

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОУВПО
«Донецкий национальный технический университет»
ДОННТУ
Кафедра охраны труда и аэрологии**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**К ПРАКТИЧЕСКИМ (СЕМИНАРСКИМ) ЗАНЯТИЯМ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «НАДЁЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
И ТЕХНОГЕННЫЙ РИСК»**

**для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело», специализации
«Технологическая безопасность и горноспасательное дело» (ТБГД)**

РАССМОТРЕНО
на заседании кафедры
охраны труда и аэрологии
протокол № 2 от 03.10.2016 г.

УТВЕРЖДЕНО
на заседании учебно-издательского
совета ДОННТУ
протокол № 5 от 17.11.2016г.

Науково- технічна
бібліотека ДонНТУ

Донецк
2016

УДК 658 (071)

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Надёжность технических систем и техногенный риск» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» специализации «Технологическая безопасность и горноспасательное дело» (ТБГД): сост. В.Л. Овчаренко. – Донецк: ДОННТУ. – 2016. – 57 с.

Приведено краткое изложение содержания практических занятий по основным вопросам лекционного курса «Надёжность технических систем и техногенный риск». В методических указаниях к ПЗ рассматриваются вопросы положений о физической сущности определений техносфера, техника, техническая система, рассматриваются основные понятия надёжности объектов и их элементов (восстанавливаемых, невосстанавливаемых). Техническая система рассматривается как объект, состоящий из восстанавливаемых изделий без резервирования и с резервированием, приводятся логико-графические методы анализа надёжности и риска, прорабатываются основы теории и практики техногенного риска, и в части, практического использования методов оценки надёжности технических систем и техногенного риска на объектах горного производства.

Составитель: доц., к.т.н. В.Л. Овчаренко

Рецензенты: проф., д.т.н. А.О. Новиков
доц., к.т.н. А.Л. Кавера

Ответственный
за выпуск: проф., д.т.н. Ю.Ф. Булгаков

Содержание

| | |
|---|----|
| 1. Практическое (семинарское) занятие 1. Общие понятия и качественные показатели технических систем_____ | 4 |
| 2. Практическое (семинарское) занятие 2 Законы распределения, используемые в теории надёжности_____ | 11 |
| 3. Практическое (семинарское) занятие 3. Общие вопросы теории вероятностей в технике_____ | 18 |
| 4. Практическое (семинарское) занятие 4 Основные правила теории вероятностей_____ | 25 |
| 5. Практическое (семинарское) занятие 5 Математическая оценка надёжности технических систем_____ | 30 |
| 6. Практическое (семинарское) занятие 6 Безопасность технических систем_____ | 35 |
| 7. Практическое (семинарское) занятие 7 Основы техногенного риска_____ | 40 |
| 8. Практическое (семинарское) занятие 8 Методы количественной оценки техногенного риска_____ | 45 |
| 9. Литература_____ | 57 |

Практическое (семинарское) занятие 1

Общие понятия и качественные показатели технических систем

Содержание

- 1.1. Общетехнические понятия
- 1.2. Элементы технических систем
- 1.3. Понятие о качестве технической системы и её составляющих

1.1. Общетехнические понятия

Техносфера.

Часть биосферы, преобразованная человеком в технические и техногенные объекты (механизмы, здания, сооружения, горные выработки, дороги и т.д.) с помощью прямого или косвенного воздействия технических средств в целях наилучшего соответствия социально-экономическим потребностям человека.

Техника.

Техника (от греч. *techne* - искусство, мастерство, умение) - совокупность средств человеческой деятельности, созданных для осуществления процессов производства и обслуживания непрямых потребностей общества. В технике материализованы знания и производственный опыт, накопленные человечеством в процессе развития производства.

По функциональному назначению различают технику производственную, военную, бытовую, медицинскую, для научных исследований, образования, культуры и др.

Основную часть технических средств составляет производственная техника (машины и механизмы, инструменты, аппаратура управления машинами и технологическими процессами и т. д.)

Техника классифицируется по отраслевой структуре производства (например, промышленности, транспорта) или относительно отдельных структурных подразделений производства.

Развитие техники выражается в создании новых и усовершенствовании существующих типов машин, оборудования, повышения технического уровня производств и т.д. **Техника прошла путь развития от примитивных машин до сложнейших автоматических машин, объединенных в единое целое - систему, имеющую структуру, направленную на достижение определенных целей.**

Техническая система.

Это упорядоченная совокупность элементов, которые находятся в определенных связях друг с другом и образуют целостность, единство.

Основа бытия общества – промышленность, сконцентрировавшая в себе колоссальные запасы энергии и новых материалов, представляет опасность для жизни, здоровья людей и окружающей среды и проявляется она в виде аварий и катастроф.

Авария – чрезвычайное происшествие, которое сопровождается разрушением зданий и сооружений, порчей оборудования, повреждением транспортных средств и создаёт условия для причинения крупного ущерба. В результате аварии могут быть повреждены линии электропередач, дороги, разрушены материальные ценности. Последствия нуждаются в немедленном устранении для предотвращения масштабных негативных последствий.

Катастрофа – масштабное происшествие, произошедшее в силу природных или техногенных факторов и повлекшее наступление крайне неблагоприятных последствий. Это может быть гибель большого количества людей, экологическое бедствие, разрушение большого количества зданий и сооружений. При этом последствия катастрофы не могут быть устранены незамедлительно, что связано с большим масштабом чрезвычайной ситуации.

Авария в условиях современной техносферы сравнима с природными катастрофами и последствиями войны. Считается, что ущерб от аварийности и травматизма достигает 10...15% от валового национального продукта промышленно развитых государств.

Экологическое загрязнение окружающей природной среды и несовершенная техническая безопасность являются причиной преждевременной смерти 20...30% мужчин и 10...20% женщин.

Аварийности и травматизм объясняется не только низкой культурой безопасности и технологической недисциплинированностью персонала, но и конструктивным несовершенством используемого промышленного и транспортного оборудования.

В наибольшей степени аварийность свойственна угольной, горнорудной, химической, нефтегазовой и металлургической отраслям промышленности, транспорту, атомной энергетике, химической промышленности, при эксплуатации военной техники, в которых используется и обращается мощные источники энергии, высокотоксичные и агрессивные вещества.

Основными причинами крупных техногенных аварий являются:

- отказы технических систем из-за дефектов изготовления;

- человеческий фактор – ошибки в действиях операторов технических систем;

- высокой концентрации производств в промышленных зонах;

- высокий энергетический уровень технических систем;

- внешние воздействия на объекты энергетики, транспорта и др.

Оценка и обеспечение надежности и безопасности технических систем - одна из важнейших проблем в современной технике и экономике.

Опасность.

Следствие действия негативных факторов на объект воздействия. При несоответствии характеристик воздействующих факторов появляется феномен опасности.

Опасность объектов заключается в возникновении возможных чрезвычайных ситуаций, угрожающих жизни людей. Оценка этих опасных воздействий на стадии проектирования объектов осуществляется на основе теории надежности и нормативных требований, разработанных с учетом наиболее опасных условий протекания чрезвычайных ситуаций и их негативных воздействий.

Процесс развития опасности заключается в следующем:

- нарушение технологического процесса, допустимых пределов эксплуатации, условий содержания и т. п.;

- накопление, образование поражающих факторов, приводящих к аварии технические системы;

- разрушение конструкции;

- выброс, образование поражающих факторов;

- воздействие (взаимодействие) поражающих факторов с объектом воздействия (с окружающей природной средой, человеком, объектами техносферы и пр.);

- реакция на поражающее воздействие.

Каждому такому событию соответствует частный показатель вероятности события:

- вероятность отказа технической системы;

- вероятность аварийного исхода;

- вероятность образования поражающих факторов;

- вероятность поражения объектов воздействия;

- вероятность вторичных поражающих факторов;

Пороговый уровень опасности – уровень опасности при котором организм человека способен компенсировать его негативное воздействие. Он характеризуется предельно допустимых уровнями (ПДУ), предельно допустимая концентрациями (ПДК) и др.

Пороговый уровень воздействия опасности существует и для технических систем, строительных конструкций, горнотехнических сооружений и т. д. Он характеризуется способностью элементов технических систем, строительных конструкций и т.д. сопротивляться до определенного предела в течение определенного времени разрушающим воздействиям или рабочим нагрузкам при условии сохранения нормативного уровня эксплуатационных показателей. Этот уровень оценивается **показателями надежности** – качественными и количественными характеристиками материала элементов и системы в целом.

Аксиомы потенциальной опасности технических систем

Аксиома 1. *Любая техническая система потенциально опасна.*

Аксиома 2. *Техногенные опасности существуют, если в техносфере превышаются пороговые значения уровней опасности*

Аксиома 3. *Источниками техногенных опасностей являются элементы техносферы. (выбросы в атмосферу, стоки в гидросферу, энергетические излучения и поля).*

Аксиома 4. *Техногенные опасности действуют в пространстве и во времени.*

Аксиома 5. *Техногенные опасности оказывают негативное воздействие на человека, природную среду и элементы техносферы одновременно.*

Аксиома 6. *Техногенные опасности приводят к профзаболеваниям, травмам, материальным потерям и к деградации природной среды.*

1.2.Элементы технических систем

Элементом технической системы является простейшая составная часть изделия, которая в задачах надёжности может состоять из многих деталей.

Например: улевыемочный комбайн, при установлении его собственной надёжности рассматривается как система, состоящая из отдельных элементов – механизмов, деталей и т. п., а при изучении надёжности технической линии – как элемент.

Под упорядоченной совокупностью отдельных элементов понимают, множество элементов связанных между собой функционально и взаимодействующих друг с другом для обеспечения выполнения заданных функций при различных состояниях работоспособности.

Объект – *техническое изделие при проектировании, производстве, испытании и эксплуатации.* Объектами могут быть различные системы и их элементы: сооружения, установки, технические изделия, устройства, машины, аппараты, приборы и их части, агрегаты и отдельные детали.

Упорядоченность означает, что система выступает и соответственно воспринимается как нечто функционально единое.

Признаком системы является структурированность, взаимосвязанность составляющих ее частей, подчиненность организации всей системы определенной цели.

Обязательным компонентом любой системы являются составляющие элементы (подсистемы). Любой элемент является совокупностью других элементов.

Структура системы - это то, что остается неизменным в системе при совершении системой операций и т.п.

Любая система имеет иерархическую структуру, которая представляется в виде совокупности подсистем разного уровня, расположенных в нисходящем порядке: от верхнего уровня к нижнему.

Системы функционируют в пространстве и времени. Этот процесс представляет собой ее переход из одного состояния в другое. В соответствии с этим системы подразделяются на **статические и динамические**.

Статическая система - это система с одним возможным состоянием.

Динамическая система - система которая с течением времени переходит из одного состояния в другое.

В понятии **связи** между элементами технической системы отражено возникновение и сохранение структуры и свойств системы, а также особенностей её функционирования.

Под **состоянием технической системы** понимают совокупность важных свойств, которыми система обладает в определенный момент времени.

Если техническая система способна переходить из одного состояния в другое, она обладает **поведением**.

Под **внешней средой** понимают множество элементов, которые не входят в техническую систему, на изменение состояния которых влияет на ее поведение.

Понятие технической системы может применяться как к отдельным узлам и механизмам так и к машинам, к системам машин. Техническая система в целом и ее отдельные элементы характеризуются набором параметров, отражающих их состояние.

Параметры, от которых зависит выполнение технической системой функций в соответствии с ее служебным назначением, а также взаимодействие (соединение) системы с элементами внешней среды, **называются выходными параметрами**. Параметры элементов системы, образующие

более низкий иерархический уровень и влияющие на выходные параметры называются **входными параметрами**.

К показателям технических систем относятся:

- **надёжность** (безотказность, долговечность, ремонтпригодность);
- **эргономические показатели** - *определяют систему взаимодействия «человек-машина» и характеризуют комплекс гигиенических, антропометрических, физиологических и психологических свойств, которые проявляются в процессах взаимодействия системы «человек-машина»;*
- **гигиенические показатели** используются при определении взаимодействия человека с технической системой (*показатели освещенности, температуры, влажности, магнитного и электрического полей, запыленности, излучения, токсичности, шума, вибрации, перегрузок и т. д.*);
- **физиологические и психофизиологические показатели** используются при определении соответствия системы физиологическим свойствам человека и особенностям функционирования его органов чувств. Эти показатели характеризуют соответствие системы возможностям человека воспринимать и перерабатывать информацию, соответствие системы закрепленным и вновь приобретенным навыкам человека;
- **экологические показатели** определяют уровень вредных воздействий на окружающую среду при эксплуатации, производстве, потреблении и транспортировании продукции (содержание вредных компонентов, выбрасываемых в окружающую среду, вероятность выбросов вредных компонентов - газов, жидкостей, различных излучений и т. д.);
- **экономические показатели** характеризуют объем затрат на обеспечение допустимого уровня безопасности.

1.3. Понятие о качестве технической системы и его составляющих

Уровень качества конкретной продукции определяется степенью соответствия этих показателей конкретным требованиям, и соотношением их с аналогичными показателями качества других образцов однотипной продукции.

Теория надежности исследует изменение показателей надежности технических систем, являющихся одновременно показателями качества, в течение времени истощения ресурса или срока хранения.

В теории надежности показатели качества рассматриваются одновременно как потребительские свойства продукции и как параметры, влияющие на величину риска, который определяется вероятностью причинения ущерба в связи нарушением работоспособного состояния объекта.

Эти определения приводятся в ГОСТ 15457- 79 и в международном стандарте ISO 8402-86.

Государства выступают гарантами соблюдения этих стандартов.

Из группы потребительских свойств технических систем (далее ТС) выделяют **свойства точности и надёжности функционирования**.

Свойства точности функционирования ТС определяют степень соответствия фактических значений выходных параметров надёжности системы нормативным.

Количественной мерой точности измерения параметров надёжности ТС является абсолютная погрешность измерения, которая определяется как разность между результатом измерения и действительным значением параметра.

В новой версии стандарта ISO 9001-2015 связь надёжности и качества ещё более тесная, поскольку в этот стандарт по системам менеджмента качества включены требования менеджмента риска.

Ремонтопригодность – показатель надёжности (надёжность в процессе эксплуатации) одновременно выступает и в качестве потребительского свойства.

Безопасность объекта технического регулирования (далее – **безопасность**) – состояние уверенности в отсутствии недопустимого риска, связанного с причинением вреда здоровью населению и среде обитания человека.

Недопустимый риск – уровень риска (**риск как мера опасности**), при котором повышены уровни воздействия и возникает реальная угроза здоровью человека и окружающей среде. Количественно риск может выражаться как вероятность реализации события на каком-то отрезке времени.

Живучесть – понятие связанное как с надёжностью, так и с безопасностью:

- свойство объекта, состоящее в его способности противостоять развитию критических отказов из-за дефектов и повреждений;
- свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при воздействиях, не предусмотренных условиями эксплуатации.

Эффективность работы технического объекта оценивается активностью его использования для получения требуемого результата.

Соотношение понятий в виде взаимосвязанных областей (рис. 1).

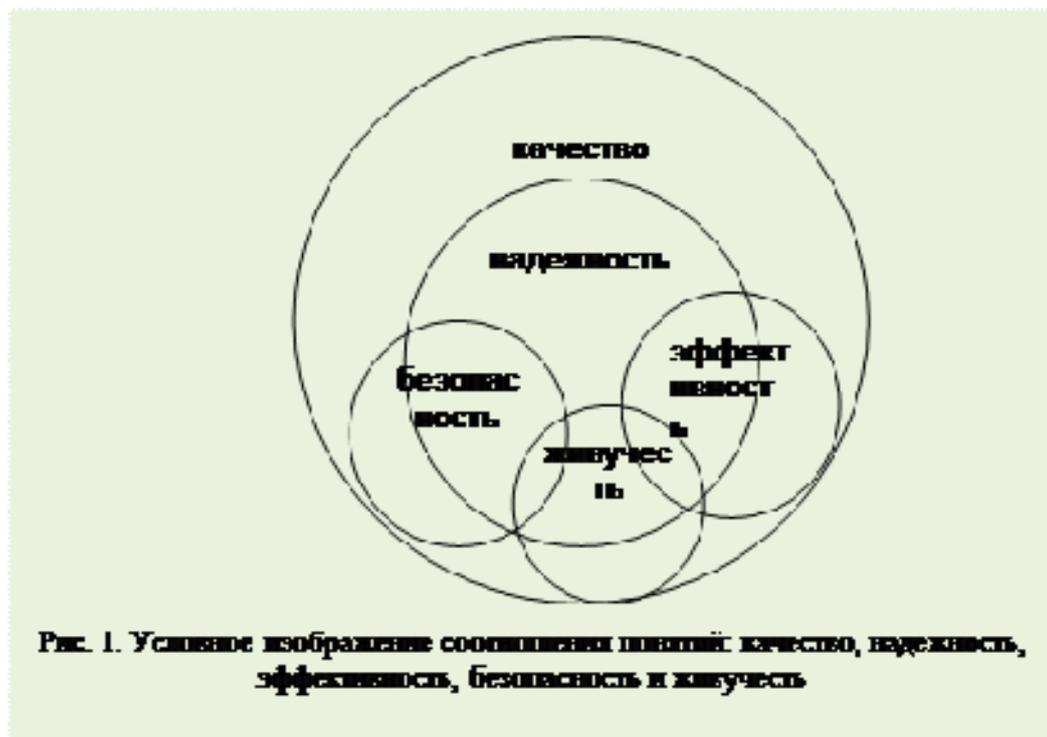


Рис. 1. Условное изображение соотношения понятий: качество, надёжность, эффективность, безопасность и живучесть технических систем.

Таким образом качество ТС определяется:

- **надёжностью** – способностью объекта сохранять работоспособность в течении установленного срока;
- **живучестью** – способностью противостоять развитию критических отказов из-за дефектов и повреждений при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Практическое (семинарское) занятие 2

Законы распределения, используемые в теории надёжности

Содержание

2.1. Теоретическая часть

2.1.1. Закон распределения Пуассона

2.1.2. Экспоненциальное распределение

2.1.3. Нормальный закон распределения

2.1.4. Гамма-распределение

2.1. Теоретическая часть

В теории надёжности наибольшее распространение получили следующие законы распределения случайных величин $f(t)$:

• для дискретных случайных величин:

- закон Пуассона;

· для непрерывных случайных величин:

- экспоненциальный закон;
- нормальный закон;
- гамма-распределение и др.

2.1.1. Закон распределения Пуассона

Закон распределения Пуассона описывает закономерность появления случайных отказов в сложных системах (вероятности их появления и восстановления).

Случайная величина X распределена по *закону Пуассона*, если вероятность того, что эта величина примет определённое значение m , выражается формулой

$$P_m = (\lambda^m/m!) e^{-\lambda} \quad (2.1)$$

где λ – параметр распределения (некоторая положительная величина);
 $m = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ математическое ожидание Mx и дисперсия Dx случайной величины X для закона Пуассона равны параметру распределения λ :

$$Mx = Dx = \lambda$$

Распределение Пуассона является однопараметрическим с параметром λ .

Пример 1. В ремонтно-механическую мастерскую поступает на ремонт оборудование со средней плотностью $k = 6$ шт. в течение рабочей смены за $n = 8$ ч. Считая, что число поступления оборудования на любом отрезке времени распределено по закону Пуассона, найти вероятность того, что за 3 ч рабочей смены поступят три единицы оборудования $m = 3$ ($p = k/n$)/

Решение. Среднее число заявок за 3 ч равно $\lambda = m \cdot k/n = 3 \cdot 6/8 = 2,25$.

Применяя формулу (2.1), найдем вероятность поступления трёх заявок за три часа

$$P_m = (\lambda^m/m!) e^{-\lambda} = (2,25^3/3!) \cdot e^{-2,25} = 0,2$$

2.1.2. Экспоненциальное распределение

Экспоненциальный закон распределения, **называемый также основным законом надёжности**, часто используют для прогнозирования надёжности в период нормальной эксплуатации изделий, когда *постепенные отказы* ещё не проявились и надёжность характеризуется *внезапными отказами*. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств и поэтому имеют постоянную *интенсивность*. Экспоненциальное распределе-

ние описывает распределение наработки на отказ сложных изделий, время безотказной работы различных технических элементов.

Приведём примеры неблагоприятного сочетания условий работы деталей машин, вызывающих их внезапный отказ. Для зубчатой передачи это может быть действием максимальной нагрузки на наиболее слабый зуб при его зацеплении; для элементов радиоэлектронной аппаратуры – превышение допустимого тока или температурного режима. Плотность распределения экспоненциального закона (рис. 3.1) описывается соотношением

$$f(x) = \lambda t^{-\lambda x}; \quad (2.2)$$

функция распределения этого закона – соотношением

$$F(x) = 1 - \exp(-\lambda x); \quad (2.3)$$

функция надёжности

$$P(x) = 1 - F(x) = \exp(-\lambda x); \quad (2.4)$$

математическое ожидание случайной величины X

$$Mx = 1 / \lambda \quad (2.5)$$

дисперсия случайной величины X

$$Dx = 1 / \lambda^2 \quad (2.6)$$

Основная причина простоты использования экспоненциального закона в расчётах прогнозирования надёжности изделий состоит в том, что при экспоненциальном законе вероятность безотказной работы зависит только от длительности интервала и не зависит от времени предшествующей работы.

Пример 3.2. По данным эксплуатации генератора установлено, что наработка на отказ подчиняется экспоненциальному закону с параметром $\lambda = 2 \cdot 10^{-5}$ ч⁻¹. Найти вероятность безотказной работы за время $t = 100$ ч. Определить математическое ожидание наработки на отказ.

Решение. Для определения вероятности безотказной работы воспользуемся формулой (3.5), в соответствии с которой

$$P(t) = \exp(-\lambda t) = \exp(-2 \cdot 10^{-5} \cdot 100) = 0,998.$$

Математическое ожидание наработки на отказ равно

$$Mx = 1 / \lambda = 1 / 2 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^4.$$

2.1.3. Нормальный закон распределения

Нормальный закон распределения часто называют законом Гаусса. Основная особенность этого закона состоит в том, что он является *предельным законом*, к которому приближаются другие законы распределения. В теории надёжности его используют для описания постепенных отказов, когда распределение времени безотказной работы вначале имеет низкую плотность, затем максимальную и далее плотность снижается.

Распределение всегда подчиняется нормальному закону, если на изменение случайной величины оказывают влияние многие, примерно равнозначные факторы.

Нормальный закон распределения описывается следующей зависимостью:

$$f(x) = (1/\sigma^* \sqrt{2\pi}) \exp \{- (x-m) / 2\sigma^2\}, \quad (2.7)$$

где $e = 2,71828$ – основание натурального логарифма;

$\pi = 3,14159$;

m и σ – параметры распределения, определяемые по результатам испытаний.

Параметр $m = Mx$ представляет собой среднее значение случайной величины X , оцениваемое по формуле

$$M_x = 1 / n \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.8)$$

параметр σ – среднее квадратическое отклонение случайной величины X , оцениваемое по формуле

$$s = \sqrt{1/(n-1) * \sum_{i=1}^n (x_i - M_x)^2} \quad (2.9)$$

Интегральная функция распределения имеет вид

$$F(x) = (1/\sigma^* \sqrt{2\pi}) \int_{-\infty}^x \exp \{- (x-m) / 2\sigma^2\} dx, \quad (2.10)$$

вероятность отказа и вероятность безотказной работы соответственно

$$Q(x) = F(x), \quad P(x) = 1 - F(x).$$

Вычисление интегралов заменяют использованием таблиц нормального распределения, при котором $Mx = 0$ и $\sigma = 1$. Для этого распределения функция плотности вероятности имеет одну переменную t и выражается зависимостью.

$$f_0(t) = (1/2\pi)^* \exp(-t^2/2), \quad (2.11)$$

Величина t является центрированной (так как $Mt = 0$) и нормированной (так как $\sigma_t = 1$).

Функция распределения (**функция Лапласа**) соответственно запишется в виде:

$$F_0(t) = (1/2\pi)^* \int_{-\infty}^t \exp(-t^2/2) dt, \quad (2.12)$$

Из этого уравнения следует, что $F_0(t) + F_0(-t) = 1$ или $F(t) = 1 - F_0(t)$.

При использовании табл. 1 приложения [4] следует в формулу (3.13) вместо t подставить ее значение:

$$t = (t - Mx)/\sigma, \quad (2.13)$$

при этом t называют *квантилью* нормированного нормального распределения (обычно обозначают u_p).

Плотность распределения и вероятность отказа соответственно равны:

$$f(x) = f_0(t)/\sigma; \quad Q(x) = F_0(t);$$

тогда вероятность безотказной работы

$$P(x) = 1 - F_0(t), \text{ где } f_0(t) \text{ и } F_0(t), \text{ определяют по таблицам.}$$

В табл. 1 П1 приложения [4] приведены значения $\Phi^*(t)$ в зависимости от $t = x = (t - Mx)/\sigma$.

В работах по надежности часто вместо интегральной функции распределения $F_0(t)$ используют **функцию Лапласа**:

$$\Phi^*(x) = (1/2\pi)^* \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt, \quad (2.14)$$

При этом,

$$F_0(t) = 0.5 + \Phi^*(t) \quad (2.15)$$

Вероятности отказа и безотказной работы, выраженные через функцию Лапласа:

$$\Omega(x) = 0.5 + \Phi^*\{(x-Mx)/\sigma\}, \quad P(x) = 0.5 - \Phi^*\{(x-Mx)/\sigma\}, \quad (2.16)$$

Вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал значений от α до β вычисляют по формуле

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi^*\{\beta - Mx\}/\sigma - \Phi^*\{\alpha - Mx\}/\sigma \quad (2.17)$$

Пример 3.3. Определить вероятность безотказной работы $P(t)$ в течение $t = 2 \cdot 10^4$ ч подшипника скольжения, если ресурс по износу подчиняется нормальному закону распределения с параметрами

$$Mt = 4 \cdot 10^4 \text{ ч, } \sigma = 10^4 \text{ ч.}$$

Решение. Находим квантиль

$$u_p = (t - Mt) / \sigma = (2 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4) / 10^4 = -2.$$

По табл. П.1 приложения [4] определяем, что $P(t) = 0,0228$.

Пример 3.4. Пусть случайная величина X представляет собой предел текучести стали. Опытные данные показывают, что предел текучести имеет нормальное распределение с параметрами $M = 650$ МПа, $\sigma = 30$ МПа. Найти вероятность того, что полученная плавка стали имеет предел текучести в интервале 600 — 670 МПа.

Решение. Для определения вероятности воспользуемся формулой (3.17)

$$P(600 < X < 670) = \Phi^*((670 - 650)/30) - \Phi^*((600 - 650)/30) = 0.697.$$

Ответ: $P(X) = 0,697$ (Приложение 3[6]).

2.1.4. Гамма-распределение

Гамма-распределение является двухпараметрическим распределением. Оно занимает важное место в теории надежности. Плотность распределения имеет ограничение с одной стороны ($0 \leq x < \infty$). Если параметр α формы кривой распределения принимает целое значение, то это свидетельствует о вероятности появления такого же числа событий (например, отказов) при условии, что они независимы и появляются с постоянной интенсивностью λ .

Гамма-распределение широко применяют при описании появления отказов стареющих элементов, времени восстановления, наработки на отказ резервированных систем. При различных параметрах гамма-распределение принимает разнообразные формы, что и объясняет его широкое применение.

Плотность вероятности гамма-распределения определяется равенствами

$$f(x) = [\lambda^\alpha / \Gamma(\alpha)] x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, \quad \text{при } x \geq 0; \quad (3.18)$$

$$f(x) = 0 \text{ при } x < 0, \\ \text{где } \lambda > 0, \alpha > 0$$

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx. \quad (3.19)$$

Функция распределения x

$$F(x) = \lambda^\alpha / \Gamma(\alpha) \int_0^x x^{\alpha-1} e^{-\lambda x} dx \quad \text{при } x \geq 0; \quad (3.20)$$

$$F(x) = 0 \quad \text{при } x < 0.$$

Математическое ожидание и дисперсия соответственно равны:

$$Mx = \alpha/\lambda; \quad Dx = \alpha/\lambda^2. \quad (3.21)$$

При $\alpha < 1$ интенсивность отказов монотонно убывает (что соответствует периоду приработки изделия), при $\alpha > 1$ — возрастает (что характерно для периода изнашивания и старения элементов).

При $\alpha = 1$ гамма-распределение совпадает с экспоненциальным распределением, при $\alpha > 10$ гамма-распределение приближается к нормальному закону. Если α принимает значения произвольных целых положительных чисел, то такое гамма-распределение называют *распределением Эрланга*. Если $\lambda = 1/2$, а значение α кратно $1/2$, то гамма-распределение совпадает с распределением χ^2 (хи-квадрат).

Приложение

Значение нормальной функции распределения $F(t) = 0,5 + \Phi(u)$

| u | $F(t)$ | u | $F(t)$ | u | $F(t)$ |
|-------|--------|-------|--------|------|--------|
| -0,00 | 0,500 | -1,60 | 0,055 | 0,80 | 0,788 |
| -0,10 | 0,460 | -1,70 | 0,044 | 0,90 | 0,816 |
| -0,20 | 0,420 | -1,80 | 0,036 | 1,00 | 0,841 |
| -0,30 | 0,382 | -2,00 | 0,023 | 1,20 | 0,885 |
| -0,40 | 0,344 | -2,20 | 0,014 | 1,30 | 0,903 |
| -0,50 | 0,308 | -2,40 | 0,008 | 1,40 | 0,919 |
| -0,60 | 0,274 | -2,60 | 0,005 | 1,50 | 0,933 |
| -0,70 | 0,242 | -2,80 | 0,003 | 1,60 | 0,945 |
| -0,80 | 0,212 | -3,00 | 0,001 | 1,70 | 0,955 |
| -0,90 | 0,184 | 0,10 | 0,540 | 1,80 | 0,964 |
| -1,00 | 0,159 | 0,20 | 0,579 | 2,00 | 0,977 |
| -1,10 | 0,136 | 0,30 | 0,618 | 2,20 | 0,986 |
| -1,20 | 0,115 | 0,40 | 0,655 | 2,40 | 0,992 |
| -1,30 | 0,097 | 0,50 | 0,691 | 2,60 | 0,995 |
| -1,40 | 0,080 | 0,60 | 0,726 | 2,80 | 0,997 |
| -1,50 | 0,067 | 0,70 | 0,758 | 3,00 | 0,999 |

Общие вопросы теории вероятностей в технике

Содержание

- 1.1. Теоретическая часть
- 1.2. Основы теории множеств
- 1.3. Аксиомы теории вероятностей.

1.1. Теоретическая часть

Случайные параметры систем.

В ряде случаев те или иные параметры системы могут быть неизвестны или изменяться случайным образом. Типичными примерами таких систем являются технические системы, параметры которых варьируются в широких пределах; электронные системы, сложные технические системы и т.д.

Случайной величиной X называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, причем заранее неизвестное. Различают дискретные и непрерывные случайные величины.

Дискретная случайная величина – величина, принимающая только отдельные (разрозненные) друг от друга значения, которые можно заранее перечислить (например, число агрегатов, вышедших одновременно из работы).

Если дискретная случайная величина X принимает значения X_1, X_2, \dots, X_m с заданными вероятностями P_1, P_2, \dots, P_m , то соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями, называется законом распределения.

Для дискретных случайных величин закон распределения вероятностей наиболее просто задать с помощью таблиц распределения.

Непрерывная случайная величина – величина, возможные значения которой непрерывно заполняют некоторый промежуток (интервал) – например, изменения нагрузки.

Надежность систем. В состав любой технической системы входит большое количество различных элементов, отказ одного или нескольких из них может вызвать выход из строя всей системы. По мере усложнения и повышения стоимости систем на стадии конструирования возникает задача синтеза логических структурных схем надежности и оптимизации безотказности.

Статистическая динамика. Во многих ситуациях сложные электронные и электромеханические системы помимо полезных и случайных входных сигналов (управления, наведения, измерения и т. п.) они испытывают также случайные нежелательные возмущения. В связи с этим, возникает задача оценки

реакции системы на случайные входные параметры, которые решаются с использованием теории вероятностей.

1.2. Основы теории множеств

Теория вероятностей - математическая наука, изучающая закономерности в случайных явлениях. Одним из основных понятий является понятие случайного события (в дальнейшем просто событие).

Событием называется всякий факт (исход), который в результате опыта (испытания, эксперимента) может произойти или не произойти. Каждому из таких событий соответствует определенное число – вероятность совершения этого события.

Современное построение теории вероятностей основывается на аксиоматическом подходе и опирается на элементарные понятия теории множеств.

Множество – это любая совокупность объектов произвольной природы. Каждый объект называется элементом этого множества. Множества обозначаются: одной большой буквой или перечислением его элементов в фигурных скобках, или указанием, по которому элемент относится к множеству. Например, Ω конечное множество M натуральных чисел от 1 до 100 может быть записано в виде

$$M = \{1, 2, \dots, 100\} = \{i - \text{целое}; 1 \leq i \leq 100\}.$$

Предположим, что производится некоторый опыт (эксперимент, испытание), результат которого заранее неизвестен, случаен. Тогда множество Ω всех возможных исходов опыта представляет пространство элементарных событий, а каждый его элемент $\alpha \in \Omega$ (один отдельный исход опыта) является элементарным событием. Любой набор элементарных событий (любое их сочетание) считается подмножеством (частью) множества Ω и является случайным событием, т. е. любое событие A – это подмножество множества Ω : $A \subset \Omega$. Например, пространство элементарных событий при бросании игральной кости составляет шесть возможных исходов $\{\Omega = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. С учетом пустого множества \emptyset которое вообще не содержит элементов, в пространстве Ω может быть выделено в общей сложности $2^6 = 64$ подмножества: $\{1\}; \dots; \{6\}; \{1, 2\}; \dots; \{5, 6\}; \{1, 2, 3\}; \dots; \Omega$.

В общем случае, если множество Ω содержит n элементов, то в нем можно выделить 2^n подмножеств (событий). Рассматривая событие Ω (каждое множество есть свое собственное подмножество), можно отметить, что оно является достоверным событием, т. е. осуществляется при любом опыте. Пустое множество как событие является невозможным, т. е. при любом опыте заведомо не может произойти. Для предыдущего примера: достоверное

событие $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{\text{выпадение одного из шести очков}\}$; невозможное событие $\Omega = \{7\} = \{\text{выпадение 7 очков при одном бросании игральной кости}\}$.

Совместные (несовместные) события – такие события, появление одного из которых не исключает (исключает) возможности появления другого.

Зависимые (независимые) события – такие события, появление одного из которых влияет (не влияет) на появление другого события.

Противоположное событие относительно некоторого выбранного события A – событие, состоящее в не появлении этого выбранного события (обозначается \bar{A}).

Полная группа событий – такая совокупность событий, при которой в результате опыта должно произойти хотя бы одно из событий этой совокупности. Очевидно, что события A и \bar{A} составляют полную группу событий.

Одна из причин применения теории множеств в теории вероятностей заключается в том, что для множеств определены важные преобразования, которые имеют простое геометрическое представление и облегчают понимание смысла этих преобразований.

Оно носит название диаграммы Эйлера-Венна, и на ней пространство Ω изображается в виде прямоугольника, а различные множества – в виде плоских фигур, ограниченных замкнутыми линиями. Пример диаграммы, иллюстрирующей включение множеств $C \subset B \subset A$, приведен на рис. 1.

Сумма или объединение событий A_1, A_2, \dots, A_n – такое событие A , появление которого в опыте эквивалентно появлению в том же опыте всех или хотя бы одного из событий A_1, A_2, \dots, A_n . Сумма обозначается:

$$A = A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i, \quad (1)$$

где $\vee \dots$ - знак логического сложения событий, \bigcup - знак логической суммы событий.

Произведение или пересечение событий A_1, A_2, \dots, A_n – такое событие A , появление которого в опыте эквивалентно появлению в том же опыте всех событий A_1, A_2, \dots, A_n одновременно. Произведение обозначается

$$A = A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n = \bigcap_{i=1}^n A_i, \quad (2)$$

где \wedge - знак логического умножения событий, \bigcap - знак логического произведения событий.

Операции сложения и умножения событий обладают рядом свойств, присущих обычным сложению и умножению, а именно: переместительным,

сочетательным и распределительным свойствами, которые очевидны и не нуждаются в пояснении.

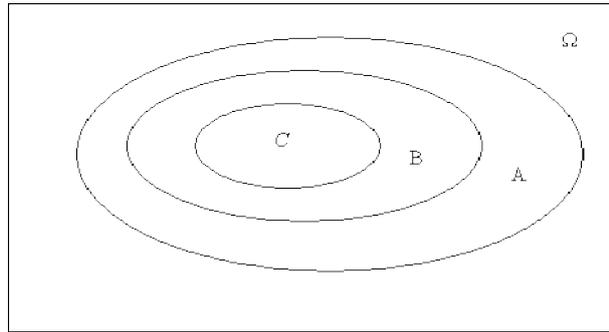


Рис. 1. В является подмножеством А, а С – подмножеством В (и одновременно подмножеством А).

Суммой (объединением) событий A_1 и A_2 является событие, состоящее в появлении хотя бы одного из этих событий (заштрихованная область на рис. 2, а). Произведение событий A_1 и A_2 это событие, состоящее в совместном выполнении обоих событий (заштрихованное пересечение событий A_1 и A_2 – рис. 2, б).

Из определения суммы и произведения событий следует, что

$$A = A \vee A; A = A \vee \emptyset; \Omega = A \vee \Omega;$$

$$A = A \wedge A; \emptyset = A \wedge \emptyset; A = A \wedge \Omega.$$

Если события A_i ($i=1, \dots, n$) или $\{A_i\}^n, i=1$ составляют полную группу событий, то их сумма есть достоверное

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega \quad (3)$$

Изображение противоположного события \bar{A} приведено на рис. 3. Область \bar{A} дополняет A до полного пространства. Из определения противоположного события следует, что

$$(\bar{\bar{A}}) = A; \bar{\Omega} = \emptyset; \bar{\emptyset} = \Omega. \quad (4)$$

Другие свойства противоположных событий отражены в законах де Моргана:

$$\overline{A_1 \vee A_2} = \bar{A}_1 \wedge \bar{A}_2; \overline{A_1 \wedge A_2} = \bar{A}_1 \vee \bar{A}_2, \quad (5)$$

поясняемых рис. 4.

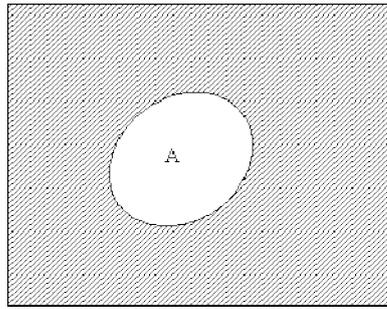


Рис. 3

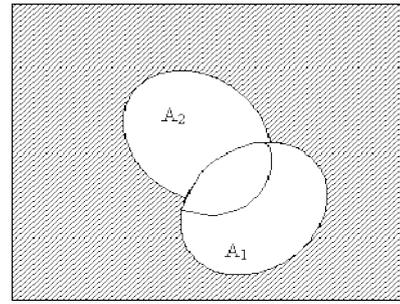


Рис. 4

1.3. Аксиомы теории вероятностей.

Сопоставим каждому событию A число, называемое, как и прежде, его вероятностью и обозначаемое $P(A)$ или $P\{A\}$. Вероятность выбирают так, чтобы она удовлетворяла следующим условиям или аксиомам:

$$P(\Omega) = 1; P(\emptyset) = 0. \quad (6)$$

$$P(\emptyset) \leq P(A) \leq P(\Omega). \quad (7)$$

Если A_i и A_j несовместные события, т. е. $A_i \wedge A_j = \emptyset$, то

$$P(A_i \vee A_j) = P(A_i) + P(A_j). \quad (8)$$

Приведенные аксиомы постулируются, и попытка доказать их лишена смысла. Единственным критерием справедливости является степень, с которой теория, построенная на их основе, отражает реальный мир.

Аксиому (8) можно обобщить на любое конечное число несовместных событий $\{A_i\}_{i=1}^n$:

$$P\left\{\bigcup_{i=1}^n A_i\right\} = \sum_{i=1}^n P(A_i) \quad (9)$$

С помощью аксиом можно вычислить вероятности любых событий (подмножеств пространства Ω), используя вероятности элементарных событий. Вопрос о том, как определить вероятности элементарных событий, является риторическим. На практике они определяются либо из соображений, связанных с возможными исходами опыта (например, в случае бросания монеты естественно считать вероятности выпадения орла или решки одинаковыми), или на основе опытных данных (частот).

Последний подход широко распространен в прикладных инженерных задачах, поскольку позволяет косвенно соотнести результаты анализа с физической реальностью.

Предположим, что в опыте пространство можно представить в виде полной группы несовместных и равновероятных событий A_1, A_2, \dots, A_n . Согласно (3) их сумма представляет достоверное событие:

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega.$$

так как события A_1, A_2, \dots, A_n несовместны, то согласно аксиомам (6) и (9):

$$P\left\{\bigcup_{i=1}^n A_i\right\} = \sum_{i=1}^n P(A_i) = P(\bar{\Omega}) = 1. \quad (10)$$

Поскольку события A_1, A_2, \dots, A_n равновозможны, то вероятность каждого из них одинакова и равна

$$P(A_1) = P(A_2) = \dots = P(A_n) = \frac{1}{n}.$$

Отсюда непосредственно получается частотное определение вероятности любого события A :

$$P(A) = \frac{m_A}{n}, \quad (11)$$

как отношение числа случаев (m_A), благоприятных появлению события A , к общему числу случаев (возможному числу исходов опыта) n .

Совершенно очевидно, что частотная оценка вероятности есть не что иное как следствие аксиомы сложения вероятностей. Представив, что число n неограниченно возрастает, можно наблюдать явление, называемое статистическим упорядочением, когда частота события A все меньше изменяется и приближается к какому-то постоянному значению, которое и представляет вероятность события A .

ПРИМЕР 2. При строительстве здания компрессорной станции проводились отделочные работы. Бригада отделочников, численностью пять человек, работала на лесах на высоте 3 м от нулевой отметки. При установке бадьи с раствором леса обрушились. Четыре человека были травмированы. Очевидцы несчастного случая, пострадавшие и должностные лица дали показания, на основании которых были выделены основные факторы несчастного случая. Установить наиболее вероятные причины аварии по отзывам очевидцев, пострадавших и должностных лиц.

Обозначим эти факторы логическими переменными (заглавными буквами):

A - леса удовлетворяли техническим условиям (ТУ) и правилам техники безопасности (ПТБ)

B - крановщик был нездоров;

C - нагрузка на леса удовлетворяла ТУ и ПТБ;

D - кран был неисправен;

E - на леса был установлен слишком тяжелый груз;

F - в момент опускания груза производился поворот стрелы;

G - перед началом работы крановщик осмотрел кран;

H - перед началом работы мастер осмотрел леса.

Анализ причин несчастного случая (отказа) при помощи булевых функций выполняют следующим образом. Установив факторы несчастного случая (НС) составляется матричная форма (табл.) для его описания. Если очевидец утверждает, что данный фактор имел место, в соответствующую графу заносят "1", если нет, то "0", при отсутствии адекватной информации делают прочерк "-". Затем составляют функцию алгебры логики (Фал). Для каждого очевидца определяют свою конъюнкцию. Если фактор имел место, то букву записывают в утвердительном значении; если нет - в виде инверсий; при "-" букву опускают. Полученную функцию минимизируют перебором всех эквивалентных формул (либо применяя соответствующие методы) и подвергают анализу, при котором устанавливают основные причины несчастного случая и сопутствующие им факторы.

Таблица. Подготовка данных для составления Фал.

| Очевидец | Фактор | | | | | | | |
|----------|--------|---|---|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | D | E | F | G | H |
| 1 | 1 | 0 | — | 1 | — | — | — | 1 |
| 2 | 1 | — | 1 | 1 | 0 | — | — | — |
| 3 | — | 1 | — | 0 | — | 1 | — | — |
| 4 | 0 | 0 | — | 1 | — | — | 1 | 0 |
| 5 | — | 0 | — | 1 | — | — | — | 0 |
| 6 | 0 | 0 | — | 1 | — | 1 | — | — |
| 7 | — | 0 | — | — | — | 0 | — | 1 |

Искомую Фал, для которой X - несчастный случай, запишем в виде

$$X = ADH + ACD + BF + DG + D + DF + H.$$

Минимальная формула будет иметь вид $X = BF + D + ACD + FH$.

Если несчастный случай произошел, то $X=1$, т.е. имеет место одна из четырех альтернатив:

- 1) кран был неисправен, леса удовлетворяли требованиям ПБ, мастер осмотрел леса;
- 2) кран был неисправен, леса удовлетворяли требованиям ПБ, нагрузка удовлетворяла ТУ,;
- 3) крановщик был нездоров; в момент опускания груза производился поворот стрелы;

4) кран был неисправен, перед началом работы крановщик осмотрел кран;

5) кран был неисправен;

6) кран был неисправен;

7) перед началом работы мастер осмотрел леса.

При субъективном анализе причин аварии были выделены за неисправность крана высказались – 1,2,4,5,6 свидетели, крановщик был нездоров 1 свидетель, в момент опускания груза производился поворот стрелы – 1 свидетель. Итак, по преобладающему мнению свидетелей причиной аварии послужила неисправность крана.

Таким образом, алгебра логики ответила на поставленный вопрос с весомостью мнений по причинам аварии:

- | | |
|-----------------------|--------------|
| - неисправность крана | 5/7 (71,4%); |
| - прочие | 2/7 (28,6%). |

Это позволяет комиссии сосредоточить основное внимание на технической экспертизе состояния подъёмного крана.

Практическое (семинарское) занятие 4

Основные правила теории вероятностей

Содержание

4.1. Теорема сложения вероятностей

4.2. Теорема умножения вероятностей

4.3. Формула полной вероятности и формула Байеса
(формула вероятностей гипотез)

4.1. Теорема сложения вероятностей.

Вероятности сложных событий можно вычислять с помощью вероятностей более простых, пользуясь основными правилами (теоремами): сложения и умножения вероятностей.

Если A_1, A_2, \dots, A_n - несовместные события и A – сумма этих событий, то вероятность события A равна сумме вероятностей событий A_1, A_2, \dots, A_n :

$$P(A) = P\left\{\bigcup_{i=1}^n A_i\right\} = \sum_{i=1}^n P(A_i). \quad (12)$$

Эта теорема непосредственно следует из аксиомы сложения вероятностей (8).

В частности, поскольку два противоположных события A и несовместны и образуют полную группу, то сумма их вероятностей

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \quad (13)$$

Чтобы сформулировать в общем случае теорему умножения вероятностей, введем понятие условной вероятности.

Условная вероятность события A_1 при наступлении события A_2 – вероятность события A_1 , вычисленная в предположении, что событие A_2 произошло:

$$P(A_1 | A_2) = P(A_1 \cdot A_2) / P(A_2). \quad (14)$$

4.2. Теорема умножения вероятностей.

Вероятность произведения (совместного появления) двух событий A_1 и A_2 равна вероятности одного из них, умноженной на условную вероятность другого, в предположении, что первое событие произошло:

$$P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2 | A_1) = P(A_2) \cdot P(A_1 | A_2). \quad (15)$$

Для любого конечного числа событий теорема умножения имеет вид

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1 | A_2 \dots A_n) \cdot P(A_2 | A_3 \dots A_n) \cdot \dots \cdot P(A_{n-1} | A_n) \cdot P(A_n). \quad (16)$$

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) P(A_2 | A_1) P(A_3 | A_1 A_2) \dots P(A_n | A_1 A_2 \dots A_{n-1})$$

В случае, если события A_1 и A_2 независимы, то соответствующие условные вероятности

$$P(A_1 | A_2) = P(A_1); \quad P(A_2 | A_1) = P(A_2),$$

поэтому теорема умножения вероятностей принимает вид

$$P(A_1 \wedge A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2), \quad (17)$$

а для конечного числа n независимых событий

$$P\left\{\bigcap_{i=1}^n A_i\right\} = \prod_{i=1}^n P\{A_i\}. \quad (18)$$

Следствием правил сложения и умножения вероятностей является **теорема о повторении опытов (схема Бернулли): опыты считаются независимыми, если вероятность того или иного исхода каждого из них не зависит от того, какие исходы имели другие опыты.**

Пусть в некотором опыте вероятность события A равна $P(A) = p$, а вероятность того, что оно не произойдет $P(\bar{A}) = q = 1 - p$, причем, согласно (13)

$$P(A) + P(\bar{A}) = p + q = 1$$

Если проводится n независимых опытов, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью p , то вероятность того, что в данной серии опытов событие A появляется ровно m раз, определяется по выражению

$$P_n(m) = \left\{ \text{событие } A \text{ произошло } m \text{ раз} \right\} = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad (19)$$

где $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ биномиальный коэффициент.

Например, вероятность однократной ошибки при чтении 32-разрядного слова в формате ЭВМ, представляющего комбинацию 0 и 1, при вероятности ошибки чтения двоичного числа $p = 10^{-3}$, составляет по (19)

$$P_{32}(1) = 1 \cdot (10^{-3})^1 \cdot (0,999)^{32} \approx 0,969$$

где $q = 1 - p = 0,999$; $n = 32$; $m = 1$.

Вероятность отсутствия ошибки чтения при $m = 0$, $C_{32}^0 = 1$

$$P_{32}(0) = 1 \cdot (10^{-3})^0 \cdot (0,999)^{32} \approx 0,969.$$

Часто возникают задачи определения вероятностей того, что некоторое событие A произойдет по меньшей мере m раз или не более m раз. Подобные вероятности определяются сложением вероятностей всех исходов, которые составляют рассматриваемое событие. Расчетные выражения для такого типа ситуаций имеют вид:

$$\begin{aligned}
 P\{C \leq A\} &= \sum_{i=m}^n P_n(i) \\
 P\{C \leq A\} &= \sum_{i=0}^m P_n(i) \\
 P\{C \leq A\} &= \sum_{i=0}^m P_n(i) \\
 P\{C \leq A\} &= \sum_{i=0}^m P_n(i)
 \end{aligned}$$

где $P_n(i)$ определяется по (19).

При больших m вычисление биномиальных коэффициентов C_n^m и возведение в большие степени p и q связано со значительными трудностями, поэтому целесообразно применять упрощенные способы расчетов. Приближение, называемое теоремой Муавра-Лапласа, используется, если $npq \gg 1$, а $|m - np| < (npq)^{0,5}$, в таком случае выражение (19) записывается:

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} \exp\left(-\frac{(m - np)^2}{2npq}\right).$$

4.3. Формула полной вероятности и формула Байеса (формула вероятностей гипотез)

В практике решения большого числа задач формула полной вероятности (ФПВ) и формула Байеса, являющиеся следствием основных теорем, находят широкое применение.

Формула полной вероятности.

Если по результатам опыта можно сделать n исключаящих друг друга предположений (гипотез) H_1, H_2, \dots, H_n , представляющих полную группу несовместных событий (для которой $\sum_{i=1}^n I_i^m = I^m$), то вероятность события A , которое может появиться только с одной из этих гипотез, определяется:

$$P(A) = P(H_i) P(A | H_i), \quad (21)$$

где $P(H_i)$ – вероятность гипотезы H_i ; $P(A | H_i)$ – условная вероятность события A при гипотезе H_i .

Поскольку событие A может появиться с одной из гипотез H_2, H_3, \dots, H_n , то $A = AH_2 \vee AH_3 \vee \dots \vee AH_n$, но H_2, H_3, \dots, H_n несовместны, поэтому

$$P(A) = P(A \wedge H_1) + \dots + P(A \wedge H_n) = \sum_{i=1}^n P(AH_i).$$

В виду зависимости события A от появления события (гипотезы) H_i

$$P(AH_i) = P(H_i) \cdot P(A | H_i), \text{ откуда и следует выражение (21).}$$

Формула Байеса (формула вероятностей гипотез).

Если до опыта вероятности гипотез H_1, H_2, \dots, H_n были равны $P(H_1), P(H_2), \dots, P(H_n)$, а в результате опыта произошло событие A , то новые (условные) вероятности гипотез вычисляются:

$$P(H_j | A) = \frac{P(H_j) \cdot P(A | H_j)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A | H_i)} = \frac{P(H_j) \cdot P(A | H_j)}{P(A)}. \quad (22)$$

Доопытные (первоначальные) вероятности гипотез $P(H_1), P(H_2), \dots, P(H_n)$ называются **априорными**, а послеопытные - $P(H_1 | A), \dots, P(H_n | A)$ – апостериорными.

Формула Байеса позволяет «пересмотреть» возможности гипотез с учетом полученного результата опыта.

Доказательство формулы Байеса следует из предшествующего материала. Поскольку $P(H_i \wedge A) = P(H_i) P(A | H_i) = P(H_i) P(H_i | A)$:

$$P(H_i | A) = \frac{P(H_i \wedge A)}{P(A)} = \frac{P(H_i) \cdot P(A | H_i)}{P(A)},$$

откуда, с учетом (21), получается выражение (22).

Если после опыта, давшего событие A , проводится еще один опыт, в результате которого может произойти или нет событие A_1 , то условная вероятность этого последнего события вычисляется по (21), в которую входят не прежние вероятности гипотез $P(H_i)$, а новые - $P(H_i | A)$:

$$P(A_1|A) = \sum_{i=1}^n P(H_i|A) \cdot P(A_1|H_i, A). \quad (23)$$

Выражение (23) называют формулой для *вероятностей будущих событий*

Практическое (семинарское) занятие 5

Математическая оценка надёжности технических систем

Содержание

5.1. Теоретическая часть

5.2. Примеры решения задач

5.1. Теоретическая часть

Различают случайные величины *прерывного* (дискретного) и *непрерывного* типов.

Для каждого числа x в диапазоне изменения случайной величины X существует определенная вероятность $P(X < x)$ того, что X не превышает значения x . Вероятность этого события называют *функцией распределения*:

$$F(x) = P(X < x). \quad (5.1)$$

Функция распределения — универсальная характеристика, так как она является функцией как непрерывных, так и дискретных случайных величин. Функция $F(x)$ относится к неубывающим функциям — x монотонно возрастает при непрерывных процессах и ступенчато возрастает при дискретных процессах. В пределах изменения случайной величины X эта функция изменяется от 0 до 1:

$$F(-\infty) = 0; F(\infty) = 1$$

Производную от функции распределения по текущей переменной называют *плотностью распределения*

$$f(x) = dF(x) / dx, \quad (5.2)$$

которая характеризует частоту повторений данного значения случайной величины. В теории надежности величину $f(x)$ называют *плотностью вероятности*. Плотность распределения есть неотрицательная функция своего аргумента $f(x) \geq 0$.

Интеграл в бесконечных пределах от плотности распределения равен единице:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

В ряде случаев в качестве характеристик распределения случайных величин достаточно использовать некоторые числовые величины, среди которых в теории надежности наиболее употребительными являются **математическое ожидание (среднее значение), мода и медиана** (характеризуют положение центров группирования случайных величин на числовой оси), **дисперсия, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации** (характеризуют рассеяние случайной величины). Значения **n, g** характеристик, полученные по результатам испытаний или эксплуатации, называют **статистическими оценками**. Характеристики распределения используют для прогнозирования надежности.

Для дискретных случайных величин **математическое ожидание Mx** равно сумме произведений всех возможных значений **X** на вероятности этих значений:

$$Mx = \sum_{i=1}^n x_i p_i . \quad (5.3)$$

Математическое ожидание для непрерывной случайной величины выражается интегралом в бесконечных пределах от произведения непрерывно изменяющихся возможных значений случайной величины на плотность распределения

$$Mx = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx, \quad (5.4)$$

математическое ожидание случайной величины непосредственно связано с ее средним значением. При неограниченном увеличении числа опытов среднее арифметическое значение величины **x** приближается к математическому ожиданию и называется **оценкой среднего значения**:

$$\bar{x} = (1 / n) \sum_{i=1}^n x_i, \quad (5.5)$$

где **n** - общее число опытов;

x_i - текущее значение случайной величины.

Дисперсией (D) случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения этой величины от ее математического ожидания. Для дискретной случайной величины дисперсия равна:

$$Dx = \sum_{i=1}^n (x_i - Mx)^2 . \quad (5.6)$$

Для непрерывной случайной величины дисперсия определяется из выражения

$$Dx = \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - Mx)^2 f(x) dx. \quad (5.7)$$

Оценка дисперсии случайной величины:

$$D_x^* = (1/n-1) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (5.8)$$

Размерность дисперсии соответствует квадрату размерности случайной величины. Для наглядности в качестве характеристики рассеяния удобнее использовать величину, размерность которой совпадает с размерностью случайной величины. Такой характеристикой может быть **среднее квадратическое отклонение** σ_x , которое определяется как корень квадратный из дисперсии:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}. \quad (5.9)$$

Для оценки рассеяния с помощью безразмерной величины используют **коэффициент вариации**, который равен:

$$V_x = \sigma_x / Mx. \quad (5.10)$$

Модой случайной величины называют ее наиболее вероятное значение или то ее значение, при котором плотность вероятности максимальна.

Медиана характеризует расположение *центра группирования случайной величины*.

Площадь под графиком функции плотности распределения делится медианой пополам.

Квантиль — значение случайной величины, соответствующее заданной вероятности.

Квантиль, соответствующий вероятности 0,5, называют медианой.

Аналогично предыдущим характеристикам понятия моды и медианы даны в статистической трактовке. Для *симметричного модального* (т.е. имеющего один максимум) *распределения* математическое ожидание, мода и медиана совпадают.

5.2. Примеры решения задач

Пример 5.1. Плотность распределения случайной величины X описывается выражением

$$\begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } x > 1 \\ ax & \text{при } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины.

Решение. Математическое ожидание найдем по формуле (5.4):

$$M = \int_0^1 x f(x) dx = \int_0^1 x \cdot ax dx = a/3$$

Для определения дисперсии используем формулу (5.7):

$$Dx = \int_0^1 (x - a/3)^2 ax dx = a(1/4 - 2a/9 + a^2/18).$$

Среднее квадратическое отклонение соответственно равно:

$$\sigma_x = \sqrt{Dx} = \sqrt{a(1/4 - 2a/9 + a^2/18)}.$$

Пример 5.2. При эксплуатации сложной технической системы получены статистические данные, которые сведены в таблицу. Определить коэффициент готовности системы.

Таблица

Статистические данные, полученные при эксплуатации сложной технической системы

Наработка на отказ

$$T_0 = \sum_{i=1}^8 t_p / \sum_{i=1}^8 m_i = 4400/70 = 62,8 \text{ ч.}$$

Среднее время восстановления

$$T_B = \sum_{i=1}^8 m_i t_{B,i} / \sum m_i = 204/70 = 2,9 \text{ ч.}$$

Таблица

| Номер системы, п.п | Число отказов m_i | Время, ч | | |
|--------------------|---------------------|----------------------------------|---------------|--|
| | | восстановление отказа, $t_{в,i}$ | Работы, t_p | Суммарное восстановление $m_i t_{в,i}$ |
| 1 | 2 | 1 | 200 | 2 |
| 2 | 5 | 2 | 300 | 10 |
| 3 | 6 | 4 | 400 | 24 |
| 4 | 4 | 3 | 300 | 12 |
| 5 | 8 | 2 | 600 | 16 |
| 6 | 10 | 5 | 700 | 50 |
| 7 | 15 | 2 | 900 | 30 |
| 8 | 20 | 3 | 1000 | 60 |
| Всего | 70 | - | 4400 | 204 |

По формуле (5.3) по вычисленным значениям T_0 и $T_{в}$ находим коэффициент готовности системы:

$$K_r = 62,8 / (62,8 + 2,9) = 0,95$$

Практическое (семинарское) занятие 6

Безопасность технических систем

Содержание

6.1. Показатели безопасности технических систем

6.1.1. Критерии безопасности технических систем

6.2. Показатели безопасности систем «человек – машина» (СЧМ)

6.1. Показатели безопасности технических систем

6.1.1. Критерии безопасности технических систем

Основным базовым показателем надёжности и безопасности технических систем может служить вероятность безотказной работы $P(t)$, т.е. того, что в заданном интервале времени $t = T$ не возникнет отказа этого объекта.

Значение $P(t)$ находится в пределах $0 \leq P(t) \leq 1$. Вероятность безотказной работы $P(t)$ и вероятность отказа $R(t)$ образуют полную группу событий, поэтому

$$P(t) + R(t) = 1 .$$

Допустимое значение $P(t)$ выбирается в зависимости от степени опасности отказа объекта.

При высоких требованиях к надёжности объекта задаются допустимым значением $P(t) = \gamma, \%$ ($\gamma\%$ – вероятность безотказной работы объекта в %) и определяют время работы объекта $t = T\gamma$, соответствующее данной регламентированной вероятности безотказной работы.

Значение $T\gamma$ называется гамма-процентным ресурсом и по его значению судят о большей или меньшей безотказности и безопасности объектов.

Пример 6.1

Пусть $R(t)$ – вероятность возникновения аварийной ситуации на отрезке времени $[0, t]$. Эта вероятность должна удовлетворять условию

$$R(T^*) \leq R^*,$$

где R^* – предельно допустимое (нормативное) значение риска возникновения аварийной ситуации.

Используем нормативное значение вероятности безотказной, т.е. безопасной, работы P^* , которая весьма близка к единице (например, $R^* = 1$).

Функция риска на отрезке времени $[0, t]$ дополняет функцию безопасности $P(t)$ до единицы:

$$R(t) = 1 - P(t).$$

Интенсивность риска аварийной ситуации (удельный риск) аналогична интенсивности отказов:

$$r(t) = -P'(t) / P(t) = R'(t) / [1 - R(t)].$$

Поскольку уровень безопасности должен быть высоким, то можно принять

$$1 - R(t) = P(t) \gg 1.$$

Тогда интенсивность риска аварийной ситуации будет

$$r(t) \gg R'(t) = -P'(t).$$

Поскольку время t при оценке риска аварии исчисляются в годах, то $r(t)$ имеет смысл годового риска возникновения аварийной ситуации.

Средний годовой риск аварии:

$$r_{\text{ср}}(T) = R(t) / T.$$

Пусть, например, $r_{\text{ср}} = \text{const} = 10^{-5} \text{ год}^{-1}$; $T = 50$ лет. Тогда

$$R(T) = r(T)T = 10^{-5} * 50 = 5 * 10^{-4};$$

$$P(T) = 1 - R(T) = 1 - 5 * 10^{-4} = 0,9995.$$

Для одинаковых технических объектов функция безопасности

$$Pn(t) = P^n(t)$$

где n – численность парка одинаковых объектов. В этом случае функция риска

$$Rn(t) = 1 [1 - R(t)]^n \approx nR(t),$$

при условии $n R(t) \ll 1$.

Аналогично для удельного риска:

$$r_n(t) \approx n r(t) \text{ и } r_{ncp} \approx n r_{cp}(t).$$

Расчёты инженерных конструкций на безопасность основаны на концепции коэффициентов запаса. В этом случае расчётное условие имеет вид

$$F \leq S / m ,$$

где F – параметр воздействия; S – параметр сопротивления; m – коэффициент безопасности ($m > 1$).

6.2. Показатели безопасности систем «человек – машина» (СЧМ)

Надёжность характеризует безошибочность решения стоящих перед СЧМ задач, оценивается вероятностью и определяется соотношением

$$P_{np} = 1 - m_{от}/N,$$

где $m_{от}$ и N – соответственно число ошибочно решённых и общее число решаемых задач.

Точность работы оператора – степень отклонения некоторого параметра, измеряемого, устанавливаемого или регулируемого оператором, от своего истинного, заданного или номинального значения. Количественно точность работы оператора оценивается величиной погрешности, с которой оператор измеряет, устанавливает или регулирует данный параметр:

$$Y = I_n - I_{оп} ,$$

где I_n – истинное или номинальное значения параметра; $I_{оп}$ – фактически измеряемое или регулируемое оператором значение этого параметра.

Погрешность является ошибкой, если её величина выходит за допустимые пределы. Различают случайную и систематическую погрешности. Случайная погрешность оператора оценивается величиной среднеквадратической погрешности, систематическая погрешность – величиной математического ожидания отдельных погрешностей.

Своевременность решения задачи СЧМ оценивается вероятностью того, что стоящая перед СЧМ задача будет решена

$$P_{св} = P\{T_n \leq T_{доп}\} = \int_0^{T_{доп}} P(T) dt$$

где $P(T)$ – функция плотности времени решения задачи системой «человек–машина». Эта вероятность по статистическим данным за время, не превышающее допустимое:

$$P_{св} = 1 - m_{нс} / N,$$

где $m_{нс}$ – число несвоевременно решённых СЧМ задач.

В качестве общего показателя надёжности используется вероятность правильного ($P_{пр}$) и своевременного ($P_{св}$) решения.

$$P_{счм} = P_{пр} * P_{св} ;$$

$$P_{от} = 1 - \sum_{i=1}^n P_{воз.i} * P_{оп. i}$$

где $P_{воз.i}$ – вероятность возникновения опасной или вредной для человека производственной ситуации i -го типа; $P_{оп.i}$ – вероятность неправильных действий оператора в i -й ситуации.

Степень автоматизации СЧМ характеризует относительное количество информации, перерабатываемой автоматическими устройствами:

$$Ka = 1 - H_{оп} / H_{счм},$$

где $H_{оп}$ – количество информации, перерабатываемой оператором;

$H_{счм}$ – общее количество информации, циркулирующей в системе «человек–машина».

Экономический показатель $W_{счм}$ характеризует полные затраты на систему «человек–машина». В общем случае эти затраты складываются из затрат на создание (изготовление) системы $C_{и}$, затрат на подготовку операторов $C_{оп}$ и эксплуатационных расходов $C_{э}$:

$$W_{счм} = E_{н} (C_{и} + C_{оп}) + C_{э} ,$$

где $E_{н}$ – нормативный коэффициент экономической эффективности капитальных затрат ($C_{и} + C_{оп}$).

Эргономические показатели учитывают совокупность специфических свойств СЧМ и представляют иерархическую структуру, включающую в себя ценностную эргономическую характеристику (эргономичность СЧМ), комплексные (управляемость, обслуживаемость, осваиваемость и обитаемость СЧМ), групповые (социально-психологические, психологические, физиологические, антропометрические, гигиенические) единичные показатели.

Надёжность оператора – свойство качественно выполнять трудовую деятельность в течение определённого времени при заданных условиях. Ошибками оператора являются: невыполнение требуемого или выполнение лишнего (несанкционированного) действия, нарушение последовательности выполнения действий, неправильное или несвоевременное выполнение требуемого действия.

В зависимости от последствий ошибки могут быть аварийными и неаварийными.

Надёжность оператора характеризуется показателями безошибочности, готовности, восстанавливаемости и своевременности.

Показателем безошибочности является вероятность безошибочной работы. Для типовых, часто повторяющихся операций в качестве показателя безошибочности может использоваться интенсивность ошибок:

$$P_j = (N_j - n_j) / N_j, \quad \lambda_j = n_j / N_j * T_j,$$

где P_j – вероятность безошибочного выполнения операций j -го типа;

λ_j – интенсивность ошибок j -го вида;

N_j, n_j – общее число выполненных операций j -го вида и допущенное при этом число ошибок; T_j – среднее время выполнения операций j -го вида.

Для участка устойчивой работоспособности оператора можно найти вероятность безошибочного выполнения операций:

$$P_{оп} = \prod_{j=1}^r P_j^{k_j} = \exp(-\sum_{j=1}^r \lambda_j T_j k_j),$$

где k_j – число выполненных операций j -го вида; r – число различных типов операций ($j = 1, 2, \dots, r$).

Коэффициент готовности оператора представляет собой вероятность включения оператора в работу в любой произвольный момент времени:

$$k_{оп} = 1 - T_0 / T,$$

где T_0 – время, в течение которого оператор по тем или иным причинам не находится на рабочем месте;

T – общее время работы оператора.

Показатель восстанавливаемости – возможность самоконтроля оператором своих действий и исправления допущенных ошибок

$$P_{исп} = P_k * P_{об} * P_{и},$$

где P_k – вероятность выдачи сигнала системой контроля;

$P_{об}$ – вероятность обнаружения оператором сигнала контроля; $P_{и}$ – вероятность исправления ошибочных действий при повторном выполнении операций.

Основным показателем своевременности является **вероятность выполнения задачи** в течение времени $\tau < t_l$:

$$P_{св} = \int_0^{t_l} f(\tau) d\tau$$

где $f(t)$ – функция распределения времени решения задачи оператором.

Надёжность деятельности оператора не остаётся величиной постоянной, а меняется с течением времени. Это обусловлено как изменением условий деятельности, так и колебаниями состояния оператора.

Среднее значение вероятности безошибочной работы оператора

$$P_{оп} = \sum_{i=1}^m P_i * P_{оп/i}$$

где P_i – вероятность наступления i -го состояния СЧМ;

$P_{оп/i}$ – условная вероятность безошибочной работы оператора в i -м состоянии;

m – число рассматриваемых состояний СЧМ.

Для систем непрерывного типа показателем надёжности является вероятность безотказного, безошибочного и своевременного протекания производственного процесса в течение времени t

$$P_{ч.м1}(t) = P_T(t) + [1 - P_T(t)] K_{оп} [P_{оп} P_{св} + (1 - P_{оп}) P_{исп}(t)],$$

где $P_T(t)$ – вероятность безотказной работы технических средств;

$K_{оп}$ – коэффициент готовности оператора;

$P_{св}$ – вероятность своевременного выполнения оператором требуемых действий;

$P_{исп}$ – вероятность исправления ошибочных действий.

Для СЧМ дискретного типа:

$$P_{ч.м2} = K_T P_T P_{оп} P_{св} + (1 - P_T K_T) P_{вос} P_{оп} P_{св} + (1 - P_{оп}) P_T P_{исп},$$

где K_T – коэффициент готовности техники;

$P_{вос}$ – вероятность восстановления отказавшей техники.

Вероятность $P_{ч.м1}$ используется в случаях, если:

- 1) технические средства работают исправно;
- 2) произошёл отказ технических средств, но при этом:
 - а) оператор безошибочно и своевременно выполнил требуемые действия по ликвидации аварийной обстановки;
 - б) оператор допустил ошибочные действия, но своевременно их исправил.

Показатель надёжности $P_{ч.м2}$ используется, если:

- 1) в требуемый момент времени техника находится в исправном состоянии, не отказала в течение времени выполнения задачи, действия оператора были безошибочными и своевременными;
- 2) неготовая или отказавшая техника была своевременно восстановлена, операторы при решении задачи не допускали ошибок;

3) при безотказной работе техники оператор допустил ошибку, но своевременно исправил её.

Практическое (семинарское) занятие 7

Основы техногенного риска

Содержание

- 7.1. Теоретическая часть
- 7.2. Методология анализа и оценки риска
- 7.3. Качественные методы анализа риска
- 7.4. Анализ опасностей
- 7.5. Критерии отказов по тяжести последствий

7.1. Теоретическая часть

При решении комплексных вопросов безопасности широко применяется методология риска, основу которой составляет определение вероятности нежелательных событий. Количественными показателями риска можно «измерять» потенциальную опасность.

При этом в качестве показателей опасности обычно понимают индивидуальный или социальный риск гибели людей (причинения ущерба).

Аналитически риск выражает частоту реализации опасностей по отношению к возможному их числу

$$R = N(t) / Q(f) \quad (7.1)$$

где R – риск; N – количественный показатель частоты нежелательных событий в единицу времени t ;

Q – число объектов риска, подверженных определенному фактору риска f .

Вероятность возникновения опасности – меньшая единицы.

Ожидаемый (прогнозируемый) риск R – это произведение частоты реализации конкретной опасности f на произведение вероятностей нахождения человека в «зоне риска» при различном регламенте технологического процесса:

$$R = f \prod_{i=1}^n p_i \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad (7.2)$$

где f – число несчастных случаев (смертельных исходов) от данной опасности чел⁻¹*год⁻¹, (для отечественной практики $f = Kч*10^{-3}$, т.е. соответствует значению коэффициента частоты несчастного случая $Kч$, деленного на 1000);

$\prod_{i=1}^n p_i$ - произведение вероятностей нахождения работника в «зоне риска».

Опасные и чрезвычайные ситуации – результат совокупности факторов риска.

Соотношение объектов риска и нежелательных событий позволяет различают индивидуальный, техногенный, экологический, социальный и экономический риск. Каждый вид характеризуется характерными факторами риска.

Техногенный риск – комплексный показатель надежности элементов техносферы, выражает вероятность аварии или катастрофы при эксплуатации техники, технологических процессов, строительстве и эксплуатации зданий и сооружений:

$$R_T = \Delta T(t) / T(f), \quad (7.3)$$

где R_T – технический риск;

ΔT – число аварий в единицу времени t на идентичных технических системах и объектах;

T – число идентичных технических систем и объектов, подверженных общему фактору риска f .

Источники технического риска:

- низкий уровень научно - исследовательских и опытно-конструкторских работ;

- опытное производство новой техники;

- серийный выпуск небезопасной техники; нарушение правил безопасной эксплуатации технических систем.

Наиболее распространенные факторы технического риска:

- ошибочное направление безопасного развития техники и технологий;

- выбор потенциально опасных технических систем;

- ошибки в определении эксплуатационных нагрузок;

- неправильный выбор конструкционных материалов;

- недостаточный запас прочности;

- отсутствие в проектах технических средств безопасности;

- нарушение режимов химико-термической обработки деталей;

- нарушение регламентов сборки и монтажа конструкций и машин;

- использование техники не по назначению;

- нарушение режимов эксплуатации, осмотров и ремонтов;

- нарушение требований транспортирования и хранения.

7.2. Методология анализа и оценки риска

Методологическое обеспечение анализа риска – это совокупность методов, методик и программных средств, позволяющих всесторонне выявить опасности и оценить риск чрезвычайной ситуации, источником которой может являться промышленный объект. Выполнение требований к методологическому обеспечению анализа опасностей и риска необходимо для повышения точности и объективности результатов исследования опасностей промышленного объекта, а также для повышения эффективности выработки мероприятий по предупреждению чрезвычайных ситуаций.

Оценка риска – это анализ происхождения (возникновения) и масштабы риска в конкретной ситуации.

Закона «О промышленной безопасности опасных производственных объектов» ДНР опирается на разработанную Госгортехнадзором России «Методические указания по проведению анализа риска опасных производственных объектов (РД 03-418–01)».

Риск или степень риска предлагается рассматривать в комплексе: как сочетание частоты (вероятности) конкретного опасного события с его последствиями.

Математическое выражение риска P – это соотношение числа неблагоприятных проявлений опасности n к их возможному числу N за определённый период времени, т.е. $P = n / N$. Кроме этого используется понятие «степень риска» R – вероятность наступления нежелательного события с учётом размера возможного ущерба от события.

Степень риска можно представить как математическое ожидание величины ущерба от нежелательного события:

$$R(m) = \prod_{i=1}^n p_i m_i \quad (7.4)$$

где p_i – вероятность наступления события, связанного с ущербом;

m_i – случайная величина ущерба, причинённого экономике, здоровью людей и т.п.

Различают:

- **индивидуальный риск** – вероятность гибели человека при данном виде деятельности;

- **социальный риск** – зависимость числа погибших людей от частоты возникновения события, вызывающего поражение людей.

Значение **индивидуального риска** используется для количественной оценки потенциальной опасности конкретного рабочего места, вида деятельности, рабочей зоны и т.п., **социального риска** – для интегральной количествен-

венной оценки опасных производственных объектов, характеристики масштаба воздействия аварии.

Три общие составляющие процесса риска: информация о производственной безопасности; анализ риска; контроль производственной безопасности.

Анализ риска или риск-анализ базируется на собранной информации и определяет меры по контролю безопасности технологической системы.

Анализ риска базируется на знании алгебры логики и событий, теории вероятностей, статистическом анализе, требует инженерных знаний и системного подхода.

Анализ риска заключается в выявлении (идентификации) опасностей и оценке риска.

Под опасностью риска понимают источник потенциального ущерба или вреда или ситуация с возможностью нанесения ущерба.

Под идентификацией опасности риска понимают процесс выявления и признания того, что опасность существует, и имеет определенные характеристики, это позволяет перевести её в разряд измеряемых категорий.

Фактически риск – это мера опасности.

Анализ риска проводится по следующей общей схеме:

1. Планирование и организация.
2. Идентификация опасностей.
 - 2.1. Выявление опасностей.
 - 2.2. Предварительная оценка характеристик опасностей.
3. Оценка риска.
 - 3.1. Анализ частоты.
 - 3.2. Анализ последствий.
 - 3.3. Анализ неопределённостей.
4. Разработка рекомендаций по управлению риском.

Первое, с чего начинается любой анализ риска– это планирование и организация работ. Поэтому на первом этапе необходимо:

- указать причины и проблемы, вызывавшие необходимость проведения риск-анализа;
- определить анализируемую систему и дать её описание;
- подобрать соответствующую команду для проведения анализа;
- установить источники информации о безопасности системы;
- указать исходные данные и ограничения, обуславливающие пределы риск-анализа;
- определить цели риск-анализа и критерий приемлемого риска.

Следующий этап анализа риска – идентификация опасностей.

Основная задача – выявление (на основе информации о данном объекте, результатов экспертизы и опыта работы подобных систем) и чёткое описание всех присущих системе опасностей. Процесс риск-анализа может заканчиваться уже на этапе идентификации опасностей.

После идентификации опасностей переходят к этапу оценки риска, на котором идентифицированные опасности должны быть оценены на основе критериев приемлемого риска. Данная является основой для разработки рекомендации и мер по уменьшению опасностей.

Критерий приемлемого риска и результаты оценки риска могут быть выражены как качественно (в виде текстового описания), так и количественно (например, в виде числа несчастных случаев или аварий в год).

Согласно определению оценка риска включает в себя анализ частоты и анализ последствий. В случае, если последствия незначительны или частота крайне мала, достаточно оценить один параметр.

Для анализа частоты используются:

- исторические данные, соответствующие по типу системы, объекта или вида деятельности;
 - статистические данные по аварийности и надёжности оборудования;
 - логические методы анализа «деревьев событий» или «деревьев отказов»;
 - экспертная оценка с учётом мнения специалистов в данной области.
- веществ) и использовать критерии поражения изучаемых объектов воздействия.

На этапе оценки риска следует учитывать неопределённость результатов, обусловленную неточностью информации по надёжности оборудования и ошибкам персонала, а также принятых допущений, применяемых при расчёте моделей аварийного процесса.

Разработка рекомендаций по уменьшению риска (управлению риском) является заключительным этапом анализа риска. Рекомендации могут признать существующий риск приемлемым или указать меры по уменьшению риска – меры по его управлению. Меры по управлению риском могут иметь технический, эксплуатационный или организационный характер.

7.3. Качественные методы анализа риска

Объектом анализа опасностей как источника техногенного риска является система «человек–машина–окружающая среда (ЧМС).

Методы определения потенциального риска:

- **инженерные методы** с использованием статистики, с производством расчёта частот, вероятностного анализа безопасности и построения «деревьев опасности»;

- **модельные методы**, основанные на построении моделей воздействия опасных и вредных факторов на отдельного человека и группы населения;

- **экспертные методы**, включающие определение вероятностей различных событий на основе опроса опытных специалистов-экспертов;

- **социологические методы**, основанные на опросе населения.

Анализ риска заканчивается планированием **предупредительных мероприятий**.

7.4. Анализ опасностей

Анализ опасностей начинают с предварительного исследования, позволяющего идентифицировать источники опасности.

Затем проводят детальный качественный анализ, который зависит от цели анализа, назначения объекта и его сложности.

Качественные методы анализа опасностей включают:

- предварительный анализ опасностей;
- анализ последствий отказов;
- анализ опасностей методом потенциальных отклонений;
- анализ ошибок персонала;
- причинно-следственный анализ;
- анализ опасностей с помощью «дерева причин»;
- анализ опасностей с помощью «дерева последствий».

Предварительный анализ опасностей (ПАО), заключается в выявлении:

- источника опасностей или событий, которые могут вызывать опасные состояния;

- характеристике опасностей в соответствии с вызываемыми последствиями.

В результате, проведенной работы составляют перечень опасностей, в котором указывают идентифицированные источники опасностей, повреждающие факторы, потенциально возможные аварии, недостатки.

В целом ПАО представляет собой первую попытку выявить оборудование технической системы (в её начальном варианте) и отдельные события, которые могут привести к возникновению опасностей.

Этот анализ выполняется на начальном этапе разработки системы с целью, в дальнейшем, проведения детального анализа возможных событий.

обычно проводится с помощью «дерева отказов», после того как система полностью определена.

Анализ последствий отказов (АПО) – качественный метод идентификации опасностей, основанный на системном подходе и имеющий характер прогноза.

АПО является анализом индуктивного типа, с помощью которого систематически, на основе последовательного рассмотрения одного элемента за другим, анализируются все возможные виды отказов или аварийные ситуации и выявляются их результирующие воздействия на систему.

АПО осуществляют в следующем порядке:

- изучают потенциальные аварии, которые могут вызвать отказы на исследуемом объекте;
- подразделяют техническую систему (объект) на компоненты;
- выявляют для каждого компонента возможные отказы;
- отказы ранжируют по опасностям и разрабатывают предупредительные меры.

Результаты анализа последствий отказа представляются в виде таблиц.

7.5. Критерии отказов по тяжести последствий

Классификация отказов включает:

- **катастрофический отказ** – приводит к смерти людей, существенному ущербу имуществу, наносит невосполнимый ущерб окружающей среде;
- **критический (некритический) отказ** – угрожает (не угрожает) жизни людей, приводит (не приводит) к существенному ущербу имуществу, окружающей среде;
- **отказ с пренебрежимо малыми последствиями** – отказ, не относящийся по своим последствиям ни к одной из первых трёх категорий.

Категории (критичность) отказов:

A – обязателен количественный анализ риска или требуются особые меры обеспечения безопасности;

B – желателен количественный анализ риска или требуется принятие определённых мер безопасности;

C – рекомендуется проведение качественного анализа опасностей или принятие некоторых мер безопасности;

D – анализ и принятие специальных (дополнительных) мер безопасности не требуется.

Этим методом можно оценить опасный потенциал любого технического объекта. По результатам анализа отказов могут быть собраны данные о час-

тоте отказов, необходимые для количественной оценки уровня опасности рассматриваемого объекта.

Анализ опасностей методом потенциальных отклонений (АОМПО) включает процедуру искусственного создания отклонений с помощью ключевых слов. Для этого разбивают технологический процесс или техническую систему на составные части и, создавая с помощью ключевых слов отклонения, систематично изучают их потенциальные причины и те последствия, к которым они могут привести на практике.

При характеристике отклонений используются ключевые слова:

«нет», «больше», «меньше», «так же, как», «другой», «иначе, чем», «обратный» и т.п.

Конкретное сочетание этих слов с технологическими параметрами определяется спецификой производства.

Примерное содержание ключевых слов следующее:

- **«нет»** – отсутствие прямой подачи вещества, когда оно должна быть;
- **«больше (меньше)»** – увеличение (уменьшение) значений режимных переменных (температуры, давления, расхода);
- **«так же, как»** – появление дополнительных компонентов (воздух, вода, примеси);
- **«другой»** – состояние, отличающееся от обычной работы (пуск, остановка, повышение производительности и т.д.);
- **«иначе, чем»** – полное изменение процесса, непредвиденное событие, разрушение, разгерметизация оборудования;
- **«обратный»** – логическая противоположность замыслу, появление обратного потока вещества.

Отклонения, имеющие повышенные значения критичности, рассматриваются более детально при построении сценариев аварийных ситуаций и количественной оценки риска.

Степень опасности отклонений может быть определена количественно путём оценки вероятности и тяжести последствий рассматриваемой ситуации по критериям критичности аналогично методу.

Практическое (семинарское) занятие 8

Методы количественной оценки техногенного риска

Содержание

8.1. Теоретическая часть

8.2. Приемлемый риск, понятие, критерии

8.3. Управление риском

8.4. Применение теории риска в технических системах

8.1. Теоретическая часть

Методы количественного анализа техногенного риска, основаны на расчёте нескольких показателей риска.

Количественный анализ техногенного риска позволяет оценить и сравнить различные опасности по единым показателям:

- на стадии проектирования и размещения опасного производственного объекта;
- при обосновании оптимальных мер безопасности;
- при оценке опасности крупных аварий на опасных производственных объектах, имеющих однотипные технические устройства (например, магистральные трубопроводы);
- при комплексной оценке опасностей аварий для людей, имущества и окружающей природной среды.

При анализе опасностей сложные технические системы разбивают на подсистемы.

Подсистемой называют часть системы, которую выделяют по определённому признаку, отвечающему конкретным целям и задачам функционирования системы.

Подсистемы состоят из компонентов – частей системы, которые рассматриваются без дальнейшего деления как единое целое.

Логический анализ внутренней структуры системы и определение вероятности нежелательных событий E как функции отдельных событий E_i являются одной из задач анализа опасностей.

Количественная оценка техногенного риска представляет собой процесс оценки численных значений вероятности и последствий нежелательных процессов, явлений и событий.

Техногенный риск характеризуют двумя величинами – вероятностью события P и последствиями X , которые в выражении математического ожидания выступают как множители:

$$R = P * X.$$

Оценка риска по отношению к источникам опасностей предусматривает разграничение нормального режима работы R_n и работы в аварийных ситуациях $R_{ав}$:

$$R = R_n + R_{ав} = P_n * X_n + P_{ав} * X_{ав} .$$

При неизвестных последствиях, под риском понимают вероятность наступления определённого сочетания нежелательных событий

$$R = \sum_{i=1}^n P_i$$

При необходимости можно использовать определение риска как вероятности превышения предела x :

$$R = P \{ \xi > x \},$$

где ξ – случайная величина.

Техногенный риск оценивают по формуле, включающей как вероятность нежелательного события, так и величину последствий в виде ущерба U :

$$R = PU.$$

Если каждому нежелательному событию, происходящему с вероятностью P_i , соответствует ущерб U_i , то величина риска будет представлять собой ожидаемую величину ущерба

$$R = U_* = \sum_{i=1}^n P_i U_i.$$

Если все вероятности наступления нежелательного события одинаковы ($P_i = P, i = 1, n$), то следует

$$R = P \sum_{i=1}^n U_i.$$

Когда существует опасность здоровью и материальным ценностям, риск целесообразно представлять в векторном виде с различными единицами измерения по координатным осям:

$$\vec{R} = \vec{U} \vec{P}.$$

Перемножение в правой части этого уравнения производится покомпонентно, что позволяет сравнивать риски.

Индивидуальный риск можно определить как ожидаемое значение причиняемого ущерба U_* за интервал времени T

$$R = U_* / (M_T) .$$

Общий риск для группы людей (коллективный риск)

$$R = U_* / T .$$

8.2. Приемлемый риск, понятие, критерии

До недавнего времени читалось, что инженерный, детерминистский подход к ликвидации опасности позволяет исключить любую опасность для населения и окружающей среды. Однако сегодня концепция абсолютной

безопасности стала неадекватна внутренним законам техносферы и биосферы.

Поэтому пришли к пониманию невозможности создания **“абсолютной безопасности”** в реальной действительности, и следует стремиться к достижению такого уровня риска от опасных факторов, который можно рассматривать как **“приемлемый”**.

Уровень риска от факторов опасности, обусловленных хозяйственной деятельностью, является **“приемлемым”**, если его величина (вероятность реализации или возможный ущерб) настолько незначительна, что ради получаемой при этом выгоды в виде материальных и социальных благ, человек или общество в целом готово пойти на риск.

Особую роль для общества отводится установлению приемлемого риска. При решении производственных задач, в зарубежной практике, приемлемым считается: -

- для индивидуального риска значение $1 \cdot 10^{-8}$;
- для индивидуального риска величина выше $1 \cdot 10^{-6}$ – неприемлема.

Эти значения считаются отправными данными для обоснования пороговых значений риска.

Норматива допустимого социального риска не существует. Косвенно социальный риск определяется опасностью производственных объектов (предприятий).

Анализ опасных факторов предполагает оценку опасности объектов производства, установление численных значений вероятности возникновения опасных ситуаций, анализ их развития и прогноз возможного числа погибших людей.

Принятие риска в качестве одного из показателей безопасности вызывает необходимость решения нескольких важных задач нормирования:

- обоснование критериальных значений риска;
- контроля риска;
- способы верификации расчетных методик.

Здесь следует отметить метод экономического анализа безопасности, основанный на учете затрат на обеспечение безопасности и потерь от возможных аварий, который предлагает задание риска с учётом следующих условий:

- абсолютной безопасности не может быть изначально, объект может быть безопасен только относительно;
- риск является производной от социально-экономического состояния общества;

- риск определяется путем выявления различных факторов, влияющих на безопасность, и их количественную оценку;
- риск не должен превышать уровня, достигнутые для сложных технических систем с учетом природных воздействий;
- риск должен быть снижен настолько, насколько это позволяет технический уровень промышленности и рамки соответствующих ограничений;
- в управлении риском должен соблюдаться принцип равнонадежности для всех элементов технических систем. применяемого при обеспечении надежности изделий).

При оценке приемлемости различных уровней экономического риска на первом этапе, можно ограничиться рассмотрением риска приводящего к смертельным исходам на основе надежных статистических данных. Тогда, понятие “экологический риск” может быть сформулировано как отношение величины возможного ущерба к соответственному числу смертности людей.

В качестве отправного значения *абсолютного риска* принимают величину летальных исходов (ЛИ):

$$R_A = 10^{-4} \text{ ЛИ}/(\text{чел}^{-1} \cdot \text{год}^{-1}).$$

В качестве отправного значения допустимого (приемлемого) риска при наличии отдельно взятого источника опасности принимают:

$$R_D = 10^{-5} \text{ ЛИ}/(\text{чел}^{-1} \cdot \text{год}^{-1});$$

$$R_D = 10^{-4} \dots 10^{-3} \text{ НС}/(\text{чел}^{-1} \cdot \text{год}^{-1}),$$

где НС – случаи нетрудоспособности.

Для населения величина дополнительного риска, вызванного техногенными причинами, не должна превышать отправного значения абсолютного риска:

$$R \leq R_A,$$

а для отдельно взятого источника опасности с учётом того, что индивидуальный риск зависит от расстояния $R = R(r)$, условие безопасности можно записать в виде:

$$R(r) \leq R_D \leq 10^{-5} \text{ ЛИ}/(\text{чел}^{-1} \cdot \text{год}^{-1});$$

В настоящее время по международной договоренности принято считать, что действие техногенных опасностей (технический риск) должно находиться в пределах от $10^{-7} \dots 10^{-6}$ (смертельных случаев $\text{чел}^{-1} \cdot \text{год}^{-1}$), а величина 10^{-6} является максимально приемлемым уровнем индивидуального риска. В национальных правилах эта величина используется для оценки пожарной безопасности и радиационной безопасности.

Приемлемый риск представляет некоторый компромисс между приемлемым уровнем безопасности и экономическими возможностями его достижения, при этом нельзя забывать о высокой стоимости социального риска.

В связи со сложностью расчетов показателей риска, недостатком исходных данных (особенно по надежности оборудования, человеческим ошибкам) на практике используются методы анализа и критерии приемлемого риска, основанные на результатах экспертных оценок специалистов. В этом случае рассматриваемый объект обычно ранжируется по степени риска на четыре (или больше) группы с высоким, промежуточным, низким или незначительным уровнем риска. При таком подходе:

- высокий уровень риска считается неприемлемым;
- промежуточный требует выполнения программы работ по уменьшению уровня риска;
- низкий считается приемлемым;
- незначительный риск не рассматривается.

При выборе приемлемого риска техногенных воздействий на человеческое общество в целом или на население отдельного региона необходимо отдать предпочтение экологическому подходу, который в качестве объекта опасности рассматривает не только человека, но и весь комплекс окружающей его среды. Остальные подходы, страдают, особенно социальный, экономический, технический, известным произволом, связанным с частными, меркантильными потребностями и интересами отдельных элитных групп общества. Они в той или иной степени являются компромиссными.

8.3. Управление риском

Управление риском – разработка и обоснование управленческого решения на основе анализа рискованной ситуации в форме правового акта, направленного на минимизацию риска.

В стратегических целях – в управлении риском выражено стремление общества к достижению максимально возможного уровня безопасности общества в целом.

В тактических целях – в управлении риском выражено стремление к увеличению продолжительности жизни. В них оговариваются как интересы групп населения, так и каждой личности в защите от чрезмерного риска.

Важнейшим принципом является положение о том, что в управлении риском должен быть включен весь совокупный спектр существующих в обществе опасностей, и общий риск от них для любого человека и для общества в целом не может превышать “приемлемый” для него уровень.

Политика в области управления риском должна строиться в рамках строгих ограничений воздействий опасностей (на технические системы, природные экосистемы) по величине не превышающие предельно допустимые уровни, концентрации и экологические нагрузки.

Для проведения анализа риска и принятия управляющих решений необходимы:

- наличие информационной системы, позволяющей оперативно контролировать состояние объектов возможного поражения;
- объективные сведения о хозяйственной деятельности, проектах и технических решениях, которые могут влиять на уровень техногенной и экологической безопасности и оценки показателей риска;
- экспертиза безопасности и сопоставление альтернативных проектов и технологий, являющихся источниками риска;
- составление рискологических прогнозов и аналитическое определение уровня риска;
- ориентации на объективные оценки риска с целью воздействия на общественное мнение и принятие мер к его минимизации;
- пропаганда научных данных об уровнях техногенного и экологического рисков.

Модель управления риском состоит из четырех частей и этапов.

Первый этап – проведение сравнительной характеристики рисков с целью установления приоритетов и установление степени опасности (вредности).

Второй этап – определение приемлемости риска с учётом ряда социально-экономических факторов:

- выгод (потерь), обусловленных видом деятельности;
- регулирующих меры принимаемые к уменьшению негативного влияния производства на среду и здоровье человека.

В выполнении практических действий по созданию оптимального сочетания “нерисковых” факторов с “рисковыми” проявляется суть процесса управления риском.

Возможны три варианта принимаемых решений:

- риск приемлем полностью;
- риск приемлем частично;
- риск неприемлем полностью.

В настоящее время уровень пренебрежимого предела риска обычно устанавливают как 1% от максимально допустимого.

Третий этап – определение пропорции контроля – заключается в выборе одной из “типовых” мер, способствующей уменьшению (в первом и во втором случае) или устранению (в третьем случае) риска.

Четвертый этап – принятие регулирующего решения на основе нормативных актов (законов, постановлений, инструкций) и их положений, соответствующих реализации той “типовой” меры, которая была установлена на

предшествующей стадии. Данный элемент, завершая процесс управления риском, одновременно увязывает все его стадии, а также стадии оценки риска в единый процесс принятия решений, в единую концепцию риска.

8.4. Применение теории риска в технических системах

Вероятностный метод вычисления риска позволяет получить новую информацию о том, какое влияние на величину риска оказывают разные источники неопределенности в процессе расчета и их влияния на окончательный результат.

В инженерных задачах исходные данные часто бывают усредненными и не полными. Возникают термины “допустимый предел”, “инженерное решение”, которые подтверждают отсутствие достаточной точности в исходных данных. В результате этого при описании вероятности случая аварии на оцениваемом объекте возникает понятие “риск”, которым характеризуют полученное решение.

Принцип сбалансированного риска требует, чтобы все объекты проектировались на одинаковую степень риска.

Риск определяется на основе обработки статистическими методами большого числа наблюдений. Величина риска зависит от ожидаемой выгоды. Как правило, повышение показателя вероятности риска (например, с 10^{-6} до 10^{-3}) приводит к снижению расходов на создание конструкций, оборудования, устройств и т.д. и увеличению ожидаемой выгоды. Но вместе с тем это повышение может повлечь за собой разрушение конструкций в более короткий срок. Поэтому определение принимаемой величины риска является ответственной задачей, которая может быть правильно решена только путем проведения глубокого статистического анализа.

Рассмотрим подробнее физический смысл числового выражения риска. Наиболее полные статистические данные имеются для риска, которым характеризуются несчастные случаи в разных областях производства.

Так, например, риск, характеризуемый числом 10^{-3} случаев на одного человека в год, является совершенно неприемлемым.

Уровень риска 10^{-4} требует принятия мер и может быть принят только в том случае, если другого выхода нет.

По данным, приведенным в работах американских ученых, риск в автомобильных авариях достигает уровня $2,8 \cdot 10^{-4}$.

Уровень риска 10^{-5} соответствует естественным случайным событиям, как, например, несчастным случаям при купании в море, для которых риск исчисляется $3,7 \cdot 10^{-5}$.

Несчастные случаи, обусловленные риском 10^{-6} , относятся к такому уровню, на который имеется более спокойная реакция, так как считается, что избежать этого риска может каждый, соблюдая элементарные правила предосторожности.

Для простейшей конструкции очень часто можно предвидеть единственный путь вероятного разрушения и тогда задача упрощается. Однако для сложных конструкций и сооружений разрушение может развиваться разными путями, имеющими присущую им вероятность.

Коэффициент надежности вычисляется для каждой намеченной схемы разрушения по формуле

$$Fr_j = \prod_{i=1}^n (R_i),$$

где R_i – множитель, характеризующий коэффициент надежности для каждой схемы.

Зависимость между вероятностью P разрушения, выраженной в процентах, и коэффициентом надежности F получаем в виде:

$$P=10\% - F=3,5; \quad P=1\% - F=10; \quad P=0.1\% - F=20.$$

Вероятность того, что разрушение произойдет по выбранной последовательности событий D , вычисляется по формуле

$$P_D = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i)^{m_j},$$

где m_j – число участков для выбранной схемы разрушения.

Для определения вероятности разрушения конструкции в качестве основного показателя принимается ожидаемое число N повторений нагрузки в течение срока эксплуатации конструкции и вводятся две функции, а именно функция надежности $L(N)$ и функция риска $P(N)=[1-L(N)]$, которые выражают вероятность сохранности или разрушения конструкции в зависимости от условного “возраста” конструкции, характеризуемого числом N . Таким путем удается получить решение в указанных выше случаях.

Таким образом, в результате анализа опасностей установлено:

- увеличение показателя риска приводит к удешевлению конструкций;
- уменьшение показателя риска вызывает удорожание производства;
- при большом риске снижается стоимость первоначальных затрат на строительство сооружения;

- однако в дальнейшем при неблагоприятном стечении обстоятельств в сооружении могут возникнуть повреждения, ликвидация которых связана с дополнительными расходами.

Литература

1. Надежность технических систем и техногенный риск / В. А. Акимов [и др]. – М. : Деловой экспресс, 2002. – 368 с.
2. Надежность технических систем : справ. / под ред. И. А. Ушакова. – М. : Радио и связь, 1985. – 608 с.
3. Нечипоренко, В. И. Структурный анализ систем (эффективность и надёжность) / В. И. Нечипоренко. – М. : Сов. радио, 1977. – 214 с.
4. Ветошкин, А. Г. Надёжность технических систем и техногенный риск. – Пенза : Изд-во ПГУАиС, 2003. – 155 с. : ил.
5. Шубин, Р. А. Надёжность технических систем и техногенный риск : учеб. пособие / Р. А. Шубин. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 80 с.
6. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Недра, 1964. – 576 с.
7. Мешалкин, Л. Д. Сборник задач по теории вероятностей / Л. Д. Мешалкин. – М. : МГУ, 1963. – 157 с.
8. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. – М. : Высшая школа, 1970. – 239 с.

НАУКОВО-
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ ВІДДІЛ
НТБ ДонНТУ

12.12.2016 г. *Е.Киртиченко*

