0810003 of Ministry of Education of the Czech Republic and Ministry of Education of the Slovak Republic.

Literatura

1. HECHT-NIELSEN, R. Kolmogorov's mapping neural network existence theorem. In: *Proc 1987 IEEE International Conference on Neural Networks.* Vol. 3, 1987, pp. 11-13. IEEE Press.
2. HAYKIN, S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation. Prentice Hall.* New Jersey, 1994. ISBN 0023527617
3. HUNT, K. J., Ed. *Polynomial Methods in Optimal Control and Filtering*. Peter Peregrinus Ltd. Stevenage, 1993. ISBN 0-86341-295-5.

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Елисеев А.В., к.т.н., доцент; Жуковский А.Г., к.т.н., доцент
*(Ростовский военный институт ракетных войск,
Донской государственнiй технический университет г. Ростов-на-Дону, Россия)*

В настоящем докладе рассматриваются основные теоретические посылки решения задачи дискретной линейной фильтрации [1] применительно к измерениям, содержащим возмущения кусочно-степенного характера, имеющие конечное число разрывов первого рода на всем интервале наблюдения [2].

Пусть вектор состояния $X(j)=X(t_{\,})=\left[x\ (j),\ s=\overline{1,q}\right]^{T}$ объекта наблюдения на интервале $[t_0, T]$ описывается разностным уравнением

$$X(j+1)=\Phi(j+1,j)X(j)+\Gamma(j+1,j)N_x(j),\ \ j=0,1,2,\dots, \tag{1}$$

а наблюдаемая случайная последовательность представлена уравнением

$$Y(j)=B(j)X(j)+H(j)+N_y(j),\ \ j=0,1,2,\dots, \tag{2}$$

где $\Phi(j+1,j)=\left[\varphi\ \ (j),\ l,s=\overline{1,q}\right]$, $\Gamma(j+1,j)=\left[\gamma\ \ (j),\ s=\overline{1,q},\ k=\overline{1,m}\right]$,

$B(j)=\left[b\ \ (j),\ k=\overline{1,p},\ s=\overline{1,q}\right]$, $Y(j)=\left[y\ (j),\ s=\overline{1,p}\right]^{T}$ - $N_{\,}(j)=\left[n\ \ (j),\ s=\overline{1,m}\right]^{T}$,

$N_{\,}(j)=\left[n\ \ (j),\ s=\overline{1,p}\right]^{T}$.

Известно, что

$$M\{N_{\,}(j)\}=0,\ M\{N_{\,}(j)\}=0,\ M\{N_{\,}(j)\,N_{\,}^{T}(k)\}=V_{\,}(j)\delta(j-k),$$
$$M\{N_y(j)\,N_y^{T}(k)\}=W_y(j)\delta(j-k),\ M\{N_x(j)\,N_y^{T}(k)\}=0, \tag{3}$$

где $V_{\,}(j)=\mathrm{diag}\left[v\ \ (j),\ s=\overline{1,m}\right]$, $W\ (j)=\mathrm{diag}\left[w\ \ (j),\ s=\overline{1,p}\right]$,

$H(j)=\left[h\ (j),\ s=\overline{1,p}\right]^{T}$. Возмущение $H(j)$ относится к классу кусочно-степенных помех, т.е. на отрезке $[t_0, T]$ имеет конечное число точек разрыва первого рода и на интервалах непрерывности $\left(t_{s\,i-1},\ t_{s\,i}\right]$ описывается степенными полиномами

$$h_{si}(j)=\sum_{l=0}^{M_{si}}\ _{s,il}\left(\ -\ ^{*}\ \ \right)^{l},\ \ M_{si}\in\{0,1,2,\dots\},\ \ t_j\in\left(\overset{*}{t}\ _{-},\overset{*}{t}\ \right]\subset[t_{\,},T], \tag{4}$$

где $[t_0,T]=\left\{\left[{}^*t_{s0},{}^*t_{s1}\right]\cup\left[\bigcup_{i=2}^{Ls}[{}^*t_{s,i-1},{}^*t_{si}]\right],{}^*t_{s0}=t_0,{}^*t_{sLs}=T\right\}$, $s=\overline{1,P}$, $i=\overline{1,L_S}$ $\cup$ - символ объединения множеств.

Полагаем, что точки разрыва возмущения, а также параметры $M_{si}, b_{s,il}$ и L_s нам неизвестны. Требуется по результатам текущих наблюдений $Y=\{Y(0),Y(1),...,Y(N)\}$ получить оптимальную в среднеквадратическом смысле оценку $\hat{X}(j)$ фильтрации вектора состояния $X(j)$ в условиях действия помехи (4).

Определение. Под k-ой конечной разностью от $f(t)$ будем понимать следующую дискретную функцию аргумента j

$$\Delta^k\left[f(j)\right]=\Delta^k\left[f(t_j)\right]=\sum_{i=0}^{k}(-1)^{i+k}C_k^i f(j-i),\ k\in\{0,1,...,n\},\ j=\overline{k,N}, \quad (5)$$

где $C_\kappa^i=k!/(i!(k-i)!)$.

Применим к наблюдению (2) конечно-разностный оператор $\Delta^k[\cdot]$:

$$\Delta^k\left[Y(j)\right]=\Delta^k\left[B(j)X(j)\right]+\Delta^k\left[H(j)\right]+\Delta^k\left[N_y(j)\right],\ k=\overline{0,n}.$$

Тогда при $k=n$ имеем

$$\Delta^n\left[Y(j)\right]=\Delta^n\left[B(j)X(j)\right]+\Delta^n\left[N_y(j)\right],\ j\in\{n,n+1,n+2,...\}. \quad (6)$$

Из (6) видно, что в $\Delta^n\left[Y(j)\right]$ отсутствует кусочно-непрерывное возмущение вида (4).

С учетом (5) выражение (6) может быть представлено в виде

$$\Delta^n\left[Y(j)\right]=\sum_{i=0}^{n}(-1)^{i+n}C_n^i\left[B(j-i)X(j-i)\right]+\sum_{i=0}^{n}(-1)^{i+n}C_n^i N_y(j-i),\quad j\ge n. \quad (7)$$

Для формирования оптимальной оценки $\hat{X}(j)$ вектора состояния (1) воспользуемся известным дискретным фильтром Калмана [1]. С целью компенсации кусочно-непрерывных помех $H(j)$, содержащихся в наблюдении (2), в качестве вектора измерения в фильтре используем вектор $\Delta^n[Y(j)]$ (7). В этом случае вектор невязки [1]

$$Z(j+1|j)=Y(j+1)-B(j+1)\hat{X}(j+1|j),$$

входящий в уравнение для оценки $\hat{X}(j)$, необходимо заменить на

$$Z^{[n]}(j+1|j)=\Delta^n[Y(j+1)-\Delta^n[B(j+1)\hat{X}^{[n]}(j+1).$$

Алгоритм оптимального дискретного оценивания на основе фильтра Калмана примет вид:

$$\hat{X}^{[n]}(j+1)=\hat{X}^{[n]}(j+1|j)+Q^{[n]}(j+1)\left[\Delta^n\left[Y(j+1)\right]-\Delta^n\left[B(j+1)\hat{X}^{[n]}(j+1|j)\right]\right],$$

$$\hat{X}^{[n]}(j+1|j)=\Phi(j+1,j)\hat{X}^{[n]}(j),$$

$$\Delta^n\left[Y(j+1)\right]=\sum_{i=0}^{n}(-1)^{i+n}C_n^i Y(j+1-i),$$

$$\Delta^n\left[B(j+1)\hat{X}^{[n]}(j+1|j)\right]=\sum_{i=0}^{n}(-1)^{i+n}C_n^i B(j+1-i)\hat{X}^{[n]}(j+1-i|j-i)=$$

$$\sum_{i=0}^{n}(-1)^{i+n}C_n^i B(j+1-i)[\Phi(j+1-i,j-i)\hat{X}^{[n]}(j-i)],$$

$$Q^{[n]}(j+1)=K^{[n]}(j+1|j)\,B^T(j+1)\left[B(j+1)K^{[n]}(j+1|j)B^T(j+1)+W^{[n]}(j+1)\right]^{-1},$$
$$K^{[n]}(j+1|j)=\Phi(j+1,j)\,K^{[n]}(j)\,\Phi^T(j+1,j)+\Gamma(j+1,j)V_x^{[n]}(j)\,\Gamma^T(j+1,j),$$
$$K^{[n]}(j+1)=\left[I-Q^{[n]}(j+1)B(j+1)\right]K^{[n]}(j+1|j),\ j\geq n, \qquad (8)$$

где верхний индекс n в квадратных скобках $[\cdot]$ указывает на использование в алгоритме фильтрации конечной разности n-го порядка, $\hat{X}^{[n]}(j)$ - оценка вектора состояния $X(j)$, $\hat{X}(j+1|j)$- оценка прогноза вектора состояния на момент $j+1$, $K^{[n]}(j+1|j)$ - симметричная матрица ошибок прогнозирования $\varepsilon(j+1|j)=X(j+1)-\hat{X}^{[n]}(j+1|j)$, $K^{[n]}(j+1)$ - ковариационная матрица ошибок фильтрации $\varepsilon(j+1)=X(j+1)-\hat{X}^{[n]}(j+1)$, $V_x^{[n]}(j)$, $W_y^{[n]}(j)$ - матрицы интенсивностей случайных последовательностей $\Delta^n[N(j)]$ и $\Delta^n[N(j)]$ соответственно, I-единичная матрица.

Для расчета $K^{[n]}(j)$ и $K^{[n]}(j+1|j)$ необходимо определить $V_x^{[n]}(j)$ и $W_y^{[n]}(j)$.
С учетом (5) и характеристик шумов (3) можно записать

$$V_x^{[n]}(j)=\mathrm{diag}\left[v_{xii}^{[n]}(j),\ i=\overline{1,m}\right],\ W_y^{[n]}(j)=\mathrm{diag}\left[w_{yii}^{[n]}(j),\ i=\overline{1,p}\right],$$

где соответственно

$$v_{xii}^{[n]}(j)=\sum_{i_1=0}^{n}\left(C_n^{i_1}\right)^2 v_{xii}^{[0]}(j),\quad w_{yii}^{[n]}(j)=\sum_{i_1=0}^{n}\left(C_n^{i_1}\right)^2 w_{yii}^{[0]}(j). \qquad (9)$$

При задании начальных условий для алгоритма (8) следует учесть, что его применение возможно только с момента времени t_n, когда получен массив измерений, достаточный для реализации n-й конечной разности. По этой причине начальные условия $\hat{X}^{[n]}(j)\big|_{j=n-1}=\hat{X}^{[n]}(n-1|n-2)$, и $K^{[n]}(j)\big|_{j=n-1}=K^{[n]}(n-1)$ формируются на основе рекуррентного алгоритма:

$$\hat{X}^{[n]}(0)=\hat{X}(0),\quad K^{[n]}(0)=K(0)\quad \hat{X}^{[n]}(j+1|j)=\Phi(j+1,j)\hat{X}^{[n]}(j),$$
$$K^{[n]}(j+1|j)=\Phi(j+1,j)K^{[n]}(j)\Phi^T(j+1,j)+\Gamma(j+1,j)V_x^{[n]}(j)\Gamma^T(j+1,j),$$
$$K^{[n]}(j+1)=\left[I-Q^{[n]}(j+1)B(j+1)\right]K^{[n]}(j+1|j), \qquad (10)$$

где $j=\overline{0,n-2}$, $n\geq 2$ (если n=1, то в качестве начальных условий принимаются следующие значения: $\hat{X}^{[1]}(0)=\hat{X}^{[1]}(0)=\hat{X}(0)$, $K^{[1]}(0)=K(0)$.

Перечень ссылок

1.Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. – М.: Радио и связь, 1985. – 344с.
2.Леонов В.А., Поплавский Б.К. Метод линейных преобразований идентификации динамических систем // Техническая кибернетика. - 1990. - № 2. - С.73-79.