

УДК 62-83-52

С.С. СТАРОСТІН (канд.техн.наук, доц.), О.І. ТОЛОЧКО (д-р техн.наук, проф.)
 Донецький національний технічний університет
 starostin@mail8.dgtu.donetsk.ua

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОНТУРУ МОМЕНТОУТВОРЮЮЧОГО СТРУМУ ДЛЯ СИНТЕЗУ ЦИФРОВИХ СИСТЕМ РЕГУЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Статтю присвячено питанням дискретної математичної моделі контуру регулювання моментоутворюючого струму. Показано, що аперіодична передавальна функція може охарактеризувати регулювання струму з різною швидкодією. Такий підхід дозволяє синтезувати будь-яку цифрову систему регулювання у загальній формі. Результати апробовано як для структур підпорядкованого регулювання, так і для систем регулювання стану.

Вступ. При використанні принципу підпорядкованого регулювання динамічні характеристики електромеханічних систем визначає швидкодія регулювання струму силових перетворювачів електроенергії, оскільки від струму певним чином залежить електромагнітний момент електродвигунів. У сучасних цифрових системах контур струму може налаштовуватися по різному [1 - 3 та ін.]. При цьому особливістю є те, що від бажаних динамічних властивостей контуру струму залежать не тільки параметри, але й передавальні функції регулятора струму. Це у свою чергу призводить до різних передавальних функцій замкненого контуру регулювання струму, що потребує для кожного конкретного випадку індивідуальних підходів при виконанні синтезу регуляторів зовнішніх контурів.

З точки зору спрощення процедури синтезу цифрових систем регулювання електромеханічних об'єктів має сенс обґрунтувати узагальнену математичну модель, яка враховує будь-які динамічні властивості регулювання силового струму.

Аналіз попередніх досліджень. Можна відзначити наступні варіанти цифрового регулювання силового струму: а) регулювання з кінцевою тривалістю процесу з максимальною швидкодією [1 та ін.]; б) регулювання з динамічними властивостями, що відповідають модульному критерію [2 та ін.]; в) аперіодичне регулювання із заданою швидкодією [3 та ін.]. Як свідчить аналіз, виконаним розробкам бракує врахування загального випадку щодо різних інтервалів дискретності в контурах регулювання. Між тим, можливо визначити дискретну математичну модель контуру регулювання струму, яка відповідатиме будь-якому налаштуванню цього контуру. Це дає змогу здійснювати синтез систем регулювання узагальненим методом.

Метою досліджень є визначення структури та параметрів універсальної дискретної математичної моделі контуру регулювання моментоутворюючого струму для синтезу цифрових систем регулювання електромеханічних об'єктів.

Матеріал і результати дослідження. Для досягнення мети розглянемо структурно-функціональну схему системи регулювання швидкості електропривода, подану на рис. 1. У цифрових системах у загальному випадку силовий перетворювач СП, регулятор струму РС та регулятор швидкості РШ функціонують з різними інтервалами дискретності. Це враховано на рис. 1, де імпульсний елемент з інтервалом дискретності T_u і ланка W_u відображають дискретне функціонування силового перетворювача СП. Регулятор струму РС реалізує відповідний алгоритм з інтервалом дискретності T_i , а регулювання швидкості здійснюється з дискретністю T_ω . Ланка W_e характеризує електромагнітні властивості силового кола щодо формування струму i , а ланка W_ω – електромеханічне перетворення в об'єкті й отримання швидкості обертання ω на основі електромагнітного моменту двигуна M (див. далі рис. 2). У схемі враховано доцільність регулювання середньої величини струму \bar{i} , що відображає ланка усереднення W_y . Зв'язок моменту й струму двигуна охарактеризовано конструктивним параметром двигуна C_d . У ланки регуляторів додано передавальні функції екстраполяторів нульового порядку $W_{ho} = [1 - \exp(-pT_\omega)]/p$ і $W_{hi} = [1 - \exp(-pT_i)]/p$.

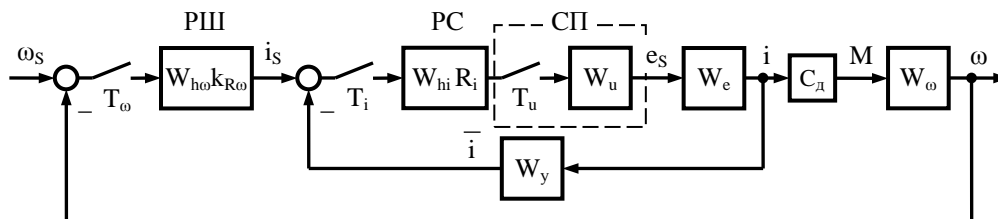


Рисунок 1 - Структурно-функціональна схема системи регулювання швидкості електропривода

Для здійснення синтезу системи регулювання (рис. 1) розглянемо об'єкт регулювання, структурну схему якого зображено на рис. 2. У структурній схемі враховано дискретність функціонування силового перетворювача СП на базі ідеального імпульсного елемента з інтервалом дискретності T_u і ланки затримки у часі на величину ζT_u . Далі маємо ланку W_e , яка відображає властивості силового кола: еквівалентні електромагнітну сталу часу T_e і активний опір R_e . На виході ланки формується струм перетворювача i , який з урахуванням конструктивного параметра двигуна C_d визначає електромагнітний момент M . Від електромагнітного моменту залежить швидкість обертання ω з урахуванням сумарного моменту інерції J .

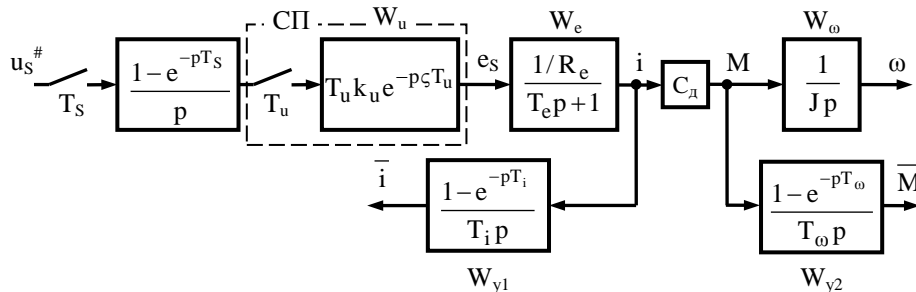


Рисунок 2 - Структурна схема об'єкту регулювання

На вході схеми (рис. 2) включено імпульсний елемент та екстраполятор, які функціонують з інтервалом дискретності T_s . Цей інтервал може обиратися з умов: $T_s = T_i = \lambda T_u$ або $T_s = T_\omega = \nu T_i$ (λ та ν – кратності інтервалів дискретності). Відповідний вибір залежить від того, для якого інтервалу дискретності необхідно визначити дискретну передавальну функцію однієї з ланок об'єкту регулювання. У схемі (рис. 2) також присутні ланки W_{y1} і W_{y2} , що характеризують перехід від миттєвих до середніх величин струму та моменту.

Дискретні передавальні функції компонентів об'єкту регулювання знаходимо, використовуючи метод, запропонований у [4]. У результаті відносно середньої величини струму за інтервал дискретності T_i отримуємо передавальну функцію об'єкта контуру регулювання струму

$$S_i(z_i) = \frac{\bar{i}(z_i)}{u_s^\#(z_i)} = Z_i \left\{ Z_u \left\{ \frac{1 - e^{-pT_i}}{p} \right\} \cdot Z_u \left\{ \frac{T_u k_u e^{-p\zeta T_u}}{R_e(T_e p + 1)} \cdot \frac{1 - e^{-pT_i}}{T_i p} \right\} \right\} = \frac{k_u}{R_e} \cdot \frac{c_1 z_i^{-1} + c_2 z_i^{-2}}{1 - d_e^\lambda z_i^{-1}}, \quad (1)$$

$$\text{де } z_i = \exp(pT_i); \quad c_1 = 1 - \frac{d_e^\mu (1 - d_e^\lambda)}{\lambda (1 - d_e)}; \quad c_2 = \frac{d_e^\mu (1 - d_e^\lambda)}{\lambda (1 - d_e)} - d_e^\lambda; \quad d_e = \exp(-T_i/T_e); \quad \mu = 1 - \zeta;$$

Z_u, Z_i – функції z-перетворень відносно інтервалів дискретності T_u і T_i відповідно.

Середня величина електромагнітного моменту за інтервал дискретності T_ω залежить від середньої величини струму за інтервал дискретності T_i у відповідності з виразом

$$W_M(z_\omega) = \frac{\bar{M}(z_\omega)/u_s^\#(z_\omega)}{\bar{i}(z_\omega)/u_s^\#(z_\omega)} = \frac{Z_\omega \left\{ Z_u \left\{ \frac{1 - e^{-pT_\omega}}{p} \right\} \cdot Z_u \left\{ \frac{T_u k_u e^{-p\zeta T_u}}{R_e(T_e p + 1)} \cdot C_d \cdot \frac{1 - e^{-pT_\omega}}{T_\omega p} \right\} \right\}}{Z_\omega \left\{ Z_u \left\{ \frac{1 - e^{-pT_\omega}}{p} \right\} \cdot Z_u \left\{ \frac{T_u k_u e^{-p\zeta T_u}}{R_e(T_e p + 1)} \cdot \frac{1 - e^{-pT_i}}{T_i p} \right\} \right\}} = \frac{C_d \cdot (1 - z_\omega^{-1})}{\nu \cdot (1 - z_i^{-1})}, \quad (2)$$

де $z_\omega = \exp(pT_\omega)$; $\nu = T_\omega/T_i$; Z_ω – функція z-перетворення відносно інтервалу дискретності T_ω .

Зв'язок кутової швидкості із середньою величиною електромагнітного моменту відносно інтервалу дискретності T_ω характеризує передавальна функція

$$W_\omega(z_\omega) = \frac{\omega(z_\omega)/u_s^\#(z_\omega)}{\bar{M}(z_\omega)/u_s^\#(z_\omega)} = \frac{Z_\omega \left\{ Z_u \left\{ \frac{1 - e^{-pT_\omega}}{p} \right\} \cdot Z_u \left\{ \frac{T_u k_u e^{-p\zeta T_u}}{R_e(T_e p + 1)} \cdot C_d \cdot \frac{1}{J p} \right\} \right\}}{Z_\omega \left\{ Z_u \left\{ \frac{1 - e^{-pT_\omega}}{p} \right\} \cdot Z_u \left\{ \frac{T_u k_u e^{-p\zeta T_u}}{R_e(T_e p + 1)} \cdot C_d \cdot \frac{1 - e^{-pT_\omega}}{T_\omega p} \right\} \right\}} = \frac{k_J}{1 - z_\omega^{-1}}, \quad (3)$$

де $k_J = T_\omega/J$.

З урахуванням передавальної функції (1) замкненому контуру регулювання струму відповідають наступні передавальні функції у залежності від критерію визначення параметрів регулятора струму:

- при аперіодичному регулюванні струму із заданою швидкістю [3]

$$K_i(z_i) = \frac{\bar{i}(z_i)}{i_s(z_i)} = \frac{(1-d_a) \cdot (c_1 z_i^{-1} + c_2 z_i^{-2})}{(1-d_a z_i^{-1}) \cdot (c_1 + c_2)}, \quad (4)$$

де $d_a = \exp(-T_1/T_a)$; T_a – стала часу аперіодичного процесу.

- при використанні модульного критерію [5]

$$K_i(z_i) = \frac{\bar{i}(z_i)}{i_s(z_i)} = \frac{c_1 z_i^{-1} + c_2 z_i^{-2}}{(c_1 + 3c_2) - 3c_2 z_i^{-1} + c_2 z_i^{-2}}; \quad (5)$$

- при регулюванні з максимальною швидкістю [6]

$$K_i(z_i) = \frac{\bar{i}(z_i)}{i_s(z_i)} = \frac{c_1 z_i^{-1} + c_2 z_i^{-2}}{c_1 + c_2}. \quad (6)$$

Отже, внутрішній контур регулювання струму може мати різний математичний опис, що потребує врахування при синтезі інших контурів регулювання. Між тим, з аналізу виразів (4) – (6) бачимо, що передавальна функція (6) впливає з (4) при $d_a = 0$. При цьому можна очікувати, що на основі результатів синтезу регуляторів зовнішніх контурів, отриманих з урахуванням передавальної функції (4), можливо визначити параметри відповідних регуляторів для випадку регулювання струму з максимальною швидкістю, зробивши підстановку $d_a = 0$. Це підтверджують результати, розглянуті далі.

Виникає питання щодо можливості використання передавальної функції (4) при певному значенні параметра d_a для наближеного врахування процесу регулювання струму у відповідності з передавальною функцією (5). Відповідь на це питання знаходимо шляхом синтезу пропорційного регулятора швидкості з наступним аналізом отриманих результатів.

Синтез регулятора швидкості виконуємо, розглядаючи загальний випадок регулювання з інтервалом дискретності $T_\omega = vT_i$ (v – ціле число). Результуючу передавальну функцію об'єкта регулювання, визначаємо, здійснюючи перетворення передавальної функції контуру регулювання струму та частини передавальної функції (2), які описуються оператором z_i , до форми, що відповідає інтервалу дискретності T_ω . При цьому враховуємо фіксацію завдання на струм від регулятора швидкості на протязі інтервалу T_ω . У результаті маємо загальний вираз для передавальної функції об'єкту в контурі регулювання швидкості

$$\begin{aligned} S_\omega(z_\omega) &= \frac{\omega(z_\omega)}{i_s(z_\omega)} = Z_\omega \left\{ Z_i \left\{ \frac{1 - e^{-pT_\omega}}{p} \right\} \cdot K_i(z_i) \cdot W_M(z_\omega) \cdot W_\omega(z_\omega) \right\} = \\ &= Z_\omega \left\{ Z_i \left\{ \frac{1 - e^{-pT_\omega}}{p} \right\} \cdot K_i(z_i) \cdot \frac{1}{1 - z_i^{-1}} \right\} \cdot \frac{1 - z_\omega^{-1}}{v} \cdot \frac{k_J}{1 - z_\omega^{-1}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Визначення передавальної функції об'єкту регулювання на основі виразу (7) з урахуванням передавальних функцій (4) – (6) та оптимізацію пропорційного регулятора швидкості здійснено за допомогою пакету Mathcad із застосуванням методики, розглянутої в [7]. При цьому відповідно до модульного критерію отримано вирази для коефіцієнта пропорційного регулятора швидкості:

- при аперіодичному регулюванні струму із заданою швидкістю

$$k_{R\omega} = \frac{(1-d_a^v)^2}{k_J \cdot [k_{a1}(1+d_a^v) + k_{a2}(3-d_a^v)]}, \quad (8)$$

де $k_{a1} = 1 - \frac{d_a c_1 + c_2}{c_1 + c_2} \cdot \frac{1 - d_a^v}{v \cdot (1 - d_a)}$; $k_{a2} = \frac{d_a c_1 + c_2}{c_1 + c_2} \cdot \frac{1 - d_a^v}{v \cdot (1 - d_a)} - d_a^v$.

- при регуляторі струму з параметрами, що відповідають модульного критерію

$$k_{R\omega} = \frac{v \cdot (c_1 + c_2)}{k_J \cdot [v \cdot (c_1 + c_2) + 4c_2]}; \quad (9)$$

- при регулюванні струму з максимальною швидкістю

$$k_{R\omega} = \frac{v \cdot (c_1 + c_2)}{k_J \cdot [v \cdot (c_1 + c_2) + 2c_2]}. \quad (10)$$

Слід відзначити, що при аперіодичному регулюванні передавальна функція замкненого контуру струму відносно інтервалу дискретності T_ω має вигляд

$$K_i(z_\omega) = \frac{\bar{i}(z_\omega)}{i_s(z_\omega)} = \frac{k_{a1}z_\omega^{-1} + k_{a2}z_\omega^{-2}}{1 - d_a^v z_\omega^{-1}}, \quad (11)$$

З урахуванням такої передавальної функції контуру регулювання струму визначено вираз (8) для коефіцієнта пропорційного регулятора швидкості $k_{R\omega}$.

Цю передавальну функцію пропонується розглядати в якості загальної дискретної математичної моделі контуру регулювання струму.

Умови щодо параметру d_a , при якому на основі виразу (8) отримуємо ті ж самі значення коефіцієнту $k_{R\omega}$, що й при застосуванні виразів (9) і (10), знаходимо на основі зіставлення виразу (8) з виразами (9) та (10).

Отже, при регулюванні струму з динамічними характеристиками, що визначаються модульним критерієм, маємо рівняння

$$\frac{(1 - d_a^v)^2}{k_{a1}(1 + d_a^v) + k_{a2}(3 - d_a^v)} = \frac{v \cdot (c_1 + c_2)}{v \cdot (c_1 + c_2) + 4c_2}, \quad (12)$$

рішення якого відносно d_a дає результат

$$d_a = \frac{c_2}{c_1 + 2c_2}. \quad (13)$$

Максимальній швидкодії регулювання струму відповідає рівність

$$\frac{(1 - d_a^v)^2}{k_{a1}(1 + d_a^v) + k_{a2}(3 - d_a^v)} = \frac{v \cdot (c_1 + c_2)}{v \cdot (c_1 + c_2) + 2c_2}, \quad (14)$$

яка виконується при $d_a = 0$.

Про можливість використання отриманих результатів в інших випадках свідчить, наприклад, розгляд електромеханічної системи з пружними кінематичними зв'язками, регулювання стану якої відображає структурна схема, подана на рис. 3 [8].

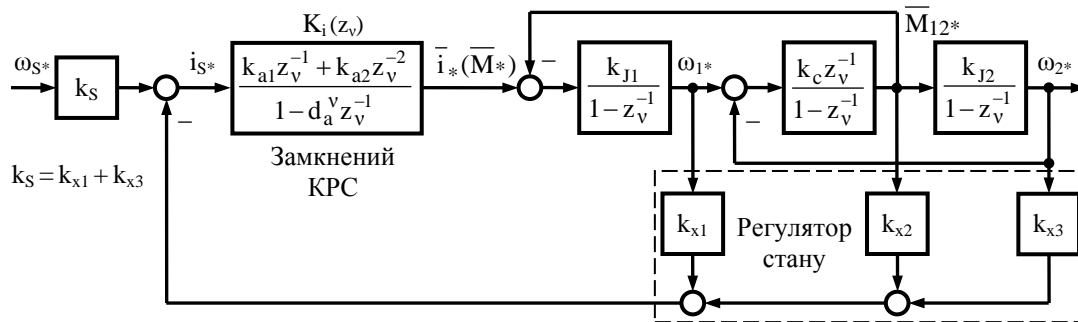


Рисунок 3 - Структурна схема системи регулювання стану для електропривода з пружними зв'язками

Урахування пружності механічного об'єкту (рис. 3) здійснено на основі двомасової моделі у відносних величинах ($\omega_* = \omega / \omega_B$, $M_* = M / M_B$, $i_* = i C_D / M_B$) із застосуванням наступних позначень:

- ◆ ω_1, ω_2 – відповідно кутові швидкості двигуна та механізму;
- ◆ M_{12} – пружний момент у механічній передачі;
- ◆ $k_{J1} = T_v / T_{J1}$; $k_{J2} = T_v / T_{J2}$, де T_v – інтервал дискретності регулювання стану; $T_{J1} = J_1 \omega_B / M_B$, $T_{J2} = J_2 \omega_B / M_B$ – сталі часу, що характеризують відповідно моменти інерції двигуна J_1 та механізму J_2 ;
- ◆ $k_c = T_v / T_c$, де $T_{c12} = M_B / C_{12} \omega_B$ – стала часу жорсткості механічної передачі (C_{12} – коефіцієнт жорсткості);
- ◆ $z_v = \exp(pT_v)$; $v = T_v / T_i$ – кратність інтервалів дискретності регулювання стану й силового струму.

Динамічні властивості контуру регулювання струму (КРС) відображено передавальною функцією $K_i(z_v)$, яка відповідає аперіодичному процесу. У системі застосовано регулятор стану, параметри якого характеризуються виразами [8]:

$$k_{x1} = K_1 - \frac{k_c(k_{J1} + k_{J2}) \cdot [k_{a1} + k_{a2}(2 - d_a^v)]}{k_{J1}(k_{a1} + k_{a2})^2}; \quad k_{x2} = K_2 - \frac{(k_{J1} + k_{J2}) \cdot (1 - d_a^v)}{k_{J1}(k_{a1} + k_{a2})}; \quad (15)$$

$$k_{x3} = K_3 - K_1 + \frac{k_c(k_{J1} + k_{J2}) \cdot k_{a2}(k_{a1} d_a^v + k_{a2})}{k_{J1}(k_{a1} + k_{a2})^2},$$

$$\text{де } K_1 = \frac{(1 - d_q)^2}{k_{J1}[k_{a1}(1 + d_q) + k_{a2}(3 - d_q)]}; \quad K_2 = K_1 \cdot \frac{(k_{a1} + k_{a2}) \cdot (1 - d_q)}{k_c[k_{a1}(3 + d_q) + k_{a2}(7 - 3d_q)]};$$

$$K_3 = K_2 \cdot \frac{(k_{a1} + k_{a2}) \cdot (1 - d_q)}{k_{j2} [k_{a1} (5 + 3d_q) + k_{a2} (13 - 5d_q)]}; \quad d_q = d_a^v - \frac{k_c (k_{j1} + k_{j2}) \cdot k_{a2} (k_{a1} d_a^v + k_{a2})}{(k_{a1} + k_{a2})^2}.$$

Виконано комп'ютерне моделювання електромеханічної системи, зображеної на рис. 3. Характерні результати подано на рис. 4 при параметрах: $k_{j1} = k_{j2} = 0,01$; $k_c = 4$; $\lambda = 2$; $v = 3$; $T_e = 5T_i$. Параметр d_a аперіодичного регулювання струму й відповідного формування електромагнітного моменту двигуна обрано за формулою (13), а параметри регулятора стану системи визначено на основі виразів (15). При цьому маємо процеси регулювання швидкості електропривода, зображені на рис. 4, а. При тих самих параметрах регулятора стану, але при параметруванні регулятора струму у відповідності з модульним критерієм отримано процеси регулювання, подані на рис. 4, б. Розглянуті процеси майже не відрізняються один від одного.

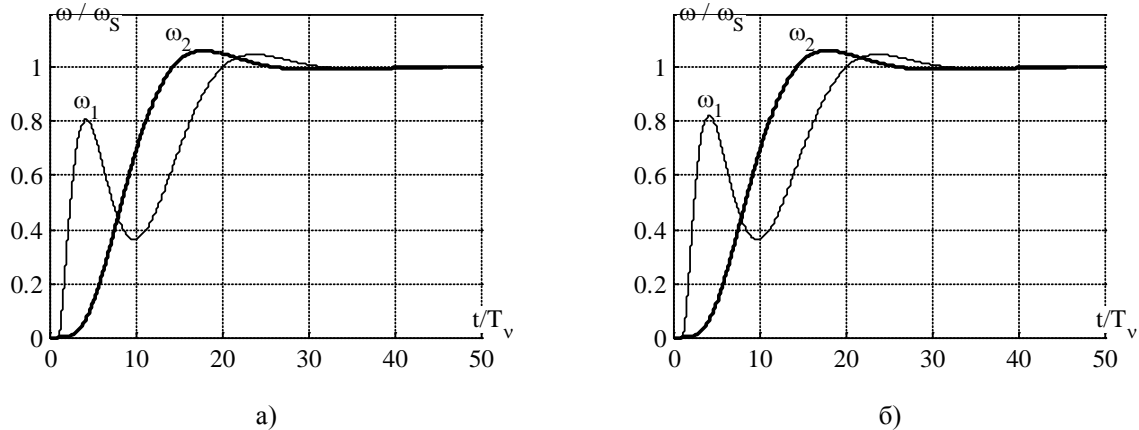


Рисунок 4 - Динамічні властивості регулювання швидкості в електромеханічній системі при аперіодичному регулюванні (а) і регулюванні моментутворюючого струму відповідно до модульного критерію (б)

Аналіз результатів виконаних досліджень свідчить на користь запропонованої й обгрунтованої дискретної математичної моделі контуру регулювання струму.

Висновки.

1. Запропоновану дискретну математичну модель контуру регулювання моментутворюючого струму двигунів доцільно використовувати при синтезі цифрових систем регулювання електромеханічних об'єктів незалежно від динамічних характеристик контуру струму.
2. Наближена відповідність запропонованої моделі динамічним властивостям контуру струму, що відповідає модульному критерію, практично не впливає на якість процесів регулювання у синтезованих системах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Holtz J., Schwellenberg U. A New Fast-Response Current Control Scheme for Line Controlled Converters // International Semiconductor Power Converter conference (Orlando, Fla, May 24-27, 1982). - Pp.175 - 183.
2. Krug H. Betragsoptimum für digitale Regler von elektrischen Antrieben // Messen-Steuern-Regeln.- 28 (1985) H.9.- S.394-399.
3. Старостин С.С. Оптимизация микропроцессорного регулятора тока тиристорного электропривода по требуемому быстродействию регулирования / С.С. Старостин // Электромашиностроение та электрообладнання. - 1997. - Вып. 49. - С. 43-48.
4. Старостин С.С. Урахування дискретних властивостей силових перетворювачів електроенергії при синтезі електромехатронних систем / С.С. Старостин // Вісник Національного технічного університету. Сер.: Електротехніка, електроніка та електропривод. Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія та практика. - 2005. - Вып. 45. - С.348 - 351.
5. Коцегуб П.Х. Анализ и синтез комбинированной цифроаналоговой системы регулирования скорости / П.Х. Коцегуб, О.И. Толочко, Ю.В. Губарь // Известия вузов. Электромеханика. - 1984. - №2. - С.45-51.
6. Zimmermann R. Dead-beat-Regelalgorithmen für Mikroprozessor-Regler // Messen-Steuern-Regeln. - 23 (1980) H.2. - S.68-72.
7. Старостин С.С. Оптимизация систем регулирования электропривода с помощью программного пакета Mathcad / Старостин С.С. // Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія та практика: Вестник Харьковского государственного политехнического университета. - Харьков: ХГПУ, 1998. - С.99-102.
8. Старостин С.С. Порівняння методів синтезу цифрових регуляторів стану для систем електропривода з пружними зв'язками / Старостин С.С., Толочко О.І. // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. - 2008. - Вып. 3/2008 (50). - Ч.2. - С. 13-17.

Надійшла до редколегії 15.11.2010

Рецензент: О.П. Чорний

С.С. СТАРОСТИН, О.И. ТОЛОЧКО

Донецкий национальный технический университет

S. STAROSTIN, O. TOLOCHKO

Donetsk National Technical University

Дискретная математическая модель контура моментобразующего тока для синтеза цифровых систем регулирования электромеханических объектов. Статья посвящена вопросам дискретной математической модели контура регулирования моментобразующего тока. Показано, что апериодическая передаточная функция может отобразить регулирование тока с различным быстродействием. Такой подход позволяет синтезировать любую цифровую систему регулирования в общей форме. Результаты апробированы как для структур подчиненного регулирования, так и для систем регулирования состояния.

Time-Discrete Mathematic Model of a Torque-Created Current Loop for the Synthesis of Digital Control Systems of Electromechanical Objects. The paper deals with the questions of time-discrete mathematic model for torque-created current control loop. It is shown that the aperiodic transfer function can characterize the current control with various response times. Such approach allows synthesizing any digital control system in general form. The results are verified both for cascade structures and state space control systems.