

УДК 303.732.4

О принципе существования и законе возрастания энтропии в свете общесистемных представлений системодинамики

Аверин Г.В.

averin.gennadiy@gmail.com

Аверин Г.В. «О принципе существования и законе возрастания энтропии в свете общесистемных представлений системодинамики». С использованием общесистемных представлений системодинамики сделана попытка анализа одного из основных положений современной науки – понятия энтропии. На примере аксиоматических методов изложения термодинамических основ, предложенных Н. Шиллером, Г. Фальком, К. Каратеодори, Т. Афанасьевой-Эренфест, а также использования классического метода Р. Клаузиуса, показаны логические подходы, позволившие обосновать принцип существования и закон возрастания энтропии. Сформулированы основные опытные факты, на основе которых можно провести аксиоматизацию термодинамики, и предложены несколько направлений в решении данной проблемы. Описанный в статье аксиоматический подход обоснования принципа существования энтропии отличается использованием непрерывного пространства состояний и применением понятия эмпирической меры, которая комплексно характеризует состояние системы. Выполнено логическое обоснование закона возрастания энтропии, исходя из связи данной величины со временем. Проанализированы некоторые направления исследований, которые могут позволить провести экспериментальное обоснование закона возрастания энтропии для некоторых систем на основе изучения динамических процессов различной природы.

Ключевые слова: системодинамика, принцип существования и закон возрастания энтропии, теоретические и опытные обоснования, феноменология и логика проблемы.

Введение

В современной науке существует одно фундаментальное понятие, которое на протяжении десятилетий вызывает множество споров, дискуссий и полемики. Этим понятием является энтропия, которая привнесена в научный мир из теории термодинамики. Сегодня нет общепризнанных суждений о сущности энтропии как общесистемной величины. Различные точки зрения исходят из того, что она является: некоторой субстанцией, связанной с ходом времени; свойством, характеризующим процессы; характеристикой математической модели процесса; информационным параметром процесса. Следствием всего этого является то, что различные авторы по-разному определяют смысл энтропии – мера необратимости процессов; мера сложности системного описания объекта; мера неопределенности информации; мера разнообразия; мера хаотичности; мера структурированности и т.д. Существуют известные представления о разных видах энтропии: термодинамической, статистической, информационной, математической, лингвистической и т.п. Именно эта неопределенность и множественность представлений и позволили А. Пуанкаре утверждать, что «понятие энтропии чудовищно абстрактно». Самое неприятное в данном

вопросе заключается в том, что по истечению более чем ста лет после высказывания А. Пуанкаре, проблема с неоднозначностью понятия энтропии и нераскрытой сущностью этой величины так и не была решена.

Покажем, что в свете общесистемных представлений системодинамики [1, 2] можно попытаться выявить сущность энтропии, сформулировать принципы ее существования для процессов различной природы, а также представить научные положения, которые могут обосновать закон возрастания энтропии. Сегодня развитие учения об энтропии является одной из самых актуальных проблем современной науки.

Системы изложения термодинамических основ

Так как понятие энтропии пришло в науку из термодинамики, то и начинать изучение этой проблемы следует с систем изложения термодинамики. В настоящее время считается, что имеется несколько методов изложения термодинамических основ. Например, К. Путилов говорит о пяти таких методах [3]. Если в этот перечень добавить подходы, предложенные А. Гухманом, А. Зоммерфельдом, М. Борном, Г. Фальком, а также другими авторами, то методы обоснования основ термодинамики превысят в

своем количестве, по крайней мере, целый десяток. Тем не менее, в качестве основных целостных систем изложения термодинамики можно выделить, наверное, только две. Данные системы коллективно развиты в логически стройную совокупность подходов, представлений и положений, которые общеприняты в научном сообществе. Назовем их условно традиционной и аксиоматической системами.

Методически традиционная система изложения термодинамики использована в большинстве вузовских курсов этой дисциплины. Изложение материала ведется в следующей последовательности.

В начале вводятся основные термодинамические понятия: состояние тела, параметры состояния, эмпирическая и абсолютная температура, системы и шкалы измерения величин, дается понятие о термодинамическом процессе и осуществляется классификация процессов, излагаются представления об идеальном газе и приводятся основные законы идеального газа, установленные опытным путем. На основе обобщения опытных фактов формулируется первый постулат термодинамики – о существовании состояния термодинамического равновесия, а также принцип существования температуры как особой функции состояния равновесной системы (второй постулат термодинамики). На базе указанных выше положений и закономерностей устанавливается связь между эмпирической и абсолютной температурами и обосновывается фундаментальность понятия абсолютной температуры. Приводятся определения количества теплоты и теплоемкости как эмпирических величин. После этого осуществляется обобщение основных соотношений и закономерностей на смеси идеальных газов и формулируются зависимости для термодинамических расчетов.

На следующем этапе переходят к обоснованию первого закона термодинамики как фундаментальной закономерности, установленной феноменологическим путем. Для этого описываются различия между теплотой и работой, как формами передачи энергии, и на основе опытов Джоуля дается представление об эквивалентности теплоты и работы. С использованием эмпирических данных формулируются соотношения между единицами работы и теплоты. Приводятся изложения первого закона термодинамики, которые даны разными авторами. Далее формулируется закон сохранения и превращения энергии в общем виде и вводится понятие внутренней энергии и внешней работы. В заключение данного этапа записывается уравнение первого закона

термодинамики в математической форме $dQ = du + dA$, где работа $dA = pdv$. Логическим путем данное уравнение обобщается на общий случай термодинамических систем со многими

параметрами: $dQ = du + pdv + \sum_{k=1}^n P_k dz_k$. Это

позволяет развить представления о термических и calorических уравнениях состояния, связывающих между собой термодинамические параметры. После этого рассматриваются уравнения сохранения энергии применительно к разным процессам (изобарный, изохорный, изотермический и т.д.) и различным физическим приложениям (сжатие-расширение газов, течение различных сред в каналах и т.д.).

Для обоснования второго закона термодинамики вводят определения теплового двигателя, рабочего тела, термодинамического цикла, горячего и холодного источника теплоты, термического коэффициента полезного действия (к.п.д.) и т.д. Далее уделяют значительное внимание важнейшим понятиям термодинамики, связанным с обратимыми и необратимыми процессами. Проведя предварительное обсуждение проблемы, дают общие формулировки второго закона термодинамики, которые предлагались различными авторами. После этого переходят к обоснованию понятия энтропии, для чего формулируется представление о термодинамическом цикле Карно, определяется термический к.п.д. этого цикла и доказывается теорема Карно: термический к.п.д. обратимого цикла, осуществляемого между двумя источниками теплоты, не зависит от свойств рабочего тела. На следующем шаге для обратимого цикла Карно устанавливают известное соотношение для приведенных теплот. Определяя энтропию как сумму приведенных теплот, показывают, что интеграл Клаузиуса для любого обратимого цикла равен нулю: $\oint dQ/T = 0$. Все это позволяет

представить изменение энтропии в обратимых и необратимых процессах соответственно в виде: $ds = dQ/T$ и $ds \geq dQ/T$. Сформулированные положения дают возможность объединить уравнения первого и второго законов термодинамики в одно фундаментальное соотношение вида:

$T \cdot ds \geq du + p \cdot dv + \sum_{k=1}^n P_k dz_k$. Представление

материала завершают формулировкой наиболее важных дифференциальных уравнений термодинамики, используя математический аппарат функций нескольких переменных: уравнений Максвелла, дифференциальных

уравнений для внутренней энергии, энтальпии, теплоемкостей и т.д. После изложения базовых положений и соотношений переходят к вопросам технической термодинамики: изучению термодинамических свойств веществ, анализу термодинамических процессов и исследованию эффективности циклов теплосиловых и холодильных установок и т.д.

Традиционная система изложения термодинамики тесно связана с феноменологическими закономерностями, полученными на основе опытных данных, и общими представлениями о работе тепловых машин. Считается, что такой подход обладает физической ясностью и позволяет образовать простоту термодинамических положений.

В свою очередь, аксиоматическая система изложения термодинамики до определенного момента представления материала тесно перекликается с традиционной системой. Здесь также на первом этапе определяется смысловое содержание основных понятий и определений: термодинамическая система, состояние и параметры состояния системы, термодинамические процессы и их виды, приводятся постулаты термодинамики для обоснования понятия температуры, формируются представления об эмпирической температуре и т.д. Далее обобщаются основные эмпирические характеристики и закономерности, полученные в опытах: уравнения состояния, законы Гей-Люссака, Шарля, Клапейрона-Менделеева, calorические характеристики (теплоемкости, теплоты испарения и кипения) и т.д. На следующем шаге вводят понятия теплоты, работы и энергии и полагают, что это согласуется с историей развития термодинамики [4]. После этого приводится уравнение закона сохранения и превращения энергии, как первого начала термодинамики. Обычно это уравнение представляется в виде $dQ = du + pdv$. С учетом полного дифференциала энергии $du = (\partial u / \partial v)dv + (\partial u / \partial \vartheta)d\vartheta$, где ϑ – эмпирическая температура, показывают, что элементарное приращение тепла представимо в виде: $dQ = C(\vartheta, v)d\vartheta + P(\vartheta, v)dv$. С данного места изложения термодинамических основ уже начинают наблюдаться принципиальные отличия в содержании материала. Далее придерживаются подхода предложенного К. Каратеодори [3].

Исходя из логической и математической структуры уравнения сохранения энергии, показывают, что для многих параметров это уравнение представимо дифференциальным уравнением Пфаффа: $dQ = P_1(z_1, \dots, z_n)dz_1 + \dots + P_n(z_1, \dots, z_n)dz_n$, где величины P_k – функции параметров системы.

Представление элементарного количества теплоты dQ в таком виде обосновано известным объемом опытных данных. После этого приводят теорию решения уравнений Пфаффа и дают обоснование голономности и неголономности этих уравнений. По отношению к голономному уравнению существует интегрирующий делитель $\lambda(z_1, \dots, z_n)$, когда:

$$\sum_{k=1}^n P_k(z_1, \dots, z_n)dz_k = \lambda \cdot d\Phi, \quad (1)$$

где Φ – функция параметров z_1, \dots, z_n . Из данного соотношения очевидно, что $P_k = \lambda \cdot \partial\Phi / \partial z_k$. Также из решения уравнения Пфаффа следует, что $\Phi(z_1, \dots, z_n) = const$, т.е. величина Φ является общим интегралом. Если построить изучаемое многомерное пространство Ω_n с независимыми декартовыми переменными z_1, \dots, z_n , то физический смысл для функции теплоты $Q(z_1, \dots, z_n)$ заключается в том, что вблизи любой точки пространства Ω_n существуют точки, недостижимые из нее при адиабатическом процессе $dQ = 0$. Данное свойство пространства получило название «адиабатической недостижимости». Однако, подобное утверждение справедливо только для случая, если уравнение Пфаффа для количества теплоты голономно. Каратеодори постулировал адиабатическую недостижимость как универсальное свойство всех физических систем и доказал справедливость теоремы: если в окрестности некоторой точки n -мерного пространства существуют точки, не достижимые без нарушения уравнения

$$\sum_{k=1}^n P_k(z_1, \dots, z_n)dz_k = 0, \quad \text{то данное уравнение}$$

голономно и для него существует интегрирующий делитель [5]. Далее Каратеодори показывает, что интегрирующим делителем уравнения для элементарного количества теплоты является абсолютная температура в форме универсальной функции эмпирической температуры. В свою очередь, общий интеграл уравнения Пфаффа $\Phi(z_1, \dots, z_n)$ для количества теплоты определен как энтропия термодинамической системы, т.е.

$$ds = \frac{dQ}{T}, \quad \lambda = T. \quad (2)$$

В связи с тем, что на основе оригинального доказательства обоснован принцип существования энтропии, в дальнейшем легко переходят к выводу всех других теорем и уравнений термодинамики.

Таким образом, имеются две основные системы изложения основ термодинамики, хотя различных вариаций этих систем наблюдается

значительно больше. Традиционный подход изначально был предложен Клаузиусом и другими классиками термодинамики, в течение длительного времени он получил свое развитие. Аксиоматическая система изложения основ термодинамики введена в науку К. Каратеодори и его последователями. Первую систему обычно критикуют за слишком тесную связь с процессами работы тепловых машин, противоречивость некоторых положений и недостаточную выразительность математического формализма. Множество авторов считают, что в данном случае нет строгой термодинамической теории, которую можно было бы аксиоматизировать [4 – 9, 12]. Вторую систему изложения критикуют за абстрактность и формально математический подход к установлению термодинамических понятий, который не соответствует стилю термодинамических исследований и нарушает физическую ясность и простоту основных положений. Однако, с точки зрения обоснования фундаментальности метода термодинамики вторая система изложения является более предпочтительной, хотя надо согласиться с некоторыми критиками, что она упускает физическое содержание некоторых используемых принципов.

Обе системы изложения основ теории термодинамики широко представлены в учебниках и дополняют друг друга, хотя и имеют существенные различия в способах обоснования и вывода основных положений и зависимостей. Многие авторы, используя традиционное изложение материала, часто приводят основные идеи аксиоматического метода и стремятся использовать разные подходы при изложении материала.

Особо отметим, что в обеих системах изложения термодинамики используется один исходный принцип, который положен в основание всех последующих выводов. Как справедливо отметил А. Гухман, вся система термодинамики основывается на всеобщем положении – неизбежности термодинамической формы уравнения закона сохранения и превращения энергии. Данное уравнение является фундаментальной закономерностью в изложении термодинамических основ, с использованием которой формируется вся логическая цельность термодинамики.

Существующие аксиоматические подходы в термодинамике

Аксиоматический метод является одним из способов дедуктивного построения научных теорий. Методология метода предполагает, что вначале перечисляются основные исходные понятия и даются их определения, после чего выбирается ограниченное количество

принимаемых без доказательств утверждений – аксиом или постулатов. Входящие в аксиомы понятия явно не определяются в рамках разрабатываемой теории, однако все исходные понятия, аксиомы и постулаты основываются на опытных данных и считаются истинными в силу их очевидности. Далее формулируются основные приемы исследования, логические формы и правила вывода положений теории (методов), позволяющие последовательно выводить одни утверждения и суждения из других. На основе аксиом и принятых методов все остальные положения теории выводятся путем доказательства теорем и развития исходных положений и утверждений.

Считается, что аксиоматизация осуществляется обычно после того, как содержательно теория уже в достаточной мере развита и построена, и основные положения которой подтверждены сопоставлением с опытными фактами. Процесс аксиоматизации теории обычно протекает сравнительно быстро, если объем исходного знания достигает необходимого уровня и феноменологически и аналитически теория уже сформирована.

В термодинамике процесс аксиоматизации науки длится уже более ста лет. Аксиоматика термодинамики имеет своей целью определение основных понятий, установление закономерностей и фундаментальных термодинамических законов. Однако все работы в этой области в том или ином виде преследовали в основном одну цель – придать учению об энтропии логическую строгость. Со времени опубликования К. Каратеодори и Н. Шиллером первых работ по аксиоматике [5, 8], появилось значительное количество публикаций, посвященных данной проблеме [6, 7, 9 – 19]. Подход Каратеодори привлек большое число последователей, его развитию и критическому анализу посвящен целый ряд работ [4, 11, 15 – 19 и др.].

Множество подходов в области аксиоматизации термодинамики указывает на то, что аксиоматическое направление в этой науке, несмотря на сто лет научных поисков, находится пока на этапе становления. Самое главное, что аксиомы должны отражать действительный мир опыта, и здесь необходимо отметить, что энтропия, например, в отличие от температуры, количества теплоты и вероятности событий, явно в опыте не определяема и не измеряема.

Однако, практический опыт аксиоматизации термодинамики указывает на то, что часто понятию энтропии как одному из исходных принципов уделяется первостепенное значение. Например, система аксиом А. Зоммерфельда просто обобщает основные положения всей теории термодинамики,

постулируя фундаментальные закономерности. С этой целью вводятся четыре аксиомы [20], связанные с транзитивностью теплового равновесия, законом сохранения энергии, принципом существования энтропии и способами ее определения.

Не все приведенные аксиомы являются очевидными и согласуются с исходными определениями и опытом [20]. Например, не объясняется разница в понятиях температуры и абсолютной температуры, функции состояния и характеристической функции состояния, априори без какого-либо обоснования вносится математическая формулировка закона сохранения энергии. В процессе определения энтропии и обоснования ее вычисления не опираются на данные опыта и вводят понятия, которые формируются в рамках дальнейшей теории или берутся из существующих представлений термодинамики вне положений разрабатываемой теории и т.д. (например, абсолютная температура).

Практически аксиоматическая система А. Зоммельфельда постулирует все основные феноменологические и теоретические положения термодинамики. В данном случае основные приемы исследования и правила вывода фундаментальных положений теории (методы) даже не аксиоматизируются, а декларируются, т.к. они не очевидны из данных опыта, а получены в рамках всего предыдущего феноменологического развития термодинамики. Все это не позволяет последовательно выводить одни утверждения из других.

В свою очередь, аксиоматическая система А. Гухмана в чем-то близка по содержанию описанной выше системе А. Зоммельфельда. Однако, предварительно автор уделяет значительное внимание исходным определениям и понятиям: термодинамическая система, термодинамическое равновесие, состояние системы и ее параметры, пространство состояний и его координаты, воздействие и взаимодействие, потенциалы взаимодействия, количество воздействия, квазистатический процесс и т.д. Понятийно-категорийный аппарат в варианте развития теории у А. Гухмана достаточно хорошо и ясно проработан. На основании данных понятий вводится ряд постулатов, хотя сам автор не акцентирует на них внимание как на аксиомах [4]. Данные постулаты в своей сущности близки к постулатам системы Зоммерфельда, хотя и имеют свои особенности изложения.

В своей книге [4] А. Гухман много внимания уделил вопросам аксиоматизации термодинамики, однако в отличие от К. Каратеодори ему не удалось убедительно доказать справедливость фундаментальной зависимости второго начала $dQ = T \cdot ds$, в связи

с чем пришлось постулировать данное соотношение. При этом не раскрыта математическая суть понятия энтропии как функции состояния и общего интеграла. Предложенная система обоснования термодинамики страдает нарушением последовательности выводов и очевидности основных положений.

Указанные выше авторы, а также ряд других ученых [3, 21, 22], строили, в целом, неаксиоматические системы обоснования термодинамики. Термодинамические постулаты, основанные на феноменологических положениях, полученных, в свою очередь, на основе опыта и уже существующей теории, составляли основной каркас предлагаемых систем. В этих системах нет последовательного вывода одних утверждений из других, так как постулаты формируются не в самом начале аксиоматического изложения теории, а по мере необходимости обоснования определенных положений, которые не являются очевидными. То есть авторы не очень придерживались требований о последовательном логическом представлении всего содержания теории. Кроме того, часто основные начала термодинамики представлялись в виде аксиом, при этом не понятно зачем фундаментальные законы термодинамики заменять аксиомами.

Иной подход к аксиоматике термодинамики, более близкий к методам математической аксиоматики, был дан в работах Н. Шиллера, Г. Фалька, К. Каратеодори и других авторов. Первые попытки построения аксиоматики второго начала стремился провести Н. Шиллер [8]. Введя определения и понятия температуры, температурных параметров, термических параметров, термического взаимодействия, адиабатических изменений состояний тел, энтропии и т.д., Шиллер сформулировал девять положений и пришел к необходимости анализа многомерного дифференциального уравнения:

$$Z_0 dz_0 + Z_1 dz_1 + \dots + Z_n dz_n = 0, \quad (3)$$

которое характеризует процесс адиабатических изменений системы, где z_k – параметры состояния, Z_k – функции параметров. Далее проводилось исследование наличия или отсутствия общего интеграла уравнения (3). Однако принятые автором постулаты не являлись очевидными, и Шиллеру не удалось обосновать принцип существования энтропии последовательным выводом утверждений и положений.

В свою очередь, при формулировке теории на основе линейных дифференциальных форм Г. Фальк исходил из суждения, что классическое построение термодинамики является не очень строгим и не соответствует тем требованиям, которые предъявляет

аксиоматический метод [12, 13]. Он обращал внимание на то, что уравнение сохранения энергии в виде $dQ = du + dA$ относится к процессам, а не к состояниям, т.е. речь идет о функциях на многообразии кривых – функциях, аргументами которых служат кривые пространства состояния. В свою очередь, функции состояния соответствуют полным дифференциалам. Исходя из этого, он приходит к важному выводу, что формулировка первого начала термодинамики оказывается тесно связанной с понятием непрерывного пространства состояний термодинамических систем. При этом отмечается, что закон сохранения энергии $dQ = du + dA$ справедлив только для ограниченного класса физических систем, где возможны термические взаимодействия и где применимо понятие теплоты. При математическом построении теории необходимо также не только применение непрерывного пространства состояний в качестве основного понятия, но и решение проблемы абстрактного и физического распознавания процессов (функций процессов), с которыми имеет дело термодинамика. Этим подчеркивается существование математических и физических особенностей решаемой задачи. Идя данным путем, Фальк и Юнг вначале множеству состояний не приписывают никаких свойств континуума и употребляют дискретные множества состояний (точек). Для построения теории вводится целый ряд определений: состояние системы, пары и классы состояний, воздействие, взаимодействие, энергетическая изоляция, адиабатическая изоляция, метрическая переменная энергии, состояния равных энергий, эмпирическая энтропия и т.д. После этого формулируются три основные аксиомы, позволяющие обосновать свою систему изложения основ термодинамики.

Авторы данной системы пошли по пути нового построения теории, основанной не на аксиоматизации основных начал термодинамики, а на использовании закономерностей линейных дифференциальных форм в многомерных пространствах. Однако, используемые авторами аксиомы также не являются очевидными и явно не вытекают из опыта. Принять такую систему изложения основ термодинамики научному сообществу было достаточно сложно потому, что в ней нет эволюционного перехода от традиционной системы обоснования термодинамики к новой.

Аксиоматизация термодинамики может быть проведена различными способами, как в отношении формулировки аксиом, так и выбора основных понятий и определений. Один из наиболее успешных подходов был предложен К. Каратеодори [5]. В целом этот подход основан на аксиоматизации первого и второго

начала термодинамики, но в математически более строгой форме, нежели это принято в традиционной системе изложения термодинамики. Справедливости ради необходимо отметить, что предложенная система не обладает явной простотой и отличается достаточно высокой степенью абстрактности. Однако нас интересует общий формализм данного теоретического метода, и на этом хотелось бы акцентировать внимание.

Предположим, что некоторая величина может быть представлена в виде:

$$dQ = Z_1 dz_1 + Z_2 dz_2 + \dots + Z_n dz_n, \quad (4)$$

где z_1, z_2, \dots, z_n – параметры состояния системы; Z_1, Z_2, \dots, Z_n – функции этих параметров. В термодинамике величина dQ – это количество теплоты. Возможность представления этой величины в виде (4) обеспечена объемом предварительных знаний, связанных с эмпирическими данными. Во многих иных случаях можно задаться предположением, что некая аддитивная величина вида (4) может существовать. Данное выражение понимается как уравнение, которое служит для определения величины dQ через параметры системы в условиях квазистатического процесса.

При формулировке теории К. Каратеодори использует ряд общепринятых определений и вводит несколько новых: эквивалентности систем, тождественности систем, характеристики изменений состояний. После этого формулируются две основные аксиомы как обобщения опытных данных для простых систем.

Каратеодори поставил вопрос об условиях, при которых возможно представление дифференциала приращения теплоты dQ в форме $dQ = T \cdot ds$, где T является интегрирующим делителем, а величина ds – полным дифференциалом. Для этого им была доказана лемма из теории пфаффовых уравнений: если в окрестности любой точки n -мерного пространства есть точки, не достижимые вдоль кривых, удовлетворяющих уравнению

$$Z_1 dz_1 + Z_2 dz_2 + \dots + Z_n dz_n = 0, \quad (5)$$

то уравнение вида (4) голономно, и для левой части уравнения обязательно существует множитель, обращающий его в полный дифференциал. Далее, как универсальное свойство всех физических систем постулируется «адиабатическая недостижимость». Вместе с доказанной леммой, это эквивалентно утверждению, что уравнение (4) безусловно голономно и для него существует интегрирующий делитель.

В аксиоматическом направлении учения об энтропии задача обоснования существования энтропии в принципе решена [4]. При этом к полученному математическому доказательству никакие физические гипотезы, кроме постулата адиабатической недостижимости, не привлекаются. Считается, что формальный аппарат доказательства отличается строгостью. Однако, в чем физическая суть принципа адиабатической недостижимости К. Каратеодори не раскрывает. Принцип Каратеодори постулирует положение о том, что пфафова форма вида (4) от n переменных всегда голономна. При этом в основе построения всей теории лежит постулат адиабатической недостижимости и теорема об интегрируемости пфаффовых форм. Известно, что при наличии более двух переменных существование интегрирующего делителя является исключительной особенностью коэффициентов Z_k в выражении (5).

Получается, что именно второй закон определяет, что такой особенностью обладают дифференциальные пфаффовы формы количества теплоты δQ для макроскопических квазистационарных физических систем, однако при этом нет ответа на вопрос – какая физическая закономерность лежит в основе этого факта. Поэтому, наиболее слабым местом аксиоматики К. Каратеодори, как отмечал Планк, является принцип адиабатической недостижимости. По его словам проблема адиабатической недостижимости никогда не была предметом специального изучения, и никто не проводил соответствующих экспериментов. В настоящее время объем опытных данных недостаточен для признания постулата адиабатической недостижимости универсальным физическим принципом. На это обращал внимание в свое время и А. Гухман.

Фальк и Юнг также указывали на недостатки подхода К. Каратеодори. В частности отмечалось, что оба основных закона термодинамики получают иную формулировку, нежели множество традиционных формулировок этих законов. Также в работе используется не система аксиом, а только две аксиомы, а все остальные положения сведены к определениям. В свою очередь, положение о существовании адиабатически недостижимых состояний в окрестности любого состояния производит впечатление глубокого топологического свойства многомерного пространства состояний, которое не понятно как соотносится со свойствами физических систем.

Тем не менее разработанная Каратеодори система обоснования математической структуры количества теплоты (А. Гухман называл также эту величину количеством воздействия) может быть непосредственно

распространена на воздействия любого рода и любые сложные системы [4]. Единственным ограничением является условие квазистационарности, при котором в ходе процесса во времени внешние воздействия должны изменяться достаточно медленно. В этом случае состояниям системы присуща определенная однородность и непрерывность в пространстве состояний. В дальнейшем мы будем обращаться к основным выводам работы Каратеодори. Эти выводы содержат общий принцип, который можно распространить на нефизические системы, благодаря чему можно сформулировать методы феноменологического описания систем различной природы. Однако, это возможно будет только после раскрытия математической сути принципа «адиабатической недостижимости» и получения ответа на вопрос: почему многие сложные системы имеют функциональные ограничения на осуществление процессов, которые ведут к изменению их состояния.

К анализу работ Каратеодори обращалась Т. Афанасьева-Эренфест, она выдвинула свою систему обоснования второго начала термодинамики, близкую по методике изложения к аксиоматическому подходу [6]. На основе исследований автор раскрыла логическую противоречивость формулировок второго закона, данных Клаузиусом и Кельвином. Основной сделанный вывод – существование энтропии и абсолютной температуры не зависит от необратимости реальных процессов и само существование энтропии как функции состояния недостаточно для обоснования ее возрастания. Необратимостью является особым понятием, определяющим направление процессов. Иными словами второй закон термодинамики содержит в своей основе два различных положения – принцип существования энтропии и принцип ее возрастания. Это достаточно важные выводы, затрагивающие саму суть второго начала.

Свою систему обоснования Афанасьева-Эренфест формирует путем использования общепринятых понятий: параметры системы, равновесное состояние, квазистатический процесс, адиабатический процесс, переходы между состояниями, количество теплоты, температура и т.д. После этого изучается вопрос голономности и неголономности уравнения Пфаффа вида (4).

Далее автор использует четыре аксиомы [6]. Первая аксиома формализует голономность уравнения (4), исходя из факта существования термически однородной системы, вторая реализует принцип транзитивности тепловых связей, третья определяет энтропию как функцию состояния, исходя из ее представления общим интегралом, что, кстати, не является

очевидным из последовательности выводов и принятых положений. Наконец, четвертая аксиома определяет особенности интегрирующего делителя для уравнения (4).

Из этих четырех аксиом логически обосновывается постулат Клаузиуса. По мнению Афанасьева-Эренфест совокупность данных аксиом составляет основное содержание второго начала термодинамики для квазистационарных процессов. Далее рассматриваются неголономные системы, и осуществляется переход к аналитическому описанию нестационарных процессов.

В целом данный подход использует элементы как традиционной, так и аксиоматической систем изложения термодинамики. Многие положения, применяемые Афанасьевой-Эренфест вызвали ряд критических замечаний, К. Путилов, например, в целом давал негативную оценку выбранного способа обоснования термодинамики.

Подведем некоторые итоги данного анализа. Сущность большинства аксиоматических подходов заключается в том или ином способе использования закона сохранения энергии или термодинамической формы уравнения закона сохранения энергии. Во всех имеющихся системах с этим связано принятие основного постулата или аксиомы. Однако, данное положение по своей сути не является аксиоматическим, т.к. несет в себе закономерности обоснованные как экспериментом и практическим опытом, так и логикой и теорией термодинамики. Аксиомы, связанные со вторым началом еще менее очевидны, так как доля логических обоснований в них существенно больше, а с опытом сопоставляются не сами исходные аксиомы, а логические и теоретические следствия, которые с ними связаны. Получается, что авторы в целом как-бы предопределили общее содержание задачи и ориентировались на смысл конечных результатов, который был заранее известен. Этим явно нарушается эволюционное развитие основных понятий и положений аксиоматической теории термодинамики как взаимосвязанного целого.

Исходные понятия и аксиомы должны основываться на опыте, быть очевидными и не содержать в себе изначально не аргументированных утверждений. Обратим внимание на то, что термодинамика располагает четырьмя множествами опытных фактов:

- наблюдаются состояния термодинамического равновесия физических систем, что предопределяет существование понятия температуры, при этом состояния систем однозначно характеризуются эмпирической температурой, которая

представляет собой меру отклонения состояния термодинамической системы от состояния теплового равновесия эталонного тела;

- для многих термодинамических систем могут быть построены уравнения состояния или установлены зависимости между параметрами свойств системы и эмпирической температурой, которые можно представить в функциональном или в численном виде;

- существует эмпирическое понятие количества теплоты и система измерения этой величины. Данная величина может быть определена в любом процессе изменения состояния системы;

- практически для всех веществ в различных условиях опыта могут быть найдены теплоемкости и другие характерные calorические величины.

Поэтому при аксиоматизации термодинамики можно оперировать понятиями и терминами, уже определенными в рамках этих эмпирических фактов. Однако, это не касается энтропии – ее дальнейшее определение должно обосновываться из системы аксиом или полученных следствий. Другими словами, необходимо постулировать не существование энтропии, а самоочевидные исходные принципы, вытекающие из опыта, которым с помощью методов формализации и обобщения дается более широкое содержание. Таким же образом, из теории должен вытекать факт справедливости уравнения закона сохранения энергии, а имеющиеся термодинамические формы данного уравнения, полученные феноменологическим путем и логическим развитием, должны совпадать с аналогичными теоретическими зависимостями в аксиоматической теории.

При построении аксиоматики термодинамики также крайне важным является использование пространства состояний термодинамических систем в виде непрерывной многомерной модельной среды. Если рассматривать параметры состояния термодинамической системы, как декартовы координаты, то подобная модельная среда может быть представлена в виде многомерного пространства n -измерений.

В этом случае состояние термодинамической системы будет отображаться многомерной точкой, а процесс изменения состояния – многомерной кривой. При этом следует учитывать в процессе моделирования два аспекта проблемы – математическое и физическое содержание научной задачи. В первом случае любые изменения состояния термодинамической системы в многомерном пространстве состояний являются равновозможными, и на осуществление состояний и процессов не накладывается

никаких ограничительных условий. Даже процесс, который осуществляется с точки, лежащей на характеристической поверхности уравнения состояния для конкретного вещества, в область вне этой поверхности, абстрактно возможен. Во втором случае множество всех состояний системы будет отображать только физически возможные состояния и процессы, которые могут быть ограничены условиями существования и осуществления и которые будут привязаны к определенным характеристическим поверхностям или кривым. Подобные условия должны учитывать физику термодинамических процессов и явлений и отражать ее в особенностях процесса моделирования и представления многомерных точек состояний и кривых процессов. Сказанное выше предопределяет, например, необходимость использования в термодинамике двух понятий – эмпирической и абсолютной температуры. Эмпирическая температура будет определять физическое содержание проблемы, а абсолютная температура – ее математическое содержание. Исходя из сказанного выше, в процессе аксиоматизации также можно оперировать понятиями и терминами уже определенными в рамках представления многомерного пространства состояний термодинамической системы.

При построении аксиоматической теории следует с новых позиций рассмотреть вопрос изучения и разрешения некоторых противоречий термодинамики: неоднозначность понятий теплоты и работы; противоречивость использования представлений об обратимости и необратимости процессов, их равновесности и неравновесности; явную абстрактность в понятии энтропии, которая слабо связана с физической и математической сущностью этой величины; проблему отсутствия времени как параметра в уравнениях термодинамики; расплывчатость и неоднозначность в представлении состояний системы как событий и проблему определения вероятности этих событий и др.

В классической термодинамике фундаментальное положение о возрастании энтропии и связь этого положения с необратимостью процессов в природе, так и не было полностью изучено. В чем суть необратимости – это пока и сегодня не до конца решенная задача термодинамики. Качественно суть необратимости вроде бы ясна, количественно уловить ее содержание не удается. Проблема «обратимые – необратимые процессы» даже удивляет своей неразрешимостью в течении очень длительного времени по меркам современной науки. Известный тезис Планка, что вместе с необратимостью «стоит и падает вся

термодинамика» говорит о том, насколько важен данный вопрос.

Тоже самое можно сказать и о наличии времени в уравнениях классической термодинамики. Как отмечает ряд авторов, классическая термодинамика по своей сути является термостатикой. Оперировав термодинамическими процессами, которые протекают во времени, классическая термодинамика не дает ответа на вопрос о месте времени в своей теории. Введя понятие равновесного процесса, который является уж слишком абстрактной идеализацией реальности, теория термодинамики не отвечает на вопрос: в чем суть принципиальных отличий равновесного процесса от квазистатического процесса, и как последний связан с квазистационарным процессом. И в квазистатическом и в квазистационарном процессах при любом варианте описания должно присутствовать время. Вот пример типичного пояснения сути проблемы «равновесные – неравновесные процессы» [23, стр. 46]. «Любой процесс становится равновесным, если скорость осуществления этого процесса стремится к нулю. В тоже время любой неравновесный процесс является необратимым, а всякий равновесный процесс является процессом обратимым. Иными словами, причина необратимости реальных процессов заключается в их неравновесности. Действительно, бесконечно медленное (квазистатическое) проведение процесса делает этот процесс обратимым».

В данном варианте пояснения проблемы понятие необратимости заменяется неравновесностью, которая, в свою очередь, связывается с нарушением квазистатичности. Как видно, в место одного понятия необратимости введено в употребление еще два понятия, однако это совсем не делает изучаемую проблему более ясной. Для квазистатических процессов (бесконечно медленных процессов) можно не учитывать высшие производные процессов изменения параметров относительно абсолютного времени, но это не дает ответа на вопрос о месте и необходимости присутствия времени в теории классической термодинамики. Мы не можем влиять на скорость осуществления большинства необратимых процессов, поэтому предполагая возможность их квазистатического протекания, мы тем самым уходим от опыта в область крайне умозрительных и гипотетических предположений. Очень сложно представить существование квазистатических процессов плавления веществ простым трением (опыты Деви), квазистатических процессов в опытах Джоуля с падающим грузом или в опытах по экспериментальному исследованию

адиабатических процессов (например, опыты Клемана, Льюмера, Пардингтона и др.). Следует отметить, что множество экспериментальных обоснований в термодинамике вовсе не связано с осуществлением очень медленных (равновесных, квазистатических) процессов. В лучшем случае можно говорить об осуществлении квазистационарных процессов. Поэтому, в общем, суть проблемы необратимости не зависит от того, медленно или сравнительно быстро осуществляется процесс. Необратимость связана с формированием статистических закономерностей при осуществлении процессов и нарушении принципа равновозможности в окрестности состояний системы. В свою очередь, нарушение равновозможности определяется видом процесса и его статистическими особенностями, а потом уже скоростью осуществления его во времени. Также необратимость связана с тем, что изменения функций, характеризующих состояния многих систем, зависят не только от параметров, но и особо от времени. Поэтому невозможно абсолютно точно осуществить один и тот же термодинамический процесс в прямом и обратном направлении.

Также следует уделить особое внимание вопросу, связанному с определением вероятности состояния термодинамических систем. Это связано с тем, что в статистической физике вводится известное определение термодинамической вероятности, оценка которой основана на понятиях микро- и макросостояний системы. В самой классической термодинамике вероятность для наблюдаемого состояния системы, отвечающего заданным макроскопическим условиям, не определена, т.к. не определен сам факт представления состояния системы как события. Одно из основных противоречий термодинамики связано с нелогичным использованием вероятностных принципов в термодинамике и заключается в том, что энтропия может быть определена в виде статистической энтропии в представлениях Больцмана-Планка и в виде термодинамической энтропии в представлениях Клаузиуса [22]. Если в последнем случае энтропия определяется на основании данных опыта, исходя из наблюдаемых термодинамических параметров системы, отвечающим некоторым макроскопическим условиям, то статистическая энтропия определяется на основе умозрительных гипотез, позволяющих оценить вероятность определенных видов событий – событий реализации микросостояний, которые отвечают заданному макросостоянию. Понятие термодинамической вероятности, которое исторически сложилось в статистической физике, качественно отличается от понятия математической вероятности, с чем связано еще

одно противоречие термодинамики. Поэтому важным является определение на макроуровне вероятности состояния для случая многомерного пространства состояний термодинамических систем. При решении данной проблемы видна явная необходимость изучения практического использования вероятностных принципов в термодинамике, которые позволили бы раскрыть сущность многих спорных вопросов и исключить ряд противоречий, затрагивающих основания данной науки.

Некоторые определения, понятия и исходные данные

В естествознании основная цель любой аксиоматики – это, опираясь на известные определения и опытные факты и вводя ограниченное количество аксиом, логически получить математические зависимости для основных законов теории. В классической термодинамике аксиоматически построенная система изложения теории актуальна, в первую очередь, для термодинамических систем со многими параметрами состояния, т.е. для систем с n степенями свободы.

Зададимся следующим вопросом: можно ли в термодинамике сформулировать принципы существования энергии и энтропии и закон сохранения энергии теоретическим путем? Ответ на этот вопрос крайне актуален и его решение может лежать в системе взглядов и научных представлений именно аксиоматического подхода к построению теории. Ответ на вопрос о всеобщности закона возрастания энтропии находится, скорее всего, вне области теории термодинамики.

Какими могут быть исходные предпосылки, позволяющие осуществить аксиоматику термодинамики? Обратим внимание на физический принцип «адиабатической недостижимости». Данный принцип, используемый Каратеодори при доказательстве существования энтропии, скорее всего только запутал и без того сложный вопрос, связанный с аксиоматизацией термодинамики. Но надо отдать должное, Каратеодори нашел ту нить, потянув за которую можно распутать весь «клубок» проблем. Если рассматривать принцип «адиабатической недостижимости» как следствие существования скалярного поля некоторой физической величины, то появляется идея для аксиоматизации всей теории термодинамики. Далее на основе этой идеи формируется подход комплексного описания различных систем, который не зависит от природы анализируемых систем [1, 2]. В результате термодинамика на основе своей универсальной логики позволяет предложить

феноменологические методы анализа и описания данных наблюдений или опыта для объектов и систем многомерной размерности, к которым относятся все природные, биологические и социальные системы, а также сложные технические объекты.

В данном случае будем рассматривать простые термодинамические системы, состоящие из химически неизменных газов, жидкостей и твердых тел. Далее используем следующие известные определения и понятия.

Под *термодинамической системой* понимаем совокупность макроскопических тел и полей физической природы, которые представляют собой целостный объект и взаимодействуют как между собой, так и с окружающей средой. Все другие тела, которые находятся за пределами границ системы, представляем окружающей (внешней) средой. Таким образом, *окружающая среда* – это совокупность физических условий, в которых находится изучаемая система или объект.

Примем также следующие определения. *Класс* систем (объектов) – множество однотипных объектов, обладающих общими свойствами и качественными признаками. *Свойство* – атрибутивная характеристика, которая отражает некоторый существенный и неотъемлемый признак или отличительную особенность системы, объекта или явления. *Параметр* свойства – количественная величина, характеризующая свойство объекта или явления и имеющая числовое значение.

Под *состоянием* термодинамической системы (объекта) будем подразумевать совокупность ее свойств, параметры которых формируются под действием внешних и внутренних условий в конкретный момент времени. Исходя из этого, считаем известными все определения для геометрических свойств, а также интенсивных и экстенсивных физических свойств объектов и систем: местоположения, направления, длины, площади, формы, объема, состава, массы, плотности, удельного объема, силы, давления, концентрации, теплопроводности и т.д. На определении температуры далее остановимся отдельно, т.к. это понятие будем трактовать в «широком» смысле, как некоторое *комплексное* свойство, которое в зависимости от структуры объекта и внешних и внутренних условий будет характеризовать состояние объекта, исходя из системных представлений. Такой подход связан с тем, что температура в определенных условиях в целом характеризует состояние объекта в сравнении с состоянием эталонного объекта в этих же условиях. Дадим также определение равновесному состоянию – состояние, к которому с течением времени приходит система или объект при неизменных

внешних условиях и в котором параметры свойств остаются постоянными.

Под *событием* будем понимать любой наблюдаемый факт, связанный с материальными движениями, который выражается в изменении состояния объектов (системы). Введем также понятие *одновременности* – существование разных событий в один и тот же момент наблюдения. Это позволяет использовать понятия раньше и позже для событий, которые характеризуют материальные движения. Факты наблюдения отдельных параметров состояния системы будем рассматривать как простые события, в свою очередь, событие, отражающее состояние системы в целом, будем представлять как совместное событие одновременного наблюдения совокупности чисел z_1, z_2, \dots, z_n , которые являются параметрами свойств. Считаем, что теоретически или алгоритмически на основании данных опыта может быть определена вероятность данного события, которую будем называть вероятностью состояния системы.

Определим процесс как закономерное изменение состояния объекта в последовательные моменты времени, связанное с материальными движениями. При данном исследовании умышленно не разделяем процессы на самопроизвольные (естественные) и несамопроизвольные (управляемые). Сказанное выше позволяет нам определить применительно к термодинамической системе понятия квазистационарного и нестационарного процесса и не использовать понятия равновесного и неравновесного процесса.

В классической термодинамике изначально формулируется понятие равновесного состояния (состояние, к которому приходит система при неизменных внешних условиях) и накладывается требование возможности осуществления равновесного процесса в виде бесконечно медленного прохождения системы через непрерывный ряд равновесных состояний. Если понятие равновесного состояния имеет объяснение и может быть принято, как предельный случай, связанный с изменениями систем во времени, то понятие равновесного процесса крайне противоречиво. В формулировке равновесного процесса в основы теории закладывается глубокое противоречие, связанное с отсутствием времени в уравнениях классической термодинамики, несмотря на то, что любой процесс по своему содержательному определению предполагает зависимость от времени (процесс /лат. processus – движение вперед/ – последовательное закономерное изменение явления или состояния во времени). Поэтому с целью замены понятия равновесного

процесса, будем пользоваться известным определением квазистационарного процесса – процесса, протекающего в системе и распространяющегося в ней с такой скоростью, что за время распространения этого процесса в пределах системы (в пределах элементов системы) её состояние (состояние элементов) не успевает измениться. Поэтому при рассмотрении такого процесса можно пренебречь временем его распространения в пределах системы и считать, что свойства в различных областях системы хотя и могут отличаться, однако меняются во времени во всех точках одновременно. Другими словами параметры свойств системы зависят от времени, однако при описании системы как единого целого высшими производными этих параметров по времени в любой точке пространства системы можно пренебречь и учитывать только первые производные. В противном случае процесс изменения состояния системы будем относить к нестационарному процессу.

Проведем некоторую формализацию используемых определений и понятий. Предположим, что каждое состояние системы однозначно определено значениями всех ее параметров z_k (в общем случае n). Число независимых (атрибутивных) параметров свойств z_k , значения которых полностью и однозначно определяют данное состояние системы в каждый момент времени, обычно называют термодинамической степенью свободы системы.

Примем гипотезу, связанную с необходимостью введения понятия эмпирической меры состояния w , которая представляет собой величину, комплексно характеризующую состояние системы. Мера w определяется в опыте путем измерений и оценок и представляет собой системную величину, например, эмпирическую температуру, эмпирическое время, количество теплоты, статистическую вероятность событий, стоимость объектов, экспертный оценочный показатель и т.д. Эта величина однозначно характеризует состояние системы в определенном аспекте, зависит от параметров атрибутивных свойств z_1, z_2, \dots, z_n и не может быть одним из свойств этой системы.

Подобный подход позволяет нам в дальнейшем использовать основополагающее понятие математического анализа – понятие функции, и представить эмпирическую меру в виде функциональной зависимости. Поэтому, формализуя данный подход в терминах математического анализа, сформулируем представление эмпирической меры в виде функции. Пусть рассматривается множество Ω_n упорядоченных систем чисел

(z_1, z_2, \dots, z_n) , которые являются параметрами свойств некоторой системы. Если в силу некоторого эмпирического закона, правила или процедуры измерений каждой системе чисел (z_1, z_2, \dots, z_n) приведено в соответствие число w , то будем считать, что на множестве Ω_n определена эмпирическая мера состояния системы $w = W(z_1, z_2, \dots, z_n)$ как функция n переменных.

Далее предположим также, что при совершении во времени некоторого произвольного процесса l параметры свойств системы всегда представимы параметрическими уравнениями относительно времени τ :

$$z_1 = z_1(\tau), z_2 = z_2(\tau), \dots, z_n = z_n(\tau). \quad (6)$$

Будем рассматривать только те системы, для которых возможно осуществление процессов, отличающихся существованием и непрерывностью функций (6). Непрерывную кривую в n -мерном пространстве, образованную уравнениями (6), будем называть линией термодинамического процесса.

Поэтому для квазистационарного процесса наложим условие существования функциональной зависимости эмпирической меры от параметров свойств системы в виде:

$$w(\tau) = W(z_1(\tau), z_2(\tau), \dots, z_n(\tau)), \quad (7)$$

а для нестационарного процесса соответственно в виде:

$$w(\tau) = W(\tau, z_1(\tau), z_2(\tau), \dots, z_n(\tau)). \quad (8)$$

Таким образом, мы считаем, что любое изменение системы во времени как единого целого связано с изменением параметров свойств и некоторыми комплексными характеристиками вида (7) – (8), которые свойственны совокупному процессу изменения состояния. Подобные характеристики оцениваются на основе данных опыта. При описании и моделировании процессов изменения состояний термодинамической системы может быть использовано несколько различных эмпирических мер, например, эмпирическая температура, количество теплоты или вероятность характерных событий. При этом, с точки зрения термодинамики, необратимость процессов будет определяться структурой функции эмпирической меры вида (8), где функция W явно зависит от времени, что будет приводить к различным линиям термодинамических процессов в прямом и обратном направлении.

Опытные факты

Закон сохранения энергии для термодинамики является тем краеугольным камнем, на котором строится вся ее теория и формулируется весь ее математический аппарат. Исходя из поставленной цели статьи, понятие

энергии и энтропии должны быть обоснованы в виде следствий аксиоматически построенной теории. Поэтому далее мы не будем использовать эмпирически установленный закон сохранения энергии и положение о независимости внутренней энергии от объема, которые были получены опытным путем для простых термодинамических систем. По этой же причине нельзя для обоснования энтропии использовать идеи Карно и Клаузиуса, связанные с обратимыми термодинамическими циклами, и подход Каратеодори, основанный на принципе адиабатической недостижимости. В обоих этих случаях, в том или ином виде, применяется закон сохранения энергии. Аналогично, при аксиоматическом изложении теории термодинамики, которое было предложено Фальком [12, 13], изначально постулируется существование метрической переменной – энергии системы.

Идею изложения теории термодинамики свяжем с опытными фактами существования температуры и количества теплоты. Далее покажем, что если для любых состояний термодинамической системы выдвинуть гипотезу существования некоторой комплексной функции вида $\theta = \theta(M)$, которую назовем эмпирической температурой, и установить связь этой величины с функцией количества теплоты $Q = Q(M)$, представляющей собой эмпирическую величину, то при дополнительных предположениях вполне возможно установление общих закономерностей, характеризующих поведение такой системы. Здесь принято, что M – это произвольное состояние термодинамической системы.

Для определения понятия температуры обычно используется свойство транзитивности термодинамического равновесия. Данное эмпирическое положение состоит в том, что когда две системы находятся в термическом равновесии с третьей, то они состоят в равновесии и друг с другом. При этом условие равновесия для систем представляется в виде:

$$F(z_1, z_2, \dots, z_n) = F_1(z'_1, z'_2, \dots, z'_n), \quad (9)$$

где z_k и z'_k – соответственно параметры свойств первой и второй систем, причем не обязательно, чтобы количество параметров свойств в обоих случаях было одинаковым

Если вторую систему использовать как термометр и рассматривать значение функции $\theta = F_1(z'_1, z'_2, \dots, z'_n)$ как температуру, то условие равновесия означает, что первая система находится в равновесии с термометром, если для состояний системы существует зависимость:

$$\theta = F(z_1, z_2, \dots, z_n). \quad (10)$$

В термодинамике факт существования уравнения вида (10) подтверждается

множеством опытных данных. Исходя из этого, эмпирической температурой называют установленную опытным путем меру отклонения состояния изучаемой термодинамической системы от состояния теплового равновесия эталонного тела. С использованием стандартизированных средств и в определенных стандартных условиях для всего множества состояний эталонного тела создается универсальная шкала измерения эмпирической температуры. Данная шкала является линейной и привязывается к двум опорным физическим состояниям – точкам замерзания и кипения воды при стандартных условиях. Соответствующее эталонное тело называется термометром. В зависимости от того, какое эталонное тело принимают в качестве термометра, различают разные шкалы эмпирических температур. При этом идеально-газовая шкала представляет собой частную форму эмпирической шкалы. Термометрические измерения в данной шкале связаны с применением термометра, где используется эталонное тело – идеальный газ.

Сегодня существует несколько общепринятых способов измерения температуры. В термометрии для измерений используют идеально-газовую шкалу температур или шкалы температур однозначно связанные с ней, например, стоградусную шкалу. Исходя из этого, уравнение (10) представляется в виде:

$$T_* = F(z_1, z_2, \dots, z_n), \quad (11)$$

где $T_* = F_1(z'_1, z'_2, \dots, z'_n)$ – эмпирическая температура, определенная по показаниям идеально-газового термометра.

Основополагающий опытный факт термодинамики заключается в существовании функции эмпирической температуры вида (11) для множества систем, которые находятся в различных равновесных состояниях. Обобщение опытных данных по термодинамическим процессам привело к утверждению, что для любой физической системы всегда существует некоторая функциональная зависимость между температурой и остальными параметрами, характеризующими состояние этой системы, которую называют уравнением состояния системы.

Данное уравнение означает, что каждое состояние термодинамической системы однозначно оценивается по сравнению с состоянием термометра, в основу которого, по большому счету, положена модель идеального газа. При этом система и термометр всегда находятся в одних и тех же условиях по отношению к окружающей среде. Именно поэтому, уравнение состояния идеального газа имеет важное значение, так как идеально-

газовая температура $T_* = p \cdot \nu / R_i$ входит в левую часть уравнения (11) и измерения температуры позволяют количественно характеризовать семейства состояний термодинамических систем по факту их теплового состояния.

Подводя итог можно сказать, что эмпирическая температура является комплексной характеристикой состояния термодинамической системы.

Следующим опытным фактом является существование понятия количества теплоты и теплоемкостей. Количество теплоты (Q) – это физическая величина, характеризующая процесс теплообмена между термодинамической системой и окружающей средой. Для измерения количества теплоты построена специальная система определения этой величины в любом процессе изменения состояний термодинамической системы. Количество теплоты определяется через измерение эмпирической температуры в начальном и конечном состоянии системы, а также через измерение работы электрического тока или падающего груза в совершаемом процессе изменения состояния системы. Таким образом, система измерения количества теплоты устанавливает связь между эталонным термодинамическим процессом нагрева воды в стандартных условиях и процессом изменения состояния изучаемой системы в наблюдаемых условиях окружающей среды.

Исходя из известных значений количества теплоты и эмпирической температуры, находится теплоемкость как отношение бесконечно малого количества теплоты δQ , полученного телом в определенном процессе, к соответствующему приращению его температуры $\delta \theta$. Теплоемкость (c_l) вводится в физике в качестве особого рода величины, которая является одной из теплофизических характеристик вещества. Имеется множество методов определения теплоемкостей газов, твердых тел и жидкостей в опыте, на основе которых получают эмпирические данные по значениям теплоемкостей. Уравнение, определяющее количество теплоты, необходимое для изменения температуры тела в процессе l , обычно представляют относительно эмпирической температуры и теплоемкости тела в виде:

$$c_l = \left(\frac{dQ}{d\theta} \right)_l. \quad (12)$$

Не будем останавливаться на природе теплоты, а примем экспериментальный факт существования некоторой эмпирической величины Q , которая изменяется при

увеличении или уменьшении температуры тела для различных линий термодинамических процессов, характеризует любой процесс термических взаимодействий и может быть измерена.

Необходимость введения данной величины в оценку результатов опыта связана с тем, что в процессе изменения состояния системы всегда взаимодействуют три объекта – термодинамическая система, термометр и окружающая среда. Уравнение (11) отражает взаимодействие термодинамической системы с термометром по факту существования равновесных состояний и позволяет сравнивать термодинамические состояния системы с состоянием термометра. В свою очередь, уравнение (12) отражает особенности взаимодействия системы с окружающей средой по факту сравнения термодинамических процессов, причем эти особенности определяются как состоянием, так и направлением процесса изменения состояния системы при ее взаимодействии с окружающей средой.

Таким образом, уже видно, что можно предложить несколько подходов в решении проблемы аксиоматизации термодинамики. Первый путь предполагает представление пространства состояний системы в виде непрерывного многомерного пространства и постулирование возможности определения в каждой точке пространства состояний количества теплоты $Q(M)$ в виде непрерывного скалярного поля эмпирической меры, зависящей от параметров состояния системы. Дополнительно к этому в окрестности произвольной точки M принимается аксиома позволяющая представить связь между количеством теплоты и аналитической функцией температуры $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$, которую можно определить как абсолютную температуру. Данное уравнение связи задается в виде $dQ = c_l \cdot dT$. Для того чтобы обоснованно выбрать вид аналитической функции температуры $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ устанавливают связь этой величины с эмпирической температурой $\theta = \theta(M)$, которая однозначно характеризует каждое состояние изучаемой системы в пространстве состояний и тоже представляет собой скалярное поле. Основное отличие скалярного поля эмпирической температуры от функции абсолютной температуры состоит в том, что поле $\theta(M)$ не связано с выбором системы координат, а функция $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ связана с выбором координатных осей переменных z_1, z_2, \dots, z_n .

Второй путь аксиоматизации предполагает постулирование в непрерывном

пространстве состояний факт существования скалярного поля эмпирической меры в виде эмпирической температуры $\theta = \theta(M)$ и возможность описания этого поля аналитической функцией $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$, которую также можно определить как абсолютную температуру. Для характеристики реальных термодинамических процессов дополнительно принимается аксиома позволяющая представить зависимость между количеством теплоты и температурой в виде $dQ = c_l \cdot dT$. Этим вводится связь величины $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ с еще одной эмпирической величиной и накладываются определенные ограничения на осуществление процессов, исходя из заданных физических условий.

Третья возможность определяется постулированием существования в многомерном пространстве состояний эмпирических мер в виде скалярного поля вероятности состояния системы $w(M)$ и скалярного поля количества теплоты $Q(M)$. Вероятность состояния определяется по совместному событию одновременного наблюдения совокупности чисел z_1, z_2, \dots, z_n , которые являются параметрами свойств системы. Данная вероятность может находиться теоретическим путем или алгоритмически на основании статистической обработки данных опыта. Для создания среды моделирования вводятся аналитические функции абсолютной температуры $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ и геометрической вероятности состояния системы $\rho(z_1, z_2, \dots, z_n)$, которые зависят от выбора координатных осей независимых переменных z_1, z_2, \dots, z_n . Между количеством теплоты и функцией температуры $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ постулируется связь в виде $dQ = c_l \cdot dT$, в свою очередь для вероятности состояния системы постулируется аналогичная связь в виде $dw = c_{l,w} \cdot d\rho$. На основе установления взаимосвязи между изменениями количества теплоты и изменениями вероятности состояния системы в любом процессе определяются зависимости между термодинамической и информационной энтропией. При этом предварительно доказывается принцип существования различных видов энтропий для разных эмпирических мер [24].

Указанные выше пути аксиоматизации термодинамики основаны на общих идейных принципах непрерывности пространства состояний системы и существования скалярных полей некоторых величин, комплексно характеризующих состояния системы. Возможны также и другие подходы,

позволяющие провести аксиоматизацию теории термодинамики.

Следует отметить, что в общем случае физических величин, характеризующих взаимодействие системы с окружающей средой, может быть несколько. Каждой такой величине будет соответствовать физическое взаимодействие определенного вида (рода), поэтому термическое взаимодействие – это только один из многих видов взаимодействий. Изменение таких величин рассматривается как специфический эффект, через который проявляется взаимодействие данного вида [4]. Вопрос о принципах классификации и выявлении отличий для различных видов взаимодействий выходит за рамки данного исследования и должен изучаться отдельно. Однако, все сказанное далее можно распространить на некоторые другие виды взаимодействий системы с окружающей средой.

Принятые выше определения, понятия и эмпирические закономерности позволяют математически обосновать основные положения термодинамики и имеют общесистемное значение по отношению к самым разнообразным классам физических процессов и явлений. Важным является также то, что логический метод термодинамики как особая система феноменологического описания процессов и объектов может быть распространен на системы нефизической природы, например, природные, социальные и экономические системы. В ранее вышедших книгах автора [1, 2] была показана возможность реализации такого подхода.

Принцип существования энтропии

Теперь сформулируем основные положения теории применительно к многомерным системам. Материал будем излагать в общем виде, имея в виду, что подобный подход может быть применен как для термодинамических систем, так и для систем различной природы. Все сказанное ниже будет относиться к любой эмпирической мере w .

Пусть для некоторой системы имеется пространство состояний Ω_n , где координатные оси соответствуют атрибутивным переменным z_1, z_2, \dots, z_n соответствующего n -мерного абсолютного пространства свойств Ω , которое включает Ω_n . Каждой точке $M(z_1, z_2, \dots, z_n)$ данного пространства состояний системы может быть поставлено в соответствие значение некоторой эмпирической меры w .

Предположим непрерывность области Ω_n . Это означает, что в пространстве состояний Ω_n существует бесконечное множество состояний для некоторой генеральной совокупности систем и точки состояний

$M(z_1, z_2, \dots, z_n)$ непрерывно заполняют это пространство. Будем также считать, что каждое состояние системы однозначно характеризуется n независимыми переменными z_1, z_2, \dots, z_n и эмпирической мерой w , причем область определения для каждой переменной распространяется на всю положительную числовую ось $z_k(0, \infty)$. Сформулируем следующие аксиомы.

1. Пусть в пространстве состояний системы Ω_n каждой точке M поставлено в соответствие действительное число w , которое будем называть эмпирической мерой состояния системы.

2. Величина $w = W(M)$ является функцией точки и образует скалярное поле, которое является непрерывным в области Ω_n .

Для построения модели описания процессов изменения состояний системы используем гипотезу, что скалярное поле эмпирической меры w может быть аналитически описано в окрестности произвольной точки M . Будем считать, что вблизи точки M осуществляется процесс изменения состояния системы. Для задания скалярного поля эмпирической меры $w = W(M)$ как функции независимых переменных z_1, z_2, \dots, z_n необходимо определить функцию точки. Предположим, что в области Ω_n можно задать аналитическую непрерывную функцию $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$, на основе которой будет формироваться математическая модель. При известном виде функции $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ и значениях переменных z_1, z_2, \dots, z_n в области Ω_n можно построить еще одно скалярное поле, которое далее будем называть средой моделирования. Для конкретности непрерывную функцию $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ определим как абсолютный индекс состояния системы.

Исходя из этого, для построения в общем случае феноменологической модели сформулируем следующую аксиому.

3. Пусть в пространстве состояний системы Ω_n скалярные поля величин w и T однозначно связаны между собой. Если в окрестности любой точки M система осуществляет некоторый процесс l , то для линии процесса l справедливо соотношение $dw = c_l \cdot dT$, где c_l – эмпирические величины, которые являются функциями процесса и определяются в опыте.

Выберем в области Ω_n произвольную точку M . Считаем, что вблизи данной точки осуществляется элементарный процесс, в

результате которого состояние системы изменяется от начального M до конечного состояния M' . Тогда элементарное изменение эмпирической меры w можно представить в виде:

$$dw = \left(\frac{\partial w}{\partial T} \right)_{z_2, \dots, z_n} \left(\frac{\partial T}{\partial z_1} \right)_{z_2, \dots, z_n} dz_1 + \dots \\ \dots + \left(\frac{\partial w}{\partial T} \right)_{z_1, \dots, z_{n-1}} \left(\frac{\partial T}{\partial z_n} \right)_{z_1, \dots, z_{n-1}} dz_n \quad \text{или} \\ dw = c_1 \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial z_1} \right)_{z_2, \dots, z_n} dz_1 + c_2 \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial z_2} \right)_{z_1, z_3, \dots, z_n} dz_2 + \dots \\ \dots + c_n \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial z_n} \right)_{z_1, \dots, z_{n-1}} dz_n \quad (13)$$

При выводе уравнений принято, что

$$\left(\frac{\partial w}{\partial T} \right)_{\dots, z_{k-1}, z_{k+1}, \dots} = c_k, \quad \text{при этом величины } c_k$$

могут зависеть от параметров свойств.

Как уже указывалось выше основное отличие скалярного поля эмпирической меры w от аналитической функции $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ состоит в том, что скалярное поле $w = W(M)$ не связано с выбором системы координат, а функция $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ связана с выбором координатных осей для независимых переменных z_1, z_2, \dots, z_n . Поэтому эмпирическая мера w представляет собой скаляр, а абсолютный индекс $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ – функцию в виде аналитического выражения. Также, как следует из (13), мы пришли к необходимости изучения специального вида уравнения Пфаффа, которое интегрируемо в области Ω_n , так как аксиома 2 постулирует существование скалярного поля эмпирической меры.

Покажем, что аксиом (1) – (3) достаточно для обоснования принципа существования энтропии и получения математической формы закона сохранения энергии для многих переменных.

Будем искать решения уравнения (13) в классе мультипликативных и однородных функций. Например, считаем, что аналитическая функция $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ является мультипликативной и может быть представлена в виде произведений функций, зависящих от параметров свойств $T = \varphi_1(z_1) \cdot \varphi_2(z_2) \cdot \dots \cdot \varphi_n(z_n)$.

Для решения поставленной задачи сформулируем следующую лемму.

Пусть задано уравнение Пфаффа вида (13) и пусть известно, что в окрестности любой точки M пространства состояний системы Ω_n среда моделирования $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ может

быть представлена в виде произведения функций, зависящих от параметров свойств $T = \varphi_1(z_1) \cdot \varphi_2(z_2) \cdot \dots \cdot \varphi_n(z_n)$. Тогда для уравнения (13) обязательно существует интегрирующий делитель, который обращает данное уравнение в полный дифференциал.

Покажем, что интегрирующим делителем уравнения (13) будет функция $T = \varphi_1(z_1) \cdot \varphi_2(z_2) \cdot \dots \cdot \varphi_n(z_n)$. Подставив данную функцию в (13) и деля это уравнение на T , получим [7]:

$$ds = \frac{dw}{T} = c_1 \cdot \frac{\varphi_1'(z_1)}{\varphi_1(z_1)} dz_1 + c_2 \cdot \frac{\varphi_2'(z_2)}{\varphi_2(z_2)} dz_2 + \dots + c_n \cdot \frac{\varphi_n'(z_n)}{\varphi_n(z_n)} dz_n. \quad (14)$$

Считая величины c_k в окрестности точки M постоянными и интегрируя уравнение (14), представим общий интеграл в виде:

$$s - s_0 = c_1 \cdot \ln\left(\frac{\varphi_1(z_1)}{\varphi_1(z_{10})}\right) + c_2 \cdot \ln\left(\frac{\varphi_2(z_2)}{\varphi_2(z_{20})}\right) + \dots + c_n \cdot \ln\left(\frac{\varphi_n(z_n)}{\varphi_n(z_{n0})}\right). \quad (15)$$

где $s_0, z_{10}, \dots, z_{n0}$ – параметры опорного состояния.

Определим общий интеграл s как *энтропию*, исходя из аналогий с термодинамикой. Энтропия является характеристической функцией пространства состояний системы. Далее показано, что аналогичные результаты могут быть получены в случае, когда функция T будет представлена произвольной однородной функцией.

В работе [1, стр. 225] также доказано, что на основе полученных результатов, как следствие, может быть сформулирован закон сохранения энергии для многих переменных, для которого уравнение сохранения энергии, принятое в термодинамике, является частным случаем при количестве исходных параметров равным двум. Также для случая двух переменных (для давления и удельного объема) как следствия выводятся все основные уравнения, используемые в термодинамике.

Таким образом, в зависимости от существующих эмпирических мер w , которые характеризуют состояния системы, различные виды энтропий состояния определяются зависимостью (15). В параметрическом представлении энтропия является длиной дуги векторной линии некоторого поля направлений, порождаемого скалярным полем эмпирической меры состояния системы w [1].

Из всего сказанного выше следует важный вывод, что для каждой эмпирической

меры, характеризующей состояния той или иной системы, будет существовать понятие специфического вида энтропии. Именно в этом заключается сущность представлений об различных видах энтропий в разных областях знаний, например, термодинамической, статистической, информационной и т.д.

Принцип существования энтропии в каждом конкретном случае имеет свою определенную область применения. Во-первых, понятие энтропии распространяются только на процессы, которые могут наблюдаться в опыте. Исходя из этого, бессмысленно этот принцип распространять на области, где отсутствуют опытные данные (негативный пример – известный вывод о тепловой смерти Вселенной). Во-вторых, понятие энтропии распространяется только на процессы и явления, для которых справедливо существование некоторой эмпирической меры для комплексной оценки состояний системы. И, наконец, область применения принципа ограничена эволюционными процессами, которым свойственны более или менее медленные, постепенные изменения в состоянии систем. Для систем, у которых нарушается однородность и непрерывность пространства состояний и непрерывность поля эмпирической меры, энтропия не определяется.

Следует отметить, что данные выводы справедливы не только для физических систем, но и для биологических, экологических и социальных систем. Если существует опытный факт того, что для некоторой системы можно выдвинуть гипотезу существования эмпирической меры как некоторой комплексной функции, то возможно обоснование принципа существования определенного вида энтропии и установление закономерностей, которые характеризуют изменение состояний этой системы. Поэтому научная значимость данного метода связана с возможностью построения феноменологических моделей для систем различной природы.

Закон возрастания энтропии

В науку понятие энтропии и принцип ее возрастания внесены Р. Клаузиусом почти полтора века назад [25]. Данное логическое обоснование проблемы, выполненное Р. Клаузиусом, было проанализировано проф. В. Эткиным в работе [26] и приведено в следующей сжатой и наглядной форме.

Известно, что все макроскопические системы, обладающие термической степенью свободы, стремятся к равновесию. Чтобы найти математическое выражение этой закономерности, основоположник термодинамики Р. Клаузиус разбивает произвольный цикл тепловой машины рядом

изотерм и адиабат на бесконечное число элементарных циклов Карно с температурами подвода и отвода тепла T' и T'' и элементарными количествами подведенного и отведенного тепла $\delta Q'$ и $\delta Q''$ [25]. Выражая затем известным образом термический к.п.д. цикла Карно через эти температуры в виде $\eta_k = 1 - \frac{T''}{T'}$ и, полагая само собой разумеющимся, что термический к.п.д. η любой необратимой тепловой машины $\eta = 1 - \frac{\delta Q''}{\delta Q'}$ меньше, чем в обратимом цикле Карно η_k (при тех же значениях температур T' и T'' в цикле), он приходит к неравенству:

$$\eta = 1 - \frac{\delta Q''}{\delta Q'} < \eta_k = 1 - \frac{T''}{T'}. \quad (16)$$

Отсюда следует, что $\frac{\delta Q'}{T'} < \frac{\delta Q''}{T''}$, т.е. сумма приведенных теплот $\oint \frac{\delta Q}{T}$ в цикле необратимой машины меньше, чем в обратимой, где $\frac{\delta Q}{T} = ds$, а $\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$. Поэтому как следствие имеем для необратимой машины $\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$.

Отсюда Р.Клаузиус делает вывод, что в необратимых процессах изменение энтропии $ds > \frac{\delta Q}{T}$, т.е. в изолированных системах (где $\delta Q = 0$) энтропия возрастает при протекании в ней любых необратимых процессов: $ds > 0$.

Именно так возник принцип возрастания энтропии. Не видя ограничений этого принципа, Р. Клаузиус не только возвел его в ранг второго закона термодинамики, но и экстраполировал данный принцип на всю Вселенную. Так появилась его крылатая фраза: «Энергия Вселенной неизменна. Энтропия Вселенной возрастает».

Из приведенного выше вывода видна противоречивость доказательства данного принципа. Во-первых принцип получен путем логических обобщений некоторых представлений, связанных с работой тепловых машин, причем без какого-либо обоснования принято, для необратимых процессов возможно применение понятия энтропии, как функции состояния термодинамической системы. Во-вторых, априори данный принцип распространен на все тепловые процессы во Вселенной, чем явно нарушаются принципы термодинамики как феноменологической науки. В третьих, самое главное, исходный вывод Р. Клаузиуса не опирается на опытные данные и энтропия экспериментально не определяется. Если полтора века назад данный вывод отражал

прогрессивную идею в науке, то по истечении этого времени логическая последовательность выводов Р. Клаузиуса совершенно не убеждает в правильности обоснования второго закона термодинамики, как универсального принципа природы. При этом отметим, что по истечении такого большого периода времени в учебниках так и появились результаты опытного подтверждения данного исторического вывода. Имеются только косвенные обоснования принципа возрастания энтропии, без данных обработки экспериментов для процессов различной природы. И здесь основная проблема заключается в том, каким образом в любом произвольном процессе (не только термодинамическом) по данным опыта оценить энтропию.

В целом, изучение всего логического вывода Р. Клаузиуса, посвященного принципу возрастания энтропии, оставляет осознание явной неудовлетворенности, т.к. стиль изложения качественно отличается от общепринятых научных доказательств в физике, которые опираясь на опыт и феноменологию предметной области формируют новые представления и законы. В данном «сухом» выводе Р. Клаузиуса не ясно, какой физический феномен определяет рост энтропии. Мало того, что энтропия явно в опыте не определяема, ей еще приписывается свойство абсолютной универсальности по отношению к подавляющему большинству процессов и явлений, причем без множественных фактов обработки опытных данных.

Здесь наблюдается та же проблема, что и с принципом «адиабатической недостижимости» К. Каратеодори – исходный принцип дает возможность доказать факт существования энтропии, но в чем физическая сущность этого принципа и как этот принцип может проявляться в опыте абсолютно не ясно.

То, что принцип возрастания энтропии отражает некоторый фундаментальный закон природы сомнению не подвергается, однако обоснование этого закона должно основываться на определенном физическом феномене, для которого характерна некоторая общесистемная закономерность присущая всем наблюдаемым процессам и явлениям. Так же факт возрастания энтропии должен подтверждаться множеством опытов или наблюдений. Отметим, что таким универсальным феноменом может быть только течение времени.

Попробуем обосновать принцип возрастания энтропии с помощью реляционно-полевой модели времени [27]. Идея создания такой модели связана с опытным фактом существования возможности измерения времени. Это позволяет предложить вариант представления феномена времени в виде

многомерного скалярного поля некоторой меры наблюдаемых материальных движений. С этой целью предполагаем, что для описания материальных движений существует некоторая универсальная величина $w = W(z_1, z_2, \dots, z_n)$, которая может быть выражена через параметры свойств объекта (системы) и которая будет тесно связана с эмпирическим временем, измеряемым часами. Особо отметим, что данный подход является феноменологическим, исключающим выход за рамки прямого опыта или наблюдения.

Будем рассматривать объекты и системы различных классов (физические, химические, биологические, социальные и т.д.), которым свойственно многообразие форм материальных движений. В самом общем виде под материальным движением подразумеваем любое наблюдаемое изменение или взаимодействие объектов между собой и окружающей средой. Особо подчеркиваем, что суть любых движений выражается в изменениях состояний объектов.

Любые объекты, процессы и явления необратимо изменяются с течением времени. Поэтому в природе невозможно абсолютно точное и полное повторение состояний наблюдаемых объектов во времени. Это основное суждение, которое априори принимается за фундаментальное объективное свойство феномена времени.

Опытный факт существования возможности измерения времени заключается в том, что когда за произвольным объектом ведется полное наблюдение, то можно говорить, что в определенный момент времени имеется информация обо всех значениях параметров его свойств. При этом наблюдение значения свойства в некоторый момент времени можно рассматривать как исход опыта в виде простого регистрируемого события, одновременное наблюдение нескольких значений различных свойств – как совместное событие.

Для множества существующих и одновременно наблюдаемых объектов этот факт можно представить в виде соотношений:

$$\begin{aligned} \tau &\Rightarrow \{z_1^{(1)}, z_2^{(1)}, \dots, z_n^{(1)}\}; \\ \tau &\Rightarrow \{z_1^{(2)}, z_2^{(2)}, \dots, z_n^{(2)}\}; \\ &\dots\dots\dots \\ \tau &\Rightarrow \{z_1^{(p)}, z_2^{(p)}, \dots, z_n^{(p)}\}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $z_k^{(q)}$ – k -ый параметр свойства q -ого объекта, τ – момент времени наблюдения за объектами, p – количество объектов. Данное соотношение справедливо для любого объекта и любого момента времени, как прошлого, так и настоящего, при условии, что исходные данные о состоянии объекта собирались и

накапливались в процессе наблюдения или опыта. Следует особо отметить, что соотношение (17) справедливо для объектов и систем любой природы.

Данное соотношение вводит логическое отношение между объектами, из которого следует, что в любой момент наблюдения состояние объекта 1 наблюдается одновременно с состоянием объектов 2, 3 и так далее по всем p объектам. Это же можно сказать и о каждом свойстве объектов. В целом это строгое отношение порядка, вытекающее из отношения одновременности, которое удовлетворяет свойствам рефлексивности, транзитивности и симметричности, т.е. является отношением эквивалентности. Факт существования соотношения (17) подтверждается множеством опытных данных по измерениям времени.

Если один из наблюдаемых p объектов использовать как часы и рассматривать значение τ как измеренное время, то условие одновременности наблюдения означает, что всем объектам в каждый момент наблюдения ставится в соответствие некоторое одинаковое значение времени, определенное в соответствии со стандартизированной системой его измерения. Примем условие существования возможности измерения времени как эмпирический факт, который подтверждается опытом и практикой человечества.

Исходя из этого, назовем *эмпирическим временем* τ установленную опытным путем сравнительную меру одновременности событий для процессов материальных движений различных объектов.

Следующим опытным фактом является то, что очень часто один и тот же процесс изменения состояния объекта в зависимости от внешних и внутренних условий может протекать с различной интенсивностью. Для любого объекта и любого его свойства мы всегда можем определить скорость процесса, связанного с материальными движениями. Поэтому, исходя из опытных данных, для q -того объекта в любом наблюдаемом процессе l_z изменения параметра свойства z_k можно задать скорость процесса, которая не обязательно будет постоянной:

$$c_{z_k^{(q)}} = \left(\frac{dz_k^{(q)}}{d\tau} \right)_{l_z}. \quad (18)$$

Возможность определения в опыте величины $c_{z_k^{(q)}}$ приводит к обобщенному феноменологическому наблюдению. Этот важный опытный факт, вытекающий из практики человека, связан с ходом времени, о котором мы образно говорим, что «время течет». Сегодня практически во всех

физических моделях времени данный опытный факт никак не учитывается. Для того, чтобы показать течение измеряемого нами времени необходимо задать некоторую величину, систему отсчета, модельную среду, по отношению к чему можно было бы показать необратимое течение времени. Для каждого определенного класса объектов подобная величина (среда) должна формироваться из опыта. Поэтому, чтобы учесть факт течения времени и возможность задания в совокупности скорости изменения параметров свойств в произвольном процессе, следует использовать гипотезу о существовании некоторой величины w , которая тесно связана с течением эмпирического времени и однозначно *в целом* характеризует процессы материальных движений для данного класса (классов) объектов. По аналогии с логикой построения термодинамики, где есть понятие количества теплоты, назовем данную величину *количеством материального воздействия* (количество воздействия) и будем считать, что эта величина комплексно связана с изменениями в состояниях объектов при осуществлении различных процессов. Данная величина для описания процессов была введена в термодинамику А. Гухманом [4]. Таким образом, для любого процесса l эмпирические уравнения, связывающие величину количества воздействия w с эмпирическим временем τ , можно представить в виде:

$$c_l = \left(\frac{dw}{d\tau} \right)_l. \quad (19)$$

В каждом конкретном случае по опытным данным необходима проверка гипотезы существования величины w , которая характеризует данный род материального движения, а также разработка системы измерения или оценки этой величины. Отметим, что это не простая задача, требующая накопления множества опытных данных, а также формулировки представлений – на основе каких принципов можно построить систему оценки такой величины. Однако, только после этого и при наличии системы оценки величины w для определенного рода материального движения, можно говорить о возможном определении величин c_l , которые будут в целом отражать темпоральную интенсивность разных процессов в различных условиях и которые являются феноменологическими величинами. Далее покажем, что система оценки количества воздействия может быть связана с определением вероятностей характерных событий.

Рассмотрим некоторую реальную область трехмерного пространства, где расположено множество объектов однородных классов, число

которых равно p и которые находятся в отношениях и связях между собой. Исходя из феноменологического подхода, считаем, что все объекты наблюдаемы в опыте, который является единственно возможной основой для создания и проверки теорий. Для упрощения будем считать, что изучаемое в опыте множество объектов счетное, причем каждый объект может иметь признак, отличающий его от других объектов. Данный признак будем обозначать в виде верхнего индекса в скобках, который будет представлять номер объекта. Пусть каждое состояние любого объекта в самом общем случае характеризуется n независимыми переменными z_1, z_2, \dots, z_n , причем область определения для каждой переменной распространяется на всю положительную числовую ось $z_k(0, \infty)$, а системы измерения переменных стандартизованы. Начало отсчета координат выбирается так, чтобы соответствовать нулевым значениям параметров свойств.

Логическое доказательство закона возрастания энтропии будем основывать на обосновании принципа существования энтропии, которое получено в предыдущем разделе. При этом в качестве эмпирических мер используем количество материального воздействия w и эмпирическое время τ .

Рассматриваем существование объектов только в материальных движениях (состояния объектов должны изменяться с течением времени), причем будем изучать преимущественно естественные процессы, связанные с изменением и развитием объектов. Состояния наблюдаемых объектов однородных классов могут характеризоваться или всеми переменными z_k сразу или только некоторыми из них, причем каждая переменная отражает некоторое атрибутивное свойство изучаемых объектов.

Построим непрерывную среду моделирования в виде пространства координат Ω , где координатные оси соответствуют независимым переменным z_1, z_2, \dots, z_n . Пусть в пространстве Ω имеется замкнутая область Ω_n некоторого множества точек M , каждая из которых соответствует определенному состоянию некоторого объекта, не обязательно наблюдаемого в реальности в опыте. Другими словами, в области Ω_n существует бесконечное множество состояний для некоторой генеральной совокупности объектов.

Так как в опыте мы рассматриваем ограниченное количество объектов, равное числу p , то на начало наблюдений в области Ω_n мы можем отобразить p точек $M^{(q)}$,

каждая из которых соответствует состоянию q -того наблюдаемого объекта. Многомерные наблюдаемые точки являются ограниченной выборкой из данной генеральной совокупности. Любой объект осуществлял некоторый процесс материального движения из прошлого в настоящее, поэтому с течением эмпирического времени τ каждая точка $M^{(q)}$ описывает многомерную кривую. Назовем эту кривую в по аналогии со специальной теорией относительности *мировой линией*. Тогда каждому объекту будет соответствовать своя мировая линия. Свойство необратимости времени и факты наблюдения объектов закономерно приводят к представлениям о непрерывности мировых линий.

Аксиоматическое изложение теории будем основывать на постулировании существования многомерного поля эмпирического времени. Исходя из этого, каждой точке $M(z_1, z_2, \dots, z_n)$ пространства состояний Ω_n поставим в соответствие значение времени τ . Это позволяет ввести аксиомы для эмпирического времени и возможности его скалярного представления в каждой точке пространства Ω_n .

1. Пусть в пространстве состояний Ω_n каждой точке M поставлено в соответствие действительное положительное число τ , которое будем называть эмпирическим временем.

2. Величина $\tau(M)$ является функцией точки и образует скалярное поле, которое является непрерывным и упорядоченным в области Ω_n .

Данные аксиомы отражают опытные факты, которые сегодня связаны с понятием времени и возможностью его измерения. Так как эмпирическое время является функцией точки, то поле величины $\tau(M)$ представляет собой скалярное поле, через каждую точку M которого в пространстве состояний Ω_n проходит только одна поверхность уровня. Во всех точках поверхности уровня значение величины τ является одинаковым и все события привязанные к точкам этой поверхности – одновременны.

Исходя из последовательности регулярных событий часов, все поверхности уровня могут быть пронумерованы в нарастающем порядке – каждой поверхности уровня может быть присвоено значение величины τ , которое возрастает с течением эмпирического времени. Поэтому, в определенной области пространства Ω_n наблюдения, выполненные в шкале эмпирического времени, «присваивают» всем

поверхностям уровня определенные значения величины τ , в зависимости от последовательности регулярных событий, которые генерируются в часах. Этим упорядочиваются состояния и события, которые наблюдаются в изучаемых объектах.

В свою очередь, различные процессы, которые возможны между некоторым произвольным состоянием M и любым другим близлежащим состоянием в области Ω_n , свойственным мировой линии некоторого объекта (например, M и M' , $\tau_{M'} > \tau_M$), будут отличаться между собой по интенсивности осуществления материальных движений. Для того, чтобы логически обосновать возможность осуществления процессов как непрерывного перехода между ближайшими состояниями любого объекта, при построении модели времени необходимо введение новых аксиом.

Исходя из этого, рассмотрим функцию количества материального движения, которую представим в виде $w = W(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Предположим, что величина w существует и пока не будем останавливаться на природе этой величины. Просто считаем, что имеется однозначная связь данной величины с фактами наблюдений или опыта, которые отражают результаты материальных движений, связанных с изменениями состояний объектов определенного класса. Также мы вполне можем предложить некоторую систему измерения или оценки этой величины. Данная функция, наряду с эмпирическим временем, также будет отражать особенности осуществления процессов в окрестности любого состояния и характеризовать интенсивность воздействий при изменении состояний объектов во времени.

Изложим аксиомы, связанные с количеством материального движения, в виде.

3. Пусть в пространстве состояний системы Ω_n каждой точке M одновременно с эмпирическим временем τ поставлено в соответствие множество действительных чисел c_l , которые будем называть темпоральностями процессов изменения состояния объектов и которые определяются из опыта.

4. Величины c_l являются функциями процесса. Если в окрестности любой точки M объект осуществляет некоторый процесс материального движения l , то для линии процесса (наблюдаемого отрезка мировой линии) l справедливо соотношение $dw = c_l \cdot d\tau$, причем величину w определим как количество материального воздействия, которое комплексно характеризует интенсивность процессов при изменении состояния объекта во времени. Для величины w может быть предложена система измерения или оценки.

Теперь для построения реляционно-полевой модели представления времени используем гипотезу, что скалярное поле эмпирического времени может быть аналитически описано в окрестности произвольной точки M . Для задания скалярного поля эмпирического времени $\tau = \tau(M)$ как функции независимых переменных z_1, z_2, \dots, z_n необходимо определить функцию точки в виде аналитического выражения. Предположим, что в окрестности любой точки скалярное поле эмпирического времени может быть с достаточной точностью приближено аналитической функцией вида $\tau(M) = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Функцию $t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ при разработке модели следует задать на основе эмпирических данных или тех или иных теоретических предположений.

Далее будем использовать функции $t = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$, которые входят в класс однородных аналитических функций и широко используются во многих теоретических областях естествознания.

Определим аналитическую функцию $t = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ как некоторый абсолютный индекс пространства состояний Ω_n (или области этого пространства). Известно, что любая однородная функция может быть представлена в виде уравнения Эйлера:

$$\beta \cdot t(z_1, \dots, z_n) = z_1 \cdot \frac{\partial t}{\partial z_1} + \dots + z_n \cdot \frac{\partial t}{\partial z_n}, \quad (20)$$

где β – степень однородности функции t .

С учетом зависимости (19) и аксиомы 4 получим уравнение:

$$\frac{z_1}{\beta \cdot c_1} \cdot \frac{\partial w}{\partial z_1} + \frac{z_2}{\beta \cdot c_2} \cdot \frac{\partial w}{\partial z_2} + \dots + \frac{z_n}{\beta \cdot c_n} \cdot \frac{\partial w}{\partial z_n} = \dots = t(z_1, \dots, z_n). \quad (21)$$

При выводе уравнения (21) с учетом зависимости $\tau(M) = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ принято, что

$$\frac{\partial w}{\partial z_1} = c_1 \frac{\partial t}{\partial z_1}, \dots, \frac{\partial w}{\partial z_n} = c_n \frac{\partial t}{\partial z_n}.$$

Характеристики квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка (21) определяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\beta \cdot c_1 \frac{dz_1}{z_1} = \beta \cdot c_2 \frac{dz_2}{z_2} = \dots = \beta \cdot c_n \frac{dz_n}{z_n} = \dots = \frac{dw}{t} = ds. \quad (22)$$

В общем случае функции темпоральности процессов c_k зависят от параметров свойств z_k .

В свою очередь, уравнение Пфаффа для соотношения (21) будет иметь вид:

$$\frac{z_1}{c_1} dz_1 + \frac{z_2}{c_2} dz_2 + \dots + \frac{z_n}{c_n} dz_n + \beta \cdot t \cdot dw = 0. \quad (23)$$

Для того, чтобы решить поставленную задачу необходимо найти или задать вид абсолютного индекса $t(z_1, z_2, \dots, z_n)$, далее для разных условий определить функцию $w = W(z_1, z_2, \dots, z_n)$, разработать систему измерения величины w для спектров мировых линий определенных классов объектов и потом по опытным данным идентифицировать модель.

Будем считать, что модельное представление времени может быть связано с вероятностями наблюдаемых событий, которые отражают эволюцию объектов и характеризуют процессы, свойственные мировым линиям объектов. Тогда введем в рассмотрение величину t , которая зависит от геометрической вероятности точки многомерного пространства. Распространив зависимость для индекса t на всю область изменения величины, получим:

$$t = \alpha_t \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n}{R}, \quad (24)$$

где $R = z_{10} \cdot z_{20} \cdot \dots \cdot z_{n0}$, α_t – постоянная шкалирования, z_{10}, \dots, z_{n0} – параметры опорного состояния, например, максимально наблюдаемые параметры свойств. Функция (24) является однородной, поэтому для этого случая применение зависимостей (20) – (23) справедливо. Теперь в окрестности любой точки M свяжем количество воздействия w линейной зависимостью со статистической вероятностью w_s событий, наиболее характерных для мировой линии или спектра мировых линий. В этом случае будем иметь:

$$w = \alpha_w \cdot \frac{w_s}{w_{s0}}, \quad (25)$$

где w_s – вероятность наблюдаемых характерных событий; w_{s0} – вероятность событий для условий принятого опорного состояния; α_w – некоторый коэффициент пропорциональности между величинами w и w_s , позволяющий ввести единицу измерений.

Проведя простые преобразования, получим из (22) характеристическую функцию, которую определим как энтропию состояния:

$$s - s_0 = c_1 \cdot \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + c_2 \cdot \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + \dots + c_n \cdot \ln\left(\frac{z_n}{z_{n0}}\right), \quad (26)$$

где s_0 – постоянная. Для функции t вида (24) степень однородности β равна n .

При изоэнтропном процессе изменения величины w ($dw = 0, ds = 0$) из уравнения (23)

может быть определена математическая функция U , которую далее будем называть потенциалом пространства состояний Ω_n :

$$U(z_1, z_2, \dots, z_n) - U_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{z_1^2 - z_{10}^2}{c_1} + \frac{z_2^2 - z_{20}^2}{c_2} + \dots + \frac{z_n^2 - z_{n0}^2}{c_n} \right). \quad (27)$$

Таким образом, в вероятностной среде моделирования времени для любой мировой линии объекта при возможности представления ее в параметрическом виде относительно параметров свойств $z_1 = z_1(\tau)$, $z_2 = z_2(\tau)$, ..., $z_n = z_n(\tau)$ и заданного представления эмпирического времени через абсолютный индекс, уравнение (21) может быть решено.

Подход, связанный с созданием вероятностной среды моделирования, широко применяется в термодинамике. Для этого случая величина w является количеством теплоты, абсолютный индекс t – это абсолютная температура, величина τ является эмпирической температурой, а величины c_i – это теплоемкости. Для количества теплоты и температур построены системы измерения этих величин в опыте. Экспериментальные данные позволяют определить по изменениям количества теплоты и температуры значения теплоемкостей c_i для различных термодинамических процессов.

Аналогичным образом могут быть построены феноменологические описания для темпоральных процессов, позволяющие представить время в виде многомерной реляционно-полевой величины.

Предложенный выше подход позволяет исходя из многомерных геометрических представлений логически обосновать принцип возрастания энтропии, если в качестве эмпирической меры рассматривать эмпирическое время. Если взять мировую линию некоторого объекта между двумя ближайшими точками M и M' , то для двух последовательных моментов времени τ и τ' , в связи с тем, что время необратимо и возрастает от прошлого к настоящему, будем иметь $d\tau = \tau' - \tau > 0$. В этом случае длина дуги мировой линии объекта между двумя поверхностями уровня поля эмпирического времени будет равна $d\tau$. При этом через точку M мировой линии проходит кривая характеристики в виде энтропии s и ортогональная ей поверхность потенциала U . Аналогично, через точку M' мировой линии проходит линия характеристики в виде энтропии s' и ортогональная ей поверхность потенциала U' . Энтропия и потенциал являются естественными ортогональными криволинейными координатами в пространстве

состояний Ω_n . Исходя из того, что между точками M и M' длина дуги мировой линии $d\tau > 0$, то и изменение потенциала $dU = U' - U$ тоже будет больше нуля. Так как энтропия является одной из криволинейных координат, то при $d\tau > 0$ и $ds = s' - s$ также будет больше нуля. Поэтому в любом динамическом процессе, который развивается во времени энтропия должна будет возрастать. Однако логически показать это еще не достаточно, для того чтобы признать принцип возрастания энтропии общесистемным законом. Необходимо показать этот факт на множественных примерах обработки опытных данных, связанных с динамическими процессами.

Некоторые направления экспериментального обоснования закона возрастания энтропии

Крайне важным направлением научных исследований является экспериментальное изучение особенностей возрастания энтропии для различных динамических процессов. Получение и обработка данных об изменении естественных процессов во времени позволит установить эмпирические закономерности, свойственные закону возрастания энтропии, а также установить область применения этого закона. Без экспериментального подтверждения принципа возрастания энтропии нельзя считать, что логическое обоснование является справедливым.

Вполне естественно, что подобные экспериментальные исследования должны охватывать самые разнообразные виды процессов, а методика обработки данных должна позволять изучать для объектов и систем различной природы спектры мировых линий по характерным событиям и их характеристическим величинам.

В этом плане видны несколько направлений проверки справедливости принципа возрастания энтропии, которые в экспериментальном плане могут выражаться в:

- поиске связей между количеством материального воздействия w и количеством теплоты Q для различных неравновесных термодинамических процессов;
- изучении количественных особенностей и закономерностей возрастания энтропии для физических и нефизических систем и установлении связи энтропии с вероятностями событий, представленных временными рядами.

Первое направление исследований по обоснованию принципа возрастания энтропии связано с изучением динамических процессов свойственных термодинамическим системам. Обратим внимание, что логика представления

соотношения (21) справедлива для термодинамических систем при изучении тепловых процессов, если в этом соотношении эмпирическое время τ заменить на эмпирическую температуру θ и ввести гипотезы для реляционно-полевого представления количества теплоты и справедливости соотношения $dQ = c_l \cdot d\theta$. Все это указывает на то, что для данного класса систем существует структурно-логическое единство моделей времени с калорическими уравнениями термодинамики. Это может позволить искать связи между количеством воздействия w , которое будет оцениваться по вероятностям событий, связанных с наблюдением состояний систем, и количеством теплоты Q , характерном для определенного процесса. Для термодинамических систем подобная задача сводится к изучению совместных решений дифференциальных уравнений для эмпирической температуры $\theta = \theta(p, v)$ и эмпирического времени $\tau = t(p, v)$ применительно к динамическим процессам изменения состояний термодинамического объекта, например, идеального газа:

$$\frac{p}{\beta_q \cdot c_{v,g}} \cdot \frac{\partial Q}{\partial p} + \frac{v}{\beta_q \cdot c_{p,g}} \cdot \frac{\partial Q}{\partial v} = g(p, v);$$

$$\frac{p}{\beta_\tau \cdot c_{v,\tau}} \cdot \frac{\partial w}{\partial p} + \frac{v}{\beta_\tau \cdot c_{p,\tau}} \cdot \frac{\partial w}{\partial v} = t(p, v), \quad (28)$$

где Q – количество теплоты; $c_{p,g}, c_{v,g}$ – теплоемкости процессов; $c_{k,\tau}, c_{p,\tau}$ – темпоральности процессов; p – давление; v – удельный объем.

Соответствующий анализ необходимо проводить по отношению к неравновесным процессам. Здесь уже видно целое новое направление для исследований, которое связано с изучением переноса теплоты в неравновесных динамических процессах, где время релаксации уже является определяющим фактором процесса.

Применительно к идеальным газам такой эксперимент предполагает определение количества движения и количества теплоты при реализации неравновесных процессов переноса тепла в идеальных газах с учетом динамических изменений состояний газов во времени. Цель экспериментальных исследований состоит в изучении возможных связей между переносом теплоты и изменением вероятности состояний систем. Методика проведения эксперимента будет включать в себя определение (измерение) теплоемкостей и темпоральностей различных процессов изменения состояний идеальных газов, контроль в динамике параметров состояний газа (температуры, давления, удельного объема), измерение времени

релаксации процессов между равновесными состояниями газа, определение количества подведенного тепла, оценку количества материального движения, исходя из подобия уравнений (28), изучение связей различных величин и т.д.

В работе [24] для частных случаев получены такие закономерности с использованием экспериментальных данных об энтропии при описании равновесных состояний идеальных газов. Данные уравнения устанавливают связь между количеством теплоты и вероятностью совместных событий наблюдения термодинамических параметров идеальных газов в равновесных условиях. Результаты статьи [24] указывают на то, что такой подход может привести к значимому научному результату. Так как для макроскопических состояний идеальных газов были определены связи термодинамической и информационной энтропии, то следует ожидать установления подобных связей и для различных нестационарных термодинамических процессов.

Второе направление исследований может быть направлено на изучение связи вероятности событий, характеризующих динамические процессы некоторой системы, с энтропией состояния этой системы. Цель таких исследований состоит в построении на основе опытных данных наблюдения временных рядов событий уравнений взаимосвязи «вероятность – энтропия – время». Такой анализ должен вестись по событиям и их характеристическим величинам для множества мировых линий объектов, которые относятся к одному классу и которые представляются в виде спектра реализаций случайных процессов.

Объектами для изучения таких динамических процессов могут являться различные естественные процессы.

Например, используя временные ряды процессов в области климатологии, развития стран мира, демографии, экономики, энергетики, биологии, токсикологии и т.д., можно получить соответствующие уравнения, после чего изучить особенности данных уравнений для различных классов объектов. Например, существует база данных [28], где представлено множество временных рядов различных процессов и явлений. Указанные данные могут использоваться для изучения закономерностей взаимосвязи вероятности событий, энтропии и времени для различных спектров мировых линий при опытном обосновании принципа возрастания энтропии. Покажем как такая обработка данных может быть осуществлена на практике.

Для любого временного ряда событий может быть определена вероятность наблюдения характеристической величины z

этого события, исходя из реализации динамического процесса. Данная вероятность в самом общем случае может быть связана с эмпирическим временем и характеристической величиной z на основе зависимости вероятностного распределения вида $w = W(\tau, z)$.

В случае, если данных достаточно много, вполне можно найти такое распределение в процессе длительного наблюдения за системой.

Анализируя приведенный выше материал, можно утверждать, что математически суть энтропии заключается в следующем. Пфаффовая дифференциальная форма двух переменных для статистической вероятности $dw = W_\tau d\tau + W_z dz$ (здесь $W_\tau(\tau, z)$ и $W_z(\tau, z)$ – функции от τ и z), может быть всегда интегрирована и решением уравнения Пфаффа $dw = 0$ являются кривые однопараметрического семейства на плоскости τ, z : $z = z(\tau, c)$ или $\omega(\tau, z) = C$, где C – константа. В каждой точке плоскости интегральные кривые $\omega(\tau, z) = C$ имеют касательные, которые совпадают с направлением, задаваемым уравнением Пфаффа $\frac{dz}{d\tau} = -\frac{W_\tau}{W_z}$. Для этих кривых должно быть и

$dw = 0$ и $d\omega = 0$, а dw переходит в полный дифференциал $d\omega$ путем деления на интегрирующий делитель.

Известно, что не все уравнения Пфаффа двух переменных интегрируются в квадратурах. Однако, мы рассматриваем реально наблюдаемые в опытах процессы, где параметры свойств измеряемы, поэтому изначально предполагается отсутствие особых точек и особых решений.

Из теории известно [29, стр. 36], что, если уравнение $W_\tau d\tau + W_z dz = 0$ имеет общий интеграл $\omega(\tau, z) = C$ и функция $\omega(\tau, z)$ имеет непрерывные частные производные второго порядка, то исходное уравнение Пфаффа имеет интегрирующий делитель, т.е. функция dw может быть представлена через полный дифференциал функции $\omega(\tau, z) = C$. Таким образом, постулируя существование величины w в виде скалярного поля, т.е. фактически возможность интегрирования уравнения Пфаффа, мы тем самым удовлетворяем требованиям данной теоремы. Следствием этого является как существование интегрирующего делителя, так и существование общего интеграла исходного уравнения $\omega(\tau, z) = C$.

Можно показать, что одним из общих интегралов уравнения $dw = W_\tau d\tau + W_z dz$ для двух переменных будет энтропия в виде (26). Предположим, что задана некоторая

мультипликативная или однородная среда моделирования $T = T(\tau, z)$, тогда, исходя из принятых ранее аксиом, изменение распределения вероятности будет равно:

$$dw = c_\tau \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau + c_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} dz. \quad (29)$$

В свою очередь, изменение энтропии согласно (15) и (26) будет иметь вид:

$$ds = \frac{dw}{T} = c_\tau \cdot \frac{d\tau}{\tau} + c_z \cdot \frac{dz}{z}. \quad (30)$$

Полученные ранее результаты позволяют установить связь в виде фундаментальной закономерности между энтропией, как характеристической функцией поля вероятности, и эмпирическим временем, как мерой наблюдаемых изменений в состояниях систем. Будем исходить из представления любого общего интеграла ω уравнения $W_\tau d\tau + W_z dz = 0$ и зависимости (30) для энтропии, тогда:

$$dw = P \cdot d\omega = T \cdot ds, \quad (31)$$

где P и T – интегрирующие делители.

Из соотношения (31) следует, что функции $1/P$ и $1/T$ для вероятности состояния системы являются интегрирующими множителями, позволяющими преобразовать данное уравнение в уравнение в полных дифференциалах:

$$d\omega = \frac{dw}{P}; \quad ds = \frac{dw}{T}. \quad (32)$$

Из теории известно [29], что, если $1/T$ – интегрирующий множитель уравнения $dw = W_\tau d\tau + W_z dz$, а $s(\tau, z)$ – соответствующий ему интеграл уравнения, то всякий интегрирующий множитель μ этого уравнения дается формулой:

$$\mu = \frac{1}{T} \varphi(s), \quad (33)$$

где φ – произвольная дифференцируемая функция. Опуская доказательство о существовании зависимости между интегралами исходного уравнения, которое имеется в литературе [например, 29, стр. 38], запишем общую зависимость между величинами ω и s :

$$\omega = \phi(s), \quad (34)$$

где $\phi(s)$ – непрерывно дифференцируемая функция, причем $\phi(s) = \phi'(s)$.

Из уравнений (32) – (34) получаем, что произвольную функцию $\varphi(s)$ можно представить как отношение

$$\varphi(s) = \frac{T}{P} = \frac{d\omega}{ds}, \quad (35)$$

причем подбирая различные множители P , можно получить бесконечное множество функций $\varphi(s)$.

В уравнении (31) величину P можно рассматривать как плотность распределения вероятности $P(\omega)$, поэтому, так как функция $\varphi(s)$ выбирается произвольно, то ее можно подобрать так, чтобы плотность статистической вероятности $P(\omega)$ соответствовала наиболее распространенному и изученному виду распределения, например, нормальному. В этом случае величина ω представляет собой инверсную функцию статистической вероятности, которую называют пробитом. Исходя из этого, можно определить функцию $\varphi(s)$ в виде:

$$\varphi(s) = \frac{d\omega}{ds} = T \frac{d\omega}{d\omega} = T \cdot \sqrt{2\pi} \exp\left(-\frac{\omega^2(s)}{2}\right). \quad (36)$$

Из данной зависимости получаем, что $P(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\omega^2(s)}{2}\right)$. При определении функции $P(\omega)$ принято, что распределение статистических данных подчиняется нормальному закону распределения. Естественно, что возможно использование также и других видов модельных статистических распределений или эмпирических распределений, если необходимость этого будет определена опытными данными. В этом случае могут быть использованы другие виды функций $\varphi(s)$.

Если ввести обозначение $\varphi_* = T/P$, то в элементарной окрестности любого состояния системы зависимость для пробита относительно энтропии можно представить в виде:

$$d\omega = \varphi_* \cdot ds = \gamma_1 \frac{d\tau}{\tau} + \gamma_2 \frac{dz}{z}, \quad (37)$$

где величины γ_k равны $\gamma_k = \varphi_* \cdot c_k$. При постоянном значении коэффициента φ_* в окрестности состояния M пробит может быть представлен в виде функции относительно энтропии или в виде логарифмической функции относительно времени эмпирического τ и характеристической величины z :

$$\omega - \omega_0 = \varphi_*(s - s_0) = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot \ln(\tau) + \gamma_2 \cdot \ln(z). \quad (38)$$

Таким образом, в любом элементарном процессе изменения некоторого свойства, представленного временным рядом должна существовать связь между величинами ω и s , как общими интегралами одного уравнения Пфаффа.

Все сказанное выше позволяет теоретически обосновать принятую методику обработки данных, которая широко используется в биологических науках, а также науках, связанных с оценкой опасностей и рисков. Данная методика основана на использовании методов пробит-анализа. В этом

случае статистические вероятности или риски преобразуют в пробиты $\omega = \text{Pr ob}\{-\infty, +\infty\}$ путем применения инверсного преобразования для нормального распределения. После этого функцию пробита подбирают по опытным данным путем нахождения уравнения регрессии относительно степенных функций или логарифмов параметров свойств. Если при такой обработке опытных данных пробит рассматривать как функцию энтропии, то зависимости (29) – (38) теоретически обосновывают существующие эмпирические методы оценки вероятностей и рисков, которые положены в основу анализа данных в токсикологии, радиологии, промышленной безопасности, оценке опасности стихийных явлений, страховании жизни и т.д. Апробация данных методов велась в течении десятилетий и сегодня они являются важной составляющей общей методологии изучения вероятностей событий в природе и обществе.

Применительно к обработке временных рядов событий, связанных с динамическими процессами, может быть предложена методика, заключающаяся в поиске уравнений связи вида:

$$\text{Pr ob}(w) = c_0 + c_1 \cdot \ln\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) + c_2 \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right), \quad (39)$$

где $w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\text{Pr ob}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$ – функция

нормального распределения со средним равным нулю и дисперсией равной единице, а $s_1 = c_1 \cdot \ln(\tau/\tau_0)$ и $s_2 = c_2 \cdot \ln(z/z_0)$ – частные виды энтропий.

Следствием всего сказанного выше является то, что по данным экспериментов или наблюдений общую энтропию можно представить относительно эмпирического времени. Дело в том, что любое изменение функции $w = W(\tau, z)$ в произвольном динамическом процессе, где $z = z(\tau)$ можно представить в виде $dw = \left(\frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{dz}{d\tau}\right) d\tau$,

поэтому изменение энтропии может быть увязано с изменением эмпирического времени.

Поиск идей экспериментального обоснования принципа возрастания энтропии должен начинаться с изучения систем, на которые течение времени в нашей реальности оказывает наибольшее влияние – это живые системы. В свою очередь, анализ данных следует начинать с построения эмпирических уравнений связи энтропии и эмпирического времени для различных классов живых объектов и систем. Важная особенность этой задачи заключается в том, что такие уравнения не могут основываться на частных эффектах изменения свойств, а должны быть связаны с

наиболее общими, фундаментальными закономерностями систем.

Поэтому, для всего дальнейшего важно, чтобы количественные результаты отличались общностью соотношений для целого ряда живых систем, для которых имеются данные об изменении во времени некоторого общего атрибутивного свойства, характерного события или интервала времени между событиями.

В первую очередь, для нас наибольший интерес представляет выбор характерного события, которое для биологических систем непосредственно отражает течение времени. Одним из таких длительных наблюдаемых событий является факт существования биологического организма, который характеризуется продолжительностью жизни этого организма. Продолжительность жизни определяется двумя событиями – рождением и смертью живого существа. В этом плане продолжительность жизни биологических организмов является удобной временной характеристикой, так как для всех организмов может быть задано общее начало отсчета – момент рождения объекта, от которого определяется продолжительность жизни в виде временного диапазона до момента смерти. Поэтому все множество фактов существования организмов как объектов исследования может быть оценено в одной шкале времени. При этом шкала интервалов эмпирического времени τ преобразуется в шкалу отношений, т.к. существует общее начало отсчета времени – момент рождения объекта. Количественное соответствие между энтропией и эмпирическим временем τ будем устанавливать на основе применения методов пробит-анализа.

Для изучения данных о продолжительности жизни животных воспользуемся наиболее полной на сегодняшний день базой данных по продолжительности жизни позвоночных животных [30]. Нынешняя версия базы включает сведения о 4083 видах позвоночных. База данных охватывает амфибий, рептилий, рыб, птиц и млекопитающих. Для 3750 видов в базу внесены данные о максимальной продолжительности жизни; для многих видов указана масса тела при рождении и во взрослом состоянии, скорость роста и размножения, время полового созревания, продолжительность беременности и т.д. (всего 25 характеристик).

Для начала рассмотрим данные о продолжительности жизни подотряда мышеобразных отряда грызунов, который является одной из самых крупных таксономических единиц среди семейств млекопитающих (10 семейств, около 120 родов и примерно 400÷500 видов). Грызуны распространены по всему миру, за исключением

Антарктиды. На рисунке 1, а для подотряда мышеобразных представлена реализация принципа установления связи между вероятностью и энтропией состояния.

В свою очередь, уравнение, которое устанавливает количественное соответствие между энтропией, определяемой через вероятность состояния системы, и эмпирическим временем, имеет вид:

$$Pr ob = -2,107 + 1,993 \cdot s; \quad s = \ln\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right), \quad (40)$$

где $Pr ob$ определен с учетом зависимости (39) по значению статистической вероятности w , характеризующей распределения опытных данных о продолжительности жизни 234 видов мышеобразных. Энтропия определена по факту равномерного распределения опытных данных, исходя из известной формы информационной энтропии в представлении Хартли и термодинамической энтропии в представлении Больцмана $s = k \cdot \ln(\rho)$, на основе применения понятия геометрической вероятности $\rho = \tau/\tau_{max}$, которая пересчитана относительно опорного состояния, т.е. $s = k \cdot \ln(\tau/\tau_0)$. При расчетах продолжительность жизни τ задавалась в минутах, коэффициент k принимался равным единице. В качестве опорного состояния использовались характеристики наиболее изученного вида мышеобразных – белых мышей. Средняя продолжительность жизни белых мышей (самцов) принята 24 месяца ($\tau_0 = 1036800$ мин). Коэффициент корреляции зависимости (40) составляет 0,989.

Из базы данных [30] можно извлечь данные для самых различных отрядов животных. Например, белкообразные составляют самый древний подотряд грызунов и включают в себя несколько сотен видов. В базе данных имеется информация для 90 видов белкообразных.

На рисунке 1, б для белкообразных приведено уравнение связи между вероятностью и энтропией состояния, которое имеет вид:

$$Pr ob = -4,130 + 2,566 \cdot s. \quad (41)$$

Энтропия также находилась по факту равномерного распределения опытных данных, исходя из представления $s = \ln(\tau/\tau_0)$. Коэффициент корреляции зависимости (41) составляет 0,993.

Интересно изучение данных о продолжительности жизни отряда приматов, к которым относится и человек. На рисунке 1, в показаны результаты оценки зависимостей для этого случая. Уравнения, которые устанавливают количественное соответствие

между величинами имеют вид:

$$Pr ob = -7,197 + 2,700 \cdot s. \quad (42)$$

Коэффициент корреляции зависимости (42) равен 0,987. Данные уравнения характеризуют распределения данных о продолжительности жизни 150 видов приматов.

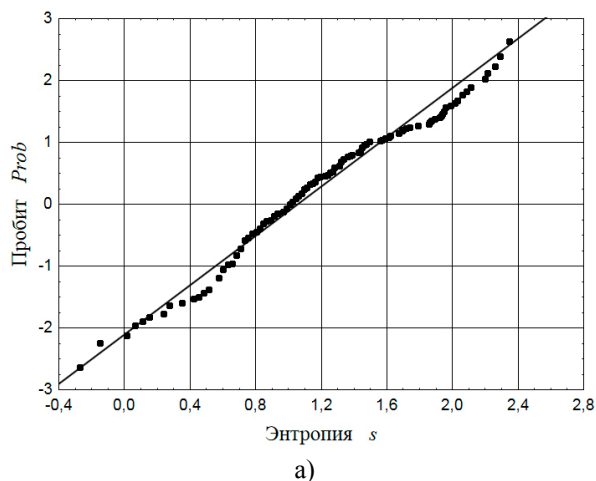
Рассмотрим теперь данные о продолжительности жизни всех видов животных, которые входят в классы амфибий, рептилий, рыб, птиц и млекопитающих. На рисунке 1, г представлена обработка данных при построении уравнений связи вероятности и

энтропии для 3750 видов животных, представленных в базе данных [30].

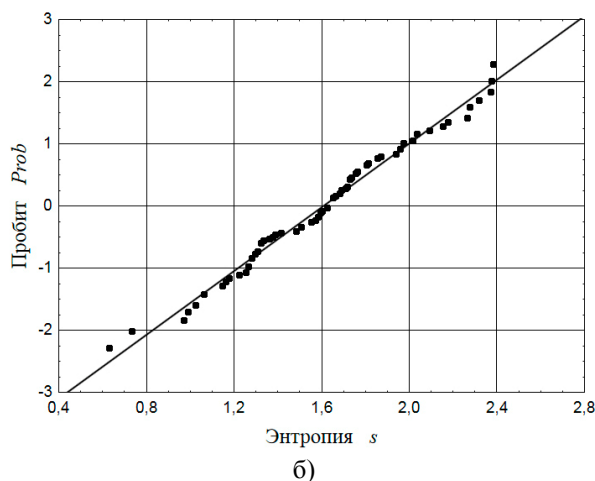
В данном случае уравнения, которые устанавливают количественное соответствие между величинами, при не равномерном и равномерном распределении событий, характеризующих продолжительность жизни животных, имеют вид:

$$Pr ob = -2,586 + 1,293 \cdot s. \quad (43)$$

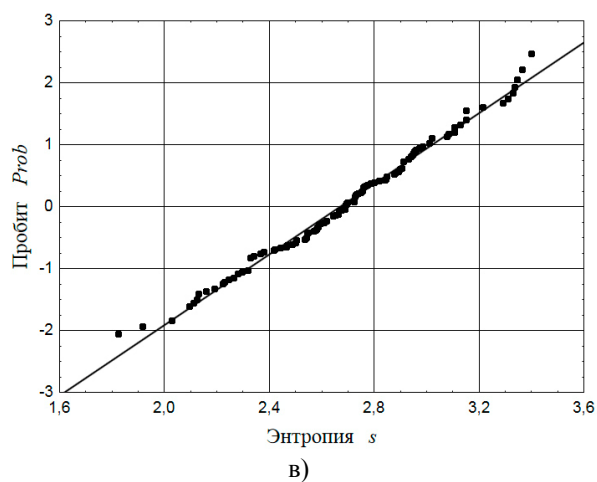
При этом коэффициент корреляции зависимости (42) равен 0,994.



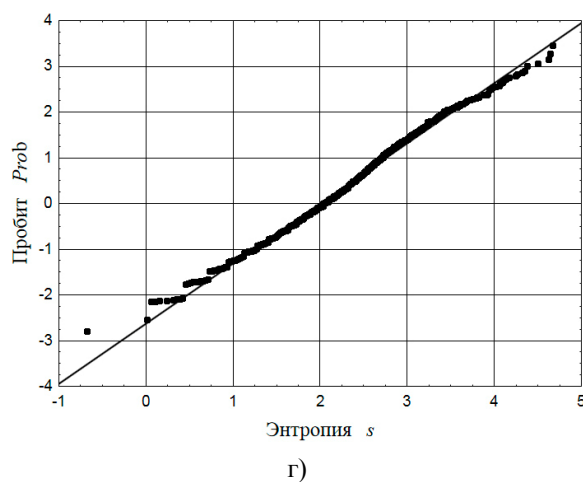
а)



б)



в)



г)

Рис. 1. – Зависимость статистической вероятности распределения продолжительности жизни животных от информационной энтропии состояния:
а) мышеобразные; б) белкообразные; в) приматы; г) все позвоночные животные.

Из данных рисунка 1 видно, что между пробитом, определенным по статистической вероятности событий, и энтропией, которая определяется через логарифм эмпирического времени, существуют практически линейные зависимости. Только при значениях вероятностей, близких к нулю и к единице, могут наблюдаться незначительные отклонения

На основе приведенных уравнений можно определить функцию статистической энтропии в виде $s = k \cdot \ln(\tau/\tau_0)$, которая будет

отличаться от пробита только постоянной в уравнениях (40) – (43). При этом в зависимостях статистической энтропии для мышеобразных, белкообразных, приматов и всех животных в целом соответствующие коэффициенты k будут равны: $k_1 = 1,993$; $k_2 = 2,566$; $k_3 = 2,700$ и $k_4 = 1,293$.

Из полученных данных видно, что изменение статистической энтропии при изменении времени жизни животных равно

$ds = k \cdot \frac{d\tau}{\tau}$. Так как величины τ и $d\tau$ больше нуля и коэффициенты k_i в рассматриваемых случаях также больше нуля, то $ds > 0$. Поэтому в данных процессах энтропия возрастает.

Предложенный подход позволяет установить взаимосвязи статистической энтропии событий с эмпирическим временем и открывает возможности для опытного обоснования закона возрастания энтропии, исходя из изучения различных динамических процессов.

Выводы

Таким образом, как видно из данной статьи, представления о разных видах энтропий, которые имеются в целом ряде областей знаний, связаны с существованием различных эмпирических мер w , комплексно характеризующих состояния той или иной системы. Согласно (22) энтропия является векторной линией, направление которой в точке M совпадает с направлением вектора $\vec{A} = \frac{z_1}{\beta \cdot c_1} \vec{k}_1 + \dots + \frac{z_n}{\beta \cdot c_n} \vec{k}_n$, где \vec{k}_k – единичные векторы координатных осей z_k . Поэтому в параметрическом представлении энтропия является длиной дуги векторной линии этого поля направлений, порождаемого скалярным полем эмпирической меры w . В свою очередь, легко показать, что вектор \vec{A} является градиентом потенциала $U(z_1, z_2, \dots, z_n)$, который представляется в виде (27).

Следствием сказанного выше является то, что принцип существования энтропии, представляет собой независимое положение, которое не связано с законом возрастания энтропии. Факт возрастания энтропии в любом динамическом процессе может быть обоснован использованием универсальной эмпирической меры, которая характеризует поведение систем различной природы. В качестве такой эмпирической меры может выступать только время. Необратимое течение времени и принцип существования энтропии дают возможность логически обосновать закон возрастания энтропии.

В статье сделана также попытка обработки опытных данных динамических процессов с целью установления эмпирических уравнений связи между фактом возрастания энтропии и течением времени. Использование данной методики позволит эмпирически обосновать закон возрастания энтропии для различных классов систем и установить особенности роста энтропии при осуществлении динамических процессов и область применения этого фундаментального закона.

Следует также подчеркнуть, что полученные в данной статье выводы основываются на общесистемных представлениях, которые сформулированы в рамках системодинамики – науки о закономерностях процессов изменения и развития систем во времени. Системодинамика позволяет развить феноменологические методы термодинамики [1, 2]. Поэтому научная значимость метода системодинамики, связана с также возможностью построения феноменологических моделей для систем различной природы.

Литература

1. Аверин Г.В. Системодинамика. – Донецк: Донбасс, 2014. – 405 с.
2. Аверин Г.В. Системодинамика: наука о закономерностях процессов изменения и развития систем во времени. – Palmarium Academic Publishing, 2014. – 488 с.
3. Путилов К.А. Термодинамика. – М.: Наука, 1971. – 375 с.
4. Гухман А.А. Об основаниях термодинамики. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 383 с.
5. Каратеодори К. Об основах термодинамики. – В кн.: Развитие современной физики: Пер. с нем. – М.: Наука, 1964. – С. 188 – 222.
6. Афанасьева-Эренфест Т.А. Необрати-мость, односторонность и второе начало термодинамики // Журн. прикл. физики, т. 5, 1928, вып. 3 – 4. – С. 3 – 28.
7. Франкфурт У. К истории аксиоматики термодинамики. – В кн.: Развитие совр. физики: Пер. с нем. – М.: Наука, 1964. – С. 257 – 292.
8. Шиллер Н.Н. О втором законе термодинамики и одной новой его формулировке. – К.: Типография ун-та, 1898. – 12 с.
9. Борн М. Критические замечания по поводу традиционного изложения термодинамики. – В кн.: Развитие современной физики: Пер. с нем. – М.: Наука, 1964. – С. 223 – 256.
10. Петров Н., Бранков Й. Современные проблемы термодинамики. – М.: Мир, 1986. – 285 с.
11. Gyarmati I. On the Fundamentals of Thermodynamics. – Acta Chim. Hung., 30, 147, 1962.
12. Falk G. und Jung H. Axiomatik der Thermodynamik // Hdb. Phys. III/2, Berlin, 1959. – pp. 119 – 175.
13. Falk G. Die Rolle der Axiomatik in der Physik, erläutert am Beispiel der Thermodynamik // Die naturwissenschaften, 46, 1959, no.16. – pp. 480 – 486.
14. Landé A. Axiomatische Begründung der Thermodynamik durch Caratheodory // Handbuch der Physik, 9, 1926. – pp. 281 – 300.

15. Landsberg P.T. Main Ideas in the Axiomatics of Thermodynamics // Pure and Appl. Chem., 22, 215, 1970.
16. Landsberg P.T. On Suggested Simplification of Caratheodory's Thermodynamics // Phys. Stat. Solidi, 1, 120, 1961.
17. Lieb E.H., Yngvason J. The physics and mathematics of the second law of thermodynamics // Physics Reports, Vol. 310, № 1, Elsevier, 1999. – pp. 1 – 96.
18. Sears F.W. Simplified Simplification of Caratheodory's Treatment Thermodynamics // Am. J. Phys., 41, 2979, 1964.
19. Zemansky M.W. Kelvin and Caratheodory – a Reconciliation // Am. J. Phys., 22, 371, 1970.
20. Зоммерфельд А. Термодинамика и статистическая физика. – М.: Иностранная литература, 1955. – 482 с.
21. Белоконь Н.И. Основные принципы термодинамики. – М.: Недра, 1968. – 110 с.
22. Кричевский И.Р. Понятия и основы термодинамики / Изд. 2-е, пересмотр. и доп. – М.: Химия, 1970. – 440 с.
23. Кирилин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. Техническая термодинамика. – М.: Энергия, 1974. – 448 с.
24. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Взаимосвязь термодинамической и информационной энтропии при описании состояний идеального газа // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, Донецк: ДонНТУ, № 1(4)–2(5), 2013. – С. 26 – 38.
25. Clausius R. Die mechanische Wärmetheorie. Draundschweig, Bd.I, 1876.
26. Эткин В.А. О недоказуемости принципа возрастания энтропии в рамках равновесной термодинамики. http://samlib.ru/e/etkin_w_a/
27. Аверин Г.В. Реляционно-полевая модель представления времени // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. Донецк: ДонНТУ, № 1(4)–2(5), 2013. – С. 11 – 25.
28. База данных временных рядов. Электр. ресурс URL: <https://www.quandl.com> (12.04.15).
29. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Еругин Н.П., Штокало И.З и др. – К.: Вища школа, 1974. – 472 с.
30. The Animal Ageing and Longevity Database. <http://genomics.senescence.info/species/>

Аверин Г.В. «Про принцип існування та закон зростання ентропії в світлі загальносистемних уявлень системодинаміки». З використанням загальносистемних уявлень системодинаміки зроблена спроба аналізу одного з основних положень сучасної науки – поняття ентропії. На прикладі аксіоматичних методів викладу термодинамічних основ, запропонованих Н. Шиллером, Г. Фальком, К. Каратеодорі, Т. Афанасьєвою-Еренфест, а також використання класичного методу Р. Клаузіуса, показано логічні підходи, які дозволили обґрунтувати принцип існування та закон зростання ентропії. Сформульовано основні дослідні факти, на основі яких можна провести аксіоматизацію термодинаміки, і запропоновано кілька напрямків у вирішенні даної проблеми. Описаний в статті аксіоматичний підхід обґрунтування принципу існування ентропії відрізняється використанням безперервного простору та застосуванням поняття емпіричної міри, яка комплексно характеризує стан системи. Виконано логічне обґрунтування закону зростання ентропії, виходячи з зв'язку даної величини з часом. Проаналізовано деякі напрямки досліджень, які можуть дозволити провести експериментальне обґрунтування закону зростання ентропії для деяких систем на основі вивчення динамічних процесів різної природи.

Ключові слова: системодинаміка, принцип існування і закон зростання ентропії, теоретичні та дослідні обґрунтування, феноменологія і логіка проблеми.

Averin G.V. “On the principle of existence and the law of increase of entropy in the context of general-system representations of a system dynamics”. The attempt of the analysis of one of basic positions of modern science – concept of entropy is made with use of general-system representations of a system dynamics. The logical approaches which have allowed to prove the principle of existence and the law of increase of entropy are shown on the example of axiomatic methods of a statement of the thermodynamic bases offered by N. Schiller, G. Falk, K. Caratheodory, T. Afanasyeva-Erenfest and also of using of a classical method of R. Klauzius. The basic skilled facts on the basis of which it is possible to carry out axiomatization of thermodynamics are formulated, and also several directions in the solution of this problem are offered. The axiomatic approach of justification of the principle of existence of entropy, described in the article, differs in use of continuous space of states and application of concept of an empirical measure which in a complex characterizes a condition of system. Logical justification of the law of increase of entropy is executed, proceeding from communication of this value with time. Some directions of researches which are able to allow to carry out experimental justification of the law of increase of entropy for some systems are analysed on the basis of studying of various dynamic processes.

Keywords: system dynamics, principle of existence and law of increase of entropy, theoretical and skilled justifications, phenomenology and logic of a problem.

Статья поступила в редакцию 20.06.2015
Рекомендована к публикации канд. техн. наук А.Я. Аноприенко