

МЕТОДИКА ПРИМЕНЕНИЯ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ОЦЕНКИ ЧАСТОТЫ ИСКАЖЕННЫХ СИГНАЛОВ В ЭНЕРГОСИСТЕМАХ

Балабан О. М., доц., к.т.н., доц.; Журлов А. Д., магистрант; Серанова А. А., аспирант; Томашевский Ю. Б., проф., д.т.н., проф.

(Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., г. Саратов, Российская Федерация)

В течение последних десятилетий проблема оценивания амплитуды и фазы оцифрованного сигнала была важной областью исследований. Разработанные для этой цели методы стали, во многом, стандартизированными для сигналов с известными частотами. Однако эти методы не дают точных результатов оценивания, если априори частота сигнала неизвестна. В последнее время защита энергетических систем цифровыми методами стала предметом значительного интереса у зарубежных исследователей. Современные защитные реле используют сложные алгоритмы обработки сигналов, чтобы точно оценивать состояние системы по оцифрованным отсчетам сигналам напряжения и/или тока. Все проблемы этих цифровых систем кроются в используемом алгоритме измерения частоты, который при переходных и аномальных режимах работы не может оценить правильное ее значение. Помимо этого, внедрение в практику современного электронного оборудования для силовых сетей приводит к тому, что сигналы силовых систем сопровождаются гармониками основной частоты и шумом [1]. Например, это можно объяснить возникновением несинусоидальных токовых колебаний от применяемых тиристорных преобразователей и высокочастотных инверторов. В этих условиях быстрое и точное измерение частоты является достаточно сложной задачей.

Существует много публикаций по методам измерения частоты в приложениях для энергосистем. Традиционные методы предполагают, что сигнал напряжения силовой системы является чисто синусоидальным, и поэтому время между двумя пересечениями нуля является показателем его частоты. Дискретное преобразование Фурье, метод минимизации среднеквадратической ошибки, фильтрация Калмана, рекурсивный алгоритм Ньютона, адаптивные полосовые режекторные фильтры и т.д. – известные технологии обработки, используемые для частотных измерений сигналов силовых систем. В работе [2] представлен новый цифровой метод и его практическая реализация. Однако предлагаемый подход страдает от погрешностей, обусловленных наличием шума и гармоник основной частоты. В [3] представлен итерационный метод для быстрой и точной оценки номинальной и выходящей за пределы номинала частоты энергосистемы. Этот метод требует относительно точной оценки начального приближения частоты системы для обеспечения быстрого оценивания, но он тоже подвержен ошибкам в присутствии шума и гармоник. Среди упомянутых выше численных способов оценивания частоты, именно линейные и нелинейные методы фильтрации Калмана привлекли особенное внимание, поскольку они позволяют точно оценить амплитуду, фазу и частоту сигнала в присутствии шума и гармоник сигнала.

Фильтр Калмана в комплексной форме успешно применяется для оценки частоты сигналов, искаженных шумом, [4]. Но использование этого фильтра требует наличия нескольких датчиков для измерения трехфазных сигналов. Несбалансированность в трехфазной сети из-за неисправностей и перебоев в работе может серьезно повлиять на процесс оценки. В методе адаптивной оценки на основе линейной комбинации трех последовательных отсчетов сигнала отсчеты используются для рекурсивного вычисления соответствующих весовых коэффициентов. Этот метод дает хорошие результаты при низких уровнях шума, но не позволяет отслеживать частоту при наличии шума повышенного уровня. В данной работе для оценки частоты энергосистемы успешно применяется новый

вариант расширенного фильтра Калмана (РФК). При этом матрица ковариаций, зависящая от уровня шума и присутствия гармоник в сигнале, на каждой итерации обновляется в соответствии с предлагаемым эмпирическим правилом. Также дано доказательство устойчивости предлагаемого метода оценивания.

Модель сигнала и постановка задачи оценивания с помощью расширенного фильтра Калмана.

Дискретный по времени сигнал, описывающий напряжение или ток в энергосистеме, имеет вид:

$$y_k = A \cos(k\omega T_S + \varphi) + \varepsilon_k, \quad (1)$$

где: y_k – мгновенное значение сигнала; A и φ – его амплитуда и начальная фаза соответственно; k – моменты взятия выборки; T_S – известный период дискретизации сигнала; ω – его неизвестная круговая частота; ε_k – погрешности измерения (считаются белым гауссовским шумом с нулевым средним с дисперсией σ_v^2).

Уравнение (1) может быть записано как:

$$y_k = \hat{y}_k + \varepsilon_k, \quad (2)$$

где \hat{y}_k – истинное значение оцениваемого сигнала.

Несложно показать непосредственным вычислением, что три последовательных отсчета сигнала (1) удовлетворяют следующему соотношению:

$$\hat{y}_k - 2\cos(\omega T_S)\hat{y}_{k-1} + \hat{y}_{k-2} = 0. \quad (3)$$

Поэтому, если известны точные значения величин \hat{y}_k , \hat{y}_{k-1} и \hat{y}_{k-2} , то можно точно оценить круговую частоту сигнала ω из модели (3). Однако присутствующий аддитивный шум не позволяет точно оценить эту частоту на основании измерения трех последовательных отсчетов сигнала. Поэтому РФК может применяться для идентификации уравнений фильтра для этой цели. Далее описываются уравнения фильтра и вычислительные шаги для оценки частоты. Оцениваемый вектор пространства состояний задается как:

$$\hat{x}_{k+1} = [2\cos\omega T_S \quad \hat{y}_{k-1} \quad \hat{y}_{k-2}]^T, \quad (4)$$

$$\hat{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2\cos\omega T_S & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{x}_k. \quad (5)$$

Уравнение измерений может быть представлено в виде:

$$y_k = [0 \quad 2\cos\omega T_S \quad -1]\hat{x}_k + \varepsilon_k. \quad (6)$$

Вышеупомянутый нелинейный процесс также может быть представлен в виде:

$$\hat{x}_{k+1} = f(\hat{x}_k), \quad (7)$$

$$y_k = g(\hat{x}_k) + \varepsilon_k, \quad (8)$$

где

$$f(\hat{x}_k) = [2\cos\omega T_S \quad 2\cos\omega T_S \hat{y}_{k-1} - \hat{y}_{k-2} \quad \hat{y}_{k-1}]^T, \quad (9)$$

$$g(\hat{x}_k) = 2\cos\omega T_S \hat{y}_{k-1} - \hat{y}_{k-2}. \quad (10)$$

Линеаризуя указанную систему и применяя РФК к системе первого порядка, нелинейный рекурсивный фильтр для оценки одиночной синусоиды и ее частоты на фоне белого шума выглядит следующим образом:

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - g(\hat{x}_{k|k-1})), \quad (11)$$

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k-1}), \quad (12)$$

$$K_k = \hat{P}_{k|k-1} \frac{\partial g^T}{\partial \hat{x}} \Big|_{(k,k-1)} \cdot \left[\frac{\partial g}{\partial \hat{x}} \Big|_{(k,k-1)} \hat{P}_{k|k-1} \frac{\partial g^T}{\partial \hat{x}} \Big|_{(k,k-1)} + 1 \right]^{-1}, \quad (13)$$

$$\hat{P}_{k|k} = \hat{P}_{k|k-1} - K_k \left. \frac{\partial g}{\partial \hat{x}} \right|_{(k,k-1)} \hat{P}_{k|k-1}, \quad (14)$$

$$\hat{P}_{k|k+1} = F_k \hat{P}_{k|k} F_k^T, \quad (15)$$

где $F_k = \left. \frac{\partial f(\hat{x}_k)}{\partial \hat{x}_k} \right|_{x_k = \hat{x}_{k|k}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \hat{x}_{k|k}(2) & \hat{x}_{k|k}(1) & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \left. \frac{\partial g(\hat{x}_k)}{\partial \hat{x}_k} \right|_{x_k = \hat{x}_{k|k}} = [\hat{x}_{k|k}(2) \quad \hat{x}_{k|k}(1) \quad -1]; \hat{P}_{k|k} = \hat{\Sigma}_{k|k} / \sigma_v^2;$

$$\hat{P}_{k+1|k} = \hat{\Sigma}_{k+1|k} / \sigma_v^2; \quad \hat{\Sigma}_{k|k} = E\{(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T\}; \quad \hat{\Sigma}_{k+1|k} = E\{(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})^T\};$$

$$\hat{x}_{1|0} = \bar{x}_1; \quad \hat{P}_{1|0} = \hat{\Sigma}_{1|0} / \sigma_v^2; \quad \hat{\Sigma}_{1|0} = \hat{\Sigma}_{x1}; \quad \hat{\Sigma}_{x1} = E\{(x_1 - \bar{x}_1)(x_1 - \bar{x}_1)^T\}.$$

Так как фильтр нелинейный, коэффициент усиления K_k и ковариационная матрица $\hat{P}_{k|k}$ зависят от оценки $\hat{x}_{k|k}$ вектора состояния x_k .

Наличие гармоник и затухание постоянного тока может также исказить основное соотношение (3), полученное для синусоиды одной частоты модели сигнала. При наличии гармоник [4] уравнение будет изменено

$$y_t = \sum_{m=1}^M A_m \cos(m\omega t + \varphi) + \varepsilon(t), \quad (16)$$

где m – номер гармоники; M – наибольшая рассматриваемая гармоника сигнала, а остальные обозначения совпадают с обозначениями в формуле (1).

Здесь соотношения между тремя последовательными отсчетами сигнала определяется как:

$$y_k = 2 \cos(\omega T_s) y_{k-1} - y_{k-2} + \sum_{m=1}^M [A_m (2 \cos m\omega T_s - 2 \cos \omega T_s) \sin\{m\omega(k-1)T_s + \varphi_m\}]. \quad (17)$$

Для очень точной оценки частоты, алгоритм оценки, задаваемый (17), необходимо изменить. Проблема со всеми алгоритмами фильтра Калмана заключается в изменении значения матрицы ковариации. После начальной сходимости коэффициент усиления K_k и ковариационная матрица $\hat{P}_{k|k}$ достигают очень малых значений. В дальнейшем, при изменении некоторых параметров сигнала (амплитуда, фаза и частота), значение матрицы ковариации должно быть обновлено, чтобы получить более высокий коэффициент усиления K_k для наиболее быстрого отслеживания сигнала. В данной работе решение об изменении значения ковариационной матрицы на исходное основано на блоке принятия решения типа гистерезиса (рис. 1). Полоса гистерезиса определяется количеством шума и характером сходимости. Если шум оценивается примерно в 10% от амплитуды сигнала, то полоса гистерезиса выбирается равной 20-60% амплитуды, чтобы избежать частых обновлений значений ковариационной матрицы.

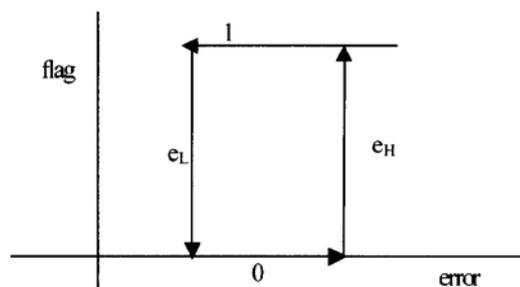


Рисунок 1 – Диапазон гистерезиса для установки нового значения ковариационной матрицы

Флаг устанавливается, когда ошибка превышает верхний порог e_N и сбрасывается, когда ошибка падает ниже нижнего порога e_L . Если флаг равен 1, а любой из коэффициентов

Калмана очень мал, то устанавливается новое значение ковариационной матрицы, и флаг сбрасывается в 0, чтобы не произошла немедленная установка нового значения ковариационной матрицы. В связи с тем, что изменение частоты в энергосистемах ограничено 5 Гц, для наиболее быстрого отслеживания измеренная частота фильтра не может изменяться за пределами диапазона 40-60 Гц. Это приводит к стабильной работе фильтра и не ведет к его неустойчивости.

Доказательство устойчивости нелинейного фильтра.

Пусть ошибка ковариационной матрицы $\hat{\Sigma}_{k+1|k}$ в то же время является симметричной и неотрицательно определенной матрицей 3×3 [5]:

$$\hat{\Sigma}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(1) & \gamma_{k|k-1}(1) & \gamma_{k|k-1}(2) \\ \gamma_{k|k-1}(1) & \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(2) & \gamma_{k|k-1}(3) \\ \gamma_{k|k-1}(2) & \gamma_{k|k-1}(3) & \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(3) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где $\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(\cdot)$ и $\gamma_{k|k-1}(\cdot)$ представляют диагональные и недиагональные элементы $\hat{\Sigma}_{k+1|k}$, соответственно. Из

$$K_k = \eta_k^2 \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k}(2)\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(1) + \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k-1}(1) - \gamma_{k|k-1}(2) \\ \hat{x}_{k|k}(2)\gamma_{k|k-1}(1) + \hat{x}_{k|k}(1)\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(2) - \gamma_{k|k-1}(3) \\ \hat{x}_{k|k}(2)\gamma_{k|k-1}(2) + \hat{x}_{k|k}(1)\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(3) - \gamma_{k|k-1}(3) \end{bmatrix},$$

$$\text{где } \eta_k^2 = \frac{1}{\left(1 + \hat{x}_{k|k}^2(2)\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(1) + \hat{x}_{k|k}^2(1)\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(2) + 2\hat{x}_{k|k}(1)\hat{x}_{k|k}(2)\gamma_{k|k-1}(1) - z\right)}, \quad (19)$$

и $z = 2\hat{x}_{k|k}(2)\gamma_{k|k-1}(2) + 2\hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k-1}(3) - \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(3); \eta_k^2 > 0$.

$$\text{Из (14) } \hat{\Sigma}_{k|k} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{k|k}^2(1) & \gamma_{k|k}(1) & \gamma_{k|k}(2) \\ \gamma_{k|k}(1) & \hat{\sigma}_{k|k}^2(2) & \gamma_{k|k}(3) \\ \gamma_{k|k}(2) & \gamma_{k|k}(3) & \hat{\sigma}_{k|k}^2(3) \end{bmatrix}; \quad (20)$$

$$\hat{\sigma}_{k|k}^2(1) = \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(1) - \eta_k^2 a^2; \quad \hat{\sigma}_{k|k}^2(2) = \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(2) - \eta_k^2 b^2; \quad \hat{\sigma}_{k|k}^2(3) = \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(3) - \eta_k^2 c^2, \quad (21)$$

$$\gamma_{k|k}(1) = \gamma_{k|k-1}(1) - \eta_k^2 ab; \quad \gamma_{k|k}(2) = \gamma_{k|k-1}(2) - \eta_k^2 ac; \quad \gamma_{k|k}(3) = \gamma_{k|k-1}(3) - \eta_k^2 bc, \quad (22)$$

где $a = \hat{x}_{k|k}(2)\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(1) + \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k-1}(1) - \gamma_{k|k-1}(2)$; $b = \hat{x}_{k|k}(1)\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(2) + \hat{x}_{k|k}(2)\gamma_{k|k-1}(1) - \gamma_{k|k-1}(3)$;
 $c = \hat{x}_{k|k}(2)\gamma_{k|k-1}(2) + \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k-1}(3) - \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(3)$.

$$\text{Подставляя (20) в (15), получим } \hat{\Sigma}_{k|k} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(1) & \gamma_{k+1|k}(1) & \gamma_{k+1|k}(2) \\ \gamma_{k+1|k}(1) & \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(2) & \gamma_{k+1|k}(3) \\ \gamma_{k+1|k}(2) & \gamma_{k+1|k}(3) & \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(3) \end{bmatrix},$$

$$\text{где } \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(1) = \hat{\sigma}_{k|k}^2(1), \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(2) &= \left(\hat{x}_{k|k}(2)\hat{\sigma}_{k|k}^2(1) + \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k}(1) - \gamma_{k|k}(2) \right) + \\ & \hat{x}_{k|k}(1) \left(\hat{x}_{k|k}(2)\gamma_{k|k}(1) + \hat{x}_{k|k}(2)\hat{\sigma}_{k|k}^2(2) - \gamma_{k|k}(3) \right) - \\ & \left(\hat{x}_{k|k}(2)\gamma_{k|k}(2) + \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k}(3) - \hat{\sigma}_{k|k}^2(3) \right) \end{aligned}, \quad (24)$$

$$\hat{\sigma}_{k+1|k}^2(3) = \hat{\sigma}_{k|k}^2(2), \quad (25)$$

$$\gamma_{k+1|k}(1) = \hat{x}_{k|k}(2)\hat{\sigma}_{k|k}^2(1) + \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k}(1) - \gamma_{k|k}(2), \quad (26)$$

$$\gamma_{k+1|k}(2) = \gamma_{k|k}(1), \quad (27)$$

$$\gamma_{k+1|k}(3) = \hat{x}_{k|k}(2)\gamma_{k|k}(1) + \hat{x}_{k|k}(1)\hat{\sigma}_{k|k}^2(2) - \gamma_{k|k}(3). \quad (28)$$

Фокусируясь на (1,1) компоненте $\hat{\Sigma}_{k+1|k}$, имеем

$$\hat{\sigma}_{k+1|k}^2(1) - \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(1) = -\eta_k^2 a^2 = -\eta_k^2 (\hat{x}_{k|k}(2)\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(1) + \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k-1}(1) - \gamma_{k|k-1}(2))^2, \quad (29)$$

Из (29), видно, что $\hat{\sigma}_{k+1|k}^2(1)$ монотонно уменьшается с k до $|a| = 0$ когда $k \rightarrow \infty$.

$|a| = 0 \Rightarrow \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(1)$ сходится к некоторому значению, которое больше или равно нулю.

$$|a| = 0 \Rightarrow \left| \hat{x}_{k|k}(2)\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(1) + \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k-1}(1) - \gamma_{k|k-1}(2) \right| = 0, \text{ тогда } \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(1) = 0 \Rightarrow \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(1) = 0 \text{ и } \hat{\sigma}_{k|k}^2(1) = 0.$$

$$\text{Тогда } \left| \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k-1}(1) - \gamma_{k|k-1}(2) \right| = 0. \quad (30)$$

Рассматривая (1, 2) или (2, 1) элемент, из (21):

$$\gamma_{k+1|k}(1) - \gamma_{k|k-1}(1) = \hat{x}_{k|k}(2)\hat{\sigma}_{k|k}^2(1) + \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k}(1) - \gamma_{k|k}(2) - \gamma_{k|k-1}(1) = 0 + \hat{x}_{k|k}(1)\gamma_{k|k}(1) - \gamma_{k|k}(2) - \gamma_{k|k-1}(1)$$

Из (30) $\gamma_{k+1|k}(1) - \gamma_{k|k-1}(1) = 0 - \gamma_{k|k-1}(1) \Rightarrow \gamma_{k+1|k}(1) = 0$ т.е., $\gamma_{k|k}(1) = 0$ и $\gamma_{k|k-1}(1) = 0$.

$$\text{Из (27) } \gamma_{k+1|k}(2) = \gamma_{k|k}(1) = 0. \quad (31)$$

$$\text{Поэтому } \hat{\Sigma}_{k+1|k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(2) & \gamma_{k+1|k}(3) \\ 0 & \gamma_{k+1|k}(3) & \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(3) \end{bmatrix}.$$

$$\text{Далее, рассмотрим } \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(3) \text{ из (25): } \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(3) = \hat{\sigma}_{k|k}^2(2) = \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(2) - \eta_k^2 b^2; \\ \hat{\sigma}_{k|k}^2(2) - \hat{\sigma}_{k|k-1}^2(2) = -\eta_k^2 b^2 \leq 0.$$

$$\text{Когда } k \rightarrow \infty, \hat{\sigma}_{k|k}^2(2) = 0 \text{ т.е. } \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(3) = 0; \quad (32)$$

$$b = 0, \hat{\sigma}_{k+1|k}^2(3) = 0; \hat{x}_{k|k}(2)\gamma_{k|k-1}(1) + \hat{x}_{k|k}(1)\hat{\sigma}_{k|k-1}^2(2) - \gamma_{k|k-1}(3) = 0. \quad (33)$$

$$\text{Из (32): } 0 + 0 - \gamma_{k|k-1}(3) = 0 \Rightarrow \gamma_{k+1|k}(3) = 0. \quad (34)$$

$$\text{Из уравнений (33) и (34) следует: } \hat{\Sigma}_{k+1|k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ когда } k \rightarrow \infty.$$

Отсюда следует, что $\hat{\Sigma}_{k+1|k} \rightarrow 0$ ($\hat{P}_{k+1|k} \rightarrow 0$) когда $k \rightarrow \infty$. Результаты приводят к выводу, что коэффициент усиления K_k стремится к нулю, когда $k \rightarrow \infty$. Следовательно, для достаточно больших k , уравнения фильтрации оказываются устойчивыми и сводятся к $\|\hat{x}_{k+1|k}\| = \|\hat{x}_{k|k-1}\|$. Таким образом, предложенный нелинейный фильтр является устойчивым.

Перечень ссылок

1. Phadke, A. G. A new measurement technique for tracking voltage phasors, local system frequency and rate of change of frequency / A. G. Phadke, J. S. Thorp, M. Adamiak. – IEEE Trans. Power Appar. Syst., 1983. – vol. 102. – P. 1025–1038.
2. Sidhu, T. S. An iterative technique for fast and accurate measurement of power system frequency / T. S. Sidhu, M. S. Sachdev. – IEEE Trans. Power Delivery, 1998. – vol. 13. – P. 1091–1105.
3. Girgis, A. A. Adaptive estimation of power frequency deviation and its rate of change for calculating sudden power system overloads / A. A. Girgis, W. L. Peterson. – IEEE Trans. Power Delivery, 1990. – vol. 5. – P. 585–594.
4. Dash, P. K. An adaptive neural network for the estimation of power system frequency / P. K. Dash, D. P. Swain, A. Routray, A. C. Liew. – Electr. Power Syst. Res., 1997. – vol. 41. – P. 203–210.
5. Routray, A. A novel Kalman filter for frequency estimation of distorted signals in power systems / A. Routray, A.K. Pradhan, K.P. Rao. – IEEE Trans. On Instr.Meas., 2002. – vol. 51. – P. 469–479.