

СТРОИТЕЛЬСТВО И ЭКСПЛУАТАЦИЯ ДОРОГ

УДК 517.2

Л. П. Вовк, д-р техн. наук, А. В. Лисянец

Автомобильно-дорожный институт

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Горловка

ПРОБЛЕМЫ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПОДХОДА К ЗАДАЧАМ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МНОГОФАЗНЫХ СРЕД И ГРУНТОВ

В первой части работы дан обзор исследований, стоящих у истоков современной теории пористых континуумов. Вторая часть посвящена научным публикациям, посвященным изучению волновых процессов в пороупругих средах. В третьей части проведен анализ современных достижений в задачах численно-аналитического изучения динамических эффектов в рассматриваемых двухфазных и почвенных средах.

***Ключевые слова:** пороупругие двухфазные среды, волновые процессы, асимптотические методы, геомеханика, биомеханика*

Введение

Практически для всех гетерогенных насыщенных жидкостью континуумов механика упругих сред является грубым приближением при решении задач динамического деформирования и определения волновых характеристик. Качественное математическое исследование и моделирование пористых водонасыщенных сред началось примерно 100 лет тому назад и было связано с изучением процессов консолидации грунтовых сред. Однако усложненные физико-механические свойства континуума приходится принимать во внимание при анализе большого количества прикладных задач из различных областей человеческой деятельности: в строительстве автомобильных дорог, добыче полезных ископаемых, биомеханике, химической промышленности, геомеханике, звукопоглощении, акустике пористых зернистых сред и т. д. Отсюда интерес к разработке строгой математической теории таких процессов, которая позволит повысить эффективность проектирования, достоверно прогнозировать длительность работы объектов, их реакцию на технологические нагрузки, правильно планировать проведение экспериментальных исследований и обрабатывать их результаты. При этом существенно усложняется формулировка математических краевых задач, описывающих деформационное поведение пористо-упругих водонасыщенных сред, поскольку возникает необходимость учета многофазности среды, эффектов взаимодействия фаз, тепло-массопереноса и других сопутствующих процессов. В связи с этим аналитический, в том числе и асимптотический, анализ краевых задач крайне затруднен даже в плоской постановке и при существенных упрощениях, традиционные из которых: линейность задачи, отсутствие фазовых переходов и температурных эффектов. Это связано с тем, что в элементарном объеме среды перемещения частиц жидкости в отличие от жесткого скелета могут быть сколь угодно большими. При рассмотрении динамических задач учет этого факта особенно важен, поскольку кинематическое поведение жидкости существенно зависит от характера внешней динамической нагрузки.

Цель работы – дать классификацию всех известных численно-аналитических методов решения задач механики грунтов и динамической пороупругости и определить перспективные направления дальнейших исследований в динамических задачах деформирования многофазных почвенных сред, которые позволят оптимизировать характеристики технологических процессов при строительстве автомобильных дорог.

1. Краткий исторический обзор основополагающих работ

Возникновение механики водонасыщенных пористых сред относится к середине XIX века и связано с открытием линейного закона фильтрации однородной жидкости в пористом континууме – закона А. Дарси [100]. Основоположниками теории пороупругости по праву считаются Р. Fillunger и К. Терцаги, предложившие два различных подхода к математическому описанию процессов деформирования в общем случае гетерогенных сред.

Подход Р. Fillunger (1913) [111], основанный на аксиомах теории континуума смесей о несмешивающихся взаимопроникающих континуумах с внутренним взаимодействием, положил начало развитию так называемой теории смесей, которая достаточно интенсивно развивается, начиная с середины прошлого века [91]. Теория смесей обеспечивает гибкий подход для описания кинематики и динамики грунтовой среды [134]. Почвенную среду можно рассматривать как сложный пористый континуум, находящийся под поверхностью земли. Как правило, это смесь большого числа органических и неорганических компонентов, которую с большой степенью точности можно моделировать смесью твердой, жидкой и газообразной фазы. Каждая из этих фаз, в свою очередь, представляет собой смесь. Например, твердая фаза представляет собой смесь многочисленных материалов, большинство из которых являются противоположно заряженными. Это является следствием процессов жизнедеятельности микроорганизмов. Так же и газообразная фаза по тем же причинам существенно отличается от состояния атмосферы. Водную среду вообще следует рассматривать в виде разбавленного жидкого раствора, уравнивающего заряды твердых компонентов континуума. Она, в свою очередь, содержит взвешенные доли твердой и газообразной фаз. По этой причине именно в рамках теории смесей удобно описывать макроскопическое поведение почвенной среды. В большинстве задач достаточно описать поведение фазы или ее составляющей в определенной области, оставляя за рамками анализа деформационные процессы в макрообъеме [134].

Подход К. Терцаги (1923) «более интуитивен» [140] и считается основополагающим в механике грунтовых сред [147]. Именно К. Терцаги практически создал механику грунтов, описав уплотнение грунтовой среды во времени. Применяя закон Дарси и принимая скелет грунта линейно деформируемым, К. Терцаги на основе классической плоской теории упругости впервые математически смоделировал процессы фильтрации жидкости через упругую среду. Это позволило изучить различные физические и механические эффекты, происходящие при деформировании пористых водонасыщенных сред: скачки давления в поровой жидкости, изменение капиллярности, возникновение трения в процессе фильтрационной консолидации. Кроме того, впервые были введены понятия эффективного (давление в скелете грунта) и нейтрального (давление жидкости в поровой среде) давлений. Попытка распространить теорию Терцаги на трехмерный случай была предпринята Л. Рендулич [136].

Подробный обзор научных публикаций, посвященных подходам Р. Fillunger и К. Терцаги, приведен, например, в работах [102, 103].

Несмотря на фундаментальный характер работ Р. Fillunger и К. Терцаги, все же создание и развитие механики пористых водонасыщенных сред связано с именем М. Био, который обобщил теорию Терцаги на пространственный случай и сформулировал определяющие уравнения механики пористых сред, насыщенных вязкой жидкостью, которые, что особенно важно, содержат параметры, учитывающие взаимодействие фаз. Общеизвестно [144], что теория М. Био в XX веке – одно из крупнейших достижений механики сплошных сред, обобщающих классическую теорию упругости на пористоупругие водонасыщенные среды. Библиографические обзоры работ М. Био и научных публикаций, посвященных рассматриваемой проблематике, можно найти в [24, 31, 144, 101].

Первые работы М. Био, посвященные трехмерной консолидации статически однородного изотропного грунта, были опубликованы в 1935 и 1941 гг. [84, 85]. На основе того, что процесс консолидации во многих случаях идентичен процессу выжимания воды из упругого

пористого скелета, были получены соотношения между напряжениями и деформациями в двухфазной среде, определен набор физических констант для определения свойств и сформулированы общие уравнения относительно перемещений жидкой и твердой фаз среды. Уже в [84] указана большая роль операционного исчисления в решении проблем трехмерной консолидации.

Разработанная теория несколько раз перерабатывалась самим М. Био [83, 86–88] и в конечном итоге была обобщена на случаи анизотропного [5] и вязкоупругого [4] скелета. Следует отметить, что в обобщенной формулировке закона Гука для анизотропной пористой среды присутствует 28 независимых констант, тогда как в упругой анизотропной среде таких констант 21. В дальнейшем в [94, 145], в результате микромеханического анализа пороупругой среды, был введен тензор коэффициентов Био. В [4] был развит принцип соответствия, согласно которому уравнения для упругих систем могут быть сведены к уравнениям вязкоупругости и пороупругости, если заменить упругие коэффициенты на соответствующие операторы. Далее рассматриваемая теория была развита в многочисленных работах, среди которых можно отметить [148] (специальная теория механики грунтов), [137] (связь пороупругих параметров Био с традиционными параметрами механики горных пород и упрощенная интерпретация асимптотических состояний пороупругих сред), работы, использующие формализм теории смесей [97, 124, 79, 91, 121].

Макроскопические уравнения пороупругости, полученные с помощью математически строгой методики осреднения, представлены в [92] (размер поры считается малым по сравнению с макроскопическим масштабом, вследствие чего возможно использование двумерного метода гомогенизации для вывода макроскопических уравнений), [82] (в предположении малых возмущений характеристик среды получены линеаризованные уравнения движения пористой среды, содержащей как жидкость, так и газ), [132] (использован метод прямого объемного усреднения уравнений движения и уравнений состояния каждой фазы при условии пренебрежения инерционными эффектами). В цикле работ [150–152] традиционная процедура усреднения приводит к уравнению движения и уравнению непрерывности, выражаемому через усредненное по объему давление и скорость. Проведенный асимптотический анализ уравнений позволил выделить члены малого порядка и указать условия, при которых ими можно пренебречь. В монографии [56] теория усреднения уравнений в частных производных применяется для анализа деформационных процессов в «резко неоднородных средах», в частности, в перфорированных пористых континуумах. В приложениях предлагаемой методики основное внимание уделено задачам дифракции и рассеяния волн. В работе В. Н. Николаевского [55] упор сделан на рассмотрение эффектов изменения пустотности при сдвиге и насыщении пор и трещин жидкостью. Приведена теория фильтрации в деформируемом коллекторе, рассмотрены процессы диффузии и переноса. Выборочные представления волновых уравнений движения пористых флюидонасыщенных сред рассмотрены и систематизированы в [32]. В ранних исследованиях теория Био использовалась чаще всего в ультразвуковом диапазоне изменения частот. В низкочастотной области были отмечены несовпадения в теоретических и экспериментальных исследованиях характеристик затухания и рассеяния акустических волн. В [32] с этой точки зрения проанализированы два варианта определяющих уравнений, которые можно использовать для низких частот.

Однако на практике оказалось, что все модификации конфигурации не имеют принципиального преимущества перед теорией Био [137, 121, 101, 77] и дают эффект только в определенных предельных ограничениях, накладываемых на механические параметры среды и характер внешней нагрузки. Резюмируя результаты представленных выше работ, можно сформулировать основные постулаты, на которых основана теория Био [31, 93]: 1) возможность применения к исследованиям методов механики сплошных сред; 2) уравнения движения линейны в предположении малых амплитуд смещений, деформаций и скоростей частиц среды; 3) описания полей Эйлера и Лагранжа совпадают; 4) длина волны колебаний λ долж-

на быть много больше среднего размера пор и много меньше линейного размера элементарного объема, по которому производится осреднение механических характеристик; 5) жидкая фаза предполагается непрерывной; 6) температурное поле не зависит от времени; 7) материал твердой фазы в исходной конфигурации считается изотропным. В рамках этих ограничений теория Био позволяет учитывать неоднородность эффективной пористости, диссипацию, анизотропию скелета.

Отметим некоторые специфические параметры волнового процесса в пористых средах, фигурирующие в теории Био. Поскольку свойства пороупругих сред при разрушении зависят от величины эффективных напряжений, в [4] введен коэффициент эффективных напряжений и их определение для сжимаемого и несжимаемого скелета. Также большое значение имеет такая введенная характеристика, как извилистость (действительное расстояние, проходимое жидкостью по пространству пор), входящая в выражение для кинетической энергии континуума. Зависимость большинства характеристик от частоты требует отдельного анализа энергетических характеристик и уравнений движения среды в низкочастотной и высокочастотной области. Например, зависимость коэффициента проницаемости от частоты требует отдельного исследования [4, 78, 117, 98].

Сложные физико-механические процессы, происходящие в рассматриваемом континууме, и их зависимость от частоты потребовали введения характеристики вязкой силы межфазного взаимодействия и разделения частотного диапазона на три области: 1) течение жидкости внутри скелета описывается как течение Пуайзеля; 2) доминирование вязких сил взаимодействия над инерционными при нарушении течения Пуайзеля; 3) учет только инерционных сил.

Отметим также появление в теории Био такой геометрической характеристики, как структурный коэффициент – параметр среды на макроуровне, зависящий от пористости, формы пор и их ориентации [108, 64]. Необходимость учета такого коэффициента привела к необходимости введения понятия двойной пористости [80].

2. Акустические волновые процессы в пороупругих средах

Первыми важными задачами пороупругости стали задачи определения характеристик волнового поля и анализ закономерностей распространения акустических волн в двухфазных средах. Первые работы в этой области [154, 71] появились в 1944 г. и были связаны с изучением деформационного и сейсмoeлектрического эффектов при возбуждении акустических волн в пористо-упругой водонасыщенной среде. Предложенные в этих работах модели качественно верно описывали волновые эффекты, но пренебрегали либо сжимаемостью [154], либо инерционными эффектами [71]. Уже в [71], а позднее в работах М. Био [89, 90], было отмечено существенное усложнение волнового поля в пористой среде по сравнению с чисто упругой, а именно существование вместе с продольной и поперечной волной третьего типа волны – продольной волны II рода (медленной продольной волны или волны Био). Эти фундаментальные результаты, полученные исходя из теории Био, при анализе упругих волновых полей в пористых средах остаются базовыми для линейной акустики пористых сред и в настоящее время.

Впервые экспериментальное обнаружение в искусственной водонасыщенной пористой среде, содержащей стеклянные сферические включения, второй объемной волны сжатия произведено по методике [130]. Исследование проводилось в ультразвуковом режиме. Скорость волны Био в образце с пористостью 28,3 % составила 1040 м/с. Экспериментально были измерены пористость и отношение амплитуды медленной волны к амплитуде быстрой волны при нормальном падении и установлено снижение скорости волны Био с уменьшением пористости среды. Позднее изучалось распространение волн в песчаной пористой колонке методом ударной трубки [146]. Количественная информация об амплитудах порового давления, скоростях волн и демпфировании сравнивается с теоретическими прогнозами. Хорошее согласие получено для наполненных воздухом пор. Для водонасыщенных пор наблюда-

ется двухволновая структура, и соответствующее соотношение давления и амплитуды согласуется только с наблюдаемой скоростью первой волны. Распространение акустических волн в слабогазонасыщенной среде рассматривалось в [142]. Предполагалось, что объемы газа имеют сферическую форму и однородно распределены по объему.

В дальнейшем медленная продольная волна изучалась в газонасыщенных средах, естественных водонасыщенных пористых средах и средах с воздушным заполнением [114, 95, 115, 76, 125, 120]. Качественному и количественному исследованию кинематических характеристик всего волнового поля в различных флюидонасыщенных пористых средах и их сравнению с теоретическими результатами теории Био посвящено большое количество научных работ [97, 109, 115, 116, 123, 129, 139, 46, 133, 141, 149]. Краткий обзор работ, посвященных экспериментальному исследованию свойств медленной волны Био, содержится в [24].

В реальных пористоупругих средах, насыщенных вязкой жидкостью, волновые процессы диссипативны. Следствием этого является то, что все три типа волн в рассматриваемом континууме обладают дисперсией, а их фазовые скорости зависят не только от механических характеристик скелета и жидкости, но и от частоты. Бездисперсионными волны будут только тогда, когда вязкостью поровой жидкости пренебрегают [76]. Критическое сравнение значений затухания, полученных экспериментально, с результатами, предсказываемыми теорией Био, для природных камней дано в [112].

Основное количество работ посвящено исследованию характеристик затухания всех трех типов волн в рассматриваемой среде.

В ранней работе Л. Я. Косачевского [33] рассматривалась задача анализа волнового поля на границе раздела жидкости и пороупругого однородного изотропного полупространства, насыщенного вязкой жидкостью. При помощи метода Вейля – Бреховских [7] впервые были проанализированы возникающие поверхностные волны и доказано существование магнитозвуковых волн вблизи границы раздела.

Николаевский В. Н. в [55] рассматривал статические и динамические деформационные процессы в водонасыщенных пористых средах. Особое внимание было уделено учету динамики изменения пористости и водонасыщенности пор и изучено влияние этих факторов в формировании волновой структуры в водонасыщенных грунтах. Позднее в [128] этот же автор провел литературный обзор научных публикаций российских ученых, посвященных вопросам динамического деформирования водонасыщенных почвенных сред и горных пород.

Изучению распространения волн в двухкомпонентных средах посвящены работы «ташкентской школы» механиков. В [47, 69, 70] для вывода теории двухкомпонентных сред предложена специальная методика применения интегральных преобразований и теории специальных функций. На ее основе решена плоская задача распространения одномерных волн в неоднородных пористых средах.

Вопросы корректной постановки задачи математического моделирования деформационного поведения водонасыщенной пористой среды с учетом эффективных свойств каждого компонента рассмотрены в [72]. Автор использует законы сохранения массы, импульса и модифицированный закон сохранения энергии в микроподходе к поведению каждого компонента среды. Далее используется методика осреднения по фазам в пределах элементарного объема, что позволяет получить замкнутую систему уравнений относительно макропараметров среды. Показано, что учет упругости твердой фазы и вязкости жидкости позволяет уточнить известные ранее уравнения фильтрации.

Дисперсионное поведение кинематических характеристик упругих волн в водонасыщенных пористых средах рассматривалось в [39]. Здесь же были затронуты вопросы экспериментального подхода к изучению зависимости физических параметров теории Био от параметров внешнего нагружения для песчаных почвенных сред.

При помощи численно-аналитического подхода в [45] изучены зависимости фазовых скоростей и коэффициентов затухания продольных волн Био от частоты. Рассмотрены два типа пористых континуумов: среда, насыщенная слабосжимаемой жидкостью и газонасыщенная среда. Аналитически определено предельное значение частоты, при котором обе продольные волны совпадают. Такой эффект достижим только при определенном соотношении механических параметров скелета и поровой жидкости. Указан интересный эффект смены типа относительного движения фаз в газонасыщенной среде на некоторой частоте и исследованы различия характеристик затухания волн в средах обоих типов. Отметим, что ранее подобные проблемы были рассмотрены в [76].

В [139] были проведены измерения скорости и затухания звуковой волны в среде водонасыщенных стеклянных сфер. В выводах работы однозначно подчеркнута обоснованность теории Био при изучении звуковых волн в пористых водонасыщенных средах.

Следует отметить также изменение характера поверхностных волн на границе порупругого полупространства, что связано с существованием двух типов продольных волн в двухфазной среде. Кроме того, течение вязкой жидкости внутри упругого скелета обуславливает затухание поверхностных волн.

По-видимому исследование поверхностных волн вдоль свободной границы порупругого полупространства впервые отражено в [118], где проанализированы скорости распространения поверхностных волн типа Рэлея в порупругом, водонасыщенном насыщенном твердом теле. Введены достаточно жесткие ограничения: инерционная связь между жидкостью и твердым телом отсутствует, а коэффициент Дарси считается не зависящим от частоты.

Примерно в это же время появились работы [105–107] также посвященные изучению распространения поверхностных волн в порупругих континуумах. В этой серии работ впервые были предложены граничные условия на границе раздела между жидкостью и водонасыщенным пористым материалом. Очевидно, что эти условия определяют деформационную динамику точек границы раздела. Самым главным отличием от упругого случая является наличие второй продольной волны, которая добавляет дополнительную степень свободы и, следовательно, требует введения дополнительного граничного условия, необходимого для полного описания волнового процесса. Авторы [107] связали это дополнительное граничное условие с непрерывностью давления жидкости на границе и ввели понятие проницаемости поверхности, который определяет неоднородность давления на границе. Постановка граничных условий для корректной формулировки краевых задач – важнейшая составляющая дальнейшего решения. Не касаясь подробно этого вопроса, отметим также [113, 153, 141], где изучено поведение волнового поля на границе раздела пористо-упругих полупространств, в том числе и при предположении, что одно из них обладает двойной пористостью или является жидкой средой.

Существование поверхностной волны Рэлея для проницаемой и непроницаемой границы порупругого полупространства доказано в [143]. Доказано, что фазовые скорости этой волны в [118] найдены неверно. Отдельно проанализирована зависимость фазовой скорости волны от значения коэффициента Пуассона изотропного упругого скелета. Недостатком данной работы является предположение отсутствия затухания.

Существенные качественные результаты при анализе поверхностных волн в окрестности границы раздела порупругого полупространства и жидкости получены в [110]. Теория Био здесь используется для численного определения фазовых скоростей различных поверхностных волн в окрестности границы раздела сред. В зависимости от соотношений механических параметров сред доказано существование от одного до трех типов поверхностных волн: «действительной» волны Био – Плона (ее скорость меньше скорости объемных волн), волны псевдо-Стоунли и волны псевдо-Рэлея. Рассмотрение проведено для высокочастотного диапазона частот. Отмечено, что картина волнового поля и количество распространяющихся мод зависит от того открыты или закрыты поры упругого скелета полупространства.

Контакт пороупругого, насыщенного воздухом полупространства и воздуха изучался в [80]. Если рассматривать полупространство как сухой грунт, то соответствующее дисперсионное уравнение определяет три поверхностных моды колебаний. Проанализированы зависимости кинематических характеристик этих мод от пористости и механических параметров полупространства. Задача решалась в плоской постановке. Проанализированы некоторые волновые характеристики слоистого пороупругого полупространства.

Дисперсионным свойствам поверхностных волн в пороупругих средах посвящена монография [96]. Математическая формулировка задач основана на двумерной теории Био и включает в себя рассмотрение частотно-зависимой связи между твердой и жидкой фазами. Исследована зависимость проницаемости среды от волновых характеристик. Рассмотрены вопросы взаимного влияния поверхностных мод колебаний. Приведено экспериментальное подтверждение полученных теоретических результатов.

3. Анализ современных достижений

Обзор современных работ, посвященных изучению динамического деформирования пористо-упругих водонасыщенных сред начнем с цикла работ представителя киевской школы механики Н. С. Городецкой. В работах этого автора (1998–2010 гг.) исследовались различные важнейшие особенности волнового поля в пористо-упругих континуумах.

В первых работах этого цикла [19, 20] рассматривались два варианта граничных условий на свободной поверхности среды с открытыми порами [19] и с закрытыми порами [20]. В этих работах получены и исследованы дисперсионные уравнения, позволяющие изучить процесс зависимости затухания от частоты.

В [21] изучались некоторые особенности затухания волнового поля в пороупругом слое, поверхность которого свободна от нагрузок. Как известно [84, 64], общее затухание волн в пороупругой среде представляет собой суперпозицию потерь энергии от диссипации в упругом скелете и поровой жидкости и от относительного движения этих двух фаз, обусловленного силой их взаимодействия. Именно вторая причина появления диссипации является предметом рассмотрения в [21]. Доказано, что учет затухания существенно трансформирует дисперсионный спектр, структура которого позволяет разделить дисперсионные кривые на «упругоподобные» и «жидкоподобные» – соответствующие упругому и жидкому слою. Проведен подробный качественный анализ обеих типов дисперсионных кривых, позволяющий изучить закономерности изменения затухания от вязкости поровой жидкости и частоты и сравнить полученные результаты с диссипативными процессами в чисто упругих или жидкостных волноводах.

Особенности отраженного волнового поля от свободной границы пороупругого водонасыщенного полупространства изучались в [22]. Проведен энергетический анализ отражения всех трех типов волн от проницаемой и непроницаемой границ. Отмечено, что в общем случае энергия падающей волны не равна энергии, которая переносится внутрь полупространства отраженными волнами, вследствие чего нарушается принцип суперпозиции по энергии.

Еще более подробный анализ изменения характеристик поверхностных волн проведен в [23, 25] для проницаемой и непроницаемой свободных границ полупространства. Проанализированы области сосредоточения энергии, переносимой разными типами возникающих поверхностных волн. Например, для проницаемой границы выделена одна поверхностная волна, слабо зависящая от частоты. Переносимая ею энергия в основном сосредоточена в упругой фазе среды. Для непроницаемой границы существуют две поверхностные волны – слабо- и сильнозатухающие. Первая из них переносит энергию в упругий скелет, вторая – в жидкую фазу.

Обобщение полученных результатов для случая контакта пороупругого и жидкого полупространств проведено в [27]. Установлено, что при некоторых зависимостях механиче-

ских параметров обеих сред в рассматриваемом континууме возможно существование уже трех типов волн, локализованных вдоль границы раздела пороупругого и жидкостного полупространства. Изучены их энергетические характеристики.

Обзорная статья [24], уже упоминавшаяся ранее, содержит анализ литературных источников с момента возникновения первых теорий консолидации пористых сред, прежде всего теории Био, их развития и некоторых их приложений к исследованию волновых процессов в двухкомпонентных средах. Упор при этом делается на полученные результаты, а не на методы их получения. В историческом аспекте рассмотрены определяющие уравнения теории Био, их модификации, а также механические характеристики, определяющие процесс динамического деформирования двухфазной среды. Кратко дан обзор моделей, учитывающих затухание, теории пористых сред, экспериментальные методики определения волновых характеристик, граничные условия для различных типов пористых континуумов. Отдельно рассмотрены работы, посвященные исследованию поверхностных волн на свободной границе пороупругого полупространства.

Наконец, в [28] проанализированы ветви дисперсионных уравнений для свободной границы пороупругого полупространства, насыщенного вязкой сжимаемой жидкостью. Отдельно рассмотрены случаи проницаемой и непроницаемой границ и доказана сильная частотная зависимость скорости медленной продольной волны.

Большую практическую значимость имеют работы Л. А. Собисевича [57–63], посвященные математическому моделированию гармонических волновых процессов в неоднородных пористых геологических средах. Пожалуй, впервые в этих работах установлена связь между природой волновых движений в пористой среде и резонансных факторов, обусловленных локальной и глобальной неоднородностью структуры континуума. Это в свою очередь требует индивидуального нетрадиционного подхода к каждой конкретной задаче и, соответственно, применения различных математических, асимптотических методов и экспериментальных технологий исследования. В частности отмечено, что вблизи от источника волн возможен расчет с применением прямых численных методов, а в отдалении – необходимо применение асимптотических методов исследования. Интересна применяемая в анализе математическая модель пористой среды как упругого тела, внутренняя структура которого содержит полости сферической или эллипсоидальной формы [37, 59]. Математически корректно сформулированы краевые динамические контактные задачи для многослойных почвенных и геологических сред и разработана методика сведения их в общем случае к системам интегральных уравнений. Это позволило рассчитать поле контактных напряжений во всем диапазоне частот. Традиционно изучение резонансных эффектов в слоистых пористых средах проводится при помощи построения их амплитудно-частотных характеристик. Если в слоистой среде имеются неоднородности, размер которых мал по сравнению с длиной волны, возможно проявление локальных резонансных явлений, порождающих отклик и после снятия вибронагрузки. Важным приложением полученных результатов является разработка на основе проведенных исследований резонансного метода контроля спектра собственных частот очага магматических структур вулканов, что дает возможность прогнозировать изменение происходящих в них динамических явлений.

В работах Л. Б. Маслова [40–44] разработана методика применения уравнений пороупругости Био для изучения деформационных процессов в опорно-двигательном и мышечном аппарате человека. Поведение костной ткани моделируется уравнениями анизотропной пороупругости, на основе которых исследовано динамическое напряженно-деформированное состояние элементов костной ткани под воздействием гармонически изменяющегося во времени нагружения. Особенно интересен вопрос изменения давления в порах губчатого вещества на резонансных частотах. Для случая принятия гипотезы трансверсальной изотропии среды разработана математическая методика расчета механических характеристик биологических тканей.

Цикл работ Л. А. Кукарских [34–36] посвящен применению обобщенной математической теории разрывов к исследованию волнового поля в водонасыщенных упруго-вязкопластических средах. Получены аналитические выражения для фазовых скоростей всех трех типов волн. Если учитывать вязкость жидкости, то амплитуда затухания волн зависит от геометрических параметров волновой поверхности, пористости среды, частоты и температуры.

Переходим к обзору работ Ростовской школы механиков, посвященных различным аспектам проблемы динамического деформирования пороупругих сред и грунтов.

В работах А. О. Ватульяна основным методом изучения прямых и обратных задач для пороупругих и жидко-слоистых сред служит метод граничных интегральных уравнений. В [8] в плоской постановке изучались вынужденные колебания слоистой полубесконечной области, состоящей из идеальной жидкости, которая ограничена на верхней границе чисто упругим слоем. Контактная нижняя поверхность слоя предполагается в общем случае неровной. На границе контакта упругого слоя и жидкости задаются условия непротекания, а верхняя граница слоя находится под воздействием гармонически изменяющейся по времени нормальной нагрузки. Неровность задается в виде гладкой финитной функции, содержащей в виде множителя малый параметр. Это дает возможность применить при решении прямой задачи методы теории возмущений, что возможно только для малой амплитуды неровности. Для решения прямой задачи применяется также метод граничных уравнений, приводящий к определяющей системе интегральных уравнений, для решения которой предлагается численная методика метода граничных элементов. Результаты расчетов сравниваются с численными решениями, полученными при помощи теоремы взаимности. В рамках этого подхода перемещения в верхнем слое выражаются через вектор перемещений и потенциал скоростей на возмущенном участке границы контакта (приближение Борна), что позволяет не решать систему интегральных уравнений. Обратная задача для определения конфигурации границы контакта сведена к интегральному уравнению Фредгольма первого рода относительно функции, характеризующей неровность. Результаты численных расчетов представлены для различных частот и справедливы только для малой амплитуды неровности. Следует отметить также, что обратные задачи восстановления значений механических параметров пороупругих и функционально-градиентных сред решены в [13 и 16].

Работа [9] посвящена изучению возможностей математического моделирования систем, встречающихся в биомеханике. Методом конечных элементов проведен анализ амплитудно-частотных характеристик системы, состоящей из кости человека и аппарата Елизарова. Показаны возможности создания экспертной системы резонансных методов диагностики динамики регенерации костной ткани.

В [10], в двумерной постановке методом граничных интегральных уравнений, рассмотрена краевая задача о гармонических колебаниях пороупругой, в общем случае слоистой среды со сложной внутренней структурой, включающей включения и полости произвольной формы. Представлен вывод обобщенной теоремы взаимности. Фундаментальные решения для двухкомпонентной среды Био получены также в плоском случае, а неизвестными функциями являются векторы смещения каждой фазы.

Вариационный подход к изучению задач пороупругости реализован в [11], где при определенных ограничениях на механические свойства пороупругой среды сформулирован обобщенный вариационный принцип Лагранжа. В качестве приложения полученных краевых задач рассчитаны амплитудно-частотные характеристики продольных колебаний изотропной пороупругой колонны.

Установившиеся колебания изотропного неоднородного по толщине пороупругого слоя с пустыми порами рассмотрены в [12]. Верхняя граница слоя подвержена гармонически изменяющейся нагрузке, а нижняя – сцеплена с абсолютно жестким основанием. Исходная краевая задача сформулирована в терминах перемещений и функции относительного изменения объема. Рассматриваемые волновые процессы описываются системой уравнений в

частных производных с переменными коэффициентами. Для вывода определяющей системы интегральных уравнений Фредгольма второго рода применяется по одной из координат интегральное преобразование Фурье. Разработана численная методика решения полученной системы относительно трансформант преобразования Фурье на основе методов коллокаций и численного интегрирования. При частных случаях неоднородности построены графики исходных неизвестных перемещений и относительного изменения объема.

Работа [14] посвящена анализу установившихся колебаний пористо-упругой колонны при помощи модифицированного метода Бубнова-Галеркина и метода пристрелки. Методом линеаризации получены интегральные уравнения для решения обратной задачи по определению коэффициента проницаемости континуума.

Вынужденные колебания трансверсально изотропного неоднородного по толщине пороупругого слоя в рамках гипотез плоской деформации рассмотрены в [15]. К верхней границе слоя приложена равномерно распределенная вибронагрузка. При решении задачи на этот раз применена методика численного обращения преобразования Фурье. Рассмотрены частные случаи изменения закона неоднородности по толщине слоя.

Для восстановления значений пороупругих характеристик неоднородного пороупругого полого цилиндра, после решения прямой задачи, в [17] принимаются измеренные перемещение и поровое давление на боковой поверхности цилиндра. После задания начального приближения восстанавливаемые характеристики определялись из интегральных уравнений Фредгольма первого рода при помощи метода А. Н. Тихонова. Приведены расчеты восстановленных параметров в частных случаях неоднородности.

В сферу научных интересов А. А. Ляпина входит разработка и обобщение моделей гетерогенных континуумов, в частности математическое моделирование и последующее численно-аналитическое исследование деформационного поля пороупругих, многослойных и грунтовых сред.

При моделировании грунтовой среды слоистой неоднородной упругой полуплоскостью в [29], при помощи метода суперпозиции, рассмотрена задача определения характеристик волнового поля от заглубленного внутреннего источника колебаний. Определяющие интегральные представления для каждого слоя найдены при помощи интегрального преобразования Фурье с последующим удовлетворением трансформант Фурье условиям сопряжения разнородных слоев среды. Представленные численные результаты свидетельствуют о развитии интенсивных волновых движений внутри слоя, содержащего источник колебаний, на порядок превышающих по амплитуде колебания, генерируемые поверхностным источником.

В [6] в рамках теории Био изучаются гармонические колебания пороупругой трансверсально-изотропной водонасыщенной плоскости под воздействием сосредоточенного усилия. Применение интегрального преобразования Фурье по обеим координатам дает возможность получить аналитическое представление решения задачи в квадратурах. Представленные численные результаты позволяют оценить существенный вклад жидкой фракции в общую деформационную картину. Полученные результаты носят достаточно общий характер и позволяют исследовать неоднородные объекты сложной внутренней структуры, например, при помощи метода граничных интегральных уравнений.

Похожий подход реализован и в [18], где исследуется двумерная краевая задача установившихся колебаний пороупругой многослойной полуплоскости. Решения для каждого слоя находятся, как и ранее, в трансформантах преобразования Фурье, а общее решение для всего пакета представлено в виде их суперпозиции.

В диссертации А. А. Ляпина мл. (2013 г.) «Динамические задачи для пороупругих сред» [38] проанализирована природа динамического поведения водонасыщенных пороупругих объектов и исследовано влияние параметра связанности на волновые характеристики. На основе решения обратных задач предложена методика восстановления значений термоупругих характеристик среды. Разработана методика построения специального итерационного

процесса, каждый шаг которого включает в себя решение прямой задачи и определение поправок из интегральных уравнений Фредгольма первого рода.

В цикле работ Е. А. Усошиной и Т. В. Суворовой [2, 3, 65–68] впервые предложены существенно новые математические модели пористых сред, состоящих из ранее не исследованных комбинаций многофазных континуумов. В частности, исследованы случаи слоистых гетерогенных оснований, пакет которых содержит жидкостные и вязкоупругие слои. Способ внешнего нагружения не ограничивается только гармоническими нагрузками, но допускает и произвольные возмущения. Отдельно рассмотрены случаи динамического деформационного поля, возникающего при движении железнодорожного транспорта по неоднородному слоистому основанию. На основе обобщения интегрального подхода к решению смешанных задач для многослойных оснований, развитого в работах научной школы В. А. Бабешко [1, 30], получены аналитические выражения динамических характеристик напряженно-деформированного состояния для многофазных оснований сложной структуры, что позволяет изучать локальные динамические эффекты на границах сопряжения слоев.

Различные аспекты конечно-элементного моделирования пористых сред рассмотрены в работах А. В. Наседкина, А. А. Наседкиной [48, 49, 126, 138, 50–54, 127]. На основе технологий метода конечных элементов рассмотрены различные подходы к определению эффективных модулей многофазных пористых сред, исследуются возможности усовершенствования моделей конечных элементов для конкретных задач пористой электроупругости. Особое внимание уделено созданию аналитико-численных моделей сложных процессов фильтрации жидкости в многофазных пористых средах, в частности, в многослойных угольных пластах. На основе разработанных связанных пороупругих пространственных моделей рассмотрены процессы повышения трещиноватости и разрушения угольных пластов под воздействием внешней гидродинамической нагрузки с целью изучения динамики их дегазации. Основой создания расчетных схем численного моделирования в программном комплексе ANSYS являются принципиально новые разработанные программы на языке APDL.

Следует отметить, что применение прямых численных методов к задачам динамической пороупругости является широко распространенным подходом и проблемы, возникающие в таких подходах, требуют отдельного исследования.

Заключение

Как показывает анализ литературных источников и направлений исследований, основным направлением усовершенствования теории Био будет, очевидно, все более полный учет реальных свойств двухфазных, а в перспективе и трехфазных континуумов. Это не означает ограничение рассмотрения только учетом анизотропии и вязкости твердой фазы. Прежде всего интересны и практически значимы вопросы динамики грунтов и дорожных одежд, связанные с изменением состояния скелета и с историей внешнего воздействия на среду [122], вопросы изменения кинематических характеристик жидкой фазы грунтовой среды, что в свою очередь потребует учета реальной геометрии пор (структурный коэффициент!) и структуры различных марок асфальтобетонных смесей.

Большое количество факторов влияет и на такую акустическую характеристику среды, как затухание волн. В теории Био предполагается, что общее затухание – это совместное действие эффекта диссипации в твердом скелете и жидкости и эффекта относительного движения фаз [89]. Но кроме этих «традиционных» механизмов затухания существует также рассеивание на микродефектах среды [119], затухание, связанное с термомеханическими факторами [98, 104]. В высокочастотной области, когда соизмеримы длина волны и средний размер пор, необходимо принять во внимание макроскопические неоднородности и микротечения [24]. Все это существенно влияет на усталостные и прочностные характеристики дорожных одежд и грунтов.

Список литературы

1. Бабешко, В. А. Динамика неоднородных линейно-упругих сред / В. А. Бабешко, Е. В. Глушков, Ж. Ф. Зинченко. – М. : Наука, 1989. – 344 с.
2. Беляк, О. А. Математическое моделирование задачи о динамическом воздействии массивного объекта на неоднородное гетерогенное основание / О. А. Беляк, Т. В. Суворова, Е. А. Усошина // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2014. – № 1. – С. 34–39.
3. Беляк, О. А. Волновое поле, генерируемое в слоистом пористоупругом полупространстве движущейся осциллирующей нагрузкой / О. А. Беляк, Т. В. Суворова, С. А. Усошин // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2008. – № 1. – С. 53–61.
4. Био, М. А. Механика деформирования и распространения акустических волн в пористой среде / М. А. Био // Механика : периодический сб. переводов иностр. статей. – 1963. – Т. 6, № 82. – С. 103–134.
5. Био, М. А. Теория упругости и консолидации анизотропной пористой среды / М. А. Био // Механика : периодический сб. переводов иностр. статей. – 1957. – Т. 1, № 35. – С. 140–147.
6. Богачев, И. В. Воздействие сосредоточенного усилия на анизотропную пороупругую плоскость / И. В. Богачев, В. В. Дударев, А. А. Ляпин // Инженерный вестник Дона : электрон. науч. журн. – 2013. – № 3.
7. Бреховских, Л. М. Волны в слоистых средах / Л. М. Бреховских. – Рипол Классик, 1957. – 501 с.
8. Ватульян, А. О. Обратная геометрическая задача для упруго-жидкой среды / А. О. Ватульян, П. С. Углич // Акустичний вісник. – 2005. – Т. 8, № 4. – С. 20–28.
9. Ватульян, А. О. Акустические методы контроля регенерации костной ткани / А. О. Ватульян, Т. А. Аникина // Экологический вестник ЧЭС. – 2007. – № 3. – С. 10–17.
10. Ватульян, А. О. Динамическая теорема взаимности и фундаментальные решения для пороупругих сред / А. О. Ватульян, А. А. Ляпин // Экологический вестник ЧЭС. – 2010. – № 4. – С. 23–28.
11. Ватульян, А. О. О вариационной постановке задач пороупругости в случае установившихся колебаний / А. О. Ватульян, А. А. Ляпин // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Сер. Естественные науки. – 2011. – № 4. – С. 25–28.
12. Ватульян, А. О. Колебания неоднородного пороупругого слоя с пустыми порами / А. О. Ватульян, Д. С. Шведов // Вестник ДГТУ. – 2013. – №1–2. – С. 49–57.
13. Ватульян, А. О. Об обратных коэффициентных задачах пороупругости / А. О. Ватульян, А. А. Ляпин // Изв. РАН. МТТ. – 2013. – № 2. – С. 114–121.
14. Ватульян, А. О. О колебаниях функционально-градиентной пороупругой колонны / А. О. Ватульян, А. А. Ляпин, Ю. А. Святко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Сер. Естественные науки. – 2014. – № 4 (182). – С. 12–17.
15. Ватульян, А. О. Колебания неоднородного пористоупругого слоя / А. О. Ватульян, Д. В. Гусаков // Экологический вестник научных центров. – 2014. – № 4. – С. 21–28.
16. Ватульян, А. О. Об обратных коэффициентных задачах для функционально-градиентных материалов / А. О. Ватульян, С. А. Нестеров // Математический форум. Сер. Итоги науки. Юг России. – Владикавказ, 2015. – С. 48–58.
17. Ватульян, А. О. Об особенностях идентификации неоднородных пороупругих характеристик полого цилиндра / А. О. Ватульян, С. А. Нестеров // Проблемы прочности и пластичности / Нац. исслед. Нижегородский гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. – 2016. – Т. 78, № 1. – С. 22–29.
18. Волкова, Е. А. Об одном методе построения решений в динамических задачах для многослойного пороупругого полупространства / Е. А. Волкова, А. А. Ляпин // Инженерный вестник Дона : электрон. науч. журн. – 2013. – № 4.
19. Городецкая, Н. С. Симметричные колебания пористо-упругой полосы со свободными поверхностями для случая закрытых пор / Н. С. Городецкая // Акустичний вісник. – 1998. – Т. 1, № 1. – С. 17–24.
20. Городецкая, Н. С. Нормальные волны в пористо-упругом слое со свободными поверхностями для случая открытых пор / Н. С. Городецкая // Акустичний вісник. – 1998. – Т. 1, № 2. – С. 65–72.
21. Городецкая, Н. С. Затухание волн при симметричных колебаниях пористо-упругого слоя со свободными поверхностями / Н. С. Городецкая // Акустичний вісник. – 1998. – Т. 1, № 4. – С. 4–18.
22. Городецкая, Н. С. Отражение волн от свободной границы пористо-упругого насыщенного жидкостью полупространства / Н. С. Городецкая // Акустичний вісник. – 2002. – Т. 5, № 4. – С. 5–14.
23. Городецкая, Н. С. Волны на границе пористо-упругого полупространства. Ч. I. Свободная граница / Н. С. Городецкая // Акустичний вісник. – 2005. – Т. 8, № 1–2. – С. 28–41.
24. Городецкая, Н. С. Волны в пористо-упругих насыщенных жидкостью средах / Н. С. Городецкая // Акустичний вісник. – 2007. – Т. 10, № 2. – С. 43–63.
25. Городецкая, Н. С. Особенности поверхностных волн на свободной границе пористо-упругого полупространства / Н. С. Городецкая, Т. В. Соболев // Акустичний вісник. – 2008. – Т. 11, № 1. – С. 3–11.
26. Городецкая, Н. С. Отражение волн от границы раздела жидкости и пористо-упругого насыщенного жидкостью полупространства / Н. С. Городецкая, Т. В. Соболев, Л. И. Косолец // Акустичний вісник. – 2008. – Т. 11, № 2. – С. 24–35.

27. Городецкая, Н. С. Волны на границе пористо-упругого полупространства. Ч. II. Граница пористо-упругого и жидкого полупространств / Н. С. Городецкая, Т. В. Соболев, Л. П. Зубарева // Акустичний вісник. – 2008. – Т. 11, № 3. – С. 50–64.
28. Городецкая, Н. С. Влияние вязких потерь на акустические характеристики поверхностной волны в пористо-упругой среде / Н. С. Городецкая, Т. В. Соболев // Акустичний вісник. – 2010. – Т. 13, № 3. – С. 15–22.
29. Кадыров, Р. Р. Особенности динамического возбуждения слоистых сред внутренними источниками колебаний / Р. Р. Кадыров, А. А. Ляпин // Инженерный вестник Дона : электрон. науч. журн. – 2012. – № 2.
30. Калинин, В. В. Динамика поверхности неоднородных сред / В. В. Калинин, Т. И. Белянкова. – М. : Физматлит, 2009. – 312 с.
31. Князьков, Н. Н. Акустика пористо-упругих насыщенных жидкостью сред (обзор теории Био) / Н. Н. Князьков, Б. П. Шарфарез // Научное приборостроение. – 2016. – Т. 26, № 1. – С. 77–84.
32. Ковтун, А. А. Об уравнениях модели Био и их модификациях / А. А. Ковтун // Вопросы геофизики. – 2011. – Вып. 44. – С. 3–26.
33. Косачевский, Л. Я. О распространении упругих волн в двухкомпонентных средах / Л. Я. Косачевский // Прикладная математика и механика. – 1959. – Т. 23, № 6. – С. 1115–1123.
34. Кукарских, Л. А. К распространению волн в насыщенной жидкостью упруго-вязкопластической пористой среде / Л. А. Кукарских, В. С. Поленов // Физико-математическое моделирование : вестник ВГТУ. – 2012. – № 9 (8). – С. 57–60.
35. Кукарских, Л. А. О распространении упругих волн в насыщенной жидкостью пористой среде / Л. А. Кукарских, В. С. Поленов // Вестник ВГТУ. Сер. Физика, математика. – 2012. – № 2. – С. 146–150.
36. Кукарских, Л. А. Моделирование волновых процессов в пористой среде / Л. А. Кукарских, М. А. Артемов // Физико-математическое моделирование : вестник ВГТУ. – 2013. – № 2 (9). – С. 123–127.
37. Механико-математические модели в задачах активной сейсмологии / А. А. Ляпин, М. Г. Селезнев, Л. Е. Собисевич, А. Л. Собисевич. – М. : ГНИЦ ПГК (МФ) Минобрнауки России, 1999. – 299 с.
38. Ляпин, А. А. Динамические задачи для пороупругих сред : дис. ... канд. физ.-мат. наук / А. А. Ляпин. – Ростов н/Д., 2013. – 127 с.
39. Ляховицкий, Ф. М. Применение теории Френкеля – Био для вычисления скорости и поглощения упругих волн в насыщенных пористых средах / Ф. М. Ляховицкий, Л. И. Рапорт // Прикладная геофизика. – 1972. – Вып. 66. – С. 52–64.
40. Маслов, Л. Б. Пороупругие модели колебаний биологических тканей / Л. Б. Маслов // Вестник Нижегородского ун-та им. Н. И. Лобачевского. – 2011. – № 4 (2). – С. 499–501.
41. Маслов, Л. Б. Математическое моделирование колебаний пороупругих систем / Л. Б. Маслов. – Иваново : Изд-во ИГЭУ, 2010. – 264 с.
42. Маслов, Л. Б. Алгоритм численного анализа биологических тканей на основе модели двухфазной среды / Л. Б. Маслов // Вестник ИГЭУ. – 2005. – № 3. – С. 62–70.
43. Маслов, Л. Б. Численное моделирование вибрационных потоков жидкости в системе пор большеберцовой кости / Л. Б. Маслов, Д. Г. Арсеньев, А. В. Зинковский // Вестник С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. – 2009. – Вып. 3. – С. 119–126.
44. Маслов, Л. Б. Параметрические исследования гармонических колебаний пороупругого стержня / Л. Б. Маслов // ПММ. – 2011. – Т. 75, Вып. 1. – С. 61–71.
45. Михайлов, Д. Н. Различие продольных волн Френкеля – Био в водонасыщенной и газонасыщенной пористых средах / Д. Н. Михайлов // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 2006. – № 1. – С. 121–130.
46. Молотков, Л. А. Исследования распространения волн в пористых и трещиноватых средах на основе эффективных моделей Био и слоистых сред / Л. А. Молотков. – СПб. : Наука, 2001. – 347 с.
47. Наримов, Ш. Н. Волновые процессы в насыщенных пористых средах / Ш. Н. Наримов // Ташкент : Мехнат, 1988. – 303 с.
48. Наседкин, А. В. Моделирование эффективных модулей для различных типов пористых пьезокерамических материалов / А. В. Наседкин, М. С. Шевцова // Вестник ДГТУ. – 2013. – № 3–4 (72–73). – С. 16–26.
49. Наседкин, А. В. Конечно-элементное моделирование пористых термоупругих композитов с учетом микроструктуры // Вычислительная механика сплошных сред / А. В. Наседкин, А. А. Наседкина, В. В. Ремизов. – 2014. – Т. 7, № 1. – С. 100–109.
50. Наседкина, А. А. Конечно-элементное моделирование процесса гидродинамического расчленения многослойного угольного пласта / А. А. Наседкина, В. Н. Труфанов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2006. – № 1. – С. 61–70.
51. Наседкина, А. А. Моделирование нестационарного воздействия на многослойный пороупругий пласт с нелинейными геомеханическими свойствами / А. А. Наседкина, А. В. Наседкин, Ж. Иоване // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2009. – № 4 – С. 23–33.
52. Наседкина, А. А. Моделирование нестационарных процессов фильтрации в пороупругих средах с физическими нелинейностями / А. А. Наседкина // Вестник Нижегородского ун-та им. Н. И. Лобачевского. Сер. Механика жидкости и газа. – 2011. – № 4 (3). – С. 1006–1008.

53. Наседкина, А. А. Распределенная модель расчета фильтрации жидкости в угольном пласте / А. А. Наседкина, Д. С. Орлов, К. С. Пономаренко // Вектор науки Тольяттинского гос. ун-та. – 2012. – № 4 (22). – С. 104–107.
54. Наседкина, А. А. Моделирование пороупругого цилиндрического слоя с кольцевой внутренней трещиной / А. А. Наседкина // Эвристические алгоритмы и распределенные вычисления в прикладных задачах ; под ред. Б. Ф. Мельникова. – Тольятти : ТГУ, 2012. – С. 261–272.
55. Николаевский, В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред / В. Н. Николаевский. – М. : Недра, 1984. – 233 с.
56. Санчес-Паленсия, Э. Неоднородные среды и теория колебаний / Э. Санчес-Паленсия. – М. : Мир, 1984. – 472 с.
57. Собисевич, А. Л. Математические модели активного мониторинга геофизической среды / А. Л. Собисевич // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики : сб. науч. тр. – М. : ОИФЗ РАН, 1996. – Вып. 2. – С. 116–130.
58. Собисевич, А. Л. О некоторых аномальных явлениях, возникающих при активном воздействии на реальную геофизическую среду / А. Л. Собисевич // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. – М. : ОИФЗ РАН, 1996. – Вып. 2. – С. 164–173.
59. Собисевич, А. Л. О развитии механико-математических технологий моделирования волновых процессов в неоднородной геофизической среде / А. Л. Собисевич // Сб. науч. тр. – М. : ОИФЗ РАН, 2001. – С. 142–148.
60. Собисевич, А. Л. О трансформации инфразвуковых полей на границах раздела гетерогенных структур / А. Л. Собисевич // Сб. науч. тр. – М. : ОИФЗ РАН, 2001. – С. 149–152.
61. Собисевич, Л. Е. Волновые процессы и резонансы в геофизике / Л. Е. Собисевич, А. Л. Собисевич // М. : ОИФЗ РАН, 2001. – 297 с.
62. Собисевич, А. Л. Мониторинг слоистых неоднородных сред / А. Л. Собисевич // М. : ОИФЗ РАН, 2001. – 354 с.
63. Собисевич, А. Л. Математические модели волновых процессов в неоднородных геологических структурах дис. ... д-ра физ.-мат. наук / А. Л. Собисевич. – М. : Объед. ин-т физ. Земли им. О. Ю. Шмидта, 2002. – 331 с.
64. Столл, Р. Д. Акустические волны в водонасыщенных осадках / Р. Д. Столл // Акустика морских осадков. – М., 1977. – С. 28–46.
65. Суворова, Т. В. Волновое поле, возбуждаемое в двухфазном пористо-упругом полупространстве осциллирующей нагрузкой / Т. В. Суворова // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Сер. Естественные науки. – 2002. – № 4. – С. 22–26.
66. Суворова, Т. В. Колебания составного гетерогенного слоя / Т. В. Суворова, Е. А. Усошина // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2010. – № 2. – С. 74–79.
67. Усошина, Е. А. Колебания штампа на составной гетерогенной полосе / Е. А. Усошина // «Современные проблемы механики сплошной среды» : сб. тр. XVI междунар. конф. – 2012. – С. 230–233.
68. Усошина, Е. А. Математические модели динамических систем, включающих слоистые обводненные пороистоупругие основания / Е. А. Усошина, Т. В. Суворова, А. Н. Соловьев // Вестник Донского государственного технического университета. – 2016. – № 3 (86). – С. 10–16.
69. Филиппов, И. Г. Некоторые двухмерные волны в двухкомпонентных средах / И. Г. Филиппов, Б. М. Бахрамов // Изв. АН Уз ССР. – 1977 – № 2. – С. 34–53.
70. Филиппов, И. Г. Волны в однородных и неоднородных средах / И. Г. Филиппов, Б. М. Бахрамов. – Ташкент : Фан, 1978. – 149 с.
71. Френкель, Я. И. К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве / Я. И. Френкель // Изв. АН СССР. Сер. География и геофизика. – 1944. – Т. 8, № 4. – С. 133–149.
72. Хорошун, Л. П. К основам термомеханики пористых насыщенных сред / Л. П. Хорошун // Прикладная механика. – 1988. – Т. 24, № 4. – С. 3–13.
73. Кадыров, Р. Р. Особенности динамического возбуждения слоистых сред внутренними источниками колебаний [Электронный ресурс] / Р. Р. Кадыров, А. А. Ляпин // Инженерный вестник Дона : электрон. науч. журн. – 2012. – № 3. – Режим доступа : <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/981> .
74. Волкова, Е. А. Об одном методе построения решений в динамических задачах для многослойного пороупругого полупространства [Электронный ресурс]/Е. А. Волкова, А. А. Ляпин//Инженерный вестник Дона: электрон. науч. журн. – 2013. – № 4. – Режим доступа : <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2117> .
75. Богачев, И. В. Воздействие сосредоточенного усилия на анизотропную пороупругую плоскость [Электронный ресурс] / И. В. Богачев, В. В. Дударев, А. А. Ляпин // Инженерный вестник Дона : электрон. науч. журн. – 2013. – № 3. – Режим доступа : <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1795> .
76. Albert, D. G. A Comparison between Wave Propagation in Water-Saturated and Air-Saturated Porous Materials / D. G. Albert // J. Appl. Phys. – 1993. – Vol. 73, № 1. – P. 28–36.
77. Allard, J. F. Propagation of Sound in Porous Media / J. F. Allard, N Atalla. – 2nd ed. – Wiley, 2009. – 358 pp.
78. Allard, J. F. New Empirical Equations for Sound Propagation in Rigid Frame Fibrous Materials / J. F. Allard, Y. Champoux // J. Acoust. Soc. Amer. – 1992. – Vol. 91, № 6. – P. 3346–3353.

79. Atkin, R. J. *Continuum Theories of Mixtures: Basic Theory and Historical Development* / R. J. Atkin, R. E. Craine // *Q. J. Mech. Appl. Math.* – 1976. – Vol. 29, № 2. – P. 209–244.
80. Attenborough, K. *Surface Waves at an Interface between Air and an Air-Filled Poroelastic Ground* / K. Attenborough, Yu. Chen // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1990. – Vol. 87, № 3. – P. 1010–1016.
81. Berryman, J. G. *The Elastic Coefficients of Double-Porosity Models for Fluid Transport in Jointed Rock* / J. G. Berryman, H. F. Wang // *J. Geophys. Research.* – 1995. – Vol. 100. – P. 24611–246246.
82. Berryman, J. G. *Linear Dynamic Poroelasticity with Microstructure for Partially Saturated Solids* / J. G. Berryman, L. Thigpen // *J. Appl. Mech.* – 1985. – Vol. 52. – P. 345–350.
83. Biot, M. A. *General Solutions of the Equations of Elasticity and Consolidation for a Porous Material* / M. A. Biot // *J. Appl. Mech., Trans. ASME.* – 1956. – Vol. 78. – P. 91–96.
84. Biot, M. A. *General Theory of Three-Dimensional Consolidation* / M. A. Biot // *J. Appl. Phys.* – 1941. – Vol. 12. – P. 155–164.
85. Biot, M. A. *Le problème de la consolidation des matières argileuses sous une charge* / M. A. Biot // *Ann. Soc. Sci. Bruxelles.* – 1935. – Vol. 55. – P. 110–113.
86. Biot, M. A. *Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media* / M. A. Biot // *J. Appl. Phys.* – 1962. – Vol. 33. – P. 1482–1498.
87. Biot, M. A. *Thermoelasticity and Irreversible Thermodynamics* / M. A. Biot // *J. Appl. Phys.* – 1956. – Vol. 27. – P. 240–253.
88. Biot, M. A. *Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid* / M. A. Biot // *J. Appl. Phys.* – 1955. – Vol. 26. – P. 182–185.
89. Biot, M. A. *Theory of Propagation of Elastic Waves in Fluid-Saturated Porous Solid. Pt. I. Low Frequency Range* / M. A. Biot // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1956. – Vol. 28, № 2. – P. 168–178.
90. Biot, M. A. *Theory of Propagation of Elastic Waves in Fluid-Saturated Porous Solid. Pt. II. Higher Frequency Range* / M. A. Biot // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1956. – Vol. 28, № 2. – P. 179–191.
91. Bowen, R. M. *Compressible Porous Media Models by Use of the Theory of Mixtures* / R. M. Bowen // *J. Engin. Sci.* – 1982. – Vol. 20. – P. 697–735.
92. Burrige, R. *Poroelasticity Equations Derived from Microstructure* / R. Burrige, J. Keller // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1981. – Vol. 70. – P. 1140–1146.
93. Carcione, J. M. *Wave Fields in Real Media: Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic, Porous and Electromagnetic Media* / J. M. Carcione. – Elsevier Science, 2014. – Vol. 38. – 690 pp.
94. Carroll, M. M. *An Effective Stress Law for Anisotropic Elastic Deformation* / M. M. Carroll // *J. Geophys. Res.* – 1979. – Vol. 84. – P. 7510–7512.
95. Chandler, R. N. *The Equivalence of Quasistatic Flow in Fluid-Saturated Porous Media and Biot's Slow Wave in the Limit of Zero Frequency* / R. N. Chandler, D. L. Johnson // *J. Appl. Phys.* – 1981. – Vol. 52, № 5. – P. 3391–3395.
96. Chao, G. E. *Dispersive Surface Acoustic Waves in Poroelastic Media* / G. E. Chao. – Eindhoven : Universiteitsdrukkerij TU Eindhoven, 2005. – 143 pp.
97. Chotiros, N. P. *Normal Incidence Reflection Loss from Sandy Sediment* / N. P. Chotiros, A. P. Lyons, N. G. Pace // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 2002. – Vol. 112, № 5, Pt. 1. – P. 1831–1840.
98. Coussy, O. *Poromechanics* / O. Coussy. – New York : John Wiley & Sons, 2004. – 298 pp.
99. Crochet, M. J. *On Constitutive Equations for Flow of Fluid through an Elastic Solid* / M. J. Crochet, P. M. Naghdi // *Int. J. Engng. Sci.* – 1966. – Vol. 4. – P. 383–401.
100. Darcy, H. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon: ex-position et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau* / H. Darcy. – Paris : V. Dalmont, 1856. – 647 p.
101. Detournay, E. *Fundamentals of Poroelasticity* / E. Detournay, A. H.-D. Cheng // *Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects. Chap. 5, Vol. II Analysis and Design Method* / ed. C. Fairhurst. – Pergamon Press, 1993. – P. 113–171.
102. De Boer, R. *Highlights in the Historical Development of the Porous Media Theory: toward a Consistent Macroscopic Theory* / R. de Boer // *Appl. Mech. Rev. ASME.* – 1996. – Vol. 49, № 4. – P. 201–262.
103. De Boer, R. *Theory of Porous Media. Highlights in Historical Development and Current State* / R. de Boer. – Berlin : Springer, 2000. – 618 pp.
104. De la Cruz, V. *Thermomechanical Coupling during Seismic Wave Propagation in a Porous Medium* / V. de la Cruz, T. J. T. Spanos // *J. Geophys. Research.* – 1989. – Vol. 94. – P. 637–642.
105. Deresiewicz, H. *The Effect of Boundaries on Wave Propagation in a Liquid-Filled Porous Solid. Pt. I. Reflection of Plane Waves at a Free Plane Boundary (Non-Dissipative Case)* / H. Deresiewicz // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 1960. – Vol. 50. – P. 599–607.
106. Deresiewicz, H. *The Effect of Boundaries on Wave Propagation in a Liquid-Filled Porous Solid. Pt. II. Love Waves in a Porous Layer* / H. Deresiewicz // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 1961. – Vol. 51. – P. 51–59.
107. Deresiewicz, H. *On Uniqueness in Dynamic Poroelasticity* / H. Deresiewicz, R. Skalak // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 1963. – Vol. 53. – P. 783–788.
108. Domenico, S. N. *Elastic Properties of Unconsolidated Sand Reservoirs* / S. N. Domenico // *Geophys.* – 1977. –

Vol. 42. – P. 1339–1368.

109. Emerson, M. Laboratory P-Wave Measurements in Dry and Saturated Sand / M. Emerson, P. Foray // *Acta Geotech.* – 2006. – № 1. – P. 167–177.
110. Feng, S. High-Frequency Acoustic Properties of a Fluid/Porous Solid Interface. Pt. I. New Surface Mode / S. Feng, D. L. Johnson // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1983. – Vol. 74, № 3. – P. 906–914.
111. Fillunger, P. Der Auftrieb von Talsperren. T. I– III / P. Fillunger // *Osterr. Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst.* – 1913. – № 7. – P. 510–532.
112. Gist, Grant A. Fluid Effects on Velocity and Attenuation in Sandstones / Grant A. Gist // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1994. – Vol. 96. – P. 1158–1173.
113. Geertsma, J. Some Aspect of Elastic Wave Propagation in Fluid-Saturated Porous Solid / J. Geertsma, D. C. Smit // *Geophys.* – 1961. – Vol. 26, № 2. – P. 169–181.
114. Johnson, D. L. Equivalence between Fourth Sound in Liquid He II at Low Temperature and the Biot Slow Wave in Consolidated Porous Media / D. L. Johnson // *Appl. Phys. Lett.* – 1980. – Vol. 37. – P. 1065–1067.
115. Johnson, D. L. Acoustic Slow Waves and the Consolidation / D. L. Johnson, T. J. Plona // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1982. – Vol. 72, № 2. – P. 556–565.
116. Johnson, D. L. Probing Porous Media with First and Second Sound. Pt. II. Acoustic Properties of Water-Saturated Porous Media / D. L. Johnson, T. J. Plona // *J. Appl. Phys.* – 1994. – Vol. 76, № 1. – P. 115–125.
117. Johnson, D. L. Theory of Dynamic Permeability and Tortuosity in Fluid-Saturated Porous Media / D. L. Johnson, J. Koplin, R. Dashen // *J. Fluid Mech.* – 1987. – Vol. 179. – P. 379–402.
118. Jones, J. P. Rayleigh Waves in a Porous, Elastic, Saturated Solid / J. P. Jones // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1961. – Vol. 33, № 7. – P. 959–962.
119. Jungman, A. Elastic Property Measurements in Fluid-Filled Porous Materials / A. Jungman, G. Quentin, Q. Xue // *J. Appl. Phys.* – 1988. – Vol. 66, № 11. – P. 5179–5184.
120. Kelder, O. Observation of the Biot Slow Wave in Water-Saturated Nivelsteiner Sandstone / O. Kelder, D. M. J. Smeulders // *Geophys.* – 1997. – Vol. 62, № 6. – P. 1794–1796.
121. Katsube, N. The Modified Mixture Theory for Fluid-Filled Porous Materials: Theory / N. Katsube, M. M. Carroll // *J. Appl. Mech.* – 1987. – Vol. 54. – P. 35–40.
122. Lee, W. M. Modified Biot – Gassmann Theory for Calculating Elastic Velocities for Unconsolidated and Consolidated Sediments / W. M. Lee // *Marine Geophys. Research.* – 2002. – Vol. 23. – P. 403–412.
123. Murphy, W. F. Acoustic Measures of Partial Gas Saturation in Tight Sandstone / W. F. Murphy // *J. Geophys. Research.* – 1984. – Vol. 89. – P. 11549–11559.
124. Morland, L. W. A Simple Constitutive Theory for a Fluid-Saturated Porous Solid / L. W. Morland // *J. Geophys. Res.* – 1972. – Vol. 77. – P. 890–900.
125. Nagy, P. B. Slow Wave Propagation in Air-Filled Porous Materials and Natural Rocks / P. B. Nagy, L. Adler, B. P. Bonnet // *Appl. Phys. Lett.* – 1990. – Vol. 56, № 25. – P. 2504–2506.
126. Nasedkin, A. V. Finite Element Modeling and Computer Design of Porous Composites / A. V. Nasedkin, A. A. Nasedkina // *Poromechanics V : Proceedings of the Fifth Biot Conference on Poromechanics, July 10–12, 2013, Vienna, Austria / Eds. : C. Hellmich, B. Pichler, D. Adam. – ASCE, 2013. – P. 608–617.*
127. Nasedkina, A. A. A Model for Hydrodynamic Influence on a Multi-Layer Deformable Coal Seam / A. A. Nasedkina, A. V. Nasedkin, G. Iovane // *Computational Mechanics.* – Springer, 2008. – Vol. 41, № 3. – P. 379–389.
128. Nikolaevskiy, V. N. Biot – Frenkel Poromechanics in Russia (Review) / V. N. Nikolaevskiy // *J. Eng. Mech.* – 2005. – Vol. 13, № 9. – P. 888–897.
129. Oqushwitz, P. R. Applicability of the Biot Theory / P. R. Oqushwitz // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1985. – Vol. 77, № 2. – P. 429–464.
130. Plona, T. J. Observation of Second Bulk Compressional Wave in a Porous Medium at Ultrasonic Frequencies / T. J. Plona // *Appl. Phys. Lett.* – 1980. – Vol. 36, № 4. – P. 259–261.
131. Philip, J. R. Macroscopic Analysis of the Behavior of Colloidal Suspensions / J. R. Philip, D. E. Smiles // *Adv. Colloid Interface Sci.* – 1982. – Vol. 17. – P. 83–103.
132. Pride, S. R. Deriving the Equations of Motion for Porous Isotropic Media / S. R. Pride, A. F. Gangi, F. D. Morgan // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1992. – № 6. – P. 3278–3290.
133. Pride, S. R. The Role of Biot Slow Waves in Electro seismic Wave Phenomena / S. R. Pride, S. Garambois // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1985. – Vol. 111, № 2. – P. 697–706.
134. Raats, P. A. C. Applications of the Theory of Mixtures in Soil Science / P. A. C. Raats // *Math: Modelling.* – 1987. – Vol. 9, № 12. – P. 849–856.
135. Raats, P. A. C. Applications of the Theory of Mixtures in Soil Physics / P. A. C. Raats // *Rational Thermodynamics / C. Truesdell.* – 2nd ed. – New York ; Berlin ; Heidelberg ; Tokyo. – 1984. – 578 pp.
136. Rendulic, L. Porenziffer und Porenwasserdruck in Tonen / L. Rendulic // *Der Bauingenieur.* – 1936. – Vol. 17. – P. 559–564.
137. Rice, J. R. Some Basic Stress-Diffusion Solutions for Fluid Saturated Elastic Porous Media with Compressible Constituents / J. R. Rice, M. P. Cleary // *Rev. Geophys. Space Phys.* – 1976. – Vol. 14. – P. 227–241.

138. Optimization of Finite Element Models for Porous Ceramic Piezoelements by Piezoelectric Resonance Analysis Method / A. N. Rybyanets [et al.] // *Advanced Materials – Studies and Applications*; eds.: I. A. Parinov, S.-H. Chang, S. Theerakulpisut. – New York: Nova Science Publishers, 2015. – Chap. 11. – P. 147–168.
139. Salin, D. Acoustics of Water Saturated Packed Glass Spheres / D. Salin, W. Schon // *J. Phys. Lett.* – 1981. – Vol. 42. – P. 477–480.
140. Schanz, M. A Comparative Study of Biot's Theory and the Linear Theory of Porous Media for Wave Propagation Problem / M. Schanz, S. Diebels // *Acta Mech.* – 2003. – Vol. 161. – P. 213–235.
141. Low Frequency Asymptotic Analysis of Seismic Reflection from a Fluid-Saturated Medium / D. Silin, V. A. Korneev, G. Goloshubin, T. W. Matzek // *Transp. Por. Media.* – 2006. – Vol. 62. – P. 283–305.
142. Smeulders, D. M. J. Wave Propagation in Porous Media Containing a Dilute Gas-Liquid Mixture: Theory and Experiments / D. M. J. Smeulders, M. E. H. van Dongen // *J. Fluid Mech.* – 1997. – Vol. 343. – P. 351–373.
143. Tajuddin, M. Rayleigh Waves in a Poroelastic Half-Space / M. Tajuddin // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1984. – Vol. 75, № 3. – P. 682–684.
144. Tolstoy, I. Acoustics, Elasticity and Thermodynamics of Porous Media: Twenty-one papers by M. A. Biot / I. Tolstoy. – New York: AIP Press, 1992. – 272 p.
145. Thompson, M. A Reformulation of the Equations of Anisotropic Poroelasticity / M. Thompson, J. R. Willis // *J. Appl. Mech. ASME.* – 1991. – Vol. 58. – P. 612–616.
146. Van der Grinten, J. G. A Shock Tube Technique for Studying Pore-Pressure Propagation in a Dry and Water-Saturated Porous Medium / J. G. van der Grinten, M. E. H. van Dongen, H. van der Kogel // *J. Appl. Phys.* – 1985. – Vol. 58. – P. 2937–2942.
147. Von Terzaghi, K. Die Berechnung der Durchlässigkeit des Tones aus dem Verlauf der hydromechanischen Spannungserscheinungen / K. Von Terzaghi // *Sitzungsber. Akad. Wissensch. Math.-Naturwiss. Klasse.* – 1923. – Vol. 132. – P. 125–128.
148. Verruijt, A. Elastic Storage of Aquifers / A. Verruijt // *Flow through Porous Media* / ed. R. J. M. de Wiest. – New York: Academic Press, 1969. – 524 pp.
149. While, J. E. Computed Seismic Speed and Attenuation in Rocks with Partial Gas Saturation / J. E. While // *Geophys.* – 1975. – Vol. 40. – P. 224–232.
150. Whitaker, S. Flow in Porous Media. Pt. I. A Technical Derivation of Darcy's Law / S. Whitaker // *Transport in Porous Media.* – 1986. – Vol. 1. – P. 3–25.
151. Whitaker, S. Flow in Porous Media. Pt. II. The Governing Equations for Immiscible, Two-Phase Flow / S. Whitaker // *Transport in Porous Media.* – 1986. – Vol. 1. – P. 105–125.
152. Whitaker, S. Flow in Porous Media. Pt. III. Deformable Media / S. Whitaker // *Transport in Porous Media.* – 1986. – Vol. 1. – P. 127–154.
153. Dai, Zhi-Jun. Reflection and Transmission of Elastic Waves from the Interface of a Fluid-Saturated Porous Solid and a Double Porosity Solid / Zhi-Jun Dai, Zhen-Bang Kuang, She-Xu Zhao // *Transp. Por. Media.* – 2006. – Vol. 65. – P. 237–264.
154. Zwikker, C. Extended Theory of the Absorption of Sound by Compressible Wall-Coverings / C. Zwikker, C. Kosten // *Physica.* – 1941. – Vol. 8, № 9. – P. 968–978.

Л. П. Вовк, А. В. Лисянец

Автомобильно-дорожный институт

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Горловка

Проблемы аналитического подхода к задачам деформирования многофазных сред и грунтов

Проведен детальный анализ литературных источников, посвященных проблемам динамического деформирования пороупругих двухфазных сред. Обзор состоит из трех частей. В первой части дан обзор исследований, стоящих у истоков современной теории пористых континуумов, в результате которых возникли модели Био и теория смесей. Указаны преимущества и недостатки обоих подходов. Вторая часть посвящена научным публикациям прикладного характера, которые в большинстве своем посвящены изучению особенностей волновых процессов в пороупругих средах. Отдельно рассмотрены различные модификации математических краевых задач теории Био, позволяющие исследовать отдельные характерные черты волновых процессов. Указаны работы экспериментального характера, подтверждающие теоретические результаты, полученные в рамках теории Био. Отдельное внимание уделено работам, формулирующим граничные условия на свободных поверхностях и на границах раздела сред. Этот вопрос актуален как сам по себе, так и в рамках полного описания волновых полей, локализованных в окрестности границы. В третьей части проведен краткий анализ современных достижений в задачах численно-аналитического изучения динамических эффектов в рассматриваемых двухфазных средах, в том числе имеющих слоистую структуру. Дан обзор основных асимптотических методов изучения напряженно-деформированного состояния пористых сред – метода интегральных преобразований, метода воз-

мушений, метода разрывов и численных методов – граничных интегральных уравнений, граничных элементов, метода конечных элементов, конечных разностей. Особым классом выделены обратные задачи по восстановлению значений параметров пористых сред и формы внутренних дефектов среды по характеристикам решения обратной задачи. В третьей части рассмотрены достижения ростовской и киевской школ механики. Отмечена связь задач термоупругости с задачами пороупругости, что позволяет расширить методики исследования динамики пористых сред. Указаны перспективы дальнейших исследований по данной тематике, среди которых наиболее интересными будут работы, посвященные изучению высокочастотных волновых полей и анализу локальных динамических эффектов типа граничного и краевого резонансов в пористых средах, что особенно актуально для задач геомеханики.

ПОРОУПРУГИЕ ДВУХФАЗНЫЕ СРЕДЫ, АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ, ГЕОМЕХАНИКА, БИОМЕХАНИКА

L. P. Vovk, A. V. Lisianets

Automobile and Highway Institute of Donetsk National Technical University, Gorlovka
Problems of the Analytical Approach to Tasks of Multiphase Media and Soil Deformation

Detailed analysis of literary sources devoted to problems of the dynamic deformation of poroelastic two-phase media is carried out. Review consists of three parts. The first part gives an overview of researches standing at the sources of the modern theory of porous continua as a result of which the Bio models and the theory of mixtures emerged. Advantages and disadvantages of both approaches are indicated. The second part is dedicated to scientific publications of applied nature that are mostly devoted to the study of wave processes features in poroelastic media. Various modifications of mathematical boundary problems of the Bio theory allowing to study separate characteristics of wave processes are considered separately. Experimental works confirming theoretical results obtained within the Bio theory are indicated. Particular attention is paid to works formulating boundary conditions on free surfaces and on the media interface. This question is actual both itself and within complete description of wave fields located in the vicinity of the border. The third part gives brief analysis of modern achievements in the tasks of numerical-analytical study of dynamic effects in considered two-phase media including those with layer structures. The review of basic asymptotic methods of the porous media deflected mode – integral transformation method, perturbation method, fracture method and numerical method - boundary integral equations, boundary elements, finite element method, finite difference method is given. A special class identifies inverse problems for restoring values of porous media parameters and the form of medium internal defects according to characteristics of the inverse problem solution. The third part considers achievements of Rostov and Kiev schools of mechanics. The connection between thermoelasticity problems and problems of poroelasticity is marked. It allows to expand the research methods of porous media dynamics. Prospects for further researches on this topic are indicated. The most interesting will be works devoted to the study of high-frequency wave fields and to the analysis of local dynamic effects of the boundary and edge resonance type in porous media that is especially important for the problems of geo mechanics.

POROELASTIC TWO-PHASE MEDIA, ASYMPTOTIC METHODS, WAVE PROCESSES, GEOMECHANICS, BIOMECHANICS

Сведения об авторах:

Л. П. Вовк

SPIN-код: 9860-6682
 Телефон: +38 (095) 382-58-93
 +38 (071) 301-98-55
 Эл. почта: lv777@list.ru

А. В. Лисянец

SPIN-код: 5360-8121
 Телефон: +38 (095) 38-38-172
 +38 (071) 360-40-53
 Эл. почта: annuta-3991@mail.ru

Статья поступила 17.10.2017

© Л. П. Вовк, А. В. Лисянец, 2017

Рецензент: Т. В. Скрыпник, канд. техн. наук, доц., АДИ ГОУВПО «ДонНТУ»