

УДК 681.3

АНАЛИЗ ЗАТРАТ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТАДИЙНЫМИ
МЕТОДАМИ С УЧЕТОМ РАЗРЕЖЕННОСТИ МАТРИЦ

Григорьева О.Н., Дмитриева О.А.

Донецкий национальный технический университет

grigorievaolga.89@gmail.com

Стаття присвячена проблемам моделювання динамічних систем великої розмірності з розрідженими матрицями коефіцієнтів на основі реалізації явних і неявних багатостадійних методів. Проведений аналіз часової та ємнісної складності розглянутих підходів із застосуванням упакованих форматів.

Расширение круга задач, описывающих поведение реальных динамических систем, породило новую волну конструирования и исследования численных методов интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений [1]. Если ранее математические модели, описывающие динамику таких систем, учитывали только наиболее существенные факторы, отображая отдельные стороны системы, то с появлением и распространением параллельных компьютерных систем появилась возможность существенно ускорить вычисления на основе учета специальных свойств моделей

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x(t)), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

в которых функция правой части носит линейный характер и сама модель представима в виде

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + f(t), \quad x(t_0) = x_0. \quad (2)$$

В работе рассматриваются случаи, при которых матрица коэффициентов A обладает большой размерностью и, к тому же, носит разреженный характер [2].

Для таких моделей анализируются затраты времени и памяти, необходимые на получение решения системы (2) явными и неявными стадийными методами. С учетом разреженного характера матрицы коэффициентов, исследования проводились для специальным образом сгенерированных систем вида

$$\frac{dx}{dt} = A * x(t) + \text{Sin}[Tt * t] + B, \quad (3)$$

состоящих из 1000 и 5000 уравнений. Поиск осуществлялся на интервале от 0 до 2 с фиксированным шагом. Исследовались матрицы

со степенью разреженности от 1/32 до 1/256.

Результаты, отражающие динамику затрат времени и памяти на реализацию явного стадийного метода без использования свойств разреженности матрицы, приведены в таблице 1. Эти данные будут считаться отправными для проведения сравнительного анализа на моделях с учетом свойств разреженности.

Таблица 1

Затраты времени и памяти при реализации модели явным стадийным методом без использования свойств разреженности матрицы коэффициентов

Степень разреженности МК	Затраты времени (сек.)			
	256	128	64	32
5000 уравнений	1556,58	1393,73	1280,78	1279,02
1000 уравнений	57,27	54,44	55,08	53,73
Затраты памяти				
5000 уравнений	16230512	16230112	16228128	16228128
1000 уравнений	3284488	3284168	3284168	3284152

Из данных приведенной таблицы видно, что даже в системе из 1000 уравнений задержка на реализацию алгоритма ощутима для пользователя и колеблется от 53 до 57сек. Для того, чтобы определить способ снижения ресурсных затрат в работе был проведен анализ структуры затрат времени и памяти.

С целью снижения затрат времени и памяти на реализацию явного метода были использованы свойства разреженности матрицы коэффициентов. После чего удалось достичь следующих результатов:

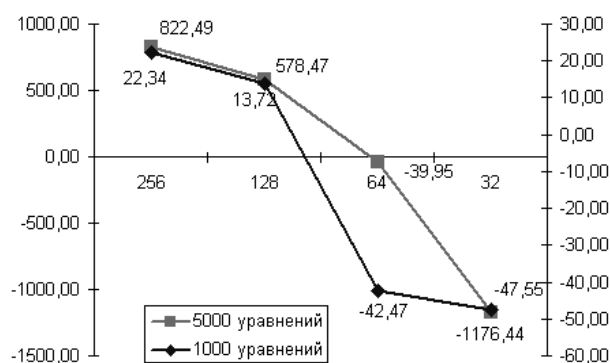


Рисунок 1 – Экономия времени за счет использования свойств разреженности матрицы коэффициентов

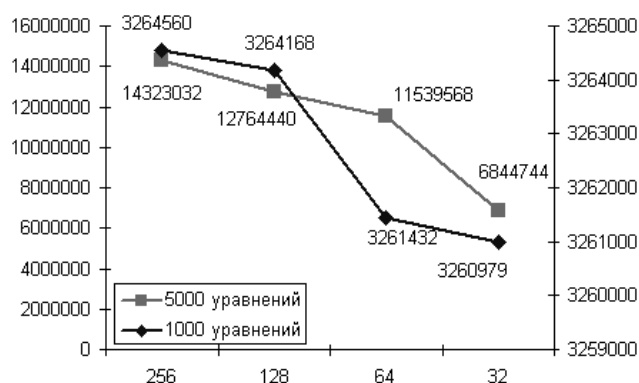


Рисунок 2 – Экономия памяти за счет использования свойств разреженности матрицы коэффициентов

Из рисунков следует, что для рассмотренных степеней разреженности матрицы экономия памяти всегда имеет место, в то время как экономия времени происходит только для матрицы коэффициентов со степенью разреженности $1/256$ и $1/128$. Причем данное утверждение одинаково как для системы с 1000, так и с 5000 уравнений.

Однако для поиска решения жестких систем дифференциальных уравнений явные методы не подходят [1]. В таких случаях используются неявные стадийные методы, которые позволяют получить достаточно точные результаты. В данной работе был проанализирован неявный стадийный метод 4-го порядка точности.

В отличие от явного метода такого же порядка для системы, состоящей из 5000 уравнений без использования средств разреженности, решение за приемлемое время неявным методом получить не удалось. Результаты для системы из 1000 уравнений приведены в таблице 2.

Таблица 2

Затраты времени и памяти при реализации модели неявным стадийным методом без использования свойств разреженности матрицы коэффициентов

Степень разреженности	256	128	64	32
Затраты времени	57,47	57,42	57,88	57,72
Затраты памяти	15385496	15425136	15550320	15803472

Использование свойств разреженности матрицы позволило получить результаты моделирования для системы, состоящей из 5000

уравнений

Таблиця 3

Затраты времени и памяти при реализации модели неявным
стадийным методом с использованием свойств разреженности
(5000 уравнений)

Степень разреженности	256	128	64	32
затраты времени	361,70	404,30	405,31	407,78
затраты памяти	311536544	313763440	320887048	320887048

Економія часу і пам'яті, досягнута завдяки використанню властивості розрідженості матриці коефіцієнтів, для системи з 1000 рівнянь представлена на рис. 3.

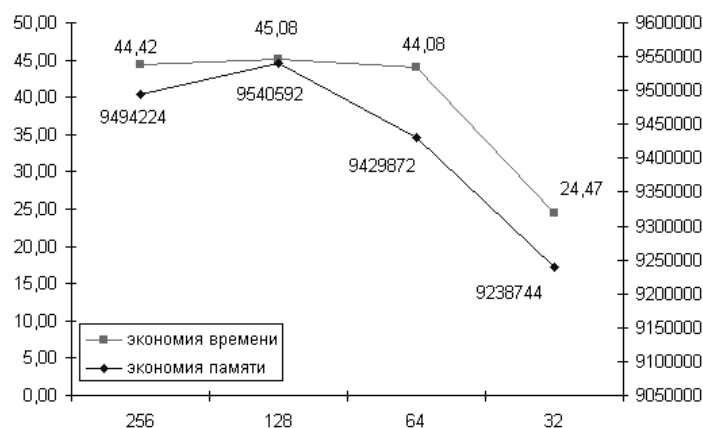


Рисунок 3. Економія часу і пам'яті при реалізації неявного стадійного методу (1000 рівнянь)

Таким образом, использование свойств разреженности матрицы коэффициентов линейной модели (2) позволило получить значительную экономию времени и сократить объемы используемой памяти.

Список литературы

1. Дмитрієва О.А. Паралельні різницеві методи розв'язання задачі Коші - Донецьк: ДонНТУ, 2011. 265 с.
2. Дмитриева О.А. Распределенная реализация моделирования линейных динамических систем. // Материалы XIV международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам - М.: Вузовская книга, 2005.- С. 163-164

Получено 10.09.2011