

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Директор АДІ ДВНЗ «ДонНТУ»
М. М. Чальцев
23.05.2013 р.

Кафедра «Опір матеріалів і будівельна механіка»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ «РОЗРАХУНОК СТЕРЖНІВ ТА
СТЕРЖНЬОВИХ СИСТЕМ ПРИ ПРОСТИХ ДЕФОРМАЦІЯХ»
З ДИСЦИПЛІНИ «ОПІР МАТЕРІАЛІВ» (ДЛЯ СТУДЕНТІВ
НАПРЯМІВ ПІДГОТОВКИ 6.070106 «АВТОМОБІЛЬНИЙ
ТРАНСПОРТ» ТА 6.060101 «БУДІВНИЦТВО»)**

10/47-2013-02

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Навчально-методична комісія
факультету
«Автомобільний транспорт»
Протокол № 3 від 20.11.2012 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Навчально-методична комісія
факультету
«Автомобільні дороги»
Протокол № 3 від 21.12.2012 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Кафедра
«Опір матеріалів і будівельна
механіка»
Протокол № 4 від 14.11.2012 р.

УДК 539.3(071)

Методичні вказівки до практичних занять «Розрахунок стержнів та стержньових систем при простих деформаціях» з дисципліни «Опір матеріалів» (для студентів напрямів підготовки 6.070106 «Автомобільний транспорт» та 6.060101 «Будівництво») [Електронний ресурс] / укладачі: М. Н. Чальцев, Л. М. Хникін, В. А. Космак, І. І. Семененко. – Електрон. дані. – Горлівка: ДВНЗ «ДонНТУ» АДІ, 2013. – 1 електрон. опт. диск (CD-R); 12 см. – Систем. вимоги: Pentium; 32 MB RAM; WINDOWS 98/2000/NT/XP; MS Word 2003. – Назва з титул. екрану.

Приведено короткі теоретичні викладки, методику виконання, приклади розрахунку завдань. Розглянуто прийоми й техніку виконання розрахунків, наведено варіанти завдань.

Укладачі:	Чальцев М. Н., д.т.н., проф. Хникін Л. М., к.т.н., доц. Космак В. О., доц. Семененко І. І.
Відповідальний за випуск:	Хникін Л. М., к.т.н., доц.
Рецензент:	Намаконов Б. В., к.т.н., доц., каф. «Автомобільний транспорт»

© Державний вищий навчальний заклад
«Донецький національний технічний університет»
Автомобільно-дорожній інститут, 2013

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1 РОЗТЯГАННЯ ТА СТИСКАННЯ. СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНА СИСТЕМА	4
1.1 Методичні вказівки до розв'язання задачі.....	4
1.2 Приклад розв'язання задачі.....	6
2 РОЗРАХУНОК ТРАНСМІСІЙНОГО ВАЛУ	17
2.1 Методичні вказівки до розв'язання задачі	17
2.2 Приклад розв'язання задачі.....	18
3 РОЗРАХУНОК БАЛКИ НА ЗГИН	26
3.1 Методичні вказівки до розв'язання задачі	26
3.2 Приклад розв'язання задачі.....	26
ДОДАТОК А Варіанти індивідуальних завдань.....	31

ВСТУП

Методичні вказівки до практичних робіт створено з метою вироблення у студентів навичок самостійного розв'язання задач на міцність і жорсткість деталей машин та інженерних конструкцій при простих деформаціях: розтягненні та стисканні, скручуванні та згинанні.

Методичні вказівки включають у себе: рекомендації до виконання завдань на тему курсу «Розтягання та стискання», «Кручення», «Згинання», приклади розв'язання задач, рисунки варіантів задач.

1 РОЗТЯГАННЯ ТА СТИСКАННЯ. СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНА СИСТЕМА

Умова задачі. Для заданої, згідно з варіантом, стержньової системи:

а) при заданих навантаженнях визначити:

– продольні сили N та нормальні напруження σ у стержнях;

– площі перерізу стержнів $A^{[\sigma]}$ за нормальними напруженнями, що допускаються та граничними навантаженнями A^{σ_T} , з урахуванням коефіцієнта запасу міцності $[n]$ та порівняти їх;

б) зняти напруження та визначити повздовжні сили N та нормальні напруження σ :

– при нагріванні конструкції на ΔT° ;

– при виконанні одного стержня коротше на величину Δ .

в) визначити сумарне нормальне напруження σ при спільній дії навантаження, монтажі та нагріванні.

Величини F , q , a , E , $[n]$, σ_T , Δ , ΔT° задаються викладачем.

1.1 Методичні вказівки до розв'язання задачі

1. Виконати креслення стержньової системи із заданим навантаженням, розсікти стержні та вказати вектори повздовжніх сил N .

2. Розглянути статичну сторону задачі, склавши рівняння рівноваги системи та визначивши ступень статичної невизначеності S .

3. Розглянути геометричну сторону задачі, склавши рівняння зв'язку між деформаціями Δl , задавши нове положення пружній системі.

4. Розглянути фізичну сторону задачі, виразивши деформації через невідомі зусилля за формулами закону Гука при розтяганні (стисканні), отримати залежність між N за умовами деформації системи.

5. Виконати синтез, об'єднавши рівняння за п. 2 та п. 4, розв'язати рівняння спільно та визначити N .

6. Записати умови міцності розтягання (стискання) для стержнів, визначити необхідне значення площини перетину A , враховуючи, що

$$[\sigma] = \frac{\sigma}{[n]}. \quad (1.1)$$

7. Визначити площу перерізу стержнів $A^{[\sigma]}$ за допустимими напруженнями.

8. Визначити площу перерізу стержнів A^{σ_T} за граничними навантаженнями, враховуючи, що

$$N_i = \frac{A_i \sigma_T}{[n]}. \quad (1.2)$$

9. Порівняти площі $A^{[\sigma]}$ та A^{σ_T} , як відношення $\frac{A^{[\sigma]}}{A^{\sigma_T}}$.

10. Визначити нормальні напруження в стержнях σ .

11. Виконати креслення системи без навантажень, але з одним стержнем коротше номінальної довжини на величину Δ .

12. Розглянути статичну сторону задачі, склавши рівняння рівноваги системи від сил, що виникають при монтажі системи, визначити ступень статичної невизначеності S .

13. Розглянути геометричну сторону задачі, склавши рівняння зв'язку між деформаціями Δl при монтажі системи.

14. Розглянути фізичну сторону задачі, виразивши деформації через невідомі сили за формулою закону Гука при розтяганні (стисканні), отримати залежність між N згідно з умовами деформації системи.

15. Виконати синтез, об'єднавши рівняння за п. 12 та п. 14, вирішити рівняння сумісно та визначити N .

16. Визначити монтажні напруження у стержнях σ_i .

17. Виконати креслення системи без навантаження, задати нове положення системи, що виникло при деформації стержнів у результаті нагріву системи.

18. Розглянути статичну сторону задачі, склавши рівняння рівноваги системи від сил N_i , що виникли при нагріві, визначити ступінь статичної невизначеності S .

19. Розглянути геометричну сторону задачі, склавши рівняння зв'язку між деформаціями Δl при нагріві системи.

20. Розглянути фізичну сторону задачі, виразивши деформації через невизначені сили N_i , згідно з формулою закону Гука при розтягуванні (стисканні) та коефіцієнт лінійного розширення, отримати залежність N згідно з умовами деформації системи.

21. Виконати синтез, об'єднавши рівняння за п. 18 та п. 20, вирішити рівняння спільно, та визначити N .

22. Визначити температурні напруження σ_t .

23. Оцінити сумарні напруження $\sum \sigma_i$ при сумісній дії навантаження, монтажу та нагрівання.

1.2 Приклад розв'язання задачі

Дано: схема стержньової системи (рис. 1.1), $F = 30$ кН, $q = 10$ кН/м, $a = 2$ м, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\alpha^T = 1,25 \cdot 10^{-5}$ 1/град, $\sigma_{\delta} = 240$ МПа, $[n] = 1,5$, $\Delta T = 60^\circ$, $\Delta = 1,5 \cdot 10^{-4} \cdot l$ (l – довжина стержня).

а) при заданих навантаженнях знайти:

– зусилля N_i і напруження σ_i у стержнях;

– площу перерізу стержнів $A^{[\sigma]}$ за допустимими нормальними напруженнями та граничним навантаженням A^{σ_T} з урахуванням коефіцієнта запасу міцності; порівняти площі $\frac{A^{[\sigma]}}{A^{\sigma_T}}$;

– нормальні напруження;

б) зняти навантаження зі стержнів системи та визначити повздовжні сили N_i і нормальні напруження σ_i :

– при нагріванні конструкції на ΔT° ;

– при виконанні одного стержня коротше заданого на Δ .

2. Статична сторона задачі.

Визначимо ступень статичної невизначеності:

$$S = 2 - 1 = 1,$$

система один раз статично невизначена.

Складаємо рівняння статичної рівноваги:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_0 = 0 \end{cases};$$

$$\sum M_0 = F \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot 6 + N_2 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ + N_1 \cdot 8 \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

$$30 \cdot 4 - 10 \cdot 4 \cdot 6 + N_2 \cdot 4 \cdot 0,866 + N_1 \cdot 8 \cdot 0,707 = 0;$$

$$120 - 240 + 3,46N_2 + 5,66N_1 = 0;$$

$$1,63N_1 + N_2 = 104,5 \cdot 10^3. \quad (1.3)$$

3. Геометрична сторона задачі:

Залежність між деформаціями елементів (рисунок 1.1), $\triangle OBB_1 \sim \triangle OAA_1$

$$AA_1 = \delta_1, \quad BB_1 = \delta_2;$$

$$\triangle OBB_1 \sim \triangle OAA_1 \Rightarrow \frac{AA_1}{BB_1} = \frac{AO}{BO} \Rightarrow \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{8}{4} = 2;$$

$$\delta_1 = \frac{\Delta l_1}{\cos 45^\circ} = \frac{\Delta l_1}{0,707} = 1,41\Delta l_1;$$

$$\delta_2 = \frac{\Delta l_2}{\sin 60^\circ} = \frac{\Delta l_2}{0,866} = 1,15\Delta l_2;$$

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = 2 \Rightarrow \frac{1,41\Delta l_1}{1,15\Delta l_2} = 2 \Rightarrow 1,41\Delta l_1 = 2,30\Delta l_2;$$

$$\Delta l_1 = 1,64\Delta l_2. \quad (1.4)$$

4. Фізична сторона задачі: висловлюємо деформації Δl_1 , Δl_2 через зусилля N_1 , N_2 за законом Гука (враховуючи, що $A_1 = A$, $A_2 = 2A$):

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{EA_1} = \frac{N_1 \cdot l_1}{EA};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{EA_2} = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot 2A} = \frac{N_2 \cdot l_2}{2EA};$$

$$l_1 = \frac{4}{\sin 45^\circ} = \frac{4}{0,707} = 5,66 \text{ (м)};$$

$$l_2 = \frac{6}{\sin 60^\circ} = \frac{6}{0,866} = 6,93 \text{ (м)}.$$

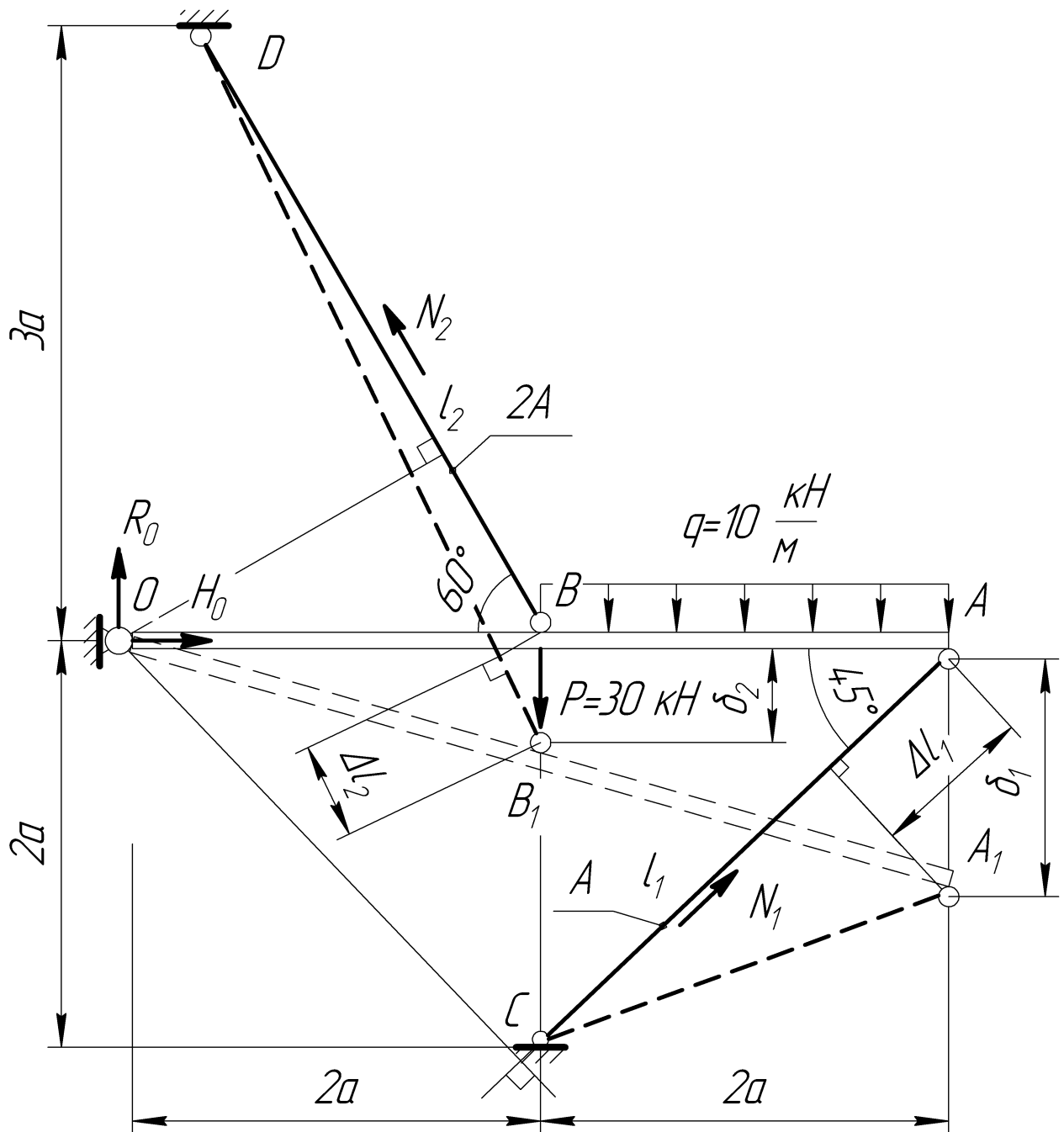


Рисунок 1.1 – Схема стержньової системи

Підставимо отримане рівняння в умову (1.4):

$$\frac{N_1 \cdot l_1}{EA} = 1,64 \frac{N_2 \cdot l_2}{2EA};$$

$$\frac{N_1 \cdot 5,66}{EA} = 1,64 \frac{N_2 \cdot 6,93}{2EA};$$

$$5,66 \cdot N_1 = 5,68 \cdot N_2;$$

$$N_1 = 1,00 \cdot N_2. \quad (1.5)$$

Приймаємо $N_1 = N_2$.

5. Синтез. Розв'яжемо рівняння (1.3) та (1.5) сумісно:

$$\begin{cases} 1,63N_1 + N_2 = 104,5 \cdot 10^3; \\ N_1 = N_2 \end{cases};$$

$$1,63N_1 + N_1 = 104,5 \cdot 10^3;$$

$$2,63N_1 = 104,5 \cdot 10^3;$$

$$N_1 = \frac{104,5 \cdot 10^3}{2,63} = 39,63 \cdot 10^3 \text{ (Н)} = 39,63 \text{ (кН)};$$

$$N_2 = N_1 = 39,63 \cdot 10^3 \text{ (Н)} = 39,63 \text{ (кН)}.$$

Остаточено:

$N_1 = -39,63$ (кН), стискання;

$N_2 = 39,63$ (кН), розтягання.

6. Умови міцності

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n]};$$

$$A \geq \frac{N}{\sigma_T} [n].$$

Площа перерізу за напруженнями, що допускаються:

$$A_1 = A \geq \frac{39,63 \cdot 10^3}{240 \cdot 10^6} \cdot 1,5 = 2,48 \cdot 10^{-4} \text{ (м}^2\text{)} = 2,48 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$A \geq 2,48 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$A_2 = 2A \geq \frac{39,63 \cdot 10^3}{240 \cdot 10^6} \cdot 1,5 = 2,48 \cdot 10^{-4} \text{ (м}^2\text{)} = 2,48 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$A \geq \frac{2,48}{2} = 1,24 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Приймаємо $A^{\text{доп}} = 2,5 \text{ (см}^2\text{)}$, тоді:

$$A_1^{\text{доп}} = A = 2,5 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$A_1^{\text{доп}} = 2A = 2 \cdot 2,5 = 5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Площа перерізу за граничними навантаженнями:

$$N^{\text{ГР}} = A^{\text{ГР}} \cdot \frac{\sigma_{\text{T}}}{[n]};$$

$$N_1^{\text{ГР}} = A_1^{\text{ГР}} \cdot \frac{\sigma_{\text{T}}}{[n]} = A^{\text{ГР}} \cdot \frac{\sigma_{\text{T}}}{[n]};$$

$$N_2^{\text{ГР}} = A_2^{\text{ГР}} \cdot \frac{\sigma_{\text{T}}}{[n]} = 2A^{\text{ГР}} \cdot \frac{\sigma_{\text{T}}}{[n]}.$$

Підставляємо в (1.3):

$$1,63 \cdot A^{\text{ГР}} \cdot \frac{\sigma_{\text{T}}}{[n]} + 2A^{\text{ГР}} \cdot \frac{\sigma_{\text{T}}}{[n]} = 104,5 \cdot 10^3;$$

$$3,63 \cdot A^{\text{ГР}} \cdot \frac{\sigma_{\text{T}}}{[n]} = 104,5 \cdot 10^3;$$

$$A^{\text{ГР}} \cdot \frac{\sigma_{\text{T}}}{[n]} = \frac{104,5 \cdot 10^3}{3,63} = 28,79 \cdot 10^3;$$

$$A^{\text{ГР}} = 28,79 \cdot 10^3 \cdot \frac{[n]}{\sigma_{\text{T}}} = 28,79 \cdot 10^3 \cdot \frac{1,5}{240 \cdot 10^6} = 0,18 \cdot 10^{-3} (\text{м}^2) = 1,8 (\text{см}^2).$$

Приймаємо: $A^{\text{ГР}} = 1,8 (\text{см}^2)$, тоді:

$$A_1^{\text{ГР}} = A^{\text{ГР}} = 1,8 (\text{см}^2)$$

$$A_2^{\text{ГР}} = 2A^{\text{ГР}} = 2 \cdot 1,8 = 3,6 (\text{см}^2).$$

Відношення площин поперечних перерізів

$$\frac{A^{\text{доп}}}{A^{\text{ГР}}} = \frac{2,5}{1,8} = 1,39 \text{рази.}$$

10. Нормальні напруження від навантаження

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{39,63 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 158,52 \text{ (МПа);}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{39,63 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 79,26 \text{ (МПа).}$$

Визначаємо зусилля у стержнях за умовою, що стержень l коротше на $\Delta_1 = 1,5 \cdot 10^{-4} \cdot l_1$.

11. Креслення системи при виконанні стержня l_1 коротше на Δ_1 на рис. 1.2:

$$\Delta_1 = 1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 5,66 = 8,5 \cdot 10^{-4} \text{ (м)} = 0,85 \text{ (мм)}.$$

12. Статична сторона задачі. Визначимо ступінь статичної невизначеності:

$$S = 2 - 1 = 1,$$

система один раз статично невизначена.

Складаємо рівняння статичної рівноваги:

$$\sum M_0 = N_2 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ - N_1 \cdot 8 \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

$$N_2 \cdot 4 \cdot 0,866 - N_1 \cdot 8 \cdot 0,707 = 0;$$

$$3,46N_2 - 5,66N_1 = 0;$$

$$1,63N_1 - N_2 = 0;$$

$$1,63N_1 = N_2. \quad (1.6)$$

13. Геометрична сторона задачі. Розглядаємо систему в деформованому вигляді (рис. 1.2).

Залежність між деформаціями елементів (рис. 1.2), $\triangle OBB_1 \sim \triangle OAA_1$

$$AA_1 = \delta_1, \quad BB_1 = \delta_2;$$

$$\triangle OBB_1 \sim \triangle OAA_1 \Rightarrow \frac{AA_1}{BB_1} = \frac{AO}{BO} \Rightarrow \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{8}{4} = 2;$$

$$\delta_1 = \frac{\Delta_1 - \Delta l_1}{\cos 45^\circ} = \frac{\Delta_1 - \Delta l_1}{0,707} = 1,41(\Delta_1 - \Delta l_1);$$

$$\delta_2 = \frac{\Delta l_2}{\sin 60^\circ} = \frac{\Delta l_2}{0,866} = 1,15\Delta l_2;$$

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = 2 \Rightarrow \frac{1,41(\Delta_1 - \Delta l_1)}{1,15\Delta l_2} = 2 \Rightarrow 1,41(\Delta_1 - \Delta l_1) = 2,30\Delta l_2;$$

$$\Delta_1 - \Delta l_1 = 1,64\Delta l_2;$$

$$\Delta l_1 + 1,64\Delta l_2 = \Delta_1. \quad (1.7)$$

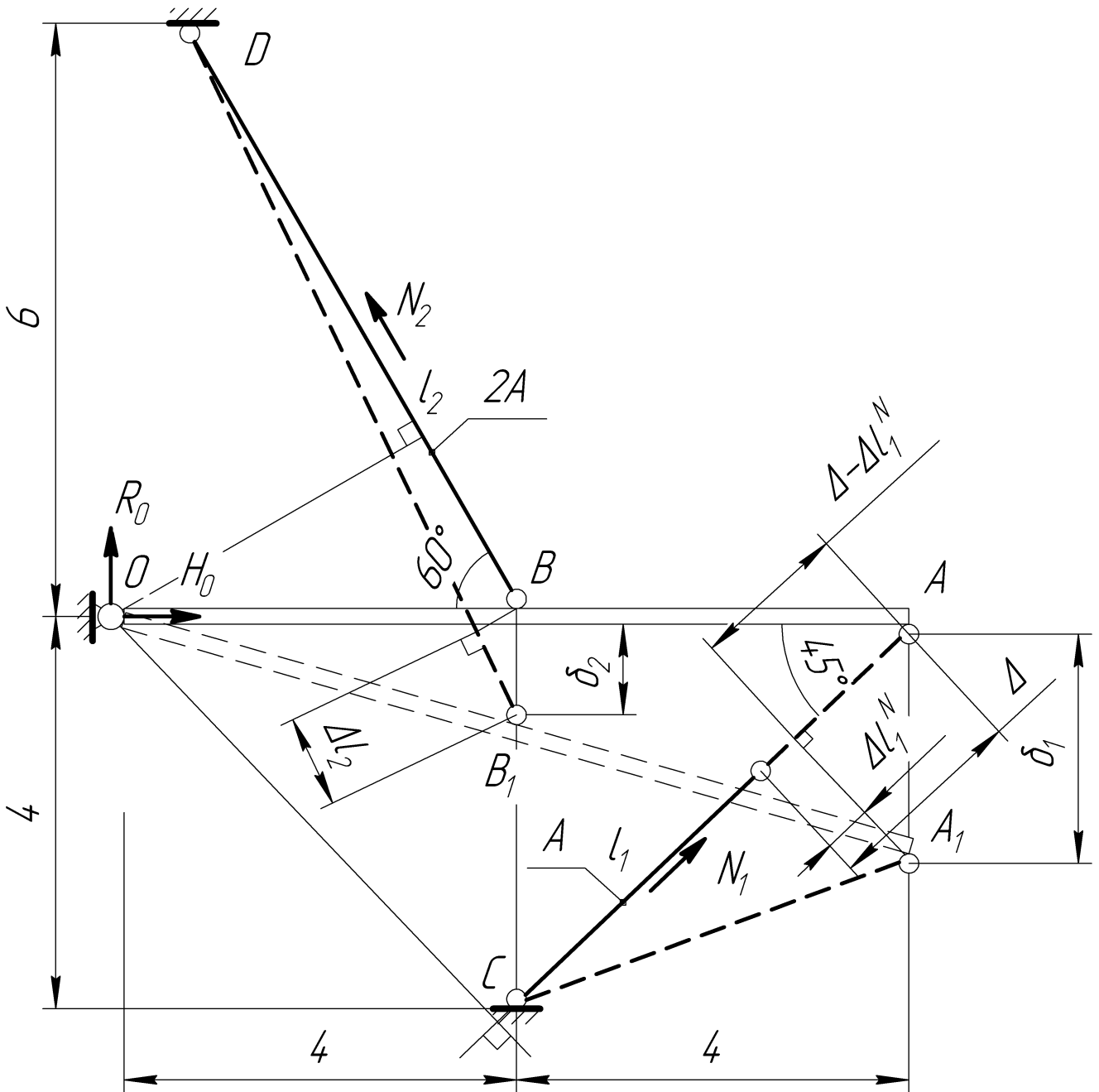


Рисунок 1.2 – Схема стержньової системи в деформованому вигляді

14. Фізична сторона задачі. На підставі закону Гука.

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{EA_1};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{EA_2};$$

$$\frac{N_1 \cdot l_1}{EA_1} + 1,64 \cdot \frac{N_2 \cdot l_2}{EA_2} = \Delta_1.$$

Тоді з урахуванням значень:

$$\frac{N_1 \cdot 5,66}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}} + 1,64 \cdot \frac{N_2 \cdot 6,93}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 0,85 \cdot 10^{-3};$$

$$\frac{N_1 \cdot 5,66}{2,5} + 1,64 \cdot \frac{N_2 \cdot 6,93}{5} = 0,85 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4};$$

$$\frac{N_1 \cdot 5,66}{2,5} + 1,64 \cdot \frac{N_2 \cdot 6,93}{5} = 0,85 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4};$$

$$2,26 \cdot N_1 + 2,27 \cdot N_2 = 1,7 \cdot 10^4. \quad (1.8)$$

15. Синтез

$$\begin{cases} 1,63N_1 = N_2 \\ 2,26 \cdot N_1 + 2,27 \cdot N_2 = 1,7 \cdot 10^4 \end{cases};$$

$$2,26 \cdot N_1 + 2,27 \cdot 1,63N_1 = 1,7 \cdot 10^4;$$

$$2,26 \cdot N_1 + 3,7 \cdot N_1 = 1,7 \cdot 10^4;$$

$$5,96 \cdot N_1 = 1,7 \cdot 10^4;$$

$$N_1 = \frac{1,7 \cdot 10^4}{5,96} = 0,285 \cdot 10^4 \text{ (Н)} = 2,85 \text{ (кН)};$$

$$N_2 = 1,63N_1 = 1,63 \cdot 2,85 = 4,65 \text{ (кН)}.$$

16. Остаточо

$$N_1 = 2,85 \text{ (кН)}, \text{ розтягання};$$

$$N_2 = 4,65 \text{ (кН)}, \text{ розтягання};$$

$$\sigma_1^M = \frac{N_1}{A_1} = \frac{2,85 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 11,4 \text{ (МПа)};$$

$$\sigma_2^M = \frac{N_2}{A_2} = \frac{4,65 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 9,3 \text{ (МПа)}.$$

17. Креслення системи при нагріванні (рис. 1.3).

18. Статична сторона задачі. Визначимо ступінь статичної невизначеності:

$$S = 2 - 1 = 1,$$

система один раз статично невизначена.

Складаємо рівняння статичної рівноваги:

$$\begin{aligned}
\Sigma M_0 &= N_2 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ - N_1 \cdot 8 \cdot \cos 45^\circ = 0; \\
N_2 \cdot 4 \cdot 0,866 - N_1 \cdot 8 \cdot 0,707 &= 0; \\
3,46N_2 - 5,66N_1 &= 0; \\
1,63N_1 - N_2 &= 0; \\
1,63N_1 &= N_2.
\end{aligned} \tag{1.9}$$

19. Геометрична сторона задачі:

Залежність між деформаціями елементів (рис. 1.2), $\triangle OBB_1 \sim \triangle OAA_1$

$$AA_1 = \delta_1, \quad BB_1 = \delta_2;$$

$$\triangle OBB_1 \sim \triangle OAA_1 \Rightarrow \frac{AA_1}{BB_1} = \frac{AO}{BO} \Rightarrow \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{8}{4} = 2;$$

$$\delta_1 = \frac{\Delta l_1 - \Delta l_1^t}{\cos 45^\circ} = \frac{\Delta l_1 - \Delta l_1^t}{0,707} = 1,41(\Delta l_1 - \Delta l_1^t);$$

$$\delta_2 = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_2^t}{\sin 60^\circ} = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_2^t}{0,866} = 1,15(\Delta l_2 - \Delta l_2^t);$$

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = 2 \Rightarrow \frac{1,41(\Delta l_1 - \Delta l_1^t)}{1,15(\Delta l_2 - \Delta l_2^t)} = 2 \Rightarrow 1,41(\Delta l_1 - \Delta l_1^t) = 2,30(\Delta l_2 - \Delta l_2^t);$$

$$\Delta l_1 - \Delta l_1^t = 1,64(\Delta l_2 - \Delta l_2^t). \tag{1.10}$$

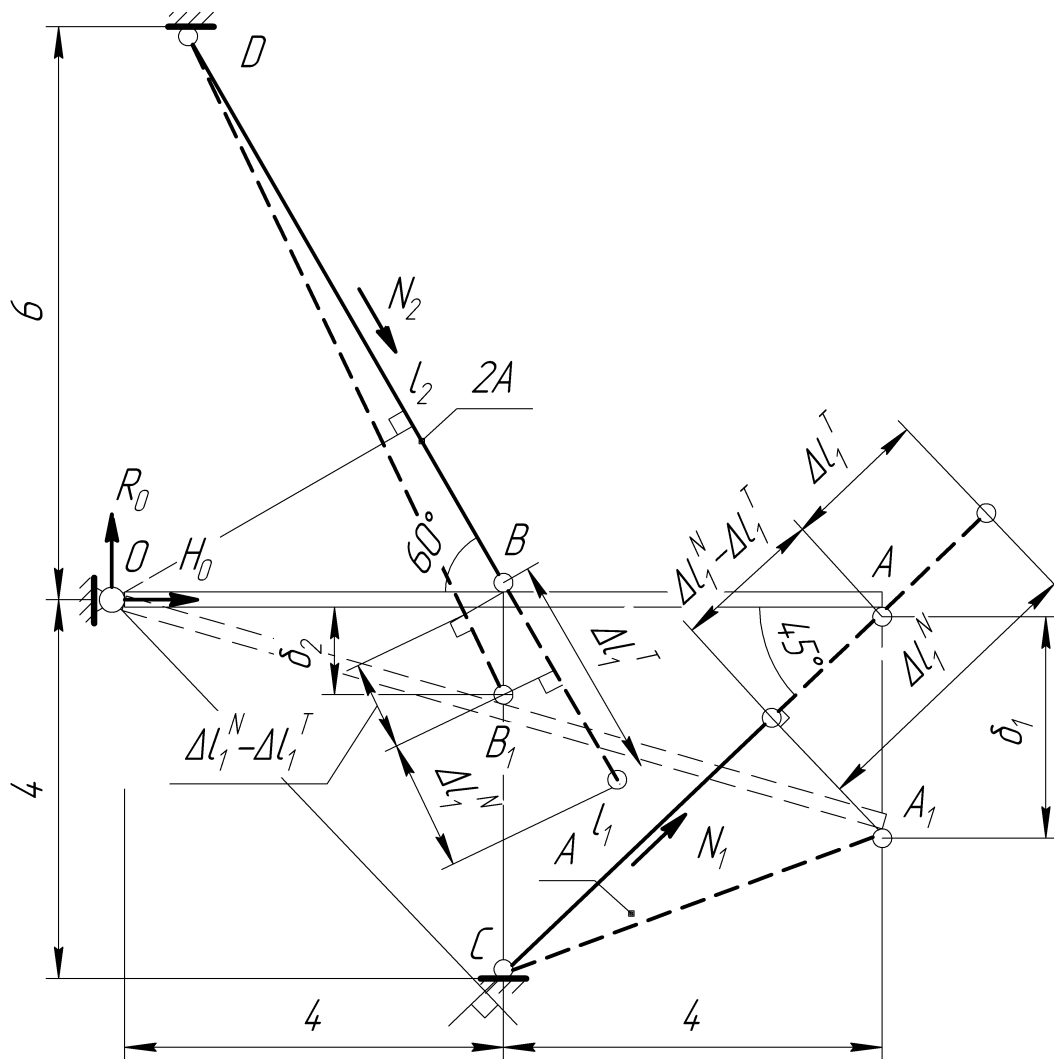


Рисунок 1.3 – Схема системи при нагріванні

20. Фізична сторона задачі

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{EA_1};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{EA_2};$$

$$\Delta l^t = \alpha^T \cdot l \cdot \Delta T;$$

$$\frac{N_1 \cdot l_1}{EA_1} - \alpha^T \cdot l_1 \cdot \Delta T = 1,64 \left(\frac{N_2 \cdot l_2}{EA_2} - \alpha^T \cdot l_2 \cdot \Delta T \right);$$

$$\frac{N_1 \cdot 5,66}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}} - 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 5,66 \cdot 60 =$$

$$= 1,64 \left(\frac{N_2 \cdot 6,93}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} - 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 6,93 \cdot 60 \right);$$

$$1,13 \cdot N_1 \cdot 10^{-7} - 424,5 \cdot 10^{-5} = 1,14 \cdot N_2 \cdot 10^{-7} - 852,39 \cdot 10^{-5};$$

$$1,13 \cdot N_1 \cdot 10^{-7} - 1,14 \cdot N_2 \cdot 10^{-7} = 424,5 \cdot 10^{-5} - 852,39 \cdot 10^{-5};$$

$$1,13 \cdot N_1 \cdot 10^{-7} - 1,14 \cdot N_2 \cdot 10^{-7} = -427,89 \cdot 10^{-5};$$

$$1,13 \cdot N_1 - 1,14 \cdot N_2 = \frac{-427,89 \cdot 10^{-5}}{10^{-7}} = -427,89 \cdot 10^2 = -42,79 \cdot 10^3. \quad (1.11)$$

21. Синтез:

$$\begin{cases} 1,63N_1 = N_2 \\ 1,13 \cdot N_1 - 1,14 \cdot N_2 = -42,79 \cdot 10^3 \end{cases}; \text{ (Нм/м)}$$

$$1,13 \cdot N_1 - 1,14 \cdot 1,63N_1 = N_2 = -42,79 \cdot 10^3; \text{ (Нм/м)}$$

$$1,13 \cdot N_1 - 1,86N_1 = -42,79 \cdot 10^3; \text{ (Н/м)}$$

$$-0,73N_1 = -42,79 \cdot 10^3; \text{ (Н/м)}$$

$$N_1 = \frac{-42,79 \cdot 10^3}{-0,73} = 58,62 \cdot 10^3 \text{ (Н)} = 58,62 \text{ (кН)};$$

$$N_2 = 1,63 \cdot N_1 = 1,63 \cdot 58,62 = 95,55 \text{ (кН)};$$

$$N_1 = 58,62 \text{ (кН)}, \text{ стискання};$$

$$N_2 = 95,55 \text{ (кН)}, \text{ стискання}.$$

22. Температурні напруження:

$$\sigma_1^T = \frac{N_1}{A_1} = \frac{58,62 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 234,48 \text{ (МПа)};$$

$$\sigma_2^T = \frac{N_2}{A_2} = \frac{95,55 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 191,1 \text{ (МПа)}.$$

23. Спільна дія навантаження, монтажу та нагрівання (у формулі враховуємо зі знаком «+» розтягнуті стержні, зі знаком «-» – стиснуті):

$$\sigma_i = \sigma_{\text{нав}} + \sigma_{\text{м}} + \sigma_T;$$

$$\sigma_1 = 158,52 + 11,4 - 234,48 = -64,56 \text{ (МПа)};$$

$$\sigma_2 = -79,26 + 9,3 - 191,1 = -261,06 \text{ (МПа)}.$$

2 РОЗРАХУНОК ТРАНСМІСІЙНОГО ВАЛУ

Умови задачі. Для заданого, згідно з варіантом, трансмісійного валу:

- побудувати епюру M_K ;
- визначити діаметри ступенів валу d , з умови міцності та жорсткості;
- виконати ескіз валу;
- обрати призматичні шпонки під зубчасті колеса та перевірити їх міцність на зріз і зминання;
- побудувати епюру кутів закручування (φ) відносно лівого торцю валу;
- визначити жорсткість валу на крутіння.

Величини P , a , b , c , $[\tau]$, $[\sigma]_{\text{см}}$, $[\varphi]_0$, G задаються викладачем.

2.1 Методичні вказівки до розв'язання задачі

1. Виконати креслення розрахункової схеми валу та розбити його на ділянки між прикладеними моментами. Напрямок обертаючих моментів: M – співпадає з напрямком n , M_i спрямовані протилежно напрямку n .

2. Визначити обертаючі моменти на зубчастих колесах, виходячи з передаточної кожним зубчастим колесом потужності при заданій частоті обертання n об/хв.

3. Визначити методом перерізів крутні моменти M_{Ki} на ділянках та побудувати епюру $M_{\hat{e}}$ під розрахунковою схемою.

4. Визначити за умовою міцності на крутіння діаметри валу на ділянках:

$$d_i \geq 3 \sqrt{\frac{16M_K}{\pi[\tau]}}. \quad (2.1)$$

5. Визначити за умовою жорсткості на крутіння діаметри валу на ділянках:

$$d_i \geq 4 \sqrt{\frac{32M_K \cdot 180}{\pi G [\varphi]_0 \pi}}. \quad (2.2)$$

6. Визначити значення діаметрів d_i , за стандартом (величини діаметрів валу повинні закінчуватися останньою цифрою на 0, 5, 2 або 8 у порядку переваги), при цьому різниця в діаметрах на сусідніх ділянках не повинна перевищувати 10 мм при виконанні умов збірки зубчастих коліс на вал.

7. Виконати ескіз валу на епюрі M_K , враховуючи, що величина маточини (ступиці) зубчастих коліс:

$$l_{\text{CT}i} = (1 \dots 1, 2) \cdot d_i; \quad (2.3)$$

а ширина підшипника:

$$l_{i i} = (0, 5 \dots 0, 6) \cdot d_i. \quad (2.4)$$

8. Обрати призматичні шпонки за ГОСТ 23360-78 та перевірити їх на зріз і зминання:

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{Q}{A_{\text{зр}}} \leq [\tau], \quad (2.5)$$

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} \leq [\sigma]_{\text{см}}. \quad (2.6)$$

9. Розбити вал на ділянки, позначивши їхні межі цифрами натурального ряду, починаючи з лівого крайнього перерізу. Ділянку валу під маточиною (ступицею) зубчастого колеса (вона довша ніж шпонка) вважати окремою ділянкою.

10. Визначити кути закручування φ валу на ділянках:

$$\varphi_i = \frac{M_{\text{К}i} \cdot l_i}{GJ_{\rho i}} = \frac{32M_{\text{К}i} \cdot l_i}{G\pi d_i^4} = \frac{M_{\text{К}i}}{C_i}, \quad (2.7)$$

де $C_i = \frac{G\pi d_i^4}{32l_i}$ – жорсткість на крутіння ділянки валу.

11. Побудувати під ескізом валу епюру кутів закручування (φ), підсумовуючи кути закручування φ попередніх ділянок.

2.2 Приклад розв'язання задачі

Дано: схема трансмісійного валу (рис. 2.1), $P = 50$ кВт, $a = 150$ мм, $b = 180$ мм, $c = 200$ мм, $[\tau] = 80$ МПа, $[\sigma]_{\text{см}} = 320$ МПа, $[\varphi]_0 = 0,5$ град/м, $G = 7,5 \cdot 10^4$ МПа, $n = 950$ об/хв.

Для трансмісійного валу:

- побудувати епюру крутних моментів $M_{\text{К}}$;
- визначити діаметр ступенів валу d , виходячи з умови міцності та жорсткості;
- виконати ескіз валу;
- вибрати призматичні шпонки під зубчасті колеса та перевірити їх міцність на зріз і зминання;
- побудувати епюру кутів закручування (φ) відносно лівого торця валу;
- визначити жорсткість валу на крутіння.

1. Визначити обертаючі моменти на зубчастих колесах:

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{P \cdot 30}{\pi n} = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 30}{3,14 \cdot 950} = 0,5 \cdot 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{м)} = 0,5 \text{ (кН} \cdot \text{м)};$$

$$M_1 = 0,2 M_K = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1 \text{ (кН} \cdot \text{м)};$$

$$M_2 = M_3 = 0,4 M = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2 \text{ (кН} \cdot \text{м)}.$$

2. Обертаючі моменти M_K на ділянках:

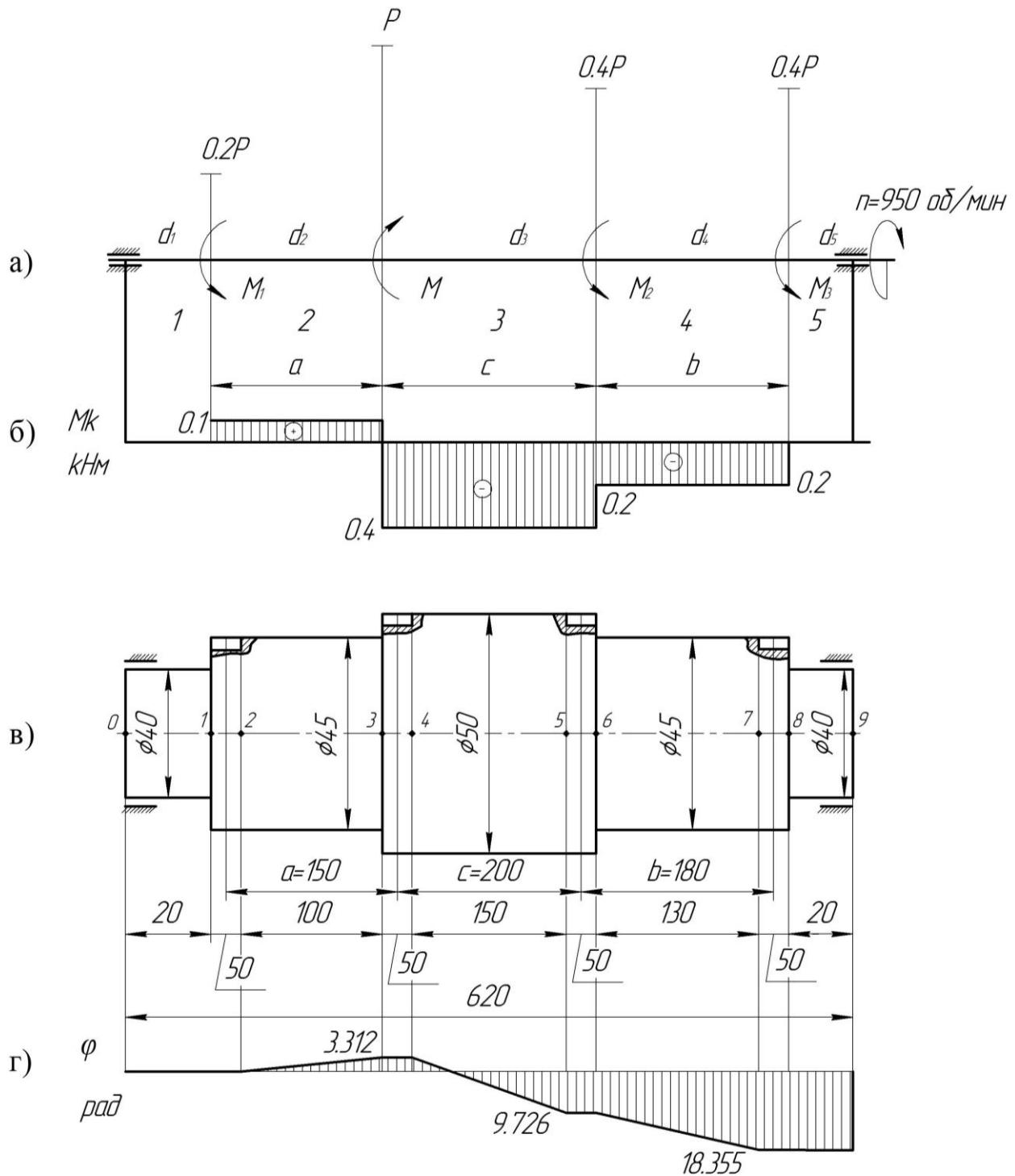
$$\text{Діл. (1)} \rightarrow M_{K_1} = 0;$$

$$\text{Діл. (2)} \rightarrow M_{K_2} = M_1 = 0,1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{Діл. (3)} \rightarrow M_{K_3} = M_1 - M = 0,1 - 0,5 = -0,4 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{Діл. (4)} \rightarrow M_{K_4} = -M_3 = -0,2 = 0,2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{Діл. (5)} \rightarrow M_{K_5} = 0.$$



а) розрахункова схема валу; б) епюра крутних моментів M_k , $kH \cdot m$;
в) ескіз валу; г) епюра кутів закручування φ , рад;

Рисунок 2.1 – Розрахунок трансмісійного валу на міцність і жорсткість

3. Діаметри ділянок валу згідно з умовами міцності (2.1), $[\tau] = 80$ МПа:

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{k2}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{160,1 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6} \cdot 10^3} = 18,54 \text{ (мм)};$$

$$d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{к3}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} \cdot 10^3 = 29,43 \text{ (мм)};$$

$$d_4 \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{к4}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} \cdot 10^3 = 23,36 \text{ (мм)}.$$

4. Діаметри ділянок валу згідно з умовами жорсткості (2.2), $[\varphi]_0 = 0,5$ град/м:

$$d_2 \geq \sqrt[4]{\frac{32M_{к2}}{\pi G [\varphi]_0 \frac{180}{\pi}}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 0,1 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 7,5 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot \frac{180}{3,14}}} = 35,33 \text{ (мм)};$$

$$d_3 \geq \sqrt[4]{\frac{32M_{к3}}{\pi G [\varphi]_0 \frac{180}{\pi}}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 7,5 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot \frac{180}{3,14}}} = 49,97 \text{ (мм)};$$

$$d_4 \geq \sqrt[4]{\frac{32M_{к4}}{\pi G [\varphi]_0 \frac{180}{\pi}}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 0,2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 7,5 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot \frac{180}{3,14}}} = 42,02 \text{ (мм)}.$$

5. Округлюємо значення діаметрів до стандартних значень:

$$d_1 = 40 \text{ мм}, d_2 = 45 \text{ мм}, d_3 = 50 \text{ мм}, d_4 = 45 \text{ мм}, d_5 = 40 \text{ мм}.$$

6. Обираємо шпонки призматичні за ГОСТ 23360-78

$$d = 45 \text{ мм}: b_1 = 12 \text{ мм}; h_1 = 8 \text{ мм}; l_1 = 50 \text{ мм}; t_1 = 5 \text{ мм}.$$

$$d = 50 \text{ мм}: b_2 = 14 \text{ мм}; h_2 = 9 \text{ мм}; l_1 = 50 \text{ мм}; t_2 = 5,5 \text{ мм}.$$

Навантаження на шпонки (рис. 2.2)

$$F = \frac{2M_{к}}{d_i};$$

$$F_1 = \frac{2M_{к1}}{d_2} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 10^3}{45 \cdot 10^{-3}} = 4,45 \text{ (кН)};$$

$$F_2 = \frac{2M_{к2}}{d_3} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^{-3}} = 16.$$

$$F_3 = \frac{2M_{K2}}{d_3} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^{-3}} = 16.$$

$$F_4 = \frac{2M_{K4}}{d_5} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 10^3}{45 \cdot 10^{-3}} = 8,9.$$

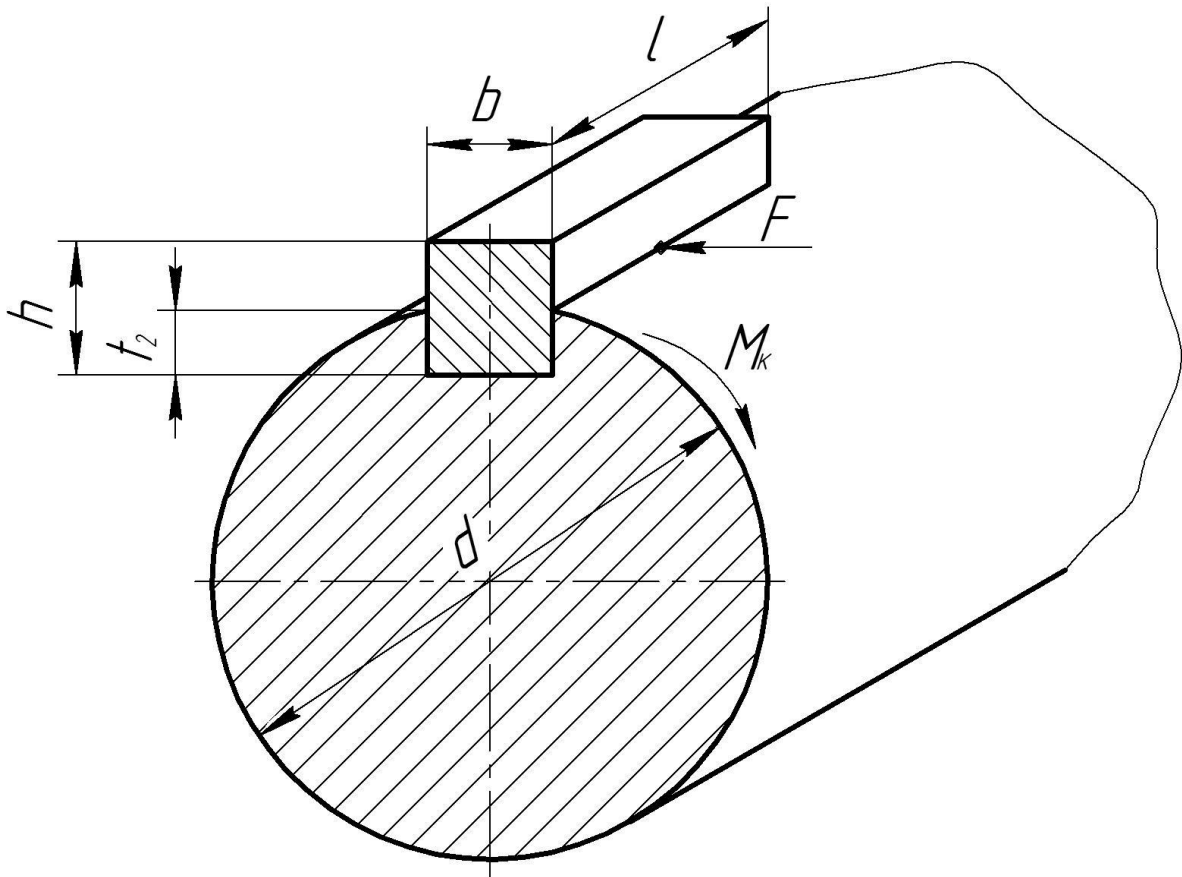


Рисунок 2.2 – Розрахунок шпонкового з'єднання

Перевіряємо шпонки на зріз:

$$\tau_{зр} = \frac{Q}{A_{зр}} \leq [\tau];$$

$$A_{см1} = l_1 \cdot b_1 = 50 \cdot 12 = 600 \text{ (мм}^2\text{)} = 6 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$A_{см2} = l_2 \cdot b_2 = 50 \cdot 14 = 700 \text{ (мм}^2\text{)} = 7 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Шпонка I:

$$\tau_1 = \frac{F_1}{A_{зр1}} = \frac{4,45 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 7,4 \text{ (МПа)} < [\tau] = 80 \text{ (МПа)}.$$

Шпонка II:

$$\tau_2 = \frac{F_2}{A_{зр2}} = \frac{16 \cdot 10^3}{7 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 22,9 \text{ (МПа)} < [\tau] = 80 \text{ (МПа)}.$$

Шпонка III:

$$\tau_3 = \frac{F_3}{A_{зр2}} = \frac{16 \cdot 10^3}{7 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 22,9 \text{ (МПа)} < [\tau] = 80 \text{ (МПа)}.$$

Шпонка IV:

$$\tau_4 = \frac{F_4}{A_{зр1}} = \frac{8,9 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 14,8 \text{ (МПа)} < [\tau] = 80 \text{ (МПа)}.$$

Умови міцності на зріз виконуються.

Перевіряємо шпонки на зминання:

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} \leq [\sigma]_{см};$$

$$A_{зр1} = l_1 \cdot t_1 = 50 \cdot 5 = 250 \text{ (мм}^2\text{)} = 2,5 \text{ (м}^2\text{)};$$

$$A_{зр2} = l_1 \cdot t_1 = 50 \cdot 5,5 = 275 \text{ (мм}^2\text{)} = 2,75 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Шпонка I:

$$\sigma_{см1} = \frac{F_1}{A_{см1}} = \frac{4,45 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^6 = 17,8 \text{ (МПа)} \leq [\sigma]_{см} = 320 \text{ (МПа)}.$$

Шпонка II:

$$\sigma_{см2} = \frac{F_2}{A_{см2}} = \frac{16 \cdot 10^3}{2,75 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^6 = 58,2 \text{ (МПа)} \leq [\sigma]_{см} = 320 \text{ (МПа)}.$$

Шпонка III:

$$\sigma_{см3} = \frac{F_3}{A_{см2}} = \frac{16 \cdot 10^3}{2,75 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^6 = 58,2 \text{ (МПа)} \leq [\sigma]_{см} = 320 \text{ (МПа)}.$$

Шпонка IV:

$$\sigma_{см4} = \frac{F_4}{A_{см1}} = \frac{8,9 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^6 = 35,6 \text{ (МПа)} \leq [\sigma]_{см} = 320 \text{ (МПа)}.$$

Умови міцності на зминання виконуються.

7. Розбиваємо вал за ескізом на ділянки.

8. Визначаємо жорсткість валу на крутіння на ділянках:

$$C_i = \frac{G \pi d_i^4}{32 l_i};$$

$$C_{23} = \frac{7,5 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot (45 \cdot 10^{-3})^4}{32 \cdot 100 \cdot 10^{-3}} = 30,19 \cdot 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{м)};$$

$$C_{45} = \frac{7,5 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot (40 \cdot 10^{-3})^4}{32 \cdot 150 \cdot 10^{-3}} = 30,68 \cdot 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{м)};$$

$$C_{67} = \frac{7,5 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot (45 \cdot 10^{-3})^4}{32 \cdot 130 \cdot 10^{-3}} = 23,23 \cdot 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{м)}.$$

9. Визначаємо кути закручування валу φ на ділянках:

$$\varphi_i = \frac{M_{\kappa_i} \cdot l_i}{G J_{\rho_i}} = \frac{32 M_{\kappa_i} \cdot l_i}{G \pi d_i^4} = \frac{M_{\kappa_i}}{C_i};$$

$$\varphi_{01} = 0;$$

$$\varphi_{12} = 0;$$

$$\varphi_{23} = \frac{M_{\kappa_2}}{C_{23}} = \frac{01 \cdot 10^3}{30,19 \cdot 10^3} = 3,312 \cdot 10^{-3} \text{ (рад)};$$

$$\varphi_{34} = 0;$$

$$\varphi_{45} = \frac{M_{\kappa_3}}{C_{45}} = \frac{-0,4 \cdot 10^3}{30,68 \cdot 10^3} = -13,038 \cdot 10^{-3} \text{ (рад)};$$

$$\varphi_{56} = 0;$$

$$\varphi_{67} = \frac{M_{\kappa_4}}{C_{67}} = \frac{-0,2 \cdot 10^3}{30,68 \cdot 10^3} = -8,609 \cdot 10^{-3} \text{ (рад)};$$

$$\varphi_{78} = 0;$$

$$\varphi_{89} = 0.$$

10. Визначаємо кути закручування φ_i відносно лівого торця валу:

$$\varphi_0 = 0;$$

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \varphi_{01} = 0 + 0 = 0;$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_{12} = 0 + 0 = 0;$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_{23} = 0 + 3,312 \cdot 10^3 = 3,312 \cdot 10^3 \text{ (рад);}$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + \varphi_{34} = 3,312 \cdot 10^3 + 0 = 3,312 \cdot 10^3 \text{ (рад);}$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 + \varphi_{45} = 3,312 \cdot 10^3 + (-13,038 \cdot 10^{-3}) = -9,726 \cdot 10^3 \text{ (рад);}$$

$$\varphi_6 = \varphi_5 + \varphi_{56} = -9,726 \cdot 10^3 + 0 = -9,726 \cdot 10^3 \text{ (рад);}$$

$$\varphi_7 = \varphi_6 + \varphi_{67} = -9,726 \cdot 10^3 + (-8,609 \cdot 10^{-3}) = -18,335 \cdot 10^3 \text{ (рад);}$$

$$\varphi_8 = \varphi_7 + \varphi_{78} = -9,726 \cdot 10^3 + 0 = -18,335 \cdot 10^3 \text{ (рад);}$$

$$\varphi_9 = \varphi_8 + \varphi_{89} = -9,726 \cdot 10^3 + 0 = -18,335 \cdot 10^3 \text{ (рад).}$$

Будуємо епюру кутів закручування (φ) під ескізом валу.

3 РОЗРАХУНОК БАЛКИ НА ЗГИН

Для заданої балки необхідно:

- 1) визначити опорні реакції;
- 2) побудувати епюри поперечних сил Q і згинаючих моментів M ;
- 3) підібрати поперечний переріз балки:
 - а) сталеві двотаврові $[\sigma] = 160$ МПа;
 - б) із деревини, прямокутного ($h = 2b$) і круглого перерізів, $[\sigma] = 10$ МПа.

3.1 Методичні вказівки до розв'язання задачі

1. Згідно з шифром вибрати схему балки та вихідні дані.
2. Накреслити в масштабі розрахункову схему балки.
3. За допомогою рівнянь статички визначити вертикальні реакції на опорах. Якщо в результаті розрахунку реакція виявиться зі знаком мінус, то напрям вибраної реакції слід змінити на протилежний.
4. Для контролю правильності визначення реакцій скласти рівняння рівноваги, що не було використане при визначенні реакцій.
5. Побудувати епюри поперечних сил Q і згинаючих моментів M .
6. Встановити границі ділянок завантаження з урахуванням розміщення силових факторів. Для кожної ділянки записати рівняння $Q = f(x_i)$ та $M = f(x_i)$, за допомогою яких визначити величини поперечних сил і згинаючих моментів на границях ділянок.
7. Для визначення максимального значення M_i^{\max} на ділянці з рівномірно розподіленим навантаженням використати диференційну залежність:

$$\frac{dM}{dx} = Q.$$

8. Епюри Q і M накреслити під розрахунковою схемою балки, вказати на них числові значення ординат на границях ділянок.
9. Виходячи з умов міцності, $[\sigma] = 10$ МПа:

$$W_z = \frac{M_{\max}}{[\sigma]},$$

підібрати переріз балки прямокутного ($h = 2b$) та круглого профілю.

3.2 Приклад розв'язання задачі

Для балки, що наведена на рис. 3.1, необхідно: визначити опорні реакції; побудувати епюри Q і M ; підібрати поперечний переріз.

Розв'язання.

1. Для визначення опорних реакцій записуємо рівняння статичної рівноваги:

$$\begin{aligned}\sum M_A &= F \cdot 3 - q \cdot 5 \cdot 2,5 - M + R_B \cdot 5 = 0; \\ R_B &= \frac{-F \cdot 3 + q \cdot 5 \cdot 2,5 + M}{5} = \frac{-20 \cdot 3 + 20 \cdot 5 \cdot 2,5 + 30}{5} = 44 \text{ (кН)}; \\ \sum M_B &= F \cdot 8 - R_A \cdot 5 + q \cdot 5 \cdot 2,5 - M = 0; \\ R_A &= \frac{F \cdot 8 - q \cdot 5 \cdot 2,5 - M}{5} = \frac{20 \cdot 8 - 20 \cdot 5 \cdot 2,5 - 30}{5} = 76 \text{ (кН)}.\end{aligned}$$

Перевіряємо, чи виконується рівняння

$$\begin{aligned}\sum Y &= 0; \\ -F + R_A + q \cdot 5 + R_B &= -20 + 76 - 20 \cdot 5 + 44 = -120 + 120 = 0;\end{aligned}$$

тобто опорні реакції знайдено вірно.

2. Для визначення внутрішніх силових факторів Q і M розбиваємо балку на три ділянки та розглядаємо перерізи 1-1, 2-2, 3-3 на них. Відкидаємо праві частини балки для перерізів 1-1 і 2-2 (ліву – для перерізу 3-3) і розглядаємо рівновагу лівої (правої) частини цих балок.

Переріз 1-1 (ділянка 1).

З умови рівноваги $\sum Y = 0$ для лівої частини балки одержимо

$$Q_1 = -F = -20 \text{ (кН)}.$$

Із одержаного рішення можна зробити висновок, що поперечна сила на цій ділянці є постійною, тому її графічне зображення буде прямою лінією, що паралельна осі x .

Згинаючі моменти на першій ділянці одержимо, взявши суму моментів лівих сил відносно перерізу 1-1

$$M_1 = -F \cdot x_1.$$

З наведеної рівності витікає, що моменти змінюються за лінійним законом. Відповідну епюру одержимо за значеннями моментів:

при

$$\begin{aligned}x_1 &= 0; & M_1 &= 0; \\ x_1 &= 3 \text{ м}; & M_1 &= -20 \cdot 3 = -60 \text{ (кН} \cdot \text{м)}.\end{aligned}$$

Переріз 2-2 (ділянка 2): $3 \text{ м} \leq x_2 \leq 8 \text{ м}$.

Поперечна сила на цій ділянці описується рівнянням

$$Q_2 = -F + R_A - q \cdot (x_2 - 2) \text{ (кН)}$$

і змінюється за лінійним законом:
при

$$x_2 = 3 \text{ м}; \quad Q_2 = -20 + 76 - 20 \cdot (3 - 3) = 56 \text{ (кН)};$$

$$x_2 = 8 \text{ м}; \quad Q_2 = -20 + 76 - 20 \cdot (8 - 3) = -44 \text{ (кН)}.$$

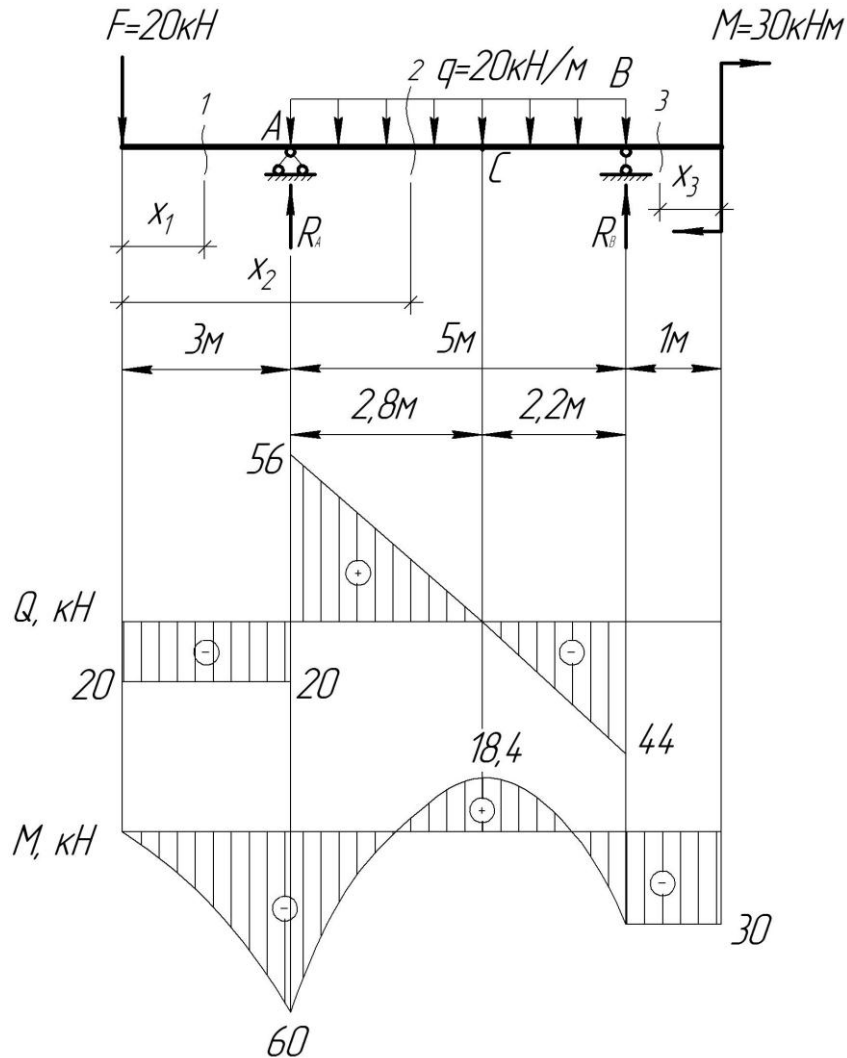


Рисунок 2.1 – Епюри Q і M

Згинаючий момент відносно перерізу 2-2 визначається рівнянням

$$M_2 = -F \cdot x_2 + R_A \cdot (x_2 - 3) - q \cdot \frac{(x_2 - 3)^2}{2}$$

і змінюється за законом квадратної параболи, для побудови якої, як відомо з курсу лінійної алгебри, необхідно мінімум три точки. Тому обчислюємо ординати на границях ділянки та посередині:

при

$$x_2 = 3; \quad M_2 = -20 \cdot 3 + 76 \cdot (3 - 3) - 20 \cdot \frac{(3 - 3)^2}{2} = -60 \text{ (кН} \cdot \text{м)};$$

$$x_2 = 5,5; \quad M_2 = -20 \cdot 5,5 + 76 \cdot (5,5 - 3) - 20 \cdot \frac{(5,5 - 3)^2}{2} = 17,5 \text{ (кН}\cdot\text{м)};$$

$$x_2 = 8 \text{ м}; \quad M_2 = -20 \cdot 8 + 76 \cdot (8 - 3) - 20 \cdot \frac{(8 - 3)^2}{2} = -30 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

Максимальний згинаючий момент знаходиться в перерізі, де поперечна сила $Q = 0$. Перевіряємо, чи не приймає поперечна сила на ділянці нульове значення. Як видно за розрахунком (поперечна сила змінює знак) та за епюрою (перетинає вісь), поперечна сила $Q_2 = 0$. Виходячи з цього одержуємо:

$$Q_2 = -F + R_A - q \cdot (x_2 - 3) = 0;$$

$$-q \cdot (x_2 - 3) = +F - R_A;$$

$$x_2 - 3 = \frac{F - R_A}{-q};$$

$$x_2 = \frac{F - R_A}{-q} + 3 = \frac{20 - 76}{-20} + 3 = 5,8 \text{ (м)}.$$

Максимальний згинаючий момент знаходиться в перерізі на відстані 5,8 м від лівого кінця балки та дорівнює:

$$\begin{aligned} M_2 &= -20 \cdot 5,8 + 76 \cdot (5,8 - 3) - 20 \cdot \frac{(5,8 - 3)^2}{2} = \\ &= -20 \cdot 5,8 + 76 \cdot 2,8 - 20 \cdot \frac{2,8^2}{2} = -116 + 212,8 - 78,4 = 18,4 \text{ (кН}\cdot\text{м)}. \end{aligned}$$

Переріз 3-3 (ділянка 3) $3 \text{ м} \leq x_2 \leq 8 \text{ м}$:

$$Q_3 = 0;$$

$$M_3 = -M = -30 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

Згинаючий момент на цій ділянці постійний і має від'ємне значення (викликає розтягнення верхніх волокон балки).

За одержаними значеннями Q і M на границях ділянок будуюмо епюри.

3. Поперечний переріз балки підбираємо за максимальним модулем значенням згинаючого моменту, яке дорівнює 60 кНм.

Сталева балка двотаврового профілю. Вважаючи $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, знайдемо:

$$W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,375 \cdot 10^{-3} (\text{м}^3) = 375 (\text{см}^3).$$

За таблицею ГОСТ 8239-72 вибираємо двотавр № 27а, для якого $W_z = 407 \text{ см}^3$.

Дерев'яна балка прямокутного профілю. Вважаючи $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$ і $h = 2b$, знайдемо:

$$W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} = 6 \cdot 10^{-3} (\text{м}^3) = 6000 (\text{см}^3).$$

Момент опору прямокутного перерізу:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3};$$

$$\frac{2b^3}{3} \geq 6000;$$

$$b^3 \geq 9000;$$

$$b \geq \sqrt[3]{9000} = 20,8 \text{ (см)};$$

$$h = 2 \cdot 20,8 = 41,6 \text{ (см)}.$$

Дерев'яна балка круглого профілю. Вважаючи $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$ знайдемо:

$$W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} = 6 \cdot 10^{-3} (\text{м}^3) = 6000 (\text{см}^3).$$

Момент опору для круглого перерізу:

$$W_z = \frac{\pi d^3}{32};$$

$$\frac{\pi d^3}{32} \geq 6000;$$

$$d^3 \geq 32 \frac{6000}{\pi};$$

$$d \geq \sqrt[3]{32 \frac{6000}{\pi}} = \sqrt[3]{32 \frac{6000}{3,14}} = 39,4 \text{ (см)}.$$

Варіанти завдань задачі видаються викладачем для академічної групи відповідно до додатка.

ДОДАТОК А

ВАРІАНТИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

<p>1</p>		
<p>2</p>		
<p>3</p>		
<p>4</p>		
<p>5</p>		
<p>6</p>		

<p>7</p>		
<p>8</p>		
<p>9</p>		
<p>10</p>		
<p>11</p>		
<p>12</p>		

<p>13</p>	<p>$n=1200 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>14</p>	<p>$n=1500 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>15</p>	<p>$n=750 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>16</p>	<p>$n=1100 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>17</p>	<p>$n=1000 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>18</p>	<p>$n=1000 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	

<p>19</p>	<p>$n=1050 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>20</p>	<p>$n=600 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>21</p>	<p>$n=1350 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>22</p>	<p>$n=700 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>23</p>	<p>$n=1700 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>24</p>	<p>$n=400 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	

<p>25</p>	<p>$n=850 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>26</p>	<p>$n=550 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>27</p>	<p>$n=2000 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>28</p>	<p>$n=1900 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>29</p>	<p>$n=1750 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	
<p>30</p>	<p>$n=1450 \frac{\text{об}}{\text{МУН}}$</p>	

ЕЛЕКТРОННЕ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

Чальцев Михайло Миколайович
Хникін Леонід Михайлович
Космак Володимир Олексійович
Семененко Ігор Ігорович

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ «РОЗРАХУНОК СТЕРЖНІВ ТА
СТЕРЖНЬОВИХ СИСТЕМ ПРИ ПРОСТИХ ДЕФОРМАЦІЯХ»
З ДИСЦИПЛІНИ «ОПІР МАТЕРІАЛІВ» (ДЛЯ СТУДЕНТІВ
НАПРЯМІВ ПІДГОТОВКИ 6.070106 «АВТОМОБІЛЬНИЙ
ТРАНСПОРТ» ТА 6.060101 «БУДІВНИЦТВО»)

Підписано до випуску 23.05.2013 р. Гарнітура Times New.
Умов. друк. арк. 2,25. Зам. № 151.

Державний вищий навчальний заклад
«Донецький національний технічний університет»
Автомобільно-дорожній інститут
84646, м. Горлівка, вул. Кірова, 51
E-mail: druknf@rambler.ru

Редакційно-видавничий відділ

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів
видавничої продукції ДК № 2982 від 21.09.2007 р.