30. Продольный разрез лавы: 1 – угольный пласт; 2, 7 – откаточный и вентиляционный штреки; 3 – анкерное крепление; 4 – основная кровля; 5 – непосредственная (неустойчивая) кровля; 6 – почва; α – угол залегания пласта.

Примем расчетную схему кровли монтажного ходка в виде многослойной ортотропной пластины (плиты) с защемленными краями, механические характеристики слоев которой одинаковые в направлении координатной плоскости и отличны по нормали к ней, что характерно для горных пород, под действием равномерно распределенной нагрузки q (рис. 3.32).

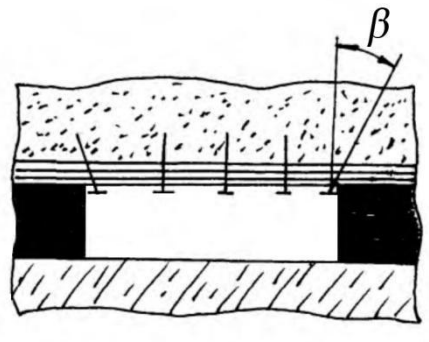


Рис.3.31.Поперечный разрез лавы: β – угол наклона анкера

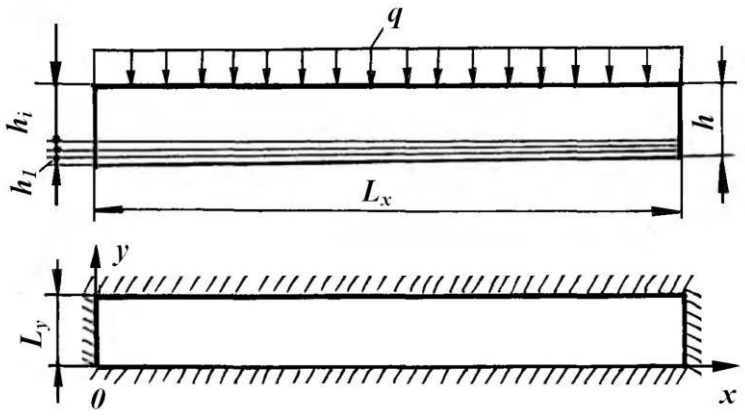


Рис.3.32. Расчетная схема монтажного ходка: L_x, L_y – длина и ширина кровли;
h_1, …, h_i и h – толщины слоев непосредственной, основной кровли и общая толщина;
q – распределенная нагрузка закрепленной

Расчетная схема закрепленной анкерами угольного пласта монтажного ходка представляет собой анизотропную пластину, расположенную на жестком основании, под действием нормальной распределенной нагрузки от массы кровли q_z, и собственной массы q_z^*, один край которой защемлен, второй – свободный (без анкеров) или шарнирно опертый (анкерное крепление), остальные два – свободные (рис. 3.33).

В данном случае угольный пласт находится на жестком основании и испытывает нагрузки на сжатие от кровли и неравномерной собственной массы, что может привести к потере устойчивости.

В теориях упругости, пластин и оболочек решения задач на прочность или устойчивость любого тела приведены, как правило, при исследовании его напряженно-деформированного состояния с определением максимальных напряжений или критических сил.

Задача состоит в том, чтобы определить максимальный прогиб закрепленной анкерами кровли монтажного ходка, не превышающий нормативное значение, т.е. решить обратную задачу – в перемещениях.

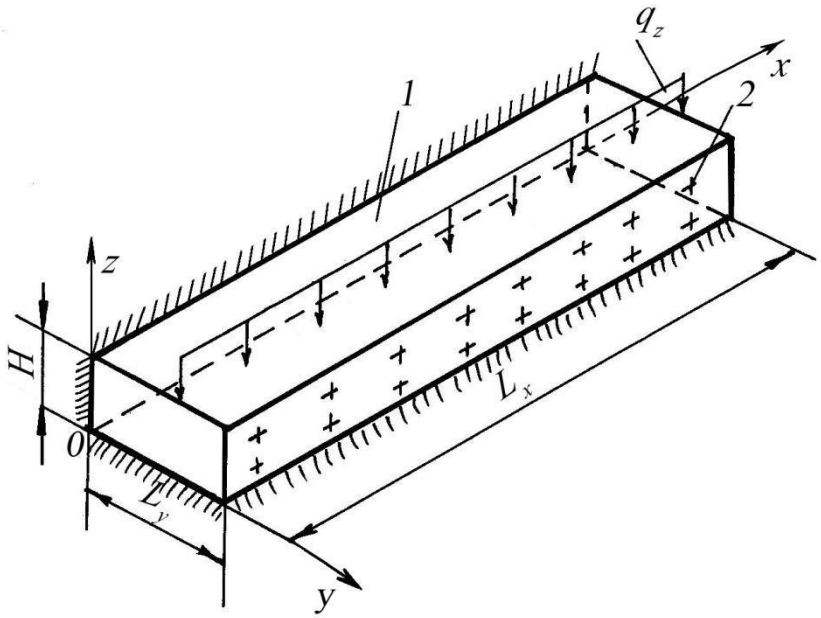


Рис. 3.33. Расчетная схема угольного пласта монтажного ходка: 1 – угольный пласт; 2 – анкеры

Пусть пластина отнесена к триортогональной системе прямолинейных координат так, что координатная плоскость xy совпадает со срединной ее плоскостью, а главные направления упругости материала пластины совпадают с координатными линиями.

При выводе основных уравнений примем следующие предположения:

а) деформации по нормали к срединной плоскости равны нулю, т.е.

$$e_z = 0; \tag{3.162}$$

б) слои пластины починяются закону Кирхгофа-Лява (гипотеза прямых нормалей);

в) поперечные касательные напряжения меняются по квадратичной зависимости, которые представим в виде

$$\tau_{xz} = f_1(z)\varphi(x, y)\,,\ \tau_{yz} = f_2(z)\psi(x, y)\,, \tag{3.163}$$

где $\varphi(x, y), \psi(x, y)$ - произвольные искомые функции координат x, y; $f_i(z)$ – функции, характеризующие законы изменения касательных напряжений τ_{xz}, τ_{yz} по толщине пластины.

Решая уравнения обобщенного закона Гука относительно напряжений σ_x, σ_y, τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz}

$$\begin{cases} e_x = a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z; \\ e_y = a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\sigma_z; \\ e_z = a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{33}\sigma_z; \\ e_{yz} = a_{44}\tau_{yz}; \\ e_{zx} = a_{55}\tau_{zx}; \\ e_{xy} = a_{66}\tau_{xy}. \end{cases}$$

получим

$$\begin{aligned} \sigma_x &= B_{11}e_x + B_{12}e_y - A_1\sigma_z; \\ \sigma_y &= B_{12}e_x + B_{22}e_y - A_2\sigma_z; \\ \tau_{xz} &= B_{55}e_{xz}; \tau_{yz} = B_{44}e_{yz}; \tau_{xy} = B_{66}e_{xy}, \end{aligned} \tag{3.164}$$

где

$$\begin{aligned} &B_{11} = \frac{a_{22}}{\Omega} = \frac{E_1}{\Delta}; B_{22} = \frac{a_{11}}{\Omega} = \frac{E_2}{\Delta}; \\ &B_{12} = -\frac{a_{12}}{\Omega} = \frac{\upsilon_2 E_1}{\Delta} - \frac{\upsilon_1 E_2}{\Delta}; B_{66} = \frac{1}{a_{66}} = G_{12}; \\ &B_{55} = \frac{1}{a_{55}} = G_{13}; B_{44} = \frac{1}{a_{44}} = G_{23}; \Omega = a_{11}a_{22} - a_{12}^2 = \frac{\Delta}{E_1 E_2}; \\ &\Delta = 1 - \nu_1\nu_2; A_1 = a_{13}B_{11} + a_{23}B_{12}; A_2 = a_{13}B_{12} + a_{23}B_{22}, \end{aligned} \tag{3.165}$$

E_1, E_2 и G_{12}, G_{13}, G_{23} – модули упругости и сдвига в плоскости xy и по нормали к ней соответственно;

ν_1, ν_2 – коэффициенты Пуассона соответственно в этих направлениях.

Компоненты деформаций и перемещений при $e_z = 0$ имеют вид

$$e_x = \frac{\partial u_x}{\partial x};\ e_y = \frac{\partial u_y}{\partial y};\ e_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}; \tag{3.166}$$

$$e_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x};\ e_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}; \tag{3.167}$$

$$e_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0;\ u_z = u_z(x; y) = w(x; y), \tag{3.168}$$

Из уравнений (3.164) с учетом (3.163) и (3.165) для деформаций сдвига получим

$$e_{xz} = f_1(z)\Phi_1(x, y), \tag{3.169}$$

$$e_{yz} = f_2(z)\Phi_2(x, y), \tag{3.170}$$

где введены следующие обозначения

$$\Phi_1(x, y) = a_{55}\varphi\,,\ \Phi_2(x, y) = a_{44}\psi. \tag{3.171}$$

Подставляя значения e_{xz}, e_{yz} из (3.169) и (3.170) во второе и третье соотношения (3.167), при этом учитывая (3.168), получим

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial x} + f_1(z)\Phi_1, \tag{3.172}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial y} + f_2(z)\Phi_2. \tag{3.173}$$

Интегрируя выражения (3.172), (3.173) в пределах от нуля до z, при этом учитывая, что при $z = 0$, $u_x = u = 0$, $u_y = v = 0$, получим следующие значения тангенциальных перемещений какой-либо точки пластины:

$$u_x = -z\frac{\partial w}{\partial x} + I_{01}(z)\Phi_1 \tag{3.174}$$

$$u_y = -z\frac{\partial w}{\partial y} + I_{02}(z)\Phi_2 \tag{3.175}$$

где

$$I_{01} = \int_0^z f_1(z)dz\,;\ I_{02} = \int_0^z f_2(z)dz. \tag{3.176}$$

В связи с тем, что при изгибе касательные напряжения τ_{xz}, τ_{yz} по толщине пластины изменяются почти по закону квадратичной параболы, полагаем, что

$$f_1(z) = f_2(z) = \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right). \tag{3.177}$$

Тогда, подставляя (3.177) в (3.166), получим

$$I_{01}(z) = I_{02}(z) = I_0(z) = \frac{z}{2}\left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3}\right). \tag{3.178}$$

Из (3.174), (3.175) с учетом (3.177), (3.178) и (3.171) для перемещений получим

$$\begin{cases} u_x = -z\dfrac{\partial w}{\partial x} + I_0(z)a_{55}\varphi \\ u_y = -z\dfrac{\partial w}{\partial y} + I_0(z)a_{44}\psi \end{cases}. \tag{3.179}$$

Подставляя значения u_x, u_y из (3.179) в соотношения (3.166), для соответствующих составляющих деформаций имеем

$$e_x = -z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + I_0 a_{55}\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \tag{3.180}$$

$$e_y = -z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + I_0 a_{44}\frac{\partial \psi}{\partial x}, \tag{3.181}$$

$$e_{xy} = -2z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + I_0\left(a_{55}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + a_{44}\frac{\partial \psi}{\partial y}\right). \tag{3.182}$$

Уравнения равновесия без учета объемных сил имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0; \tag{3.183}$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0.$$

С учетом (3.173), (3.181), подставляя значения τ_{xz}, τ_{yz} из (3.173) в (3.183) и произведя интегрирование по z, для нормального напряжения σ_z найдем

$$\sigma_z = \chi(x, y) - I(z)\left[B_{55}\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + B_{44}\frac{\partial \Phi_2}{\partial y}\right], \tag{3.184}$$

где $\chi(x, y)$ является функцией интегрирования и может быть определена из условий на поверхностях пластинки, которые имеют следующий вид:

$$\sigma_z\left(\frac{h}{2}\right) = q;\ \sigma_z\left(-\frac{h}{2}\right) = 0.$$

Удовлетворяя этим условиям, получим следующее выражение для $\chi(x, y)$:

$$\chi(x,y)=\frac{B_{55}}{2}\left[I_{01}\left(\frac{h}{2}\right)+I_{01}\left(-\frac{h}{2}\right)\right]\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}+\frac{B_{44}}{2}\left[I_{02}\left(\frac{h}{2}\right)+I_{02}\left(-\frac{h}{2}\right)\right]\frac{\partial\Phi_2}{\partial y}+\frac{q}{2}, \qquad (3.185)$$

а также уравнение

$$B_{55}\left[I_{01}\left(\frac{h}{2}\right)-I_{01}\left(-\frac{h}{2}\right)\right]\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}+B_{44}\left[I_{02}\left(\frac{h}{2}\right)-I_{02}\left(-\frac{h}{2}\right)\right]\frac{\partial\Phi_2}{\partial y}=q. \qquad (3.186)$$

При определении деформаций e_{xz}, e_{yz} считаем, что касательные напряжения τ_{xz}, τ_{yz} не отличаются от соответствующих напряжений (τ^0_{xz} и τ^0_{yz}), найденных при наличии гипотезы недеформируемых нормалей, т.е. от соответствующих напряжений классической теории изгиба анизотропных пластин.

В силу предположения для касательных напряжений имеем

$$\tau_{xz}=\frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4}-z^2\right)\varphi_0; \qquad (3.187)$$

$$\tau_{yz}=\frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4}-z^2\right)\psi_0; \qquad (3.188)$$

где

$$\varphi_0=-\left[B_{11}\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3}+(B_{12}+2B_{66})\frac{\partial^3 w_0}{\partial x\partial y^2}\right]; \qquad (3.189)$$

$$\psi_0=-\left[B_{22}\frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3}+(B_{12}+2B_{66})\frac{\partial^3 w_0}{\partial y\partial x^2}\right]; \qquad (3.190)$$

а w_0 – решение уравнения для анизотропной пластины, полученное без учета третьего предположения

$$D_1\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4}+2D_3\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2\partial y^2}+D_2\frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4}=q, \qquad (3.191)$$

где D_1, D_2, D_3 – жесткости на изгиб в направлениях x, y и на сдвиг в плоскости пластины, соответственно.

Подставляя в выражения (3.164) значения e_x, e_y и e_{xy} из (3.180)-(3.181)), а также значения σ_z из (3.184) с учетом (3.185) и (3.187) – (3.190), для основных напряжений σ_x, σ_y и τ_{xy} получим

$$\sigma_x = -z\left(B_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + I_0\left(B_{11}a_{55}\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} + B_{12}a_{44}\frac{\partial \psi_0}{\partial y} \right) - A_1 q\left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2}\frac{z}{h} - 2\frac{z^3}{h^3} \right) \right]; \quad (3.192)$$

$$\sigma_y = -z\left(B_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + B_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + I_0\left(B_{22}a_{44}\frac{\partial \psi_0}{\partial y} + B_{12}a_{55}\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right) - A_2 q\left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2}\frac{z}{h} - 2\frac{z^3}{h^3} \right) \right]; \quad (3.193)$$

$$\tau_{xy} = -B_{66}\left[2z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + I_0\left(a_{55}\frac{\partial \varphi_0}{\partial y} + a_{44}\frac{\partial \psi_0}{\partial x} \right) \right]. \quad (3.194)$$

Учитывая (3.188), (3.189), (3.193)-(3.195), а также (3.179), для внутренних сил и моментов получим

$$M_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz = -\left(D_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{h^2}{10}\left(D_{11}a_{55}\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} + D_{12}a_{44}\frac{\partial \psi_0}{\partial y} \right) - \frac{h^2}{10}A_1 q; \quad (3.195)$$

$$M_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz = -\left(D_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{h^2}{10}\left(D_{22}a_{44}\frac{\partial \psi_0}{\partial y} + D_{12}a_{55}\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right) - \frac{h^2}{10}A_2 q; \quad (3.196)$$

$$H = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz = -2D_{66}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{h^2}{10}D_{66}\left(a_{55}\frac{\partial \varphi_0}{\partial y} + a_{44}\frac{\partial \psi_0}{\partial x} \right); \quad (3.197)$$

$$N_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} dz = \frac{h^3}{12}\varphi_0; \quad (3.198)$$

$$N_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} dz = \frac{h^3}{12}\psi_0. \quad (3199)$$

где $D_{ik} = \frac{h^3}{12}B_{ik}$ – жесткости на изгиб, сдвиг и кручение.

При этом имеем следующие уравнения равновесия

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} = -q \quad (3.200)$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial M_1}{\partial x} = N_1 \quad (3.201)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{\partial M_2}{\partial y}=N_2 \tag{3.202}$$

Исключая из уравнений равновесия (3.200)-(3.202) поперечные силы N_1 и N_2, получим

$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 H}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2}=-q \tag{3.203}$$

Подставляя значения моментов из (3.195) – (3.197) в (3.203), получим одно разрешающее дифференциальное уравнение относительно искомой функции *w*

$$\begin{aligned}&D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=\\&=q+\frac{h^2}{10}\left\{a_{55}\left[D_{11}\frac{\partial^3\varphi_0}{\partial x^3}+(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^3\varphi_0}{\partial x\partial y^2}\right]+a_{44}\left[D_{22}\frac{\partial^3\psi_0}{\partial y^3}+(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^3\psi_0}{\partial x^2\partial y}\right]\right\}.\end{aligned} \tag{3.204}$$

Переходя к безразмерным величинам, получим уравнение (3.203) в виде:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^4\overline{w}}{\partial\overline{x}^4}+2b_1l^2\frac{\partial^4\overline{w}}{\partial\overline{x}^2\partial\overline{y}^2}+b_2l^4\frac{\partial^4\overline{w}}{\partial\overline{y}^4}=\\&=\overline{q}+\frac{a_{55}B_{11}}{10}\overline{h}^2\left\{\frac{\partial^3\overline{\varphi}_0}{\partial\overline{x}^3}+b_1l^2\frac{\partial^3\overline{\varphi}_0}{\partial\overline{x}\partial\overline{y}^2}+\overline{a}\left[b_2l^3\frac{\partial^3\overline{\psi}_0}{\partial\overline{y}^3}+b_1l\frac{\partial^3\overline{\psi}_0}{\partial\overline{x}^2\partial\overline{y}}\right]\right\},\end{aligned} \tag{3.205}$$

где

$$\begin{aligned}&\overline{w}=\frac{w}{h};\overline{x}=\frac{x}{L_x};\overline{y}=\frac{y}{L_y};b_1=\frac{D_{12}+2D_{66}}{D_{11}};b_2=\frac{D_{22}}{D_{11}};l=\frac{L_x}{L_y};\\&\overline{q}=\frac{qL_x^4}{D_{11}h};\overline{h}=\frac{h}{L_x};\overline{\varphi}_0=\varphi_0\frac{L_x^3}{hB_{11}};\overline{\psi}_0=\psi_0\frac{L_x^3}{hB_{11}};\overline{a}=\frac{a_{44}}{a_{55}}.\end{aligned} \tag{3.206}$$

Аналогично перейдем к безразмерным величинам в выражениях (3.179)-(3.192), (3.193) – (3.201), в результате чего получим

$$\overline{\varphi}_0=-\left[\frac{\partial^3\overline{w}_0}{\partial\overline{x}^3}+b_1l^2\frac{\partial^3\overline{w}_0}{\partial\overline{x}\partial\overline{y}^2}\right]; \tag{3.207}$$

$$\overline{\psi}_0=-\left[b_2l^3\frac{\partial^3\overline{w}_0}{\partial\overline{y}^3}+b_1l\frac{\partial^3\overline{w}_0}{\partial\overline{y}\partial\overline{x}^2}\right]; \tag{3.208}$$

$$\frac{\partial^4 \overline{w}_0}{\partial \overline{x}^4} + 2d_3 l^2 \frac{\partial^4 \overline{w}_0}{\partial \overline{x}^2 \partial \overline{y}^2} + d_2 l^4 \frac{\partial^4 \overline{w}_0}{\partial \overline{y}^4} = \frac{qL_x^4}{D_1 h}; \tag{3.209}$$

$$\sigma_x = B_{11}\left\{-\overline{z}\overline{h}^2\left(\frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{x}^2} + b_{12} l^2 \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{y}^2}\right) + \overline{I}_0 \overline{h} B_{11} a_{55}\left(\frac{\partial \overline{\varphi}_0}{\partial \overline{x}} + \overline{a} b_{12} l \frac{\partial \overline{\psi}_0}{\partial \overline{y}}\right) - \overline{A}_1 q\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\overline{z} - 2\overline{z}^3\right)\right\} \tag{3.210}$$

$$\tau_{xy} = -B_{66}\left[2\overline{z}\overline{h}^2 l \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{x} \partial \overline{y}} + \overline{I}_0 \overline{h} a_{55} B_{11}\left(l \frac{\partial \overline{\varphi}_0}{\partial \overline{y}} + \overline{a} \frac{\partial \overline{\psi}_0}{\partial \overline{x}}\right)\right]. \tag{3.211}$$

$$M_1 = h^2 B_{11}\left[-\frac{\overline{h}}{12}\left(\frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{x}^2} + b_{12} l^2 \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{y}^2}\right) + \frac{\overline{h}^4}{120} B_{11} a_{55}\left(\frac{\partial \overline{\varphi}_0}{\partial \overline{x}} + \overline{a} b_{12} l \frac{\partial \overline{\psi}_0}{\partial \overline{y}}\right) - \frac{1}{10}\overline{A}_1 q\right]; \tag{3.212}$$

$$M_2 = h^2 B_{11}\left[-\frac{\overline{h}^2}{12}\left(b_2 l^2 \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{y}^2} + b_{12} \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{x}^2}\right) + \frac{\overline{h}^4}{120} B_{11} a_{55}\left(b_2 \overline{a} l \frac{\partial \overline{\psi}_0}{\partial \overline{y}} + b_{12} \frac{\partial \overline{\varphi}_0}{\partial \overline{x}}\right) - \frac{1}{10}\overline{A}_2 q\right]; \tag{3.213}$$

$$H = \frac{D_{66}}{L_x}\left[-2\overline{h}\frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{x} \partial \overline{y}} + \frac{\overline{h}^3}{10} a_{55} B_{11}\left(l \frac{\partial \overline{\varphi}_0}{\partial \overline{y}} + \overline{a} \frac{\partial \overline{\psi}_0}{\partial \overline{x}}\right)\right]; \tag{3.214}$$

$$N_1 = \frac{hB_{11}}{12}\overline{h}^3 \overline{\varphi}_0; \tag{3. 215}$$

$$N_2 = \frac{hB_{11}}{12}\overline{h}^3 \overline{\psi}_0. \tag{3. 216}$$

где

$$\begin{aligned} &\overline{w}_0 = \frac{w_0}{h};\ \overline{z} = \frac{z}{h};\ b_{12} = \frac{B_{12}}{B_{11}};\ \overline{I}_0 = \frac{I_0}{L_x^3} = \frac{\overline{z}\overline{h}}{2}\left(\frac{\overline{h}^2}{4} - \frac{\overline{z}^2 \overline{h}^2}{3}\right);\ d_2 = \frac{D_2}{D_1};\\ &d_3 = \frac{D_3}{D_1};\ \overline{A}_1 = \frac{A_1}{B_{11}} = a_{13} + a_{23} b_{12};\ \overline{A}_2 = \frac{A_2}{B_{11}} = a_{13} b_{12} + a_{23} b_2 \end{aligned} \tag{3. 217}$$

Для решения уравнения (3.205) необходимо определить функцию $\overline{w}_0(x, y)$ из уравнения (3.209). Это дифференциальные уравнения четвертого порядка в частных производных с переменными коэффициентами, точные решения которых отсутствуют. В связи с этим, используем один из основных методов решения краевых задач – конечно-разностный метод.

Будем решать оба уравнения численно в области $D = \{x; y\}: 0 \le x \le L_x,\ 0 \le y \le L_y$. Введем в данной области разностную сетку размером $m \times n$, где m – количество точек разбиения вдоль оси x, где n – вдоль оси y. Таким образом, будем искать множество значений функции $\overline{w}_0(x, y)$ в точках x_i, y_j $(i = \overline{1, m};\ j = \overline{1, n})$. Обозначим

$\overline{w}_{0,i,j} = \overline{w}_0(x_i, y_j)$, $x_{i+1} - x_i = y_{j+1} - y_j = \Delta x$. Представим уравнение (1.199) в конечных разностях

$$\begin{aligned}
&\frac{\overline{w}_{0,i+2,j} - 4\overline{w}_{0,i+1,j} + 6\overline{w}_{0,i,j} - 4\overline{w}_{0,i-1,j} + \overline{w}_{0,i,j-2}}{\Delta\bar{x}^4} + \\
&+ 2d_3 l^2 \frac{\overline{w}_{0,i+1,j+1} + \overline{w}_{0,i-1,j+1} + \overline{w}_{0,i+1,j-1} + \overline{w}_{0,i-1,j-1} - 2(\overline{w}_{0,i+1,j} + \overline{w}_{0,i-1,j} + \overline{w}_{0,i,j+1} + \overline{w}_{0,i,j-1}) + 4\overline{w}_{0,i,j}}{\Delta\bar{x}^4} + \\
&+ d_2 l^4 \frac{\overline{w}_{0,i,j+2} - 4\overline{w}_{0,i,j+1} + 6\overline{w}_{0,i,j} - 4\overline{w}_{0,i,j-1} + \overline{w}_{0,i,j-2}}{\Delta\bar{x}^4} = \frac{qL_x^4}{D_1 h}
\end{aligned} \tag{3.218}$$

Уравнение (3.205) в конечных разностях имеет вид

$$\begin{aligned}
&\frac{\overline{w}_{0,i+2,j} - 4\overline{w}_{0,i+1,j} + 6\overline{w}_{0,i,j} - 4\overline{w}_{0,i-1,j} + \overline{w}_{0,i,j-2}}{\Delta\bar{x}^4} + \\
&+ 2b_1 l^2 \frac{\overline{w}_{0,i+1,j+1} + \overline{w}_{0,i-1,j+1} + \overline{w}_{0,i+1,j-1} + \overline{w}_{0,i-1,j-1} - 2(\overline{w}_{0,i+1,j} + \overline{w}_{0,i-1,j} + \overline{w}_{0,i,j+1} + \overline{w}_{0,i,j-1}) + 4\overline{w}_{0,i,j}}{\Delta\bar{x}^4} + \\
&+ b_2 l^4 \frac{\overline{w}_{0,i,j+2} - 4\overline{w}_{0,i,j+1} + 6\overline{w}_{0,i,j} - 4\overline{w}_{0,i,j-1} + \overline{w}_{0,i,j-2}}{\Delta\bar{x}^4} = \overline{q} + \\
&+ \frac{a_{55}B_{11}}{10}\overline{h}^2\{\overline{\varphi}_{0,i+2,j} - 2\overline{\varphi}_{0,i+1,j} + 2\overline{\varphi}_{0,i-1,j} - \overline{\varphi}_{0,i-2,j} + \\
&+ b_1 l^2(\overline{\varphi}_{0,i+1,j+1} - 2\overline{\varphi}_{0,i+1,j} + \overline{\varphi}_{0,i+1,j-1} - \overline{\varphi}_{0,i-1,j+1} + 2\overline{\varphi}_{0,i-1,j} - \overline{\varphi}_{0,i-1,j-1}) + \\
&+ \overline{a}[b_2 l^3(\overline{\psi}_{0,i,j+2} - 2\overline{\psi}_{0,i,j+1} + 2\overline{\psi}_{0,i,j-1} - \overline{\psi}_{0,i,j-2}) + \\
&+ b_1 l(\overline{\psi}_{0,i+1,j+1} - 2\overline{\psi}_{0,i,j+1} + \overline{\psi}_{0,i-1,j+1} - \overline{\psi}_{0,i+1,j-1} + 2\overline{\psi}_{0,i,j-1} - \overline{\psi}_{0,i-1,j-1})]\}
\end{aligned} \tag{3.219}$$

где

$$\begin{aligned}
\overline{\varphi}_{0,i,j} = -[&\overline{w}_{0,i+2,j} - 2\overline{w}_{0,i+1,j} + 2\overline{w}_{0,i-1,j} - \overline{w}_{0,i-2,j} + \\
&+ b_1 l^2(\overline{w}_{0,i+1,j+1} - 2\overline{w}_{0,i+1,j} + \overline{w}_{0,i+1,j-1} - \overline{w}_{0,i-1,j+1} + 2\overline{w}_{0,i-1,j} - \overline{w}_{0,i-1,j-1})];
\end{aligned} \tag{3.220}$$

$$\begin{aligned}
\overline{\psi}_{0,i,j} = -[&b_2 l^3(\overline{w}_{0,i,j+2} - 2\overline{w}_{0,i,j+1} + 2\overline{w}_{0,i,j-1} - \overline{w}_{0,i,j-2}) + \\
&+ b_1 l(\overline{w}_{0,i+1,j+1} - 2\overline{w}_{0,i,j+1} + \overline{w}_{0,i-1,j+1} - \overline{w}_{0,i+1,j-1} + 2\overline{w}_{0,i,j-1} - \overline{w}_{0,i-1,j-1})];
\end{aligned} \tag{3.221}$$

Граничные условия для защемленной по контуру пластины имеют вид

$$\begin{cases}
\overline{w}(\tilde{A}) = 0 \\
\dfrac{\partial\overline{w}}{\partial n}(\tilde{A}) = 0
\end{cases} \tag{3.222}$$

где Γ – граница области D; n - нормаль к Γ.

Запишем конечно-разностный аналог условий (3.222):

$$\begin{cases}
\overline{w}_{0,j} = 0; \overline{w}_{m+1,j} = 0; \overline{w}_{i,0} = 0; \overline{w}_{i,n+1} = 0; \\
\overline{w}_{-1,j} = \overline{w}_{1,j}; \overline{w}_{m+2,j} = \overline{w}_{m,j}; \overline{w}_{i,-1} = \overline{w}_{i,1}; \overline{w}_{i,n+2} = \overline{w}_{i,n}.
\end{cases} \tag{3.223}$$

В выражениях (3.223) индексы «0», «-1», «m+1», «m+2», «n+1», «n+2» соответствуют дополнительным законтурным точкам, введенным для корректной аппроксимации граничных условий.

Для функции $\overline{w}_0$ принимаются такие же граничные условия, как и для функции $\overline{w}$.

Жесткости изгиба и кручения для главных направлений упругости или главные жесткости в уравнениях (3.190), если координатную поверхность кровли расположим в нижней ее поверхности, имеют вид

$$D_1 = \frac{E_1 h^3}{12\Delta}; \quad D_2 = \frac{E_2 h^3}{12\Delta}; \quad D_k = \frac{Gh^3}{12}; \quad D_3 = D_1\nu_2 + 2D_k; \quad \Delta = 1 - \nu_1\nu_2. \qquad (3.224)$$

,

где s – количество слоев горных пород кровли.

Считаем, что кровля представляет собой параллелепипед с ребрами h, L_x и L_y, а анкера расположены равномерно по длине и ширине кровли, как показано на рис.3.34, 3.35.

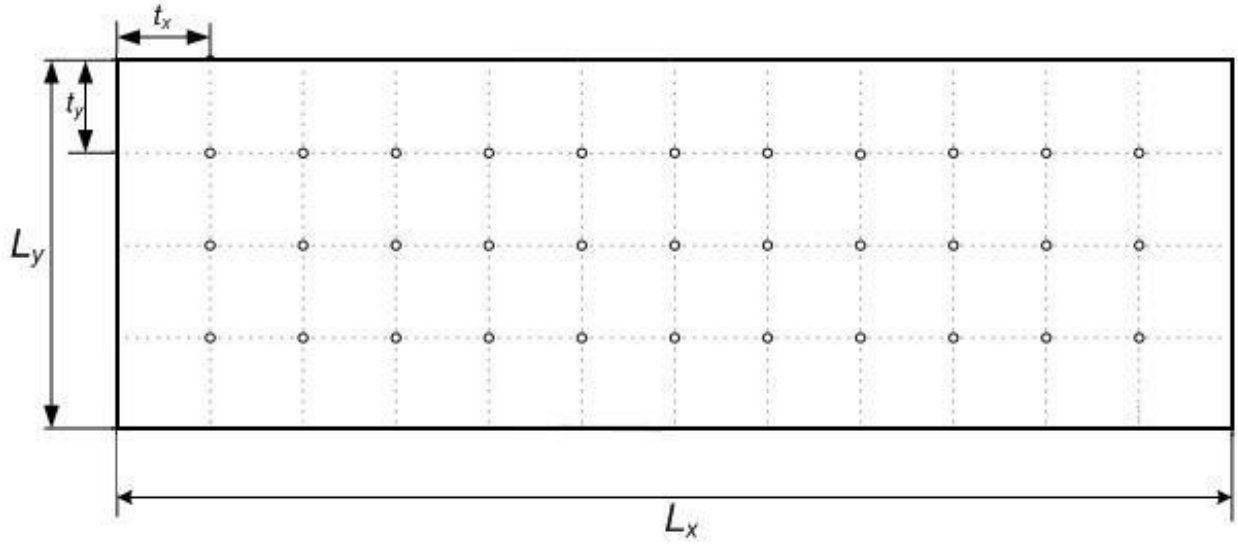


Рис. 3.34. Схема расположения анкеров в кровле

Обозначим расстояние между соседними анкерами вдоль оси x – t_x, вдоль оси y – t_y. Тогда количество анкеров в одном ряду вдоль осей x и y будем определять по формулам

$$K_x = \frac{L_x}{t_x} - 1 : K_y = \frac{L_y}{t_y} - 1. \qquad (3.225)$$

Анкер будем считать цилиндром с диаметром основания d_a и длиной l_a.

Для упрощения расчетов примем следующее допущение. Кровля расположена под углом 20^0 к горизонту, а поэтому значения нагрузки q должны быть уменьшены на треть с учетом влияния этой ее части, действующей в

плоскости кровли. Учитывая незначительное влияние этой нагрузки на напряженно-деформированное состояние кровли, примем действующую на нее полную нагрузку q, что приведет к увеличению перемещений кровли.

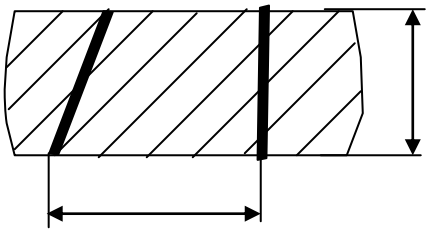


Рис. 3.35. Схема расположения анкеров

Коэффициенты E, ν_i на двух участках, где анкеры расположены согласно рис 3.35 (см. рис. 3.33) находим с помощью зависимостей

$$E_1^i = \frac{E_a d_a \sin\alpha + 2(t_x - d_a)E_i^i}{2t_x}; \quad E_2^i = \frac{E_a d_a \sin\alpha + 2(t_y - d_a)E_i^i}{2t_y};$$

$$G_{13}^i = \frac{G_a d_a \sin\alpha + 2(t_x - d_a)G_i^i}{2t_x}; \quad G_{23}^i = \frac{2t_y}{\frac{d_a \sin\alpha}{G_a} + \frac{2(t_y - d_a)}{G_i^i}}; \quad G_{12}^i = G_i^i; \tag{3.226}$$

$$\nu_x^i = \frac{\nu_a d_a \sin\alpha + 2(t_x - d_a)\nu_i^i}{2t_x}; \quad \nu_y^i = \frac{\nu_a d_a \sin\alpha + 2(t_y - d_a)\nu_i^i}{2t_y}.$$

Для остального (вертикального) расположения анкеров в уравнениях (3.226) необходимо приравнять $\sin\alpha = 0$ и не учитывать коэффициент 2.

Для упрощения расчетов примем следующее допущение. Кровля расположена под углом 20^0 к горизонту, а поэтому значения нагрузки q должны быть уменьшены на треть с учетом влияния этой ее части, действующей в плоскости кровли. Учитывая незначительное влияние этой нагрузки на напряженно-деформированное состояние кровли, примем действующую на нее полную нагрузку q, что приведет к увеличению перемещений кровли.

Тогда нормально распределенная нагрузка имеет вид

$$q = \sum_{i=1}^{s} \gamma_i h_i + n_1 \gamma_{\text{à}} l_{\text{à}}, \tag{3.227}$$

где γ_i, h_i – удельный вес слоев пород кровли, кН/м^3 и их толщины, м;

n_1, $\gamma_{\text{à}}$ – количество и удельный вес анкера, кН/м^3.

При расчете приняты следующие исходные данные: L_x = (150…300) м; L_y = (5…7) м; h=(2,0…3,0) м; количество слоев пород кровли n = (4…7); толщины

слоев h_i = (0,5…0,7)м; модули упругости слоев E_i = (2,7…4,5) 10^4 МПа ; коэффициенты Пуассона ν_i= (0,2… 0,25); длины анкеров l_{a} = (1,8… 2,9) м; диаметры анкеров d_{a} = (19…30) мм; удельный вес пород γ_i = (24…29) кН/м^3, $\gamma_{\text{à}}$ = 78 кН/м^3.

В механике твердого деформированного тела решения задач на прочность или устойчивость пластин в упругой области приведены, как правило, при исследовании интенсивности напряжений σ_i, МПа, в любой точке как для плоского напряженного состояния, которая не должна превышать предел пропорциональности $\sigma_{\text{пц}}$ (считается, что предел пропорциональности равен пределу упругости, т.е. в данном случае

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_y^2 - \sigma_y\sigma_z + \sigma_z^2 + 3\tau^2} \le \sigma_{\text{пц}}, \qquad (3.228)$$

где σ_y, σ_z и τ – нормальные и касательные напряжения, действующие в плоскости пластины.

Анкеры расположены в угольном пласте в направлении *y*, образуя, таким образом, его слоистость, причем количество слоев угольного пласта на *i*+1 больше, чем с анкерами.

Пусть пластина отнесена к триортогональной системе прямолинейных координат так, что координатная плоскость *xy* совпадает со срединной ее плоскостью, а главные направления упругости материала пластины совпадают с координатными линиями.

Рассмотрим угольный массив как многослойную армированную пластину под действием внешней нагрузки от массы пород, закрепленных анкерами кровли q_z, и собственной массы q_z^*.

Зависимости между деформациями и напряжениями для *i*-слоя пластины согласно обобщенному закону Гука имеют вид

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x^i &= \frac{1}{E_x^i}(\sigma_x^i - \nu_x^i\sigma_y^i) - \frac{\nu_z^i}{E_z^i}\sigma_z^i;\\
\varepsilon_y^i &= \frac{1}{E_y^i}(\sigma_y^i - \nu_x^i\sigma_x^i) - \frac{\nu_z^i}{E_z^i}\sigma_z^i;\\
\varepsilon_z^i &= -\frac{\nu_z^i}{E_z^i}(\sigma_x^i + \sigma_y^i) + \frac{1}{E_z^i}\sigma_z^i;\\
\varepsilon_{xy}^i &= \frac{1}{G_{xy}^i}\tau_{xy}^i;\ \ \varepsilon_{xz}^i = \frac{1}{G_{xz}^i}\tau_{xz}^i;\ \ \varepsilon_{yz}^i = \frac{1}{G_{yz}^i}\tau_{yz}^i,
\end{aligned} \qquad (3.229)$$

где *E*, *G* с индексами – модули упругости и сдвига слоев пластины, МПа;

ν – коэффициенты Пуассона.

При решении задачи о плоском напряженно-деформированном состоянии принимаем, что напряжения в направлении свободных краев деформации в направлении защемленных краев, а также деформации сдвига равны нулю, т.е.

$$\sigma_x = 0, \quad \varepsilon_x = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{xy} = 0 . \tag{3.230}$$

Пусть слои, начиная с верхнего слоя, имеют плотность $\rho_1, \rho_2, ..., \rho_n$ и толщину $h_1, h_2, ..., h_n$.

Тогда нормальные напряжения соответственно примут вид

$$\sigma_z^1 = q_z + \rho_1 h_1 ; \quad \sigma_z^2 = q_z + \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 ;$$

$$\sigma_z^3 = q_z + \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3 \text{ и т. д.;} \tag{3.231}$$

$$\sigma_z^n = q_z + \sum_{i=1}^{n} \rho_i h_i .$$

Подставляя выражение (3.230) в зависимости (3.229), для i-го слоя массива, получим

$$\sigma_y^n = \frac{v_z E_z}{E_y} (q_z + \sum_{i=1}^{n} \rho_i h_i) . \tag{3.232}$$

Используя зависимость в общем виде

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{E_z} (\sigma_z - v_z \sigma_x) , \tag{3.233}$$

после интегрирования получим

$$w = \frac{1}{E_z} (\sigma_z - v_z \sigma_y) z + c . \tag{3.234}$$

Для первого $(n+1)$ слоя эта зависимость примет вид

$$w^{n+1} (\frac{h_{n+1}}{2}) = \frac{1}{E_z^{n+1}} (\sigma_z^{n+1} - v_z^{n+1} \sigma_y^{n+1}) \frac{h_{n+1}}{2} + c_{n+1} . \tag{3.235}$$

При $H_{n+1} = 0$

$$w^{n+1}(0) = 0 . \tag{3.236}$$

Из выражения (3.235) следует

$$w^{n+1}(0) = c_{n+1} \quad \text{или} \quad c_{n+1} = 0 \tag{3.237}$$

Выражение (3.235) для первого слоя примет вид

$$w^{n+1}(\frac{h_{n+1}}{2}) = \frac{1}{E_z^{n+1}}(\sigma_z^{n+1} - v_z^{n+1}\sigma_y^{n+1})\frac{h_{n+1}}{2}. \tag{3.238}$$

Перемещение в любой точке по высоте первого слоя

$$w^{n+1}(z) = \frac{1}{E_z^{n+1}}(\sigma_z^{n+1} - v_z^{n+1}\sigma_y^{n+1})z. \tag{3.239}$$

Для второго слоя (n)

$$w^{n}(z) = \frac{1}{E_z^{n}}(\sigma_z^{n} - v_z^{n}\sigma_y^{n})z + c_n. \tag{3.240}$$

Используя условие, что перемещения между первым и вторым слоем равны

$$w^{n}(h_{n+1}) = w^{n+1}(h_{n+1}),$$

получим

$$\frac{1}{E_z^{n}}(\sigma_z^{n} - v_z^{n}\sigma_y^{n})h_{n+1} + c_n = w^{n+1}(h_{n+1}),$$

отсюда

$$c_n = w^{n+1}(h_{n+1}) - \frac{1}{E_z^{n}}(\sigma_z^{n} - v_z^{n}\sigma_y^{n})h_{n+1}. \tag{3.241}$$

Перемещения в срединной поверхности второго слоя

$$w^{n}(h_{n+1} + \frac{h_n}{2}) = \frac{1}{E_z^{n}}(\sigma_z^{n} - v_z^{n}\sigma_y^{n})(h_{n+1} + \frac{h_n}{2}) + c_n,$$

где c_n имеет вид (3.241).

Поступая аналогично для последующих слоев, в результате для последнего слоя $(n-k)$ получим

$$w^{n-k}\ H_{n-k}\ = \frac{1}{E_z^{n-k}}\ \sigma_z^{n-k} - \sigma_y^{n-k}\ H_{n-k} + c_{n-k}, \tag{3.242}$$

где

$$\begin{aligned} c_{n-k} &= \frac{1}{E_z^{n-k+1}}(\sigma_z^{n-k+1} - \nu_z^{n-k+1}\sigma_y^{n-k+1})(H_{n-k} - \frac{h_{n-k}}{2}) + \\ &+ c_{n-k+1} - \frac{1}{E_z^{n-k}}(\sigma_z^{n-k} - \nu_z^{n-k}\sigma_y^{n-k})(H_{n-k} - \frac{h_{n-k}}{2}), \\ H_{n-k} &= h_{n-k} + h_n + h_{n-1} + \ldots + h_{n-k+1} + \frac{h_{n-k}}{2}. \end{aligned} \tag{3.243}$$

Выше нечетные номера индексов относятся к слоям угольного пласта, четные – к анкерам.

Для вертикального расположения анкеров по оси y (рис.3.36)

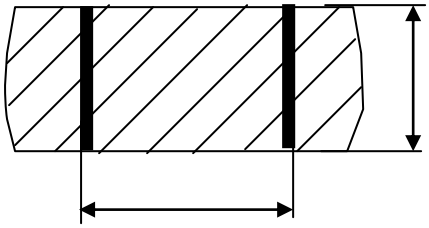


Рис. 3.36. Схема с вертикальным расположением анкеров…

Обозначим расстояние между соседними анкерами вдоль оси x – t_x, вдоль оси z – t_z. Тогда количество анкеров в одном ряду вдоль осей x и z будем определять по формулам

$$K_x = \frac{L_x}{t_x} - 1; \quad K_z = \frac{H}{t_z} - 1. \tag{3.244}$$

Приведенные (осредненные) модули упругости и коэффициент Пуассона находим с помощью зависимостей

$$E'_z\ = \frac{E_a d_a + (t_z - d_a)E_z}{t_z}; \tag{3.245}$$

$$E'_y = \frac{t_z}{\frac{d_a}{E_a} + \frac{t_z - d_a}{E_y}}; \tag{3.246}$$

$$\nu'_z\ = \frac{\nu_a d_a + (t_z - d_a)\nu_z}{t_z}, \tag{3.247}$$

где E, ν – модули упругости и коэффициент Пуассона соответственно: величины с индексом «а» относятся к анкерам, а с индексом «n» – к углю;

d_a – диаметр анкера, м.

В данном случае угольный пласт находится на жестком основании, защемленный в плоскости $x0z$ и воспринимает сжимающие нагрузки, два края которого в направлении x – свободные, а поэтому поперечные касательные усилия при отсутствии изгибающих моментов $\tau_{yz} = \tau = 0$.

Подставляя значения нормальных и касательных напряжений σ_y, σ_z в уравнение (3.242) определяем выполнение условия устойчивости.

Следовательно, получены зависимости для напряжений армированного угольного пласта монтажного ходка, позволяющие определить необходимое количество анкеров и расстояние между ними, обеспечивающих его устойчивость.

Структурная блок-схема алгоритма решения задачи приведена на рис. 3.37.

Таким образом, будут рассмотрены наиболее адекватные к реальным расчетные схемы кровли и сопряженного с ней угольного пласта с учетом условий их применения при использовании критериев прочности: максимальные нормальные и касательные напряжения на растяжение, сжатие и соответственно на сдвиг не должны превышать своих предельных напряжений, то есть

$\sigma_{max\,(р,сж)} < \sigma_{п(р,сж)}$, $\tau_{max} < \tau_{п}$ и критерия устойчивости: перемещения не должны превышать нормированных значений $w \le 0{,}1\ h$. В свою очередь максимальные напряжения и перемещения представим в виде функциональной зависимости величин без индексов

$$\sigma_{max\,(р,сж)},\ \tau_{max} = F_1(L, h, E, \nu, d, t, q, ГУ); \tag{3.248}$$

$$w_{max} = F_2(\sigma_{max}, \tau_{max}), \tag{3.249}$$

где ГУ – граничные условия.

Проверка адекватности результатов теоретических исследований с данными экспериментов, полученных для перемещений кровли монтажного ходка в условиях шахты «Добропольская», проведена при: $L_x = 90$м, $L_y = 5$м, h=2,0 м, n=4, $l_a = 2{,}4$ м, d_a =30 мм, E_i (i =1, 2, 3) =$2{,}7 \cdot 10^4$ МПа, $E_4 = 4{,}5 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_i = 0{,}2$, $\nu_{а} = 0{,}3$, $t_x = t_y$ =0,8 м, γ_i (i = 1, 2, 3) = 24 кН/м^3, $\gamma_4 = 29$ кН/м^3, $\gamma_{а} = 78$ кН/м^3.

Края кровли по длине лавы L_x находятся на рамах, а по ширине L_y защемлены, в связи с этим приняты граничные условия в направлении x, а в направлении у имеют вид (3.222)

$$\begin{cases} \overline{w}(ГГ) = 0; \\ \dfrac{\partial^2 \overline{w}}{\partial n}(ГГ) = 0. \end{cases}$$

Количество точек разбиения вдоль оси x выбраны $m = 50$, вдоль оси y $n = 3$, с последующим их увеличением до тех пор, пока разница между предыдущими и последующими результатами по перемещениям и напряжениям не превысит 5%.

Учитывая тот факт, что данные экспериментов поучены для большого количества (80-ти) точек, ниже приведены результаты максимальных перемещений (рис. 4.9) , которые имеют место в средней части кровли. При этом учтено, что монтажный ходок находился в условиях повышенной влажности, поэтому модули упругости пород при расчете уменьшены в 1,5 раза.

Результаты исследований показывают, что максимальная погрешность результатов расчета и данных экспериментов не превышает 22%, а перемещения кровли w (кривая 2) по сравнению с w_0 (кривая 1) увеличиваются примерно на 30%.

Определим максимальные перемещения и напряжения в армированной анкерами кровле монтажного ходка с защемленными краями (см. рис. 3.38).

При расчете приняты следующие исходные данные: L_x = 150…300 м; L_y = 5…7 м, h = 2,0…3,0 м, n = 4…7, h_i = 0,5…0,7 м, E_i = (2,7…4,5) 10^4 МПа, ν_i = 0,2… 0,25, E_{a} = $2\cdot10^5$ МПа, $\nu_{\text{à}}$ = 0,3, l_{a} = 1,8… 2,9 м, d_{a} = 19…30 мм, γ_i = 24…29 кН/м^3, $\gamma_{\text{à}}$ = 78 кН/м^3.

В частности, распределение максимальных перемещений и нормальных напряжений по безразмерным координатам для армированной анкерами кровли монтажного ходка приведены соответственно на рис. 3.39, а, б и в, г. Остальные значения нормальных σ_y и касательных напряжения τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz} являются значительно меньшими полученных, не достигая своих предельных значений, поэтому они не приведены.

Результаты исследований показывают, что увеличение длины лавы (L_x = 300 м) в 2,0 раза (L_x = 150 м) при ее ширине L_y = 5 м, армированной анкерами на расстоянии между ними, в основном 0,8м, как и кровля монтажного ходка шахты «Добропольская», приводит к увеличению максимальных перемещений и напряжений в 2,5 раза. Максимальными являются напряжения на сжатие (см. рис. 3.39, в, г), которые более, чем в два раза выше напряжений на растяжение. Эти напряжения, а также перемещения не достигают своих предельных и нормативных значений.

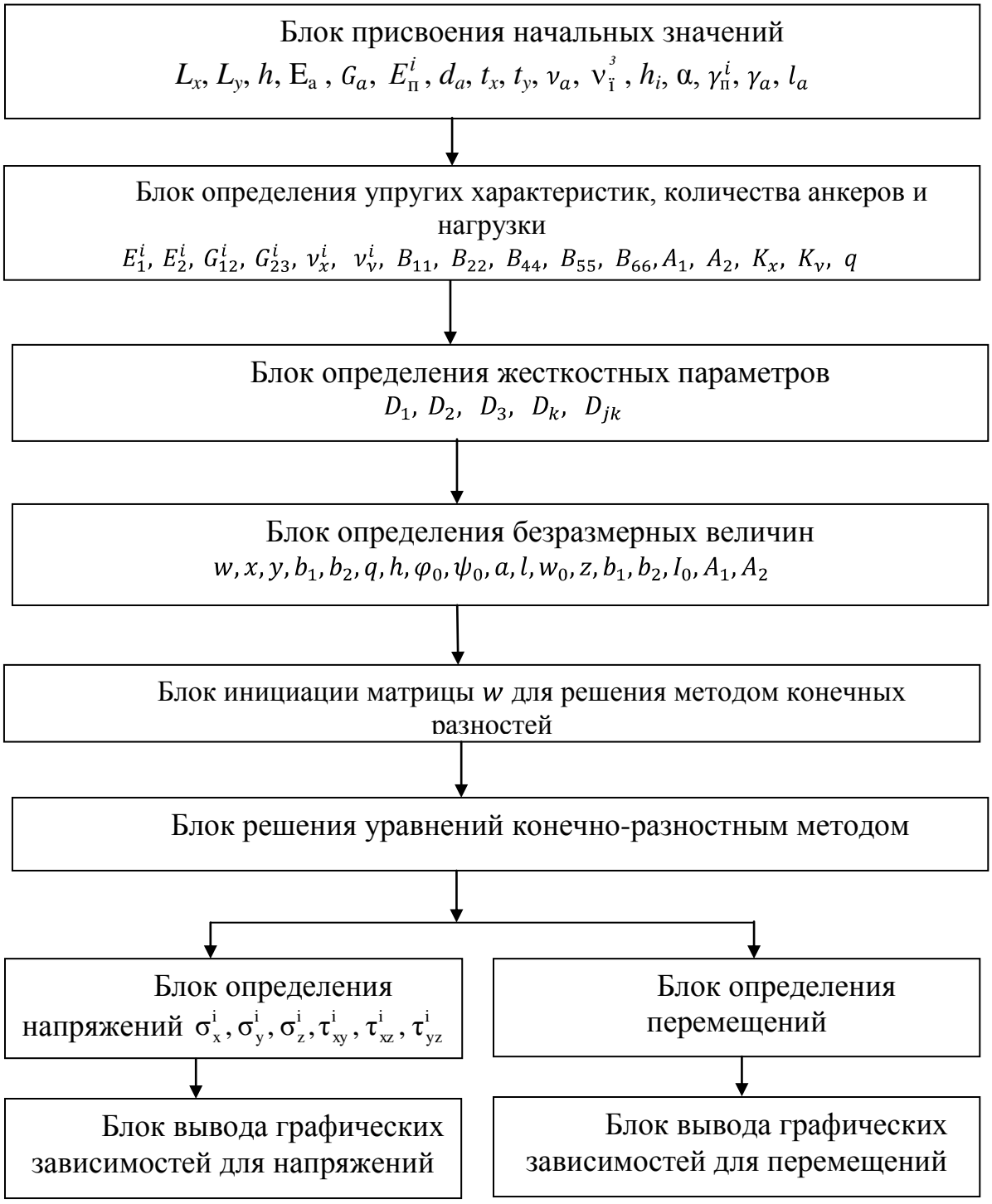


Рис. 3.37. Блок-схема алгоритма решения задачи о напряженно-деформированном состоянии кровли монтажного ходка конечно-разностным методом

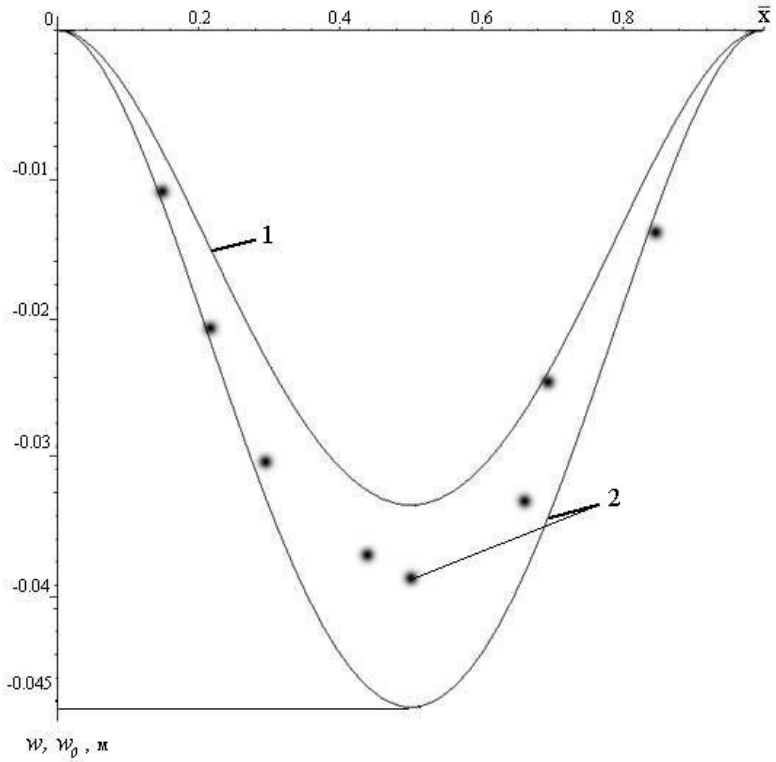
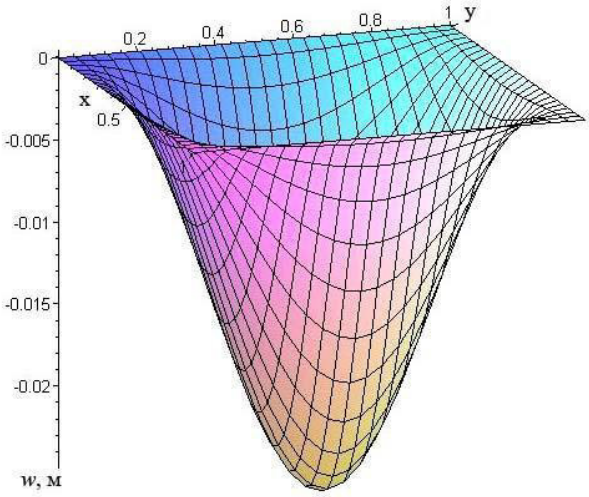


Рис. 3.38. Зависимости перемещений w_0 (1) и w (2) армированной анкерами кровли шахты «Добропольская» от безразмерной координаты $\bar{x}$:

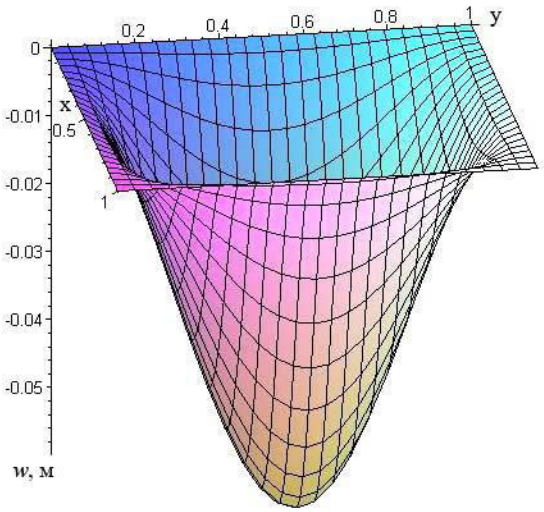
● – данные экспериментальных исследований

Необходимо отметить тот факт, что приведенные модули упругости, а, следовательно, жесткости армированной анкерами кровли в направлении расположения анкеров существенно увеличиваются, особенно при малых расстояниях между ними, а в нормальных направлениях - практически не изменяются. Поэтому можно принять их равными для горных пород. Это подтверждено результатами исследований напряженно-деформированного состояния угольного пласта, результаты которых приведены ниже при определении его прочности и устойчивости. С другой стороны, необходимо учитывать, что с увеличением модуля упругости в направлении расположения анкеров увеличиваются однозначно предельные значения напряжений на сжатия в этом направлении, которые в дальнейшем необходимо определить экспериментальным путем.

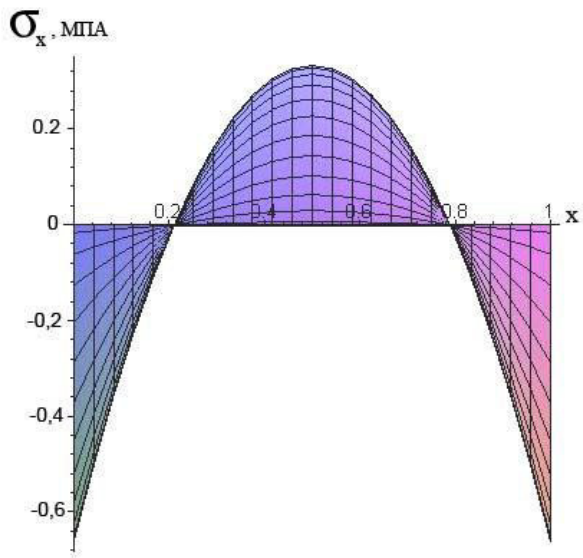
На основании систематизации различных сочетаний варьируемых параметров армированной анкерами кровли монтажного ходка получены результаты исследований ее перемещений от безразмерных величин, приведенные на рис. 3.40, 3.41.



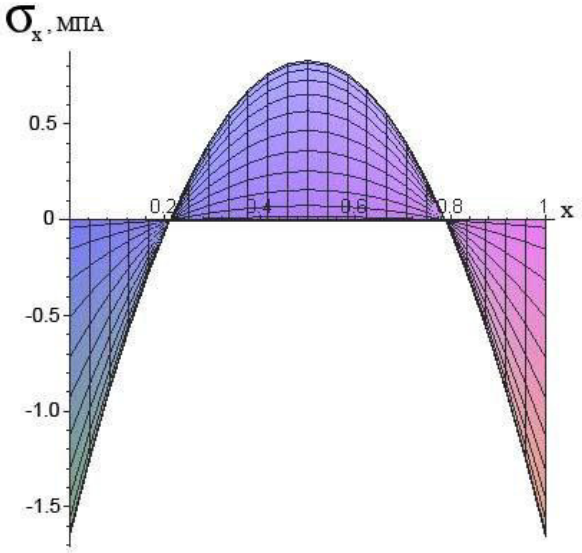
а



б



в



г

Рис.3.39. Распределение максимальных перемещений w(а, б) и напряжений σ_x (в, г) по безразмерным координатам: а, в – L_x =150 м, L_y =5 м; б, г – L_x =300 м, L_y = 5 м; расстояние между анкерами 0,8 м

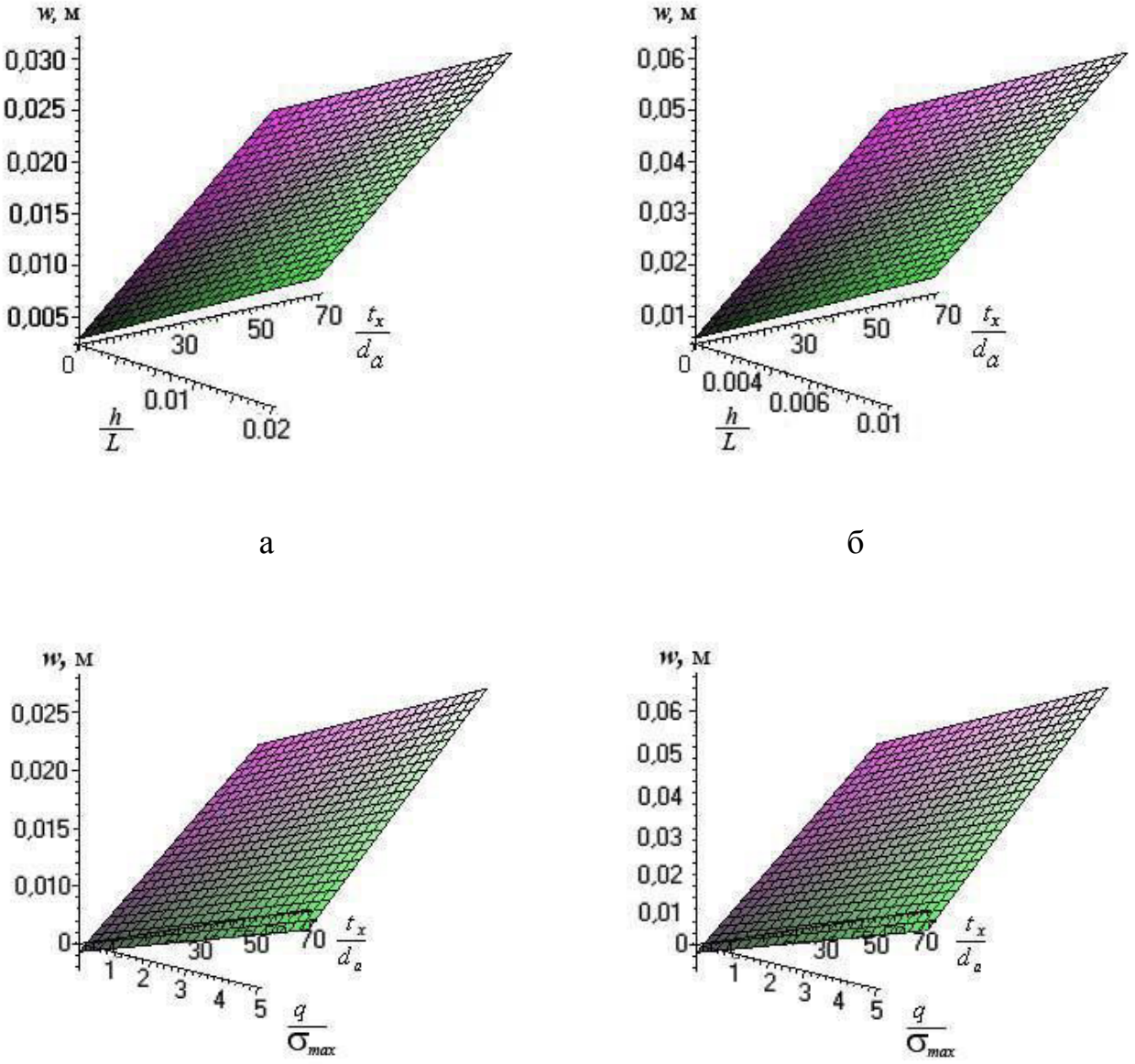
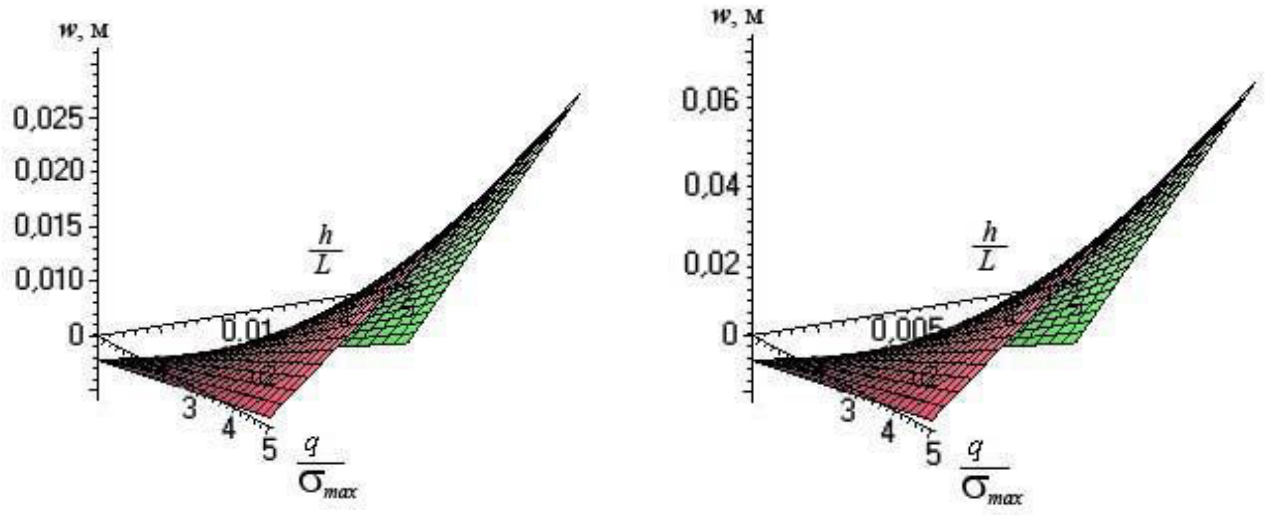


Рис. 3.40. Зависимость перемещений от безразмерных величин при длине кровли монтажного ходка 150 (а, в) и 300 м (б, г)



а б

Рис. 3.41. Зависимость перемещений от безразмерных величин при длине кровли монтажного ходка 150 (а) и 300 м (б)

Отсюда следует, что при указанных варьируемых значений безразмерных величин с увеличением длины L_x кровли в два раза (от 150 м до 300 м) перемещения увеличиваются от 2,0 м до 2,5 м, причем при втором случае они возрастают примерно в два раза быстрее, чем в первом, достигая максимальных значений 0,070 м.

С учетом приведенных и полученных в дальнейшем результатов исследований напряженно-деформированного состояния кровли монтажного ходка для оперативного определения ее максимальных перемещений разработана номограмма (рис. 3.42).

В частности, при отношении $L_y/L_x = 0{,}024$, $h/L_x = 0{,}015$, $t_y/t_x = 1{,}7$, $E_2/E_1 = 1{,}05$, $q/\sigma_{\max} = 3{,}2$, $w = 0{,}047$ м.

Проверка адекватности результатов теоретических исследований с данными экспериментов (рис. 3.43), полученных для перемещений угольного пласта монтажного ходка в условиях шахты «Добропольская», проведена при следующих исходных параметрах: L_x = 90 м, L_y = 5 м, H = 3,0 м, q_z = 3,0 МПа, $l_{\text{а}}$ =2,4 м, $d_{\text{а}}$ =30 мм, $E_{\text{z}} = 0{,}6\cdot10^4$ МПа, $E_y = 0{,}4\cdot10^4$ МПа, v_z = 0,17, $E_{\text{а}} = 2\cdot10^5$ МПа, ν_i = 0,2, $t_x = t_y$ = 0,75 м, $\gamma_{\text{п}}$ = 14 кН/м^3, $\gamma_{\text{à}}$ = 78 кН/м^3.

Отсюда следует, что перемещения угольного пласта на 5-е сутки увеличились до 22 мм, затем в течение 67-ми суток – до 60 мм.

В связи с этим, задача состоит в том, чтобы определить начальные значения перемещений, количество анкеров и расстояние между ними, обеспечивающие практически их нулевые значения.

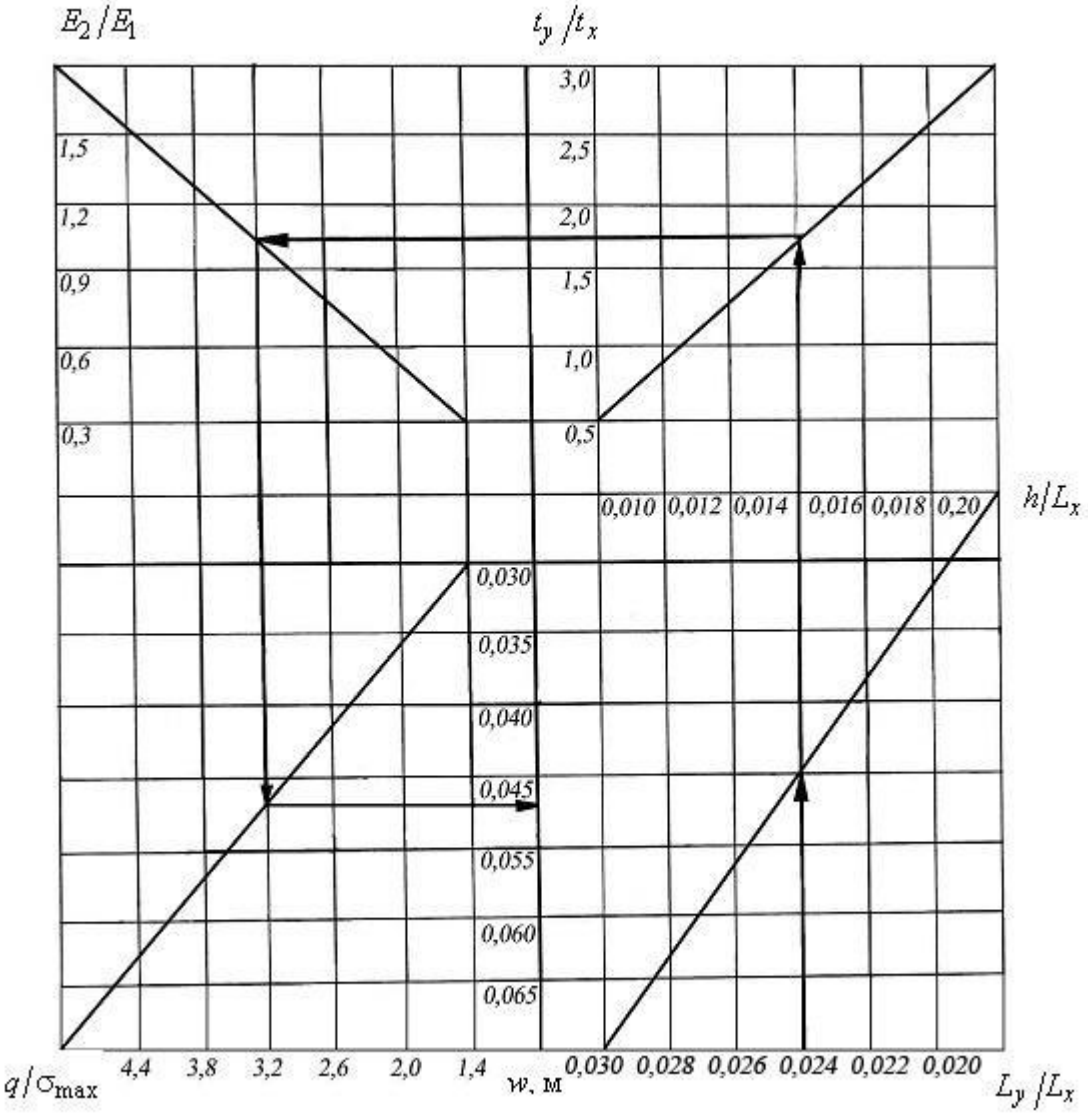


Рис. 3.42. Номограмма для определения максимальных перемещений w кровли монтажного ходка от безразмерных величин: L_x, L_y, h – длина, ширина и толщина, м; t_x, t_y – расстояния между анкерами по длине и ширине, м ,соответственно; E_1, E_2 – модули упругости в направлении длины и ширины, МПа; q – равномерно распределенная нагрузка, МПа; σ_{max} – максимальные напряжения, МПа

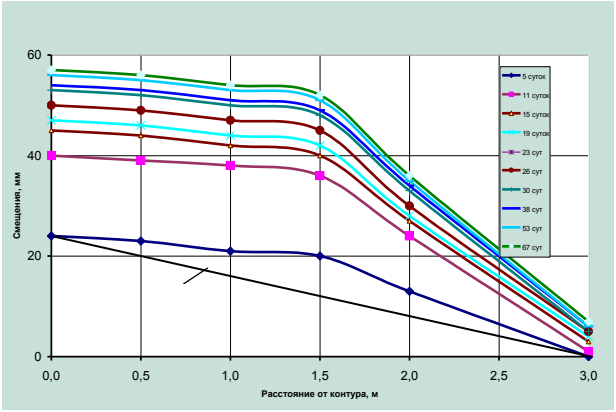


Рис. 3.43. Зависимость перемещений глубинных реперов в скважине, пробуренной в боку выработки, от высоты угольного пласта и времени (в сутках) измерений: 1 – результаты расчета

Результаты расчета при вышеуказанных данных показывают, что перемещения угольного пласта на сопряжении с кровлей по высоте меняется по линейному закону и принимает максимальное значение 1,5 мм, а при других максимальных значениях модулей упругости (E_z=3,0·10^4 МПа, E_y = 1,5·10^4 МПа) максимальные перемещения равны 0,85 мм. В связи с относительно малыми значениями нагрузки q_z^* от собственной массы, ею можно пренебречь.

Учитывая тот факт, что монтажный ходок находился в условиях повышенной влажности, минимальные модули упругости угля приняли меньшими в 1,5 раза от их значений. В этом случае максимальные перемещения равны около 22 мм (кривая 1), что совпадает с результатом эксперимента. При этом максимальная погрешность составляет 25% в средней части угольного пласта.

Прочность угольного пласта обеспечивается, т.к. σ_i=2,94 МПа < $\sigma_{їö}$ ($\sigma_{сж}$) =12 МПа.

Следовательно, при длительной эксплуатации монтажного ходка за счет снижения механических характеристик угольного пласта возникают пластические деформации, что подтверждают данные экспериментов, т.к. перемещения принимают нелинейный характер, которые в данном случае не учитываются.

Для устранения этого эффекта и обеспечения его устойчивости определим количество анкеров и расстояние между ними, используя зависимости (3.226) для приведенных модулей упругости и коэффициента Пуассона.

Результаты расчета представлены в таблице 3.8.

Таблица 3.8

Результаты расчета для определения прочности и устойчивости угольного пласта монтажного ходка

Исходные модули упругости, МПа, и коэффициент Пуассона	Расстояние между анкерами, м	Кол-во анкеров	Приведенные модули упругости, МПа, и коэффициент Пуассона	Напряжения, МПа	Перемещения w, мм	Условия прочности, МПа
$E_z = 0{,}6\cdot10^4$ $E_y = 0{,}4\cdot10^4$ $v_z = 0{,}17$	$t_z = 0{,}75$ $t_x = 0{,}75$	$K_z = 3K_x = 119$	$E'_z = 0{,}6\cdot10^4$ $E'_y = 0{,}6\cdot10^4$ $v_z = 0{,}18$	$\sigma_z = 3{,}02$ $\sigma_y = 0{,}54$	4,8	2,79<12

Отсюда следует, что модуль упругости угольного пласта в направлении расположения анкеров (по ширине) увеличился в 1,5 раза, а в другом (нормальном к нему) направлении он не изменился, напряжения по высоте примерно в 5,6 раза превышают их по ширине, перемещения являются минимальными, а условие прочности выполняется.

Аналогично, как и для кровли, разработана номограмма для определения максимального прогиба в зависимости от безразмерных параметров, приведенная на рис. 3.44.

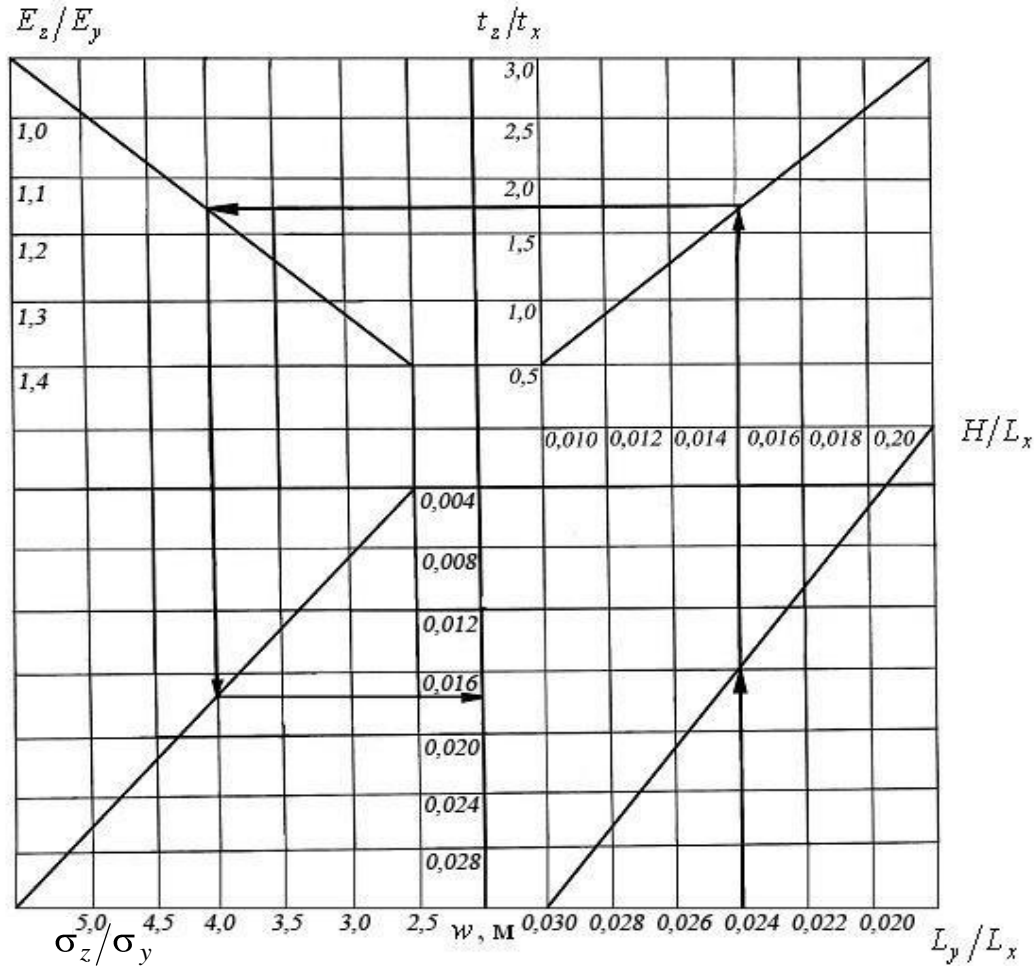


Рис. 3.44. Номограмма для определения максимальных перемещений w угольного пласта монтажного ходка от безразмерных параметров: L_x, L_y, H – длина, ширина и толщина, м; t_x, t_z.– расстояния между анкерами по длине и высоте, м ,соответственно; E_z, E_y – модули упругости по высоте и ширине, МПа; q=3,0 МПа – равномерно распределенная нагрузка от массы кровли, МПа; σ_z , σ_y – максимальные напряжения в направлении высоты и ширины, МПа

Таким образом, разработаны математические модели армированных анкерами кровли и сопряженного с ней угольного пласта монтажного ходка, представленных в виде анизотропных слоистых пластин с различными граничными условиями под действием равномерно распределенной нагрузки, на основании результатов которых определено необходимое количество анкеров и расстояние между ними, обеспечивающие устойчивость и прочность монтажного ходка.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит сущность конечно-разностного метода?
2. Что собой представляет монтажный ходок, его назначение?
3. Какие основные соотношения теории анизотропных пластин приняты для исследований его НДС?
4. Почему принято распределение поперечных касательных напряжений по квадратичному закону?
5. Почему отыскиваются два перемещения?
6. Какой общий принцип определения приведенных механических характеристик породного массива монтажного ходка, закрепленного анкерами?
7. Каким условиям должны соответствовать напряжения для обеспечения устойчивости монтажного ходка?
8. От каких параметров зависят максимальные напряжения в монтажном ходке?

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ НДС ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ

4.1. Методы и аппаратура для измерения перемещений массива горных пород в шахтных условиях

Физические процессы, происходящие в горном массиве при разработке полезных ископаемых, отличаются большой сложностью. В связи с этим изучение проявлений горного давления только аналитическими методами затруднено, а в ряде случаев и невозможно. Поэтому при исследовании различных аспектов проблем горного давления наряду с теоретическими методами исследования широко применяются шахтные методы.

Натурные наблюдения в шахтных условиях являются основным видом исследования проявлений горного давления в подземных сооружениях.

Шахтные исследования служат основой и критерием аналитических и лабораторных исследований, используются для получения эмпирических зависимостей между горно-геологическими, техническими факторами и параметрами напряжённо-деформированного состояния массива. Кроме того шахтные исследования используются для оценки предлагаемых технических решений по рациональной и безопасной отработке пластов, способов охраны и крепления выработок и т.п.

Недостатком шахтных исследований является трудоёмкость выполнения инструментальных наблюдений, трудность в обобщении данных измерений и использовании этих данных в других горно-геологических условиях, а также в ряде случаев невозможность исследования явлений, происходящих в глубине горного массива.

Шахтные исследования осуществляются следующим методами: визуальным обследованием (фотографированием) и инструментальными наблюдениями.

Визуальное обследование позволяет в общем плане оценить состояние крепи, вид её деформаций, состояние породных обнажений (вывалы породы, пучение почвы, капёж воды в т.п.).

Изучение закономерностей перемещений пород в зависимости от различных горно-геологических (прочность и литологический состав пород, толщина пласта и т.п.) и горнотехнических (подвигание забоя, способы охраны и т.п.) факторов производится с помощью реперов.

Контурный репер представляет собой металлический стержень длиной (400…500)мм. Забитый в деревянную пробку, вставленную в пробуренный шпур, репер прочно удерживается в породе. Для измерения относительного перемещения реперов применяют рулетку или измерительную стойку (рис.4.1).

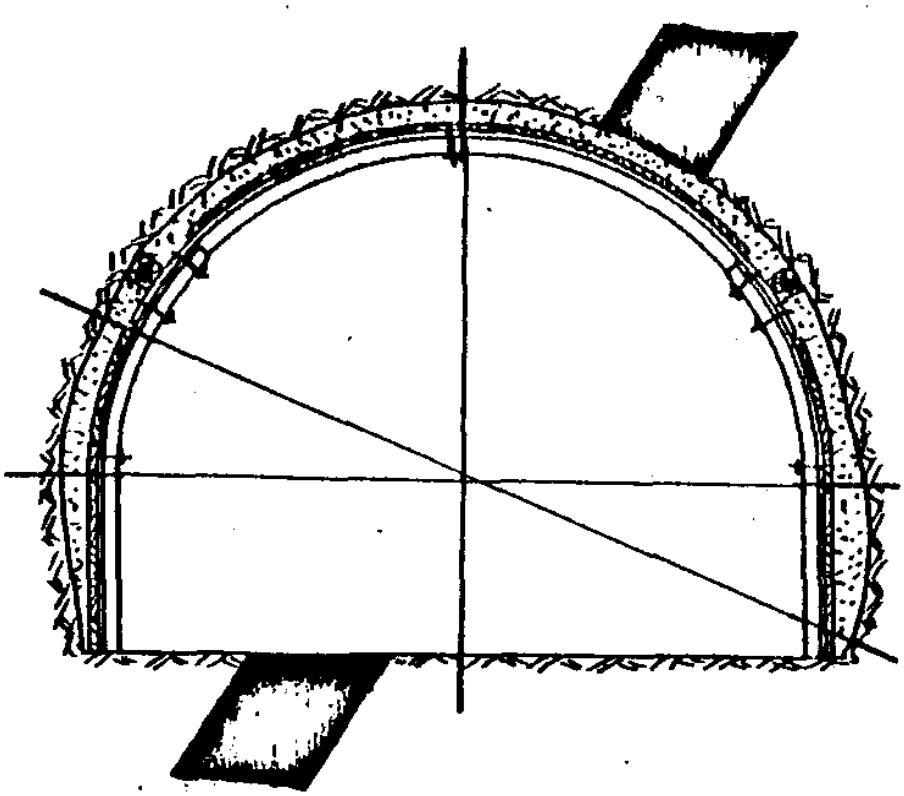


Рис. 4.1. Схема установки контурных реперов.

Разность между последующим и начальным замерами показывает, на какую величину произошло относительное перемещение реперов.

Определение абсолютных перемещений реперов производят нивелированием от неподвижных реперов, установленных в околоствольном дворе.

На практике часто применяют метод засечек (рис4.2) или, как его ещё называют, метод треугольников. При этом на металлических арках делают засечки или намечают краской точки.

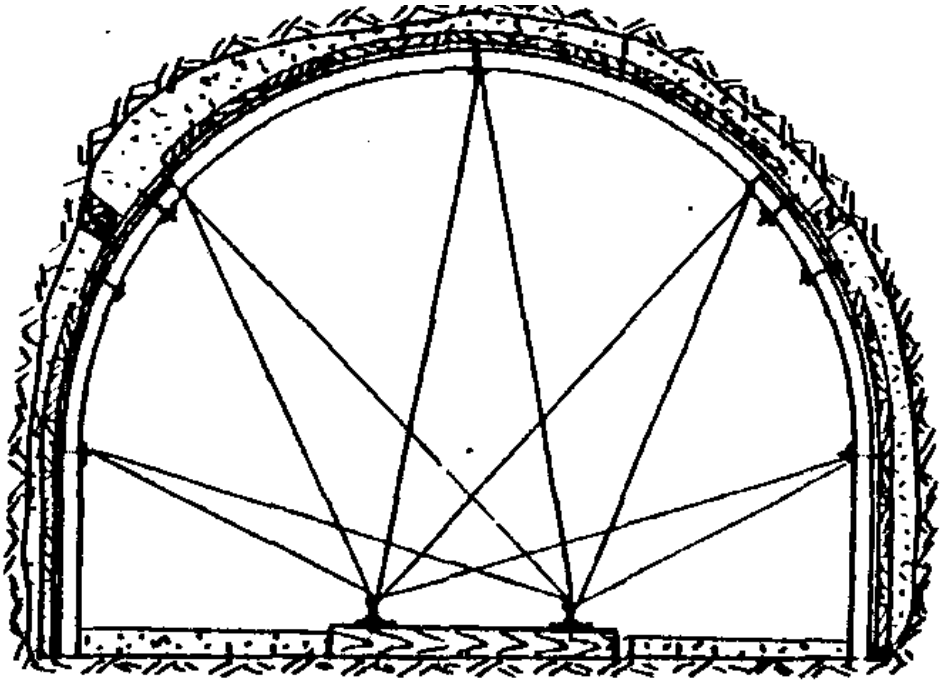


Рис. 4.2. Схема замеров по крепи – метод засечек.

Расстояние измеряют между этими точками и точками на головках рельсового пути. Так же, как и при контурных реперах для определения абсолютных перемещений точек, отмеченных на арках, необходимо производить нивелирование обеих ниток рельсового пути. Как показывают шахтные наблюдения, результаты, полученные с помощью контурных реперов и методом засечек, отличаются не более чем на (10… 20)%. Метод засечек значительно проще и менее трудоёмкий, чем метод контурных реперов. В связи с этим, он получает все большее применение.

Метод контурных реперов позволяет измерять перемещения пород на контуре выработки, а метод засечек – перемещения отдельных точек крепи, то есть определять деформации крепи.

Зависимости перемещений пород в выработках от времени наблюдения или расстояния от замерной станции до движущегося проходческого (очистного забоя) приведены на рис. 4.3, в подготовительной выработке вне зоны влияния лавы (а) и в зоне влияния лавы (б).

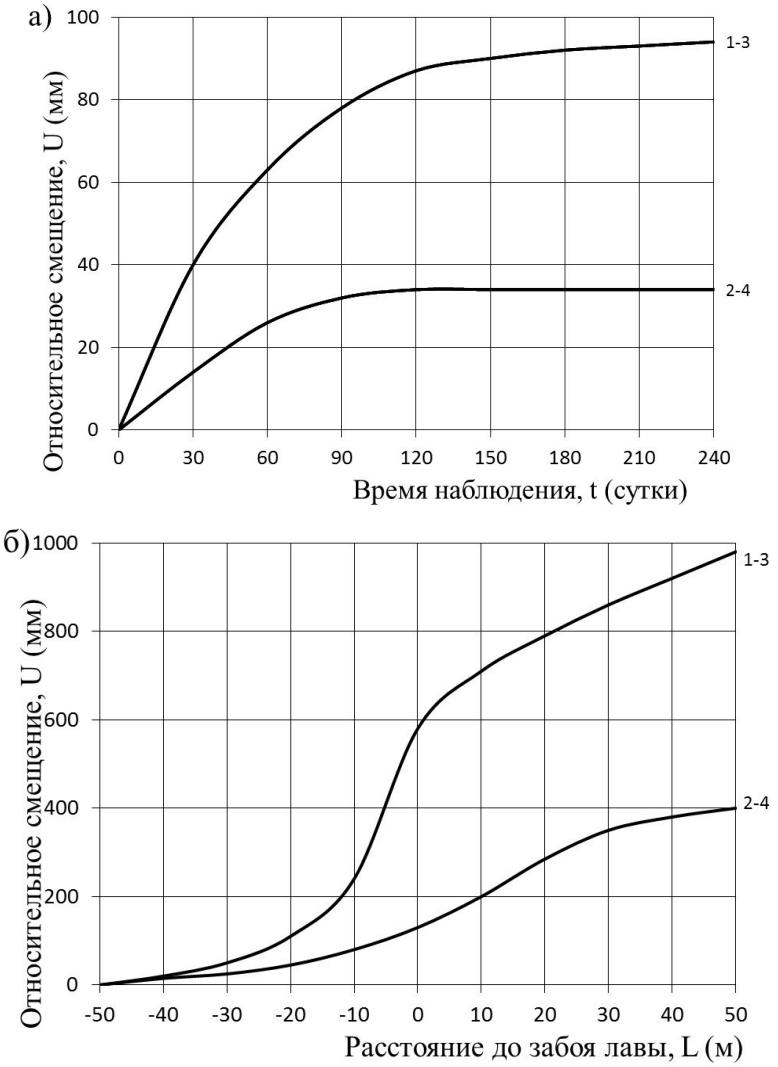


Рис. 4.3. Перемещение боковых пород в подготовительной выработке: а – вне зоны; б – в зоне влияния лавы (2–4 – сближение реперов, заложенных в кровле и почве выработки; 1–3 – сближение реперов, заложенных в боках выработки)

Глубинный репер представляет собой замок, закрепляемый в скважине, от которого в выработку выведен составной металлический стержень или проволока.

Для закрепления глубинных реперов в скважине применяют замки различных конструкций (рис. 4.4). В одной скважине может быть установлено несколько реперов, закрепляемых на различном расстоянии от контура штрека.

Рис. 4.4. Замки для закрепления глубинных реперов в скважине.

На рис. 4.5 показана примерная схема установки глубинного репера.

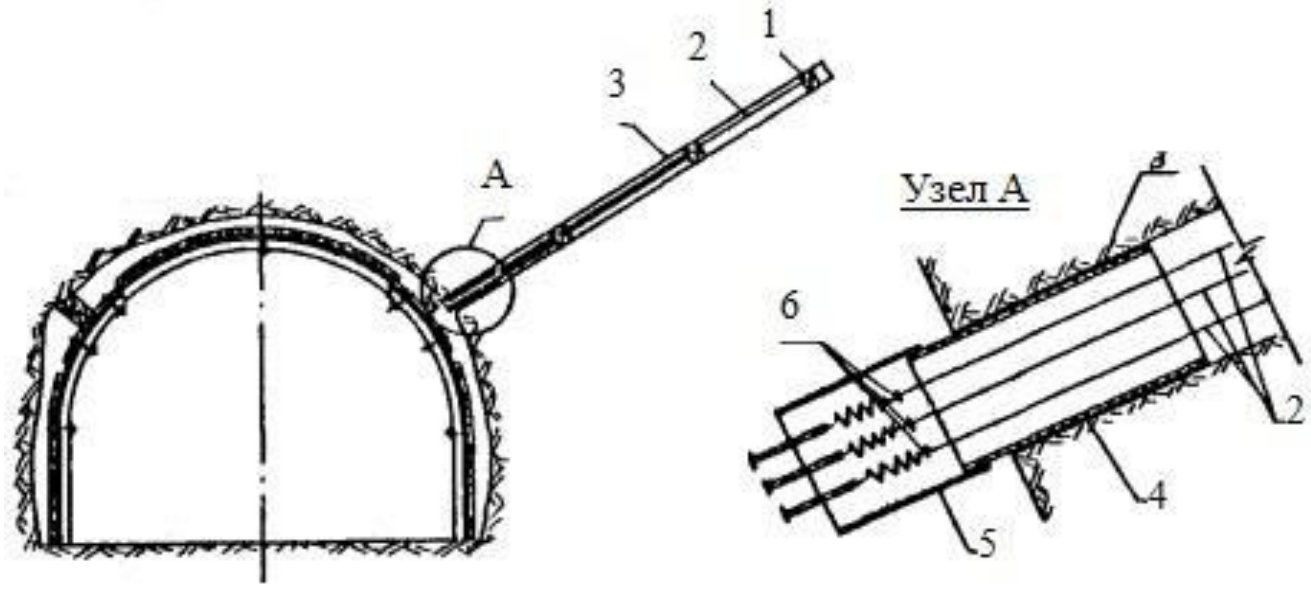


Рис.4.5. Схема установки глубинных реперов

1 – замок; 2 – стержень; 3 – скважина; 4 – обсадная труба; 5 – пружинное натяжное устройство; 6 – метки

С помощью штангенциркуля замеряют расстояние между меткой - концом репера и краем обсадной трубы – *l*. Эти замеры в процессе наблюдения показывают, как изменяется разность между перемещением контура выработки (край обсадной трубы) и точкой массива (место закрепления репера). Чем больше эта разность, тем больше трещиноватость (расслоение) массива.

Таким образом, замеры с помощью глубинных реперов показывают, как изменяется трещиноватость массива в процессе наблюдения для различных горно-геологических и горнотехнических условий.

Примерный график перемещений глубинных реперов приведен на рис.4.6. Отсюда следует, что наиболее трещиноватой оказалась 3-х метровая толща пород.

Универсальная стойка с индикаторной головкой СУИ-II предназначена для измерения малых перемещений кровли пластов с целью определения скорости относительного опускания кровли, главным образом в очистных выработках.

С помощью стойки с индикатором измеряют небольшие перемещения до 8 мм, но с большой точностью 0,01 мм, а потому позволяет определить скорость перемещений горных пород в течение относительно небольшого промежутка времени (3…10) минут.

При снятой индикаторной головке стойкой СУ-II можно производить измерения больших величин относительного опускания кровли очистных выработок и измерения расстояний между реперами, заложенными в пласте или боковых стенках подготовительных выработок.

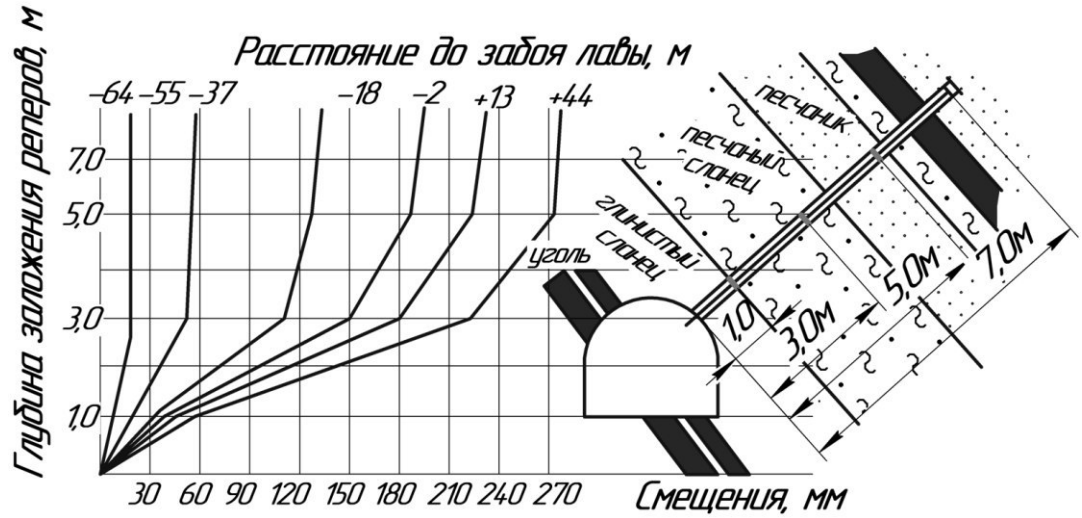


Рис.4.6. Зависимость перемещения глубинных реперов от расстояния до забоя

Раздвижность телескопической штанги составляет 500 мм, минимальное измеряемое расстояние с индикаторной головкой – 860 мм, максимальное измеряемое расстояние с индикаторной головкой – 2660 мм, вес комплекта – 4 кг, вес комплекта в футляре – 9,7 кг.

Универсальная стойка с индикаторной головкой СУИ-II состоит из двух основных частей: универсальной стойки СУ-II (рис.4.7) и индикаторной головки.

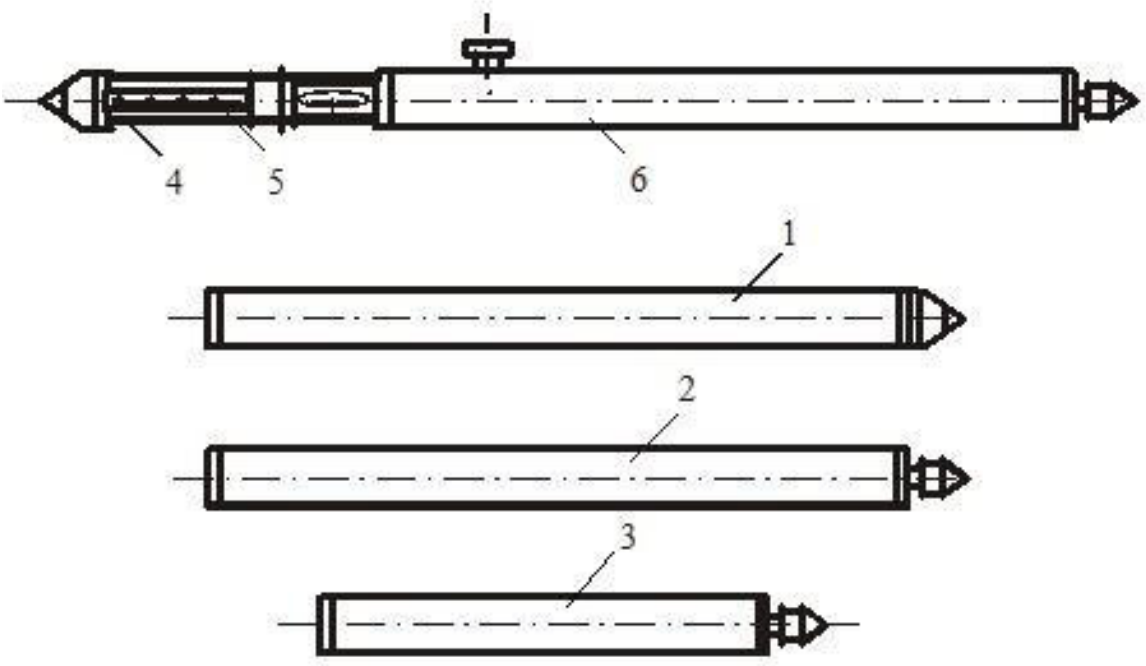


Рис. 4.7. Стойка универсальная индикаторная.

Стойка СУ-II состоит из 4-х штанг. Телескопическая состоит из двух труб (4 и 6), причём внутренняя труба (4) с прикреплённой к ней масштабной линейкой (5) может перемещаться относительно наружной трубы (6). Наконечники на средних

(1,2) и малой (3) штангах имеют резьбу. Штанги соединяются навинчиванием верхней на наконечник нижней до отказа (при этом предохранительные гайки сворачиваются с наконечников).

Индикаторная головка состоит из корпуса, в который вставлен индикатор, и крышки.

В нижней части корпуса индикаторной головки имеется резьба, благодаря которой индикаторная головка навинчивается на выдвижную трубу телескопической штанги стойки.

Для измерения скорости относительного перемещения кровли и почвы стойка с навинченной на неё индикаторной головкой устанавливают или непосредственно между почвой и кровлей (при крепких породах) или между реперами, установленными в кровле и почве.

Порядок установки стойки с индикаторной головкой следующий:

1. При опущенных винтах (они не обозначены) внутренняя труба измерительной стойки с навёрнутой на неё индикаторной головкой вытягивается до соприкосновения острия ползуна с кровлей. Острие нижней штанги при этом упирается в почву. Винт зажимается, а стопорный винт индикаторной головки отпускается.

2. Берётся нулевой (начальный) отсчёт по шкале индикатора и пускается секундомер.

3. Через промежутки времени, установленные программой исследований, фиксируют показания индикатора.

Измерения делают в течение (3…10) минут, зависят от скорости опускания кровли, которую определяют, как частное от деления разности конечного и нулевого отсчётов по индикатору на время замера.

В случае измерения опускания кровли в течение длительного промежутка времени, или – наблюдений за измерением расстояния между боковыми стенками в подготовительных выработках, замеры производят одной универсальной стойкой СУ-II, беря отсчёт по линейке внутренней трубы верхней телескопической штанги.

При работе с дополнительными штангами к показаниям линейки надо прибавлять соответствующую величину размера штанг.

Реостатная стойка СР-3 (рис. 4.8) предназначена для измерения относительных перемещений и расслоения горных пород при исследованиях проявлений горного давления. Устанавливают в скважинах диаметром от 32 до 42 мм на глубину до (12…15) м. В одной скважине может быть установлено несколько стоек. Она пригодна для работы в условиях повышенной влажности. Стойка рассчитана для работы с прибором ИИД-3.

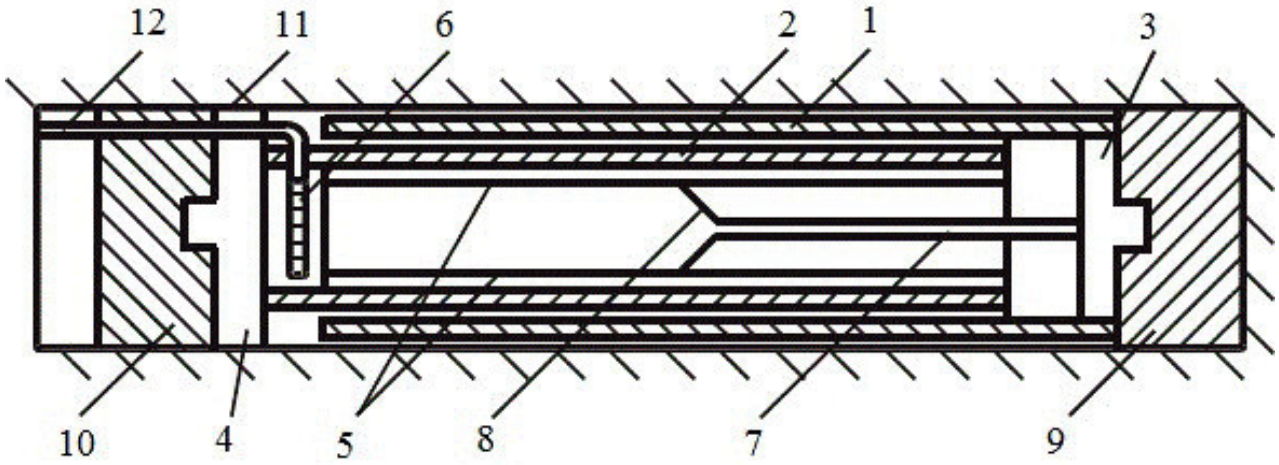


Рис.4.8. Схема реостатной стойки.

Реостатная стойка СР-3 представляет собой две телескопические трубы: наружную (1) и внутреннюю (2). Во внутреннюю трубу встроен реохорд, состоящий из двух проволочек (5), наклеенных на направляющих текстолитовых пластинках, двух проволочных резисторов, намотанных в общем каркасе (6), и штока (7) со скользящими контактами (8). Шток жёстко связан с наружной телескопической трубой (1) через верхний наконечник (3) с замком. При перемещении телескопических труб (1) и (2) относительно друг друга меняется положение движка, т.е. контактов (8) на проволочках (5) и, следовательно, меняется величина сопротивления реостатного датчика, которое по тарировочным графикам пересчитывается в относительное перемещение.

Исполнение – искробезопасное, минимальное измеряемое расстояние – 500 мм, диапазон непрерывного измерения – 300 мм, чувствительность – 0,1 мм, диаметр – 30 мм, масса – 0,9 кг.

Прибор ИИД-3 (рис. 3.53а) предназначен для регистрации проволочных или полупроводниковых тензодатчиков в шахтах, опасных по газу и пыли, при проведении научных исследований, связанных с измерением перемещений и определением деформаций горных пород, нагрузок на крепь и элементы конструкций горных машин и механизмов. Прибор может быть использован для проведения исследований в лабораторных условиях.

Прибор ИИД-3 работает по нулевому методу измерения сопротивления. Выход прибора рассчитан на подключение датчиков, соединённых по мостовой или полумостовой схеме непосредственно или через переключатель ПДШ-15 (рис. 4.9б), позволяющий последовательно снимать отсчёты с 15-ти подключённых датчиков. Исполнение – искробезопасное, чувствительность в относительных единицах – $(1{,}5 \ldots 2{,}0)\cdot 10^{-6}$, погрешность не более 5%, предел возможного разбаланса – 300 м, габариты – 225×167×96 мм, масса – 3,2 кг.

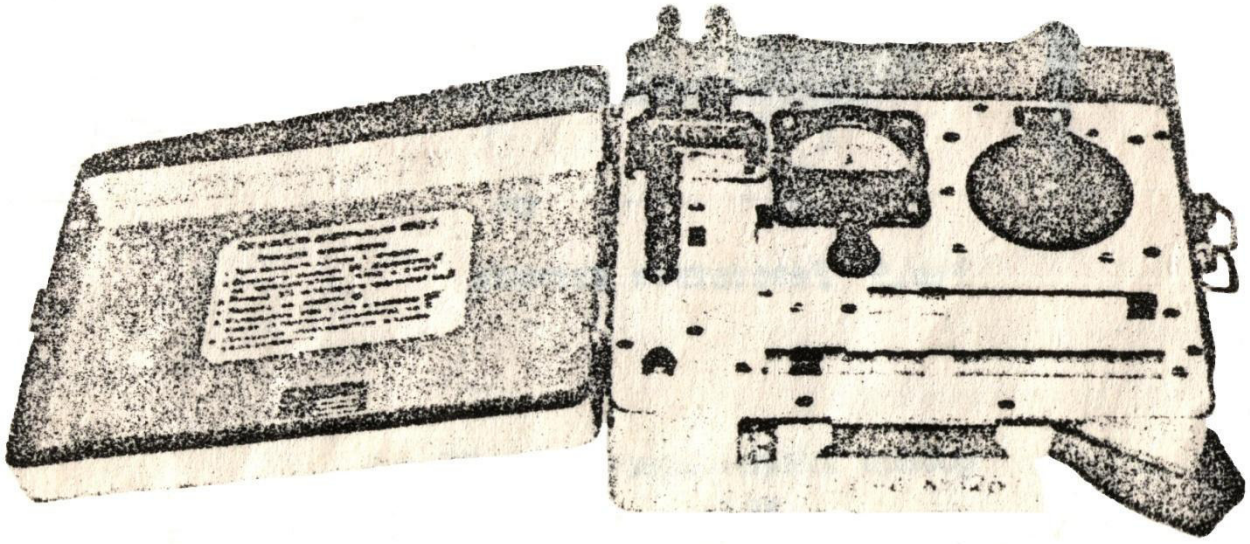


Рис. 4.9а. Искробезопасный измеритель деформации ИИД-3.

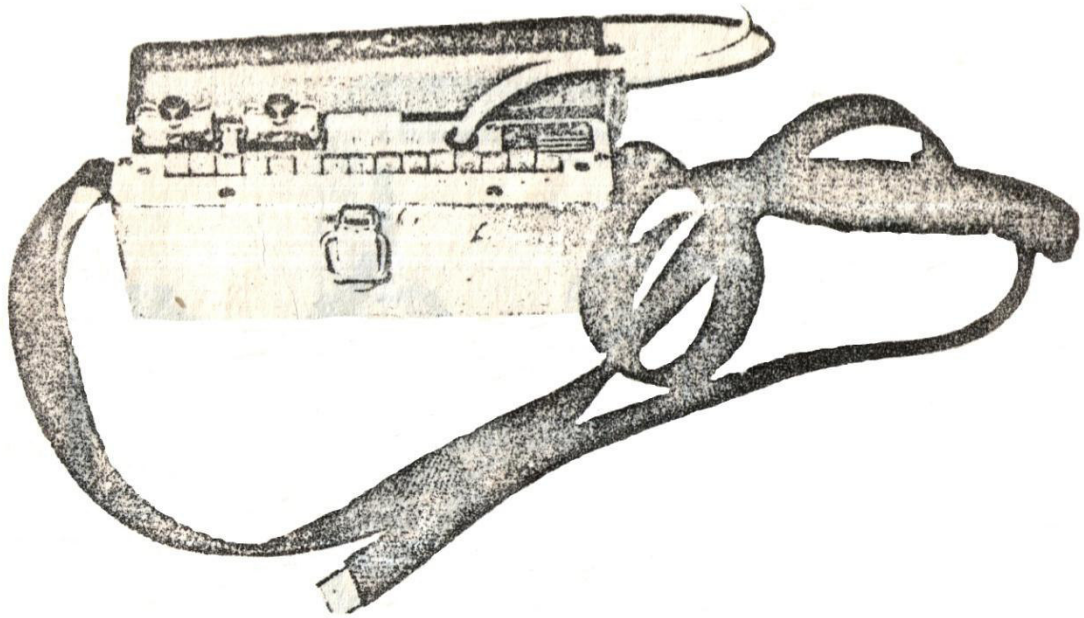


Рис. 4.9б. Переключатель ПДШ-15.

Реостатный датчик типа РД-1 или РД-2 (рис. 4.10) является частью установки для дистанционного измерения относительного перемещения горных пород в выработках. В комплект установки входят датчик, измерительный прибор СРД-2, штепсельная групповая коробка типа ПП-2.

Рис. 4.10. Реостатный датчик и измерительный прибор СРД.

В месте измерения перемещений кровли и почвы выработок устанавливают два репера (рис. 4.11).

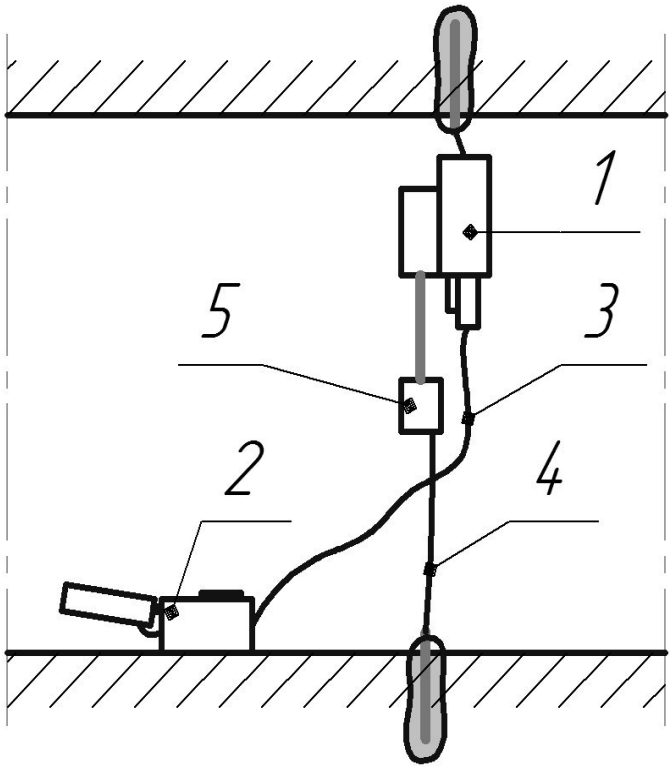


Рис. 4.11. Схема измерения перемещений:
1 – РД; 2 – СРД; 3 – кабель; 4 – лента металлическая; 5 – груз

Расстояние между реперами принимается от 500 до 3000 мм.

Реостатный датчик навинчивается на верхний репер. К нижнему реперу крепится стальная лента, которая огибает шкив датчика и оканчивается грузом, удерживающим ленту в натянутом положении.

При перемещении одного из реперов лента проворачивает шкив датчика и тем самым включается большее или меньшее количество секций сопротивления. Исполнение прибора предусматривает скачкообразный характер изменения сопротивления при плавном изменении перемещений.

Замер сопротивления производят переносным прибором СРД-2, сконструированным по схеме линейного моста. Прибор СРД-2 (рис. 4.12), имеет одну ручку управления – лимб, градуированный применительно к датчикам. Отсчёт берётся по разности последующего и предыдущего замеров сопротивления, при этом сопротивление проводов исключается. Искомое перемещение в миллиметрах получается путём деления отсчёта на маркированную чувствительность (сопротивление одной ступени) датчика.

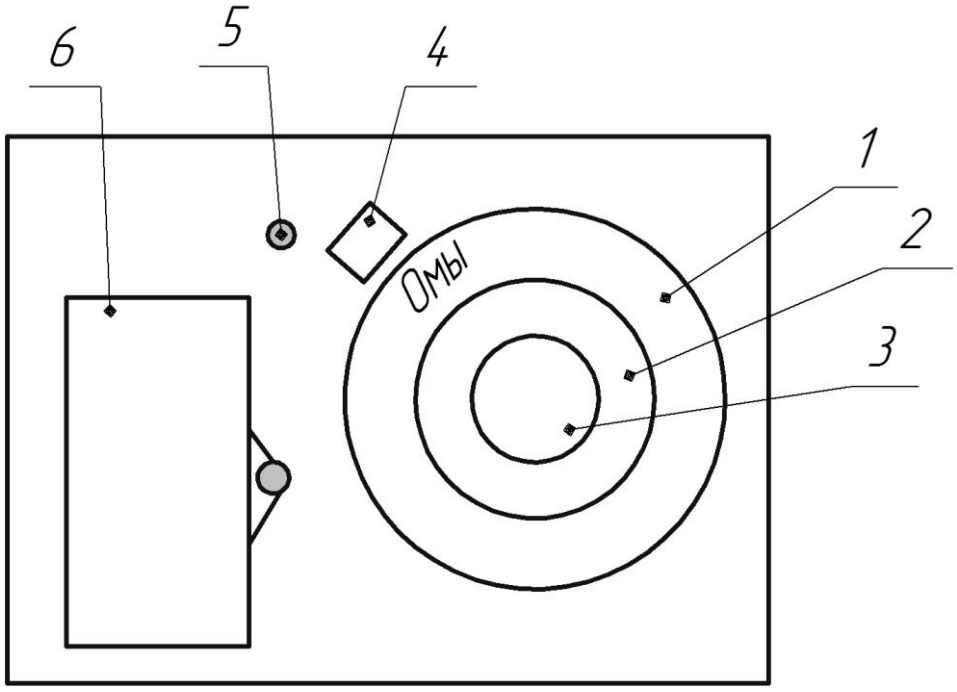


Рис. 4.12. Верхняя панель СРД:
1 – шкала лимба; 2 – лимб; 3 – кнопка; 4 – шкала установки нуля; 5 – ручка установки нуля; 6 – крышка источников питания

Датчики выполняют двух типов, отличающиеся по чувствительности в десять раз: при РД-1 – 1 мм, РД-2 – 0,1 мм. Максимальная относительная скорость перемещения, фиксируемая установкой при наблюдениях не чаще одного раза в сутки при РД-1 до 50 мм в сутки, при РД-2 – 5 мм в сутки.

Допустимая длительность непрерывных измерений – до 3 месяцев. Расстояние от датчика до пункта наблюдения ограничивается сопротивлением

линии в оба конца, которое составляет не более 50 Ом. Номинальное электрическое сопротивление датчика – 2000 Ом.

При полном обороте шкива показания измерительной станции СРД-2 будут повторяться. Если исследователь не зафиксирует этот момент, то будет ошибка в измерении перемещений. Это является недостатком реостатного датчика РД.

Основными направлениями исследования с помощью инструментальных наблюдений являются определение:

– деформаций и перемещений горных пород;

– напряжённого состояния горных пород;

– нагрузок на крепь выработок.

Целью определения напряжённого состояния массива являются выявление таких проявлений горного давления, как выбросы угля, породы и газа; горные удары, оценка устойчивости угольных целиков и породных обнажений и т.п.

Основными методами определения напряжённого состояния являются: метод снижения нагрузки; метод буровых скважин; звуковой метод; методы, основанные на измерении разностей давления, а также на регистрации сейсмоакустических явлений.

Метод снижения нагрузки, а, следовательно напряжения, основан на использовании характеристик упругого восстановления формы образца при искусственном отделении его от окружающего массива.

Существуют два варианта этого метода. Первый – заключается в расчёте напряжений по замеренным перемещениям и определении деформаций торца скважины после снижения нагрузки. Для этого выбуривают в породе скважину и шлифуют её забой. После установки тензометров в забое выбуривают керн на глубину не менее диаметра скважины (диаметр скважины равен примерно 120 мм). Элементом снижения нагрузки является керн, на торце которого закреплены тензометры; с их помощью, а также используя приборы, измеряющие сопротивление тензометров, определяют осевую и поперечную упругие деформации. По этим данным и значениям модуля упругости E и коэффициента Пуассона – μ для данной породы производят расчёт напряжений σ_x и σ_y по формулам теории упругости.

Во втором варианте используют деформации контура центральной скважины, которую обуривают специальной кольцевой коронкой. В этом варианте прибор, установленный в центральной скважине, измеряет радиальные перемещения контура скважины, происходящие в результате снижения нагрузки, преобразует данные измерений в электрический сигнал, передаваемый на измерительную станцию. Расчётами, основанными на теории упругости и ползучести, определяется напряжение в массиве пород.

Известен также метод частичного снижения нагрузки, предусматривающий бурение скважины в массиве, вокруг которой определённым образом размещены тензометры.

Метод буровых скважин предусматривает замеры с помощью деформометра перемещения скважин, пробуренных в массиве в различных направлениях, в зависимости от времени.

Звуковой метод основан на зависимости скорости распространения звуковых волн от напряжённого состояния среды и позволяет оценить нарушенность массива в окрестности выработок.

Методы, основанные на измерении разности давления, применяют для изучения областей повышенных напряжений вблизи выработок. По разности между максимальным и начальным показателями давления в гидравлическом динамометре, который установлен в скважине, оценивают степень прироста напряжений вокруг выработки от влияния очистных работ или проведения соседней выработки.

Методы, основанные на регистрации сейсмоакустических явлений, (в частности шахтный геофон) применяют для непрерывного фиксирования шумов, возникающих в массиве, с целью прогноза выбросоопасных зон, и зон, в которых могут иметь место динамические явления, связанные с нарушенностью массива.

Данные инструментальных наблюдений за перемещениями пород служат основой для выбора способов охраны и сечения выработок с запасом на перемещения пород, степени податливости и вида крепи, прогноза возможности внезапного обрушения или сползания пород и т.п.

Замеры перемещений пород осуществляют с использованием маркшейдерской съёмки, контурных и глубинных реперов, реостатных датчиков, различных телескопических устройств. Для исследования состояния массива, кроме глубинных реперов, используют нагнетание воздуха (воды) в массив, по расходу которого определяют трещиноватость массива.

Значения ожидаемых величин и характер нагрузок на крепь со стороны боковых пород в процессе их перемещения определяют при исследовании параметров крепи, позволяющие улучшить условие их эксплуатации.

Определение нагрузок может быть осуществлено косвенно или непосредственно. В первом случае нагрузку определяют путём измерения перемещений элементов крепи. Непосредственные замеры осуществляют с помощью динамометров.

По принципу работы динамометры бывают механические, гидравлические, электрические.

Принцип действия механических динамометров основан на измерении упругих деформаций чувствительного элемента. В качестве чувствительного элемента используют пружину (упругая стальная мембрана) или вакуумную резину.

Гидравлические динамометры подразделяют на поршневые и мембранные. Они имеют манометрические или капиллярные силоизмерители.

В электрических динамометрах используют в качестве чувствительного элемента проволочные тензометры (мостиковые динамометры) или струну (струнные динамометры).

Кроме того, применяют специальные динамометрические крепи, как для измерения нагрузок на податливые арочные металлические крепи, так и на тюбинговые крепи.

Принцип работы динамометрических крепей основан на измерении величины упругих деформаций винтовых пружин, которые установлены на крепи. Вместо пружин могут применять электрические динамометры. Нагрузки определяют по тарировочным графикам. В качестве динамометрических крепей применяют податливые арочные и железобетонные тюбинговые крепи.

Ниже приведены методы и средства шахтных испытаний: определение прочностных характеристик массива горных пород с использованием пробных приборов, испытания в скважинах, крупномасштабные его испытания, испытания в опытных камерах и при ведении горных работ.

Шахтные испытания проводят с целью изучения механических свойств горных пород в массиве или массива горных пород. Выбор метода исследования определяют объемом горных пород, используемым при испытаниях, трудоемкостью и производительностью испытаний, а также затратами. Основными требованиями при выборе метода исследования являются: представительность, надежность и доступность. Методы полевых испытаний различаются по характеру и виду прикладываемой нагрузки.

При выборе метода изучения горных пород в массиве учитывают условия естественного залегания породы (испытания без вскрытия массива с относительной оценкой свойств), масштабный фактор (испытания на оконтуренном объеме в массиве) или эти два фактора в комплексе.

В методах шахтных испытаний применяются два подхода: использование принципов, аналогичных испытаниям горных пород на образцах, и использование существующих корреляционных связей между механическими свойствами и показателями, определяемыми в результате испытаний.

Методы изучения механических свойств горных пород в массиве основаны на:

1) использовании действия сосредоточенной нагрузки (пробные приборы);

2) оценке свойств малых объемов массива с использованием механических средств нагружения (локальные испытания в скважинах);

3) оценке свойств больших объемов массива с использованием механических средств нагружения (крупномасштабные испытания горных пород);

4) использовании опытных камер и горных работ, включая эксплуатационную оценку физико-технических характеристик массива;

5) косвенной оценке прочностных и деформационных свойств горных пород при использовании физических полей (физические неразрушающие методы).

К пробным приборам относятся установки с механическим воздействием сосредоточенной силы на поверхность массива горных пород, обладающих портативностью, простотой устройства и применения. Методы оценки с использованием пробных приборов основаны на различной сопротивляемости пород проникновению испытательного инструмента (индентора, зонда, режущего инструмента) в массив.

По характеру воздействия на массив различают три типа пробных приборов: статического вдавливания, динамического вдавливания, буримости (резания).

Особенность каждого типа пробных приборов связана с использованием инденторов разной формы и размеров, со способами нагружения и регистрации результатов воздействия на массив.

Из прочностных показателей пробными приборами определяется сопротивляемость горной: породы внедрению индентора или инструмента в массив. Она складывается из сопротивления прямому проникновению индентора в породу и из сопротивления трения между боковой поверхностью индентора и породой.

Особенностью механических испытаний с помощью пробных приборов является возможность экспрессной оценки свойств горных пород на поверхности массива (без предварительного вскрытия с помощью скважин или других выработок) для получения приближенных показателей горных пород в массиве.

Из физико-технических показателей горных пород в массиве определяются:

1) контактная прочность;
2) статическая и динамическая твердости;
3) удельная сопротивляемость вдавливанию;
4) буримость и сопротивляемость резанию.

По этим показателям с использованием корреляционных зависимостей вычисляются коэффициент крепости по шкале проф. М. М. Протодьяконова, предел прочности при сжатии и другие параметры.

При статической установке индентора в массив определяется величина деформации установки (показатель, фиксирующий результат воздействия) при постоянном усилии воздействия (показатель, измеряемый в процессе воздействия).

Такой показатель твердости представляет собой отношение прикладываемой нагрузки F к площади боковой поверхности $S_{бок}$ внедренной в массив части штампа. Глубину внедрения измеряют как для предельной, заранее установленной нагрузки, так и для известных ступенчатых нагрузок в процессе вдавливания.

Удельное сопротивление установки определяют как отношение приращения нагрузки ΔF к приращению глубины внедрения индентора в массив Δh

$$R_{вд} = \frac{\Delta F}{\Delta h}$$

Из-за невозможности обеспечить постоянство воздействующих на забой усилий возникают погрешности измерений.

При статической установке индентора в массив определяются:

1) Величина деформации установки (показатель, фиксирующий результат воздействия) при постоянном усилии воздействия (показатель, измеряемый в процессе воздействия).

Такой показатель твердости представляет собой отношение прикладываемой нагрузки F к площади боковой поверхности $S_{бок}$ внедренной в массив части штампа. Глубину внедрения измеряют как для предельной, заранее установленной нагрузки, так и для известных ступенчатых нагрузок в процессе вдавливания.

2) Величина усилия установки на заданную постоянную глубину.

Во втором случае для установки используют стержень с набором пик разной заданной длины. Значение прилагаемой нагрузки при условии полной установки пики в массив определяется динамометром. Для крепких пород проведение таких испытаний нецелесообразно.

Для испытаний в крепких породах по данному способу применяют пробный скважинный гидравлический прибор (рис.4.13).

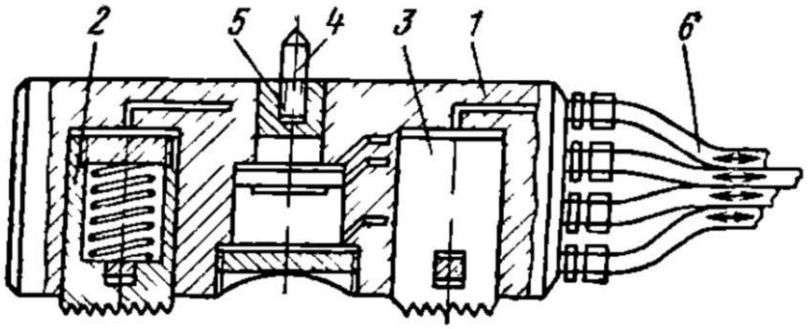


Рис.4.13. Пробный скважинный гидравлический прибор: 1 – корпус; 2,3 – распорные поршни; 4–испытательный щуп; 5 – поршень щупа; 6 – манометр; 7– шток

Прибор закрепляется в скважине с помощью распорных поршней и цанги. Установку индентора в забой скважины производят ручным насосом через трубопровод.

3) Величина усилия установки, соответствующая моменту разрушения породы.

По усилию установки в момент разрушения определяют показатель контактной прочности породы. Сущность измерения заключается в следующем. При малых нагрузках на индентор, не превышающих предела упругости породы, возникает упругое сопротивление установке индентора. Одновременно с нормальными напряжениями по мере углубления индентора в массив возникают касательные напряжения, максимальное значение которых на некоторой глубине до трех раз превышает напряжения на поверхности соприкосновения с индентором.

Порода начинает разрушаться постепенно с увеличением нагрузки. Когда возникает предел прочности, появляются первые трещины в приповерхностной части отпечатка. Возникновение трещин связано с нормальными напряжениями, имеющими максимум на поверхности. Полное разрушение породы при установке вызывается касательными напряжениями, имеющими максимум внутри объема массива.

Такой способ испытаний применяют для пород, хрупко разрушающихся при установке цилиндрического индентора.

При применении приборов с динамической (ударной) установкой инденторов в массив измеряют деформацию вдавливания при заданной энергии удара, энергию ударного внедрения на заданную глубину, энергию отскока от массива ударного

инструмента при заданной энергии удара, соотношение деформаций ударного внедрения индентора и энергии удара.

Для оценки буримости горных пород применяют специальные пробники (рис. 4.14). Принцип работы пробников буримости (резания) горных пород основан на том, что сопротивление снятию породной стружки обусловлено местным внедрением в массив лезвий инструмента. Прочностные показатели горных пород с помощью пробников буримости определяют по усилию подачи бурового инструмента, длине забуривания или по величине крутящего момента при заданных постоянных скоростях бурения и подачи.

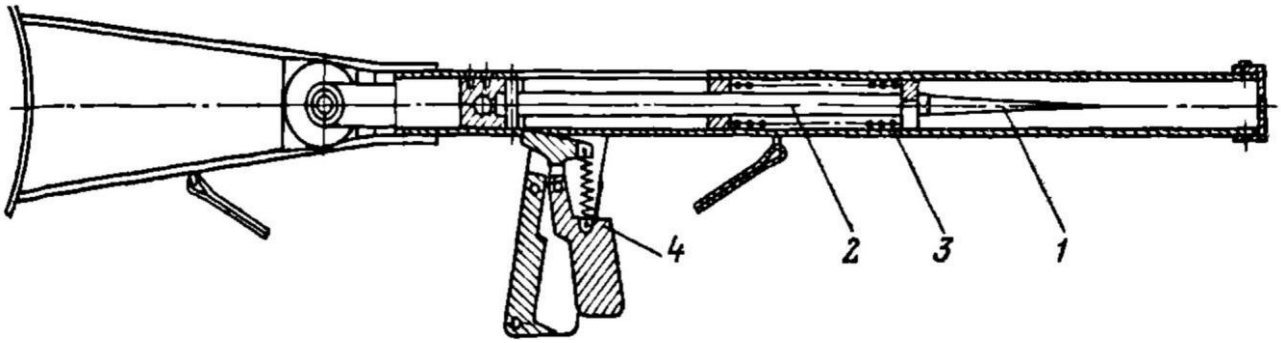


Рис. 4.14. Схема пробника для оценки буримости горных пород

За показатель буримости принимают среднее по всем замерам значение времени чистого, бурения 1 м шпура с учетом поправочных коэффициентов. Общий поправочный коэффициент для перехода от конкретных условий бурения к условиям, принятым за стандартные, складывается из коэффициентов: влияния массы бурильной машины и мощности двигателя на скорость чистого бурения, изменения давления сжатого воздуха, подаваемого в бурильную машину, изменения диаметра головки бура, влияния глубины шпура, формы головки бура, качества его закалки на скорость бурения.

Для определения буримости пород при вращательном бурении используют показатель энергоемкости разрушения

$$Э_{бур} = \frac{W}{V}$$

где W – средняя нагрузка на двигатель электросверла; V – средняя скорость бурения.

При проведении испытаний в скважинах для определения прочностных и деформационных характеристик горных пород размеры объема массива, участвующего в исследованиях, близки к размерам образцов или равны им.

Методы данных испытаний как бы имитируют в естественных условиях соответствующие методы лабораторных исследований.

Преимуществом локальных испытаний перед лабораторными является устранение дополнительных нарушений целостности образцов, связанных с их

транспортированием и подготовкой к испытаниям. Однако, так же как и при испытаниях на образцах, масштабный эффект структурной нарушенности породного массива при таких испытаниях не учитывается.

Применяются следующие методы испытаний в скважинах:

Скважинный метод испытаний обуренного керна выполняется в вариантах:

1) изгиб керна как консоли;
2) объемное сжатие;
3) срез плунжером специального породного кольцевого бурта, выполненного на боковой поверхности скважины (для определения прочности на сдвиг).

При этом методе испытаний используются специальные нагрузочные устройства в виде сегментной гидроподушки, закладываемой в щель между керном и стенкой скважины — скважинные стабилометры, создающие нажим пуансоном на керн и боковое гидростатическое обжатие керна пластмассой.

В результате развития скважинного метода с использованием штампов малых размеров или гидроцилиндра создан прессиометрический метод, при котором образуются напряжения с резкими градиентами.

Прессиометрические испытания заключаются в нагружении стенок скважины возрастающим давлением, равномерно распределенным на участке ограниченной длины. Обжатие стенок скважины осуществляют гидравлическим или пневматическим способом с помощью плотно прилегающих к стенкам резиновых баллонов. В процессе расширения буровой скважины наряду с определением давления измеряют радиус и диаметр камеры прессиометра. Результаты прессиометрии представляют в виде зависимости деформаций (приращение диаметра или радиуса камеры) от давления на стенки скважины.

Методом прессиометрии можно опробовать как рыхлые, так и скальные породы. При изучении свойств рыхлых пород применяют прессиометры (рис.4.15) с максимальным давлением от 0,5 до 2,5 МПа, при испытаниях скальных пород – прессиометры с максимальным давлением иа стенки скважины от 5 до (25…50) МПа.

Изучение скальных пород методом прессиометрии обычно заканчивается в фазе уплотнения, при этом оцениваются деформационные показатели; рыхлые породы обычно доводят до разрушения, что дает возможность одновременно оценить сжимаемость и прочность пород.

В связи с этим рациональная область применения прессиометров для определения прочностных показателей ограничена скальными породами ниже средней крепости и малыми глубинами скважин.

Прессиометр состоит из резиновых камер, насоса для создания давления и измерительного устройства для регистрации перемещений стенок скважины.

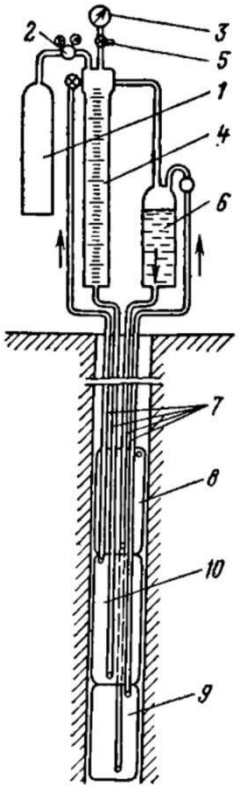


Рис. 4.15. Схема прессиометра: 1– газовый баллон; 2 – редуктор;
3 – манометр; 4 – измерительный цилиндр; 5 – кран; 6 – бачок;
7 – шланги; 8,9 – вспомогательные камеры; 12 – рабочая камера

Изучение скальных пород методом прессиометрии обычно заканчивается в фазе уплотнения, при этом оцениваются деформационные показатели; рыхлые породы обычно доводят до разрушения, что дает возможность одновременно оценить сжимаемость и прочность пород.

В связи с этим рациональная область применения прессиометров для определения прочностных показателей ограничена скальными породами ниже средней крепости и малыми глубинами скважин.

Прессиометр состоит из резиновых камер, насоса для создания давления и измерительного устройства для регистрации перемещений стенок скважины. Для передачи заранее заданного давления на стенки скважины используются обычно три последовательно соединенные между собой эластичные резиновые камеры. Хотя давление во всех камерах поддерживается одинаковым, рабочей служит средняя камера, а две крайние создают для средней камеры радиально симметричное поле напряжений. Давление создается сжатым воздухом и передается ступенями (после затухания деформаций) через воду, которая заполняет рабочую камеру.

Проведение испытаний массива горных пород на относительно больших объемах позволяет получить данные с учетом масштабного эффекта.

Размеры нагружаемых объемов массива во много раз (в 8…10) раз больше характерных размеров его неоднородности.

Крупномасштабные испытания проводят:

1) на породных призмах;
2) консольных или двоякозащемленных балках, выделенных из массива путем вдавливания штампов больших размеров;
3) отрыва части массива при выдергивании специальной штанги, закрепленной в массиве.

Схемы возможных испытаний на призмах, выделенных из массива, приведены на рис. 4.16. Эти схемы различаются числом оконтуренных сторон, направлением приложения нагрузки, видом напряженного состояния, возникающего в породной призме.

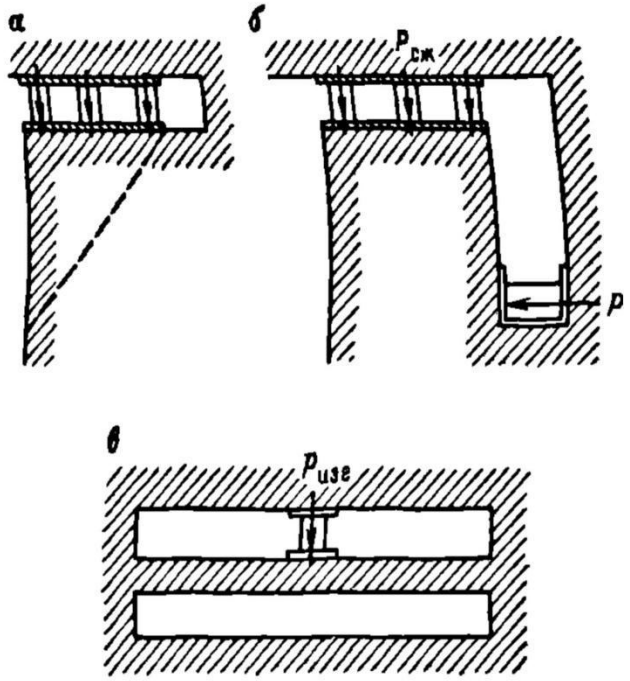


Рис. 4.16. Схемы механических испытаний горных пород в массиве:
а – срез; б – срез со сжатием; в – изгиб породной балки

Деформации измеряют в вертикальном и горизонтальном направлениях. Одновременно в испытаниях может быть использовано до (20…30) призм. Для оконтуривания объема используют алмазные коронки для бурения скважин, алмазные дисковые пилы, повышающие производительность оконтуривания и обеспечивающие создание ровных поверхностей при минимальном нарушении массива.

Исследование свойств массива методом - извлечения закрепленной в массиве штанги (рис.4.17) основано на следующих предположениях, при извлечении штанги деформации массива прямо пропорциональны величине прикладываемой нагрузки; трещины отрыва образуются при нагрузках, составляющих (85…90) % от разрушающей; усилие отрыва штанги прямо пропорционально величине ее; заглубления, а радиус основания конуса разрушения связан с ней параболической зависимостью; в пластической среде радиус и угол наклона образующей конуса разрушения – переменные.

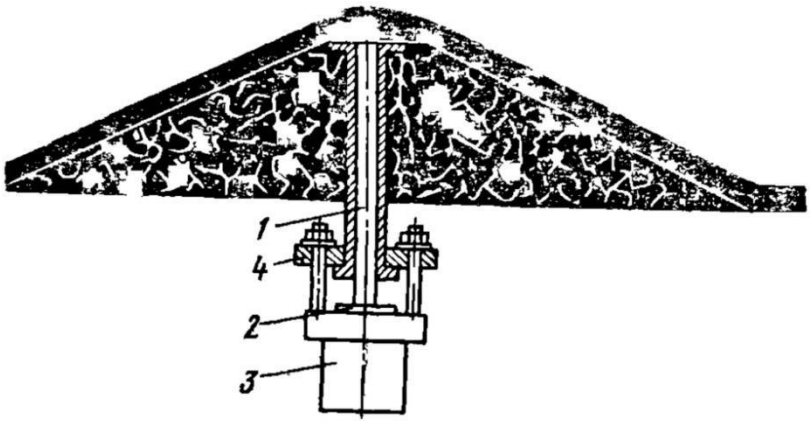


Рис. 4.17. Схема по методу извлечения, закрепленной в породном массиве, штанги: 1 – стержень; 2 – поршень гидравлического пресса; 3 – цилиндр пресса; 4 – траверса

Среди факторов, которые снижают прочностные показатели при испытаниях на породных призмах, следует выделить: неровности на нагружаемых поверхностях призм, вызывающие местные концентрации напряжений; частичные нарушения сплошности массива при оформлении призм; неравномерная работа системы гидродомкратов.

При исследованиях деформационных свойств массива с помощью штампов нагружение производят на плоскую площадку в кровле, почве или стенке выработки с распором домкратов (до 10^4 Н и более) на противоположной поверхности выработки. Опыты проводят в вертикальном и горизонтальном направлениях с использованием жестких или гибких штампов. Схема штамповой установки приведена на рис.4.18.

Методы оценки механических показателей массива с использованием опытных камер и при ведении горных работ позволяют выявить наиболее важные показатели свойств массива. Для проведения испытаний нужно выбирать участки, которые наиболее полно отражают горно-геологические условия месторождения, находящегося в эксплуатации или намеченного к разработке. Значительная трудоемкость и сложная организация испытаний при использовании опытных камер или ведении опытных горных работ требуют предварительного выполнения проектных работ и серьезной подготовки.

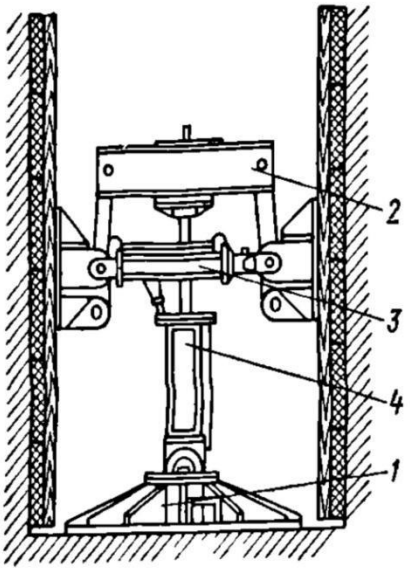


Рис. 4.18. Схема штамповой установки: 1 – штамп; 2 – упорная балка; 3 – распорный домкрат; 4 – нажимной цилиндр

Результаты испытаний зависят от:

1) жесткости плиты домкрата;
2) подготовки поверхности массива к опыту;
3) формы и размеров плиты;
4) размещения измерительных приборов.

Механические свойства массива определяют путем гидростатического распора опытной камеры, опытного нагружения целика до раздавливания, опытной подработки пролета камеры, съемки формы и замера параметров обрушений потолочин в рудниках, замера оползней борта карьера.

При деформационных испытаниях в гидростатически напорных опытных камерах, туннелях, скважинах большого диаметра предполагается, что массив, находящийся на небольшой глубине, представлен однородной сплошной средой.

Сущность испытаний заключается в следующем: определенный участок опытной выработки перекрывается бетонной перемычкой (рис. 4.19) и заполняется водой под давлением Р.

Длина участка в (4…5) раз может превышать диаметр туннеля. Во время опытов измеряют: диаметральные деформации в одном или нескольких поперечных сечениях и радиальные деформации. Эти измерения дают возможность установить вид деформации поперечного сечения выработки.

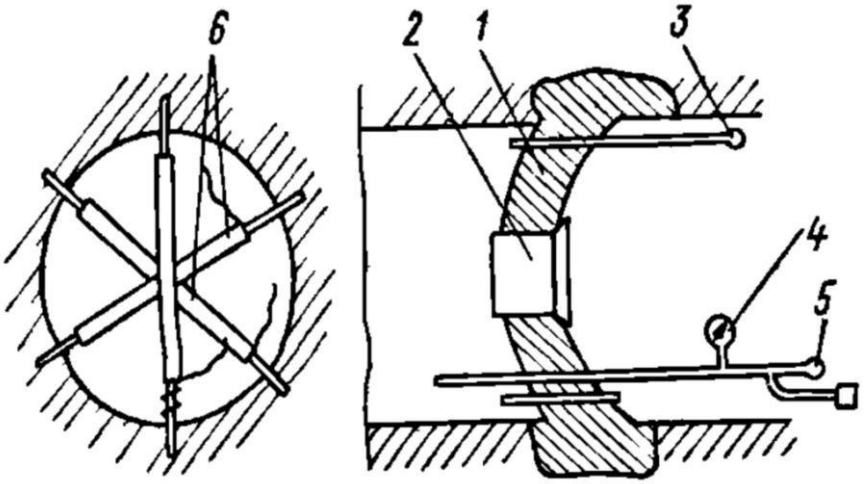


Рис. 4.19. Схема опытной камеры в породном массиве: 1 – бетонная перемычка: 2 – трубка для входа жидкости; 3 – трубка дл выпуска воздуха; 4 – манометр; 5 – водомер; 6 – измерительные стержни

Сопротивление массива сдвигу определяют на основании маркшейдерских замеров контура обрушившегося свода выработки и его параметров и сведений о горном давлении на данном участке. Прочность массива на растяжения при изгибе определяют в результате систематических измерений перемещения потолочины опытной камеры при ее опытных подработках, на сжатие – устанавливают при раздавливании в определенной последовательности группы междукамерных целиков в результате их дополнительного нагружения. Прочность массива на срез вычисляют на основе решений задачи предельного равновесия откоса для исходного и конечного положения оползней бортов карьера и проведения съемки формы поверхности оползней.

Различия между механическими показателями массива, определяемыми в процессе ведения горных работ и с помощью инструментальных методов, возникают из-за неточных знаний о механизме горного давления.

Среди методов, в которых для изучения характеристик массива используют горные работы, распространены также эксплуатационные методы, основанные на анализе эффективности работы горных машин.

Оценку свойств массива в процессе ведения горных работ выполняют также с целью автоматизации выбора рационального режима взаимодействия исполнительного органа машины с массивом, уточнения параметров для нормирования горных работ, проверку заранее установленных параметров горных работ. Используя корреляционные зависимости энергоемкости при бурении и экскавации со свойствами пород, можно установить коэффициенты крепости горных пород, параметры буримости и взрываемости.

Регистрация энергоемкости бурения в определенные промежутки времени и на заданной глубине основана на учете энергии, потребляемой двигателем буровой установки. Причем предполагается, что энергоемкость процесса включает затраты, связанные с непосредственным разрушением породы под рабочим органом, а также расходуемые на тепловые и механические потери. Первый вид затрат энергии и

определяет существование корреляционных связей с физико-механическими свойствами горных пород. Эти связи зависят от комплекса прочностных и деформационных показателей.

Методы эксплуатационной оценки физико-механических показателей массива целесообразно применять для составления прогнозных карт месторождения при планировании и нормировании горных работ.

Определяющим явлением в массиве горных пород вблизи горных выработок являются глубокие изменения его напряженного состояния. Эти изменения вызывают образование нового поля напряжений, появление нарушенной зоны и перемещение контура выработки, возникновение динамических явлений в массиве. Указанные процессы определяют основные виды проявлений горного давления в выработках.

Характер проявлений горного давления зависит от напряженного состояния массива, прочностных и деформационных свойств горных пород и массива, а также от протекания процессов, происходящих во всей толще пород при разработке месторождений.

При изучении проявлений горного давления применяют лабораторные, аналитические и экспериментально-производственные методы исследования.

Экспериментально-производственные методы включают:

1) статистические обследования текущего состояния массива горных пород и выработок;

2) условий их поддержания;

3) визуальные и простейшие инструментальные наблюдения за проявлениями торного давления;

4) инструментальные измерения в массиве с помощью отдельных приборов и специально оснащенных измерительных станций.

Результатами исследований являются эмпирические зависимости напряженно-деформированного состояния массива, его свойствами и горнотехническими факторами.

На основании статистического и визуального обследования выбирают участки для инструментальных наблюдений. Эти наблюдения включают следующие измерения:

1) перемещений в массиве и их изменений во времени;
2) разрушений и расслоений пород в выработках;
3) перемещений внешней поверхности крепи;
4) изменений формы и размеров сечения выработки;
5) физико-технических свойств горных пород в массиве.

Измерения начинают на стадии проведения выработок (ведения горных работ) и заканчивают после полной стабилизации измеряемых величин, если не ожидается дальнейшего развития процессов в массиве.

При проведении горной выработки в окружающем ее массиве в результате проявления горного давления создается новое поле напряжений. Проявление горного давления может наблюдаться в виде:

1) упругих перемещений контура горной выработки;

2) временных перемещений вследствие ползучести горных пород;
3) появления приконтурной трещиноватости;
4) перемещений в массиве с нарушением структуры.

Зона трещиноватости распространяется внутрь массива. При этом процесс в окружающем выработку массива образуется область неупругих деформаций. В этом случае будут наблюдаться перемещения породного контура выработки, как вследствие проявлений ползучести, так и, с разрушением породы, образованием области неупругих деформаций. На образование нарушенной зоны в массиве оказывают большое влияние также буровзрывные работы.

При изучении вопросов проявления горного давления в одиночных выработках основными задачами исследования являются следующие:

1) определение размеров области неупругих деформаций и величин перемещения контура выработки;

2) изучение распределения напряжений вблизи выработок (в том числе установление максимальных напряжений в зоне концентрации, характера распределения напряжений в области неупругих деформаций в период ее формирования и после окончания этого процесса;

3) изучение интенсивности и сроков перемещений контура выработки, связанных с ползучестью и процессом образования области неупругих деформаций.

Оценку состояния массива вблизи горных выработок производят с помощью визуального осмотра стенок скважины (шпура) по всей ее длине с помощью:

1) специальных оптических приборов (визуальный осмотр);
2) изучения прочностных свойств массива по керну, выбуриваемому из стенок выработки с разных глубин от контура;
3) реометрического метода;
4) физических методов.

Визуальный осмотр поверхностей скважин производят с помощью оптических приборов, которые позволяют наблюдать и фотографировать трещины и расслоения, их пространственную ориентацию и величину раскрытия на глубине до (5…20) м. Оптическими приборами можно определить величину радиальной протяженности ослабленной зоны, визуально охарактеризовать степень раздробленности пород в этой зоне и выявить критические трещины.

Реометрический (фильтрационный) метод оценки степени нарушенности массива основан на измерении скорости фильтрации воздуха, воды или эмульсии при нагнетании их в массив через шпуры разной длины. По мере раскрытия трещин скорость фильтрации увеличивается. Размеры зоны раскрытых трещин определяются на основании сравнения скоростей фильтрации в массиве на значительном удалении от контура выработки и в непосредственной близости от него.

Применяют три схемы реометрических измерений:

нагнетание воздуха в одиночные шпуры при неизменном положении забоя шпура и переменной величине испытуемого интервала (рис. 4.20, а);

1) нагнетание воздуха в один из двух параллельных шпуров при постоянном положении забоя одного из них и постоянной величине исследуемого интервала (рис. 5.20, б);
2) нагнетание воздуха в один из двух параллельных шпуров при постоянном положении их забоев

и постоянной величине исследуемого интервала (рис. 4.20, в).

Использование реперов в качестве средства для инструментальных исследований массива позволяет вести наблюдения за характером перемещения, расслоения и деформирования массива горных пород вокруг выработок, за характером деформирования горных пород и угля в зонах опорного давления и в зонах разгрузки, за проявлением горного давления.

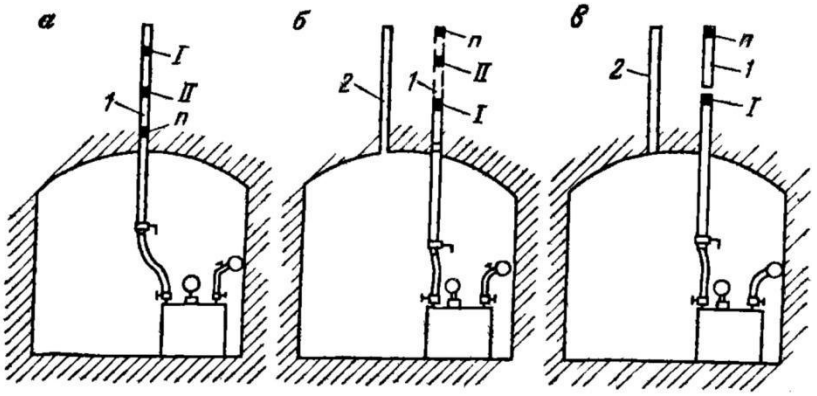


Рис. 4.20. Схемы нагнетания воздуха в одиночные шпуры: 1 – рабочий шпур; 2 – контурный шпур; 1,2,…n – последовательные положения герметизированного устройства

Для одновременной регистрации абсолютных и относительных деформаций пород, глубины расслоения породных толщ, выявления зоны перемещения пород и других параметров горного давления целесообразно использовать многореперные системы в скважине.

В зависимости от задач измерений и глубины установки в скважинах различают контурные реперы (глубина до (1…3 м) и глубинные (более 3 м).

Реперное устройство включает: опорный репер, закрепленный в забое скважин, соединительную тягу, замковое устройство, коммутатор для подключения и регистрации датчиков, регистратор. При использовании реперов из выработки бурится серия шпуров (скважин), в каждый из которых устанавливают комплекты глубинных реперов. В комплект входит от двух до четырех-шести реперов. Вывод от каждого репера в горную выработку может быть гибким (проволока) или жестким (стержни, трубки). Расстояние между соседними реперами вдоль скважины составляет (10…15) диаметров скважины. Проволоки (стержни) от нижних реперов проходят через все реперы, расположенные ближе к устью шпура (скважины). Реперы закрепляют в шпурах (скважинах) с помощью клиновых распорных устройств или путем цементирования. Заклинивающие устройства устанавливают в шпуре на разной глубине, причем репер с наиболее длинным

выводом устанавливают на такую глубину, где не ожидается перемещения. По нижнему реперу на глубине (0,5…1 м) регистрируют перемещения контура выработки.

Один из примеров установки реперов в шпуре (скважине) и результаты замеров смещений пород приведены на рис. 4.21.

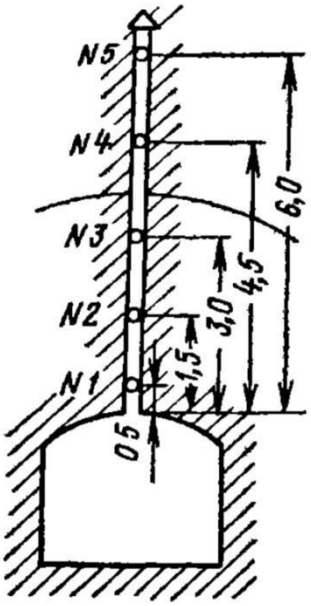


Рис. 4.21. Схема установки репера в выработке

В зависимости от горно-геологических условий перемещение кровли в окрестности выработок происходит в виде расслоения и последующего послойного сдвижения, ступенчатого опускания блоков по пересекающим слои трещинам, а также плавного опускания без видимых разрывов сплошности.

Реперы различают по следующим признакам: по конструкции реперных устройств, способам передачи и регистрации данных о деформировании и перемещении массива, способам закрепления в скважине и их количеству, которые могут одновременно работать в скважине по возможностям измерения относительных или абсолютных перемещений.

В практике горного дела используют реперы механического и электрического типов.

Реперы электрического типа позволяют преобразовывать продольные деформации (вдоль оси скважины) в электрические сигналы непосредственно на месте заложения репера в скважине. Реперы этого типа относятся к деформометрам продольных деформаций. К ним предъявляются те же требования, что и к деформометрам для измерения поперечных перемещений скважины.

В качестве чувствительных элементов деформометров используются:

1) струнные;
2) реостатные;
3) емкостные;
4) индуктивные преобразователи (датчики).

Емкостные и индуктивные датчики хорошо согласуются с радиопередающими устройствами, что позволяет обеспечить беспроводную передачу информации.

Совместное использование глубинных реперов и деформометров для измерения поперечных перемещений позволяет значительно расширить информацию о процессах деформирования массива вблизи горных выработок.

Исследования взаимодействия крепи с массивом проводятся с целью выбора параметров крепи, получения данных для объективной оценки ее работы в конкретных горно-геологических условиях, изучения влияния горно-геологических факторов на работу крепи в течение всего срока службы. Эти исследования базируются на определении величины и характера нагрузки, в зависимости от которой следует рассчитывать конструкцию и размеры крепи.

Для непосредственного определения нагрузок на крепь применяют:

1) динамометры;
2) динамометрические площадки;
3) специальные динамометрические крепи.

Различают три схемы размещения динамометрических приборов относительно крепи:

1) прибор устанавливают между крепью и породой по контуру выработки, образуя систему «порода-динамометр-крепь»;
2) прибор устанавливают непосредственно в крепи, являясь одним из составных элементов ее конструкции;
3) в качестве измерительного прибора используют элементы самой крепи, деформационные характеристики которых предварительно протарированы.

По первой схеме определяют величину и характер изменения нагрузок на крепь во времени по всему контуру выработки, по второй – величину и изменения нагрузки на крепь в направлении осей элементов конструкции крепи, сопрягающихся е динамометрами, по третьей – величину и изменения деформаций предварительно протарированных элементов крепи.

Первая схема может быть использована в сочетании с крепями любых конструкций, вторая и третья – в основном, для оценки нагрузок на стоечные элементы крепи.

Регистрируемые величины давления на крепь зависят от перемещения пород по контуру выработки и конструкции применяемых типов крепи.

Так как на измерительных станциях в работе используют систему «крепь-динамометр-порода», динамометрическая аппаратура не должна существенно влиять на изменение режима работы системы «порода-крепь» и на изменения жесткости и податливости применяемых типов крепи.

При размещении динамометра между крепью и породой сопротивление системы «крепь-динамометр» перемещению стенок выработки будет отличаться от реакции сопротивления крепи. Это обусловливает и изменение жесткости системы «крепь-динамометр».

В зависимости от наличия или отсутствия на крепи динамометров равновесное состояние будет наступать при различных значениях давления и

перемещения. В то время как на участках выработки с обычной крепью процесс взаимодействия породы и крепи уже завершится равновесным состоянием, на участке измерительной станции он будет еще продолжаться, сопровождаясь дальнейшим перемещением контура выработки.

В режиме взаимно влияющей деформации равновесное состояние наступит при большем смещении и меньшем давлении на крепь, чем в обычных условиях. Максимальная погрешность измерения давления будет при работе крепи в режиме заданной деформации, минимальная – при работе в режиме заданной нагрузки.

Погрешность измерения нагрузки при использовании динамометров зависит от:

1) геометрических параметров крепи;
2) динамометра;
3) величины относительных деформаций крепи и прибора.

Динамометры, используемые при исследовании горного давления, различают по принципу действия чувствительного элемента, предельным измеряемым величинам нагрузок, разрешающей способности и габаритам.

Основными составными частями динамометра являются чувствительный элемент, корпус, элемент передачи давления, индикатор.

В зависимости от используемого чувствительного элемента различают механические, гидравлические, электрические, магнитоупругие и фотоупругие динамометры.

Механические динамометры применяют для измерения нагрузки на индивидуальную крепь. Принцип действия их основан на определении упругих деформаций чувствительного элемента (мембраны, цилиндра и др.), возникающих под влиянием приложенных нагрузок; величины внедрения (например, стальных закаленных шариков) в металлическую пластину; пластических деформаций мягких металлов, используемых измерительных элементов; деформаций элементов металлических крепежных стоек.

В мембранных динамометров величина деформации мембраны пропорциональна давлению на динамометр. Количественная зависимость результатов, получаемых на измерителе от давления, устанавливают путем тарировки прибора на прессе. Для увеличения величины перемещений в несколько десятков раз используют рычажную передачу. Такие конструкции динамометров обычно применяют для измерения нагрузки до 50 мН. Точность отсчетов находится в пределах (1…2,5) кН.

Механические динамометры с резиновыми прокладками (или прокладками из меди, свинца, алюминия) дают более устойчивые результаты измерений, имеют относительно небольшую массу и просты по конструкции. Эти типы динамометров позволяют определять нагрузки до 10 мН.

Шариковые динамометры позволяют обеспечить измерения нагрузок до 50 мН. Их применяют при определении нагрузки на призабойную и посадочную индивидуальную крепи или механизированную крепь очистных выработок. Число и размеры стальных шариков выбирают в зависимости от нагрузки. Шариковые динамометры предназначены для фиксирования величины максимальных нагрузок

без регистрации данных о промежуточных нагрузках (давление на динамометр определяют по величине отпечатка шарика). Измерение отпечатка шарика нужно производить с точностью не ниже 0,01 мм.

Принцип действия гидравлических динамометров основан на свойстве несжимаемости жидкости. Известны две конструкции гидравлических динамометров: когда давление на жидкость в цилиндре передается от мембраны, которая подвергается прогибу под действием нагрузки, или, когда давление на жидкость в цилиндре передается за счет перемещений поршня. Давление определяют по изменению уровня жидкости в трубке или по манометру, подсоединенному к динамометру. Гидравлические стоечные динамометры (ГСД) обеспечивают измерение нагрузок до 600 кН.

К электрическим динамометрам относятся динамометры с чувствительными элементами на базе:

1) проволочных тензодатчиков;
2) струнных;
3) реостатных;
4) индуктивных датчиков.

К электрическим динамометрам предъявляются следующие требования: долговременность и стабильность работы, гидроизоляция, искро- и взрывозащищенность.

Преимущества электрических динамометров заключаются в: простоте конструкции, возможности изготовления датчиков любых размеров, дистанционное снятие показаний.

Динамометры на базе проволочных датчиков сопротивления позволяют измерять нагрузки до 500 кН.

Наибольшее распространение в практике получили струнные динамометры. Различные схемы использования струны для измерения деформаций в динамометрах показаны на рис.4.22.

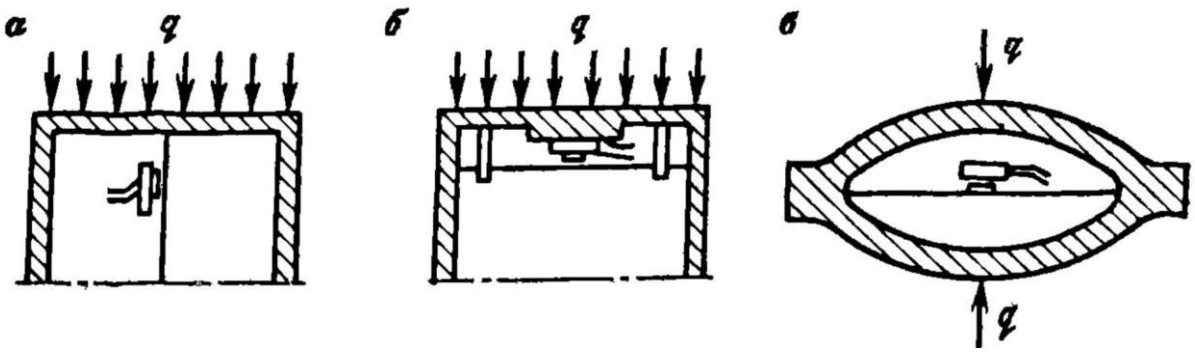


Рис. 4.22. Принципиальные схемы использования струны в динамометрах с прогибающейся мембраной (а), с удлиняющейся струной (б) и сжимающимися мембранами (в)

Величины измеряемых нагрузок могут достигать (0,5…1) мН и более.

Принцип действия индуктивных динамометров с индуктивным чувствительным элементом основан на измерении изменения индуктивности под

влиянием приложенной нагрузки. Деформация корпуса динамометра вызывает изменение длины зазора между катушкой и якорем под действием измеряемой нагрузки изменяется сопротивление магнитной цепи и индуктивность катушки, которая надета на сердечник и включена в цепь переменного тока.

С помощью индуктивных динамометров можно измерять как статические, так и динамические нагрузки. Измеряемые такими динамометрами нагрузки достигают (100…150) кН.

Динамометры с реостатными датчиками в виде чувствительных элементов измеряют малые нагрузки (до 100 кН).

При исследовании штанговой крепи используют измерительные приборы для определения нагрузки на крепь (штанговые динамометры). Измерения проводят как во времени, так и в процессе продвигания забоя при фиксации данного первоначального натяжения штанги. Предварительно протарированные динамометры позволяют измерять как относительные, так и абсолютные величины упругих деформаций. Штанговые динамометры устанавливают на конце штанг при помощи натяжной гайки.

Динамометрические крепи составляют основу измерительных станций, устанавливаемых сразу же после проведения выработок или в период их перекрепления. По принципу действия измерительных устройств различают следующие виды динамометрических крепей:

1) с применением рабочих элементов крепи, оборудованных по периметру выработки группой динамометров;
2) с применением специально приспособленных элементов крепи для измерений нагрузок с помощью динамометров или гидравлических баллонов.

Давление на крепь воспринимается гидравлическими баллонами, жестко скрепленными с динамометрическими сегментами н несущими элементами крепи. Гидравлический баллон представляет собой герметичную сварную стальную коробку (или баллон из пластических материалов), внешняя поверхность которой выполнена в виде гибкой мембраны. Под действием давления со стороны породы мембрана прогибается, что воспринимается вязким заполнителем баллона и передается на мембрану динамометра, установленного на сегментах крепи. Для измерения поперечных и продольных перемещений на них устанавливают тензометры. Для работы в режиме регулируемой податливости гидравлические баллоны снабжены специальными клапанами податливости, позволяющими выпускать из них часть вязкого заполнителя.

Один из типов динамометрической крепи, используемой в горизонтальных выработках с арочной крепью, показан на рис. 4.23. Динамометрическая крепь состоит из комплекта внутренних несущих траверс или колец 1, элементов крепи 2, уложенных по контуру выработки, динамометров 3 и железобетонных или деревянных затяжек 4.

Эффективность измерений с помощью динамометрических крепей определяется правильностью согласования двух взаимодействующих сред — массива и крепи.

Степень различия в параметрах упругости динамометрической крепи и массива горных пород выражается через показатель относительной жесткости системы «динамометрическая крепь-массив».

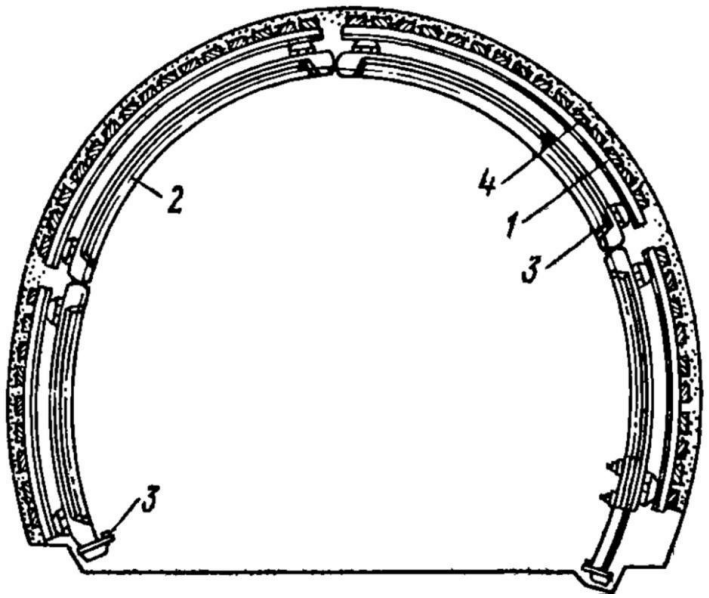


Рис. 4.23. Динамометрическая крепь: 1 – несущие траверсы или кольца; 2 – элементы крепи; 3 – динамометры; 4 – железобетонные или деревянные затяжки

В случае незакрепленной выработки этот показатель равен нулю, если же динамометрическая крепь воспринимает на себя нагрузки, существующие на контуре незакрепленной выработки, он равен единице. Если показатель относительной жесткости системы больше единицы, то увеличиваются напряжения в крепи и уменьшаются максимальные напряжения в массиве.

Изменить характер взаимодействия в системе «динамометрическая крепь-массив» при сохранении значения показателя относительной жесткости системы можно путем применения тампонажа пространства между массивом и крепью.

Преимущество динамометрической крепи состоит в том, что она позволяет регистрировать величину, изменение и распределение нагрузок на всем выбранном участке выработки. Однако динамометрическая крепь по сравнению с одиночными динамометрами значительно дороже, а применение ее более трудоемко.

Косвенные методы определения нагрузок на крепь основаны на определении напряжений и деформаций в элементах крепи. Для измерений перемещений используют способы прямого отсчета деформаций или напряжений с помощью:

1) проволочных датчиков сопротивления;
2) струнных тензометров;
3) магнитоупругих тензометров;
4) фотоупругих тензометров;
5) способы, основанные на оценке действий нагрузок на элементы крепи, проявляющихся в виде их изгиба или смятия.

Последние способы широко используют для определения нагрузок на деревянную крепь.

Для прямых измерений перемещений и определения напряжений, деформаций в элементах крепи применяют тензометры закладного и поверхностного типа. Тензометры закладочного типа используют при измерении перемещений в бетонных и железобетонных крепях. Их устанавливают в крепи при изготовлении ее в заводских условиях или в процессе возведения. Наибольшее распространение получили струнные закладные тензометры.

Датчики наклеивают на элементы крепи до момента их установки, т, е. когда крепь не находится в напряженном состоянии. Напряжения определяют через определенные промежутки времени по тарировочному графику, построенному на основании экспериментов с образцами из материала исследуемой крепи. Для изучения степени обжатия крепи в выработке используют измерительные стержни.

Опасные газодинамические явления в угольных шахтах проявляются в виде:

1) внезапных выбросов угля и газа;
2) внезапных выдавливаний и обрушений (высыпаний) угля;
3) тоже, но сопровождающихся повышенным газовыделением.

Внезапный выброс – газодинамическое явление, возникающее вследствие быстрого изменения напряжённого состояния краевой части газоносного пласта вблизи горной выработки, как правило, при вскрытии пласта (пропластка), из груди подготовительного или очистного забоя. Различают внезапные выбросы угля и газа, породы и газа.

Для внезапных выбросов характерны быстро протекающие процессы разрушения угольного пласта с отбросом или обрушением угля (породы) в выработку при повышенном газовыделении. Среди: мероприятий, обеспечивающих эффективную и безопасную разработку угольных пластов, склонных к внезапным выбросам угля и газа, важнейшими являются прогноз выбросоопасности угольных пластов и контроль за состоянием массива после применения мер по предотвращению внезапных выбросов.

Основная задача прогноза заключается в установлении количественной связи степени опасности ведения горных работ с природными и горнотехнологическими факторами и в разработке предложений и рекомендаций, обеспечивающих эффективное и безопасное вскрытие и эксплуатацию месторождения.

Прогноз выбросоопасности угольных пластов производят при геологоразведочных работах, вскрытии пластов стволами и выработками, ведении подготовительных и очистных работ.

Различают региональный, локальный и текущий виды прогноза.

Региональный прогноз проводят по геологоразведочным данным с целью установления вероятной выбросоопасности угольного пласта. Он охватывает угольные бассейны, месторождения и свиты пластов. Результаты этого вида прогноза используют на стадии проектирования при выборе систем разработки и порядка отработки угольных пластов, способов проведения горных выработок, противовыбросных мероприятий.

Локальный прогноз дает возможность определить степень выбросоопасности угольных пластов в пределах разрабатываемого горизонта в процессе проведения выработок, при подготовке и разработке угольных пластов. Он позволяет обосновать опасные и неопасные участки или зоны на рабочем горизонте. На основе локального прогноза выбирают способы предотвращения внезапных выбросов в пределах шахтного поля или добычного участка.

Область действия локального прогноза при сплошных системах разработки определяют расстояниями, на которых проявляется изменение признаков взрывоопасности. При столбовых системах разработки прогноз может вестись заблаговременно путем обследования подготовительных выработок.

Текущий прогноз выбросоопасности является краткосрочным и заключается в проведении непрерывных наблюдений за предупредительными признаками внезапных выбросов в забоях очистных и подготовительных выработок в процессе ведения горных работ. Основная цель прогноза — сигнализация о приближающемся внезапном выбросе за время, достаточное для его ликвидации или вывода людей из забоя в безопасное место.

Необходимость использования локального и текущего прогнозов на угольных шахтах определяется их категорией по степени опасности (табл.4.1).

Таблица 4.1

Виды прогноза выбросоопасности на угольных шахтах

Категория шахты по степени опасности	Область проведения мероприятий по борьбе с явлениями	Основной вид прогноза
I – наиболее опасная по внезапным выбросам	На всем простирании шахтного поля	Систематический текущий прогноз. Локальный прогноз проводится как контрольный через (1…2) мес.
II – с возможным проявлением внезапных выбросов на определенных участках	В опасных зонах и нарушениях	Систематический локальный прогноз. Текущий прогноз проводится параллельно с локальным
III – опасная в случае шахт I и II категорий	В предполагаемых опасных зонах	Систематический локальный прогноз

Горный удар – хрупкое разрушение предельно напряжённой части пласта породы (угля), прилегающей к горной выработке, возникающее в условиях, когда

скорость изменения напряжённого состояния в этой части превышает предельную скорость релаксации напряжений в ней (вследствие пластических деформаций).

При разработке месторождений полезных ископаемых горные удары возникают в следующих условиях:

1) породы обладают высокими значениями упругих свойств (для накопления потенциальной энергии упругого деформирования);
2) породы характеризуются способностью к хрупкому разрушению;
3) нагрузкой, и/или имея свободную поверхность, могут подвергаться нагрузкам, превышающим прочность на сжатие.

В связи с этим прогноз горных ударов производят на основе изучения физических свойств и состояния горных пород ,как на стадии геологоразведочных работ, так и в процессе эксплуатации месторождения.

Различают региональный и локальный виды прогноза горных ударов.

При этом устанавливают:

1) потенциальную удароопасность горных пород;
2) проводят оценку геологических и горнотехнических факторов, способствующих развитию горных ударов.

Локальный прогноз выявляет:

1) степень опасности массива по горным ударам в процессе ведения горных работ;
2) определяются характер проявлений горных ударов и их место возможных возникновений;
3) эффективность мероприятий по их предупреждению.

На стадии регионального прогноза торных ударов изучают тектонику месторождений. Признаками удароопасности месторождения являются значительная неравномерность распределения напряжений в ненарушенном массиве пород и залежи полезного ископаемого, показатели геологической нарушенности массива – направленность и интенсивность трещин. Участки с системой поперечных трещин (по отношению к линии простирания рудного тела или пласта) при относительно небольшой их густоте, отнесенной к общему числу трещин, считаются опасными.

Выявление потенциально опасных по горным ударам участков массива производят также путем сравнения условий на изучаемых участках е условиями на тех участках, где происходили или происходят динамические явления и процессы. В связи с этим в комплексе методов регионального прогноза используют сейсмический метод.

Для прогноза о сейсмической активности шахтного поля сбор информации включает следующие данные:

1) об изменениях энергетики горных ударов;
2) аномальных изменениях скоростей продольных и поперечных волн

и их отношениях, по которым строят графики и карты сейсмической активности.

Координаты сейсмических событий определяют по кинематическим характеристикам продольных и поперечных упругих волн, регистрируемых одновременно в разных пунктах.

Начальный этап локального прогноза степени удароопасности массива на участках ведения горных работ включает визуальные наблюдения за структурой массива, скоростью оседания кровли и степенью ее растрескивания, состоянием крепи и целиков, размерами кусков породы при обрушении, качеством выполнения взрывных работ. Наличие поперечных систем трещин при определенном угле встречи их с обнажением (0-30; 60-90°), направлении падения и интенсивности развития является признаком удароопасности.

Локальный активный прогноз степени удароопасности участков массива горных пород на рудных и угольных месторождениях основан на:

1) оценке напряженного состояния массива;

2) величины концентрации напряжений и места их расположения относительно выработки.

По степени удароопасности участки массива разделяют на три категории:

I – участки, опасные но проявлению горных ударов и микроударов;

II–участки, опасные по проявлению интенсивного заколообразования и «стреляния» горных пород;

III – участки, не представляющие непосредственной опасности.

На результатах исследований динамических процессов (взрыва или удара) в массиве горных пород основывается оценка и прогноз разрушаемости и дробимости горных пород под действием интенсивных нагрузок импульсного характера, т.е. при взрывных работах, выбросах, внезапных обрушениях, применении машин и механизмов ударного действия при ведении горных работ.

Под ударным процессом понимают однократное воздействие внешнего тела на рассматриваемый объект, в результате чего выделяется значительная энергия в малом объеме. При этом полагают, что наименьший период собственных колебаний или постоянная времени объекта соизмеримы с длительностью ударного воздействия или больше него. Под воздействием удара образуется волна сжатия с постепенно нарастающим давлением. Для взрывных процессов характерен скачок давления и других физических параметров на фронте волны. К ударному процессу относятся и непериодические процессы импульсного характера, когда к моменту возникновения очередного импульса система, на которую действует удар, возвращается в практически невозмущенное состояние.

Ударные и взрывные процессы в массиве характеризуются параметрами:

1) процессом воздействия;
2) механическим движением горных пород в зоне воздействия и их показателями;
3) эффектом воздействия (в первую очередь, характером нарушения сплошности горных пород).

Параметры, определяющие механическое движение массива в зоне воздействия измеряются с помощью:

1) сейсмических и тензометрических приборов;
2) визуальной или оптической оценки (эффект взрывного и ударного разрушения горных пород);
3) реперных устройств;

4) использования каротажных методов;
5) прозвучивания определенных объемов массива.

При исследовании взрывного или ударного процесса определяют:

1) абсолютные и относительные значения нормальных составляющих напряжений;
2) относительных деформаций;
3) скоростей относительных деформаций;
4) компонентов скоростей перемещения.

Для измерения относительных деформаций применяются деформографы (рис. 4.24).

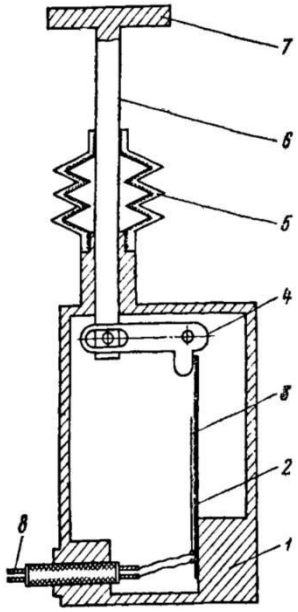


Рис. 4.24. Схема деформографа: 1 – корпус; 2 – пружина;
3 – компенсационный тензодатчик; 4 – рычаг; 5 – манжета; 6 – шток;
7 – головка датчика; 8 – вводные концы тензометров сопротивления

Корпус 1 тензометрического деформографа является одним из подвижных элементов прибора, внутри которого закреплена плоская стальная пружина 2 с активным тензодатчиком 8, рычаг 4 и компенсационный тензодатчик 3. В торце корпуса имеется цилиндрическое отверстие, через которое проходит шток 6. Отверстие герметизировано манжетом 5 из мягкой гофрированной резины. На штоке жестко укреплена головка 7 датчика, являющаяся другим подвижным элементом прибора. Шток 6 связан с рычагом 4 посредством шарнира. Вводные концы 8 тензометров сопротивления подключены к усилителю. Оба подвижных элемента повторяют движения. Деформографы рассчитаны на возможность регистрировать относительные деформации в диапазоне (10^{-2}…10^{-4}).

Процесс разрушения горных пород при взрыве или ударе относится к типу быстро протекающих процессов, основной особенностью которых является неустановившееся динамическое распространение трещин в среде. Для изучения

этого процесса используют регистрацию поверхностных и внутренних проявлений развития трещин.

Для регистрации трещинообразования или единичной трещины на поверхности горных пород используют высокоскоростные видеосъемку и фотографию. В целях изучения развития трещин внутри объема горной породы применяют физические методы.

При использовании фотографических изображений измеряются размеры объекта и величины перемещений. Кроме того, появляется возможность регистрировать изображения с чрезвычайно короткими выдержками, обеспечивающими съемки отдельных фаз быстротечных явлений. Наибольший интерес представляет возможность обратного изменения масштаба времени, т. е. замедленного представления на экране быстрых, кратковременно протекающих процессов, а также возможность получения количественных характеристик зарегистрированного на пленке движения путем покадрового анализа.

Различают следующие типы скоростных съемок:

1) с прерывистым движением пленки, которое обеспечивается при применении скачкового грейферного механизма (частота съемки до (250…300) кадров в секунду;
2) с непрерывным движением пленки и с оптической компенсацией (частота съемки до (12…15) тысяч кадров в секунду;
3) многообъективные съемочные камеры (частота съемки – до десятков миллионов кадров в секунду);
4) скоростные фоторегистраторы, в которых происходит непрерывное относительное перемещение оптического изображения и фотографического слоя, в результате чего получается развернутое изображение. Скорость развертки в таких камерах достигает 4000 м/с.

Применение скоростной фотографии имеет ряд ограничений: регистрация микропроцесса распространения вершины и берегов трещины (около (0,01…0,02) мм требует дополнительного увеличения, полировки поверхности исследуемого материала, применения специальных методов обработки результатов для выделения исследуемого процесса на фоне межкристаллических включений и естественной микротрещиноватости.

Для определения скорости развития и длины трещины, возникающей при взрыве или ударе, большое распространение получила методика исследования с нанесением на поверхность материала специальных токопроводящих слоев в виде линий или колец.

В качестве токопроводящих слоев используют тонкую константановую проволоку или фольгу, напыляемые слои или слои, схватываемые с материалом за счет клеевой основы. В этом случае на поверхность исследуемой горной породы наносят проводящие кольца. После взрыва или удара по горной породе момент разрыва кольца трещиной вызывает изменение потенциала на пластинах осциллографа. Это приводит к отклонению луча на экране, а, следовательно, и к фиксации времени разрыва кольца. Скорость развития трещин определяют по известному расстоянию между соседними кольцами и времени их разрыва.

Кинетику разрушения можно изучать также с помощью вихревых токов или акустических методов с использованием поверхностных, поперечных и продольных волн, как в пассивном, так и в активных вариантах.

4.2. Шахтные исследования деформирования в системе «рама-анкер»

Инструментальные наблюдения за процессами деформирования вмещающих выработки пород проводили с помощью контурных и глубинных замерных станций (несколько замерных сечений на участке выработки длиной (2…3) м. Контурный репер представлял собой металлический стержень диаметром (10…15) мм и длиной до 0,5 м, закрепляемый в шпуре путем расклинивания деревянной пробки, в которую затем забивался репер. Схема расположения контурных реперов в замерном сечении показана на рис. 4.25.

Перемещения пород в глубине массива определяли с помощью глубинных реперов, устанавливаемых в скважинах, пробуренных на глубину до 10 м от контура выработки (рис. 4.26). Глубинный репер представляет собой отрезок металлической трубы цилиндрической или конической формы, который расклинивается в шпуре. Установка глубинного репера на необходимом расстоянии от контура выработки осуществляется с помощью установочной трубы. Относительные перемещения между соседними реперами определяли как разность расстояний между концами металлических тяг, соединенных с соответствующими реперами. Абсолютные перемещения глубинных реперов – относительно условно выбранной неподвижной точки (точка пересечения отвеса, подвешенного к контурному реперу в кровле и нити, натянутой между боковыми контурными реперами или место заложения наиболее удаленного от контура глубинного репера.

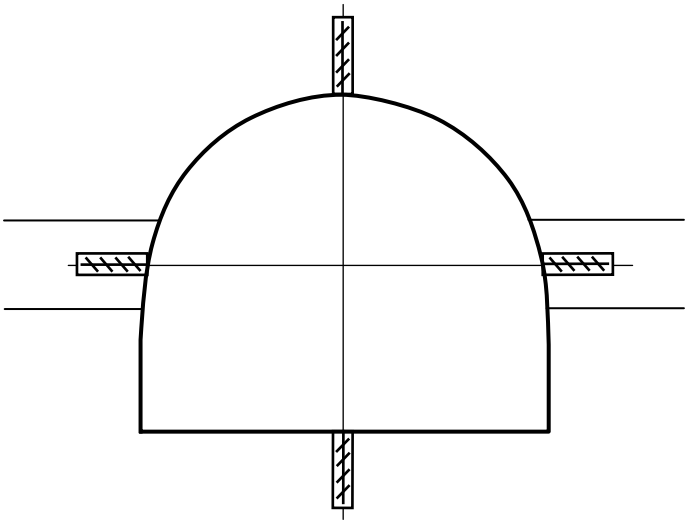


Рис. 4.25. Схема расположения реперов на контурной замерной станции
Глубинные реперы устанавливают с интервалом (0,3…1,0) м.

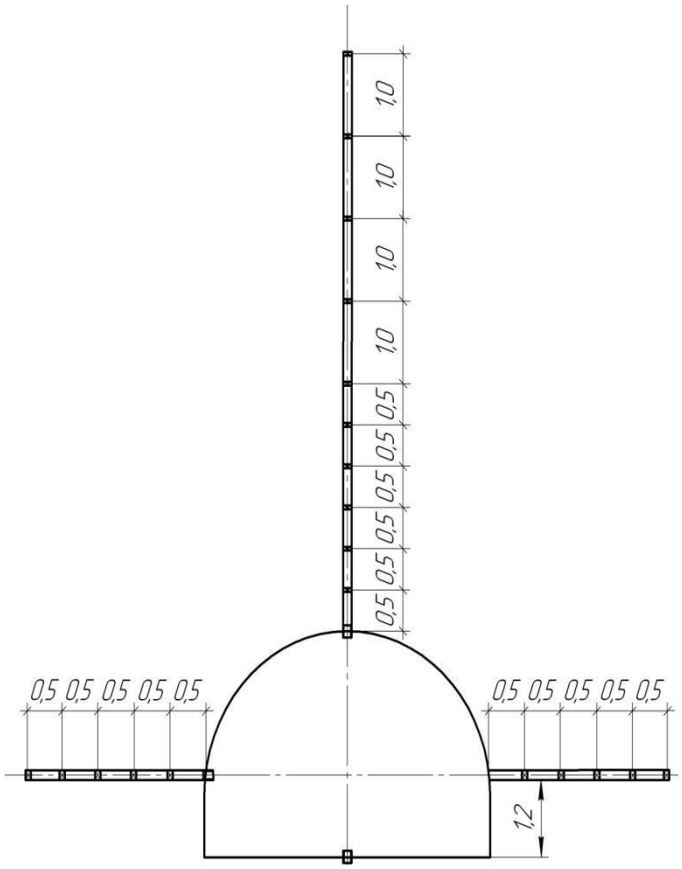


Рис.4.26. Схема замерной станции

Перемещения реперов измеряли рулеткой, обеспечивающей точность замеров до 0,1 мм. Частота измерений зависит от интенсивности проявления горного давления и составляет: в первые 2 месяца – один раз в неделю, в дальнейшем интервал между замерами можно увеличить до одного раза в месяц. Результаты измерений заносили в журнал, затем полученные замеры усредняли. Далее полученные результаты обрабатывали в виде графиков перемещений реперов и

$$k_{ср} = 1 + \frac{U_1 - U_2}{b},$$

где b – расстояние между соседними реперами, мм.

Согласно исследованиям, проведенным в МГИ под руководством И.Л. Черняка, предельные относительные деформации для глинистого сланца составляют 3×10^{-2} (k_p=1,030), а для песчаного сланца 2×10^{-2} (k_p=1,020).

Для проведения шахтных инструментальных наблюдений при выборе участков выработок учтены следующие требования: исследуемый участок должен быть закреплен согласно утвержденному паспорту крепления, участок не должен находиться в зоне влияния геологических нарушений и не должен быть деформирован. Протяженность экспериментального участка не должна быть меньшей 30 м. В местах установки замерных станций участки выработок должны

иметь постоянные параметры крепления на протяжении не мене трех диаметров выработки.

Шахтные исследования влияния последующего усиления рамной крепи анкерами, направленных на установление особенностей и закономерностей механизма деформирования массива, вмещающего выработки с комбинированной рамно-анкерной крепью, проводили в 2 подготовительных выработках шахты «Добропольская»:

– в конвейерном штреке 5-й северной лавы пласта m_4^0;

– в конвейерном штреке 5-й южной лавы пласта m_4^0.

В конвейерных штреках 5-й северной и 5-й южной лав пл. m_4^0 для проведения наблюдений были заложены комплексные замерные станции, оборудованные контурными и глубинными реперами (всего в двух выработках было установлено 9 комплексных замерных станций). Кроме того, были проанализированы результаты шахтных наблюдений, выполненных на глубинных замерных станциях в выработках ОАО «шахта им. А.Ф. Засядько» инженерами технической службы шахты А.А. Цикра, Ю.С. Опрышко, а именно: в конвейерном штреке 2-й западной лавы пласта ℓ_4, в 17 западном конвейерном штреке пласта m_3, в коренном западном штреке пласта k_7^5 гор. 1078 м.

В конв. штр. 5-й сев. лавы пл. m_4^0 и в конв. штр. 5-й сев. лавы пл. m_4^0 для проведения наблюдений были заложены комплексные замерные станции, установленные в местах, где усиление рамной крепи анкерами производилось с различным разрывом во времени между выемкой породы и последующим анкерованием. Выкопировка из плана горных работ показана на рис. 4.27.

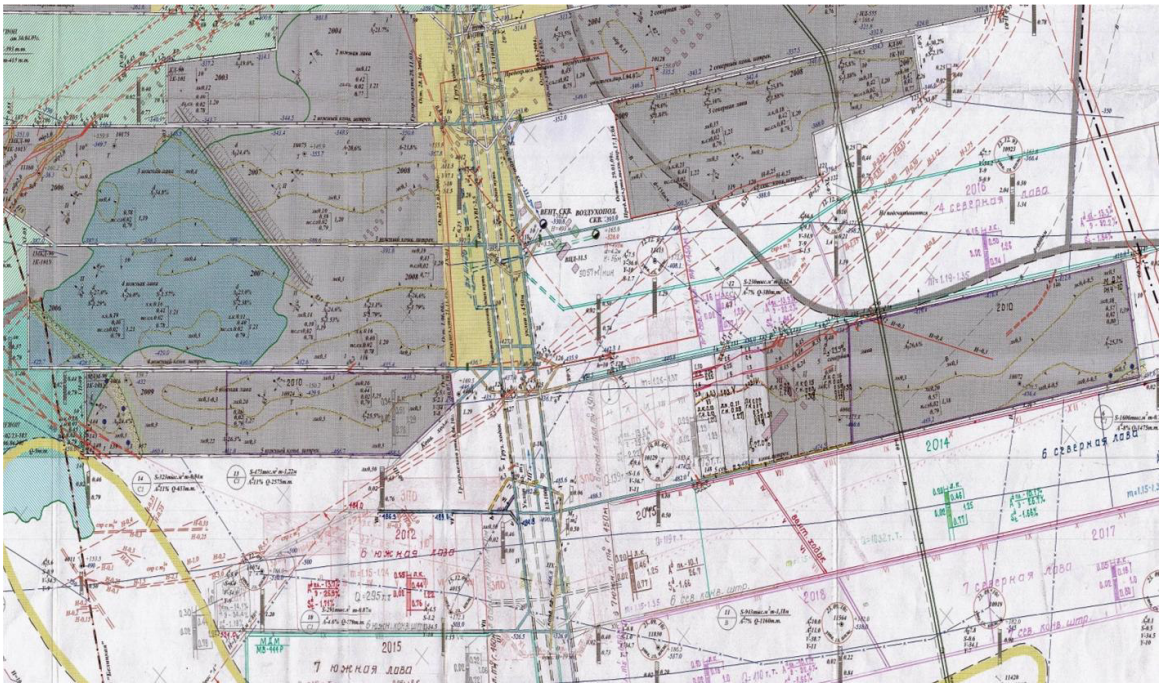


Рис. 4.27. Выкопировка из плана горных выработок по пл. m_4^0

Выработки проводили по пласту с двухсторонней подрывкой пород прочностью на сжатие от 15 до 45 МПа, максимальная высота нижней подрывки – 1,7 м. Средняя мощность пласта – 1,2 м. Угол залегания – 10°. Глубина заложения выработок 700 м. Сечение – арочное. Высота в проходке – 3,44 м, ширина – 5,12 м. Выработки проводилась комбайном 1П110. Средняя скорость проведения – 110 м/мес. Проектная длина – 1275 м. Часть выработки (первые 5 пикетов) была закреплена металлической рамной податливой крепью с плотностью установки 2,0 рамы/м. Остальная часть выработок была закреплена комбинированной рамно-анкерной крепью. Анкера устанавливались в кровлю выработки между рамами, под металлическую полосу длиной 3,2 м. В полосе, по шаблону, в соответствии с расстоянием между анкерами были сделаны отверстия, через которые забуривались анкерные штанги. При помощи опорных плит полоса прижималась к породам кровли. Расстояние между рядами анкеров по длине выработки составляло 0,8 м, а в ряду – 1,0 м. Устанавливалось четыре анкера в кровлю. Расстояние от крайнего анкера в кровле до стенки выработки – 0,9 м. Длина анкерных штанг, устанавливаемых между рамами крепи в кровлю, составляла 2,4 м. В качестве затяжки применялись деревянные распилы, которыми всплошную затягивали кровлю и бока выработки.

Усиливающая анкерная крепь в месте заложения комплексных замерных станций устанавливалась с различным отставанием (разрывом во времени) от забоя:

а) в конв. штр. 5-й сев. лавы пл. m_4^0 – 0 м (0 сут), 1 м (6 часов), 2 м (12 часов), 5 м (27 часов) и 8 м (43 часа);

б) в конв. штр. 5-й юж. лавы пл. m_4^0 – 0 м (0 сут), 3 м (16 часов), 5 м (27 часов) и 10 м (54 часа).

Также, для сравнения, замерные станции устанавливались на участках выработок, закрепленных только рамной крепью.

Станции устанавливались в забоях выработок и состояли из двух замерных сечений, каждое из которых представляло собой:

– вертикальную скважину длиной 7 м, в которую устанавливали 11 глубинных реперов на расстоянии 0,5 м; 1,0 м; 1,5 м; 2,0 м; 2,5 м; 3,0 м; 3,5 м; 4,0 м; 5,0 м; 6,0 м и 7,0 м от контура;

– две горизонтальные скважины длиной 2,5 м, в которые устанавливали 4 глубинных репера с шагом 0,5 м;

– контурный репер в почве выработки.

Для удобства анализа развития ЗРП вокруг выработки был построен график изменения ее размера во времени на контрольной замерной станции (рис. 4.28). Видно, что к моменту возведения усиливающей анкерной крепи с разрывом во времени между выемкой породы и последующим анкерованием, равным, соответственно, 0; 6; 12; 16; 27; 43 и 54 часа вокруг выработки образовалась ЗРП с размером, соответственно, 0 м; 0,12 м; 0,28 м; 0,31 м; 0,44 м; 1,1 м и 1,3 м.

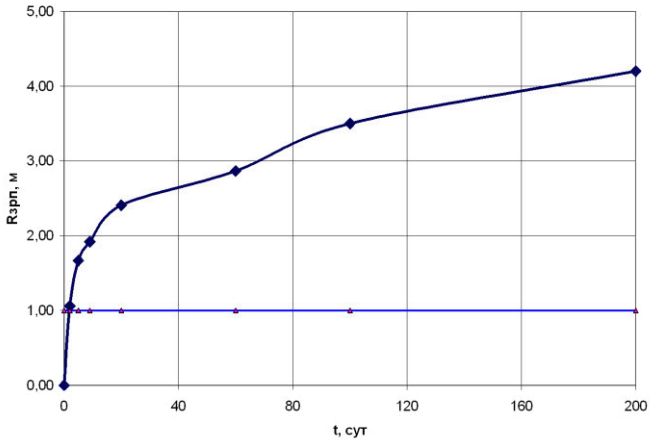


Рис. 4.28. Зависимость изменения размера ЗРП во времени на контрольной замерной станции

На рис. 4.29-4.34 представлены графики перемещений глубинных реперов от расстояния до контура выработки, а также графики изменения k_p между соседними реперами от расстояния до контура в конв. штр. 5-й сев. лавы пл. m_4^0, соответственно, на 20, 60, 100, 200 и 300 сутки наблюдений.

Анализ результатов показывает, что на 20 сутки наблюдений на контрольной замерной станции и станциях с комбинированной крепью, где анкерную крепь возводили с разрывом во времени между выемкой породы и последующим анкерованием, равным 0; 6; 12; 27 и 43 часа, перемещения кровли составили соответственно 127, 89, 94, 97, 108 и 118 мм. Размер ЗРП, сформировавшейся вокруг выработки на этих участках равен , соответственно 0,9 м; 1,0 м; 0,9 м; 0,95м; 1,0м и 1,2м.

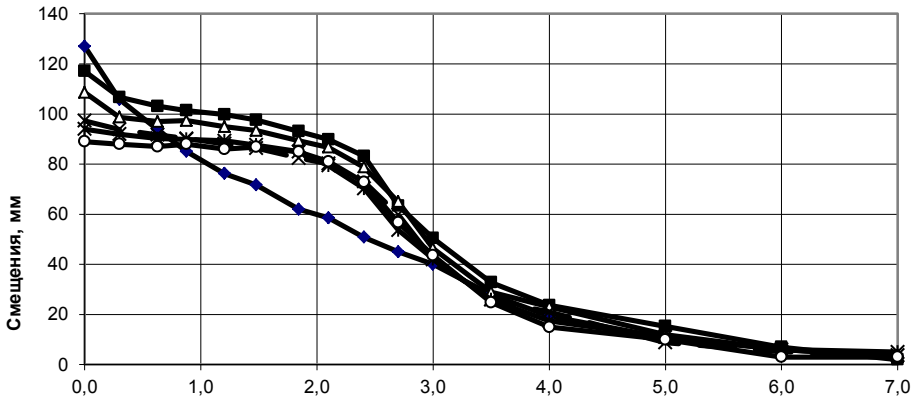
При этом, если на контрольном участке ЗРП образовывалась от контура выработки, то на участках с комбинированной крепью в глубине массива за пределами скрепленной анкерами оболочки: на удалении (2,2 …2,4) м от контура. Размер ЗНД в кровле, зафиксированный на всех станциях, превышал 7,0 м. Максимальное значение k_p на контрольной станции 1,071, а на остальных станциях не превышал 1,067. Скрепленный анкерами массив на всех станциях с комбинированной крепью не разрушился.

На 60 сутки наблюдений (рис. 4.29) на контрольной замерной станции и станциях, установленных на участках выработки комбинированной рамно-анкерной крепью, на которых анкерование производилось с различным разрывом во времени между выемкой породы, смещения кровли составили, соответственно, 243, 162, 165, 169, 192 и 215мм. Размер ЗРП, сформировавшейся вокруг выработки на этих участках составил, соответственно, 2,2 м; 1,7 м; 1,9 м; 2,1 м; 2,2 м и 2,3 м. При этом на контрольном участке ЗРП продолжала увеличиваться вглубь массива. На участках же с комбинированной крепью положение ЗРП не изменилось – ее развитие начиналось за пределами скрепленного анкерами участка.

Зафиксированный размер ЗНД в кровле на всех станциях остался неизменным. Максимальное значение k_p на контрольной станции 1,104, а на остальных станциях

не превышало 1,095. Отмечено, что на участке, где анкерная крепь устанавливалась разрывом во времени 43 часа, скрепленный анкерами массив был частично разрушен (участок 0…0,65 м). На остальных станциях скрепленный анкерами массив с комбинированной крепью не разрушился.

а)



б)

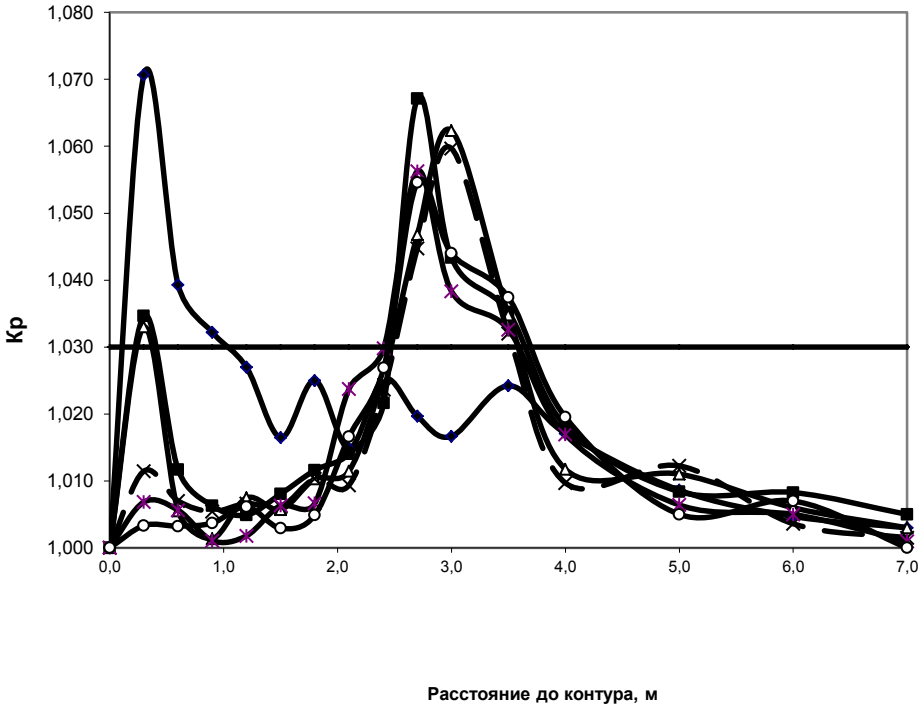
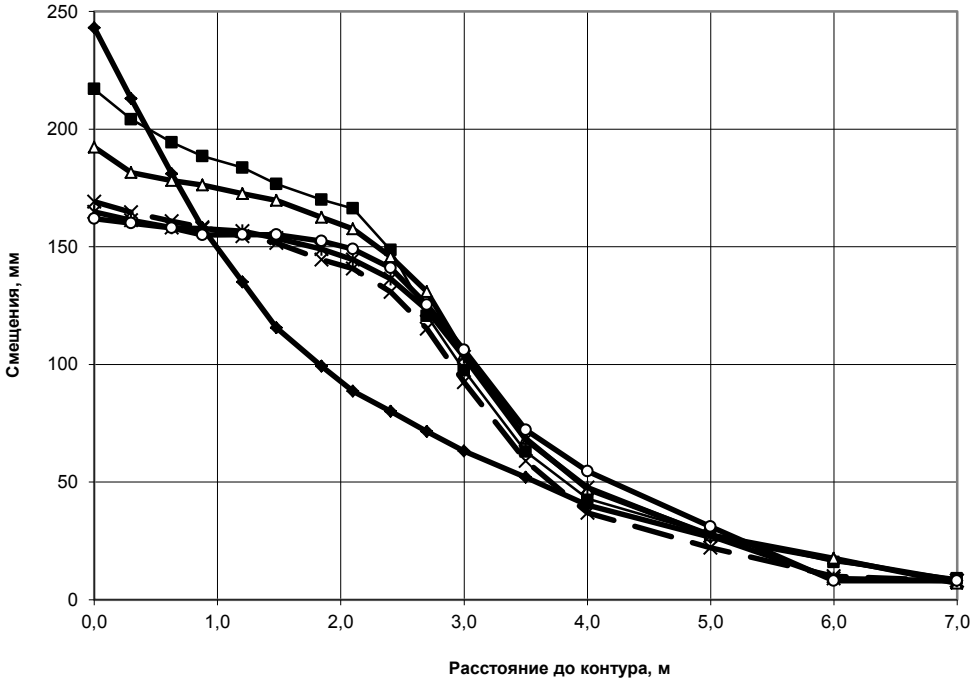


Рис. 4.29. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки (а) и изменения k_p на участках скважины между глубинными реперами (б) на 20-е сутки наблюдений: —◆— – рамы; —■— – 1,81 сут; —△— – 1,14 сут; -×- – 0,46 сут; —✳— – 0,23 сут; —○— – 0 сут; ___ – Граница.

а).



б)

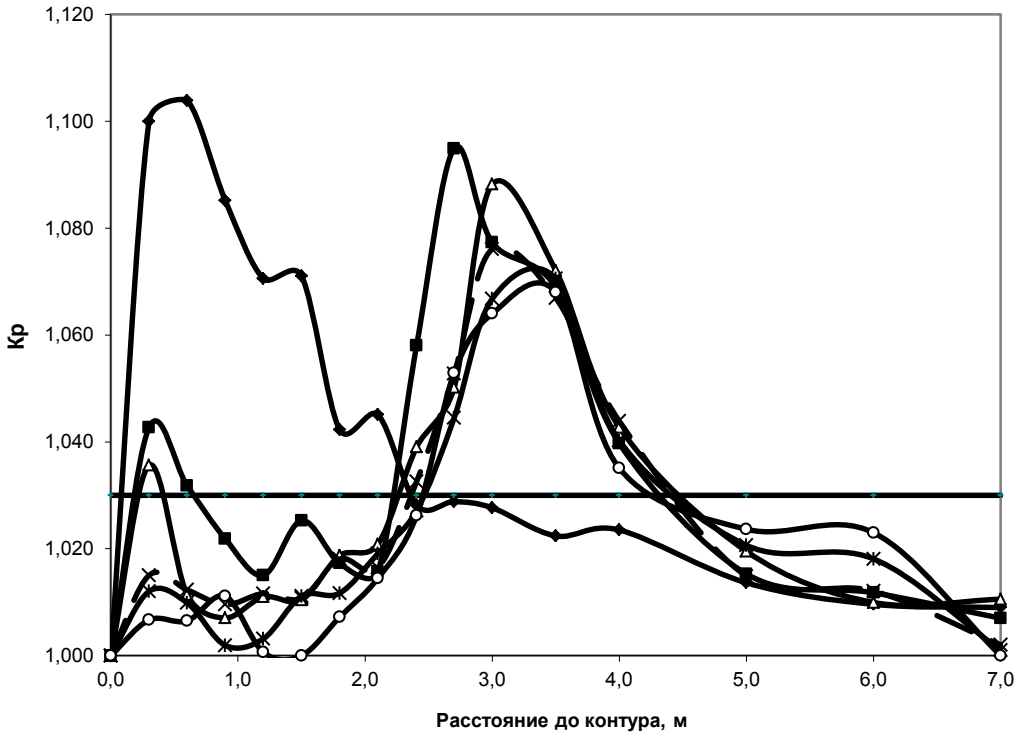
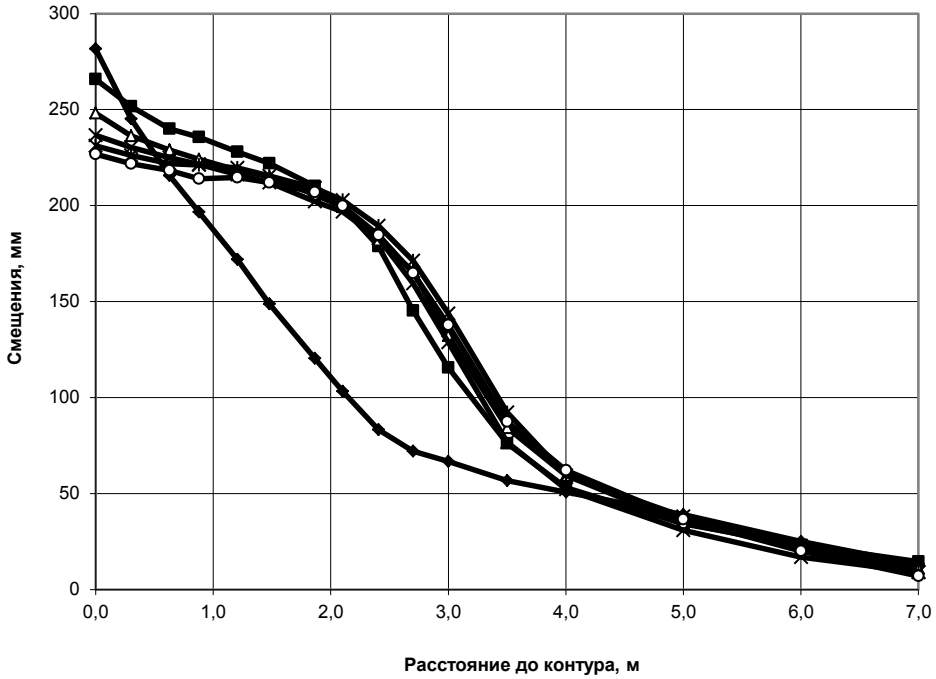
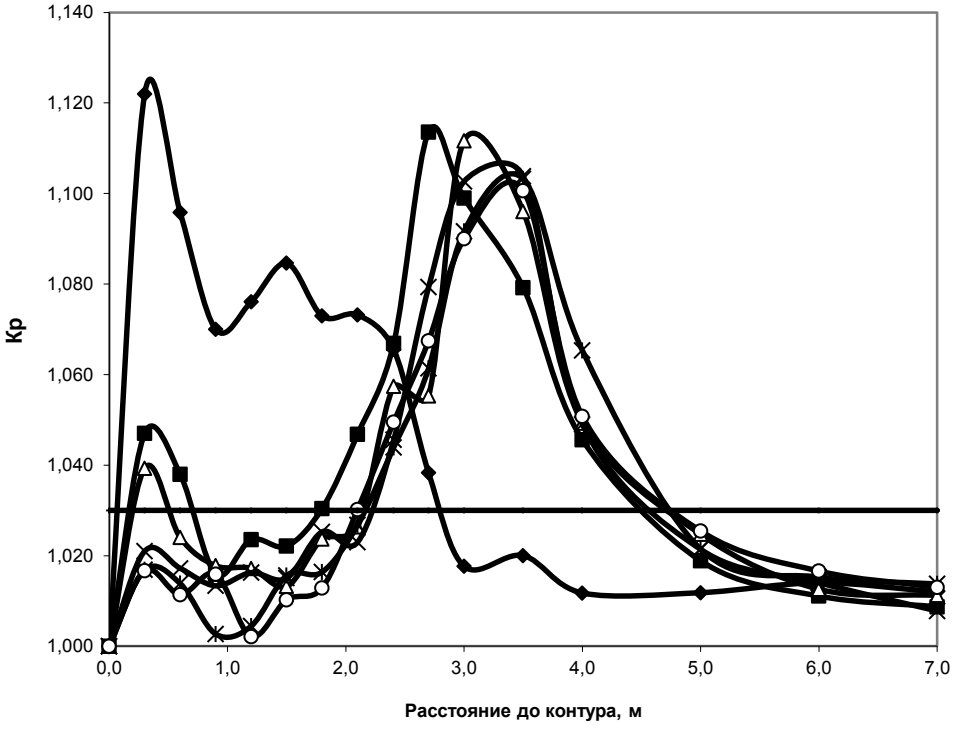


Рис. 4.30. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки (а) и изменения k_p на участках скважины между глубинными реперами (б) на 60-е сутки наблюдений: —◆— – рамы; —■— – 1,81 сут; —△— – 1,14 сут; -×- – 0,46 сут; —✳— – 0,23 сут; —○— – 0 сут; ___ – Граница.



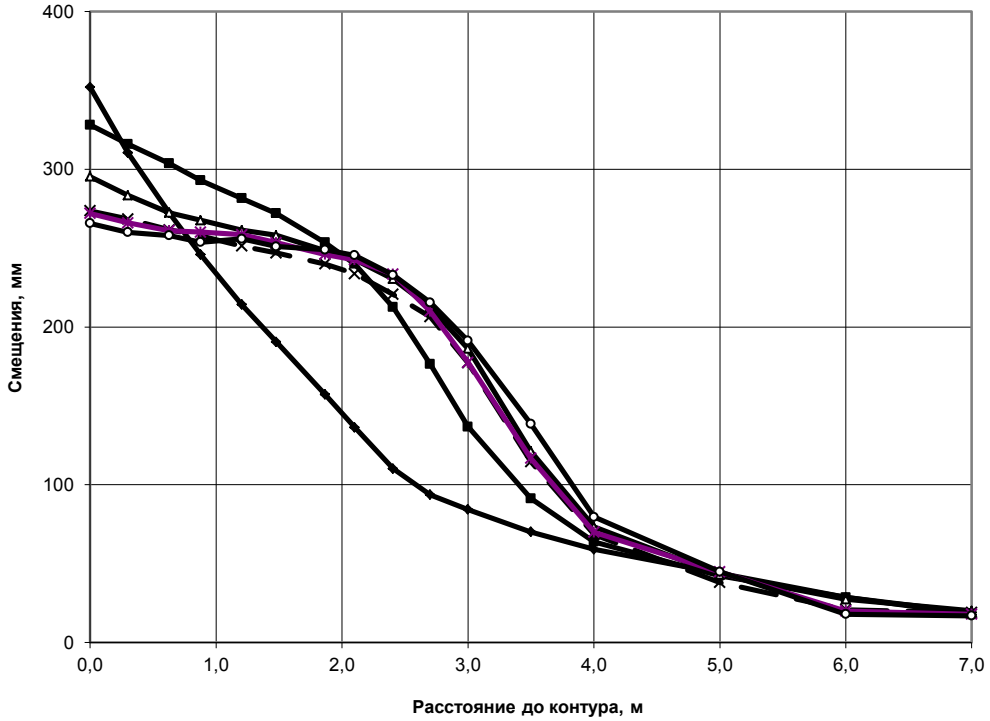
а)



б)

Рис. 4.31. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки (а) и изменения k_p на участках скважины между глубинными реперами (б) на 100-е сутки наблюдений: —◆— – рамы; —■— – 1,81 сут; —△— – 1,14 сут; -×- – 0,46 сут; —✳— – 0,23 сут; —○— – 0 сут; ___ – Граница.

а)



б)

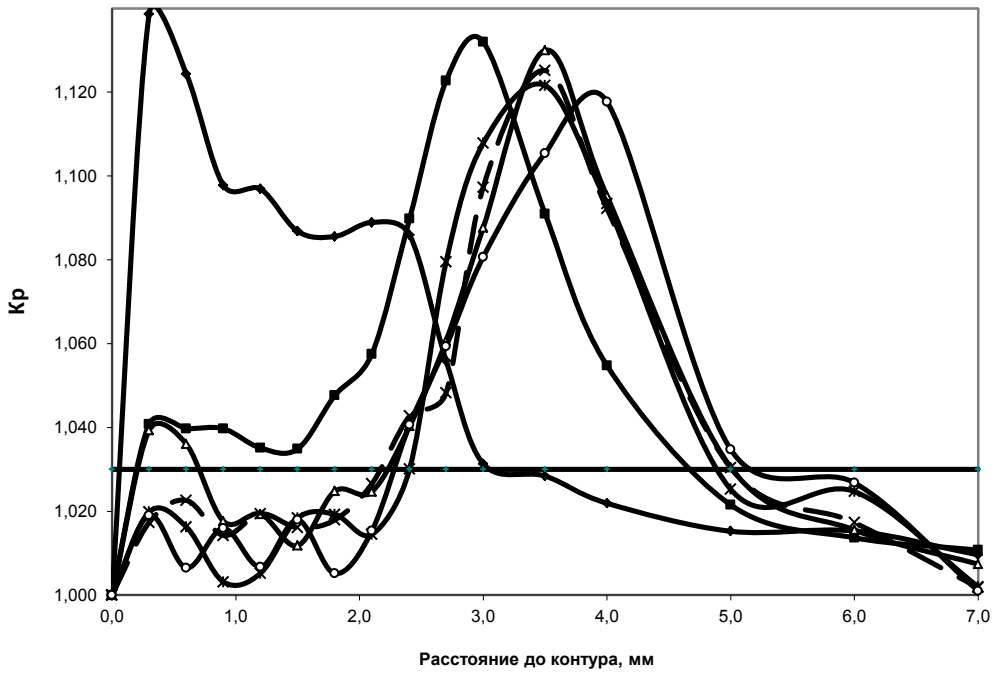
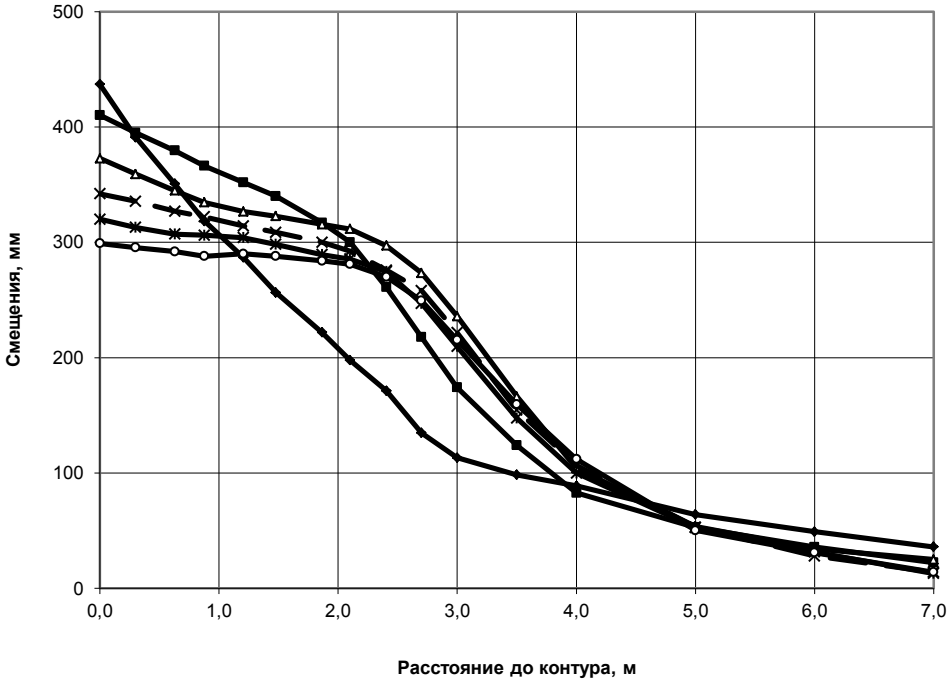


Рис. 4.32. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки (а) и изменения k_p на участках скважины между глубинными реперами (б) на 200-е сутки наблюдений: —◆— – рамы; —■— – 1,81 сут; —△— – 1,14 сут; -·×·- – 0,46 сут; —✳— – 0,23 сут; —○— – 0 сут; ___ – Граница.



а)

б)

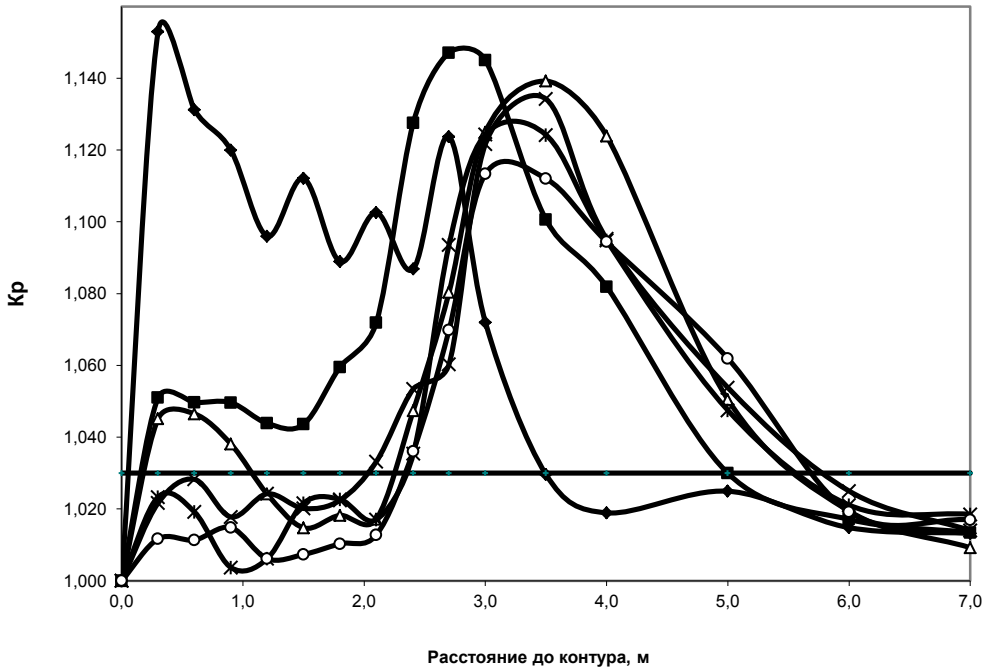


Рис. 4.33. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки (а) и изменения k_p на участках скважины между глубинными реперами (б) к моменту окончания наблюдений (на 300-е сутки): —◆— – рамы; —■— – 1,81 сут; —△— – 1,14 сут; -×- – 0,46 сут; —✳— – 0,23 сут; —○— – 0 сут; ___ – Граница.

На 100 сутки наблюдений (см. рис. 4.32) на контрольной замерной станции и станциях с комбинированной рамно-анкерной крепью, в которых анкера устанавливали с различным разрывом во времени между выемкой породы и последующим анкерованием перемещения кровли составили 282, 227, 231, 237, 243 и 266 мм соответственно. Размер ЗРП, сформировавшейся вокруг выработки на этих участках, составил, соответственно, 3,41 м; 2,6 м; 2,5м; 2,3 м; 2,6 м и 2,85 м.

При этом на контрольном участке ЗРП продолжала увеличиваться вглубь массива. На участках с комбинированной крепью разрушилась часть скрепленной анкерами оболочки (от внешней ее границы в сторону контура выработки – участок (1,8…2,2м). Размер ЗНД в кровле на всех станциях превышал 7,0 м. Максимальное значение k_p на контрольной станции составило 1,122, а на остальных станциях не превышало 1,114. При этом на участке, где анкерная крепь устанавливалась разрывом во времени 43 часа, отмечено продолжающееся увеличение приконтурного массива вглубь массива (участок 0…0,8 м). На остальных станциях скрепленный анкерами массив с комбинированной крепью не разрушился.

На 200 сутки наблюдений (см. рис. 3.77) перемещения кровли на комплексных замерных станциях составили, соответственно, 352, 266, 272, 274, 295 и 328 мм. Размер ЗРП, сформировавшейся вокруг выработки на этих участках составил, соответственно, 4,35 м; 3,0 м; 2,7 м; 2,8 м; 3,0 м и 4,6 м. Размер ЗНД в кровле на всех станциях остался неизменным.

Максимальное значение k_p на контрольной станции составил 1,139, а на остальных станциях не превышал 1,132. При этом замечены следующие особенности деформирования массива:

а) на участках, где анкерная крепь устанавливали с разрывом во времени 0; 0,23 и 0,46 суток, ЗРП образовывалась за пределами скрепленного анкерами участка (на удалении 2,0…2,2 м от контура). Скрепленный анкерами массив на этих станциях не разрушен;

б) на участке, где анкерная крепь устанавливалась с разрывом во времени 27 часов, скрепленный анкерами массив был частично разрушен (участок 0…0,7 м);

в) на участке где анкерная крепь устанавливалась с разрывом во времени 43 часа (отставание 8 м от забоя), скрепленный анкерами массив был полностью разрушен.

К моменту окончания наблюдений (см. рис. 4.33) на контрольной замерной станции и станциях, установленных на участках выработки с усиливающей анкерной крепью, возведенной с различным разрывом во времени между выемкой породы и последующим анкерованием, перемещения кровли составили соответственно 437, 299, 320, 342, 373 и 410 мм. Размер ЗРП, сформировавшейся вокруг выработки на этих участках составил соответственно 4,75 м; 3,5 м; 3,2 м; 3,9 м; 3,6 м и 5,0 м. Размер ЗНД в кровле, сформировавшейся вокруг выработки, зафиксированный на всех станциях, не изменился. Максимальное значение k_p на контрольной станции составил 1,153, а на остальных станциях не превышал 1,147.

При этом замечены следующие особенности деформирования массива:

а) на участках, где анкерная крепь устанавливали с разрывом во времени 0; 6 и 12 часов, ЗРП образовывалась за пределами скрепленного анкерами участка на

удалении (2,0…2,1) м от контура. Скрепленный анкерами массив на этих станциях не разрушился;

б) на участке, где анкерная крепь устанавливали с разрывом во времени 27 часов, скрепленный анкерами массив был частично разрушен (участок 0…1,1 м);

в) на участке где анкерная крепь устанавливали с разрывом во времени 43 часа, скрепленный анкерами массив был полностью разрушен.

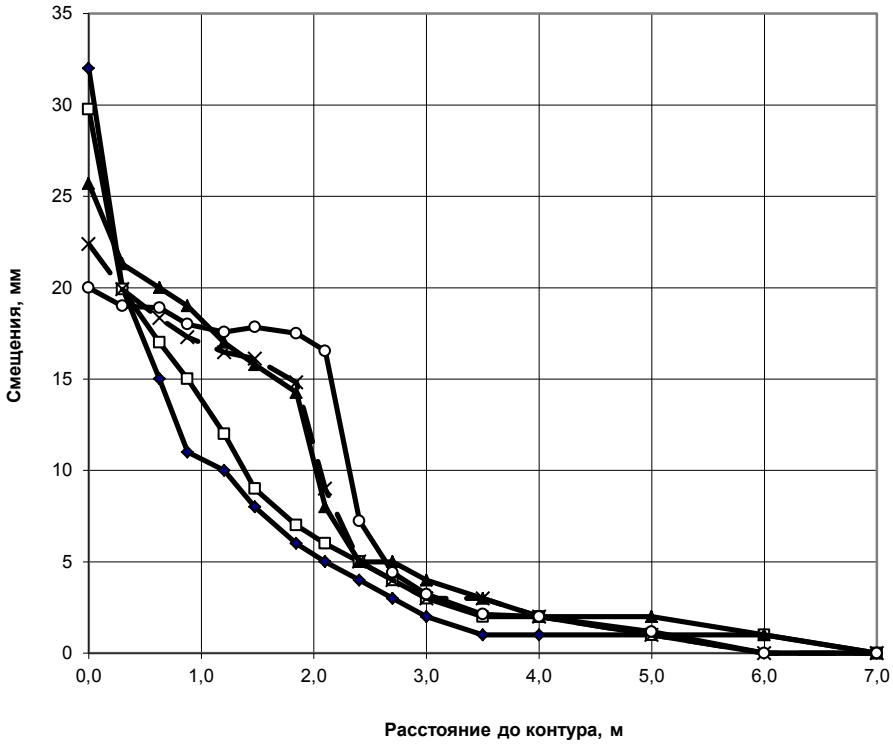
Анализ данных (см. рис. 4.34) показывает, что на 5 сутки наблюдений на контрольной замерной станции, а также на станциях с комбинированной рамно-анкерной крепью, в которых анкерование производили с разрывом во времени между выемкой породы и усилением рамной крепи анкерами, равным 0; 16; 27 и 54 часа, перемещения кровли составили соответственно 32, 20, 22, 26 и 28 мм. Размер ЗНД в кровле выработки на всех замерных станциях превышал 7,0 м. Размер ЗРП, сформировавшейся вокруг выработки на контрольной станции составил 0,7 м. При этом, ЗРП развивалась от контура вглубь массива. Максимальное значение k_p на контрольной станции составило 1,040. На участках с комбинированной крепью массив не разрушился (максимальное значение k_p не превышало 1,030).

На 20 сутки наблюдений (рис. 3.80) на контрольной замерной станции и станциях с комбинированной рамно-анкерной крепью, в которых анкера устанавливали с различным разрывом во времени между выемкой породы и последующим анкерованием, перемещения кровли выработки составили, соответственно, 116, 62, 71, 82 и 107 мм. Размер ЗНД остался неизменным. Размер ЗРП, сформировавшейся вокруг выработки, в пределах замерных станций составил, соответственно, 1,35 м; 0,45 м; 0,7 м; 0,85 м и 0,75 м. При этом отмечены следующие особенности деформирования вмещающего выработку массива:

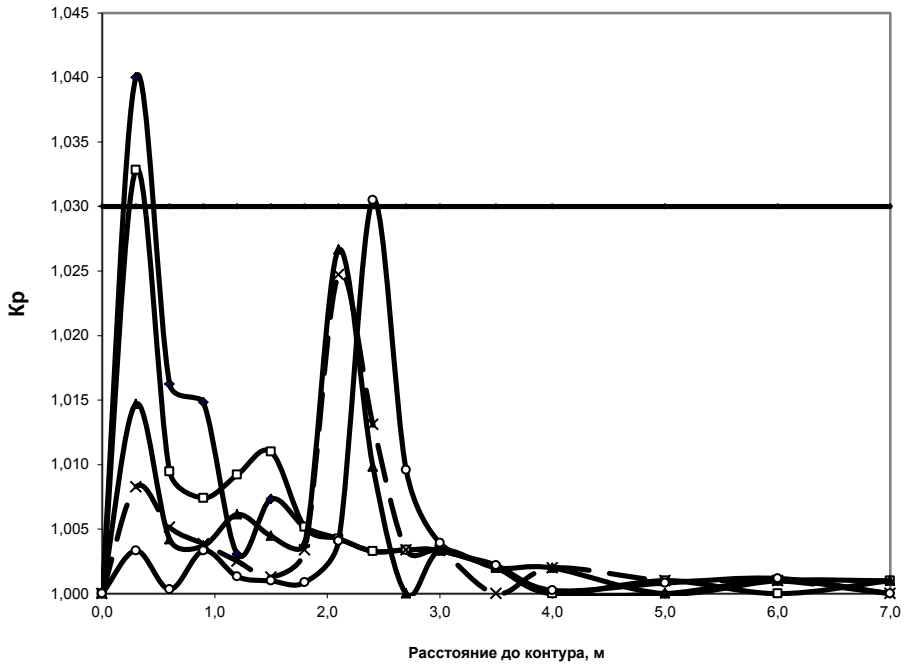
а) на контрольном участке наблюдался дальнейший рост ЗРП от контура вглубь массива (разрушился участок скважины 0-1,35 м). Максимальное значение k_p составило 1,065;

б) на участке, где анкерная крепь устанавливали сразу же после выемки породы, разрушился участок скважины(2,25…2,70) м. Максимальное значение k_p составило 1,046. Скрепленная же анкерами оболочка (участок скважины 0…2,2 м) не разрушилась (k_p на этом участке не превышал 1,03);

в) на замерной станции, установленной в месте, где анкерная крепь возводили с разрывом во времени 16 часов, наблюдалось частичное разрушение приконтурной части породного массива (разрушился участок скважины (0…0,4) м с максимальным значением k_p в его пределах, равным 1,032). При этом, основные разрушения происходили за пределами скрепленной анкерами оболочки (разрушился участок скважины (2,25…2,65) м с максимальным значением k_p=1,051);

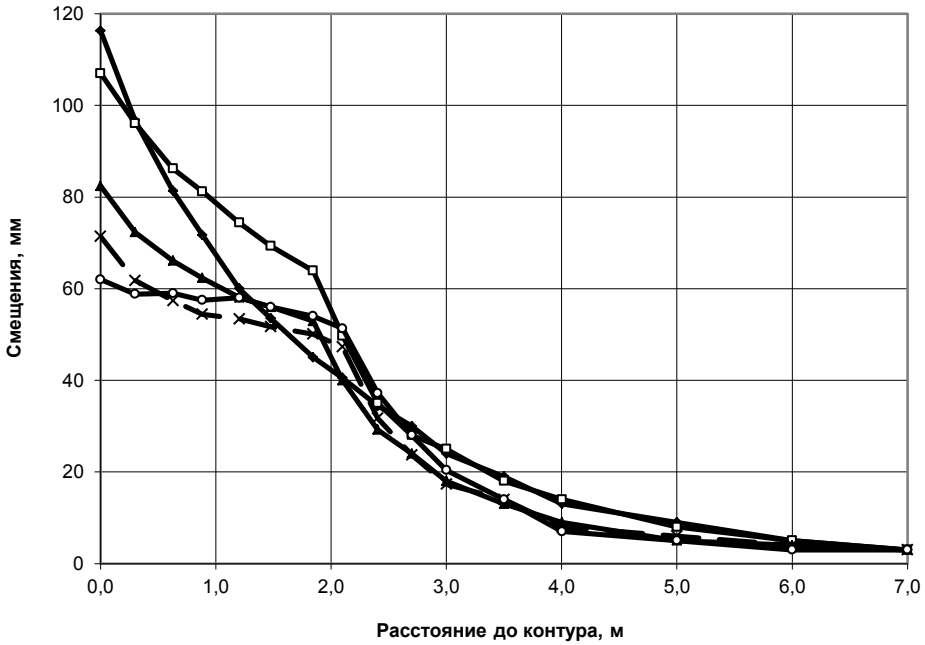


а)

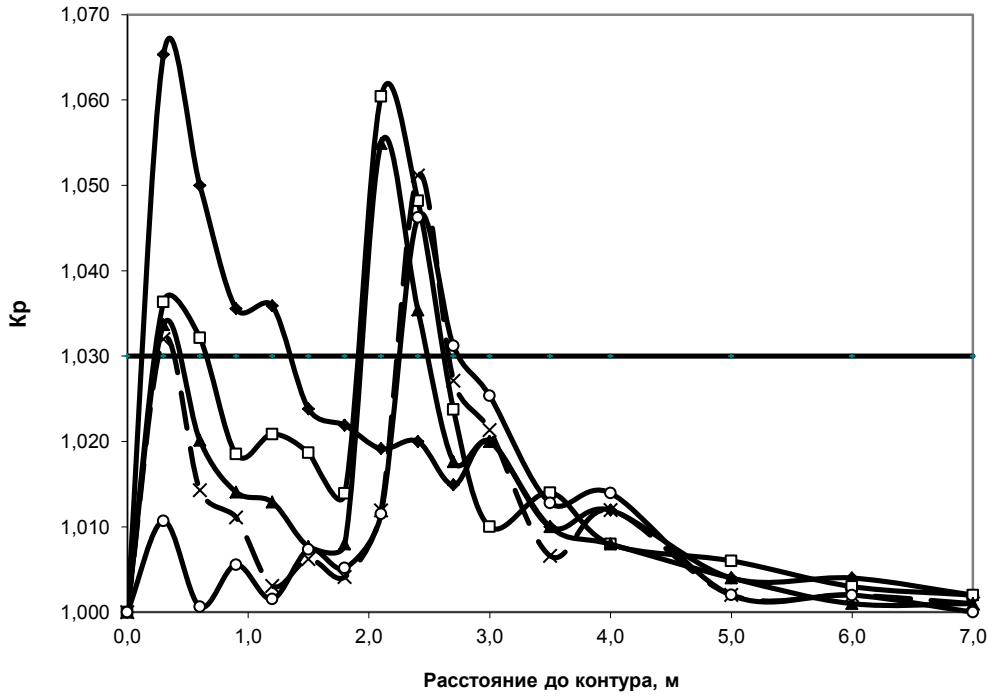


б)

Рис. 4.33. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки (а) и изменения k_p на участках скважины между глубинными реперами (б) на 5-е сутки наблюдений: —◆— – рамы; —□— – 2,27 сут; —▲— – 1,14 сут; -×- – 0,68 сут; —○— – 0 сут; ___ – Граница.



а)



б)

Рис. 4.34. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки (а) и изменения k_p на участках скважины между глубинными реперами (б) на 20-е сутки наблюдений: —◆— – рамы; —□— – 2,27 сут; —▲— – 1,14 сут; -×- – 0,68 сут; —○— – 0 сут; ___ – Граница.

г) Аналогичные результаты были получены в двух других замерных станциях (в которых разрыв во времени составлял, соответственно, 27 и 54 часа). Однако, следует отметить, что размер разрушившейся приконтурной части породного массива, а также степень нарушенности породного массива в этих станциях больше, разрушились участки скважины (0…0,45) м и (0…0,65) м при максимальных значениях k_p в их пределах 1,034 и 1,036 соответственно. Максимальное значение k_p за пределами укрепленной анкерами оболочки составило 1,055 и 1,060 соответственно. Кроме того, из графиков видно, что развитие ЗРП, сформировавшейся за пределами укрепленной анкерами оболочки, происходило как вглубь массива, так и в сторону контура выработки, разрушились участки скважины (1,9…2,5) м и (1,9…2,65) м соответственно.

На 50 сутки наблюдений (рис. 4.35) на контрольной замерной станции и станциях с комбинированной крепью, в которых анкера устанавливали с различным разрывом во времени между выемкой породы и последующим анкерованием, перемещения кровли выработки составили соответственно 179, 122, 131, 145 и 166 мм. Размер ЗНД на всех станциях превышал 7,0 м. Размер ЗРП, сформировавшейся вокруг выработки, в пределах замерных станций составил соответственно 2,65 м; 1,55 м; 1,3 м; 1,05 м и 1,1 м.

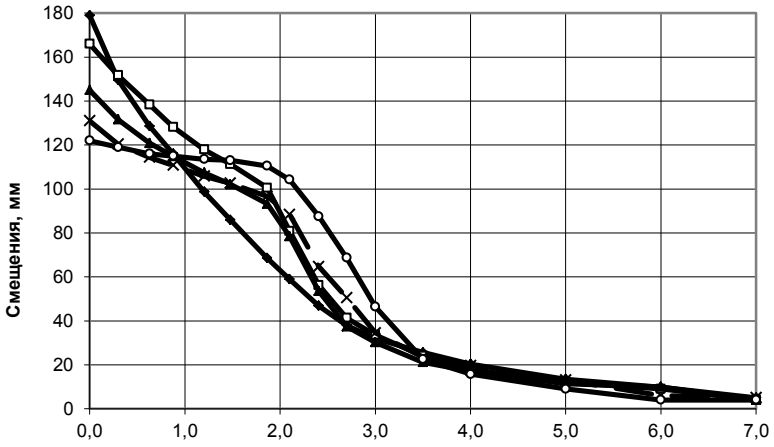
При этом отмечены следующие особенности деформирования вмещающего выработку массива:

а) на контрольном участке наблюдался дальнейший рост ЗРП от контура вглубь массива, разрушился участок скважины (0…2,65) м. Максимальное значение k_p составило 1,098;

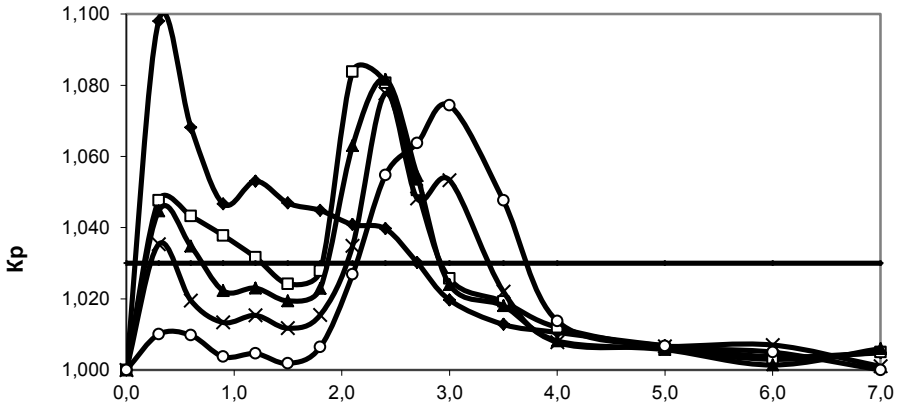
б) на участке, где анкерную крепь устанавливали сразу же после выемки породы, разрушился участок скважины (2,15…3,70) м. Максимальное значение k_p составило 1,074. Скрепленная же анкерами оболочка, участок скважины(0…2,15) м не разрушилась;

в) на замерной станции, установленной в месте, где анкерную крепь возводили с разрывом во времени 16 часов, наблюдалось частичное разрушение приконтурной части породного массива, разрушился участок скважины (0…0,5) м с максимальным значением k_p в его пределах, равным 1,035. При этом, основные разрушения происходили за пределами скрепленной анкерами оболочки, разрушился участок скважины (2,05…3,35) м с максимальным значением k_p=1,078;

г) Аналогичные результаты были получены в двух других замерных станциях, где разрыв во времени составлял 27 и 54 часа. Отмечено однако, что размер разрушившейся приконтурной части породного массива, а также степень его нарушенности в этих станциях больше, разрушились участки скважины (0…0,7) м и(0…1,25) м при максимальных значениях k_p в их пределах 1,045 и 1,048 соответственно. Максимальное значение k_p за пределами укрепленной анкерами оболочки составило 1,082 и 1,084 соответственно.



а)



б)

Рис. 4.35. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки (а) и изменения k_p на участках скважины между глубинными реперами (б) на 50-е сутки наблюдений: —◆— – рамы; —□— – 2,27 сут; —▲— – 1,14 сут; -×- – 0,68 сут; —○— – 0 сут; ___ – Граница.

.

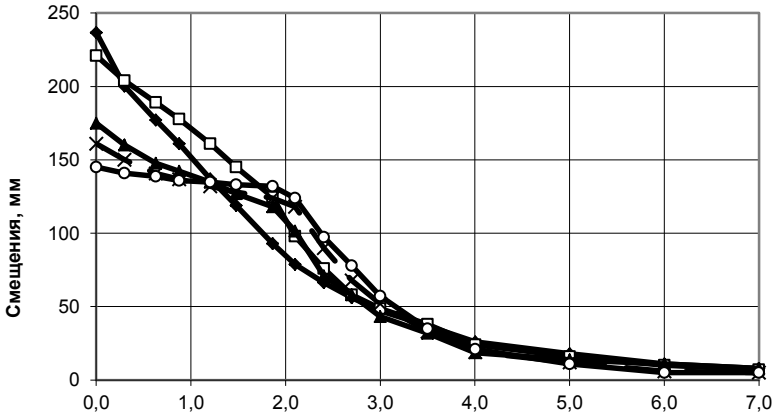
На 80 сутки наблюдений (рис. 4.36) на контрольной замерной станции и станциях с комбинированной крепью перемещения кровли выработки составили соответственно 237, 145, 161, 175 и 221 мм. Размер ЗНД на всех станциях превышал 7,0 м. Размер ЗРП, сформировавшейся вокруг выработки, в пределах замерных станций составил соответственно 2,9 м; 1,3 м; 1,7 м; 2,0 м и 3,9 м.

При этом отмечены следующие особенности деформирования вмещающего выработку массива:

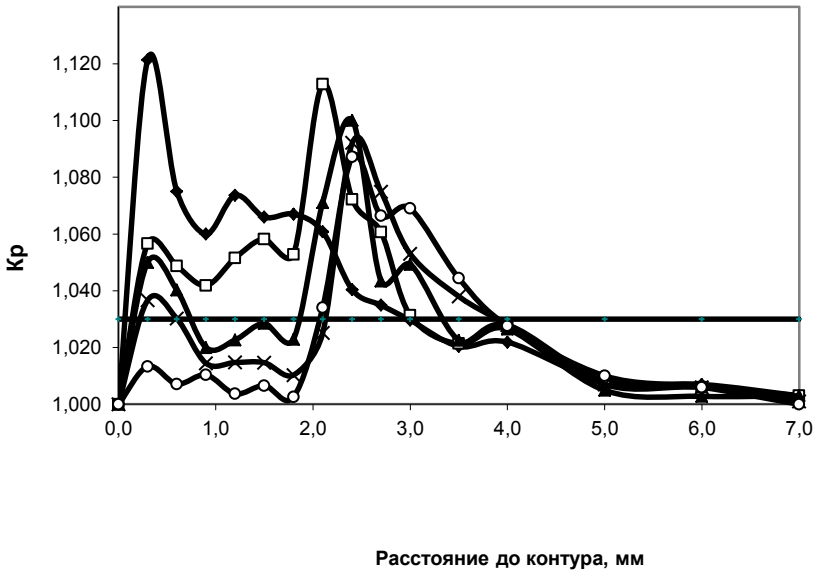
а) на контрольном участке наблюдался дальнейший рост ЗРП от контура вглубь массива (разрушился участок скважины 0…2,9 м). Максимальное значение k_p составило 1,121;

б) на участке, где анкерную крепь устанавливали сразу же после выемки породы, разрушился участок скважины (2,05…3,35) м. Максимальное значение k_p составило 1,087. Скрепленная же анкерами оболочка (участок скважины (0…2,05 м) не разрушилась;

г) на замерной станции, установленной в месте, где анкерную крепь возводили с разрывом во времени 54 часа, приконтурный заанкерованный массив разрушен полностью. Однако установлено, что применение анкерования позволило уменьшить перемещения кровли на 7% по сравнению с выработкой, закрепленной только рамной крепью. Кроме того, благодаря применению анкерной крепи основные разрушения произошли не на контуре выработки, а за пределами укрепленной анкерами оболочки.



а)



б)

Рис. 4.36. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки (а) и изменения k_p на участках скважины между глубинными реперами (б) на 80-е сутки наблюдений: —◆— – рамы; —□— – 2,27 сут; —▲— – 1,14 сут; -×- – 0,68 сут; —○— – 0 сут; ___ – Граница.

На момент окончания наблюдений (рис4.37) на контрольной замерной станции и станциях с комбинированной крепью перемещения кровли выработки составили соответственно 307, 204, 229, 241 и 280 мм. Размер ЗНД на всех станциях превышал 7,0 м. Размер ЗРП, сформировавшейся вокруг выработки, в пределах замерных станций составил соответственно 3,45 м; 2,3 м; 2,0 м; 2,05 м и 3,8 м.

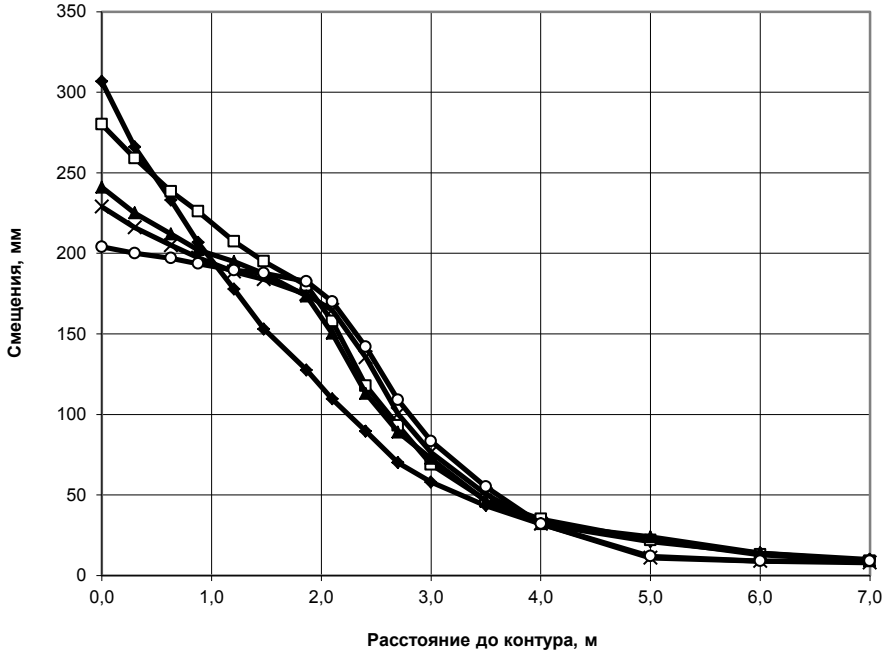
При этом отмечено следующее:

а) на контрольном участке наблюдался дальнейший рост ЗРП от контура вглубь массива, разрушился участок скважины (0…3,45) м. Максимальное значение k_p составило 1,136;

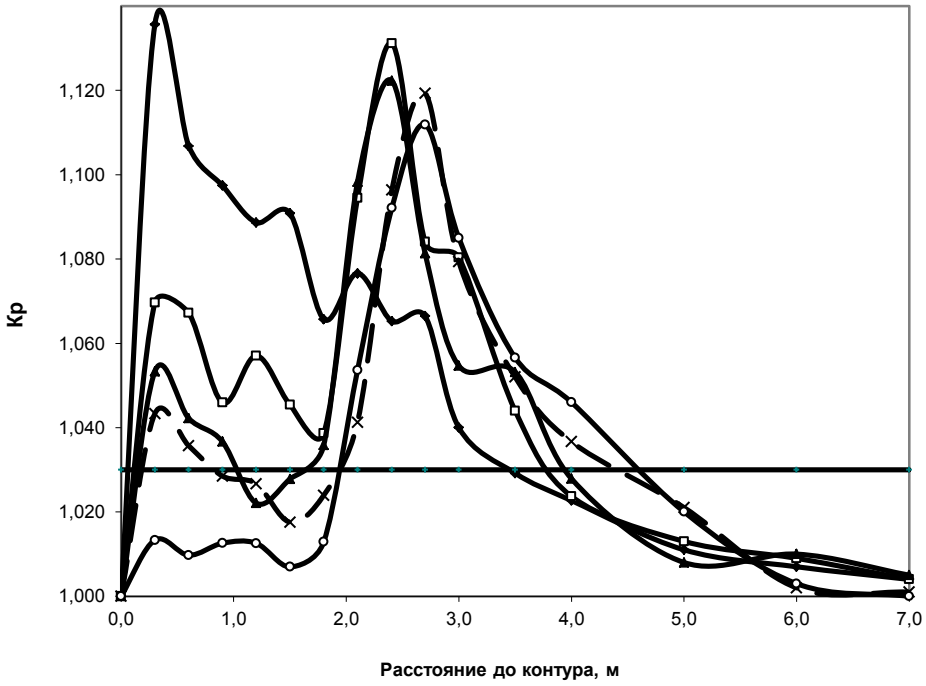
б) на участке, где анкерную крепь устанавливали сразу же после выемки породы, разрушился участок скважины (1,95…4,25) м. Максимальное значение k_p составило 1,112. Скрепленная же анкерами оболочка, участок скважины (0…1,95) м не разрушилась;

в) на замерных станциях, установленных в местах, где анкерную крепь возводили с разрывом во времени 16 и 27 часов, наблюдалось частичное разрушение приконтурной части породного массива, разрушились участки скважины (0…0,85) и (0…1,05) м с максимальным значением k_p в их пределах, равным 1,043 и 1,053 соответственно. При этом, основные разрушения происходили за пределами скрепленной анкерами оболочки, разрушились участки скважины (1,9…3,9) м и (1,85…3,9)м с максимальным значением k_p, равным 1,119 и 1,122 соответственно;

г) на замерной станции, установленной в месте, где анкерную крепь возводили с разрывом во времени 54 часа, приконтурный заанкерованный массив разрушен полностью. Однако установлено, что применение анкерования позволило уменьшить перемещения кровли на 7% по сравнению с выработкой, закрепленной только рамной крепью. Кроме того, благодаря применению анкерной крепи основные разрушения произошли не на контуре выработки, а за пределами укрепленной анкерами оболочки.



а)



б)

Рис. 4.37. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки (а) и изменения k_p на участках скважины между глубинными реперами (б) на момент окончания наблюдений (на 220-е сутки) : —◆— – рамы; —□— – 2,27 сут; —▲— – 1,14 сут; -×- – 0,68 сут; —○— – 0 сут; ___ – Граница.

Конвейерный штрек 2-й западной лавы пласта l_4 шахты им. А.Ф. Засядько обслуживал лаву длиной 240 м. Выработка пройдена по пласту толщиной (1,0…1,1) м на глубине 750 м. Пласт l_4 – простого строения, вмещающие его породы – средней устойчивости. Непосредственно в кровле пласта залегает

алевролит, толщиной (6,1…12,4)м, с прочностью на одноосное сжатие (36,8…58,0) МПа. Он разбит трещинами под углом (70…80)°. В основной кровле пласта залегает слой аргиллита, который перекрыт песчаником. В непосредственной почве пласта залегает склонный к пучению алевролит с пределом прочности на одноосное сжатие от 39,0 до 54,0 МПа и толщиной (0,6…1,0) м. Ниже залегает песчаник серый мелкозернистый. В нижней пачке слоя наблюдается переслаивание песчаника с алевролитом. Толщина песчаника от 3,5 до 5,3 м с прочностью на одноосное сжатие (60,8…88,0) МПа. Ниже песчаника залегает алевролит мощностью до 8 м. Его прочность на одноосное сжатие составляет от 28,0 до 50,0 МПа.

Выработка пройдена комбайном и закреплена рамно-анкерной крепью, сечение выработки в свету – 13,8 м^2 . Шаг установки рамной крепи – 0,8 м. Между рамами устанавливали 11 анкеров с наклоном под углом (75…85)^o в сторону проходческого забоя. На крепление метра выработки расходовали 13,8 сталеполимерных анкеров. Пучение почвы напротив «окна» лавы достигало 0,9 м, а перемещения пород кровли – до 350 мм. С отставанием 1(80…200) м позади лавы производилась подрывка пород почвы.

В выработке оборудованы несколько станций с глубинными реперами, каждая из которых представляла собой вертикальную скважину, пробуренную на высоту 6,5 м в кровлю штрека с семью реперами. Выкопировка из плана горных выработок с указанием места заложения замерных станций представлена на рис.4.38.

В таблице 4.2 представлены исходные результаты замеров на станции ю 043, по которым рассчитывали значения k_p на участках скважины между реперами (рис.4.39,4.40).

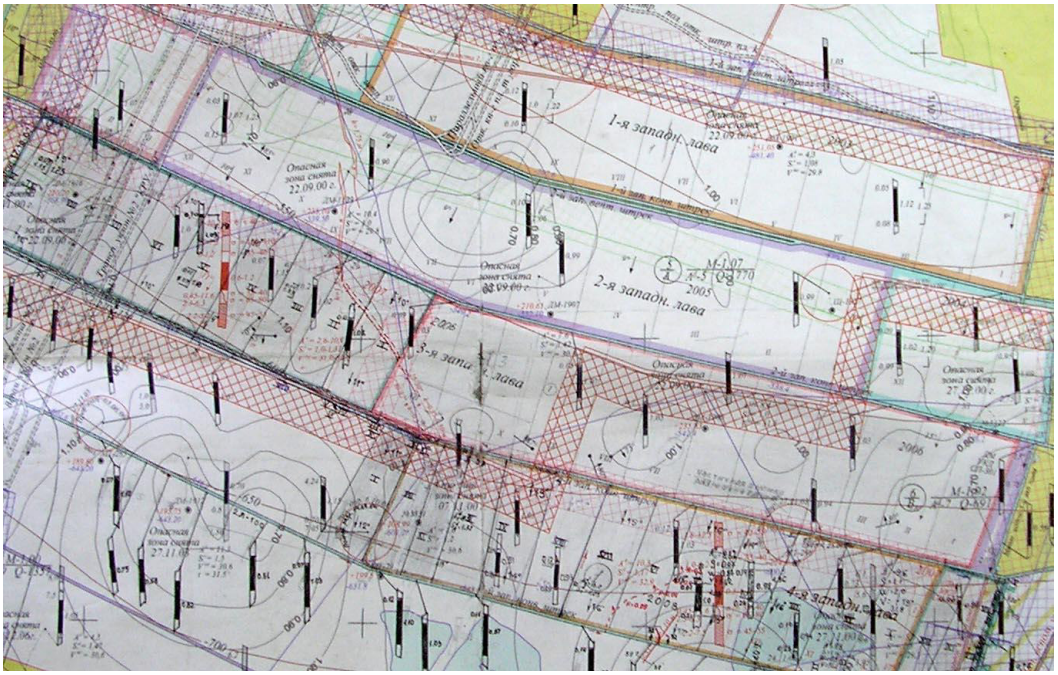


Рис.4.38. Выкопировка из плана горных выработок по пласту l_4

Таблица 4.2

Данные замеров на замерной станции

Реперы (глубина установки, м)	Расстояние до очистного забоя, м								
	-140	-120	50	45	-40	+40	+85	+105	260
Контур	136	137	40	41	142	195	99	201	11
1 (0,164)	21	21	2	2	23	78	9	80	3
2 (0,799)	0	0	1	2	18	20	2	24	6
3 (1,699)	0	0	1	1	2	6	6	6	6
4 (2,549)	0	0	0	0	1	2	2	2	2
5 (3,5)	0	0	0	0	0	1	2	2	2
6 (5,0)	0	0	0	0	0	1	1	1	1
7 (6,5)	0	0	0	0	0	1	1	1	1

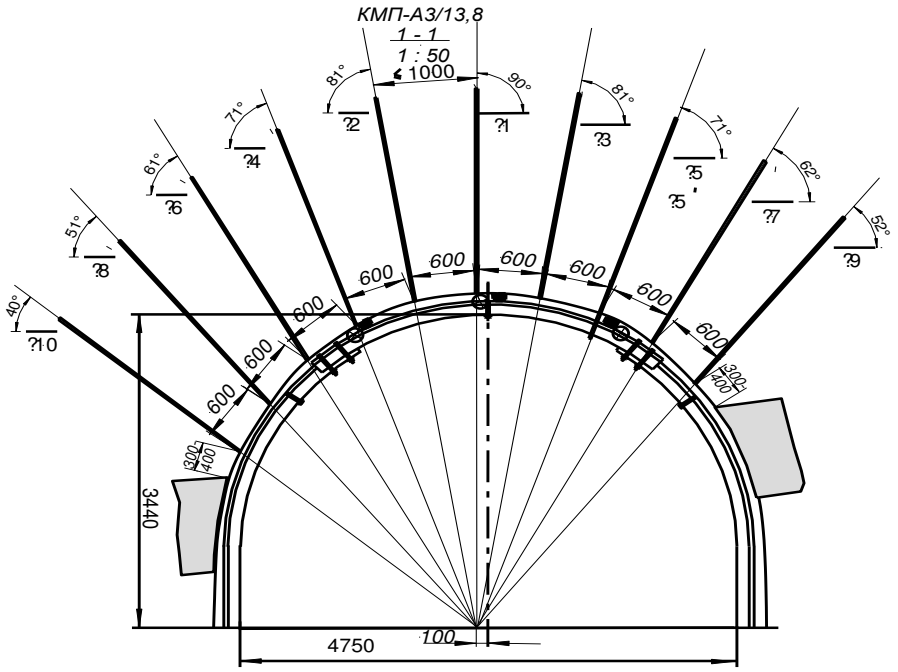


Рис. 4.39. Паспорт крепления 2-го западного конвейерного штрека

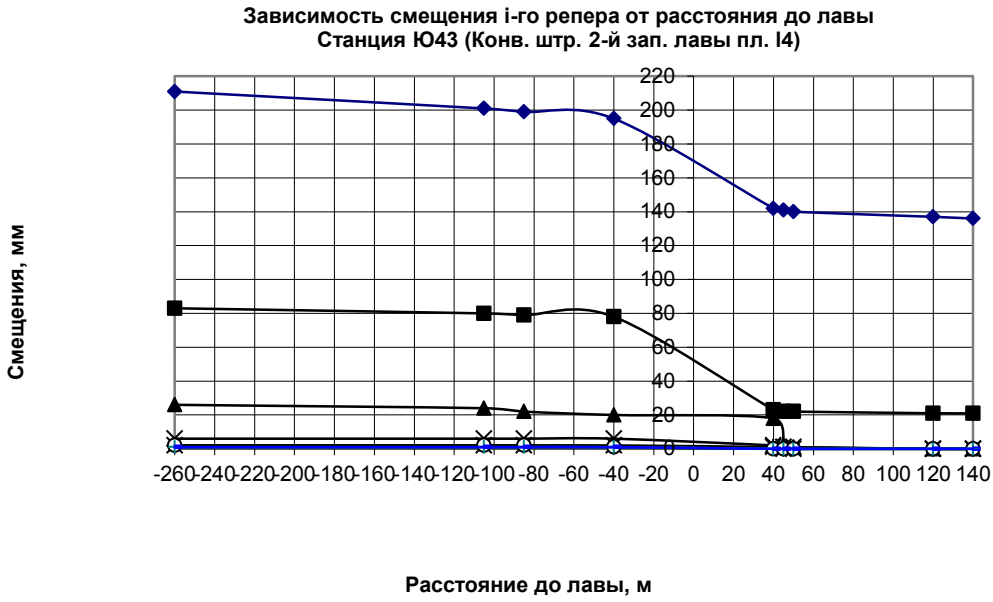


Рис. 4.40. Зависимость перемещений глубинных реперов в скважине в зависимости от расстояния станции до лавы: – 0 м; – 0,164 м; – 0,799 м; – 1,699 м; – 2,549 м; – 3,5 м; – 5,0 м; – 6,5 м.

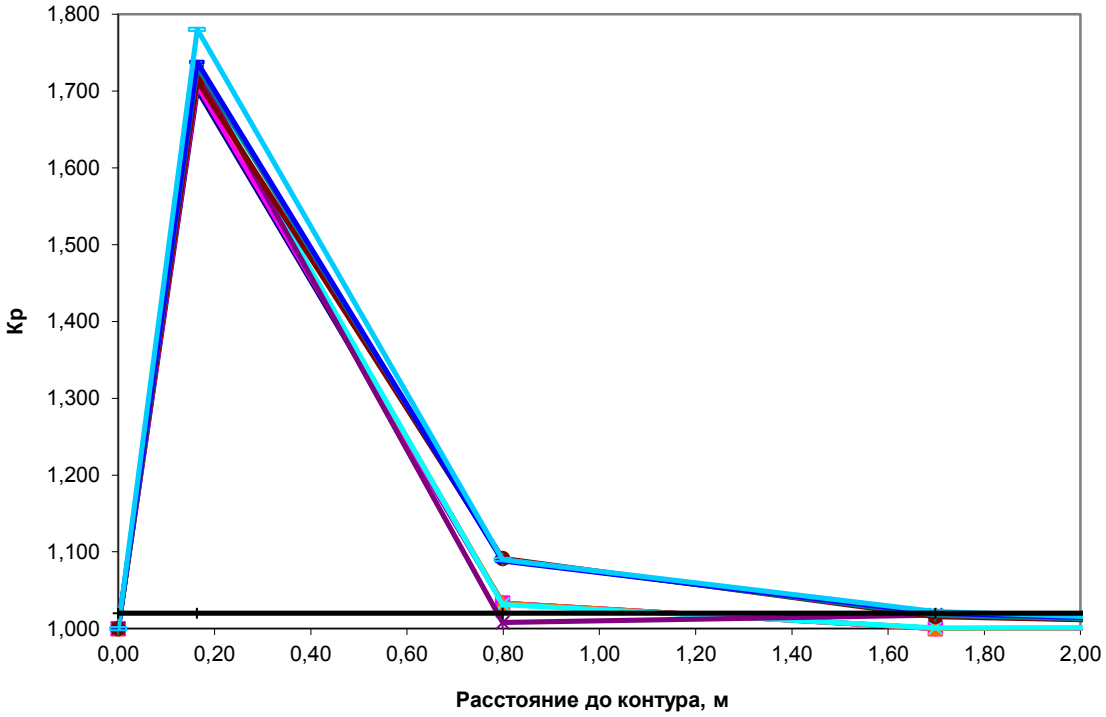


Рис. 4.40. Зависимость изменения k_p пород на участках между реперами в зависимости от расстояния до лавы: – 140 м; – 120 м; – 50 м; – 45 м; – 40 м; – -40 м; – -85 м; – -105 м; – -260 м; – – Граница.

Породы, расположенные на участке между контуром и вторым репером (до глубины 0,799м), были разрушены еще до прохода лавы. При попадании выработки в зону опорного давления впереди лавы, начиная с замера – 40м, происходит уплотнение пород между контуром и первым репером до замера + 40м, а затем их последующее разрушение, сопровождающееся расширением до максимального значения 1,780 (замер +260м). На участке между первым и вторым репером в кровлю (на расстоянии в кровлю (0,164-0,799)м уплотнение пород начинается несколько раньше (замер – 45м) с последующим разрушением (разрыхлением) пород в зоне опорного давления и позади нее. Некоторому уплотнению в зоне опорного давления лавы подвержены породы, расположенные между вторым и третьим репером, расстояние от контура в кровлю (0,799 …1,699)м. Их разрушение происходит уже после прохода лавы (замер + 105м). Породы кровли, расположенные в пределах анкерного закрепления части массива (до глубины 2,4 м – участок скважины между третьим и четвертым репером), а также вне его (участок скважины за четвертым репером) не достигают предельных деформаций (предельных значений k_p) в течение всего периода наблюдений (замеры от –140 до + 260м).

Анализ представленных на рис. 4.39, 4.40 зависимостей показывает, что такой характер деформирования вмещающих пород соответствует установленному ранее для выработок, в которых усиление рамной крепи анкерами производили со значительным разрывом во времени между выемкой породы и установкой анкеров. Об этом свидетельствует их закономерность перемещений пород кровли в пределах приконтурного участка, усиленного анкерами, а также графиков изменения k_p.

17-й зап. конв. штр. пл. m_3 шахты им. А.Ф. Засядько пройден комбайном с двухсторонней подрывкой пород. Пласт m_3 сложного строения. Толщина пласта колеблется в пределах от 1,76 до 2,33 м. Непосредственная кровля представлена аргиллитом слоистым, трещиноватым, от весьма неустойчивого до неустойчивого ($Б_1$-$Б_2$). Толщина (2,5…3,0) м. Основная кровля – аргиллит толщиной от 10,0 до 18 м. Непосредственная почва толщиной до 0,8м представлена алевролитом, склонным к интенсивному пучению до (0,6…0,8) м/мес.. Основная почва – алевролит толщиной (14,0…20,0) м. В почве пласта на удалении (1,5…3,0) м встречается песчаник в виде линз толщиной (1,5…2,0) м.

Все западное крыло находится в пределах пологой антиклинальной складки, крылья которой осложнены как разрывными, так и пликативными нарушениями более высокого порядка. Вследствие этого угольный пласт и вмещающие породы ослаблены, склонны к обрушению. Угольный пласт и вмещающие породы характеризуются повышенной трещиноватостью.

Сечение выработки в проходке – 20,7 м^2. Крепление выработки – рамно-анкерное. Арочная податливая крепь КМП – А4К с сечением в свету 18,0м^2 (рис. 4.41) устанавливали с шагом 0,65м. В проходческом забое между рамами, в кровлю выработки, устанавливали 8 анкеров длиной 2,4м с плотностью их установки $n_{анк}$ = 1,92 анк/м^2.

Для наблюдения за перемещениями пород кровли в выработке оборудованы глубинные замерные станции на глубину от 5,5 до 8,1 м (замерные станции Ю022,

Ю040, Ю049 и Ю061). Наблюдения проводили в течении (252…461) суток. Характеристика замерных станций представлена в табл.4.3.

Таблица 4.3

Характеристика замерных станций в 17-м западном конвейерном штреке

Номер замерной станции	Место установки замерной станции	Глубина установки реперов в скважине, м	Продолжительность наблюдений, сут	Конечные смещения кровли, мм
Ю022	ПК13+19,2	5,9	461	175
Ю040	ПК23+2,7	5,5	377	256
Ю049	ПК26+16,4	6,9	341	165
Ю061	ПК42	8,1	252	265

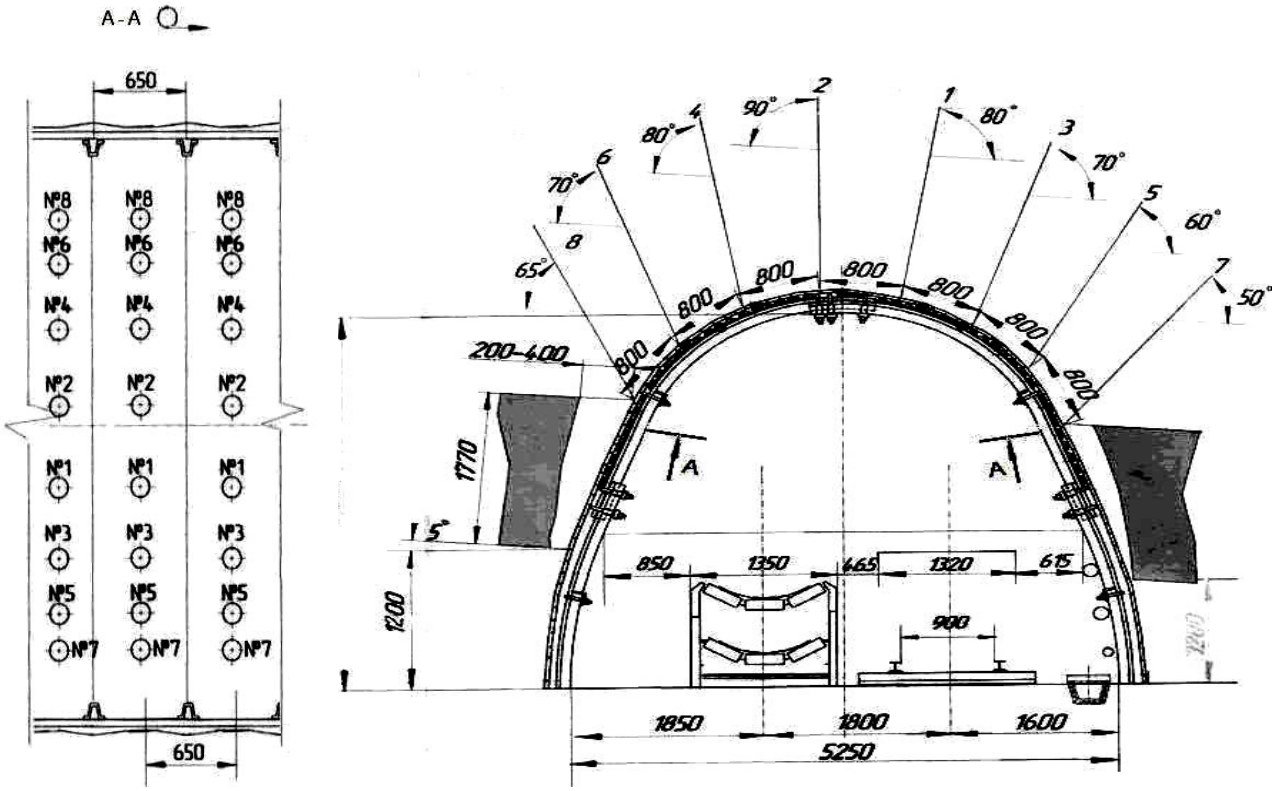


Рис. 4.41. Арочная податливая крепь КМП – А4К

На рис. 4.42 представлены зависимости перемещений глубинных реперов на замерных станциях от глубины их заложения на момент окончания наблюдений, а также рассчитаны значения k_p на участках между реперами и их изменения (рис. 4.43).

Отсюда следует, что на всех замерных станциях (ю022, ю040, ю049, ю061), за (252…461) суток наблюдений произошло разрушение пород на глубину

соответственно 2,5м, 0,8м, 1,9м и 2,3м от контура. Конечный размер ЗНД в кровле составил соответственно более 5,9 м, 5,5 м, 6,9 м, 8,1 м, а среднее значение k_p – 1,03; 1,047; 1,024 и 1,033. Учитывая, что глубина анкерования составляла 2,2 м, на станциях ю022 и ю061 скрепленная анкерами оболочка была разрушена полностью, а на станциях ю040 и ю049 – на 36,4 и 86,4%. Однако, при визуальном осмотре состояния крепи в выработке не обнаружили высыпаний пород между анкерами, обрывов анкеров и разрушений контурных замков. Несмотря на имевшие место радиальные трещины на контуре и отслоения пород, разрушений межрамных ограждений не зафиксировано. Состояние выработки – удовлетворительное.

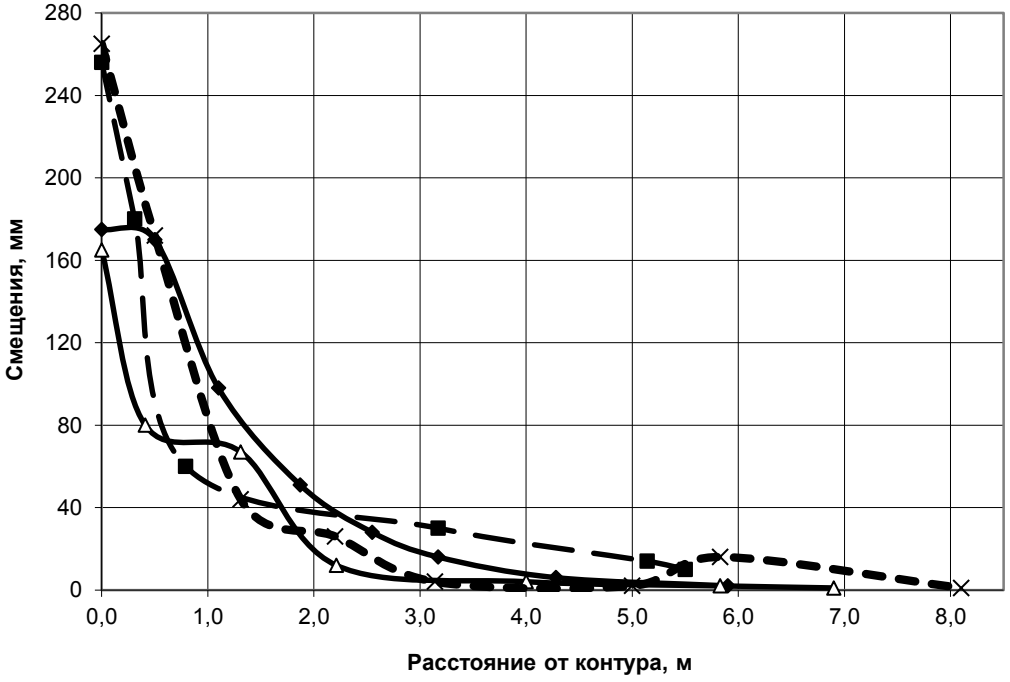


Рис. 4.42. Зависимости перемещений глубинных реперов в кровле выработки на момент окончания наблюдений на замерных станциях: —◆— – Ю022 (на 461 сут); —■— – Ю040 (на 377 сут); —△— – Ю049 (на 341 сут); - - × - - – Ю061 (на 252 сут).

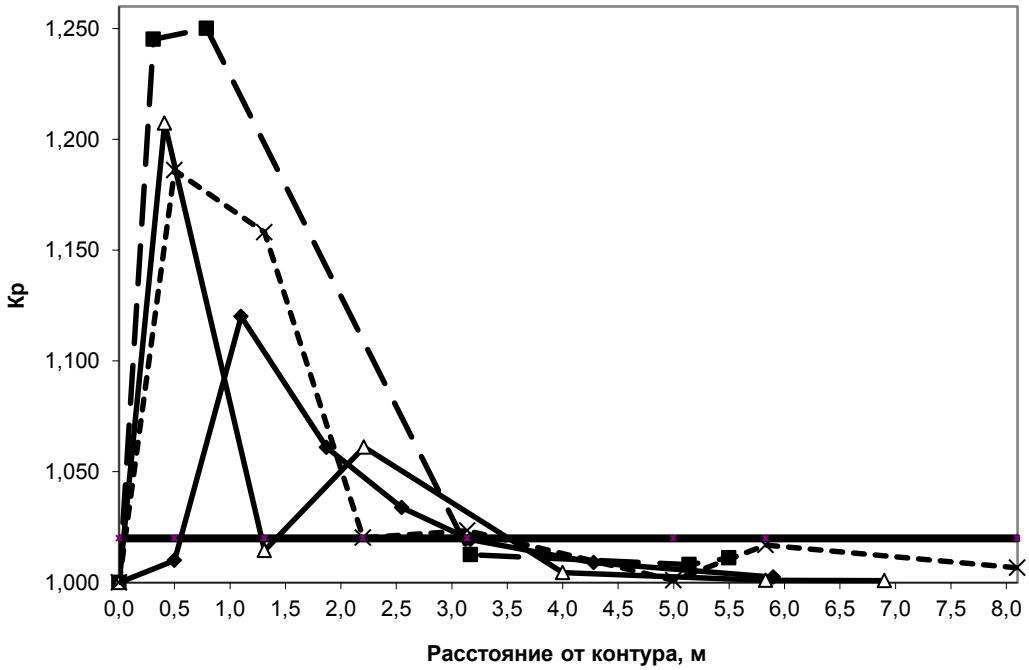


Рис.4.43. Зависимости изменения k_p в кровле от расстояния до контура на замерных станциях: —◆— – Ю022 (на 461 сут); —■— – Ю040 (на 377 сут); —△— – Ю049 (на 341 сут); - - ✕ - - – Ю061 (на 252 сут); ——— – предельное значение k_p (для песчаного сланца $k_p^{max} = 1{,}020$).

Коренной западный штрек пласта k_7^5 горизонта 1078 м закреплен рамно-анкерной крепью, пройден комбайновым способом. Усиление рамной крепи анкерами производили вслед за проходом лавы. Сечение выработки в проходке – 20,7 м^2. Шаг установки арочной крепи КМП – А4К - 0,65 м. Позади «окна» лавы между рамами устанавливали восемь анкеров длиной 2,4 м. Вмещающие породы: основная и непосредственная кровля – песчаник, почва выработки – склонный к пучению глинистый сланец. В выработке оборудована комплексная замерная станция, представляющая собой скважину длиной 5,35 м, пробуренную в кровлю выработки, в которую устанавливали глубинные репера, а в бока и почву выработки – контурные реперы. Следует отметить, что «по техническим причинам», очевидно, связанных с обрывом нитей на первых трех глубинных реперах, данные по их перемещению после 82,6 суток отсутствовали.

Анализ механизма деформирования вмещающего выработку массива производили путем построения графиков перемещений глубинных реперов в кровле, а также путем построения графиков изменения k_p между реперами, которые представлены на рис. 4.44,4.45.

Из рис. 4.45, что при отходе лавы на 49,5 м разрушился участок скважины (1,7…3,3) м, размер ЗРП составил 1,6 м. При этом максимальное значение k_p составило 1,08. Размер ЗНД составлял 5,35 м.

При дальнейшем отходе лавы от замерной станции происходит интенсивное увеличение ЗРП на уже разрушившемся участке. При этом она росла как вглубь массива, так и в сторону контура выработки:

а) при отходе лавы на 64 м разрушился участок скважины (1,6…4,0) м;

б) при отходе лавы на 82,6 м разрушился участок скважины (1,4…4,4) м.

Установлено также, что приконтурный участок скважины (0…1,4) м в течение всего вышеуказанного времени (на расстоянии от 0 м до 82,6 м после прохода лавы) не разрушился. Таким образом, применение усиливающей раму анкерной крепи позволило частично сохранить целостность приконтурного массива, который воспринимал нагрузки со стороны вмещающего массива, выполняя роль крепи.

Следует отметить, что частичное разрушение скрепленной анкерами оболочки участок скважины (1,4…2,2) м обусловлено, на наш взгляд, по видимому, или сокращением фактической активной длины анкера до (1,4…1,5) м, или некачественным проклеиванием стержня анкера в шпуре.

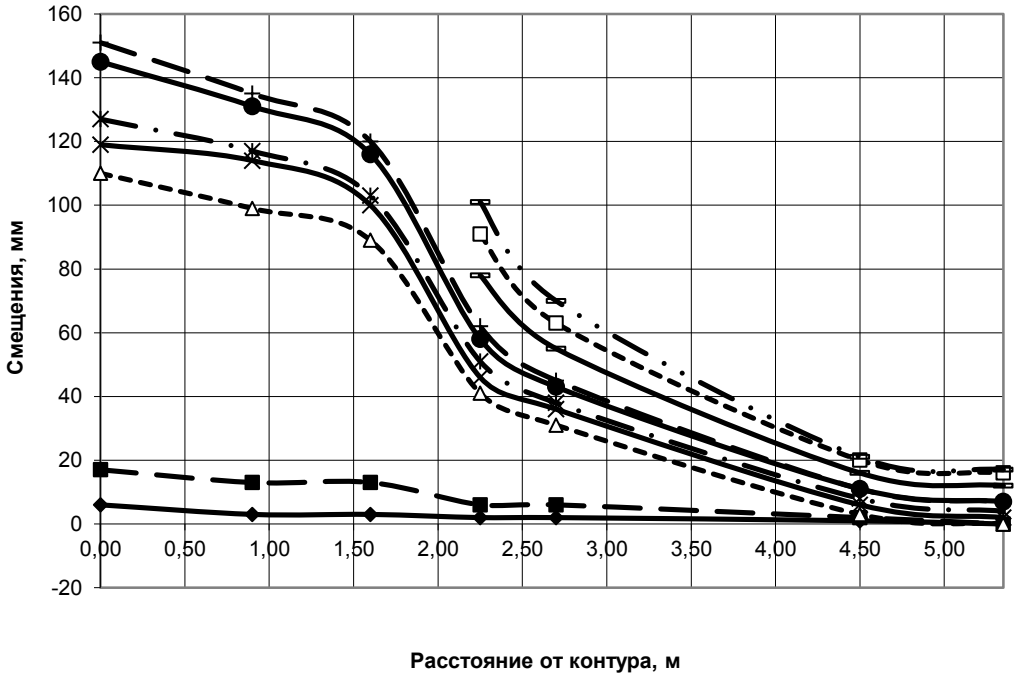


Рис. 4.44. Зависимость перемещений глубинных реперов в кровле выработки от расстояния до лавы: —◆— – 1 м; —■— – 4,2 м; - -△- - – 49,5 м; —✕— – 61,5 м; —✳— – 64 м; —●— – 77 м; —|— – 82,6 м; —▬— – 112,5 м; - -□- - – 188,8 м —▬·▬— – 380,2 м.

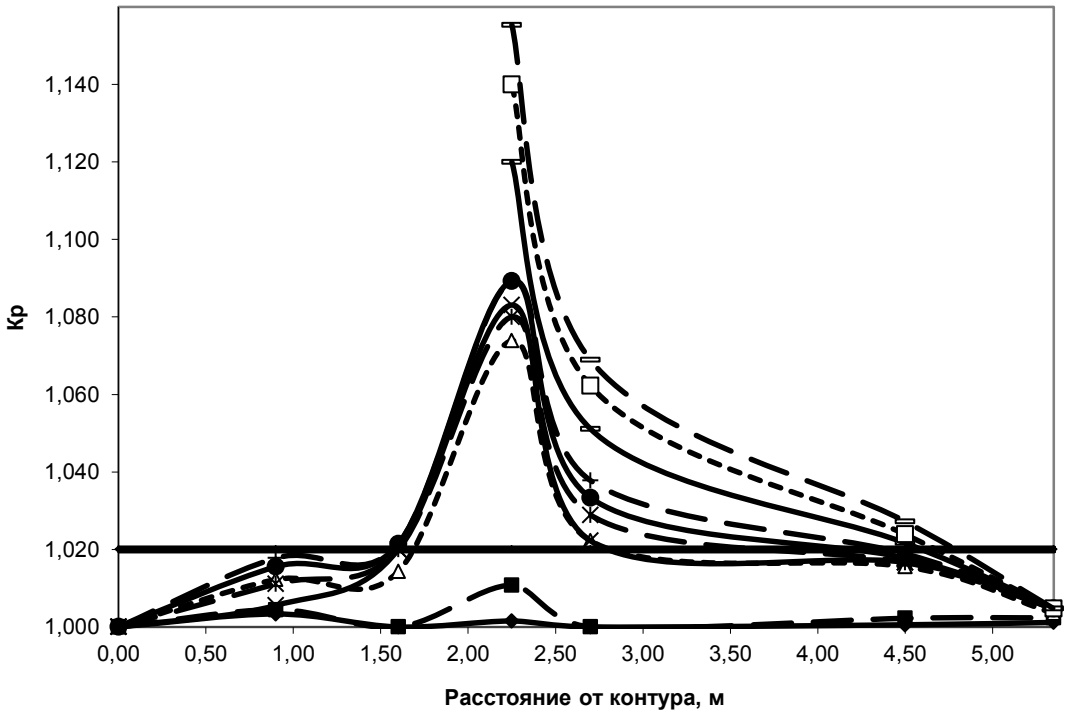


Рис. 4.45. Зависимость изменения k_p на участках между реперами в кровле выработки от расстояния до лавы: – 1 м; – 4,2 м; – 49,5 м; – 61,5 м; – 64 м; – 77 м; – 82,6 м; – 112,5 м; – 188,8 м – 380,2 м; – Граница

Проведенные шахтные исследования подтвердили правильность полученных в результате лабораторных исследований выводов, а именно:

1. Применение комбинированных конструкций крепи, в которых анкера с плотностью их установки 1 анк/м^2 возводятся сразу же после выемки породы в забое, позволяет уменьшить общую степень нарушенности вмещающего массива. Так, максимальное значение k_p пород уменьшается на величину до 0,024, а среднее – на 0,015 по сравнению с выработками, закрепленными только рамной крепью. При этом, "сшитый" анкерами участок (0…2,2) м не разрушался (в его пределах максимальное значение k_p составило 1,013, что не превышает предельных значений), воспринимал нагрузки со стороны вмещающего массива, выполняя роль крепи. При этом смещения кровли уменьшаются до 66 % по сравнению с участками выработок, закрепленных только рамной крепью.

2. Установка анкеров с разрывом во времени до 27 часов позволяет замедлить, а затем остановить начавшееся после выемки породы развитие деформационных процессов от контура вглубь массива. При этом к моменту усиления рамной крепи анкерами размер разрушившейся приконтурной части породного массива не превышает половины глубины анкерования (0…1,05) м. Основные повреждения, благодаря установке анкеров, происходят за пределами скрепленной анкерами оболочки. Размер ЗРП уменьшается до 41 %, среднее значение k_p – до 0,011, а максимальное – на 0,017 по сравнению с выработками, закрепленными в аналогичных условиях только рамной крепью.

3. При усилении рамной крепи анкерами с разрывом во времени от 27 до 54 часов анкера устанавливают в приконтурный массив, в котором размер ЗРП превышает половину глубины анкерования. Поэтому полностью остановить дальнейшее развитие ЗРП от контура вглубь массива невозможно. При этом со временем происходит полное разрушение оставшейся части породно-анкерной оболочки. Однако, благодаря установке анкеров, степень нарушенности приконтурного массива на участке (0…2,1) м существенно меньше, чем в выработках, закрепленных только рамной крепью. Так, если на контрольном участке k_p составил 1,094, то на участке с комбинированной крепью, в котором анкера устанавливались с разрывом 54 часа – 1,058;

4. Установка анкеров с разрывом во времени более 54 часов нецелесообразна. В этом случае перемещения пород кровли приближаются к перемещениям в выработках, закрепленных только рамной крепью, поддерживаемых в аналогичных условиях.

Контрольные вопросы

1. Цель шахтных исследований.
2.Основные направления шахтных исследований.
3. Преимущества и недостатки шахтных исследований.
4. Назначение контурных и глубинных реперов.
5. Назначение стойки СУИ-II.
6. Устройство и порядок работы со стойкой СУИ-II.
7. Назначение, устройство и принцип действия реостатной стойки СР-3.
8. Устройство и порядок работы с реостатным датчиком РД-1.
9. Достоинства и недостатки реостатного датчика РД-1.
10. Для чего нужны сведения о перемещении и расслоении пород вокруг горных выработок?
11.Какие методы применяются при шахтных исследованиях?
12. Что относится к пробным приборам?
13. Какие физико-технические показатели определяются в породном массиве?
14.Какие величины определяются при статической установке инденторов?
15. Какие приборы используют при динамической установке инденторов?
16. Какие методы исследований используют в скважинах?
17. Какие приборы используют при исследованиях деформационных свойств породного массива?
18. Какие приборы используют при исследованиях механических свойств породного массива?
19. Какие методы исследований применяют при изучении проявлений горного давления?
20. В каком виде проявляется горное давление?
21. Какие являются задачи исследований горного давления в одиночных выработках, с помощью каких методов они решаются?

22. Какие измерения проводят в шахтных условиях?

23. Какие схемы применяют при реометрических измерениях?

24. В каких случаях применяют контурные репера?

25. Что собой представляют реперы электрического типа??

26. Какие способы и средства применяют для определения нагрузок на крепь?

27. В каком виде проявляются газодинамические явления?

28. Что значит горный удар, его виды, прогноз?

29. Какими параметрами характеризуются ударные и взрывные процессы?

30. Какие приборы применяют при фиксации ударных и взрывных процессов?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В современных условиях практическое использование научных, гуманитарных и научно-технических знаний во все большей степени становится источником обеспечения жизнедеятельности общества, его духовного и физического здоровья.

Уровень развития науки во многом определяет эффективность экономической деятельности, обороноспособность, состояние духовной и политической культуры страны, защищенность личности и общества по отношению к неблагоприятным природным и антропогенным факторам.

Горная наука, находясь на стыке естественных и технических наук, в конечном итоге, синтезирует достижения в области математики, физики, химии, экономики, машиностроения и других наук для решения основных проблем горного производства.

Физические процессы, изучаемые горной наукой, отличаются большой сложностью. Это связано с большими трудностями, как при аналитических исследованиях, так и при непосредственных наблюдениях в натурных условиях. В связи с этим, многие вопросы различных горных процессов еще не ясны и недостаточно изучены, хотя теоретический уровень горной науки, особенно за последние десятилетия, значительно возрос. Этому в известной мере способствовало широкое использование в исследованиях физических и теоретических процессов горного производства различных методов моделирования.

Задача дальнейшего развития горной науки наряду с теоретическими исследованиями настоятельно требует все более широкого применения методов моделирования и, главным образом, дальнейшего развития методов математического исследования по сравнению с физическими моделями и натурными экспериментами.

В конспекте лекций приведены общие сведения о науке, обоснования темы, формулирования цели и задач исследований, методы теоретических и экспериментальных исследований, средства и способы измерений, анализ и обработка данных экспериментов, методы определения адекватности результатов

теоретических исследований, техническое творчество в науке, требования к оформлению научных отчетов, статей, докладов, рефератов, аннотаций и патентов, методы внедрения и расчетов экономической эффективности при выполнении и внедрении результатов научных исследований,

Значительная часть посвящена численным методам решения краевых задач геомеханики: конечно-разностному, конечным элементов, вариационному, а также методам моделирования в лабораторных и шахтных условиях с примерами исследований напряженно-деформированного состояния некоторых подземных сооружений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Баранов Е.Г. Основы научных исследований/ Б.Н. Онопчук, С.В. Подкопаев, И.Ф. Марийчук и др.: монография –Донецк: НОУЛИДЖ, 2011. – 198 с. пособие / С.С. Резниченко, А.А. Ашихмин. – М: МГГУ, 2001. – 404 с.

2. В.М. Сиденко, И.М. Глушко. Основы научных исследований. - Харьков: Высшая школа, 1978. – 199 с.

3. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике / С.Г. Михлин. – М.: Гостехиздат, 1997. – 422 с.

4. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 236 с.

5. Методы решения краевых задач в горной геомеханике. Под общей ред. Ефремова И.А., Марийчука И.Ф.: монография.– Донецк: Ноулидж, 2013.– 291 с.

6.Агеев, В.Г. Моделирование воздействия горного давления на взрывоустойчивую перемычку / В.Г. Агеев, Пефтибай Г.И. Марийчук И.Ф. // Научный вестник НИИГД «Респиратор»: науч.-техн. журн. – Донецк, 2018. –№ 2 (55). – 118 с., с. 44 – 52.

7. Новиков А.О. Математическая модель напряженно-деформированного состояния пород кровли монтажного ходка, армированного анкерами / А.О. Новиков, С.Ю. Гладкий.– Геотехническая механика: Межвед. Сб. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2014 – Вып.119.– С.205–220

8. Новиков А.О. Теоретическое решение задачи о напряженно-деформированном состоянии армированных анкерами пород в стенке монтажного ходка / А.О.Новиков. – Наукова праця ДонНТУ, Серія «Гірничо-геологічна». Вип. 2(23) 2015. С. 27–34 ISSN 2073-9575.

9. Новиков А.О. Развитие научных основ управления устойчивостью выработок с использованием анкерных систем: дис. … докт. тех. наук: 05.15.02 / Новиков Александр Олегович. – Донецк, 2011. – 479 с.

10. Шестопалов И. Н. Обоснование параметров рамно-анкерной крепи для поддержания подготовительных выработок глубоких шахт; дис. …канд. тех. наук: 05.15.02/ Шестопалов Иван Николаевич. – Донецк, 2014. – 198 с.

11. Купенко И.В. К вопросу о расчете анкерно-бетонной крепи вертикальных стволов / И.В. Купенко, И.Ф. Марийчук, Д.А. Мозолевский // Проблема

недроиспользования: междунар. форум – конкурс молодых ученых, 20 - 22 апреля 2016г.: сборник науч. тр. Часть 1.– Санкт – Петербург.– С. 132-134.

12. Напряженно-деформированное состояние массива горных пород подземных объектов угольных шахт. Под общей ред. Борщевского С.В. Марийчука И.Ф.: монография.– Донецк: ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет», 2017.– 275 с.

13. Моделирование физических процессов в горном производстве / С.В. Борщевский, С.А. Калякин, И.Ф. Марийчук, Е.В. Курбацкий и др. – Донецк: ООО «Цифровая типография», 2016. – 250 с.

44. Агеев В.Г. Динамическое напряженно-деформированное состояние взрывоустойчивой перемычки / В.Г. Агеев, И.Ф. Марийчук // Горноспасательное дело: сб. науч. тр. НИИГД.–Вып.50.–2013.– С.7-15.

15. Агеев В.Г. Математическое моделирование напряженного состояния шахтной взрывоустойчивой перемычки / В.Г. Агеев, И.Ф. Марийчук //BITP, vol.31, iss. 3, 2013, pp. 33-39, Poland.

СОДЕРЖАНИЕ

	ВВЕДЕНИЕ	3
1.	**ОБЩАЯ МЕТОДОЛОГИЯ И ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В НАУКЕ**	6
1.1.	Наука и научное исследование	6
1.1.1.	Наука	6
1.1.2	Научное исследование	9
1.1.3.	Научно-техническая информация	11
1.1.4.	Выбор и формулирование темы научного исследования	12
	Контрольные вопросы	24
1.2.	Общие сведения о методах теоретических исследований	24
1.2.1.	Аналитические методы исследований	39
1.2.2	Аналитические методы исследований с использованием экспериментов	44
1.2.3	Вероятностно-статистические методы исследований	56
1.2.4.	Методы системного анализа	66
	Контрольные вопросы	79
1.3.	Методы экспериментальных исследований	82
1.3.1.	Методология экспериментальных исследований	82
1.3.2.	Планирование и стратегия эксперимента	83
1.3.3.	Статистический анализ уравнений регрессии	86
1.3.4.	Методы графического изображения результатов измерений	90
1.3.5.	Методы подбора эмпирических формул	94
1.3.6.	Корреляционный анализ	96
1.3.7.	Анализ теоретико-экспериментальных исследований, формулирование выводов и предложений	108
1.3.8.	Методы оценки измерений	114
1.3.9.	Средства измерений	116
	Контрольные вопросы	127
1.4.	Общие требования и правила оформления научных исследований и их эффективность	133
1.4.1.	Общие требования к научно-исследовательской работе	133
1.4.2.	Правила оформления научно-исследовательской работы	135
1.4.3.	Рецензирование научно-исследовательских работ	144
1.4.4.	Подготовка научных материалов к опубликованию в печати	146
1.4.5.	Внедрение и эффективность научных исследований	148
	Контрольные вопросы	153
1.5.	Основы научно-технического творчества	156
1.5.1.	Понятия и определения	156
1.5.2.	Творчество в науке и его классификация	163
	Контрольные вопросы	182
2.	**МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**	186

2.1.	Общие сведения	186
2.2.	Модели в механике горных пород	188
2.3.	Основные положения теории подобия	190
2.4.	Метод эквивалентных материалов	193
2.5.	Метод центробежного моделирования	208
2.6.	Подобие при оптическом методе	218
	Контрольные вопросы	226
3.	**ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В ГЕОМЕХАНИКЕ**	228
3.1	Общие сведения о геомеханике	228
	Контрольные вопросы	233
3.2.	Метод конечных элементов	233
3.2.1.	Общие сведения	233
3.2.2.	Исследование НДС системы «крепь – трещиноватый породный массив шахтного ствола»	244
3.2.3.	Исследование параметров НДС системы «крепь–трещиноватый породный массив» на протяженном участке ствола	259
3.2.4.	Исследование НДС системы «крепь–трещиноватый породный массив» на призабойном участке ствола при совмещенной схеме его сооружения	267
	Контрольные вопросы	270
3.3.	Вариационные методы решения задач	270
3.3.1	Сущность метода	270
3.3.2.	НДС взрывоустойчивой перемычки с учетом квадратичного распределения поперечных деформаций и сил	273
3.3.3.	НДС взрывоустойчивой перемычки с учетом линейного паспределения поперечных сил	300
	Контрольные вопросы	320
3.4.	Метод конечных разностей	321
3.4.1.	Сущность метода	321
3.4.2.	Прочность и устойчивость армированного анкерами монтажного ходка	323
	Контрольные вопросы	350
4.	**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ НДС ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ**	351
4.1.	Методы и аппаратура для измерения перемещений массива горных пород в шахтных условиях	351
4.2.	Шахтные исследования деформирования вмещающих выработки пород	389
	Контрольные вопросы	417
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	417
	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	419