

## АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ШИРОКОПОЛОСНЫХ АНАЛИЗАТОРОВ СВЧ ЦЕПЕЙ

**Львов А. А., проф., д.т.н., проф.; Семежев Н., аспирант; Солопекина А. А., магистрант**  
(Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., г. Саратов, Российская Федерация)

Для повышения точности измерения параметров двухполосников в коротковолновой части СВЧ диапазона и автоматизации измерительного процесса стали использоваться многополосные рефлектометры (МР) [1]. Для обеспечения хорошей устойчивости системы уравнений многополосника многие авторы пытаются оптимизировать конструкцию измерительного блока [2]. Но, как правило, это делается эмпирически без использования оптимальных методов обработки измерительных данных и грамотного статистического анализа получающихся ошибок измерения.

В работах [3-6] подробно изложены теоретические основы решения задачи измерения параметров СВЧ нагрузок в широкой полосе частот и описаны принципы оптимизации измерителей микроволнового диапазона. Идея оптимизации основана на решении получающихся уравнений МР по методу максимального правдоподобия. Описанный подход позволил существенно упростить конструкции многополосников, используемых в измерителях, в частности, авторам [4] удалось создать двенадцатиполосник в виде многозондовой измерительной линии, работающий в диапазоне 2-18 ГГц.

В качестве измерительного блока можно использовать отрезок коаксиального или микрополоскового тракта с набором датчиков, причем половина датчиков имеет слабую связь с полем, а другая половина – сильную. Такая конструкция, названная комбинированным МР, позволяет проводить автоматическую калибровку последнего по набору нагрузок с неточно известными коэффициентами отражения, что сильно упрощает и значительно удешевляет всю измерительную систему в целом. Поэтому в работе рассматриваются только комбинированные МР. Математическая модель многополосника с  $N$  измерительными датчиками может быть представлена в виде [3]:

$$u_j = q_1 x_{1j} + q_2 x_{2j} + q_3 x_{3j} + q_4 x_{4j} + \xi_j, \quad (1)$$

где

$$\begin{cases} q_1 = a^2, & x_{1j} = A_j^2, \\ q_2 = b^2, & x_{2j} = B_j^2, \\ q_3 = ab \cos(\gamma), & x_{3j} = 2AB \cos(\psi_j), \\ q_4 = ab \sin(\gamma), & x_{4j} = -2AB \sin(\psi_j), \end{cases}$$

$u_j$  – напряжение на выходе детектора  $j$ -го датчика МР;  $a, b$  – неизвестные модули падающей на измеряемый двухполосник и отраженной от него волн;  $\gamma$  – неизвестная разность фаз между падающей и отраженной волнами;  $A_j, B_j$  – модули комплексных коэффициентов передачи  $j$ -го датчика МР;  $\psi_j = 2\pi d_j / \lambda$  – разность фаз между коэффициентами многополосника для  $j$ -го датчика  $d_j$  – известное расстояние от фланца измеряемого двухполосника до  $j$ -го датчика;  $\lambda$  – известная длина волны в тракте МР;  $\xi_j$  – погрешность измерения напряжения на  $j$ -м детекторе.

Про ошибки измерения  $\xi_j$  предполагается, что они независимые нормально распределенные величины с нулевыми математическими ожиданиями и неизвестными дисперсиями  $\sigma_1^2, \dots, \sigma_N^2$ . Если число датчиков МР будет не меньше четырех, система (1) может быть решена относительно неизвестных параметров состояния  $q_i$  по методу ММП [5] с помощью известной итерационной процедуры, а нулевое приближение решения выбирается по методу наименьших квадратов:

$$\hat{q}^{(0)} = (X^T P X)^{-1} (X^T P U), \quad (2)$$

где  $\mathbf{X}$  – матрица плана эксперимента  $\mathbf{P}$  – диагональная матрица весов,  $\mathbf{U}=(u_1, u_2, \dots, u_N)^T$  – вектор измерений:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{24} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{N4} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_N \end{bmatrix}, \quad p_j = \left[ \frac{\sigma_0}{\sigma_j} \right]^2. \quad (2')$$

В [5, 6] показано, что точность оценки модуля и фазы коэффициента отражения полностью определяется точностью оценки коэффициентов  $\hat{\mathbf{q}}=(q_1, q_2, q_3, q_4)^T$ , которая характеризуется дисперсионной матрицей оценок. При этом необходимо находить удачно нулевое приближение  $\hat{\mathbf{q}}^{(0)}$ , чтобы оно попадало в зону притяжения истинного решения задачи оценивания. Дисперсионная матрица для нулевого приближения имеет вид [5]:

$$\mathbf{D}(\hat{\mathbf{q}}^{(0)}) = \sigma_0^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X})^{-1}. \quad (3)$$

Теория предлагает [5, 6] минимизировать объем эллипсоида рассеяния оценок относительно их математического ожидания, квадрат которого пропорционален определителю дисперсионной матрицы (3), для получения совместно эффективной оценки вектора  $\hat{\mathbf{q}}^{(0)}$ . Матрица  $\mathbf{D}_I = \mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X}$  является симметричной относительно своей главной диагонали и равной:

$$\mathbf{D}_I = \begin{bmatrix} \sum_1^N p_i A_j^4 & \sum_1^N p_i A_j^2 B_j^2 & 2 \sum_1^N p_i A_j^3 B_j \cos \psi_i & -2 \sum_1^N p_i A_j^3 B_j \sin \psi_i \\ D_{12} & \sum_1^N p_i B_j^4 & 2 \sum_1^N p_i A_j B_j^3 \cos \psi_i & -2 \sum_1^N p_i A_j B_j^3 \sin \psi_i \\ D_{13} & D_{23} & 4 \sum_1^N p_i A_j^2 B_j^2 \cos^2 \psi_i & \sum_1^N p_i A_j^2 B_j^2 \sin 2\psi_i \\ D_{14} & D_{24} & D_{34} & 4 \sum_1^N p_i A_j^2 B_j^2 \sin^2 \psi_i \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $\psi_i = 4\pi d_j / \lambda$  – фазовые расстояния.

Требуется так спланировать эксперимент (выбрать элементы матрицы  $\mathbf{X}$ ), чтобы детерминант матрицы  $\mathbf{D}_I$  для всех возможных значений  $\lambda$  из рассматриваемого диапазона был не меньше какого-то гарантированного значения. Причем чем больше будет детерминант матрицы  $\mathbf{D}_I$ , тем меньше соответственно будет детерминант обратной ей матрицы ошибок  $\mathbf{D}(\hat{\mathbf{q}}^{(0)})$ , то есть тем точнее будет выбираться нулевое приближение. В [5] показано, что точность оценивания, получаемая в результате выполнения указанной итерационной процедуры, предписываемой ММП, оказывается еще выше, чем точность нулевого приближения (2). В этом случае нулевое приближение может быть взято за верхнюю гарантированную границу возможных ошибок измерения.

В теории оптимального планирования экспериментов планы, обеспечивающие минимум детерминанта  $\mathbf{D}(\hat{\mathbf{q}}^{(0)})$ , называются D-оптимальными. Как видно из (4) элементы этой матрицы зависят от расстояний  $d_j$  от нагрузки до соответствующих датчиков, модулей коэффициентов передачи многополюсника и весовых коэффициентов  $p_j$ . На стадии проектирования МР величины  $A_j$ ,  $B_j$  неизвестны, так как они определяются при калибровке. Поэтому на данном этапе оптимизация выбора состава измерений (с целью минимизации погрешностей) может проводиться только подбором параметров  $d_j$ , то есть с помощью соответствующего расположения датчиков МР внутри тракта. Таким образом, оптимальные расстояния от исследуемой нагрузки до датчиков могут быть найдены по критерию:

$$\mathbf{d} = \arg \left\{ \inf_{d_j \in \Psi} \det \mathbf{D}(\hat{\mathbf{q}}^{(0)}) \right\}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_N)^T$ , а минимум детерминанта матрицы ошибок ищется подбором составляющих этого вектора. Естественно, что любой выбор величин  $d_j$  должен соответствовать физически реализуемой конструкции МР.

При измерении в узком диапазоне длин волн в окрестности центральной точки  $\lambda_0$  расположение датчиков МР, близкое к оптимальному, было получено аналитически. Датчики надо располагать эквидистантно на расстояниях  $\delta d = k\lambda/2N$  (где  $k$  – натуральное число такое, что  $N/2$  не кратно  $k$ ). Тогда матрица  $\mathbf{D}_l$  становится близкой к диагональной.

Но обычно МР используют для измерения в диапазоне длин волн, например, при определении резонансных параметров СВЧ нагрузок. Это обуславливает необходимость поиска расположения датчиков, пригодного для высокоточного измерения параметров СВЧ двухполюсников на любой фиксированной длине волны из заданного диапазона ( $[\lambda_{min}, \lambda_{max}]$ ).

При измерениях в широком диапазоне длин волн критерий (5) должен быть видоизменён, поскольку невозможно добиться потенциально достижимой точности оценивания параметров состояния  $\mathbf{q}$  на каждой длине волны из диапазона  $[\lambda_{min}, \lambda_{max}]$  за счет подбора оптимальных расстояний  $d_j$ . Более того, критерий (5) может быть подсчитан только для конкретной длины волны.

В этом случае теория рекомендует [6] в качестве критерия оптимальности использовать функцию эффективности оценок (ФЭО):

$$F(p_j, d_j, \lambda) = \sqrt{|\mathbf{D}[\hat{\mathbf{q}}]|/\Delta_{min}}, \quad (6)$$

которая представляет собой отношение объёма эллипсоида рассеяния оценок для текущих значений  $p_j, d_j$  к минимальному объёму эллипсоида при оптимальных значениях  $p_j^*, d_j^*$  на заданной длине волны  $\lambda$  из рассматриваемого диапазона  $[\lambda_{min}, \lambda_{max}]$ . Очевидно, что всегда  $F(p_j, d_j, \lambda) \geq 1$ . При достижении знака равенства объёмы этих эллипсоидов равны, и оценка  $\mathbf{q}$  получается совместно эффективной.

Следовательно, задача выбора оптимального состава измерений в заключается в минимизации ФЭО (6) равномерно во всем заданном диапазоне длин волн путем надлежащего выбора расстояний  $d_j$ . В качестве критерия оптимальности выбирают следующий:

$$\mathbf{d} = \arg \left\{ \inf_{d_j \in \mathcal{V}} \sup_{\lambda \in (\lambda_{min}, \lambda_{max})} F(p_j, d_j, \lambda) \right\},$$

Но сложность математических выражений, получающаяся при использовании такого многопараметрического критерия, позволяет искать оптимальные расположения датчиков только численными методами.

С этой целью была разработана система автоматизированного проектирования МР на основе персонального компьютера, использующая метод минимизации ФЭО в широком диапазоне длин волн (более шести октав), основанный на применении результатов теории планирования экстремальных экспериментов [6]. Здесь последний критерий оптимизации слегка видоизменяется для удобства его практической реализации на ЭВМ:

$$\mathbf{d} = \arg \left\{ \max_{\lambda \in (\lambda_{min}, \lambda_{max})} F(p_j, d_j, \lambda) \leq H_a \right\}, \quad (7)$$

где  $H_a$  – некоторая гарантированная граница точности оценивания параметров  $\mathbf{q}$  на любой произвольной фиксированной длине волны из заданного диапазона. Такой подход позволяет находить численные значения расстояний до датчиков при оптимизации параметров МР для работы в широком (до 7 октав) диапазоне длин волн.

Система реализована с помощью пакета MATLAB 7.0 и взаимодействует с табличным процессором Excel из Microsoft Office.

Как правило, во всех рассматриваемых задачах параметр  $H_a \leq 1,5$ . Выходная информация разработанного пакета прикладных программ содержит найденные расстояния от фланца исследуемой нагрузки до датчиков  $\mathbf{d}^*$  и зависимость ФЭО  $F(p_i^*, d_i, \lambda)$  от частоты измерений  $f = v/\lambda$  ( $v$  – скорость распространения волн в тракте) для наилучшего расположения датчиков.

Для упрощения работы программного обеспечения и ускорения счета используется начальное приближение расположения датчиков, найденное в [6]. После чего проводится

автоматическая минимизация ФЭО в диапазоне длин волн, определяемом пользователем. На первом этапе минимизации система осуществляет крутое восхождение по поверхности отклика, когда на каждом шаге оптимальным образом оцениваются составляющие градиента ФЭО с помощью дробных реплик от полного факторного эксперимента. На втором этапе проводится исследование почти стационарной области с помощью центральных композиционных планов эксперимента, и окончательно находятся расстояния  $d_j$  от датчиков до плоскости подсоединения нагрузки.

Данная система позволяет эффективно в интерактивном режиме отыскивать оптимальные расположения датчиков МР на стадии ее проектирования. С ее помощью были получены расположения различного числа измерительных датчиков МР (от четырех до десяти), позволяющие с хорошей точностью проводить измерения в широких диапазонах длин волн. В частности МР с числом измерительных плеч  $N=8$  может работать в диапазоне до пяти с половиной октав, а с  $N=10$  – в семиоктавном диапазоне. Это иллюстрирует рис. 1.

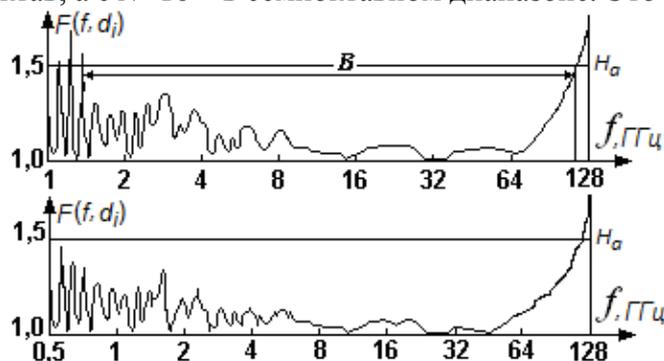


Рисунок 1 – Функции эффективности для МР с числом измерительных плеч  $N=8$  (верхний) и  $N=10$  (нижний):  $B$  – рабочий диапазон,  $H_a$  – гарантированная граница.

Очевидно, что расположения датчиков МР, удовлетворяющие (6), не будут обращать в ноль внедиагональные компоненты матрицы  $D_I$  на практике, когда коэффициенты передачи многополюсника примут какие-то реальные значения с учетом коэффициентов передачи квадратичных детекторов. Другими словами, после калибровки рефлектометра указанные расположения датчиков могут не удовлетворять выбранному критерию оптимальности из-за «паразитного» влияния коэффициентов  $A_i$  и  $B_i$ . Но в этом случае можно воспользоваться процедурой оптимального управления процессом измерения. Оно заключается в установлении весов измерений  $p_j$  таким образом, чтобы выполнялись следующие условия:

$$P = \arg \left\{ \sup_{p_{ij}} \left( 4 \left[ \sum_{i=1}^N p_i A_i^4 \sum_{i=1}^N p_i B_i^4 - \left( \sum_{i=1}^N p_i A_i^2 B_i^2 \right)^2 \right] \left( \sum_{i=1}^N p_i A_i^2 B_i^2 \right)^2 \right) \right\}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N p_i A_i^3 B_i \cos \psi_i = 0, \sum_{i=1}^N p_i A_i B_i^3 \cos \psi_i = 0, \sum_{i=1}^N p_i A_i^2 B_i^2 \cos 2\psi_i = 0, \\ \sum_{i=1}^N p_i A_i^3 B_i \sin \psi_i = 0, \sum_{i=1}^N p_i A_i B_i^3 \sin \psi_i = 0, \sum_{i=1}^N p_i A_i^2 B_i^2 \sin 2\psi_i = 0. \end{cases}$$

То есть необходимо так подобрать значения весов  $p_j$ , чтобы они доставляли максимум детерминанту матрицы  $D_I$  при одновременном выполнении указанных выше линейных ограничений, когда все величины  $A_i$ ,  $B_i$  и  $\psi_i$  считаются заданными.

С этой целью был создан пакет программ математического обеспечения для персонального компьютера, реализующий автоматическую систему управления весовыми коэффициентами для измерительных датчиков МР и работающий в составе комплекса программ измерения у анализатора цепей на основе МР. По заданным значениям  $d_j$ ,  $A_i$ ,  $B_i$ , и длине волны  $\lambda$ , программа рассчитывает весовой коэффициент для каждого датчика, обеспечивая тем самым ортогональность матрицы плана эксперимента на конкретной длине волны измерения из рассматриваемого диапазона. При переходе к другой длине волны  $\lambda$  измерения производится перерасчет весовых коэффициентов. Рисунок 2 иллюстрирует работу программы управления процессом измерения.

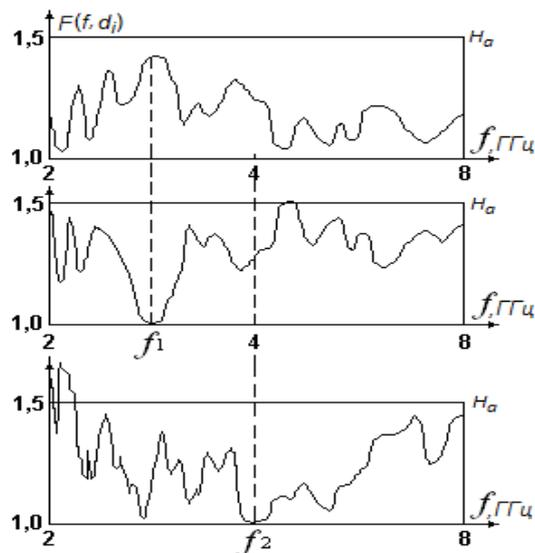


Рисунок 2 – Функции эффективности для МР с числом измерительных плеч  $N=8$  в диапазоне 2–8 ГГц для различных наборов весовых коэффициентов датчиков

На нем показана часть ФЭО для двадцатиполюсника. Верхний рисунок соответствует ФЭО, когда все весовые коэффициенты  $p_j=1$ . Средний рисунок показывает ту же ФЭО, у которой весовые коэффициенты подобраны для измерения на частоте  $f=3$  ГГц, а на нижнем рисунке дана ФЭО того же МР, но весовые коэффициенты подобраны для измерения на частоте  $f=4$  ГГц. Таким образом, достигается оптимальное оценивание неизвестных параметров измеряемых СВЧ-нагрузок, но для каждой длины волны из требуемого диапазона измерений должен быть выбран свой набор величин весовых коэффициентов  $p_j$ .

Проведенные исследования позволили сделать вывод о целесообразности использования подобной системы в сочетании с системой автоматизированного проектирования расположения датчиков МР.

Резюмируя вышеизложенное, можно заключить, что предлагаемая система, позволяющая находить удобные с точки зрения технической реализации расположения датчиков внутри тракта МР, в сочетании с процедурой оптимального управления процессом измерения дают возможность существенно повысить точность измерения параметров микроволновых цепей, приблизив ее к потенциально достижимой, с одновременным упрощением конструкции многополюсника и снижением его себестоимости.

#### Перечень ссылок

1. Engen, G. F. Microwave Circuit Theory and Foundation of Microwave Metrology / G. F. Engen. – IEE Electrical Measurement. – Series 9. – London : Peter Peregrinus Ltd., 1992.
2. Madonna, G. Design of a Broadband Multi-probe Reflectometer / G. Madonna, A. Ferrero, M. Pirola. // IEEE Trans. Instrum. Meas. – Vol. IM-48. - Apr. 1999. – P. 622 – 625.
3. Львов, А. А. Автоматический измеритель параметров СВЧ двухполюсников на основе многополюсника / А. А. Львов // Измерительная техника. – Москва, 1996. – №2. – С.10 - 12.
4. Kats, B. M. Synthesis of a Wideband Multiprobe Reflectometer / B. M. Kats [et.al.]. – IEEE Transactions on MTT-56, 2008. – No. 2. – P. 507 – 514.
5. L'vov, A. A. Statistical Approach to Measurements with Microwave Multi-port Reflectometer and Optimization of Its Construction / A. A. L'vov [et.al.] // Proceedings of Microwave and Radio Electronics Week. 14th Conference on Microwave Techniques (COMITE 2015). – Pardubice, Czech Republic, April, 22 - 23, 2015. – P. 179-183.
6. L'vov, A. A. Optimization of a Multiprobe Transmission Line Reflectometer and Optimal Control of Measurement Process / A. A. L'vov, A. S. Moutchkaev // Computer Systems and Computer-Aided Applications : Proc. of the 10th International conf. "Systems for Automation of Engineering and Research", Sept. 27- 29, 1996. – St. Konstantin, Bulgaria, 1996. – P. 33 – 37.