

## ТРАНСПОРТ

---

УДК 621.867+519.85

**М.Н. Чальцев, д-р техн. наук, профессор**

**Автомобильно-дорожный институт**

**ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Горловка**

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В КАМЕРЕ ПИТАТЕЛЯ ПНЕВМОТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ**

*Создана математическая модель напряженного состояния сыпучего материала в камере питателя пневмотранспортной системы, которая позволяет рассчитать уровень избыточного давления для его контроля с целью минимизации расхода сжатого воздуха на бесперебойную выгрузку сыпучего материала из камеры питателя.*

***Ключевые слова:** пневматический транспорт, сыпучий материал, напряженное состояние сыпучего материала, математическая модель*

#### ***Постановка проблемы***

Пневмотранспортные системы (ПТС) широко применяются во многих отраслях народного хозяйства, связанных с производством, переработкой, хранением и транспортировкой сыпучих материалов. Они просты по устройству, компактны, обеспечивают перемещение сыпучих грузов по любой траектории, защиту грузов от атмосферных воздействий, а окружающую среду – от запыления. Однако наряду с бесспорными достоинствами пневмотранспорт обладает существенным недостатком – повышенным расходом энергии на транспортирование. Поэтому моделирование технологических процессов питателей промышленных ПТС с целью их оптимизации является актуальной научно-технической задачей.

Данная статья посвящена вопросу моделирования напряженного состояния сыпучего материала в камере питателя пневмотранспортной системы.

#### ***Анализ предшествующих достижений и публикаций***

В последние годы в промышленных целях используются пневмотранспортные системы повышенной производительности и дальности подачи материала [1]. Удельный расход энергии при пневмотранспортировании сыпучих материалов составляет  $3\div 5$  кВт·ч /Т·км, что в  $3\div 6$  раз превышает энергетические затраты на механическое транспортирование [2, 3]. Эти энергозатраты примерно поровну распределяются на два основных узла ПТС – питатель и транспортный трубопровод.

Для ПТС повышенной производительности и дальности подачи наиболее перспективным является использование малогабаритных камерных питателей (МКП) [4, 5], поскольку их конструкция не предполагает принципиальных ограничений на увеличение давления и концентрацию смеси в камере питателя. Однако в настоящее время теоретическая база рабочих процессов этих питателей недостаточно разработана.

#### ***Цель работы***

Создание математической модели напряженного состояния сыпучего материала в камере питателя ПТС.

### Основной материал исследования

Для принудительной разгрузки питателя, как правило, используется сжатый воздух, подаваемый под крышку камеры питателя (рисунок 1).

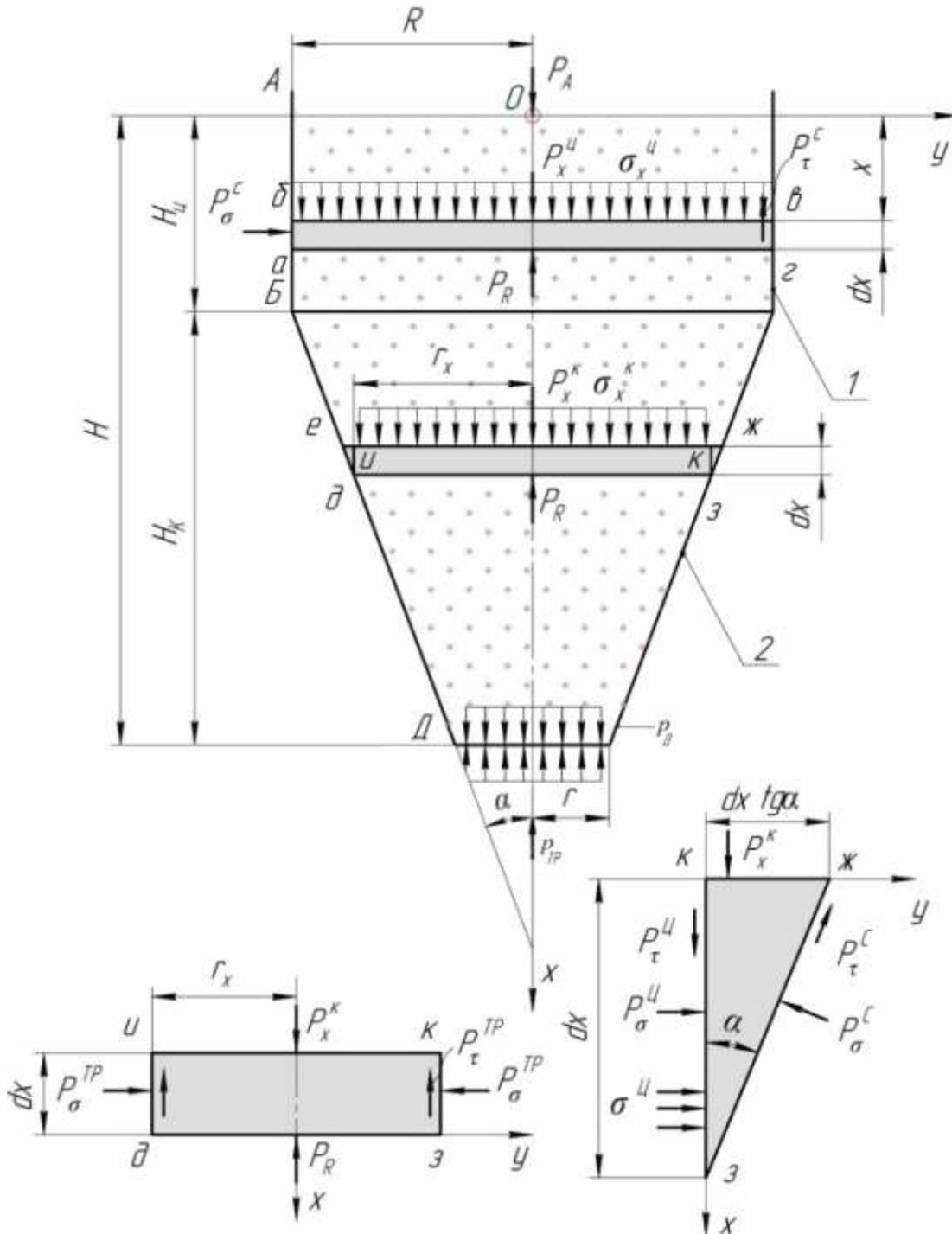


Рисунок 1 – Схема сил и напряжений в камере цилиндроконической формы:  
1 – камера цилиндрической формы; 2 – камера конической формы

Камера 1 заполнена от среза выпускного отверстия Д до уровня А сыпучим материалом, на который действует усилие плунжера  $P_A$ . Реакция расположенных ниже слоев материала –  $P_R$ . Начало координат располагаем в плоскости А. Ось  $x$  направлена вниз по оси камеры.

Низкая фильтрующая способность мелкофракционных сыпучих материалов (размер частиц до 100 мкм) [7, 8] позволяет пренебречь фильтрацией воздуха через слой материала и действие сжатого воздуха на слой принять как действие механического плунжера.

С целью минимизации расхода энергии сжатого воздуха необходимо знать давление в верхней части камеры, обеспечивающее выгрузку сыпучего материала в транспортный трубопровод при противодавлении со стороны последнего ( $p_{TP}$ ). Давление материала  $p_d$  на срезе выпускного отверстия должно быть больше  $p_{TP}$ , по рекомендации [10], на 10–12 %, т. е.

$$p_d = k p_{TP},$$

где  $k = 1,1-1,12$  – коэффициент запаса.

Рассмотрим закон распределения напряжений в камере цилиндрической формы высотой  $H_{II}$  (расчетная схема исследования представлена на рисунке 1).

Большинство методов расчета напряженного состояния сыпучего материала в емкости основывается на модификациях метода Янсена [11, 12, 13], в котором приняты два важных допущения. Первое заключается в том, что осевые напряжения не зависят от радиальной координаты и являются функцией только вертикальной координаты  $x$ . В соответствии со вторым, осевые напряжения являются главными и их отношения в любой точке сыпучего тела есть постоянная величина, называемая коэффициентом бокового давления  $\psi$ , т. е.

$$\sigma_y = \psi \sigma_x, \quad (1)$$

где  $\sigma_y, \sigma_x$  – напряжения вдоль осей  $x$  и  $y$  – главные напряжения, неизменные по диаметру бункера.

Также на формирование напряженного состояния сыпучего материала в камере влияют его физико-механические свойства:

- начальное сопротивление сдвигу  $\tau_0$ ;
- сцепление материала со стенкой  $c$ ;
- угол внутреннего трения  $\varphi$ ;
- угол внешнего трения  $\varphi_1$ .

Массой материала пренебрегаем.

Выделим двумя горизонтальными сечениями  $бв$  и  $аг$  элементарную полоску высотой  $dx$  на расстоянии  $x$  от сечения  $A$ .

Для элементарного цилиндра  $абвг$  действительны следующие соотношения:

- площадь поперечного сечения цилиндра

$$S^{II} = \pi R^2,$$

где  $R$  – радиус окружности цилиндра;

- усилие плунжера

$$P_x = \sigma_x S^{II};$$

- нормальная реактивная сила со стороны нижележащих слоев

$$P_R = P_x - dP_x;$$

- нормальная реактивная сила от стенки цилиндра

$$P_\sigma^c = \sigma^c \cdot 2\pi R dx;$$

- касательная реактивная сила вдоль стенки цилиндра

$$P_{\tau}^c = c + \sigma^c \operatorname{tg} \varphi_1 \cdot 2\pi R dx.$$

Значения напряжений, которые действуют вдоль оси  $x$  могут быть найдены из уравнения проекций сил на ось  $x$ :

$$\sigma_x \cdot \pi R^2 - (\sigma_x - d\sigma_x) \pi R^2 - (c + \sigma_x \psi \operatorname{tg} \varphi_1) \cdot 2\pi R dx = 0. \quad (2)$$

После простых преобразований формула (1) примет вид

$$\frac{d\sigma_x}{dx} - \frac{2\psi \operatorname{tg} \varphi_1}{R} dx = \frac{2c}{R}. \quad (3)$$

В терминах обозначений

$$\psi_1 = \frac{2\psi \operatorname{tg} \varphi_1}{R}; \quad C_R = \frac{2c}{R}.$$

Общее решение уравнения (3) запишем в виде

$$2C_R + \psi_1 \sigma_x = e^{\psi_1 x} \cdot C_1.$$

Постоянную интегрирования  $C_1$  определяем из условий  $x = 0$ ,  $\sigma_x = \sigma_A$ , откуда

$$C_1 = 2C_R + \psi_1 \sigma_A,$$

где  $\sigma_A$  – напряжение в контрольном сечении А.

Окончательно искомая зависимость напряжения  $\sigma_x(x)$  при условии  $0 \leq x < H_{II}$  для цилиндрической камеры имеет вид

$$\sigma_x = \sigma_A e^{\psi_1 x} - \frac{2C_R}{\psi_1} (1 - e^{\psi_1 x}).$$

При высоте цилиндра  $x = H_{II}$

$$\sigma_x = \sigma_B = \sigma_A e^{\psi_1 H_{II}} - \frac{2C_R}{\psi_1} (1 - e^{\psi_1 H_{II}}),$$

где  $\sigma_B$  – напряжение в контрольном сечении Б.

Рассмотрим закон распределения по вертикали статических сил и напряжений в сыпучем теле в камере конической формы высотой  $H_K$ . Расчетная схема конической камеры представлена на рисунке 1.

Двумя горизонтальными сечениями выделим в сыпучем теле конуса элементарную полоску *дежз*. Сверху на полоску действует плунжер с силой  $P_x^K$ , равномерно распределенной по поперечному сечению конуса с напряжением  $\sigma_x^K$ . Реакция нижележащих слоев материала –  $P_R$ .

Радиусы нижнего  $r$  и верхнего  $R$  сечений камеры связаны между собой отношением

$$R = r + H_K \operatorname{tg} \alpha;$$

для промежуточных значений

$$r_x = r + (H - x) \operatorname{tg} \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между образующей конуса и его осью.

Под действием силы  $P_x^K$  элементарный цилиндр *икзд* стремится опуститься вниз, ощущая при этом расклинивающее влияние треугольников *кжз* и *деи*, при этом по сечениям *ди*, *кз*, *де* и *жз* элементы находятся в граничном равновесии.

На треугольник действуют следующие силы:

– усилие плунжера

$$P_x^K = P\sigma_x^K \operatorname{tg}\alpha \, dx, \quad (4)$$

где  $P$  – периметр полоски;

– нормальная реакция со стороны стенки бункера

$$P_\sigma^c = P\sigma^c dx \cos\alpha; \quad (5)$$

– реактивная касательная сила со стороны стенки бункера

$$P_\tau^c = c + \sigma^c \operatorname{tg}\varphi_1 \, P \frac{dx}{\cos\alpha}; \quad (6)$$

– нормальная реакция со стороны цилиндра

$$P_\sigma^u = \sigma^u P dx, \quad (7)$$

где  $\sigma^u$  – нормальное реактивное напряжение со стороны цилиндра;

– касательная реакция со стороны цилиндра

$$P_\tau^u = P \tau_0 + \sigma^u \operatorname{tg}\varphi \, dx. \quad (8)$$

Уравнения равновесия сил, которые действуют на выделенный элемент:

$$\begin{cases} \sum x = P_x + P_\tau^u - P_\tau^c \cos\alpha - P_\sigma^c \sin\alpha = 0 \\ \sum y = P_\sigma^u + P_\tau^c \sin\alpha - P_\sigma^c \cos\alpha = 0 \end{cases}. \quad (9)$$

Решив систему уравнений (9), относительно  $P_\sigma^u$ , получаем

$$P_\sigma^u = \frac{1}{\sin\alpha} P_x \cos\alpha + P_\tau^u \cos\alpha - P_\tau^c. \quad (10)$$

С учетом (4–8), а также значений параметров  $\psi_1$  и  $C_R$ , выражение (10) перепишем в виде уравнения напряжений:

$$\sigma^u = \frac{\sigma_x \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\varphi} + \frac{\tau_0}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\varphi} - \frac{c}{\cos^2\alpha \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\varphi} - \frac{\sigma^c \operatorname{tg}\varphi_1}{\cos^2\alpha \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\varphi}. \quad (11)$$

Из выражения Янсена (1) следует зависимость

$$\sigma^c = \psi \sigma_x \cos\alpha. \quad (12)$$

С учетом (11) и (12) имеем

$$\sigma^u = \left[ \sigma_x \left( \frac{\sin\alpha - \psi \operatorname{tg}\varphi_1}{\cos\alpha} \right) + \frac{\tau_0 \cos^2\alpha - c}{\cos^2\alpha} \right] \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\varphi}. \quad (13)$$

Рассмотрим равновесие напряжений в элементарном цилиндре *дикз*.

На цилиндр *дикз* действуют силы:

– усилие плунжера

$$P_x = \pi r_x^2 \sigma_x;$$

– нормальная реактивная сила со стороны треугольника

$$P_\sigma^{np} = \sigma'' \cdot P dx;$$

– касательная реактивная сила со стороны треугольника

$$P_\tau^{np} = \tau_0 + \sigma'' \operatorname{tg} \varphi \cdot P dx;$$

– нормальная реакция со стороны нижележащих слоев материала  $P_R = P_x - dP_x$ .

Значения действующих напряжений определяются из системы уравнений проекций усилий на осях  $x$  и  $y$ :

$$\begin{cases} \sum x = - P_x - dP_x + P_x - P_\tau^{np} = 0 \\ \sum y = 0 \end{cases},$$

откуда

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_x}{dx} &= \frac{2 \tau_0 + \sigma'' \operatorname{tg} \varphi}{r + (H - x) \operatorname{tg} \alpha}, \\ \sigma'' &= \frac{r + (H - x) \operatorname{tg} \alpha}{2 \operatorname{tg} \varphi dx} \frac{d\sigma_x}{dx} - \frac{\tau_0}{\operatorname{tg} \varphi}. \end{aligned} \quad (14)$$

Согласовав выражения (13) и (14), после некоторых преобразований получим дифференциальное уравнение напряжений в конусе:

$$\frac{d\sigma_x}{A\sigma_x + B} = \frac{dx}{r + (H - x) \operatorname{tg} \alpha},$$

где

$$\begin{aligned} A &= \frac{2 \operatorname{tg} \varphi \sin \alpha - \psi \operatorname{tg} \varphi_1}{\cos \alpha \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varphi}; \\ B &= 2 \left[ \frac{\tau_0 \cos^2 \alpha - c \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varphi \cos^2 \alpha} + \tau_0 \right]. \end{aligned}$$

В результате интегрирования имеем

$$\sigma_x = \frac{C}{A} \cdot r + x \operatorname{tg} \alpha \frac{A}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{B}{A},$$

где  $C$  – постоянная интегрирования.

Определив  $C$  из условий:  $x = H_K$ ,  $\sigma_x = \sigma_B$ ,  $C = \frac{A\sigma_B + B}{r + H_K \operatorname{tg} \alpha \frac{-A}{\operatorname{tg} \alpha}}$ ,

получаем формулу распределения вертикальных напряжений по оси конической части камеры:

$$\sigma_x = \left( \frac{r + (H - x) \operatorname{tg} \alpha}{r + H_K \operatorname{tg} \alpha} \right)^{\frac{-A}{\operatorname{tg} \alpha}} \cdot \left( \sigma_B + \frac{B}{A} \right) - \frac{B}{A}. \quad (15)$$

Общее уравнение для вертикальных сил и напряжений в камере цилиндрикоконической формы получим из выражений (13) и (15) при соблюдении следующих условий:

$$\begin{aligned}\sigma_A &= \sigma_x \Big|_{x=0}; \\ \sigma_B &= \sigma_x \Big|_{x=H_{ц}}; \\ \sigma_D &= \sigma_x \Big|_{x=H}; \\ H &= H_{ц} + H_K,\end{aligned}$$

где  $H$  – высота камеры питателя;

$\sigma_D$  – напряжение в контрольном сечении Д.

С учетом этих замечаний формула для расчета напряженного состояния сыпучего материала для камеры цилиндрикоконической формы принимает вид

$$\sigma_A = \left[ \frac{\sigma_D + \frac{B}{A}}{\left( \frac{r}{r + H_K \operatorname{tg}\alpha} \right)^{\frac{-A}{\operatorname{tg}\alpha}}} - \frac{B}{A} + \frac{2C_R}{\Psi_1} (1 - e^{-\Psi_1 H_{ц}}) \right] e^{-\Psi_1 H_{ц}}. \quad (16)$$

### Заключение

Формула (16) позволяет рассчитать давление на входе в камеру, которое необходимо для обеспечения выгрузки сыпучего материала в транспортный трубопровод при противодавлении со стороны трубопровода  $p_{ТР} < p_D$ .

Давление в начале транспортного трубопровода  $p_{ТР}$  и диаметр последнего определяются по методике гидравлического расчета трубопровода. Остальные геометрические параметры принимаются по конструктивным соображениям, исходя из условия максимального объема камеры. При этом необходимо учитывать рекомендации [5, 14], согласно которым высота камеры  $H$  не должна превышать 1 м и рекомендации [15], в которых отмечено, что во избежание сводообразования в выпускной воронке и зависания мелкофракционного сыпучего материала на стенах конуса, угол наклона стенки должен принимать значение в пределах  $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$ .

Контроль и регулирование избыточного давления под крышкой камеры питателя позволят при помощи простых средств автоматики минимизировать расход сжатого воздуха на бесперебойную разгрузку камеры и благодаря этому избежать непроизводительных потерь энергии на транспортирование сыпучих материалов.

### Список литературы

1. Weber M. Stromungs-Fordertechnik // Krausskopf Verlag. 1973.
2. Ульяницкий А.В. Обоснование минимальных затрат энергии при горизонтальном пневмотранспортировании сыпучих материалов: дис. канд. техн. наук. Одесса, 1993. 182 с.
3. Квеско Н.Г. Энергоемкость установок пневматического транспорта. Методы гидромеханики в применении к некоторым техническим процессам. Томск, 1957. 118 с.
4. Чальцев М.Н. Технические предпосылки и актуальность создания пневмотранспортных установок для пылевидных материалов пониженной энергоемкости. № 1095-Н-Д82. М.: Информэнерго. 1982. № 9.
5. Чальцев М.Н. Исследования и разработка малогабаритных камерных питателей // Научные труды Кременчугского государственного политехнического института. Кременчуг: КГПИ, 2000. Вып. 1 (8). С. 325–329.
6. Исследование параметров фильтрации воздуха через плотный слой угольной пыли в пневмотранспортных установках / М.Н. Чальцев и [др.] // Энергетика и электрификация. 1976. № 4. С. 12–14.

7. Костюк Г.Ф. Исследование гидродинамики взвесенесущих потоков различной концентрации: дис. доктора техн. наук. Одесса, 1974. 380 с.
8. Воронин В.Н. Особенности процесса фильтрации при поршневом пневматическом транспорте // Вопросы тепломеханики и теплообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск: Томский университет, 1979. С. 90–96.
9. Чальцев М.М., Бугайов Б.Є. Спосіб пневматичного транспортування дрібнофракційних сипучих матеріалів. Пат. 45804 UA Україна МПК B65G 53/04. № 2001074787; заявл. 10.07.2001; опубл. 01.02.02, Бюл. № 2.
10. Schneider K. Use of Gas-Solid Ejectors as Inward Transfer Units for Pneumatic Conveying of Bulk Solids // Bulk Solids Handling. 1996. Vol. 16, № 3. P. 375–382.
11. Walters J. A. A Theoretical Analysis of Stresses in Axially-Symmetric Hoppers and Bunkers // Chemical Engineering Science. 1973. Vol. 28. P. 779–789.
12. Walker D.M. An Approximate Theory for Pressures and Arching in Hoppers // Chemical Engineering Science. 1966. Vol. 21. P. 975–997.
13. Островский Г.М. Пневматический транспорт сыпучих материалов в химической промышленности. Л.: Химия, 1984. 104 с.
14. Чальцев М.Н. Исследование сводообразования в пылеугольных бункерах в условиях противодействия: дис. ... канд. техн. наук. М., 1976. 205 с.

*М.Н. Чальцев, д-р техн. наук, профессор*  
*Автомобильно-дорожный институт*  
**ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет» г. Горловка**  
**Моделирование напряженного состояния сыпучего материала**  
**в камере питателя пневмотранспортной системы**

Пневмотранспортные системы широко применяются во многих отраслях народного хозяйства, связанных с производством, переработкой, хранением и транспортировкой сыпучих материалов. Они просты по устройству, компактны, обеспечивают перемещение сыпучих грузов по любой траектории, защиту грузов от атмосферных воздействий, а окружающую среду – от запыления. Однако наряду с бесспорными достоинствами пневмотранспорт обладает существенным недостатком – повышенным расходом энергии на транспортирование. Поэтому моделирование технологических процессов питателей промышленных ПТС с целью их оптимизации является актуальной научно-технической задачей.

Статья посвящена вопросу моделирования напряженного состояния сыпучего материала в камере питателя пневмотранспортной системы.

Создана математическая модель напряженного состояния сыпучего материала в камере питателя пневмотранспортной системы, которая позволяет рассчитать давление на входе в камеру питателя, необходимое для обеспечения выгрузки сыпучего материала в транспортный трубопровод при противодействии со стороны трубопровода. Давление в начале транспортного трубопровода и диаметр последнего определяются по методике гидравлического расчета трубопровода. Остальные геометрические параметры принимаются по конструктивным соображениям, исходя из условия максимального объема камеры. При этом высота камеры не должна превышать 1 м, а угол наклона стенки должен принимать значение в пределах  $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$  во избежание сводообразования в выпускной воронке и зависания мелкофракционного сыпучего материала на стенах конуса.

Контроль и регулирование избыточного давления под крышкой камеры питателя позволяют при помощи простых средств автоматики минимизировать расход сжатого воздуха на бесперебойную разгрузку камеры питателя и благодаря этому избежать непроизводительных потерь энергии на транспортирование сыпучих материалов.

**ПНЕВМАТИЧЕСКИЙ ТРАНСПОРТ, СЫПУЧИЙ МАТЕРИАЛ, НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ**

*M.N. Chaltsev, Doctor of Tech.Sc., Professor*  
*Automobile and Highway Institute of Donetsk National Technical University, Gorlovka*  
**Bulk Cargo Stressed State Modelling in the Feeder Chamber of the Pneumatic Transport System**

The article deals with the bulk cargo stressed state modelling in the feeder chamber of the pneumatic transport system.

Pneumatic transport systems are widely used in many branches of industry connected with production, handling, storage and transportation of bulk cargoes. They are simple in construction, compact; they provide bulk cargo motion in any path and protect cargoes from weather impact and environment from dustiness. However, alongside with indisputable advantages the pneumatic transport has an essential drawback – increased energy consumption on transportation. So modelling of feeder technological processes of industrial pneumatic transport systems with the purpose of their optimization is an actual scientific and technical task.

The mathematical model of the bulk cargo stressed state modelling in the feeder chamber of the pneumatic transport system is created. It allows to calculate intake pressure in the feeder chamber of the pneumatic transport system which is necessary to provide bulk cargo unloading in the transport pipeline at back pressure from the pipeline side. Pressure in the beginning of the pipeline and its diameter are determined according to the procedure of the pipeline hydraulic calculation. The other geometrical parameters are accepted according to structural considerations in terms of chamber maximum volume condition. Herewith, the chamber height should not exceed 1m; wall angle of inclination should possess the value within the scope of  $30^{\circ} \leq \alpha \leq 45^{\circ}$  to avoid arching in the emptying funnel and hanging-up of small fraction bulk cargo on cone walls.

Control and regulation of the excess pressure under the cover of the feeder chamber allow to minimize compressed air consumption on regular unloading of the feeder chamber using simple automation devices and owing to it avoid non-productive energy loss on the bulk cargo transportation.

PNEUMATIC TRANSPORT, BULK CARGO, BULK CARGO STRESSED STATE, MATHEMATICAL MODEL

**Сведения об авторе**

**М.Н. Чальцев**

SPIN-код: 2978-2764

Телефон: 0507552695

Эл. почта: druknf@rambler.ru

*Статья поступила 30.12.2015*

*© М.Н. Чальцев, 2016*

*Рецензент д-р техн. наук, проф., Н.И. Мищенко*