УДК 681.3

ПРИСКОРЕНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЙМОВІРНОСТІ БЛОКУВАННЯ ЗАЯВОК У МЕРЕЖІ ЗВ'ЯЗКУ

А.В. Колотій, А.І. Міронов
Інститут космічних досліджень НАНУ-НКАУ

Останнім часом спостерігається зростання попиту на телекомунікаційні послуги, що, зокрема, пов'язано із розбудовою мереж мобільного зв'язку. Випереджаючий розвиток систем мобільного зв'язку потребує побудови адекватних імовірнісних моделей та розробки ефективних високоточних методів їх дослідження. Велику кількість моделей було запропоновано та досліджено у роботі [1].

У переважній більшості моделей вхідні потоки вважаються пуасонівськими із сталою інтенсивністю, а час обслуговування має експоненціальний розподіл. Ці припущення суттєво спрощують аналіз, хоча у більшості випадків не відповідають реальній ситуації, що дещо обмежує можливість реального практичного застосування отриманих результатів. Принциповою відмінністю моделі, що пропонуються у даній доповіді є узагальнення моделі, розробленої в роботі [1], на той випадок, коли інтенсивності надходження заявок є періодичними функціями і час обслуговування має довільний розподіл. Таке припущення робить їх більш наближеними до реального життя і придатними для застосування на практиці.

Розглянемо систему обслуговування, в яку надходять два потоки заявок: o-заявки (нові заявки) та h-заявки (хендовер-заявки) з інтенсивностями $\lambda_o(t)$ та $\lambda_h(t)$ відповідно; припускається, що ці функції є періодичними з одним і тим самим періодом T і обмеженими на цьому проміжку. Система обслуговування (сота) має N каналів обслуговування, $1 < N < \infty$. Час обслуговування o-заявки (h-заявки) має функцію розподілу $G_o(x)$ (відповідно $G_h(x)$). o-заявка приймається на обслуговування лише у випадку, коли кількість вільних каналів більше, ніж r, де $0 \le r \le N-1$; h-заявка приймається на обслуговування, коли у наявності є хоча б один вільний канал. Позначимо через $\nu_o(t)$ та $\nu_h(t)$ кількості o-заявок та h-заявок у системі в момент часу t. Введемо множину блокуючих станів для h-заявок:

$$S_h = \{(\nu_0, \nu_h):\ 0 \le \nu_0 \le N-r,\ \nu_0 + \nu_h = N\}$$

Метою дослідження є оцінка стаціонарної ймовірності знаходження системи у множині блокуючих станів:

$$P_h(\tau) = \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}\left\{\left(\nu_0(nT+\tau), \nu_h(nT+\tau)\right) \in S_h\right\},\text{ де } 0 \le \tau \le T.$$

Пропонується аналітико-статистичний метод (огляд основних принципів зменшення дисперсії оцінок розглянуто у роботі [2]), що використовує ідею побудови мажоруючого пуасонівського потоку з постійною інтенсивністю (статистична частина) при одночасному аналітичному обчисленні (рекурентні формули) ймовірності потрапляння системи у множину S_h за відомими моментами надходження заявок. Розроблено алгоритм керування процесом надходження та обслуговування заявок, який дозволяє суттєво збільшити ймовірність потрапляння системи у множину блокуючих станів.

Нехай τ - момент закінчення періоду. Моменти часу визначають під час руху проти часової шкали – у минулє. Стан системи аналізується станом на стаціонарний момент «$kT-\tau$» – нульовий момент, від якого йде моделювання всіх інших моментів надходження τ. В кожний момент часу надходить одна із 2-х типів вимог, але яка саме ми не знаємо, причому ці події є несумісними.

Не кожен з викликів є викликом реального потоку. Ймовірність того, що це новий виклик становить $\frac{\lambda_o(\tau_i)}{\Lambda}$, а ймовірність того, що це хендовер-виклик - $\frac{\lambda_h(\tau_i)}{\Lambda}$.

Можна виділити 2 основні групи подій і пов'язати з ними певні ймовірнісні характеристики.

Подія $A_o^{(i)}$: τ_i є моментом надходження нової заявки і її обслуговування не завершиться до стаціонарного моменту «0».

Подія $A_h^{(i)}$: τ_i є моментом надходження переданої заявки і її обслуговування не завершиться до стаціонарного моменту «0».

Можна оцінити ймовірності того, що виклик буде прийнятий системою і його обслуговування триватиме необхідну кількість часу (не завершиться до стаціонарного моменту «0»):

$$P\left(A_o^{(i)}\right) = p_o^{(i)} = \frac{\lambda_o(\tau_i)}{\Lambda} \cdot \left[1 - G_o(t-\tau_i)\right]$$

$$P\left(A_h^{(i)}\right) = p_h^{(i)} = \frac{\lambda_h(\tau_i)}{\Lambda} \cdot \left[1 - G_h(t-\tau_i)\right],$$

де Λ - параметр налаштування.

Прискорене моделювання вхідних потоків o-викликів та h-викликів завершується побудовою множини R_n.

$$R_n: \{\tau_i : i=\overline{1,n}\},\ \{p_o^{(i)} : i=\overline{1,n}\},\ \{p_h^{(i)} : i=\overline{1,n}\}$$

Надалі до множини R_n будуть застосовані аналітичні підходи (рекурентні формули).

Рекурентні співвідношення для обчислення імовірнісних характеристик втрати h-викликів

Введемо нове позначення: $P_m(\alpha,\beta)$ - ймовірність того, що в системі обслуговування на обробці перебуватимуть не більше α нових викликів і кількість хендовер-викликів у системі становитиме β. Розрахунок ведеться на множині R_m, $m \le n$.

У кожний момент життя системи обслуговування викликів може поступати o-виклик, h-виклик (ці події є несумісними) або жодного виклику.

З наведених міркувань за формулою повної імовірності отримаємо:

$$P_m(\alpha,\beta) = p_h^{(m)} \cdot P_{m-1}(\alpha,\beta-1) + p_o^{(m)} \cdot P_{m-1}(\alpha-1,\beta-1) + \\ +\left(1-\left(p_h^{(m)} + p_o^{(m)}\right)\right) \cdot P_{m-1}(\alpha,\beta),$$

де $p_h^{(m)}$- ймовірність того, що на кроці m надійшов h-виклик, $P_{m-1}(\alpha,\beta-1)$ - ймовірність того, що станом на момент перебування системи на кроці $m-1$ в системі на обслуговуванні перебувало α o-викликів при умові, що усього в системі перебувало $\beta-1$ викликів.

$p_o^{(m)}$- ймовірність того, що на кроці m надійшов o-виклик, $P_{m-1}(\alpha-1,\beta-1)$ - ймовірність того, що станом на момент перебування системи на кроці $m-1$ в системі на обслуговуванні перебувало $\alpha-1$ o-викликів при умові, що усього в системі перебувало $\beta-1$ викликів.

$1-\left(p_h^{(m)} + p_o^{(m)}\right)$- ймовірність того, що на кроці m система не прийняла на обслуговування жодного виклику, $P_{m-1}(\alpha,\beta)$ - ймовірність того, що станом на момент перебування системи на кроці $m-1$ в системі на обслуговуванні перебувало α o-викликів при умові, що усього в системі перебувало β викликів, тобто стан системи не змінився.

Тепер необхідно визначитися із крайовими умовами для даного рекурентного співвідношення.

Можна виділити такі основні ситуації для крайових точок:

1) $\beta=0$: $P_1(\alpha,\beta)=1-P_h^{(1)}-P_o^{(1)}$, $(\forall\alpha\ge 0)$
2) $\beta=1$:

a. $P_1(0,1)=P_h^{(1)}$

b. $P_1(\alpha,1) = P_o^{(1)} + P_h^{(1)}, \ (\forall \alpha \geq 1)$

3) $\beta \geq 2 \ : \ P_1(\alpha, \beta) = 0, \ (\forall \alpha \geq 0)$

4) $m \geq 2$:

a. $P_m(0,0) = \left(1 - P_o^{(m)} - P_h^{(m)}\right)$

b. $P_m(0, \beta) = P_h^{(m)} \cdot P_{m-1}(0, \beta - 1) + \left(1 - P_o^{(m)} - P_h^{(m)}\right) \cdot P_{m-1}(0, \beta),$ $(\forall \beta \geq 1)$

Умови 1)-3) застосовуються лише на етапі ініціалізації (перший крок). Умова 4) застосовується для ініціалізації початкових елементів кожного кроку.

Загальний алгоритм прискореного моделювання ймовірності втрати h-викликів

Розглянемо загальний алгоритм прискореного моделювання ймовірності втрати h-викликів. Можна виділити наступні основні кроки роботи алгоритму:

1. Будуємо випадковий момент часу τ_i, в який на обслуговування надійшов виклик (o чи h типу).
2. Оцінюємо ймовірність того, що виклик буде прийнятий системою і його обслуговування триватиме необхідну кількість часу (відповідно $p_o^{(i)}$ і $p_h^{(i)}$).
3. Виконуємо прискорене моделювання вхідних потоків o-викликів та h-викликів до виконання умови: $p_o^{(i)} + p_h^{(i)} < 10^{-8}$, де i - номер моменту часу, для якого виконувалася дана умова.
4. За отриманими множинами ймовірностей $\left\{p_o^{(t)}\right\}$, $\left\{p_h^{(t)}\right\}$ за рекурентними формулами визначаємо ймовірності втрати h-викликів $P_n(N - r, N)$, де N - кількість каналів соти, r - число каналів, зарезервованих для h-викликів.

В результаті проведених чисельних експериментів було показано ряд особливостей функціонування запропонованого методу. Серед отриманих результатів особливо цікавими є досить помітні зміни ймовірності втрати виклику при зміні величини зсуву τ відносно початку періоду. Це цілком відповідає реаліям функціонування систем мобільного зв’язку, оскільки навантаження на базові станції зазнає значних коливань протягом доби.

На основі проведеного моделювання було підтверджено, що розроблений метод має досить високу точність. Для запобігання відмовам в обслуговуванні дану модель можна використати як засіб попереднього аналізу деякого сценарію атаки, фактично виявивши залежність між інтенсивністю надходження викликів до системи обслуговування та імовірнісними характеристиками моделі.

В доповіді будуть розглянуті отримані результати, які підтвердили адекватність функціонування розробленої математичної моделі та її практичне значення як високоточного засобу прогнозування імовірнісних характеристик роботи системи мобільного зв'язку на прикладі окремої соти в різних умовах функціонування.

Література

1. Меликов А.З., Пономаренко Л.А., Паладюк В.В. Телетрафик: Модели, методы, оптимизация. – Киев: Политехника, 2007. – 256 с.
2. Kovalenko I.N., Kuznetsov N.Yu., Pegg Ph.A. Mathematical theory of reliability of time dependent systems with practical applications. – Chichester: Wiley, 1997. – 303 p.
3. Hong D., Rappoport S.S. Traffic model and performance analysis of cellular mobile radio telephones systems with prioritizes and nonprioritized handoff procedures // IEEE Transactions of Vehicular Technology. – 1986. – Vol.35, №3. – pp. 77 – 92.
4. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Математические основы фазового укрупнения сложных систем. – Киев: Наукова думка, 1978. – 217 с.
5. Philip Heidelberg & Peter Shahabuddin IBM T.J. Watson Research Center Yorktown Heights, New York 10598, U.S.A. – Kemer, Antalya – Turkey, NATO Advanced Study Institute, 12-22 June 1995.
6. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1987. – 336 с.
7. Д. Баум, И.Н. Коваленко Графовые модели коммуникации мобильных устройств в зонах доступа // Кибернетика и системный аналіз. – 2003. – №5. – стр. 107 – 121.
8. Д. Баум, И.Н. Коваленко Оцінка ймовірності втрати у системі обслуговування типу за умови малого навантаження // Теорія ймовірності та математична статистика. – 2004. – Випуск 71. – стр. 15 – 21.
9. Боровков А.А. Вероятностные процессы в теории массового обслуживания. – М.: Наука, 1972. – 368 с.
10. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
11. Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания. – М.: Высшая школа, 1982. – 255 с.
12. Мироненко Л.П. О некоторых методах уменьшения дисперсии при моде-лировании систем массового обслуживания // Имитационное моделиро-вание систем (системное моделирование-4). – Новосибирск: Наука, 1976. – С. 47-55.
13. Srikant R., Whitt W. Variance reduction in simulations of loss models // Oper. Research. – 1999. – 47, № 4. – P. 509-523.
14. Ross K.W. Multiservice loss models for broadband telecommunication networks. – London: Springer, 1995. – 288 p.

Отримано 27.05.09