МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ГОРНОМ ДЕЛЕ

Принятие решений

Произвольное решение во всех случаях глубоко отрицательно.

Любое обоснование решения, даже в условиях риска или неопределенности, ведет к положительному эффекту.

Для большей достоверности принимаемого решения следует попытаться его обосновать различными методами. Например, одну и ту же задачу несколько независимых экспертов решают различными методами, а конечный результат представляет собой среднее из рассмотренных вариантов решения.

Все чаще при подготовке решений используются методы исследования операций.

Назначение этих методов — объективно разобраться в явлении или процессе,

численно оценить планируемые действия и

представить варианты решений совокупности которых ответственное лицо выберет одно единственное для преобразования его в действие.

Чем сложнее планируемые мероприятия, тем менее допустимы «волевые решения» и тем важнее научные методы. позволяющие прогнозировать последствия реализации каждого решения.

Цель исследования операций — предварительное обоснование оптимальных (лучших в данных условиях) решений.
Задачи исследования операций делятся на прямые и обратные.

Прямые задачи отвечают на вопрос, что будет, если в заданных условиях принять некоторое решение, и чему будет равен в этом случае показатель эффективности.

В обратной задаче отвечают на вопрос, что надо предпринять, чтобы критерий эффективности был максимальным (минимальным).

В исследовании каждой конкретной операции, явления различают несколько этапов

постановка задачи , выбор цели;

формализация ситуации и составление модели (математической, физической, интуитивно-мысленной);

анализ модели и определение элементов решения;

принятие решения;

преобразование информации в действие с последующим контролем эффективности решения и, в случае необходимости, уточнением первоначальных цели и модели.

Анализ моделей проводится:

посредством имитационного моделирования;
методом игр и статистических решений;
экспертных оценок и
по результатам специально организованных деловых игр.

Модель принятия решений имеет несколько различных элементов:

перечень целей,
перечень параметров альтернатив,
вероятности (если они есть) исходов принимаемых решений,
критерий решений (показатель эффективности), определяющий путь нахождения лучшей альтернативы.

Обычно этим способом решаются обратные задачи исследования операций.

Существуют и другие методы принятия решений.

В большинстве случаев решения принимаются бессознательно, в силу инстинктов, рефлексов, т.е. автоматически.

Это относится, прежде всего, к прямым задачам, когда ситуация предельно ясна (поломка оборудования, разрушение коммуникаций, оползни, природные катаклизмы и др.).

На втором месте по частоте применения стоит метод проб и ошибок.

Его успех зависит от скорости обучения, памяти, опыта, от способности фиксировать событие. Этот метод принятия решения требует больших затрат времени и малоэффективен.

Следующий метод принятия решения связан с обращением к авторитету (более опытный специалист, книги, учебник). Однако обращение к авторитету не всегда обосновано и может означать уклонение от ответственности. Обращение к авторитету обосновано на стадии, когда готовится решение.

По числу критериев задачи принятия решений делятся на однокритериальные и многокритериальные.

Однокритериальные детерминированные задачи являются более простыми с точки зрения определенности их решения. В этих задачах — цель операции, ее оценка и исход — связаны детерминированной зависимостью со стратегией оперирующей стороны. Поэтому принцип оптимальности здесь очевиден — оптимальное решение соответствует максимуму (минимуму) критерия оптимизации.

При решении однокритериальных задач принятия решений в условиях риска или неопределенности, а также многокритериальных задач возникают проблемы выбора, иерархии (относительной важности) и др., только после решения которых приступают к решению проблем формально математического характера.

Сложности возникают, прежде всего, оттого, что неясен сам принцип оптимальности.

Главным является вопрос: какое решение следует считать оптимальным в условиях риска, неопределенности и многокритериальности задач?

Применительно к однокритериальным задачам в условиях риска и неопределенности главная проблема заключается в детерминизации случайных и неопределенных величин.

Посредством замены случайных величин параметрами их распределений (математическое ожидание, дисперсия) задачу сводят к детерминированной.

Сложнее вопрос выбора оптимальности применительно к многокритериальным задачам (принцип «скаляризации»).

В результате решения этой проблемы многокритериальная задача, соответствующая некоторой сложной, многоцелевой операции, сводится к однокритериальной. В практике задачи «детерминации» и «скаляризации» возникают как порознь, так и совместно в зависимости от сочетания признаков «определенность — риск — неопределенность».

В однокритериальных детерминированных задачах принятия решений предпочтительно применение аналитического исследования, так как лишь оно является наиболее полным решением.

Однако воспользоваться аналитическим исследованием задачи удается сравнительно редко из-за принципиальных трудностей решения систем уравнений математической модели, к тому же содержащей, как правило, эмпирические коэффициенты.

Тем не менее использование аналитических методов столь эффективно что идут на значительные упрощения и огрубления первоначальной модели.

Детерминированные математические модели, состоящие из систем уравнений (или даже всего одного уравнения), отражают наиболее важные свойства объекта, так как излишне подробное описание приводит к неразрешимости задачи. С помощью детерминированных моделей, характеризующих основные закономерности изучаемых объектов, можно определить общие свойства целой группы объектов, относящихся к одному классу явлений. Обычно в основе математических моделей лежит баланс масс, энергий, импульсов.

Задачи принятия решений в условиях риска имеют место, когда каждая стратегия оперирующих сторон имеет множество исходов, каждому из которых соответствует своя вероятность его получения.

В подобных задачах решение неизбежно основано на статистических характеристиках стохастических (случайных) факторов.

При подготовке решения в подобных ситуациях используются два принципа: искусственное сведение стохастической задачи к детерминированной и оптимизация в среднем.

В первом случае случайные факторы заменяются неслучайными величинами, что в ряде случаев может привести к значительным ошибкам. Во втором случае (оптимизация в среднем) ориентируются на получение среднего значения показателя эффективности.

В большинстве случаев такой подход дает положительный результат, особенно при многократном повторении операций. Этот метод не избавляет от случайности исхода, но во избежание нежелательных результатов в модель принятия решений вводят дополнительные ограничения, чтобы с заданной вероятностью вывода значение показателя эффективности было не меньше (не больше) заданного.

Гораздо сложнее вопрос стоит, когда вероятностные характеристики случайных факторов неизвестны или вообще не существуют.

Для решения задач с неопределенностью разработан специальный математический раздел «Теория игр и статистических решений».

Цель теории игр — выработка рекомендаций по рациональному образу действий противоборствующих сторон в конфликтной ситуации. В игре могут сталкиваться интересы двух или более сторон. Примером может служить задача выбора лучшей технологии при производстве различной продукции. Наибольшее распространение получили парные игры.

Понятие сложной системы

К классу сложных систем обычно относят крупные технологические, производственные, энергетические комплексы, системы автоматизированного управления.

При исследовании сложной системы возникают задачи, относящиеся, главным образом, к закономерностям функционирования всей системы в целом. Однако знание свойств отдельных видов оборудования и технологий также необходимо.

.

С общесистемной точки зрения представляют интерес те свойства частей, которые непосредственно влияют на систему в целом.

По мере усложнений системы все большее значение приобретают общесистемные проблемы.

Так, для объектов большого масштаба определяющую роль играет структура системы, организация взаимодействия ее частей, отношения с внешней средой, централизация управления различными средствами.

При этом на второй план отступает физическая сущность процессов, протекающих в системе.

Одним из общих положений теории информации является уменьшение энтропии системы по мере освоения производства, улучшения его организации, уменьшения сложности процессов и улучшения согласованности между отдельными участками производственной сферы.

Из двух систем, находящихся в равновесии, та. у которой энтропия меньше, более организована и надежна в управлении.

В качестве примера можно указать на анализ статистической энтропии брикетных заводов различной мощности. Для расчета энтропии, как меры неопределенности системы построены гистограммы функции плотности распределения себестоимости 1 т брикетов (с).

Характер гистограмм позволил принять гипотезу о справедливости для рассматриваемых условий закона равномерной плотности

$$f(c)=\begin{cases}\dfrac{1}{\beta-\alpha}, & \text{при } a \le c \le \beta,\\ 0, & \text{при } c < a,\ c > \beta.\end{cases}$$

Энтропия систем с законом равномерной плотности распределения

$$S(c) = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\beta - \alpha} \log_2 \frac{1}{\beta - \alpha} dc - \log_2 \Delta c = \log_2 \left(\frac{\beta - \alpha}{\Delta c} \right).$$

Параметры α и β подбирались так, чтобы сохранились моменты распределения

математическое ожидание $m_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} c_i$

и дисперсия $D_c = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (c_i - m_c)^2$

В законе равномерной плотности α и β найдены по следующим формулам:

$$\frac{(\alpha + \beta)}{2} = m_c \text{ и } (\beta - \alpha)^2 / 12 = D_c .$$

Анализ показал, что на единицу мощности брикетного завода (N, т/ч чистой работы)

$$S(c) / N = 0{,}452 \text{ при } N \in [5;9],$$

$$S(c) / N = 0{,}256 \text{ при } N \in [11,15],$$

$$S(c) / N = 0{,}073 \text{ при } N \in [15,19].$$

Таким образом, энтропия брикетного завода на единицу мощности с увеличением масштаба производства значительно уменьшается.

Это позволяет сделать практические выводы, что на заводах большего масштаба на единицу мощности растет степень организации и надежности в управлении системой, а также улучшается согласованность между отдельными звеньями производства.

Результатом повышения организованности производства на брикетных заводах большей мощности служит не только снижение себестоимости 1 т брикетов, но и увеличение коэффициента использования рабочего времени и объема выработки брикетов одним рабочим. Это подтверждает статистический анализ.

Следовательно, стремление к повышению мощности брикетного завода целесообразно как с экономической точки зрения, так и с позиций повышения организованности и согласованности отдельных участков производства.

Если управление сложной системой сосредоточено в едином центре, оно называется централизованным.

В практике горного производства встречаются различные степени децентрализации управления, когда функция управления распределена между главным и периферийными центрами управления, а также свойственна в определенной мере и элементам системы.

В случае высшей степени централизации предполагается наличие единственного (центрального) диспетчерского пункта, который планирует и контролирует выполнение технологических операций добычи полезного ископаемого.

Очевидно, существует оптимальная степень децентрализации управления производством, предотвращающая скопление избыточной осведомительной информации на центральном диспетчерском пульте, затрудняющей обеспечение высокого качества управления.

Многим сложным системам свойственны в той или иной мере черты самоорганизации.

Система называется самоорганизующейся, если она способна путем последовательного изменения своих состояний принимать устойчивое положение, когда воздействия внешней среды не превышают допустимых пределов. Особенно много примеров таких систем в живой природе.

Среди факторов внешней среды наряду со случайными изменениями различных условий (погоды и др.) важное место занимают случайные колебания нагрузки (колебания грузопотоков, внезапный выход из строя оборудования). Как внешние, так и внутренние случайные воздействия оказывают влияние на режимы функционирования отдельных элементов и системы в целом.

Таким образом, основные отличительные признаки сложных систем:

- наличие большого количества взаимно связанных и взаимодействующих между собой элементов;
- сложность функции, выполняемой системой и направленной на
- возможность разбиения системы на подсистемы, цели функционирования которых подчинены общей цели функционирования всей системы;
- наличие управления, имеющего иерархическую структуру, разветвленной сети и интенсивных потоков информации;
- наличие взаимодействия с внешней средой и функционирование в условиях взаимодействия случайных факторов.

Задачи исследования сложных систем

Среди задач, возникающих в связи с исследованием сложных систем, выделяются два класса:

- задачи анализа, связанные с изучением свойств и поведения системы в зависимости от ее структуры и значений параметров;

- задачи синтеза, относящиеся к выбору структуры и значений параметров, исходя из заданных свойств системы.

Понятие о физическом и математическом моделировании

Моделирование — это метод исследования процессов и устройств на их моделях с использованием теории подобия.
Различают два вида моделирования: физическое и математическое.

При физическом моделировании изучение данного объекта (процесса, устройства) проводят при его воспроизведении на моделях, отличающихся масштабом.
Физические процессы, протекающие в объекте и модели, в этом случае качественно одинаковы.

Эксперименты проводят на модели, построенной по правилам теории подобия.

Опытные данные обрабатывают и представляют, как правило, в виде безразмерных комплексов величин, характеризующих основные особенности изучаемых процессов, форму и размеры устройств.

Безразмерные комплексы величин, являющиеся мерой отношения различных физических эффектов (силы вязкости и инерции, конвективный и диффузионный переносы, силы упругости и инерции, силы инерции и тяжести и т.д.), называются критериями подобия (Рейнольдса, Пекле, Эйлера, Фруда, Фурье...). Наличие критериев подобия в описании экспериментальных зависимостей позволяет распространять результаты опытов на условия производства простым пересчетом.

Переход от модели к объекту осуществляется с помощью критериев подобия. Физическое моделирование позволяет значительно снизить стоимость работ по внедрению в производство новых процессов и устройств.

В отличие от физического моделирования математическое служит для изучения процесса на основе анализа математических моделей реального объекта.

Возможности математического моделирования значительно шире, чем физического метода. Более того, многие задачи, связанные с исследованием сложных систем и управления производством, могут быть решены лишь с помощью математического моделирования.

Оно состоит из трех этапов:

- формализация изучаемого процесса, объекта — составление математического описания, отражающего главные особенности реального объекта

- создание алгоритма, моделирующего реальный объект;

- установление адекватности математической модели реальному объекту.

При математическом моделировании процесс исследую значения различных параметров, входящих в модель. Это позволяет определить режимы протекания реальных процессов и работы устройств.

Широко используется принцип изоморфности математических моделей для разных по природе явлений.

Многие механические, электрические и тепловые явления (например, установившаяся температура и электрический потенциал скоростей при движении однородной несжимаемой жидкости описываются уравнением Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0.$$

Переносы количества энергии (сила трения) $\tau = -\mu \frac{dv}{dx}$ (закон Ньютона)

тепла (поток тепла) $q = -\lambda \frac{dT}{dx}$ (закон Фурье),

вещества $m = -D \frac{dcD}{dx}$ (закон Фика),

электричества $i = -\frac{1}{\rho} \frac{du}{dx}$ (закон Ома),

фильтрации $w = -K \frac{dp}{dx}$ (закон Дарси)

характеризуются подобными формулами, правая часть которых содержит коэффициент переноса и градиент (скорости dv/dx, температуры dT/dx, концентрации dc/dx, напряжения di/dx, давления dp/dx).

Соответствующим пересчетом любое из указанных явлений можно смоделировать переносом электричества.

На этом принципе основана работа аналоговых вычислительных машин а также метод электродинамической аналогии (ЭГДА)
Метод ЭГДА широко распространен при решении задач фильтрации, осушения, переноса тепла и массы и др.

Математическое моделирование начинается с составления модели. Она состоит из совокупности дифференциальных и алгебраических уравнений и неравенств, условий и ограничений, эмпирических формул.

Полнота модели определяется корректностью постановки, соответствию числу уравнений числу неизвестных, должна обеспечивать возможностью расчета по исходным данным выходных параметров. Математическая модель должна обеспечивать возможность анализа хода процесса, воздействия на его течение.

Если основные переменные процесса изменяются во времени и пространстве, то для их описания используются математические модели с распределенными параметрами, которые представляют в виде совокупности дифференциальных уравнений с частными производными.
При изменении переменных только во времени или пространстве используют математические модели с сосредоточенными параметрами. Число исходных переменных должно равняться числу уравнений для их определения.

Составление математических моделей в технических задачах

В своей практической работе инженер (технолог, механик, конструктор) часто сталкивается с необходимостью решения задач с переменными величинами. В некоторых случаях удается воспользоваться готовыми расчетами и формулами.

Довольно часто к решению задачи ни один из известных расчетов не подходит, и поэтому перед инженером возникает необходимость самостоятельного составления математической модели изучаемого явления и. в частности, дифференциального уравнения.

Самостоятельно составленное уравнение позволяет проанализировать подобие рассматриваемой задачи уже известным решениям. В противном случае приходится при выборе решения поступать интуитивно, и успех будет зависеть лишь от опыта и характера исследователя. Это связано с большим риском. Отсюда ясна важность умения самостоятельно составлять дифференциальные уравнения.

Решение многих технических задач связано с необходимостью составления уравнений трех типов:

дифференциальных уравнений в дифференциалах;

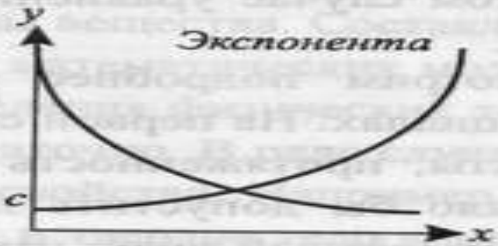
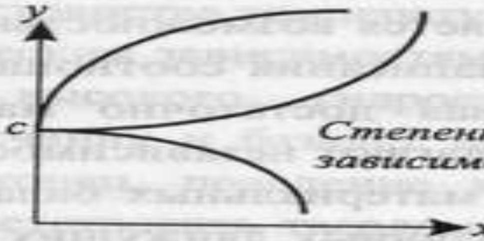
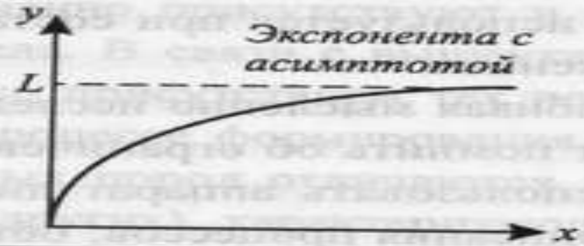
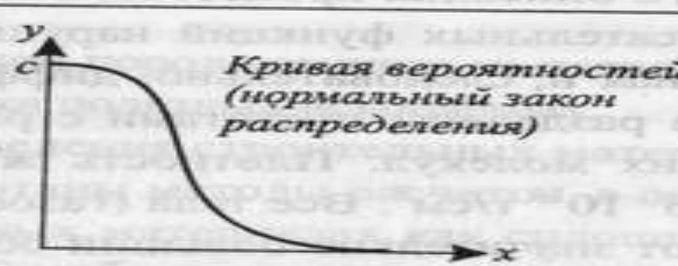
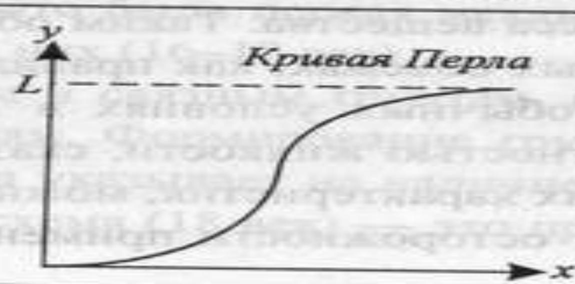
дифференциальных уравнений в производных;

интегральных уравнений с дальнейшим преобразованием их в дифференциальные.

Уравнения первого типа получаются, когда для элементарного акта процесса составляется соотношение между приращениями и переменными. При устремлении приращения аргумента к нулю переходят к соотношению в дифференциалах. Примером таких задач может служить определение давления воды на плотину, работы выкачивания жидкости из резервуара, момента инерции, центра тяжести тел и прочие.

Дифференциальные уравнения второго типа получаются, когда по условию задачи заданы скорости процесса (охлаждения или нагревания тела, химической реакции, диффузии и пр.) или данные об угловом коэффициенте касательной к искомой зависимости. В табл. приведены наиболее распространенные случаи скоростей изменения функций и виды их общих закономерностей

Скорость и общая закономерность некоторых процесс

№ п/п	Скорость	Закономерность	График зависимости
1	$\frac{dy}{dx} = ky$	$y = cl^{kx}$	
2	$\frac{dy}{dx} = kx^n$	$y = kx^{n+1} + c$	
3	$\frac{dy}{dx} = -k(L - y)$	$y=L(1-l^{-kx})$	
4	$\frac{dy}{dx} = -kxy$	$y = ce^{-kx^2}$	
5	$\frac{dy}{dx} = -ky(L - y)$	$y = \frac{L}{1 + ce^{-klx}}$	

И, наконец, уравнения третьего типа получаются, когда при решении задач используются механический или геометрический смысл определенного интеграла (площадь фигуры, длина дуги, поверхность, объем тела, работа и т.д.). В этом случае уравнение содержит неизвестную функцию под знаком интеграла.

Рассмотрим подробнее составление дифференциальных уравнений в дифференциалах.

На первой стадии процесс мысленно разбивается на элементарные акты, протяженность каждого из которых выбирается такой, чтобы можно было бы допустить линейность соотношения между приращениями функции, известный закон изменения переменных. Элементарный акт процесса определяется возможностью использования фундаментальных законов физики для написания соотношения между переменными и их приращениями. Рассматривая достаточно малые промежутки времени или пространства, обычно полагают независимость отдельных частей целого.

Например, при составлении материальных балансов полагают независимыми потоки вещества за счет различных движущих сил.

Принцип независимости отдельных частей целого используется при составлении интегральных сумм в многочисленных приложениях.

Разбивая мысленно исследуемый процесс, объект на элементарные акты, следует помнить об ограничениях гипотезы сплошности. Эта гипотеза позволяет использовать аппарат дифференциального исчисления для математического описания процессов, объектов, тел. Для дискретных тел непрерывность описательных функций нарушается, а это значит, что не существует производная и, следовательно, дифференциальное уравнение.

Например, молекулы газа разделены пустотами с размерами, значительно превышающими размер самих молекул. Плотность железа 7,8 г/см^3, плотность ядерного вещества $1.16*10^{14}$ г/см^3. Все тела (газообразные, жидкие, твердые), по существу, занимают значительно больший объем по сравнению с тем, в котором сосредоточена масса вещества. Таким образом, все тела дискретны. Однако в практически малых объемах, как правило, заключено чрезвычайно большое число частиц. В обычных условиях в 1 см^3 воздуха содержится $2,687 \cdot 10^9$ молекул. Дискретностью жидкости, сказывающейся на изменении физических и динамических характеристик, можно пренебречь уже на расстояниях более 10^{-3} см. Требует осторожности применение гипотезы сплошности при изучении процессов, протекающих внутри капиллярно-пористых тел.

При изучении структурообразовательных процессов дискретностью среды нельзя пренебречь, и гипотеза сплошности в этом случае имеет ограниченное применение.

Горные породы в естественном состоянии отличаются разнообразием свойств.

Это и трешиноватость, и различные фазы вещества.

Составление механических схем горных пород, лежащих в основе математических моделей и методов расчетов, сопряжено с трудностями.

Разделения физических тел на жидкости, твердые и газообразные тела часто недостаточно. В ряде случаев различные физические тела проявляют одни и те же свойства.

Например, жидкость при всестороннем сжатии ведет себя так же, как и твердое тело в аналогичных условиях. Газообразное вещество в условиях постоянства температуры и давления при малых скоростях движения по механическим зависимостям не отличается от жидкости. В условиях очень высокого гидростатического (всестороннего) сжатия твердые и хрупкие песчаник и базальт приобретают свойства вязко-пластичного материала.

И, наконец, поведение жидкости в условиях импульсного нагружения может соответствовать твердому хрупкому телу

В горных породах, как правило, одновременно присутствуют и взаимодействуют твердые, жидкие и газообразные тела. В связи с вышеуказанным свойства горных пород определяются не только присутствием тех или иных физических тел, но и их взаимодействием в процессе формирования горной породы.

Механические схемы различных горных пород отличаются друг от друга наличием элементов (вязких, упругих и других), характеризующих поведение именно данного вещества.
Необходимость применения механических схем пород возникла из потребностей строительной практики, добычи и переработки полезных ископаемых

Первоначально возникла задача оценки поведения строительных материалов и конструкций под нагрузкой. Были разработаны методы расчетов, в основе которых лежали представления о строительных материалах как сплошной, непрерывной, совершенно однородной массе. Это была первая механическая схема горных пород и строительных изделий из них (16-17 век).

Однако эта схема не применима к рыхлым и связным фунтам, природа которых явно не соответствует сплошным телам. Формирование грунтов из отдельных, отличающихся друг от друга частиц указывает на наличие разрывов сплошности, пустот.

Вторая механическая схема (18 век) — это представление о сыпучем теле, состоящем из отдельных твердых частиц, свободно опирающихся друг на друга. В дальнейшем эта схема была применена только к сыпучим грунтам (песок), но и к другим материалам (зерно, цемент измельченный уголь, торф и др.). Были разработаны теория и методы инженерных расчетов.

В случае наличия связей между частицами твердого вещества теории сыпучих сред не применимы. Необходимость приблизиться к учету реальных свойств горных пород, как правило, обладающих сцеплением, привела к возникновению новой механической схемы (с учетом сцепления).

Недостатком этих моделей явилось рассмотрение сцепления как свойства, неизменно присущего данной породе. Потребовалось учесть природу связей между частицами. Это привело к созданию принципиально новых механических схем горных пород, существенно приблизившихся к описанию реальных свойств и разрабатывались механические схемы грунтов л пустот несжимаемой жидкостью. Эта схема удовлетворительно описывает предельное состояние вязкой жидкости, которой могут быть уподоблены грунтовые суспензии (К. Терцаги. 1925).

Эта гипотеза затем была развита Н.М. Герсевановым на случай неполного заполнения пустот между частицами жидкостью. Возникла новая механическая схема, получившая название грунтовой массы.

В новой механической схеме рассматривается частичное заполнение пустот жидкостью и газом (газонасыщенные грунты).

Дальнейшим развитием теории и практики инженерных расчетов свойств и процессов, происходящих в горных породах, явился учет неоднородности степени приблизиться к реальному строению горных пород, связность, неоднородность состава и связей, включения жидкостей, газов, различных по элементному составу пород, дефекты (трещины) структуры.

Статистические теории учитывают наиболее полно реальные горных пород, но их использование требует больших экспериментальных исследований, огромного массива статистических данных. Разнообразие явлений, происходящих в горных породах и зависящих от условий залегания и практического использования, показывает неограниченное поле для разработки новых, более совершенных схем, моделей и методик расчетов.

Таким образом, протяженность элементарного акта процесса (малого промежутка времени и пространства) определяется:

- линейностью соотношения между приращениями;
- возможностью использования известных соотношений и законов;
- допущением независимости отдельных частей целого;
- справедливостью гипотезы сплошности и неразрывности.

В общем случае методика составления и решения дифференциального уравнения в прикладных задачах сводится к следующему алгоритму:

- подробный разбор условий задачи и составление чертежа, если это необходимо, возможно более полно отображающего поставленную цель;

составление соотношения между переменными и их приращениями для элементарного акта процесса;

написание дифференциального уравнения рассматриваемого процесса в целом;

интегрирование дифференциального уравнения и нахождение общего решения;

исследование решения;

определение, по мере необходимости, вспомогательных параметров (коэффициентов пропорциональности и др.) на основе дополнительных условий задачи;

вывод закона рассматриваемого процесса и числовое определение искомых величин;

анализ ответа и проверка условий задачи.

Умение составлять уравнение во многом зависит от навыка решающего и от понимания им физического содержания задачи. Последнее позволяет сделать необходимые упрощения уравнений и, пренебрегая второстепенным, определить основную закономерность.

Стремление учесть при составлении математической модели все многообразие процессов в исследуемом объекте, не выделяя главного, зачастую приводит к чрезмерному усложнению задачи и к принципиальным трудностям ее решения.