УДК 519.623

МЕТОД РЕАЛИЗАЦИИ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ ОПТИМИЗАЦИИ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ПОТОКАМИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Болдырихин Н.В., канд. техн. наук, доцент
(Азовский технический институт Донского государственного технического университета, г. Азов, Россия)

Рассматриваются вопросы поиска наилучших стратегий [1] наблюдения с точки зрения стохастического подхода к моделям появления наблюдаемых объектов в зоне видимости информационной системы (ИС), учитывающего множественность и случайный характер их появления [2]. Такая задача характерна для большинства многоканальных систем обнаружения и сопровождения (радиолокационных и радионавигационных систем, систем траекторных измерений), в которых информация о моментах появления объектов носит вероятностный характер.

1. Постановка задачи. В качестве математической модели движения объектов наблюдения (ОН) рассмотрим совокупность стохастических дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i x_i + F_i \xi_i, \quad i = 1,2,\ldots, \quad x_i(\tau_i) = x_{i0}, \tag{1}$$

где $x_i = x_i(t) \in R^{n_i}$; $A_i = A_i(t) \in R^{n_i \times n_i}$, $F_i = F_i(t) \in R^{n_i \times m_i}$ – известные матричные функции с измеримыми, ограниченными элементами; $\xi_i = \xi_i(t) \in R^{m_i}$ – i-й формирующий шум; $M[\xi_i(t)] = 0$; $M[\xi_i(t)\xi_i^T(t-\varsigma)] = Q_{i\xi}\delta(\varsigma)$; $Q_{i\xi} \in R^{m_i \times m_i}$ – диагональная матрица; $x_{i0} \in N\{m_{i0}, \overline{K}_{i0}\}$ – гауссовский вектор;

τ_i – случайный момент появления i-го объекта.

События, связанные с появлением объектов из совокупности (1) образуют случайный поток или целочисленный дискретный случайный процесс.

Представим уравнение наблюдения в виде

$$\rho = \sum_{i=1}^{I(t_к)} f_i \gamma_i H_i x_i + \eta, \quad t \in [0, t_к], \tag{2}$$

где $\rho = \rho(t) \in R^r$;

$$f_i = f_i(\tau_i, t) = \begin{cases} 1, & \tau_i \le t \le t_к, \\ 0, & t < \tau_i, \ t > t_к; \end{cases} \tag{3}$$

$\gamma_i = \gamma_i(t)$ – i-я управляющая функция; $H_i = H_i(t) \in R^{r \times n_i}$ – матричная функция, определяющая состав измеряемых параметров i-го объекта и принадлежащая некоторому множеству $\overline{H}_i$; $\eta = \eta(t) \in R^r$ – шум наблюдения; $M[\eta(t)] = 0$; $M[\eta(t)\eta^T(t-\varsigma)] = Q_\eta \delta(\varsigma)$; $Q_\eta \in R^{r \times r}$ – диагональная матрица; $I(t_к)$ – количество ОН из совокупности (1), взятых на сопровождение в течение интервала наблюдения $[0, t_к]$.

Определим класс управляющих функций как функций бинарно-финитных, удовлетворяющих совместному изопериметрическому ограничению

$$\gamma_i(t) \in \Gamma = \{0,1\},$$

$$\sum_{i=1}^{I(t_к)} \gamma_i(t) \in \Gamma, \tag{4}$$

$$\int_0^{t_K} \sum_{i=1}^{I(t_к)} \gamma_i(t)dt = t_\Sigma < t_к ,$$

Априорным моделям (1) и (2) однозначно соответствует алгоритм линейной фильтрации, включающий уравнения эволюции ковариационных матриц ошибок оценивания

$$\frac{dK_i}{dt} = A_i K_i + K_i A_i^T + C_i - \gamma_i f_i K_i B_i K_i, \quad i = \overline{1, I(t_к)},\ t \in [\tau_i, t_к], \tag{5}$$

$$K_i(\tau_i) = K_{i0}, \quad \tau_i \in [0, t_к],$$

где

$$C_i = F_i Q_{i\xi} F_i^T; \; B_i = H_i^T Q_\eta^{-1} H_i .$$

Определим критерий качества для задачи выбора оптимальной стратегии наблюдения в виде

$$\hat{J} = M[\sum_{i=1}^{I(t_к)} \boldsymbol{\omega}_i^T K_i(\tau_i, t_к) \boldsymbol{\omega}_i] \to \min_{\Pi}, \tag{6}$$

$\omega_i \in R^{n_i}$ – известный вектор; $\mathbf{K}_i(\tau_i, t_к)$ – результат решения уравнения (5) П план наблюдений.

Структура (6) соответствует структуре критерия L-оптимальности.

Поставим задачу определить на $[0, t_к]$ оптимальную, в смысле (6), стратегию наблюдения за случайным потоком объектов (1).

Перейдем к проекции гамильтоновой системы, соответствующей (5). Такая проекция имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dq_i}{dt} &= -A_i^T q_i + \gamma_i f_i B_i p_i, \\ \frac{dp_i}{dt} &= C_i q_i + A_i p_i, \qquad i = \overline{1, I(t_к)},\ t \in [\tau_i, t_к], \end{aligned} \tag{7}$$

где $p_i = p_i(t) \in R^{n_i}$, $\quad q_i = q_i(t) \in R^{n_i}$,

Формула (7) представляет собой ДТКЗ с краевыми условиями (8,9)

$$K_{i0} q_{i0} = p_{i0}, \quad i = \overline{1, I(t_к)}, \tag{8}$$

где $q_{i0} = q_i(\tau_i)$, $p_{i0} = p_i(\tau_i)$, $\tau_i \in [0, t_к]$.

$$q_i(t_к) = \omega_i . \tag{9}$$

Представим критерий (6) в терминах (7)

$$\hat{J} = M[\sum_{i=1}^{I(t_к)} \omega_i^T p_i(t_к)] \to \min_{\Pi}, \tag{10}$$

где П-план наблюдений.

2. Решение задачи. Случайный поток, связанный с появлением объектов (1), можно интерпретировать как целочисленный неубывающий дискретный случайный процесс. В качестве модели такого процесса может использоваться, например, пуассоновский поток. Его задание предполагает определение плотностей вероятностей моментов изменения состояний процесса и, как следствие, вероятностей событий, состоящих в том, что указанные изменения произойдут внутри интервала наблюдения.

Рассмотрим последовательность формирования закона управления наблюдениями. Задача управления, условия которой формализованы в виде (7),(8), (9), (10), может быть решена с использованием принципа максимума.

Гамильтониан для (7) имеет вид

$$\mathrm{H}=-\alpha\sum_{i=1}^{I(t_к)}\gamma_i+\sum_{i=1}^{I(t_к)}\left\{\varphi_{iq}{}^T\left[-A_i^T q_i+\gamma_i f_i B_i p_i\right]+\varphi_{ip}{}^T\left[C_i q_i+A_i p_i\right]\right\}, \tag{11}$$

где α – множитель Лагранжа, связанный с ограничением (4) ($\alpha\neq 0$); $\varphi_{iq},\varphi_{ip}\in R^{n_i}$ –сопряжённые переменные.

В силу стохастического характера задачи (7), (8), (9) оптимальное управление определяется из условия максимума по П математического ожидания гамильтониана(11).

Решающее правило для определения оптимальной стратегии наблюдений представлено формулой (12)

$$\gamma_i^{оп}(t)=\begin{cases}1, & T_i^{оп}\geq\alpha,\quad T_i^{оп}\geq T_s^{оп},\quad (s=\overline{1,I(t_к)},\ s\neq i),\\ 0, & T_i^{оп}<\alpha,\quad T_i^{оп}<T_s^{оп},\end{cases} \tag{12}$$

где $T_i^{оп}$ – i-я программная функция или функция переключения

$$\begin{aligned}T_i^{оп}(t)&=M[f_i(\tau_i,t)p_i^T(\tau_i,t)B_i^{оп}p_i(\tau_i,t)]=\\ &=\psi_i\int_0^{t_к}f_i(\tau\ ,t)p_i^T(\tau\ ,t)B_i^{оп}p_i(\tau\ ,t)\,\widetilde{W}_i(\tau)d\tau,\end{aligned} \tag{13}$$

$$B_i^{оп}=\left(H_i^{оп}\right)^T Q_\eta^{-1}H_i^{оп},\ \psi_i=\int_0^{t_к}W_i(\tau)d\tau,\ \widetilde{W}_i(\tau)=W_i(\tau)/\psi_i,$$

$$H_i^{оп}(t)=\arg\max_{H_i\in\overline{H}_i}\psi_i\int_0^{t_к}f_i(\tau,t)p_i^T(\tau,t)B_i\,p_i(\tau\ ,t)\,\widetilde{W}_i(\tau)d\tau, \tag{14}$$

$H_i^{оп}$–характеризует оптимальный состав измеряемых параметров и находится из условия(14).

Обратим внимание на то, что математическое ожидание в (13) и (14) определяется для подпространства $[0,t_к]$ пространства $[0,\infty]$ возможных значений величины τ_i. Количество программных функций на интервале наблюдения случайно и может быть неограниченным. Однако с учетом свойства упорядоченности потока и исходя из условия уменьшения вероятности появления объектов на интервале наблюдения с ростом значения индекса i , оказывается, что, начиная с некоторого значения i программные функции становятся достаточно малыми и перестают влиять на процесс формирования плана наблюдений. В результате процедура поиска закона управления наблюдениями ограничивается конечным числом анализируемых траекторий их количество определяется эмпирически в ходе решения задачи. Формирование плана наблюдений предполагает реализацию итерационной процедуры последовательных приближений, включающей следующие элементы.

1.Задание нулевого приближения ($k=0$) закона управления наблюдениями формула (15)

$$\Pi^0=\left\{\ \Pi_i^0, i=\overline{1,\chi}\ \right\},\ \Pi_i^0=\left\{\ \gamma_i{}^0\in\Gamma; H_i^0\in\overline{H}_i\right\} \tag{15}$$

для некоторого числа χ наблюдаемых объектов, для которых вероятность появления на интервале наблюдения превышает пороговое значение $\overline{\psi}$

$$\begin{aligned}&\psi_i\geq\overline{\psi},\ i=\overline{1,\chi},\\ &\psi_j<\overline{\psi},\ j=\chi+1,\chi+2,\ldots\end{aligned} \tag{16}$$

1. Формирование для каждого i решения ДТКЗ (7), (8), (9)
2. Определение состава измеряемых параметров (17)

$$\hat{H}_i^0(t) = \arg \max_{H_i \in \overline{H}_i} \psi_i \int_0^{t_к} f_i(\tau, t)(p_i^0(\tau, t))^T B_i^0 p_i^0(\tau, t)\tilde{W}_i(\tau)d\tau, \qquad (17)$$

где

$$B_i^0 = \left(H_i^0\right)^T Q_\eta^{-1} H_i^0 .$$

3. Формирование программных функций

$$\hat{\gamma}_i^0(t) = \psi_i \int_0^{t_к} f_i(\tau, t)(p_i^0(\tau, t))^T \hat{B}_i^0 p_i^0(\tau, t)\tilde{W}_i(\tau)d\tau, \qquad (18)$$

где

$$\hat{B}_i^0 = \left(\hat{H}_i^0\right)^T Q_\eta^{-1} \hat{H}_i^0 .$$

4. Определение в соответствии с (13) промежуточного плана наблюдений

$$\hat{\Pi}^0 = \left\{ \hat{\Pi}_i^0, i = \overline{1, \chi} \right\},\ \hat{\Pi}_i^0 = \left\{ \hat{\gamma}_i^0 \in \Gamma; \hat{H}_i^0 \in \overline{H}_i \right\}. \qquad (19)$$

6. Анализ значений управляющих функций.

Если для некоторого значения i программные функции такие, что

$$\gamma_i^0 = 0, \qquad (20)$$

то осуществляется переход к следующему шагу итерационной процедуры.
Если же нет, то поиск оптимального плана возобновляется с п.1, однако при этом значение порога $\overline{\psi}$ уменьшается.

7. Формирование первого приближения $(k = 1)$ оптимального закона управления наблюдениями на основе принципа частичного обновления плана

$$\Pi^1 = \left\{ \hat{\Pi}^0 \right\}_{\varepsilon} \cup \left\{ \Pi^0 \right\}_{1-\varepsilon}, \qquad (21)$$

где $\varepsilon \in (0,1)$ – параметр, характеризующий степень обновления плана.

Далее процедура повторяется с учётом замены индекса $(k = 1,2,\ldots)$. В частности, на втором шаге в качестве исходного выступает план наблюдений (22). При выполнении условий сходимости в пределе получаем $\Pi^{on} = \lim_{k \to \infty} \Pi^k$.

Пречень ссылок

1. Малышев В.В., Красильщиков М.Н., Карлов В.И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1989.
2. Болдырихин Н.В., Хуторцев В.В. Управление наблюдениями за потоками случайных процессов // Автоматика и телемеханика. 2006. № 12. С. 43-55.

УДК 621.316

ОПТИМИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ В ПАКЕТЕ SCILAB

Филь И.М.,студ., Чашко М.В., к.т.н, доц.
(Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина)

Статья посвящена рационализации потоков мощности при питании потребителя от нескольких источников энергии.

В настоящее время в мире и в Украине исследуется и разрабатывается концепция интеллектуальных электрических систем «Smart Grid». Сущность этой системы [1] в электропитании потребителей от нескольких источников, осуществляющих экологически чистое преобразование неэлектрических видов энергии в электрическую. Все элементы системы связаны между собой электрически и управляются централизовано.