УДК 539.3:624.04
Г.М. УЛИТИН д-р техн. наук, проф.
С.Н. ЦАРЕНКО канд. техн. наук, доц.
ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, Украина

УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГОГО ВЕСОМОГО СТЕРЖНЯ ПЕРЕМЕННОЙ ИЗГИБНОЙ ЖЕСТКОСТИ, МОДЕЛИРУЮЩЕГО КОНСТРУКЦИИ БАШЕННОГО ТИПА

В статье исследована задача устойчивости стержня переменной изгибной жесткости, который моделирует конструкции решетчатых башен. В качестве математической модели используется дифференциальное уравнение продольного изгиба стержня, решение которого находится в аналитическом виде с использованием функций Бесселя и Ломмеля. В представленной модели учитывается одновременное действие сосредоточенных и распределенных продольных нагрузок. Полученное решение позволяет рассматривать схемы с произвольными граничными условиями закрепления. В качестве примера составлено уравнение для нахождения критических нагрузок в консольном стержне. Проведен анализ влияния геометрии конструкции на относительные величины критических нагрузок. Для предельных значений параметра относительного поперечного размера сделано сравнение с известными результатами исследований. Для инженерных расчетов предложены аппроксимирующие зависимости определения величин критического веса и критической силы при произвольном соотношении поперечных размеров оснований конструкции.

Ключевые слова: *решетчатая башня, стержень переменной жесткости, весомый стержень, устойчивость.*

В расчетах на устойчивость конструкций и элементов оборудования широко используется модель упругого стержня. Так в работах [1,2] в задаче об устойчивости бурильных и обсадных труб применяется модель растянуто-сжатого весомого стержня, а в статье [3] исследуется устойчивость буровой вышки, как невесомого стержня переменной жесткости.

Впервые задача устойчивости невесомых стержней с непрерывно изменяющемся поперечным сечением рассмотрена Эйлером, применительно к усеченному конусу, а случаи, когда изгибная жесткость стержней изменяется по показательному закону, исследованы Динником А.Н. с использованием функций Бесселя для некоторых граничных условий [4]. Устойчивость стержней с произвольно изменяющейся поперечной жесткостью рассматривается в работах [5,6]. Задача устойчивости весомых стержней переменного сечения решена в аналитическом виде исключительно для остроконечных конструкций [4]. Для учета совместного воздействия распределенных и сосредоточенных нагрузок используются энергетические методы [7,8]. Таким образом, нет универсальной модели для расчета весомых стержней переменной жесткости на устойчивость, что приводит к необходимости рассматривать каждый конкретный случай отдельно.

Остановимся на конструкциях решетчатых башен (буровые вышки, башни теле-радиосвязи, стойки ветрогенераторов и т.д.), так как в данном случае основной составляющей продольной нагрузки является вес самой конструкции.

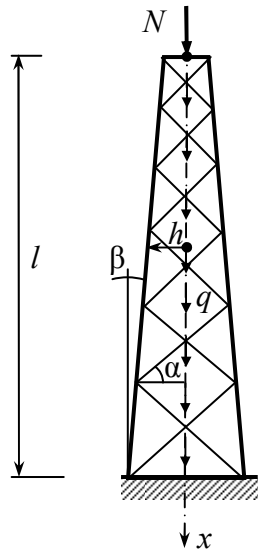

Рис.1 Расчетная схема весомого стержня переменной жесткости.

Рассмотрим математическую модель упругого стержня длиною l, на верхнем конце приложена вертикальная сила N (рис. 1). Распределенный вес стержня находится из зависимости

$$q = \gamma\left(F_l \cos\beta + F_d \sin\alpha\right),$$

где γ – удельный вес материала, F_l и F_d – площадь поперечного сечения стоек (поясов) и раскосов соответственно. С учетом, что для реальных конструкций F_l, F_d и β – постоянные или ступенчато-переменные величины, а угол α лежит в диапазоне от 40 до 50 град., то $q = const$ для всей длины стержня или его участка.

Изгибная жесткость в произвольном сечении определяется выражением [4]

$$EJ(x) = EJ_2\left(\left(1-k\right)\frac{x}{l} + k\right)^2,\ k = \frac{h_1}{h_2},$$

где E – модуль упругости, J_2 – момент инерции основания стержня, h_1 и h_2 – радиусы инерции верхнего и нижнего сечений соответственно (рис. 1).

Из уравнений равновесия элемента такого стержня следуют зависимости:

$$EJ_2\left(\left(1-k\right)\frac{x}{l} + k\right)^2 \frac{d^2y}{dx^2} = M(x);\ \frac{dM}{dx} = Q(x) - \left(N + qx\right)\frac{dy}{dx};\ \frac{dQ}{dx} = 0, \quad (1)$$

где $y(x)$ - уравнение изогнутой оси стержня, $M(x)$ - изгибающий момент, $Q(x)$ - поперечная сила.

Исключая из уравнений (1) $M(x)$ и $Q(x)$, приходим к уравнению для изогнутой оси стержня