УДК 519.677

ОБЗОР МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУДЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА ИЗ МАССИВА ВРЕМЕННЫХ ОТСЧЕТОВ

Деговцов И.В., магистрант; Винниченко Н.Г., доц., к.т.н., доц.
(ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, ДНР»)

В случае, когда требуется программно определить амплитуду гармонического сигнала из массива временных отсчетов, важной задачей является выбор метода, который лучше всего подходит для этого, исходя из условий, при которых массив отсчетов был сформирован. Так например метод прямого определения размаха гармоники, путем определения максимального и минимального значения в массиве, будет иметь высокую погрешность, если в сигнале будет присутствовать помеха, либо если на один период гармоники будет приходиться недостаточное число точек.

Рассмотрим несколько методов определения амплитуды гармонического сигнала, а так же их преимущества и недостатки.

1. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ).

В общем случае, ДПФ применяется для спектрального анализа сигналов, и имеет вид:

$$\dot{X}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k)\exp(-j\frac{2\pi nk}{N}). \qquad (1)$$

Однако в данном случае нас интересует не спектр сигнала, а всего лишь один спектральный отсчет, и потому, вычислять ДПФ для всего спектра нецелесообразно, тем более, что это может занять достаточно большое количество времени. По этой причине, вместо полного, стоит использовать ДПФ для одного спектрального отсчета.

Для реализации такого подхода, следует выбрать период дискретизации сигнала таким образом, чтобы в одном периоде сигнала было целое число временных отсчетов. В таком случае, номер искомой гармоники будет равен как раз числу временных отсчетов, приходящихся на период сигнала.

При этом, важно понимать, что полученное в результате ДПФ значение амплитуды сигнала будет пропорционально отличаться от реальной амплитуды сигнала. Для установлений этой пропорции, следует так же произвести ДПФ для нулевой гармоники. Полученное значение нулевой гармоники используем в качестве опорного значения, т.к. известно, что оно соответствует удвоенному значению постоянной составляющей. Тогда формула определения амплитуды искомой гармоники:

$$U_{max} = \frac{2 \cdot \dot{X}(k) \cdot U_{cp}}{\dot{X}(0)}, \qquad (2)$$

где k – номер искомой гармоники.

Преимущества данного метода заключаются в том, что можно с высокой точностью определить значение амплитуды сигнала, при этом полностью игнорируя весь спектр сигнала, кроме единственной частоты, что удобно в ситуациях, когда имеют место быть наводки, либо высокочастотные шумы.

Однако, для того, чтобы выполнить условие целого числа временных отсчетов на период сигнала, нужно очень точно знать частоту данной гармоники(с точностью не хуже 0,01%), иначе, в силу очень высокой крутизны характеристики, будет большая погрешность. Поэтому данный метод подходит только в тех случаях, когда есть возможность заранее с высокой точностью определить частоту сигнала, либо когда сигнал генерируется источником с очень высокой стабильностью частоты.

2. Среднеквадратичное значение.

В данном методе, значение амплитуды гармоники определяется по формуле:

$$\mathrm{U}_{max} = \sqrt{\frac{2}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} {X_i}^2}. \quad (3)$$

Важной особенностью метода является то, что для достижения максимальной точности, рекомендуется использовать целое число периодов сигнала. Однако при помощи программных средств можно легко определить в массиве точки, которые удобнее всего принимать за начальную и конечную. При этом фаза начальной точки не важна.

Кроме того, важно то, что для реализации данного метода не обязательно задавать сигналу постоянное смещение, чтобы весь размах гармоники входил в диапазон измерения АЦП. Напротив, можно пропустить сигнал через разделительный конденсатор, либо ФВЧ перед оцифровкой. Для полученного однополупериодного сигнала амплитуда равна:

$$\mathrm{U}_{max} = \sqrt{\frac{4}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} {X_i}^2}. \quad (4)$$

Такой подход может оказаться полезным, если используется АЦП с малой разрядностью, т.к. весь диапазон АЦП может работать на одну полуволну гармоники, вместо полного размаха. Кроме того, такой подход полностью устраняет проблему с определением начальной и конечной точки, ведь можно выбрать за начальную и конечную точки, находящиеся посреди отсеченной полуволны, и произвести суммирование квадратов только для точек отличных от нуля, учитывая и то, что в таком случае N будет равно числу точек, значение которых отлично от нуля.

При моделировании такого метода измерения установлено, что при идеальном синусоидальном сигнале и выборе начальной и конечной точек, методическая погрешность метода уже при 30 отсчетах не превышает 0,01% а с дальнейшим ростом числа отсчетов и вовсе устремляется к нулю (рис. 1).

3. Тригонометрическая аппроксимация.

В основе данного метода лежит идея интерполяции полиномом Фурье, который имеет вид:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N} (a_i \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{T}\right) + b_i \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{T})). \quad (5)$$

Однако использование такого полинома мало чем отличается по смыслу от обычного анализа Фурье, и при учете того, что предполагаемый сигнал гармонический, для получения амплитуды сигнала, достаточно программно исключить постоянную составляющую из сигнала и рассчитать коэффициент a по формуле:

$$a = \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^{N} X_i \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot i}{f})}{N}. \quad (6)$$

Как и в случае с ДПФ, для реализации данного метода необходимо заранее знать частоту сигнала, однако требования к точности тут значительно ниже(точность определения частоты должна быть не хуже 0,1%). Кроме того, важно следить за тем, чтобы фаза аппроксимирующей синусоиды совпадала с фазой исследуемой гармоники. Так же, для максимальной точности, следует выбирать из исходного массива данных такой фрагмент для анализа, при котором первой точкой будет начало периода, а последней – конец периода.

Одним из важных преимуществ метода является компенсация погрешности квантования, так при моделировании данного алгоритма, обнаружено, что гармонический сигнал, оцифрованный при помощи пятиразрядного АЦП, может быть восстановлен с точностью до десятых долей процента, если на один период сигнала приходится не менее сотни точек.

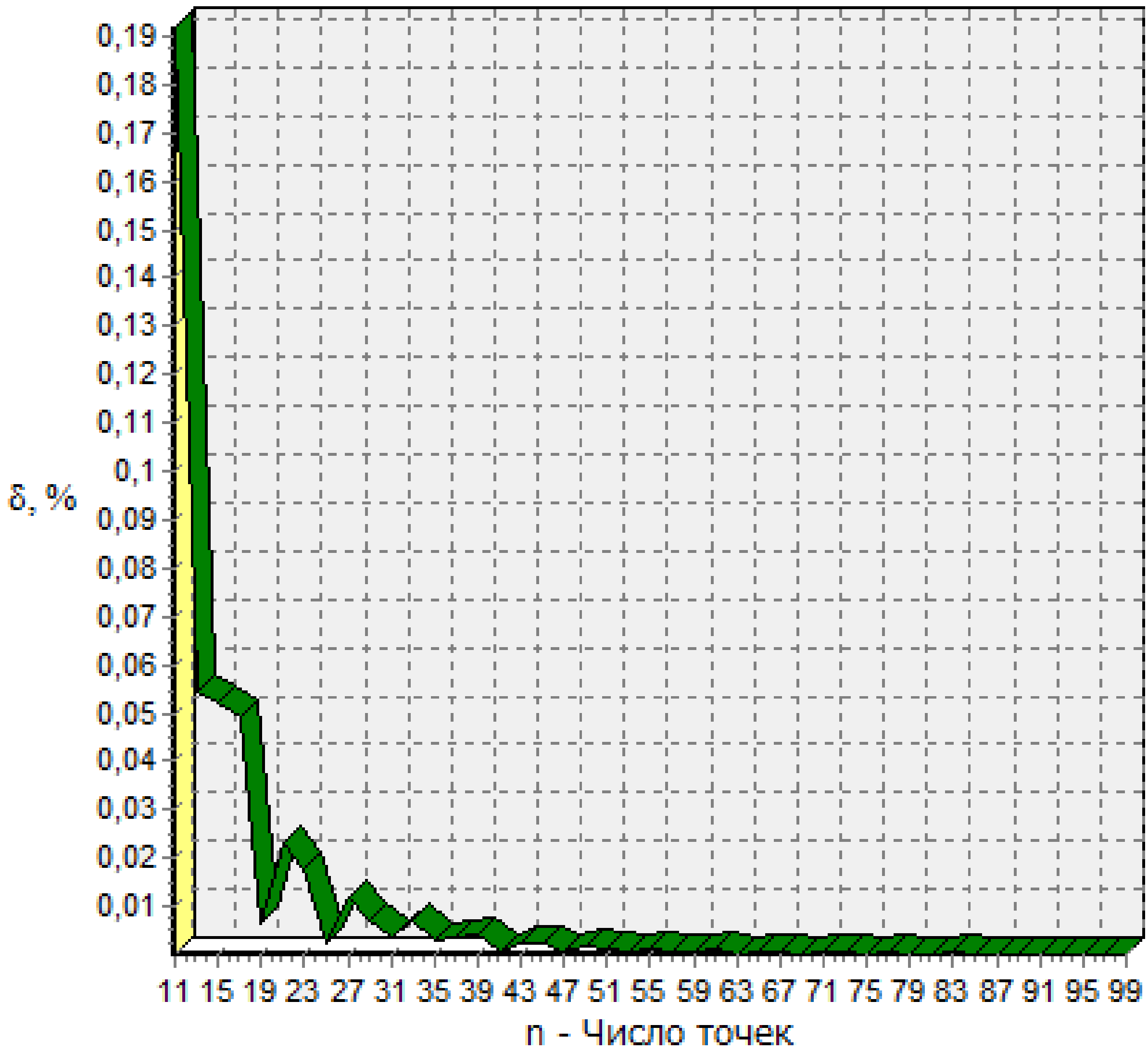

Рисунок 1 – Зависимость относительной погрешности от числа точек

Таким образом, установлено, что все три метода обеспечивают высокую точность измерения, однако имеют свои специфические особенности и недостатки, и потому выбор того или иного метода зависит от того, в какой ситуации требуется произвести замер. Такими определяющими обстоятельствами могут быть: наличие шумов, возможность заранее точно определить частоту сигнала, разрядность АЦП, требуемое быстродействие и т.д.

Перечень ссылок

1. Александров, В. А. Преобразование Фурье : Учебное пособие. / В. А. Александров. – Новосибирск : НГУ, 2002. - 62 с.
2. Вержбицкий, В. М. Численные методы / В. М. Вержбицкий. – Москва : Высшая школа, 2001. – 382с.