

УДК 004.272.2:519.63

**О. А. Дмитриева, Н. Г. Гуськова, В. Г. Гуськова**Донецкий национальный технический университет, г. Донецк  
кафедра прикладной математики и информатики**О РАСШИРЕНИИ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПОДСИСТЕМЫ РЕШАТЕЛЕЙ В  
РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ МОДЕЛИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ***Аннотация*

*Дмитриева О. А., Гуськова Н. Г., Гуськова В. Г. О расширении возможностей подсистемы решателей в распределенной параллельной моделирующей среде. Рассмотрены вопросы введения в подсистему решателей распределенной параллельной моделирующей среды методов формирования численного решения и управления шагом интегрирования. Обоснована необходимость использования параллельных численных методов, обеспечивающих возможность вариации шага интегрирования, для разрешения смешанных систем уравнений, составляющих математическую модель шахтной вентиляционной сети.*

*Ключевые слова:* решатели, моделирующая среда, управление шагом, коллоцирование, вложенность.

**Постановка проблемы.** При моделировании аэрогазодинамических процессов в шахтных вентиляционных сетях возникает необходимость в эффективных параллельных вычислениях, описываемых системами обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности [1]. Для решения таких задач разработаны генераторы уравнений, параллельные модели сетевых объектов, предложены варианты ситуационного качественного моделирования [2], однако численное решение всех систем дифференциальных уравнений, построенных модифицированных моделей, возвращается к методам, изначально ориентированным на вычислительные системы с последовательной обработкой, что резко снижает показатели параллелизма в связи с замедлением времени счета [2-3]. Эффективность моделирования таких динамических систем может быть значительно повышена за счет использования распределенной параллельной моделирующей среды (РПМС) и численных методов, разработанных для реализации в параллельных вычислительных системах [4-5]. Функционирование РПМС обеспечивается взаимодействием аппаратных, программных и информационных средств и направлено на повышение производительности реализации сложных мультidisциплинарных приложений. Структурно РПМС представляется в виде множества подсистем, выполняющих закрепленный набор функций и обеспечивающих возможность поддержки этапов генерирования, адаптации и исследования моделей сложных

динамических систем большой размерности [1]. При этом можно выделить как универсальные подсистемы, которые обеспечивают программную и аппаратную поддержку моделирования (IT-поддержка, ведение диалога с пользователем, хранение и обмен данными, балансировка нагрузки, визуализация результатов), так и специфические подсистемы, наличие которых объясняется проблемной направленностью моделирующих сред.

**Целью работы** является расширение возможностей подсистемы параллельных решателей за счет разработки и внедрения в нее новых численных методов моделирования динамических систем, учитывающих архитектурные особенности.

**Разработка усовершенствованной подсистемы параллельных решателей.** Выбор параллельного алгоритма для численной реализации зависит от типа решаемой задачи, поскольку исходная система может описывать объект с распределенными или сосредоточенными параметрами. Метод решения определяется формальным способом представления исходного объекта (канонический, разностный, смешанный вид системы уравнений), обусловленностью, наличием начальных и/или граничных условий, жестких компонент, вариант, размерностью, имеющимися вычислительными ресурсами и т.д. Для моделирования динамических объектов, описываемых жесткими, плохообусловленными, быстроосциллирующими и т.п. системами в подсистеме решателей используются алгоритмы, предусматривающие возможность управления шагом интегрирования. Вариация размера шага может обеспечиваться для отдельной расчетной точки вложенными или экстраполяционными методами, оптимальный порядок которых определяется исходя из концепции минимизации вычислительной работы на шаге. Также в подсистеме предусмотрено продвижение с оптимальным шагом сразу на несколько точек, количество которых определяется размерностью блока при использовании для решения блочных коллокационных методов со старшими производными.

Если исходная система носит линейный характер относительно вектора неизвестных, то ее решение может осуществляться на основе построенных операторов перехода, что позволяет свести процедуру получения решения на шаге для однородных систем к выполнению параллельных матрично-векторных операций, при этом в подсистеме решателей различаются автономный и неавтономный варианты. В последнем случае строятся блоки операторных переходов, размерность которых совпадает с количеством стадий метода. Также реализованы подходы, позволяющие избежать последовательных участков работы при вычислении неоднородной правой

части, основанные на предварительном вычислении правых частей или интерполировании с помощью сплайнов.

Тестирование разработанных методов с целью выявления их рабочих характеристик и областей применимости в работе осуществлялось путем численной реализации как традиционных тестовых задач, так и математических моделей, которые описывают поведение динамических объектов: воздушных потоков в шахтных вентиляционных сетях. Все рассмотренные модели характеризуются большой размерностью, которая может варьироваться, и наличием жестких компонент. Эффективность разработанных методов оценивается, как и в [6], с помощью сопоставления двух характеристик: погрешности и времени вычисления. Если для тестовой задачи точное решение известно, оценка проводилась по глобальной погрешности, в противном случае оценивалась норма погрешности.

**Параллельное моделирование динамики воздушных потоков без учета распределенности параметров.** При моделировании нестационарных аэрогазодинамических процессов в шахтных вентиляционных сетях за основу принимался подход, приведенный в [7] и позволяющий осуществить эквивалентный переход от описания выработки и схемы проветривания выемочных участков как объекта с распределенными параметрами к формальной модели объекта с сосредоточенными параметрами. Структура шахтной вентиляционной сети представляется в виде графа с  $m_1$  ветвями и  $m_2$  узлами.

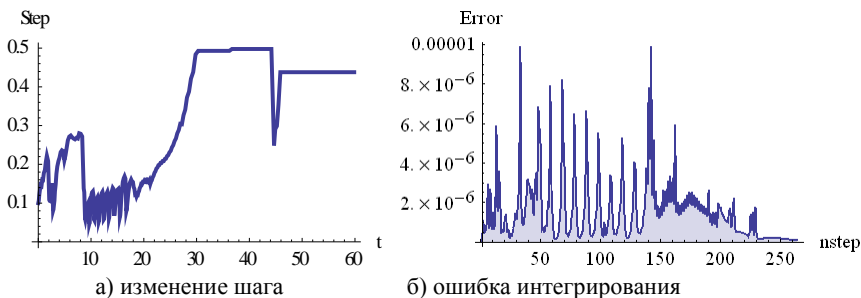


Рисунок 1. – Управление шагом и ошибка вычислений при моделировании движения воздуха с точностью  $10^{-5}$

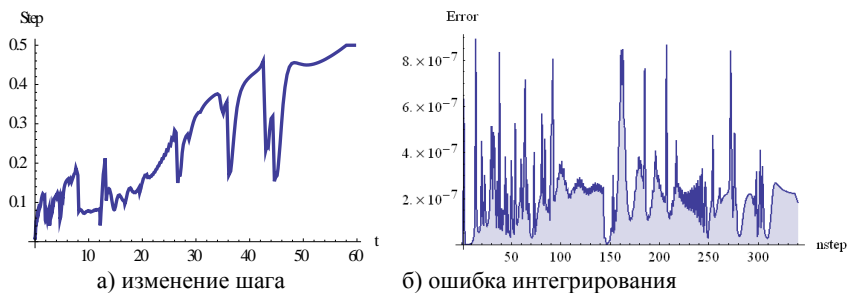


Рисунок 2. – Управление шагом и ошибка вычислений при моделировании движения воздуха с точностью  $10^{-6}$

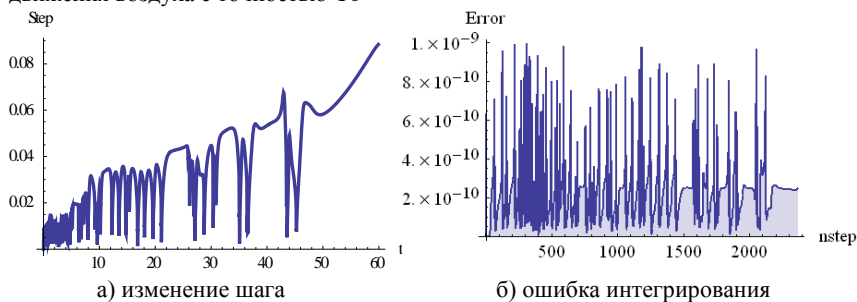


Рисунок 3. – Управление шагом и ошибка вычислений при моделировании движения воздуха с точностью  $10^{-9}$

При этом сетевой объект шахтной вентиляционной сети считается сложной динамической системой, так как обладает большой размерностью ( $m_1 > 100$ ,  $m_2 > 50$ ), нелинейностью статических характеристик ветвей и расположенных в них регулирующих органов, распределенностью таких параметров, как расходы воздуха и концентрации метана, многосвязностью взаимного влияния динамических процессов, иерархичностью уровней управления процессами [7]. Поскольку размерность системы велика и, как правило, превышает количество доступных вычислительных узлов  $r$ , то за каждым процессорным элементом предлагается закрепить группу уравнений системы так, чтобы обеспечить равномерную загрузку. На первой линейке осуществляется формирование значений вектора расходов воздуха для дифференциальной части смешанной системы алгебро-дифференциальных уравнений, на второй линейке формируется вложенный вектор для тех же значений неизвестных. Параллельно полученные два типа решений для одного и того же значения времени позволяют сформировать норму вектора расхождений и оценить точность полученного результата. Если заданные требования по точности не выполняются, от шага необходимо отказаться и повторить расчеты с уменьшенным значением. Если требуемая точность достигнута, формируется новая длина шага  $\tau_{n+1}$ , и начинается параллельное

формирование решения алгебраической части смешанной системы. Для этого задействуется решетка процессорных элементов, размерность которой совпадает с размерностью линейной системы уравнений. Это требование не является обязательным, и в случае, если размерность системы превышает доступные ресурсы, необходимо распределение системы на группы. На рис. 1-3 показаны результаты управления шагом интегрирования с обеспечением заданной точности моделирования.

**Выводы.** В работе предложено усовершенствование распределенной параллельной моделирующей среды путем введения в подсистему параллельных решателей уравнений методов формирования численного решения и управления шагом интегрирования, основанных на коллоцировании со старшими производными, явной и неявной экстраполяции, вложенности. Обоснована необходимость использования параллельных численных методов, обеспечивающих возможность вариации шага интегрирования, для разрешения смешанных систем алгебро – дифференциальных уравнений, составляющих математическую модель шахтной вентиляционной сети. Используемые при этом подходы, связанные с формированием вложенных векторов, экстраполяции или размещением точек коллокации, ориентированы на вычислительные системы с параллельной обработкой. Это позволяло закреплять за каждым из рассчитываемых ветвей и узлов сетевого объекта по одному или по несколько процессоров, что давало возможность одновременно моделировать динамику изменения значений во всех ветвях и узлах сетевого объекта. Введенные в РПМС параллельные алгоритмы позволили получить эффективные параллельные численные реализации математических моделей движения воздуха в шахтных вентиляционных сетях и сократить время моделирования. С целью выявления рабочих характеристик и областей применимости разработанных методов в работе выполнена параллельная реализация как традиционных тестовых задач, так и математических моделей, которые описывают поведение динамических объектов. Рассмотренные модели характеризуются большой размерностью, которая может варьироваться, и наличием жестких компонент. Эффективность разработанных методов оценивалась с помощью сопоставления двух характеристик: погрешности и времени вычисления. Получены оценки, характеризующие качество алгоритмов управления шагом интегрирования, формирующиеся на соотношениях принятых и отброшенных шагов. Определены соотношения между временами последовательной и параллельной реализаций описанных моделей на мультиосновных и кластерных параллельных вычислительных системах. Экспериментально подтверждена эффективность применения разработанных алгоритмов и программ решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений и смешанных алгебро – дифференциальных систем при реализации моделей

большой размерности. Экспериментальные значения ускорений и эффективности хорошо согласуются с теоретическими оценками.

### Список литературы

1. Dmitrieva O. Parallel Algorithms of Simulation. Increase of simulation of dynamic objects with the lumped parameters into parallel computer systems / O. Dmitrieva, A. Firsova. – Lambert Academic Publishing, 2012. – 192 p. – ISBN-13: 978-3-659-28540-0.
2. Zanariah A. M. Solving Large Systems of Ordinary Differential Equations on Parallel Computer/ A. M. Zanariah, M. B. Suleiman // Journal of Scientific Research. –2009. – Vol. 29. – № 4. – P. 491–501.
3. Soderlind G. Digital filters in adaptive time-stepping / G. Soderlind // ACM [Transactions on Mathematical Soft.](#) – 2003. – Vol. 29. – P. 1–26.
4. Dmitrieva O. Parallel Step Control. Development of parallel algorithms of the step variation for simulation of stiff dynamic systems/ O. Dmitrieva, L. Feldman. – Lambert Academic Publishing, 2013. – 72 p. – ISBN-13: 978-3-659-38425-7, ISBN-10: 3659384259.
5. Firsova A. Dynamic System Simulation. Robust algorithms of state estimation of dynamic lumped parameters systems / A. Firsova, O. Dmitrieva. – Lambert Academic Publishing, 2011. – 92 p.
6. Хайпер Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие задачи / Э. Хайпер, Г. Ваннер. – М.: Мир, 1999. – 685с.
7. Абрамов, Ф. А. Моделирование динамических процессов рудничной аэрологии / Ф. А. Абрамов, Л. П. Фельдман, В. А. Святный.– Киев: Наукова думка, 1981. – 283 с.