

Л.П. Вовк, д-р техн. наук, проф., Е.С. Кисель

Автомобильно-дорожный институт

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Горловка

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ДЕФОРМАЦИИ ПО ПЛОЩАДИ
ТЕРМОУПРУГОГО НЕОДНОРОДНОГО СЕЧЕНИЯ ДЕТАЛИ
НА РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТАХ**

Проведен сравнительный анализ средней за период энергетической характеристики, накопленной во внутренней области сечения детали, для интегрального описания влияния особенностей волнового поля на вибродинамическое поведение составляющих деталей.

***Ключевые слова:** термоупругая прямоугольная область, энергетическая характеристика, собственные частоты*

Введение

В современной технике широкое применение находят изделия и элементы конструкций кусочно-однородной структуры, составляющие которых имеют различные физико-механические свойства. Детали, сочетающие в себе несколько материалов, соединенные сваркой или иными технологиями, – детали неоднородной структуры – широко применяются в автомобилестроении. При их изготовлении и эксплуатации они подвергаются воздействию различных внешних и внутренних факторов, при этом во всей структуре конструкции или в ее отдельных частях могут происходить процессы различной физической природы и, как следствие, возникать определенные дефекты строения. Все это необходимо учитывать при оценке прочности и надежности таких технических систем как на этапе их разработки и проектирования, так и для прогнозирования их длительной и безопасной эксплуатации.

Поэтому изучения напряженно-деформированного состояния кусочно-однородных тел с учетом их структуры, внешних нагрузок и собственных напряжений, является актуальной и чрезвычайно важной научно-технической проблемой. Это является причиной значительной заинтересованности отечественных и зарубежных ученых в таких исследованиях и разработке эффективных методов их проведения, в частности, широкого использования современных средств математического моделирования и вычислительной техники.

Как показывают результаты экспериментальных исследований, наиболее уязвимыми в плане прочности участками составных областей являются границы соединений составных частей области, обладающих различными термомеханическими свойствами. Аналитические расчеты и численное моделирование показывают, что собственные напряжения и, как следствие, энергия, возникающие в этих участках, напрямую зависят также и от геометрических характеристик составных частей области, а также термической нагрузки [1, 2].

В качестве величины, определяющей меру повреждения (прочности), можно использовать энергию упругой или термоупругой деформации в материале. Считается, что минимальная энергия, обусловленная напряжениями, соответствует максимальной прочности составной области.

Цель работы

Проведение сравнительного анализа энергетической характеристики (\bar{E}) средней за период, накопленной во внутренней области сечения детали, для интегрального описания влияния особенностей волнового поля на вибродинамическое поведение составных деталей [3, 4].

Основные материалы исследования

Пусть сечение детали – некоторая прямоугольная область, которая занимает в системе координат $\alpha_1 O \alpha_2$ область $D = G^1 \cup G^2$, где α_1, α_2 – декартовы координаты

$$G^1 = \alpha_1, \alpha_2 : |\alpha_1| \leq c; |\alpha_2| \leq b ,$$

$$G^2 = \alpha_1, \alpha_2 : \alpha_1 \in -a, -c \cup c, a ; |\alpha_2| \leq b .$$

Области G^m $m = 1, 2$ состыкованы друг с другом. Они являются изотропными и, в общем случае, имеют разные упругие константы. Аналогично [5] вводим локальную безразмерную координату $\hat{x} = \alpha_1 - c / a$, $\hat{x} \in 0, \delta_2$; $\delta_2 = 1 - \delta$, $\delta = c/a$.

Энергетическая характеристика (\bar{E}) (безразмерная величина), средняя за период, накопленная во внутренней области сечения детали, вычисляется по формуле [2],

$$\bar{E} = \sum_{m=1}^2 \iint_{G^{(m)}} (U_1^{(m)2} + U_2^{(m)2}) dG^{(m)}, \quad (1)$$

где $U_i^{(m)}$, $i = 1, 2$ – безразмерные амплитудные характеристики перемещений.

Результаты анализа распределения средней за период энергии по площади прямоугольника, в частности, в особых областях прямоугольного сечения деталей для разных форм колебаний отражены в сравнительной таблице 1.

Таблица 1 – Проявление резонанса для различных значений параметра δ_2

№	$\delta_2 = 0,17$				$\delta_2 = 0,5$				$\delta_2 = 0,9$									
	Ti-Pb-Ti		Pb-Ti-Pb		Ti-Pb-Ti		Pb-Ti-Pb		Ti-Pb-Ti		Pb-Ti-Pb							
	ГР	КР	ГР	КР	ГР	КР	ГР	КР	ГР	КР	ГР	КР						
Ω	т	у	т	у	т	у	т	у	т	у	т	у	т	у	т	у	т	у
1		+-								+-	+-	+-	+-					+-
2		+-								+-		+-	+-					+-
3		+-								+-		+	+-					+
4										+-		+	+					+
5										+-	+-		+	+				+-
6										+		+	+					+
7										+		+	+					+
8										+		+	+					+
9										+		+	+					+
10										+		+	+					+
11										+		+	+					+
12	+-	+-			+			+-		+-		+	+					+-
13	+-		+-		+			+-		+-		+	+-					+-
14		+-			+			+-		+-		+	+					+-
15					+			+		+		+	+-					+-

В данной таблице представлены результаты аналитических и численных расчетов для сечений с наплавками различной ширины: узкой, при $\delta_2 = 0,17$; средней ширины, при $\delta_2 = 0,5$; широкой, $\delta_2 = 0,9$. Каждое из рассмотренных сечений приведено для сочетания

материалов Ti-Pb-Ti и Pb-Ti-Pb (сечения с так называемыми «жесткими» и «мягкими» наплавками) при наличии и отсутствии влияния термоупругой составляющей. Константы, характеризующие материал, взяты из [6].

На найденных 15-ти собственных частотах авторами исследуется проявление эффектов граничного («ГР») и краевого резонанса («КР»). Ярко выраженная ЛКН отмечается знаком «+» в соответствующей ячейке таблицы, слабо выраженная ЛКН – соответственно «+ – », при отсутствии ЛКН ячейка таблицы остается пустой. Внешние геометрические размеры исследуемого составного сечения определяет параметр $L = 3,25$.

Основываясь на результатах проведенных аналитических и численных исследований [7, 8], сформулируем следующие выводы относительно особенностей ЛКН в сингулярных зонах составного сечения детали.

1. Наличие неоднородности в сечении резко уменьшает интенсивность краевого резонанса. Это показано в таблице 1 и в дальнейшем подтверждается результатами программного анализа, представленного на рисунках 1–15 эпюрами распределения энергии по сечению тела. Он представлен слабо только при узких «жестких» наплавках и только на высоких частотах. Наличие же «мягких» наплавков, резко уменьшает интенсивность краевого резонанса при любых значениях δ_2 .

2. Основные признаки локализации волновых движений наблюдаются на меньших частотах в окрестности границы раздела сред (граничный резонанс). Наиболее ярко он представлен при узких «мягких» и широких «жестких» наплавках. То есть, как было указано ранее, наличие граничного резонанса и его интенсивность прямо пропорциональны площади части сечения, занимаемого «жестким» материалом (Ti).

Для проверки подобного рода результатов аналитических расчетов напряженно-деформированных состояний в неоднородных деталях наиболее приемлемыми являются численные методы, в первую очередь метод конечных элементов, широко используемый в современных программных пакетах анализа элементов конструкций, таких как ANSYS, COSMOS/Design, STAR LS Dyna и т. п. В подтверждение полученных результатов были проведены расчеты с использованием программного комплекса ANSYS. Задачей программного анализа стала проверка полученной зависимости явления граничного и краевого резонанса от параметра δ_2 для различных сочетаний материалов в упругом и термоупругом случаях. Эпюры различных частот представлены на рисунках 1–15. Так, для сочетания материалов Ti-Pb-Ti ($L = 3,25$, $\delta_2 = 0,17$) результаты представлены на рисунках 1–3, где исследуемые эффекты отмечены на соответствующих рисунках стрелкой.

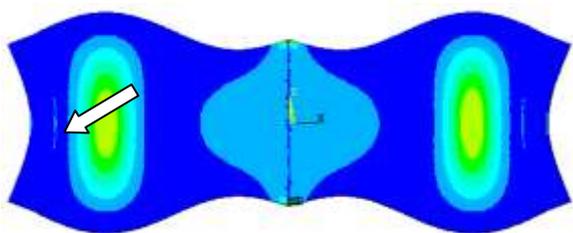


Рисунок 1 – Эпюра распределения энергии для 12-й частоты

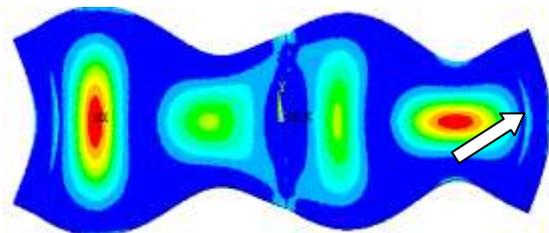


Рисунок 2 – Эпюра распределения энергии для 13-й частоты

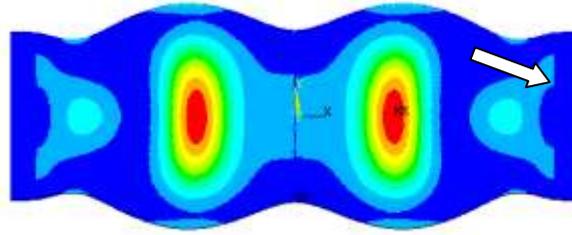


Рисунок 3 – Эпюра распределения энергии для 15-й частоты

В остальных случаях локализация волнового поля на границе раздела сред существенна. Например, для сочетания материалов Рb-Ti-Pb ($L = 3,25$, $\delta_2 = 0,17$) на рисунках 4–15 представлены эпюры распределения энергии по площади составного сечения для различных частот.

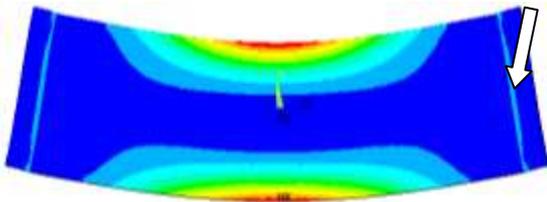


Рисунок 4 – Эпюра распределения энергии для 4-й частоты

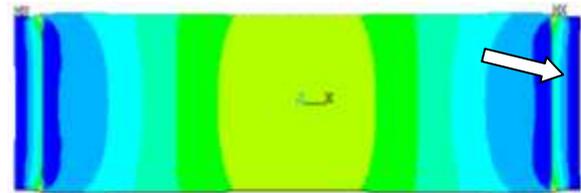


Рисунок 5 – Эпюра распределения энергии для 5-й частоты

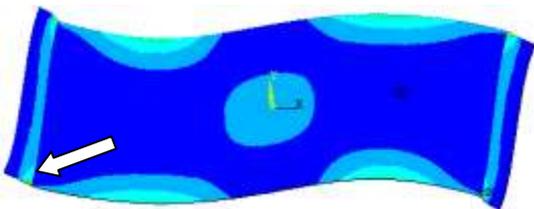


Рисунок 6 – Эпюра распределения энергии для 6-й частоты

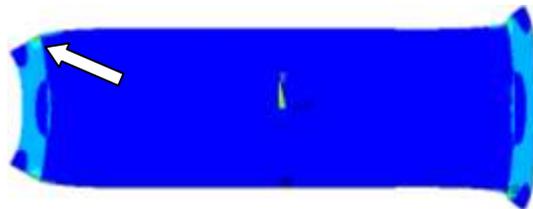


Рисунок 7 – Эпюра распределения энергии для 7-й частоты



Рисунок 8 – Эпюра распределения энергии для 8-й частоты

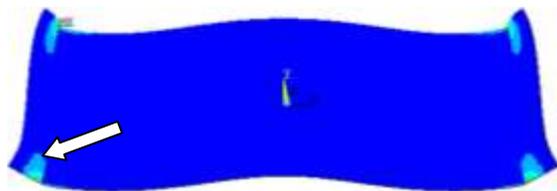


Рисунок 9 – Эпюра распределения энергии для 9-й частоты

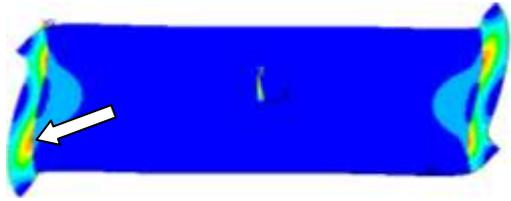


Рисунок 10 – Эпюра распределения энергии для 10-й частоты

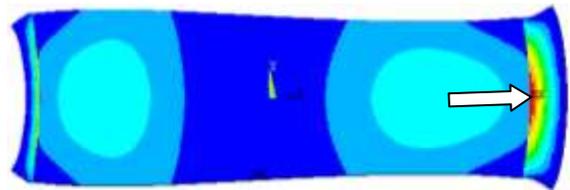


Рисунок 11 – Эпюра распределения энергии для 11-й частоты

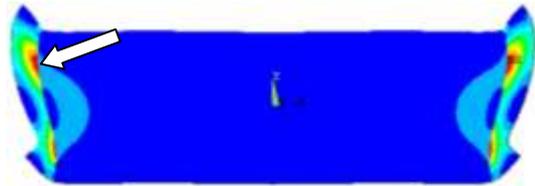


Рисунок 12 – Эпюра распределения энергии для 12-й частоты

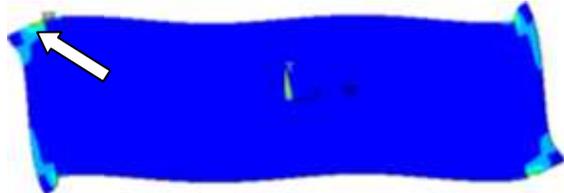


Рисунок 13 – Эпюра распределения энергии для 13-й частоты

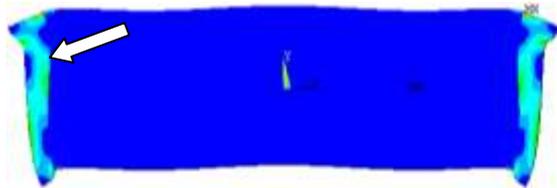


Рисунок 14 – Эпюра распределения энергии для 14-й частоты

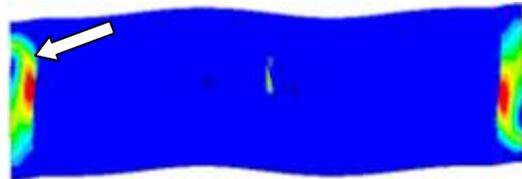


Рисунок 15 – Эпюра распределения энергии для 15-й частот

Рассмотрев более детально участок соединения разнородных материалов для данного сечения на резонансной частоте (рисунок 16) и сравнив значения термоупругой энергии деформации в различных участках, отмечаем признаки граничного резонанса.

Своего наибольшего значения термоупругая энергия достигает, приближаясь к так называемой «особой точке» (внешняя горизонтальная граница сечения) со стороны более «мягкого материала» Pb.

Рассматривая эту же 7-ю частоту для сочетания материалов Ti-Pb-Ti, $L = 3,25$, $\delta_2 = 0,17$ (рисунок 17), следует отметить минимальные значения энергии деформации, практически «колеблющиеся у нулевой отметки», и, как следствие, отсутствие какого-либо рода резонансных явлений. Некоторое общее увеличение значений энергии можно отметить лишь при удалении от «жестких» наплавов к центру более «мягкой» области. Такое различие в значениях вызвано различным соотношением площадей «жесткой» и «мягкой» составляющей сечения. Так, для области на рисунке 16 это соотношение около 4, а на рисунках 17–18 порядка 0,25.

Выбирая же из более высоких значений собственных частот для данной области частоту, наиболее приближающуюся к резонансной, в данном случае 12-ю (рисунок 18), можно отметить значительное (по сравнению с рисунком 17 и 7-й частотой) увеличение значений энергии в окрестности «особой» точки области границы раздела сред. Имеем слабо выраженный граничный резонанс и отсутствие краевого резонанса.

Результаты анализа рисунков 16–18 практически полностью совпадают с данными таблицы 1.

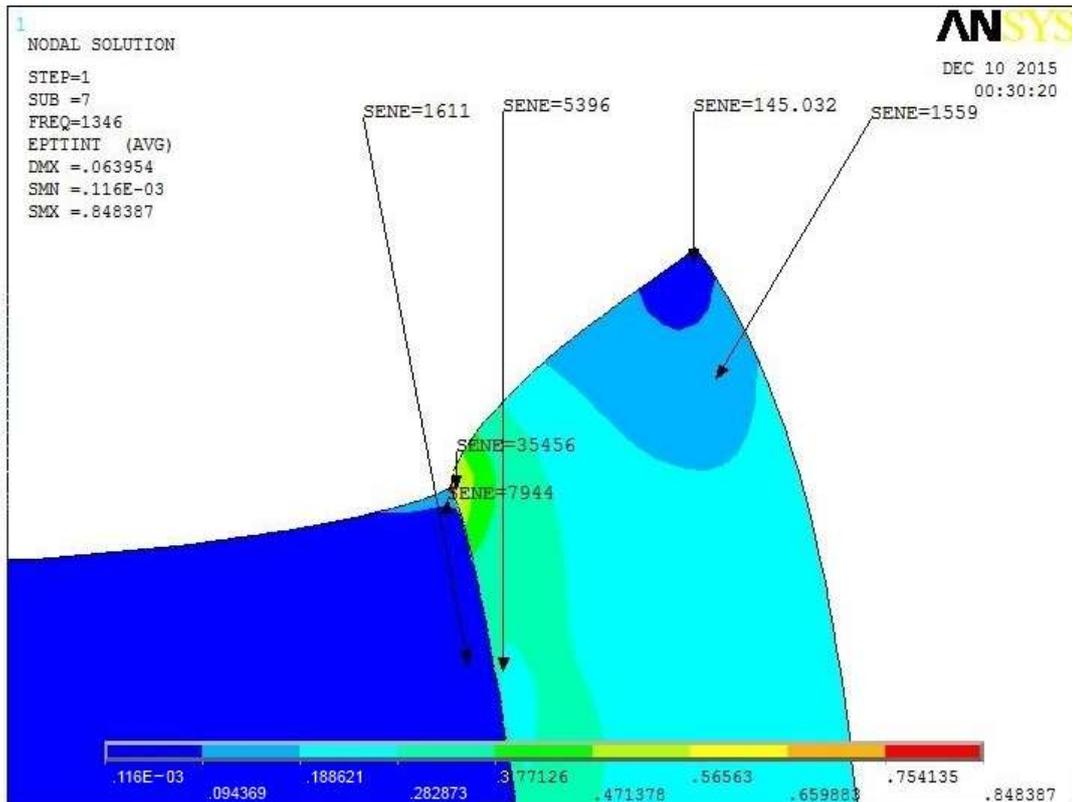


Рисунок 16 – Некоторые значения термоупругой энергии для 7-й резонансной частоты, Pb-Ti-Pb ($L = 3,25$, $\delta_2 = 0,17$)

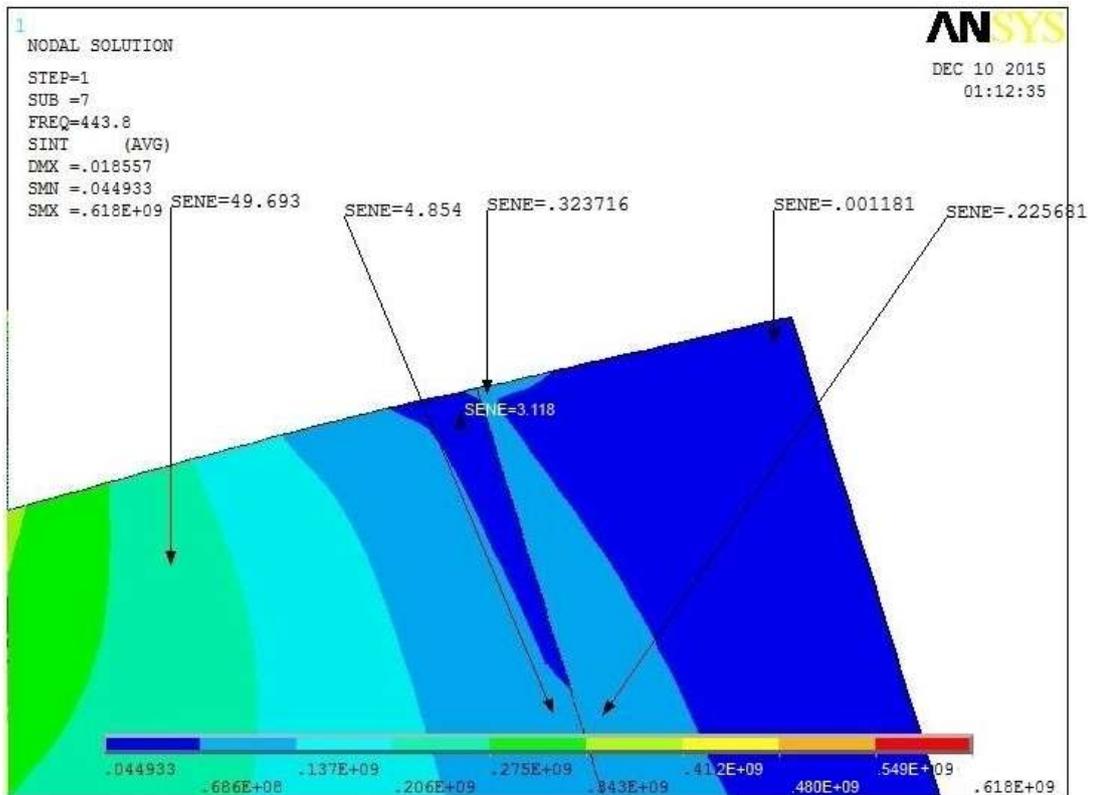


Рисунок 17 – Некоторые значения термоупругой энергии для 7-й частоты, Ti-Pb-Ti ($L = 3,25$, $\delta_2 = 0,17$)

Список литературы

1. Вовк Л.П. Исследование динамических эффектов, возникающих при виброн нагружении стыковых паяных соединений // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2004. № 1. С. 60–64.
2. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. К.: Наукова думка, 1981. 283 с.
3. Каландия А.И. Замечания об особенностях упругих решений вблизи углов // Прикладная математика и механика. 1969. Т. 33, № 1. С. 132–135.
4. Вовк Л.П. Анализ локальных особенностей волнового поля в сингулярных точках составной области // Вісник Сумського держ. університету. Сер. «Фізика, математика, механіка». 2003. № 10 (56). С. 144–156.
5. Вовк Л.П., Кисель Е.С. Обзор основных методов решения краевых задач термоупругости // Перспективы развития научных исследований в 21 веке: сб. материалов 9-й международной науч.-практ. конф., (г. Махачкала, 31 октября 2015 г.). Махачкала: ООО «Апробация», 2015. С. 8–9.
6. Солнцев Ю.П., Пряхин Е.И., Войткун Ф. Материаловедение: учеб. для вузов. М.: МИСИС, 1999. 600 с.
7. Вовк Л.П., Кисель Е.С. Розв'язання крайових задач термопружних областей з негладкою границею // Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2009. Т. 14, № 4. С. 176–180.
8. Вовк Л.П., Кисель Е.С. Асимптотические методы исследования краевых задач теории термоупругости в областях с негладкой границей // Материалы X Международной научно-практической конференции «Методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике», 26 февраля 2010 г. Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2010. С. 4–6.

Л.П. Вовк, д-р техн. наук, проф., Е.С. Кисель
Автомобильно-дорожный институт

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Горловка
Распределение энергии деформации по площади
термоупругого неоднородного сечения детали на резонансных частотах

Детали, сочетающие в себе несколько материалов, соединенные сваркой или иными технологиями, – детали неоднородной структуры – широко применяются в автомобилестроении. Проведен сравнительный анализ энергетической характеристики средней за период, накопленной во внутренней области сечения детали, для интегрального описания влияния особенностей волнового поля на вибродинамическое поведение составляющих деталей. Получены аналитико-численные решения граничных задач термоупругости для плоских кусочно-неоднородных структур. Проведено: исследование зависимости краевых и граничных динамических эффектов от температурных, а также геометрических и упругих параметров, определяющих неоднородность области; определение особенностей распределения термоупругих напряжений в зонах динамических эффектов на примере неоднородной термоупругой прямоугольной области. Разработаны и практически апробированы схемы для численно-аналитического расчета параметров локальной особенности по термоупругим напряжениям в нерегулярных точках сечения и сравнительный анализ влияния температурных эффектов на параметры локальной особенности в телах с переменными характеристиками, такими как свойства материала.

ТЕРМОУПРУГАЯ ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ОБЛАСТЬ, ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА, СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ

L.P. Vovk, Doctor of Tech.Sc., Prof., E.S. Kisel

Automobile and Highway Institute of Donetsk National Technical University, Gorlovka
Deformation Energy Distribution on the Part Thermoelastic Heterogeneous Sectional Area
at Resonance Frequencies

In this work a comparative analysis of the average energy characteristic accumulated in the interior of the part section to describe integrally the effect of the wave field peculiarities on the vibrodynamics behavior of composite parts is given. Analytical and numerical solutions of thermoelasticity boundary problems for flat sectionally heterogeneous patterns are obtained. The dependence study of edge and boundary dynamic effects on temperature ones and geometrics and elasticity determining field inhomogeneity is carried out, peculiarities of thermoelastic stress distribution in zones of the dynamic effect on the example of the inhomogeneous thermoelastic rectangular field is determined. Schemes for numerical and analytical calculation of the local peculiarity parameters on thermoelastic stresses in the irregular section

points and a comparative analysis of the temperature effect influence on the local peculiarity parameters in bodies with variable properties such as properties of the material are developed and practically tested.

THERMOELASTIC RECTANGULAR FIELD, ENERGY CHARACTERISTIC, PROPER FREQUENCIES

Сведения об авторах

Л.П. Вовк

SPIN-код: 9860-6682

Телефон: +380 (95) 382-58-93

Эл. почта: lv777@list.ru

Е.С. Кисель

SPIN-код: 7676-8943

Телефон: +380 (93) 136-72-36

Эл. почта: e.s.kisel@gmail.com

Статья поступила 13.01.2016

© Л.П. Вовк, Е.С. Кисель, 2016

Рецензент д.т.н., проф. Е.П. Мельникова