

$$-m \cdot \frac{dV}{dt} = \Delta p_{u2} \cdot \omega, \quad (1)$$

где m – масса столба жидкости в трубопроводе, кг;

V – средняя скорость потока в трубопроводе при расходе Q_1 , м/с;

Δp_2 – часть давления, не скомпенсированного насосом в начальный момент времени после закрытия задвижки, Па;

– площадь поперечного сечения трубопровода, м².

Выразив величины, входящие в уравнение (1) через известные соотношения, получим дифференциальное уравнение вида:

$$-\frac{\rho \cdot l \cdot \omega}{\omega} \cdot \frac{dQ}{dt} = \Delta p_2 \cdot \omega,$$

или

$$-\frac{\rho \cdot l}{\omega} \cdot \frac{dQ}{dt} = \Delta p_2. \quad (2)$$

Из графического построения получим:

$$\Delta p_{u2} = b \cdot Q_1^2 - \Delta p, \quad (3)$$

где Q_1 – расход жидкости, соответствующий устойчивому режиму в точке 1, м³/с;

Δp – разница давлений в точках 2 и 1, Па;

b – измененное гидравлическое сопротивление путем дросселирования напорного трубопровода, кг/м⁷:

$$b = \xi \cdot \frac{\rho}{2 \cdot \omega^2},$$

где ξ – коэффициент гидравлического сопротивления регулирующей задвижки, зависящий от линейного перемещения штока запорного органа.

Разность давлений в точках 2 и 1 определим по формуле:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = p_0 - k \cdot Q_2^2 - p_0 + k \cdot Q_1^2 = k \cdot (Q_1^2 - Q_2^2), \quad (4)$$

где k – угловой коэффициент наклона напорной характеристики насоса, кг/м⁷;

p_0 – напор насоса при нулевой подаче, Па.

С учетом (4) уравнение (3) представим в виде:

$$\Delta p_{u2} = b \cdot Q_1^2 - k \cdot Q_1^2 + k \cdot Q^2 = \xi(t) \cdot \frac{\rho}{2 \cdot \omega^2} \cdot Q_1^2 - k \cdot Q_1^2 + k \cdot Q^2, \quad (5)$$

где $\xi(t)$ – зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от времени.

Подставив (5) в уравнение (2), после группировки членов и соответствующих преобразований получим:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{k \cdot Q_1^2 \cdot \omega}{\rho \cdot l} - \frac{k \cdot \omega}{\rho \cdot l} \cdot Q^2 - \xi(t) \cdot \frac{Q_1^2}{2 \cdot \omega \cdot l}. \quad (6)$$

Уравнение (6) является нелинейным относительно переменной величины Q . Выполним линеаризацию Q^2 , разложив его в ряд Тейлора около точки Q_0 :

$$Q^2 \approx Q_0^2 + 2 \cdot Q_0 \cdot (Q - Q_0) = 2 \cdot Q_0 \cdot Q - Q_0^2,$$

где Q_0 – подача насоса в точке разложения, м³/с.

При этом Q_0 может быть найдено по формуле:

$$Q_0 = \frac{Q_{\min} + Q_{\max}}{2}, \quad (7)$$

где Q_{\max} , Q_{\min} – значение подач на границах зоны промышленного использования насоса, м³/с.

Линеаризованное дифференциальное уравнение примет вид:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{k \cdot \omega}{\rho \cdot l} \cdot Q_1^2 - \frac{2 \cdot k \cdot \omega \cdot Q_0}{\rho \cdot l} \cdot Q + \frac{k \cdot \omega}{\rho \cdot l} \cdot Q_0^2 - \frac{Q_1^2}{2 \cdot \omega \cdot l} \cdot \xi(t),$$

или

$$\frac{dQ}{dt} = A - B \cdot Q - D \cdot \xi(t), \quad (8)$$

где $A = \frac{k \cdot \omega}{\rho \cdot l} \cdot (Q_1^2 + Q_0^2)$, м³/с²; $B = \frac{2 \cdot k \cdot \omega}{\rho \cdot l} \cdot Q_0$, с⁻¹; $D = \frac{Q_1^2}{2 \cdot \omega \cdot l}$, м³/с² – постоянные величины.

При этом время полного регулирования должно быть $t_p > T$, где – фаза гидравлического удара для данного трубопровода:

$$T = \frac{2 \cdot L}{C},$$

где L – длина трубопровода, м;

– скорость распространения ударной волны давления, 1120 м/с.

Принимаем:

$$t_p = 3 \cdot T = \frac{6 \cdot L}{C}. \quad (9)$$

При закрытии затвора его сопротивление существенно меняется только на последней четверти хода запорного органа, поэтому его время нужно увеличить в 3-4 раза, то есть:

$$t_p' = (3 - 4) \cdot t_p. \quad (10)$$

В качестве дросселирующего устройства используем задвижку двухклиновую «Лудло», поскольку при ее использовании возможно максимальное регулирования подачи насоса.

Зависимость коэффициента сопротивления данной задвижки имеет следующий вид:

$$\xi = k_1 \cdot \xi \pm 15\%,$$

где заданная таблично зависимость коэффициента сопротивления задвижки «Лудло» ξ определяется по следующей формуле:

$$\xi = 174 \cdot e^{-6,876 \cdot x} \pm 5,2\%,$$

а коэффициент сжатия потока k_1 – по следующей формуле:

$$k_1 = -1,4275 \pm 14\%.$$

Итак, зависимость коэффициента сопротивления регулирующей задвижки «Лудло» будет иметь вид:

$$\xi = 174 \cdot e^{-1,4275 \cdot t} \cdot e^{-6,876 \cdot x} \pm 15\% .$$

Учитывая закон перемещения затвора с полностью открытого в закрытое положение, изменение во времени гидравлического сопротивления данной задвижки при ее закрытии будет выражаться следующей зависимостью:

$$\xi(t) = 174 \cdot \left(1 - \frac{t}{t'}\right)^{-1,4275} \cdot e^{-6,876 \cdot \left(1 - \frac{t}{t'}\right)} = 0,18 \cdot \left(1 - \frac{t}{t'}\right)^{-1,4275} \cdot e^{\frac{6,876 \cdot t}{t'}} .$$

Тогда исходное дифференциальное уравнение переходного процесса при закрытии задвижки будет иметь вид:

$$\frac{dQ}{dt} = A - B \cdot Q - 0,18 \cdot D \cdot \left(1 - \frac{t}{t'}\right)^{-1,4275} \cdot e^{\frac{6,876 \cdot t}{t'}} . \quad (11)$$

Общее решение уравнения (11) находим при начальных условиях $t = 0, Q = Q_1$.

Ускорение потока путем открытия задвижки графически выражается движением рабочей точки из положения 2 в положение 1 (рисунок 1). Динамика процесса при этом описывается уравнением механики:

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = \Delta p_{ul} \cdot \omega , \quad (12)$$

где Δp_1 – часть давления, не скомпенсированного насосом в начальный момент времени после открытия задвижки, Па.

Выразив входящие в данное уравнение величины через известные соотношения, а также осуществив линеаризацию, получим дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{dQ}{dt} = A_1 - B \cdot Q + D_1 \cdot \xi(t) , \quad (13)$$

где $A_1 = \frac{k \cdot \omega}{\rho \cdot l} \cdot (Q_2^2 + Q_0^2)$, $\text{м}^3/\text{с}^2$; $D_1 = \frac{Q_2^2}{2 \cdot \omega \cdot l}$, $\text{м}^3/\text{с}^2$ – постоянные величины.

Учитывая закон перемещения затвора с приоткрытого в полностью открытое положение, изменение во времени гидравлического сопротивления данной задвижки при ее открытии будет выражаться следующей зависимостью:

$$\xi(t) = 174 \cdot \left(\frac{t}{t'} + t_{min}\right)^{-1,4275} \cdot e^{-6,876 \cdot \left(\frac{t}{t'} + t_{min}\right)}$$

Тогда исходное дифференциальное уравнение переходного процесса при открытии задвижки будет иметь следующий вид:

$$\frac{dQ}{dt} = A_1 - B \cdot Q + 174 \cdot D_1 \cdot \left(\frac{t}{t'} + t_{min}\right)^{-1,4275} \cdot e^{-6,876 \cdot \left(\frac{t}{t'} + t_{min}\right)} \quad (14)$$

Общее решение уравнения (14) находим при начальных условиях $t = 0, Q = Q_2$.

Для реализации переходных процессов при регулировании подачи насоса определим численные значения постоянных коэффициентов в расчетных дифференциальных уравнениях, описывающих данные процессы. Необходимые расчеты проведем для водоотливной установки, оборудованной насосом ЦНС 300-120-600. При этом угловой коэффициент наклона напорной характеристики насоса равен $k = 20,6 \cdot 10^7 \text{ кг/м}^7$,

минимальная и максимальная подачи соответственно равны $Q_{\min} = 220 \text{ м}^3/\text{час}$ и $Q_{\max} = 301 \text{ м}^3/\text{час}$ (промышленная зона использования насоса). Трубопроводная сеть имеет следующие параметры: строительная длина трубопровода $l = 695 \text{ м}$, диаметр нагнетательного трубопровода $d = 0,229 \text{ м}$, гидравлическое сопротивление сети $= 3565 \text{ с}^2/\text{м}^5$, площадь сечения трубопровода $\omega = 0,0411 \text{ м}^2$, скорость распространения ударной волны $= 1120 \text{ м/с}$.

Тогда исходные дифференциальные уравнения (11 и 14) примут вид:

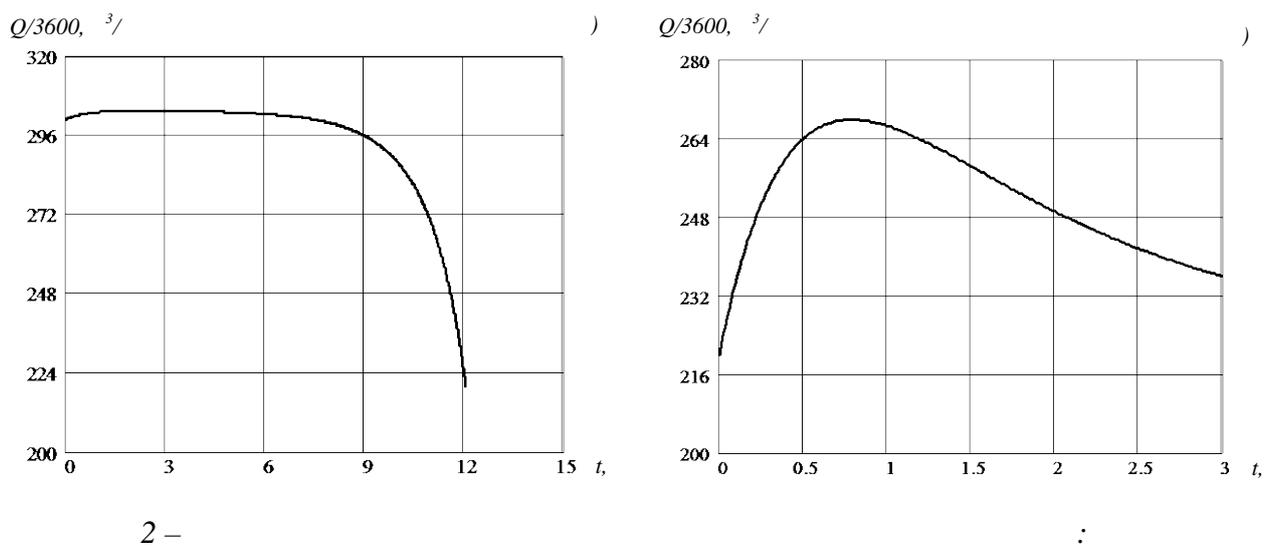
$$\frac{dQ}{dt} = A - B \cdot Q - 0,18 \cdot D \cdot \left(1 - \frac{t}{t'}\right)^{-1,4275} \cdot e^{\frac{6,876-t}{t'}} = 0,146 - 1,73 \cdot Q - 0,18 \cdot 12,23 \cdot 10^{-5} \times$$

$$\times \left(1 - \frac{t}{14,88}\right)^{-1,4275} \cdot e^{\frac{6,876}{14,88} \cdot t} = 0,146 - 1,73 \cdot Q - 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot \left(1 - \frac{t}{14,88}\right)^{-1,4275} \cdot e^{0,462 \cdot t}$$

$$\frac{dQ}{dt} = A_1 - B \cdot Q + 174 \cdot D_1 \cdot \left(\frac{t}{t'} + \frac{t}{t'}\right)^{-1,4275} \cdot e^{-6,876 \cdot \left(\frac{t}{t'} + \frac{t}{t'}\right)} =$$

$$= 0,107 - 1,73 \cdot Q + 3,6 \cdot 10^{-3} \cdot \left(0,167 + \frac{t}{14,88}\right)^{-1,4275} \cdot e^{-0,462 \cdot t}$$

Моделирование процесса регулирования насоса по подаче путем закрытия и открытия задвижки показано на рисунке 2.



В результате математического моделирования получены графики переходных процессов регулирования насоса по подаче путем дросселирования напорной стороны. Проанализировав полученные результаты, можно сделать вывод, что при закрытии задвижки подача снижается с 301 $\text{м}^3/\text{час}$ до 220 $\text{м}^3/\text{час}$ за 12,05 с (соответственно при открытии с 220 $\text{м}^3/\text{час}$ до 268 $\text{м}^3/\text{час}$ за 0,82 с). Более крутой вид характеристики подачи от времени при открытии задвижки можно объяснить тем, что при открытии затвора его сопротивление существенно меняется именно на первой четверти хода.

Перечень ссылок

1. Шевчук, С. П. Повышение эффективности водоотливных установок : Учебное пособие / С.П. Шевчук. – Киев : УМК ВО, 1990. – 104 с.
2. Гейер, В. Г. Шахтные вентиляторные и водоотливные установки : Учебник для вузов / В. Г. Гейер, Г. М. Тимошенко. – Москва : Недра, 1987. – 304 с.