

**ГОУВПО  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Методические рекомендации  
по выполнению практических заданий к  
учебной дисциплине вариативной части  
профессиональной и практической подготовки  
дисциплин самостоятельного выбора ВУЗа  
ГОС ВПО по направлению подготовки бакалавра  
27.03.02 «Управление качеством»**

**«Статистические методы диагностики продукции и  
технологических процессов»**

Донецк,

**ГОУВПО  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Методические рекомендации  
по выполнению практических заданий к  
учебной дисциплине вариативной части  
профессиональной и практической подготовки  
дисциплин самостоятельного выбора ВУЗа  
ГОС ВПО по направлению подготовки бакалавра  
27.03.02 «Управление качеством»**

**«Статистические методы диагностики продукции и  
технологических процессов»**

Рассмотрено  
на заседании кафедры  
«Управление качеством»  
протокол № 2 от «14» «09» 2016 г.

Утверждено на заседании  
учебно-издательского  
Совета ДонНТУ  
Протокол № \_\_\_ от «\_\_\_» «\_\_\_\_\_» 20\_\_ г

Донецк, 20\_\_

УДК 65.012 (075.8)

Методические рекомендации по выполнению практических заданий по учебной дисциплине вариативной части профессионального цикла дисциплин по выбору ВУЗа «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов» для студентов направления подготовки бакалавра 27.03.02 «Управление качеством» дневной, ускоренной, заочной формы обучения / Сост. Е.В.Мирошниченко. - Донецк: ДонНТУ, 2016г.- 38 с.

В методических рекомендациях изложены общие положения и тематическое содержание практических занятий по учебной дисциплине вариативной части профессионального цикла по выбору ВУЗа «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов», изложены основные теоретические положения для решения практических задач дисциплины в соответствии с рабочей программой курса. Приведены задачи для самостоятельной работы студентов по дисциплине. Приведен перечень ссылок для успешного усвоения изучаемой дисциплины.

Составители:

к.э.н., доцент Мирошниченко Е.В.

Рецензент:

Ответственный за выпуск

© Донецкий национальный технический университет

© Мирошниченко Е.В.

## ВВЕДЕНИЕ

Всестороннее изучение статистических методов дает возможность выбора методов в зависимости от поставленных задач при управлении качеством продукции (процесса); подготовку к статистическому контролю продукции (процесса); определение показателей качества продукции (процесса); анализ полученных данных и проведение последующих действий.

Современной формой повышения качества является управление качеством с помощью математико-статистических методов. При относительно малых расходах, требующихся на внедрение, применение этих методов помогает предупредить возникновение брака и доделок еще в процессе производства.

Статистические методы применимы на всех стадиях производства. Их роль – методическое обеспечение процессов получения, обработки (принятия решений), хранения, передачи данных и знаний. С помощью этих методов можно указать, где для повышения качества изделия должна быть изменена либо его конструкция, либо технология изготовления. Статистические методы позволяют отрегулировать технологический процесс так, что сводится к минимуму производственный брак.

Основанием для разработки методических рекомендаций по выполнению практических заданий по учебной дисциплине вариативной части профессионального цикла по выбору ВУЗа «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов» является ООП подготовки бакалавра по направлению 27.03.02 «Управление качеством».

Методические рекомендации по выполнению практических заданий по учебной дисциплине вариативной части профессионального цикла по выбору ВУЗа «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов» разработан на основе:

учебного плана подготовки бакалавра по направлению 27.03.02 «Управление качеством»;

рабочей программы учебной дисциплины «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов».

Основными задачами методических рекомендаций по выполнению практических заданий по учебной дисциплине вариативной части профессионального цикла по выбору ВУЗа «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов» является расширение, углубление и детализация теоретических знаний полученных студентами на лекциях и в процессе самостоятельной работы.

Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов, основанные на теории вероятностей и математической статистики, могут быть использованы на всех этапах жизненного цикла продукции для оценки и учета степени ее неоднородности или изменчивости ее характеристик относительно требуемых значений или номиналов, а также учета настроенности и изменчивости процессов ее создания.

# 1 ТЕМАТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЙ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

подготовки бакалавра по направлению 27.03.02 «Управление качеством»  
дневной формы обучения

№ п/п	Тема и содержание заданий практических занятий	Объем заданий практических занятий (ак.ч.)	Коэффициент весомости $K_j$ j-того задания практического занятия	Штрафные санкции Шп <sub>ij</sub> за нарушение графика учебного процесса выполнения и защиты j-той задачи практического занятия
1	Закон распределения непрерывных случайных величин. Описательная статистика	2	0,08	0,1; 0,2; 0,25
2	Выборочная оценка параметров генеральной совокупности	1	0,08	
3	Функция Лапласа	1	0,08	
4	Экспоненциальное распределение непрерывных случайных величин	1	0,08	
5	Закон распределения случайных дискретных величин. Биноминальное распределение.	1	0,08	
6	Распределение Пуассона	1	0,08	
7	Критерии значимости. Статистические гипотезы: критерии значимости при нормальном распределении г.с.; критерии значимости при биномиальном распределении г.с.	2	0,08	
8	Графические методы статистического управления качеством. Контрольный лист	1	0,08	
9	Диаграмма Парето. ABC-анализ	1	0,09	
10	Гистограмма качества	2	0,09	
11	Корреляционный анализ. Диаграмма рассеяния	2	0,09	
12	Регрессионный анализ.	2	0,09	
	<b>Всего</b>	<b>17</b>	<b>1</b>	-

## 2 ТЕМАТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЙ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

подготовки бакалавра по направлению 27.03.02 «Управление качеством»  
дневной ускоренной формы подготовки

№ п/п	Тема и содержание заданий практических занятий	Объем заданий практических занятий (ак.ч.)	Коэффициент весомости К <sub>ij</sub> j-того задания практического занятия	Штрафные санкции Ш <sub>ij</sub> за нарушение графика учебного процесса выполнения и защиты j-той задачи практического занятия
1	Закон распределения непрерывных случайных величин. Описательная статистика	2	0,08	0,1; 0,2; 0,25
2	Выборочная оценка параметров генеральной совокупности	2	0,08	
3	Функция Лапласа	2	0,08	
4	Экспоненциальное распределение непрерывных случайных величин	2	0,02	
5	Закон распределения случайных дискретных величин. Биноминальное распределение.	2	0,02	
6	Распределение Пуассона	2	0,08	
7	Критерии значимости. Статистические гипотезы: критерии значимости при нормальном распределении г.с.; критерии значимости при биномиальном распределении г.с.	2	0,08	
8	Графические методы статистического управления качеством. Контрольный лист	2	0,08	
9	Диаграмма Парето. ABC-анализ	2	0,08	
10	Гистограмма качества	2	0,08	
11	Корреляционный анализ. Диаграмма рассеяния	2	0,08	
12	Регрессионный анализ.	4	0,08	
13	Статистический приемочный контроль	2	0,08	
14	Статистическое управление процессами	2	0,08	
15	Подведение итогов	4		
	<b>Всего</b>	<b>34</b>	<b>1</b>	-

# ТЕМА ЗАНЯТИЯ 1

## ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН. ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА

**Цель работы:** рассмотреть методы описательной статистики, наиболее важные с точки зрения теоретических основ статистических методов. В описательной статистике рассматриваются методы представления выборочных данных в табличной и графической форме

### Методика:

Меры центральной тенденции.

1) Средняя величина  $\bar{x}$  :

$$M\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

2) Мода  $M_o$  - наиболее вероятное значение  $X$  - числовое значение из множества измерений, которое встречается наиболее часто.

3) Медиана  $M_e$  – значение, которое делит упорядоченное множество данных пополам.

Меры изменчивости.

1) Разброс выборки или размах указывает на диапазон изменчивости значений.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

2) Дисперсия  $D_x$  – мера рассеяния случайной величины, характеризует разброс значений с. в относительно среднего значения

$$D_x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M\bar{x})^2}{n}; \quad S^2 = \frac{n \cdot D_x}{n-1}.$$

3) На практике используют стандартное отклонение  $\sigma_x$ . На сколько в среднем индивидуальное значение признака отклоняется от среднего значения.

При увеличении  $\sigma$  - кривая снижается.

При уменьшении  $\sigma$  - кривая вытягивается.

Чем меньше  $\sigma$ , тем меньше рассеивание результатов измерений.

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M\bar{x})^2}{n(n-1)}},$$

$\sigma_x = \sqrt{D_x}$  - выборочное стандартное отклонение.

$S = \sqrt{S^2}$  - несмещенное выборочное стандартное отклонение.

4. Коэффициент вариации – мера вариации в процентном отношении к среднему значению.

$$V = \frac{\sigma_x}{M\bar{x}} \cdot 100\%.$$

Формы кривой распределения.

1. Асимметрия  $A_S$  – степень отклонения графика распределения частот от симметричного вида относительно среднего значения.

$$A_S = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M\bar{x})^3}{\sigma_x^3 \cdot n};$$

$A_S=0$  распределение симметричное;

$A_S<0$  – правосторонняя (отрицательная асимметрия) – чаще встречаются значения больше среднего;

$A_S>0$  – левосторонняя (положительная асимметрия)- чаще встречаются значения меньше среднего.

2. Эксцесс  $E_S$  – мера плосковершинности или остроконечности графика распределения измеренного признака.

$$E_S = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M\bar{x})^4}{\sigma_x^4 \cdot n} - 3;$$

$E_S=0$ - нормальное распределение;

$E_S>0$  – закон распределения островершинный;

$E_S<0$  – плосковершинное распределение.

### Задача 1

На предприятии измеряют длину элемента изделия, который является важным для заказчика. Определить средний размер элемента изделия. Результаты в таблице:

Замер длины, №	Результат замера, мм
1	10,02
2	10,05
3	10,00
....	....
10	10,023
Всего	100,242

### Задача 2

На предприятии собирают данные о количестве дефектов в партиях изготовленной продукции. Руководство желает знать среднее количество дефектов в отдельной партии продукции. Данные по результатам предыдущего месяца:

№п.п	Количество дефектов в партии	Количество партий продукции
1	1	17
2	2	8
3	4	6
..	..	..
5	3	4
Всего		40



### Задача 3

Руководство фирмы решило определить, какое количество дефектов в среднем выходит во время одной смены. Для этого собраны данные по количеству дефектов за последние 100 смен.

№ п.п	Кол-во дефектов за смену	Кол-во смен, во время которых случилось соответствующее кол-во дефектов
1	1-3	36
2	3-5	18
3	5-7	15
4	7-9	12
...	...	...
6	11 и больше	4
Всего		100

### Задача 4

На предприятии было проведено исследование содержания конкретного вещества (%) в конечном продукте в зависимости от температуры режимов обработки. Определить, при каком температурном режиме содержание вещества в продукте наиболее стойкое.

Содержание вещества (%) при разных температурных режимах.

Температурный реим (град)	Исследования					
	1	2	3	4	5	6
125	2,7	2,6	4,6	3,2	3,0	3,8
160	4,6	4,9	5,0	4,2	3,6	4,2
200	4,6	2,9	3,4	3,5	4,1	5,1

### Задача 5

Две модели кроссовок проверяют на срок износа. По моделям получены данные о количестве часов использования до появления первого значительного дефекта.

Какая модель обуви имеет большее время использования.

Какой производитель имеет СМК, которая обеспечит большее соответствие требованиям.

Марка А	Марка Б
97	78
83	56
75	87
82	54
98	89
65	65

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 2

### ВЫБОРОЧНАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ

**Цель работы:** рассмотреть методы описательной статистики, наиболее важные с точки зрения теоретических основ статистических методов. В описательной статистике рассматриваются методы представления выборочных данных в табличной и графической форме

**Методика:**

Выборочная оценка параметров генеральной совокупности

Наиболее важными параметрами ( $\Pi$ ) распределения являются  $M\bar{x}$ ,  $D_x$ ,  $\sigma_x$  - это точечные оценки.

При повторениях серий из  $n$  наблюдений каждый раз будут получаться различные оценки среднего арифметического  $M\bar{x}$ ,  $D_x$ ,  $\sigma_x$  - т. е. рассеивание средних арифметических.

Характеристикой этого рассеивания является выборочное среднее квадратичное отклонение среднего арифметического значения  $\sigma_{M\bar{x}}$ ,  $\sigma_{M\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ .

Интервальные оценки числовых характеристик.

Доверительный интервал параметра  $\Pi$  называется интервал  $(x_H, x_B)$ , содержащий истинное значение  $\Pi(M\bar{x}, D_x, \sigma_x)$  с заданной вероятностью  $P=1-\alpha$  ( $\alpha=1-P$ )

$$P(x_H < \Pi < x_B) = 1 - \alpha.$$

Для генеральной совокупности доверительный интервал с учетом правил округления записывается в виде

$$M\bar{x} - t \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \leq Q \leq M\bar{x} + t \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}; P,$$

$P$  - значение доверительной вероятности

$M\bar{x}$  - среднее значение выборки (*выборочное среднее*);

$Q$  – средняя генеральной совокупности

$\sigma_x$  - стандартное отклонение выборки;

$t$ - коэффициент доверия, при выборке больше 50 измерений используется аргумент функции Лапласа ( $z_p$ ), меньше 50 измерений коэффициент Стьюдента с  $k=n-1$ , где  $k$  - число степеней свободы;

$\pm t \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$  - (интервал) граничная ошибка выборки ( $\Delta$ ).

#### Задача 6

Проведено выборочное исследование 25 пакетиков с чаем. Определен вес чайного листа, который находится в каждом пакетике. С вероятностью 0,995 (0,005) необходимо определить вес чайного листа в продукции.

№ пакета	Вес, гр
1	100,6
2	101,3
3	99,6
4	100,5
5	99,9
6	99,5
7	100,4
.....	...
25	99,7
Всего	2504,01

### Задача 7

На основе первоначальных данных о весе чая – определить часть пакетов во всей продукции, вес чая в которых превышает 100 гр.

### Задача 8

Необходимо определить объем выборки, чтобы с вероятностью 0,95 граничная ошибка не превышала 0,350  $D_x=0,340$ ,  $n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}$ .

### Задача 9

Для определения отношения покупателей к уровню качества обслуживания в магазине необходимо провести выборочное исследование (анкетирование). Покупатель оценивает уровень обслуживания по 7 бальной шкале: 1 – очень плохо - 7- очень хорошо. С вероятностью 0,95, необходимо определить объем выборки для случая, чтобы граничная ошибка не превышала 0,25.

Ранее исследовали оценку покупателя  $\sigma=1,45$  баллов 60 опросили

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 3 ФУНКЦИЯ ЛАПЛАСА

**Цель работы:** рассмотреть симметрию графика функции нормального распределения.

### Методика:

Из симметрии графика функции нормального распределения вытекает соотношение

$$\Phi(-x)=1-\Phi(x).$$

Любое нормальное распределение может быть сведено к единичному нормальному распределению  $N(0,1)$  путем  $z$  – преобразования:

$$z_i = \frac{(x_i - M\bar{x})}{\sigma},$$

где  $z_i$  - единица нормального распределения.

Для установления связи между функцией распределения  $F(x)$  для распределения  $N(M\bar{x}, \sigma)$  и функцией стандартного нормального распределения для распределения  $N(0,1)$ .

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x_i - M\bar{x}}{\sigma}\right).$$

Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в интервал от  $x_1$  до  $x_2$  можно определить через нормированную функцию нормального распределения

$$P(x_1 \leq X < x_2) = \Phi\left(\frac{x_2 - M\bar{x}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - M\bar{x}}{\sigma}\right)$$

### Задача 10

С предыдущего опыта известно, что разрывная сила металлической детали имеет нормальное распределение с  $\bar{x} = 40$  кг/см<sup>2</sup> (сила Н) и  $\sigma_x = 4$  кг/см<sup>2</sup>. Размер заказа составляет 50 тыс. деталей. Определить количество деталей, которые не отвечают требованиям, если минимальный допуск силы разрыва составляет 30 кг/см<sup>2</sup>.

### Задача 11

На производстве изготавливают детали. Определить какая часть изготовленной продукции отвечает требованиям, если верхняя граница допуска составляет 51 мм, нижняя – 49 мм.  $\bar{x} = 50,2$  мм,  $\sigma_x = 0,35$  мм

Использовать таблицу - Функция Лапласа «Стандартное нормальное распределение» определяем

### Задача 12

На станке автомате изготавливаются валики номинальным диаметром 10 мм. Стандартное отклонение, характеризующее точность станка  $\sigma = 0,03$  мм. Сколько в среднем валиков из ста удовлетворяют стандарту, если для этого требуется, чтобы диаметр отклонялся от номинального не более чем на 0,05 мм?

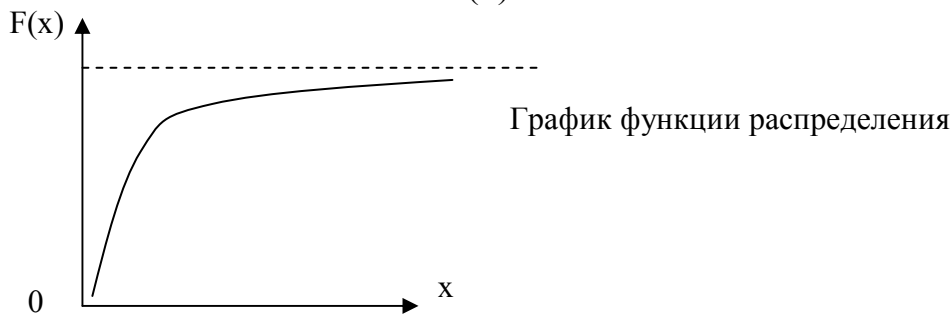
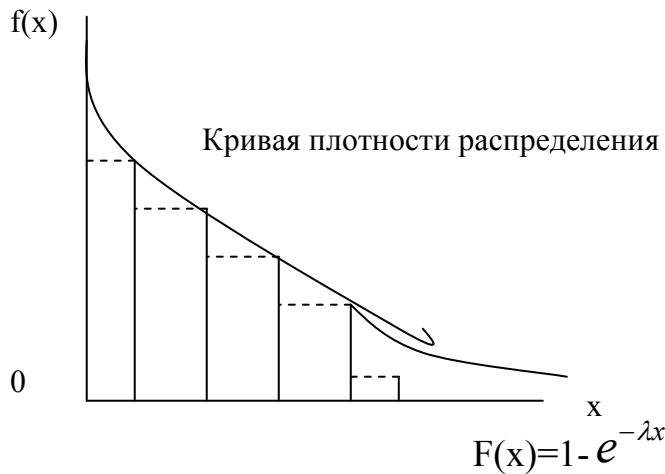
## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 4 ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

**Цель работы:** рассмотреть экспоненциальное распределение непрерывных случайных величин

### Методика:

Экспоненциальным (или показательным) называется распределение непрерывной случайной величины, плотность которой

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$



$$M\bar{x} = \frac{1}{\lambda}, \quad D_x = \frac{1}{\lambda^2}, \quad \sigma_x = \frac{1}{\lambda}$$

На практике часто время безотказной работы определенного устройства имеет экспоненциальный закон распределения. Если случайная величина определяется как время безотказной работы устройства за время  $t$ ,  $R(t_0) = e^{-\lambda t_0}$ .

### Задача 13

Изделие (станок) состоит из 1200 элементов. Вероятность отказа какого нибудь элемента за 100 часов работы составляет 0,002 (2%). Изделие не будет работать, если хотя бы один из элементов выйдет из строя.

Необходимо определить вероятность того, что устройство проработает хотя бы 50 часов и среднюю длительность безотказной работы.

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 5

### ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ВЕЛИЧИН

**Цель работы:** рассмотреть биномиальное распределение.

**Методика:**

Проводится контроль качества в результате которого происходит событие  $A$  – успех или неудача (соответствие – брак).

Вероятность того, что  $X$  соответствует  $m$  успеху

$$P(X = m) = C_n^m \cdot P^m \cdot (1 - p)^{n-m} = C_n^m \cdot P^m \cdot \alpha^{n-m}$$

где  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ .

$$M_{\bar{x}} = n * P$$

где n – количество испытаний, P – вероятность появления в одном изделии успеха (несоответствия).

$$D_{\bar{x}} = n * P * \alpha \quad (\sigma = \sqrt{D_{\bar{x}}})$$

### Задача 14

На производстве изготавливают 20 деталей. Найти вероятность того, что среди этих деталей 10 годные при P=0,52 (52%).

### Задача 15

На предприятии в конце каждой смены проверяют последнюю партию изготовленной продукции. Каждое изделие из партии определяется – либо отвечает, либо не отвечает установленным требованиям. В партии 150 единиц продукции.

Определить вероятность того, что в партии будет 0, 2, 3...n несоответствующих изделий. Определить  $M_{\bar{x}}$  и  $D_{\bar{x}}$  числа несоответствующих изделий, если известно по ранее наработанному, что вероятность появления несоответствующего изделия соответствует 0,02.

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 6 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА

**Цель работы:** рассмотреть распределение Пуассона.

**Методика:**

В условиях биномиального распределения число испытаний **n** велико, а вероятность появления определенного результата (успех, неудача) мала.

При этом  $np \rightarrow M_{\bar{x}} \rightarrow \lambda = \text{const}$

$P(X = m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$  имеет название распределение Пуассона с параметром

$\lambda$ , где  $\lambda = np > 0$ , n – всего сложных изделий, p – вероятность появления в одном изделии успеха (несоответствия).

$$M_{\bar{x}} = D_{\bar{x}} = \lambda.$$

### Задача 15

На предприятии изготавливают сложное изделие. Каждое изготовленное изделие проверяется на наличие в нем несоответствий. Руководство заинтересовано в том, чтобы знать вероятность появления в отдельном изделии 0,1,2,3... несоответствий. Известно, что среднее количество несоответствий на одно изделие составляет 2 случая  $M_{\bar{x}} = \lambda = np = 2$ , n – всего сложных изделий, p – вероятность появления в одном изделии несоответствия.

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 7

### КРИТЕРИИ ЗНАЧИМОСТИ. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ

**Цель работы:** рассмотреть критерии значимости при нормальном распределении г.с.; критерии значимости при биномиальном распределении г.с..

**Методика:**

Проверка гипотез о равенстве дисперсий

1) Сравнение дисперсии с идеальной (гипотетической) дисперсией генеральной совокупности

Используем критерий  $\chi^2$  Пирсона  $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{S_0^2}$ .

Из таблицы критических точек  $\chi^2$  распределения для уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k=n-1$  найти критическую точку  $\chi_{кр}^2(\alpha, k)$ .

$Z_\alpha < Z_{расч} < Z_{1-\alpha}$   $H_0$  Гипотеза принимается.

2) Сравнение дисперсий двух генеральных совокупностей

Используется критерий  $F = \frac{S_0^2}{S_M^2}$ ,

имеющий распределение Фишера с числами степеней свободы  $k_1=n_1-1$  и  $k_2=n_2-1$ , найти критическую точку  $F_{кр}(\alpha, k_1, k_2)$ .

$Z_\alpha < Z_{расч} < Z_{1-\alpha}$   $H_0$  Гипотеза принимается.

1) Сравнение дисперсии с идеальной (гипотетической) дисперсией генеральной совокупности

#### Задача 16

На основе хронометража времени, необходимого на установление конкретного элемента в изделие разными работниками, установлено, что  $S_0^2=2$  мин. Можно ли утверждать, что при  $\alpha = 0,05$  новый работник работает ритмично?

Результаты хронометража времени работы нового работника по 20 исследованиям

Время	x	56	58	60	62	64
Количество	f	1	4	10	3	2

2) Сравнение дисперсий двух генеральных совокупностей

#### Задача 17

Двумя методами проведены замеры конкретной величины. Первый метод дал результат 9,6 10,0 9,8 10,2 10,6. Второй метод – 10,4 9,7 10,0 10,3.

Можно ли утверждать, что оба метода обеспечат одинаковую точность измерений при  $\alpha = 0,05$ .

Проверка гипотез о равенстве средних

1) сравнение среднего значения исследованной выборки с стандартно установленным значением (генеральной средней)

Используем критерий  $u$  - квантиль нормального распределения

$$u = \frac{\bar{x} - m_0}{\sigma_x / \sqrt{n}}$$

С табличных данных функции Лапласа найти критическую точку  $u_{кр}$ .

$Z_\alpha < Z_{расч} < Z_{1-\alpha}$   $H_0$  Гипотеза принимается при уровне значимости  $\alpha$ .

Если дисперсия генеральной совокупности неизвестна, используется критерий

$$t = \frac{\bar{x} - m_0}{S_x / \sqrt{n}}$$

где  $t$  – квантиль распределения Стьюдента с  $k=n-1$  степенью свободы;

$S$  – несмещенное выборочное стандартное отклонение.

### Задача 18

Если дисперсия генеральной совокупности известна.

Известно, что для безопасного действия лекарства содержание конкретной добавки должно быть 0,5 мг. Исследованная выборка, 120 изготовленных на новом оборудовании таблеток, показала, что среднее содержание этой добавки в одной таблетке 0,51 мг. При уровне значимости  $\alpha = 0,01$  необходимо определить отвечает ли новое оборудование установленным требованиям. Известно, что содержание добавки имеет нормальное распределение с  $\sigma = 0,11$  мг.

Необходимо проверить гипотезу о равенстве среднего веса добавки гипотетической средней 0,5 мг.

### Задача 19

2) Если дисперсия генеральной совокупности неизвестна.

Проектный размер конкретной детали изделия по стандарту  $m_0 = 35$  мм. По результатам контроля пробной партии деталей определены размеры

Размер (мм)	x	34,8	34,9	35,0	35,1	35,3
Кол-во (шт)	f	2	3	4	6	5

2) Сравнение средних значений двух совокупностей

Если соответствующие дисперсии известны и считаются равными – для проверки гипотезы о равенности средних двух совокупностей используется критерий

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} S_0}$$

который имеет распределение Стьюдента с  $k=n_1+n_2-2$  степенями свободы на уровне значимости  $\alpha$ ,  $n_1$  и  $n_2$  – объем выборок;  $S_0$  - общее несмещенная дисперсия, определяют на основе несмещенных выборочных дисперсий.  $Z_\alpha < Z_{расч} < Z_{1-\alpha}$  -  $H_0$  гипотеза принимается.

Если соответствующие дисперсии неизвестны, надо проверить гипотезу о их равенстве, только затем проверка равенства средних. Распределение Фишера с числами степеней свободы  $k_1=n_1-1$  и  $k_2=n_2-1$ ,  $F = \frac{S_0^2}{S_M^2}$ .



Сравнение средних двух выборок, если выборочные дисперсии при проверке оказались не равны, используется критерий

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

ление Стьюдента с степенью свободы.

### Задача 20

На предприятии установили новую очистную систему. Перед установлением контроль выборки из 10 наблюдений показал информацию о проценте загрязнения:  $\bar{x}_1 = 9,85$  ,  $S_1^2 = 1,73$  .

После установления системы выборка из 8 наблюдений показала результат:  $\bar{x}_2 = 8,08$  ,  $S_2^2 = 1,71$  .

Вопрос, новая очистная система уменьшает процент загрязнения химическими веществами при  $\alpha = 0,05$  .

### Задача 21

Сравнение средних двух выборок, если выборочные дисперсии при проверке оказались не равны. Проверяют два катализатора, как они влияют на результаты химического процесса. Катализатор №1 используется в поточной работе, а катализатор №2 меньше стоит и может быть использоваться, если не будет изменять результативность процесса. Так как меньше стоит выгодно использовать, провели контрольные испытания.

№ контроля	Катализатор №1	Катализатор №2
1	91,50	89,19
2	04,18	90,95
3	92,18	90,46
4	95,39	93,21
5	91,79	97,19
6	89,07	97,04
7	94,72	91,07
8	89,21	92,75

## КРИТЕРИИ ЗНАЧИМОСТИ ПРИ БИНОМИАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ Г.С.

Сравнение вероятности успеха (неудачи)  $p$  с заданным значение  $p_0$ .

Используется критерий  $u = \frac{(m/n) - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$  .

С табличных данных функции Лапласа найти критическую точку  $u_{кр}$

$$\Phi(u_{кр}) = \frac{1 - \alpha}{2} , < > \Phi(u_{кр}) = \frac{1 - 2 \cdot \alpha}{2} .$$

$Z_{\alpha} < Z_{расч} < Z_{1-\alpha}$  -  $H_0$  гипотеза принимается

### Задача 22

Партия изделий принимается, если часть бракованных изделий не превышает 0,02 (не более 2%). Можно ли принять партию изделий, если из 480 проверенных выявлено 12 бракованных?

### Задача 23

Товаровед магазина может принять партию товаров, если часть несоответствий не превышает 0,03. Выборка 400 единиц товара, выявлено 18 бракованных. Можно ли принять партию?

### Сравнение долей двух совокупностей

Используется критерий

$$p = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2}.$$

С табличных данных функции Лапласа найти критическую точку  $u_{кр}$

$$\Phi(u_{кр}) = \frac{1 - 2 \cdot \alpha}{2}, Z_{\alpha} < Z_{расч} < Z_{1-\alpha} - H_0 \text{ гипотеза принимается.}$$

### Задача 24

На предприятии в течении месяца в среднем изготавливалось 38 несоответствий из 1000 изделий. По усовершенствования производства на 500 изделий выявили 12 несоответствий. Эффективны ли действия предприятия при  $\alpha = 0,01$ .

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 8

### ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ. КОНТРОЛЬНЫЙ ЛИСТ

**Цель работы:** 1. Изучение методов сбора и систематизации данных.  
2. Приобретение навыков разработки и анализа контрольных листов.

**Методика разработки** формы контрольного листка для сбора информации, обработки и анализа данных о производственном процессе.

Контрольный листок служит методом сбора и упорядочения первичных данных, которые могут быть как количественными, так и качественными.

Цели сбора данных в процессе контроля качества состоят в следующем:

- контроль и регулирование процесса;
- анализ отклонений от установленных требований;
- контроль выхода процесса.

В зависимости от цели сбора статистических данных форма бланка контрольного листка может быть самой разнообразной. Простейшим примером контрольного листка может служить журнал учета посещения студентами занятий.

В производственных условиях часто возникает вопрос о вариации в показателе качества изделия. Если производить только один замер в день, то нельзя судить об изменениях состояния в течение дня. Или, если вы хотите понять, кто из двух работников допускает дефекты, то надо брать отдельные выборки из партий, изготовленных ими продукции, чтобы можно было сравнить работу каждого из них. Если сравнение указывает на явные различия, то меры по их устранению также будут способствовать уменьшению изменчивости процесса.

Контрольный листок отражает частоту появления изучаемого события.

Форма листка разрабатывается в соответствии с конкретной поставленной целью, но есть обязательные группы данных:

объект изучения (например, наименование и чертеж изделия или детали);  
таблица регистрации данных о контролируемом параметре (например, линейный размер изделия или детали);

место контроля (цех, участок);

должность, фамилия и подпись работника, регистрирующего данные;

должность, фамилия и подпись изготовителя;

дата;

продолжительность наблюдения;

наименование контролирующего прибора (если он используется в ходе наблюдения).

В регистрационной таблице в графе «отметки» проставляются точки, крестики и прочее, соответствующие количеству наблюдений, таким образом, чтобы их легко было подсчитывать. Рекомендуется обнаруженные несоответствия пометить штрихом в графе «отметки» в виде группы I I I II означает 5 несоответствий.

Число контролируемых параметров желательно минимизировать, чтобы форма листка была проста для заполнения и анализа.

### **Задача 25**

В цехе № 5 на токарно-револьверных полуавтоматах производится чистовая расточка посадочного диаметра полумуфты для соединения валов. Производится выборочный контроль объемом 100 штук в день внутреннего диаметра полумуфты предельными калибрами. Предполагаемыми несоответствиями могут быть:

1. Прохождение непроходной стороны калибра, когда диаметр отверстия завышен.

2. Непрохождение проходной стороны калибра, когда диаметр отверстия занижен.

#### ***Задание для самостоятельной работы:***

1. Разработать форму контрольного листка для производственного процесса с максимальной информативностью при минимальном числе контролируемых параметров (2-3).

2. Заполнить бланк контрольного листка.

Поскольку в производственных условиях число несоответствий носит случайный характер, для имитации реального процесса, данные для заполнения

графы обнаруженных несоответствий следует взять из таблицы случайных чисел (см. приложение 1) из столбца, указанного преподавателем.

3. Провести анализ полученных данных.
4. Сделать выводы.

## **ТЕМА ЗАНЯТИЯ 9**

### **АГРАММА ПАРЕТО. АВС-АНАЛИЗ**

**Цель работы:** 1. Изучение метода распределения усилий для решения конкретной проблемы

2. Приобретение практических навыков построения и анализа диаграммы Парето.

**Методика работы:**

#### **ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ ДИАГРАММЫ**

1. Сформулировать предмет исследования.  
2. Выбрать вид диаграммы (по результатам или по причинам)  
3. Провести классификацию наиболее весомых результатов (или причин), а малозначащие результаты (или причины) объединить в отдельную группу «прочие».

4. Определить метод и период сбора данных.

5. Разработать контрольный листок для регистрации, в котором должно быть предусмотрено свободное место для графического представления данных.

6. Пользуясь данными контрольного листка, заполнить таблицу исходных данных. Для этого ранжировать данные, полученные по каждому проверяемому признаку в порядке значимости по убыванию. Группу «прочие» следует приводить в последней строке, вне зависимости от того, насколько большое получилось значение. Если доля группы прочих признаков сравнительно велика, то нужно расшифровать их, выделив наиболее значимые, и вернуться к 3 пункту.

7. Построить столбиковую диаграмму:

ось абсцисс разделить на равные отрезки по числу контролируемых признаков;

на оси ординат отложить данные графы III, расположенные в порядке убывания.

Для вычерчивания кривой Лоренца, вводят дополнительную ординату, обозначающую кумулятивный %.

Возможно построение диаграммы Парето, когда на основной ординате откладывают данные графы V. В этом случае для вычерчивания кривой Лоренца нет необходимости включать в диаграмму дополнительную ординату (именно этот вариант диаграммы наиболее распространен на практике).

Если данные можно представить в денежном выражении, лучше всего показать это на вертикальных осях диаграммы Парето, поскольку затраты являются важным критерием измерений в управлении.

## Задача 26

Согласно этапам построения диаграммы Парето:

1. Предметом исследования выбрали качество литой втулки, впрессованной в полумуфту для соединения валов.
2. Решили построить диаграмму Парето по результатам.
3. Провели классификацию результатов: при расточке внутреннего диаметра литой втулки могут вскрыться следующие несоответствия: неметаллические включения, коробление, газовая пористость, усадочные раковины и прочие (горячие трещины, расслоение).
4. В качестве метода контроля выбрали визуальный контроль; период сбора данных установили 1 раз в смену.
5. Был разработан контрольный листок для регистрации несоответствий, дополненный графами по видам несоответствий.
6. Результаты измерений, проранжировали и записали в таблицу 1. исходных данных для составления диаграммы Парето:

Таблица 1.-Обработка данных для анализа изготовления литых деталей, используемых в качестве втулок полумуфта для соединения валов

Виды несоответствия деталей	Кол-во несоответствий	Суммарное количество несоответствий	% соотношение несоответствий по видам	Кумулятивный % несоответствий
Усадочные раковины	48	48	41,7	41,7
Газовая пористость	32	80	27,8	69,5
Коробление	23	103	20	89,5
Неметаллические включения	4	107	3,5	93,0
Прочие несоответствия	8	115	7,0	100
Итого	115	-	100	-

## Задача 27 ABC-АНАЛИЗ

В цехе изготавливают одни и те же детали на разном технологическом оборудовании (станках) в разном количестве. Имеется информация о числе дефектных деталей.

Выяснить, какие станки не являются главными источниками брака при изготовлении продукции, а на каких станках требуется в первую очередь искать причины брака.

Данные по изготовленным деталям

Станок	Число изготовленных деталей, шт	Число дефектных деталей, шт	Доля дефектной продукции, %	Стоимость детали, руб	Издержки от брака на одну деталь, руб
--------	---------------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------	---------------------------------------

А	400	8		50	
Б	200	5		40	
В	250	4		125	
Г	100	5		60	
Д	50	2		87,5	

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 10 ГИСТОГРАММА КАЧЕСТВА

**Цель работы:** Изучение построения гистограммы качества, позволяющей визуально оценить закон распределения случайной величины.

### **Методика разработки**

Порядок построения гистограммы:

Этап 1.

Собрать данные (выборка не должна быть малой, больше 50), выявить максимальное и минимальное значения и определить размах (R) выборки.

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Этап 2.

Полученный диапазон разделить на интервалы, предварительно определив их число (обычно 5-20 в зависимости от числа показателей) и определить ширину интервала.

Этап 3.

Определение границ интервалов.

Этап 4. Расчет частот.

Этап 5. На листе бумаги нанести горизонтальную ось, выбрать масштаб на этой оси, основываясь на единице измерения данных.

Это делается для сравнения гистограмм с допусками. По бокам (перед первым и после последнего интервалов) оставить свободное место, равное интервалу.

Этап 6. Разметить левую вертикальную ось с масштабом частот.

Этап 7. Нанесите на горизонтальную ось границы интервалов.

Этап 8. Используя границы интервалов в качестве основы, построить гистограмму: высота столбиков соответствует частоте попадания данных в каждый из интервалов.

Этап 9. Нанесите сопроводительную информацию: название осей, когда и где собирались данные, число данных (n).

### **Задача 28**

Для исследования распределения массы деталей, взвешено 50 изделий.

1 день	2 день	3 день	4 день	5 день	6 день	7 день	8 день	9 день	10 день
301,2	298,3	324,2	306,7	312,2	303,0	322,4	297,0	325,4	311,8
308,6	305,7	317,0	305,5	317,6	308,5	308,5	314,9	326,3	323,3

322,8	301,8	299,6	302,4	298,5	304,0	315,3	310,2	320,5	299,5
316,4	309,4	330,1	308,5	311,6	320,5	331,0	298,5	329,0	302,2
310,0	323,1	322,3	311,2	329,5	303,5	315,1	311,0	316,7	307,0

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 11 КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ. ДИАГРАММА РАССЕЯНИЯ.

**Цель работы:** 1. Изучение метода установления вида и степени связи между двумя переменными.

2. Приобретение практических навыков построения и анализа корреляционных полей производственных процессов.

### **Методика разработки:**

Диаграмма разброса - это инструмент, позволяющий определить вид и степень связи между парами соответствующих переменных.:

а) характеристикой качества и влияющим на него фактором (например, если характеристика качества – шероховатость, а влияющий на нее фактор – угол заточки резца, то зная зависимость шероховатости обработанной поверхности от угла заточки, можно управлять процессом точения для достижения требуемого значения шероховатости);

б) двумя различными характеристиками качества (например, зная зависимость между двумя характеристиками качества, например, шероховатостью и точностью, можно управлять процессом точения, добиваясь минимального значения показателя шероховатости, чтобы получить максимальное значение точности);

в) двумя факторами, влияющими на одну характеристику качества (например, зная зависимость между скоростью подачи резца и углом его заточки, можно улучшить показатели качества процесса).

Кроме того, знание связи и степени связи между двумя переменными позволяет в производственных условиях, перейти от управления одной какой-либо переменной, управлять которой сложно или невозможно, к управлению другой переменной, наиболее полно характеризующей показатели качества. Например, для достижения наилучшего показателя шероховатости можно подобрать определенное значение угла заточки резца. Управление этим параметром усложнено, т.к. в процессе работы резец непрерывно изнашивается, поэтому, зная зависимость между скоростью подачи резца и углом его заточки, можно перейти к управлению скоростью подачи резца для достижения требуемой шероховатости.

### Этапы построения диаграммы:

1. Собрать парные данные ( $x, y$ ) между которыми исследуется зависимость, желательно не менее 25-30 пар данных, и расположить их в таблицу.

2. Определить систему координат: обычно если одна переменная – фактор, а другая – показатель качества, то для фактора выбирают горизонтальную ось  $x$ , а для показателя качества – вертикальную ось  $y$ ; координатами начальной точки системы координат будут минимальные значения  $x$  и  $y$ .

3. Выбрать шкалы для  $x$  и  $y$ : на каждой оси берут от 3 до 10 градаций, используя округленные числа (для облегчения чтения), причем рабочие части осей делают приблизительно одинаковыми.

4. Построить график и нанести на него данные. Иногда при разных наблюдениях получаются одинаковые значения, тогда эти точки выделяют, либо, нанося вторую точку рядом с первой, либо используя концентрические круги (два повторения).

5. Сделать все необходимые обозначения: название диаграммы, число пар данных, названия и единицы измерения для каждой оси, интервал времени, фамилию и подпись составителя диаграммы.

Далее приступают к анализу диаграммы рассеивания.

### Задача 29

При производственных испытаниях определяется толщина сердцевины сверла  $x$   $Q$ (мм) и стойкость – время работы сверла до затупления  $y$   $C$ (мин). Провести корреляционный анализ связи между этими показателями.

Q	0,75	0,79	0,81	0,82	0,84	0,85	0,86	0,89	0,90	0,94	0,95	0,98
C	14	23	42	39	46	40	42	45	49	51	85	78

Построить диаграмму рассеяния: установить направление (положительная или отрицательная); Установить форму (линейная или нелинейная).

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 12 РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

**Цель работы:** 1. Изучение метода установления связь между зависимой переменной  $Y$  и одной или несколькими независимыми переменными  $X$ .

1. Парная регрессия, когда независимая переменная одна.

Задача регрессионного анализа:

1) оценка параметров регрессии  $\beta_0$  и  $\beta_1$ ;

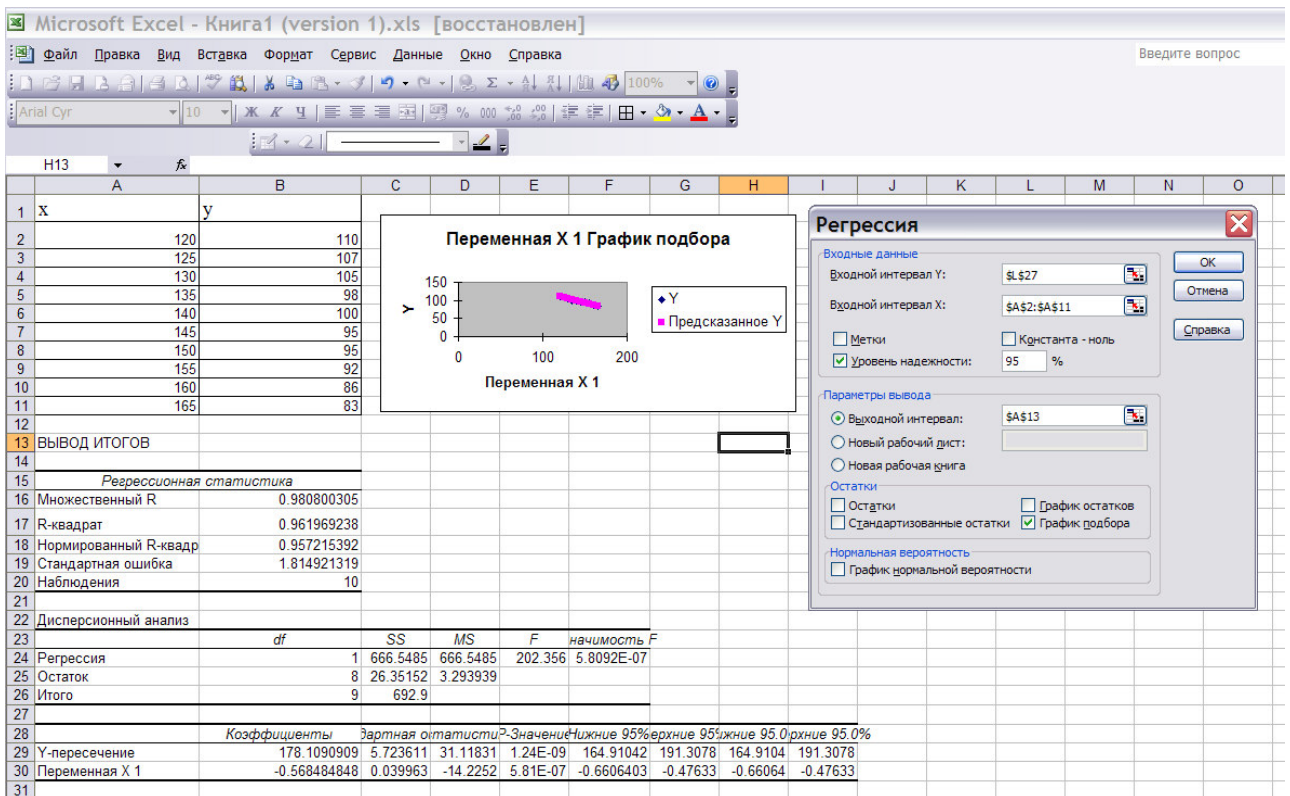
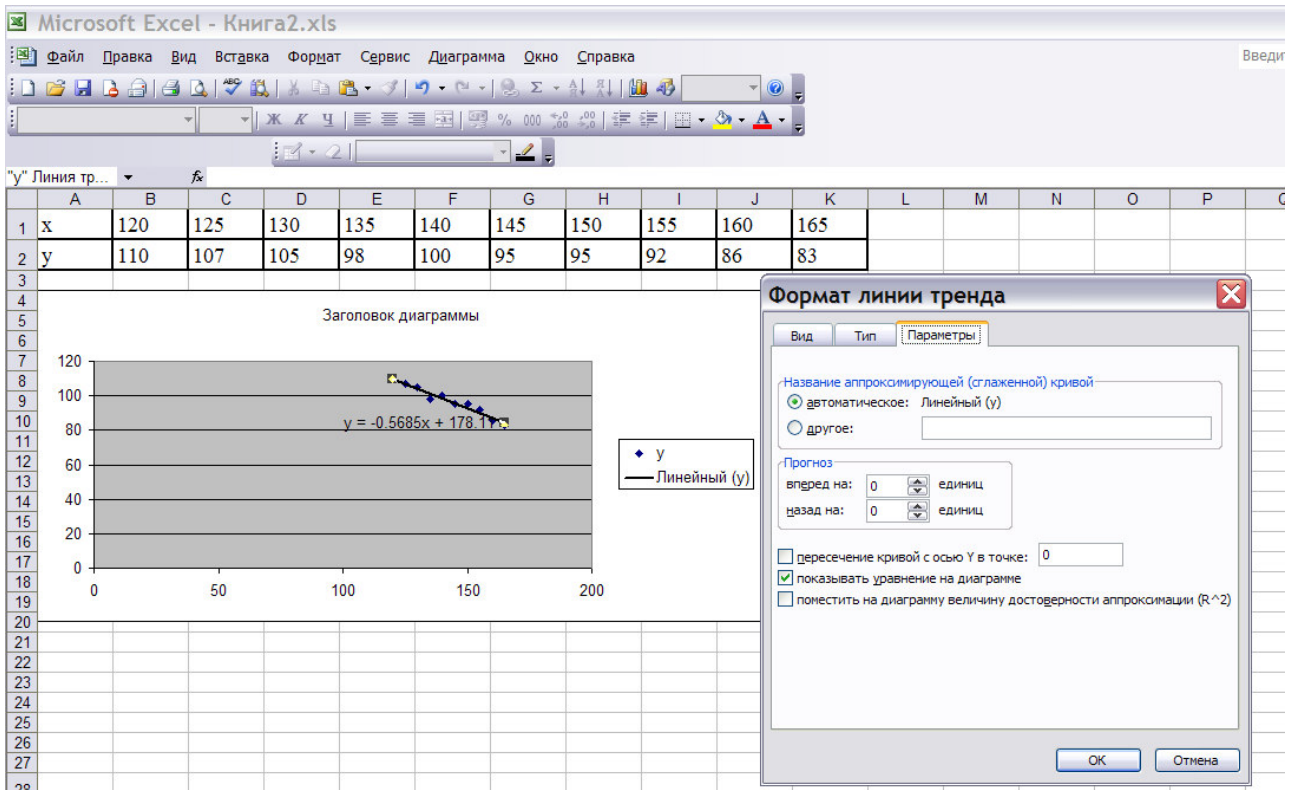
2) проверка гипотезы о значимости модели и оценки ее адекватности (достаточно ли хорошо согласуется модель (1) с результатами наблюдений? Насколько связаны  $X$  и  $Y$ ).

### Задача 30

Исследуется зависимость между пределом прочности прессованной детали  $y$  (МПа) и температурой при прессовании  $x$  (град). Предполагается наличие линейной зависимости между этими показателями. Экспериментально получены данные:

$x$	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165
$y$	110	107	105	98	100	95	95	92	86	83



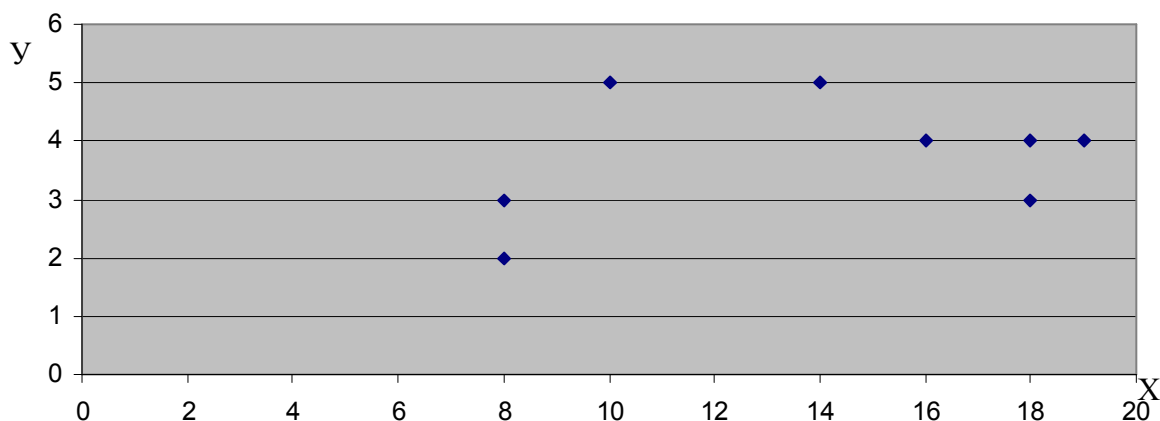


## 2. Парная нелинейная зависимость

### Задача 31

Выявить зависимость: влияние расстояния от склада поставщика (У км) на цену продукта (Х гр).

Х гр	8	18	18	10	16	10	8	14
У км	2	3	4	5	4	4	3	5



Если определить  $r_{xy} = 0,244$ , который незначим и, следовательно, линейной связи между переменными X и Y нет. Нужно выяснить – существует ли другой тип связи?

Необходимо искать не линейные и криволинейные связи.

Excel не поможет. В основном меню Статистика, подраздел регрессионный анализ, а в этом подразделе криволинейная регрессия.

В этом меню даны формулы (модели) различных видов криволинейной регрессии, согласно которым можно вычислять соответствующие регрессионные коэффициенты и сразу же проверять их на значимость .

Представлены модели:

- Экспонента;
- Степенная;
- Полином;
- Гиперболическая модель;
- Парабола (параболическая модель).

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 13 СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПРИЕМОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ

**Нормативное значение группового показателя качества** - Граничное значение показателя качества, определяющее критерий качества совокупности продукции (требование к качеству совокупности продукции).

**Пример** - Предельное число несоответствий или предельно допустимый процент несоответствующих изделий (*NQL*). Если фактическое число несоответствий или процент несоответствующих единиц продукции в партии превышает предельно допустимое значение *NQL*, то партия не должна быть поставлена потребителю. Если же она поставлена, то потребитель имеет право не принимать эту партию и либо вернуть ее поставщику, либо потребовать восстановления или замены несоответствующих единиц продукции.

Основой организации СПК является его план, включающий в себя:

- правила и порядок формирования выборок определенных размеров одноступенчатых, многоступенчатых и последовательных процедур;
- правила обработки данных контроля и принятия решений по результатам контроля выборок.

Стороны могут применять схемы СПК, представляющие собой совокупности планов контроля различной степени жесткости (например, усиленные, нормальные, ослабленные) и правил переключения на них в зависимости от дополнительной информации, получаемой к моменту проведения контроля, например в виде результатов контроля предыдущих партий.

Выбор конкретных планов и (или) схем СПК осуществляет сторона, организующая контроль, без согласования с кем-либо, при этом она должна обеспечить заданную достоверность решений, затрагивающих интересы другой стороны, а именно:

- при контроле поставщика должно быть обеспечено заданное (нормативное) значение риска потребителя;
- при контроле потребителя должно быть обеспечено заданное (нормативное) значение риска поставщика.

Выбираемые планы и схемы СПК должны соответствовать требованиям к их достоверности. Требования к достоверности планов контроля могут быть заданы в одном из двух видов:

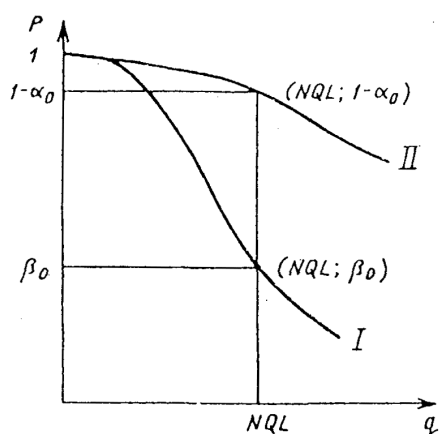
**а)** ограничения на риск потребителя при контроле поставщика (в виде нормативного значения риска потребителя  $\beta_0$ ) и ограничения на риск поставщика при контроле потребителя (в виде нормативного значения риска поставщика  $\alpha_0$ );

**б)** ограничения на уровни доверия ( $\gamma$ ,  $\nu$ ) при использовании поставщиком и потребителем в правилах принятия решений доверительных границ (интервалов, множеств) на групповые показатели качества продукции.

Планы и схемы СПК, удовлетворяющие ограничениям на соответствующие риски или уровни доверия при использовании в правилах принятия решений доверительных границ (интервалов, множеств), являются допустимыми для контроля.

В случае требования **а** поставщик выбирает план СПК, исходя из своих собственных целей, критериев оптимальности и возможностей, выполняя обязательное требование – ограничение на риск потребителя. Аналогично потребитель выбирает планы СПК, исходя из своих собственных целей, критериев оптимальности и возможностей, выполняя обязательное требование – ограничение на риск поставщика.

Эти правила иллюстрирует рисунок 3, где показаны оперативные характеристики различных планов контроля. Поставщик может выбирать любой план из тех, оперативные характеристики которых проходят не выше, чем расположена точка с координатами  $(NQL; \beta_0)$ . В свою очередь, потребитель может выбрать любой план из тех, оперативные характеристики которых проходят не ниже точки с координатами  $[NQL; (1 - \alpha_0)]$ .



$\beta_0$  - нормативное значение риска потребителя при контроле поставщика;  
 $\alpha_0$  - нормативное значение риска поставщика при контроле потребителя;  
 $NQL$  - нормативное значение группового показателя качества;  
 $q$  - групповой показатель качества;  
 $P$  - вероятность принятия решения о соответствии.

Рисунок – Оперативные характеристики допустимых планов контроля поставщика (I) и потребителя (II)

В случае требований б стороны выбирают планы, исходя из своих собственных целей, возможностей и критериев оптимальности, соблюдая следующие правила принятия решений.

Правила при контроле поставщика:

- решение о соответствии совокупности продукции требованиям к ее качеству (далее - решение о соответствии) принимают, если доверительный интервал (односторонний или двусторонний) или доверительное множество включены в интервал (множество) требуемых значений групповых показателей качества;

- решение о несоответствии совокупности продукции требованиям к ее качеству (далее - решение о несоответствии) принимают, если хотя бы одна точка доверительного интервала (множества) находится вне интервала (множества) требуемых значений групповых показателей качества.

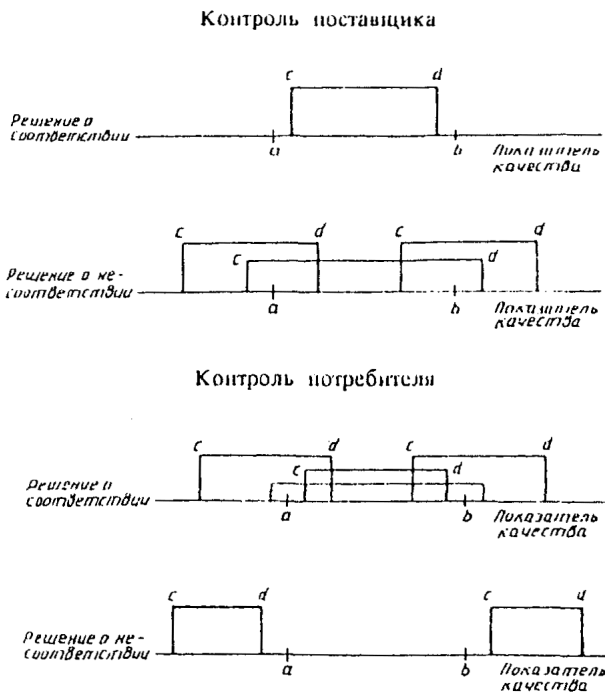
Правила при контроле потребителя:

- решение о соответствии принимают, если хотя бы одна точка доверительного интервала (множества) оказывается внутри требований к групповому показателю качества;

- решение о несоответствии принимают, если все точки доверительного интервала (множества) оказываются вне требований к групповому показателю качества.

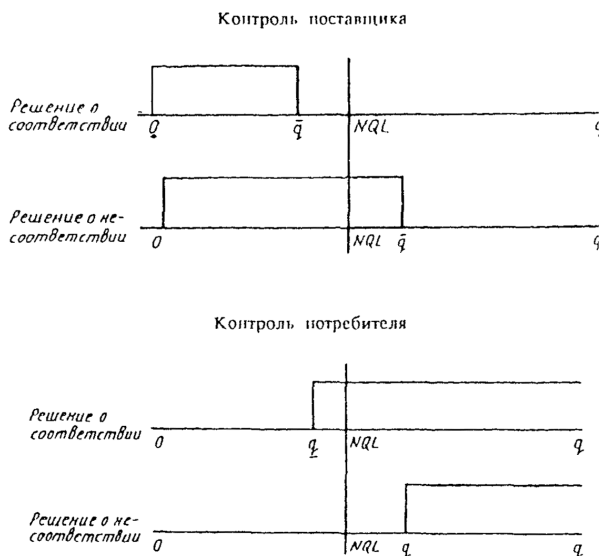
Правила принятия решений иллюстрируют рисунки 4 и 5.

На рис.2 представлены правила, соответствующие двусторонним требованиям к групповому показателю качества; на рис. 5 - правила, соответствующие групповому показателю в виде процента несоответствующих единиц продукции, - пример односторонних требований.



$a, b$  - границы требуемых значений группового показателя качества;  $[c, d]$  - доверительный интервал заданного уровня доверия, полученный по результатам контроля.

Рисунок 2 - Правила принятия решений при контроле поставщика и контроле потребителя для двусторонних требований к групповому показателю качества



$NQL$  - нормативное значение группового показателя качества;  $q$  - групповой показатель качества в виде процента несоответствующих единиц продукции;  $\bar{q}$  - верхняя доверительная граница уровня у процента несоответствующих единиц продукции, построенная по результатам контроля поставщика;  $\underline{q}$  - нижняя доверительная граница уровня у процента несоответствующих единиц продукции, построенная по результатам контроля потребителя.

Рисунок 3 - Правила принятия решений при контроле поставщика и контроле потребителя для односторонних требований к групповому показателю качества.

Применение приведенных правил принятия решений обеспечивает при контроле поставщика риск потребителя  $\beta = 1 - \gamma$ , где  $\gamma$  - уровень доверия, используемый при построении доверительного интервала (множества) по результатам контроля поставщика, и при контроле потребителя - риск поставщика  $\alpha = 1 - \nu$ , где  $\nu$  - уровень доверия, соответственно используемый при обработке данных контроля потребителя.

Нормативные значения риска потребителя при контроле поставщика  $\beta_0$  устанавливаются потребителем из диапазона  $[0,1; \dots; 1,0]$  в зависимости от степени доверия к информации поставщика о качестве продукции. Чем выше доверие, тем большее значение  $\beta_0$  может установить потребитель. Верхнее значение  $\beta_0 = 1$  соответствует приемке без контроля поставщика, по доверию.

Нормативное значение риска поставщика при контроле потребителя, третьей стороны  $\alpha_0$  должно быть установлено в стандартах и (или) договорах из ряда 0,01; 0,05; 0,10 и изменению в процессе проведения потребителем процедур контроля не подлежит. Если значения  $\alpha_0$  специально для данной продукции не указаны, то следует использовать  $\alpha_0 = 0,05$ .

## ТЕМА ЗАНЯТИЯ 14 СТАТИСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ

**Цель работы** – получение студентами навыков оценки соответствия процесса установленным требованиям.

### 1 Статистики пригодности и воспроизводимости процесса

Процедура определения статистик, используемых для оценки характеристик качества процесса, установлена ГОСТ Р ИСО 21747, и распространяется только на непрерывные характеристики.

Ключевыми понятиями статистического управления процессами являются стабильность процесса и состояние статистической управляемости процесса.

Стабильный процесс, процесс в состоянии статистической управляемости – процесс с постоянным средним, изменчивость которого вызвана только случайными причинами.

Для оценки стабильности и статистической управляемости процесса применяют контрольные карты Шухарта.

Изменчивость процесса характеризуют средним квадратическим отклонением (СКО). Различают *собственную* и *полную* изменчивости процесса.

Собственная изменчивость присуща процессам, находящимся в статистически управляемом состоянии, и вызвана случайными причинами. При оценке собственной изменчивости СКО  $S_w$  может определяться по формулам:

$$s_w = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (1), \quad s_w = \frac{\sum S_i}{mc_4} \quad (2) \quad \text{или} \quad s_w = \sqrt{\frac{\sum S_i^2}{m}} \quad (3)$$

где  $\bar{R}$  - среднее арифметическое значение размаха;  $m$  – количество подгрупп объемом  $n$ ;  $S_i$  – выборочное СКО  $i$ -й подгруппы;

$d_2, c_4$  – константы, соответствующие значению  $n$  (по ГОСТ Р 50779.42).

Полная изменчивость процесса вызвана как случайными, так и специальными причинами. Для оценки полной изменчивости определяется СКО  $S_t$  (в случае нормального распределения):

$$S_t = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (X_i - \bar{X}_t)^2} \quad 4)$$

где  $N$  – объем выборки (она может включать  $m$  подгрупп объемом  $n$ );

$$\bar{X}_t = \frac{1}{N} \sum X_i \cdot \quad 5)$$

Для процесса в состоянии статистической управляемости оценки  $S_w$  и  $S_t$  сходятся.

Различают показатели и индексы пригодности и воспроизводимости процесса.

Показатели пригодности и воспроизводимости процесса представляют собой статистические показатели выходной характеристики качества процесса, позволяющие оценить способность процесса поддерживать выходную характеристику на уровне установленных требований.

Показатель воспроизводимости применяют только для процессов, находящихся в состоянии статистической управляемости, если это не подтверждено, то применяют показатель пригодности.

В случае нормального распределения в качестве оценок показателей пригодности и воспроизводимости принимают величину:

$$\mu \pm zS \cdot \quad 6)$$

где  $\mu$  – среднее значение, принимаемое равным  $\bar{X}_t$  или  $\bar{\bar{X}}$  (уровень центральной линии на  $X$ -карте);

$z$  – квантиль функции Лапласа. Выбор значения  $z$  зависит от требуемого значения показателя процесса в несоответствующих единицах продукции на миллион. Обычно  $z$  равно 3, 4 или 5, что соответствует 2700, 64 и 0,6 несоответствующим единицам на миллион.

Индекс пригодности процесса  $P_p$  – индекс отражающий устойчивость процесса, стабильность которого не подтверждена, относительно установленных границ:

$$P_p = \frac{U-L}{6S_t}, \quad 7)$$

где  $U$  и  $L$  – верхняя и нижняя границы поля допуска;  $6S_t$  – длина опорного интервала для нормального распределения.

Для оценки устойчивости процесса, стабильность которого не подтверждена, относительно нижней и верхней границ поля допуска введены соответственно нижний  $P_{pkL}$  и верхний  $P_{pkU}$  индексы пригодности:

$$P_{pkL} = \frac{\mu-L}{3S_t}, \quad 8) \quad P_{pkU} = \frac{U-\mu}{3S_t} \cdot \quad 9)$$

Индекс воспроизводимости процесса  $C_p$  – индекс, отражающий устойчивость стабильного процесса относительно установленных границ поля допуска:

$$C_p = \frac{U-L}{6S_w} \quad 10)$$

Для оценки устойчивости стабильного процесса относительно нижней и верхней границ поля допуска введены соответственно нижний  $C_{pkL}$  и верхний  $C_{pkU}$  индексы пригодности:

$$C_{pkL} = \frac{\mu-L}{3S_w}, \quad C_{pkU} = \frac{U-\mu}{3S_w} \quad 11) \quad 12)$$

Общая доля несоответствующих единиц продукции определяется как сумма верхней  $p_U$  и нижней  $p_L$  долей несоответствующих единиц:

$$p_p = p_U + p_L = \Phi\left(\frac{\mu-U}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right). \quad 13)$$

где  $\Phi$  – функция Лапласа;  $\sigma$  – СКО ( $S_i$  или  $S_w$ ).

Под верхней и нижней долями несоответствующих единиц продукции понимаются части распределения характеристики, которым соответствуют значения больше верхней и меньше нижней границ поля допуска.

2 Методика анализа состояния процесса и определения индексов пригодности и воспроизводимости

2.1 По результатам измерений характеристики процесса построить контрольную карту  $\bar{X}-R$  и оценить состояние процесса.

2.2 Оценить изменчивость процесса:

- если стабильность процесса подтверждена, то определить  $S_w$  по формуле (1);

- если стабильность процесса не подтверждена, то определить  $S_i$  по формуле (4).

2.3 Определить показатель пригодности или воспроизводимости процесса по формуле (6).

2.4 Определить значения индексов пригодности или воспроизводимости процесса:

- для процесса, стабильность которого не подтверждена, определить значения  $P_p, P_{pkL}, P_{pkU}$  по формулам (7-9);

- для стабильного процесса определить значения  $C_p, C_{pkL}, C_{pkU}$  по формулам (10-12).

Если полученные значения индексов меньше 1, то воспроизводимость (пригодность) процесса неудовлетворительна.

2.5 Оценить ожидаемый уровень несоответствий продукции в несоответствующих единицах на миллион. Для этого необходимо по формуле (13) определить долю несоответствующих единиц и умножить полученное значение на 1 млн.

### 3 Модельный пример

В течение рабочей недели (5 дней) производились измерения диаметра вала 15h7 после обработки на токарном станке. Ежедневно контролю подвергалось по три выборки из 7 деталей каждая. С помощью контрольной карты  $\bar{X}-R$



установлено, что процесс находится в стабильном состоянии. При этом получены следующие данные: центральная линия  $\bar{X}$ -карты  $CL = \bar{\bar{X}} = 14,993$  мм, средний размах  $\bar{R} = 0,0034$  мм. Требуется оценить возможности процесса удовлетворять установленным требованиям:

- границы поля допуска для размера 15h7:  $L=14,982$  (мм) и  $U=15,000$  (мм);
- допустимый уровень несоответствий (ppm): 64 единицы на миллион.

Решение.

Так как стабильность процесса подтверждена, то оценка изменчивости определяется по формуле (1), для  $n=7$  значение коэффициента  $d_2=2,704$ :

$$S_w = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0,0034}{2,704} = 0,00126 \text{ (мм)}.$$

При расчете показателя воспроизводимости процесса принимаем  $\mu = \bar{\bar{X}} = 14,993$ ,  $z=4$ , т.к. требуемое значение несоответствующих единиц продукции на миллион равно 64, и  $S=S_w$ :

$$14,993 \pm 4 \cdot 0,00126 \text{ или } 14,993 \pm 0,00504 \text{ (мм)}.$$

Определяем значения индексов воспроизводимости процесса:

$$C_p = \frac{U - L}{6S_w} = \frac{15,000 - 14,982}{6 \cdot 0,00126} = \frac{0,018}{0,00756} = 2,38,$$

$$C_{pkL} = \frac{\bar{\bar{X}} - L}{3S_w} = \frac{14,993 - 14,982}{3 \cdot 0,00126} = \frac{0,011}{0,00378} = 2,91,$$

$$C_{pkU} = \frac{U - \bar{\bar{X}}}{3S_w} = \frac{15,000 - 14,993}{3 \cdot 0,00126} = \frac{0,007}{0,00378} = 1,85.$$

Все полученные значения индексов свидетельствуют о том, что процесс удовлетворяет установленным требованиям. Однако наименьший из  $C_{pkL}$  и  $C_{pkU}$  индекс воспроизводимости – верхний  $C_{pkU}$  свидетельствует о том, что устойчивость процесса относительно верхней границы поля допуска сравнительно низка.

С помощью MS Office Excel получено следующее

$$\Phi(-5,56) + \Phi(8,73) \approx -0,5 + 0,5 = -0,499999987 + 0,5 = 0,000000013,$$

Полученное значение соответствует 0,013 несоответствующим единицам продукции на миллион, что меньше допустимого значения 64.

Вывод: процесс соответствует установленным требованиям.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины.
2. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения вероятностей случайной величины.
3. Показатели и критерии качества. Изменчивость (вариабельность) качества.
4. Биномиальное и отрицательное биномиальное распределение случайной величины
5. Гипергеометрическое распределение случайной величины
6. Распределение Пуассона. Оценка параметра  $\lambda$
7. Нормальное распределение. Оценка параметров нормального распределения
8. Характеристики нормального распределения: математическое ожидание, медиана, мода, дисперсия, асимметрия и эксцесс
9. Нормальное распределение. Оценка центральных моментов по результатам наблюдений.
10. Статистические модели, связанные с нормальным распределением. Логарифмически нормальное распределение
11. Статистические модели, связанные с нормальным распределением. Распределение Релея
12. Статистические модели, связанные с нормальным распределением. Распределение Коши
13. Статистические модели, связанные с нормальным распределением. Гамма и бета-распределение
14. Статистические модели, связанные с нормальным распределением. Распределение Вейбулла и распределения экстремальных значений
15. Показатели качества процесса, основанные на оценке наблюдаемой вариабельности, управляемость, стабильность и устойчивость процесса.
16. Влияние обычных и особых причин вариабельности на показатели качества процесса. Правильность, смещение, прецизионность, точность, воспроизводимость, неопределенность.
17. Статистический приёмочный контроль. Основные термины и определения.
18. Статистический приёмочный контроль. Общие требования. Планы контроля
19. Статистический приёмочный контроль. Оперативная характеристика плана контроля. Квантили оперативной характеристики.
20. Статистический приёмочный контроль. Правила принятия решений о соответствии и несоответствии.
21. 7 простых инструментов контроля качества
22. Назначение контрольного листка
23. Область применения контрольного листка

24. Форма контрольного листка
25. Типы используемых данных
26. Цели сбора данных
27. Обязательные группы данных контрольного листка
28. Способы заполнения регистрационной таблицы
29. На какой период составляется контрольный листок
30. Каким должно быть число контролируемых параметров
31. Как с помощью контрольного листка можно регулировать процесс по устранению выявленных несоответствий
32. Назначение диаграммы рассеивания.
33. Для каких величин составляется диаграмма рассеивания.
34. Как можно оценить степень корреляционной связи двух исследуемых признаков с помощью диаграммы рассеивания.
35. С чего следует начинать анализ диаграммы рассеивания.
36. При прямой корреляции с увеличением величины  $x$ , как меняется величина  $y$ .
37. При обратной корреляции с увеличением величины  $x$ , как меняется величина  $y$ .
38. При наличии слабой корреляции прослеживается ли вид корреляционной связи.
39. Какой вид может иметь диаграмма рассеивания при отсутствии корреляции.
40. Что позволяет определить метод медиан.
41. Применение диаграммы рассеивания при управлении производственными процессами

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная:

1. Момот А.И. Менеджмент качества и элементы систем качества. Учебник, 2-е изд., доп. и расш. – Донецк: Норд-Пресс, 2005.
2. Захожай В.Б., Чорний А.Ю. Статистичне забезпечення управління якістю. Навчальний посібник.-Київ. Центр навчальної літератури, 2005.-340с.
3. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии: учеб. пособие / Клячкин В.Н.-М.: Финансы и статистика, 2007. - 304 с. : ил.
4. Статистические методы в управлении качеством продукции: учебное пособие / В.В.Ефимов, Т.В. Барт. – М.:КНОРУС, 2006.-240с.
5. Статистические методы контроля качества продукции / Ноултер Л. И др. / Пер. с англ. – 2-е руссе. Изд. – М. Ихдательство стандартов. 1989 – 99с.
6. Федюкин В.К. Управление качеством процессов.- СПб.: Питер, 2004.- 208с.
7. Глудкин О.П., Горбунов Н.М., Гуров А.И., Зорин Ю.В. «Всеобщее управление качеством: учебник для вузов», - М.: Радио и связь, 1999.-600с.
8. Адлер Ю.П., Полховская Т.М., Шпер В.Л., Нестеренко П.А. «Управление качеством. Часть 1. Семь простых методов: учебное пособие для вузов», М: МИСИС, 2001.-138 с.
9. Жулинский С.Ф., Новиков Е.С., Поспелов В.Я. «Статистические методы в современном менеджменте качества».-М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2001.- 208 с.

### Дополнительная:

10. ДСТУ 3514-97 Статистичні методи контролю та регулювання. Терміни та визначення.
11. ГОСТ 18242-72 Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку. Планы контроля.
12. ГОСТ 20736-75 Статистический приемочный контроль по количественному признаку. Планы контроля.
13. РД 50-605-86 Методические указания по применению стандартов на статистический приемочный контроль.
14. ГОСТ Р 50779.11-2000 (ИСО 3534.2-93) Статистические методы. Статистическое управление качеством. Термины и определения.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Тематическое содержание заданий практических занятий по учебной дисциплине калавра по направлению 27.03.02 «Управление качеством» дневной формы обучения	5
1 Тематическое содержание заданий практических занятий по учебной дисциплине калавра по направлению 27.03.02 «Управление качеством» дневной ускоренной формы подготовки	6
Закон распределения непрерывных случайных величин. Описательная статистика	7
Выборочная оценка параметров генеральной совокупности	10
Функция Лапласа	11
Экспоненциальное распределение непрерывных случайных величин	12
Закон распределения случайных дискретных величин. Биномиальное распределение.	13
Распределение Пуассона	14
Критерии значимости. Статистические гипотезы: критерии значимости при нормальном распределении г.с.;	15
критерии значимости при биномиальном распределении г.с.	
Графические методы статистического управления качеством. Контрольный лист	18
Диаграмма Парето. ABC-анализ	20
Гистограмма качества	22
Корреляционный анализ. Диаграмма рассеяния	23
Регрессионный анализ.	24
Статистический приемочный контроль	26
Статистическое управление процессами	30
Контрольные вопросы	34
Литература	36

Учебное издание

Министерство образования и науки ДНР  
ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет»

Методические указания

по выполнению практических заданий по учебной дисциплине вариативной части профессионального цикла дисциплин по выбору ВУЗа «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов» для студентов по направлению подготовки бакалавра 27.03.02 «Управление качеством» дневной, ускоренной, заочной формы обучения / Сост. Е.В.Мирошниченко. - Донецк: ДонНТУ, 2016г.- 38 с.

Составитель: Мирошниченко Е.В.

