СТАБІЛІЗАЦІЯ ТРАЕКТОРНОГО РУХУ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ГОЛОВКИ КООРДИНАТНО-ВИМІРЮВАЛЬНОЇ МАШИНИ

Квасніков В.П., Іволгіна Т.О.

Національний авіаційний університет,

E-mail: kvp@nau.edu.ua

Розроблено алгоритм стабілізації руху вимірювального наконечника КВМ при скануванні по об'єкту вимірювання по прямій та по колу. Отримано рівняння для керуючих впливів на вимірювальну головку.

Вступ

При програмному русі динамічного об'єкта по криволінійним траєкторіям виникає похибка, що характеризує відхилення об'єкту керування від заданої траєкторії, причому зі збільшенням кривизни траєкторії ця похибка збільшується. Точність руху на різних ділянках траєкторії, що має неоднакову кривизну, може виявитись суттєво різною. В зв'язку з цим виникає необхідність стабілізації траєкторної похибки.

Одним з підходів до розв'язання даної задачі є введення в систему додаткових зворотних зв'язків, що забезпечують стабілізацію руху за рахунок автоматичної корекції співвідношень між динамічними похибками по окремим координатам або ж корегуючого керування темпом руху в функції від траєкторної похибки. При цьому найчастіше використовують лінійні закони керування швидкістю. Проте виявилося, що залежність траєкторної похибки від швидкості руху нелінійна і замкнена система в такому випадку стає нелінійною.

Дана обставина не дає впевненості в тому, що лінійні закони керування швидкістю гарантують стабілізацію траєкторної похибки в достатньо широкому діапазоні зміни кривизни заданих траєкторій та при наявності невизначеності відносно параметрів об'єкту, а задовільних оцінок стійкості таких систем досі не одержано.

Постановка задачі

Задачу синтезу нелінійного алгоритму стабілізації в динаміці можна представити як кінетичну задачу та задачу стабілізації швидкості руху вимірювального наконечника [1,2]. При розв'язанні задачі стабілізації, синтезуються нелінійні алгоритми стабілізації і відхилення від цих програмних рухів передбачаються малими.

Розв'язання

Розглянемо схему руху механічної системи координатно-вимірювальної машини.

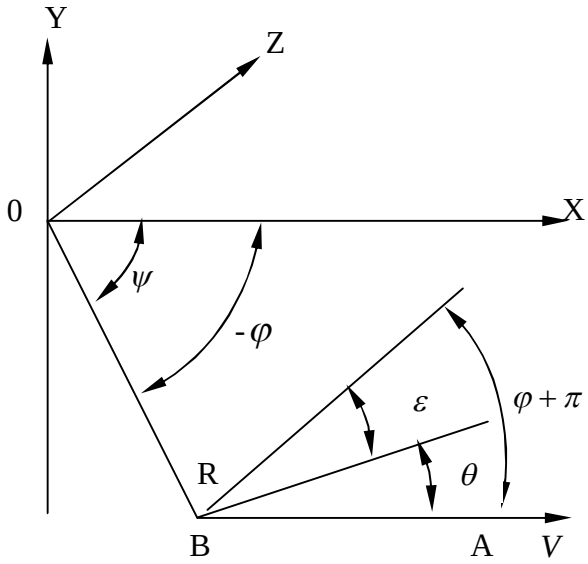

Рис. 1. Схема руху механічної системи КВМ

Його положення характеризується відрізком АВ. Якщо позначити *Z* миттєвий центр швидкостей об'єкта, *V* – швидкість точки *B*, *L*– довжина відрізка *OB*, $\rho = |BZ|$, то можна одержати наступне рівняння руху вимірювального наконечника

$$\dot{x} = V\cos\theta\sin\psi\ ,\ \dot{y} = V\sin\theta\sin\psi\ ,$$

$$\dot{z} = V\cos\psi\ , \tag{1}$$

$$\dot{\theta} = Vc;\ \ c = 1/\rho; \psi = arctgLc\ .$$

Вважаємо, що $|\theta| < \pi$, $\psi < \pi$. Параметр *u* приймаємо як керуючий вплив (1), пропорційний *dc/dt* тому що кут ψ однозначно визначається величиною *c*. У цьому випадку система (1) повинна бути модифікована

$$\dot{x} = V\cos\theta\sin\psi\ ,\ \dot{y} = V\sin\theta\sin\psi\ ,\ \dot{z} = V\cos\psi\ , \tag{2}$$

$$\dot{\theta} = Vc\ ,\ \psi = LVu/\left(1 + (Lc)^2\right).$$

Рівняння (1), (2) використовуємо при аналізі прямолінійного руху вимірювального наконечника. При дослідженні руху по колу використовуємо полярні координати ($x=R\cos\rho$, $y=R\sin\rho$).

У цих координатах рівняння (1) можна записати:

$$\varepsilon = \pi - \varphi + \theta\ ;\ \dot{R} = V\sin\varepsilon\ ;$$

$$\dot{\varphi} = \frac{V}{R}\cos\varepsilon\ ;\ \dot{\varepsilon} = \dot{\varphi} - Vc. \tag{3}$$

Аналогічно, систему (2) можна записати в полярних координатах

$$\dot{R} = V\sin\varepsilon;\ \ \dot{\varphi} = \frac{V}{R}\cos\varepsilon;$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varphi} - Vc;\ \ \dot{c} = Vu\ . \tag{4}$$

Швидкість руху *V* визначається динамічним рівнянням, і ця обставина дозволяє зробити декомпозицію загальної задачі стабілізації на задачу стабілізації швидкості *V* та задачу стабілізації інших параметрів руху вимірювального щупа [3, 4].

У випадку коли *V* > 0, $\dot{\varphi} > 0.$ в рівняннях (1)-(4) можна вибрати в якості незалежної змінної, відповідно *x* або φ , і в таким чином понизити порядок системи. У цьому випадку аналогами системи (1)-(4) будуть наступні рівняння:

$$\dot{y} = tg\theta;\quad \dot{\theta} = \frac{c}{\cos\theta};\quad \frac{dc}{dx} = \frac{u}{\cos\theta}\ . \tag{5}$$

$$\dot{R} = Rtg\varepsilon;\ \dot{\varepsilon} = 1 - \frac{Rc}{\cos\varepsilon};\ \frac{dc}{d\varphi} = \frac{u}{\cos\theta}. \tag{6}$$

Розглянемо задачу стабілізації програмних рухів, по прямій та по колу. Рух уздовж осі OX відповідає нульовому розв'язку рівнянь, тобто y=0, θ=0, c=0, u=0. Для розв'язання задачі стабілізації руху по колу, тобто коли рух об'єкта описується системою (6) і її необхідно модифікувати. Режим руху по колу не відповідає нульовому розв'язку цієї системи і визначається: $R=R_0$, e=0, $з$ =1/R_0, u = 0. Введемо позначення: $f=ln\ R/R_0$, значення якої дорівнює нулю на програмному режимі руху. Враховуючи, що $\frac{dR}{d\varphi} = R\frac{df}{d\varphi}$ рівняння (6) запишемо у вигляді

$$\begin{gathered}\dot{f} = tg\varepsilon;\\ \dot{\varepsilon} = 1 - \frac{R_0 ce^f}{\cos\varepsilon};\\ \frac{dc}{d\varphi} = \frac{uR_0 e^f}{\cos\varepsilon}.\end{gathered} \tag{7}$$

Розглянемо задачу стабілізація руху по прямій. Якщо рух об'єкту описується системою (5). Завдання полягає у виборі u, як функції $u = u(y,\theta,c)$ таким чином, що нульовий розв'язок буде асимптотично стійким. Згідно (5) маємо

$$\dddot{y} = \frac{u\cos^2\theta + 3c^2\cos\theta\sin\theta}{\cos^6\theta} \tag{8}$$

Керуючий вплив u виберемо так, щоб рівняння (8) мало вигляд

$$\dddot{y} = -a\ddot{y} - b\dot{y} - dy, \tag{9}$$

де a, b, d – const. Маємо рівняння для керуючого впливу руху вимірювального наконечника по прямій

$$u = -\left(ac\cos\theta + \left(b\cos^4\theta + 3c^2\right)tg\theta + dy\cos^4\theta\right). \tag{10}$$

Розглянемо задачу стабілізації, коли рух об'єкта описується системою (7). Двічі продиференціювавши перше рівняння цієї системи, маємо

$$\dddot{f}\cos^3\varepsilon = 3\ddot{f}\dot{\varepsilon}\cos^2\varepsilon\sin\varepsilon - \dot{\varepsilon}\sin\varepsilon - R_0\frac{ac}{d\varphi}\dot{e} - \dot{f}\,\dot{e}R_0 c.$$

Керуючий вплив u вибираємо так, щоб перехідні процеси в системі описувалися диференціальним рівнянням, аналогічним (9)

$$\dddot{f} + a\ddot{f} + b\dot{f} + df = 0 \tag{11}$$

знаходимо вираз для керуючого впливу u:

$$u = \frac{\cos\varepsilon}{R^2}\left[3(\dot{\varepsilon})^2 \sin\varepsilon + (a\cos\varepsilon - \sin\varepsilon)\dot{\varepsilon} + + (b\cos\varepsilon - Rc)tg\varepsilon + df(\cos\varepsilon)^3, \quad (12)$$

де $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{d\varphi} = 1 - \frac{Rc}{\cos\varepsilon}$, величини *R, f, e* виражаються через декартові координати *x y z*; точки *B* і кута θ відповідно до співвідношень:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\,;\; f = \ln\frac{R}{R_0};\; \varepsilon = \pi + arctg\,\frac{y}{x} - \theta.$$

Рівняння, що описує закон зміни кута поворотного столу трикоординатної ІВС має вид

$$\dot{\psi} = \frac{LuV}{1 + (Lc)^2}. \quad (13)$$

Закони зворотного зв'язку, (10), (12), забезпечує стійкість системи в цілому, за умови, що константи *a, b, d* забезпечують асимптотичну стійкість систем (9), (11), тобто *a, b, d*>0 і *d*<*ab*.

Згідно (8) у лінійному наближенні рівняння об'єкту керування має вигляд

$$\dddot{Y} = u \quad (14)$$

Введемо фазовий вектор $\nu = [y\dot{y}\ddot{y}]'$ (штрих означає транспонування), тоді рівняння (14) можна записати в наступному вигляді:

$$\frac{d\nu}{dx} = A\nu + Bu, \quad (15)$$

де $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ – матриця системи, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ – матриця входу, ν – вектор стану, u – вектор входу.

Згідно (9), (14) константи *a, b, d* визначаються законом ланцюга зворотного зв'язку

$$u = k\,\nu, \quad (16)$$

де *k* – матриця коефіцієнтів підсилення.

Закон зворотного зв'язку (16) може бути знайдений у результаті рішення лінійної квадратичної задачі [3, 4]. Система (15) оптимізується відповідно до квадратичного критерію якості

$$I = \int_0^\infty \left(\dot{\nu} Z \nu + ru^2\right) dx \quad (17)$$

В лінійному наближенні $\dot{y} = \theta,\ \ddot{y} = c,$ можна вибрати наступну структуру для матриці Z, що представлена в (17):

$$Z = diag\{0, 0, 1\} = PP',\ P = [1 \quad 0 \quad 0].$$

Для розв'язання задачі – знаходження матриці *k* використовуємо процедуру методу

простору стану [7]. З огляду на вид матриці Z в цій задачі використовуємо частотний метод [3,4], зв'язаний з факторизацією характеристичного визначника ($\lambda(s)$) гамільтонової матриці варіаційної задачі, обумовленої співвідношеннями (15), (17). Відомо, що корені цього полінома, що лежать у лівій напівплощині, збігаються з коренями характеристичного полінома оптимальної замкнутої системи «об'єкт + регулятор». У прийнятих позначеннях поліном $\lambda(s)$ має вигляд [3, 4]:

$$\lambda(s) = -\gamma(s)\gamma(-s)\left(1+\frac{1}{r}H(-s)H(s)\right);$$

$$(\gamma(s)) = \det(Es - A),\ H(s) = P(Es - A)^{-1}B.$$

Якщо $\gamma(s) = s^3$, $H(s) = \frac{1}{s^3}$, маємо $\lambda(s) = s^6 - \frac{1}{r}$.

Константи *a, b, d* можна визначити через параметр *r*.

Висновок. Розроблено алгоритм стабілізації руху вимірювального наконечника КВМ при скануванні по об'єкту вимірювання, по прямій та по колу. Отримано рівняння для керуючих впливів на вимірювальну головку. Аналогічно можна побудувати алгоритм стабілізації руху вимірювальної головки по кривій для програмних станків з числовим керуванням при визначенні об'єктів що базуються на неявних рівняннях класичних поверхонь (площина, циліндр, сфера).

ЛІТЕРАТУРА

1.Ларин В.Б. Управление манипуляторами и комплексными транспортными роботами как системой твердых тел //Прикладная механика.-2000, Т.36, №4.- С. 35-65.

2.Вукобратович М. Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными роботами.-М.: Мир, 1989.-375 с.

3.Алиев Ф.А., Бордюг Б.А., Ларин В.Б. Вычисление оптимального стационарного регулятора //Изв. АН СССР. Техн. кибернетика.–1985.–№2.–С.143-151.

4.Козлов Ю.М. Адаптация и обучение в робототехнике. - М.: Наука, 1990.-240 с.

5.Кобринский А.А., Кобринский А.Е. Манипуляционные системы роботов.- М.:Наука, 1985. - 343 с.

6.Bloch A.M., Reyhanoglu M., McClamroch N.H. Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems // IEEE. Trans. Automat. Control.-1972.Vol.37, №11.-P.1746-1757.

7.Caudas de Wit C., Sordalen O.J. Exponential stabilization of mobile robots with nonholonomic constraints // IEEE Trans. Automat. Control.–1992.–37, N 11.–P. 1791–1797.

8.Shin R.G. Mckay N.D. Selection of near-minimum time geometric parhs robotic manipulators //IEEE. Trans. Automat. Control.-1986.-Vol.31.-№6.-P.501-511.

9. Ham W. Adaptive control based on expicit model of robot manipulator //IEEE. Trans. Automat. Control.-1993.Vol.38 №4. P.654-658.