

УДК 621.1

**В.Н. Беловодский**, канд. техн. наук, доцент,**С.Л. Букин**, канд. техн. наук, доцент.

Донецкий национальный технический университет

Phone: +38 (062) 301-07-47, E-mail: S.Bukin08@gmail.com

**ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ВИБРОМАШИНЕ С НЕЛИНЕЙНОЙ УПРУГОЙ СВЯЗЬЮ ПОДВИЖНЫХ МАСС НОВОГО ТИПА**

*Рассматривается двухмассовая вибрационная машина с центробежным виброприводом. В качестве упругих элементов основной связи с существенно нелинейной характеристикой обосновано применение резино-магнитных элементов. Выполнено компьютерное моделирование динамических процессов, происходящих в рассматриваемой колебательной системе с существенно нелинейными упругими элементами. Установлена возможность формирования выраженных полигармонических вибраций путем ввода вибромашины в супергармонический резонанс второго порядка. Предложена новая трактовка коэффициента асимметрии. Дальнейшим направлением развития работы являются экспериментальные динамические исследования в лабораторных условиях.*

**Ключевые слова:** *двухмассовая вибромашина, центробежный вибропривод, основная упругая связь подвижных масс, нелинейная характеристика, резино-магнитный элемент, полигармонические колебания*

**V. Belovodskiy, S. Bukin****EXCITATION POLIHARMONIC OSCILLATIONS IN VIBRATING MACHINE WITH NONLINEAR ELASTIC CONTACT OF MOBILE MASS NEW TYPE**

*We considered the two-mass vibrating machine with centrifugal vibrodrive. As the main elements of elastic connection with highly nonlinear characteristic justified the use of rubber-magnetic elements. Computer simulation of dynamic processes in the considered vibrational system essentially nonlinear elastic elements is executed. The possibility of formation of polyharmonic vibration expressed by entering the vibrator in superharmonic second-order resonances. The new interpretation of coefficient of asymmetry is offered. The further directions of development of work are experimental dynamic study in the laboratory.*

**Key words:** *two-mass vibrator, centrifugal vibrodrive, main elastic connection of mobile masses, nonlinear characteristics, rubber-magnetic element, polyharmonic oscillations.*

**1. Введение**

Инерционные вибромашины, вынужденные колебания рабочих органов которых создаются центробежными вибровозбудителями, нашли предпочтительное применение в различных отраслях промышленности, таких как угольная, горнорудная, химическая, причем удельный вес одномассовых вибромашин с далекозарезонансным режимом работы преобладает. Исследованиями, проведенными в конце прошлого века, и опытом эксплуатации многомассовых инерционных вибромашин установлены несомненные преимущества таких машин по сравнению с одномассовыми [1-6]. Особенно значима такая особенность многомассовых вибромашин, как возможность обеспечения высокой степени усиления вынуждающей силы, что, в конечном счете, существенно снижает энергоемкость машины. Однако необходимо обратить внимание и на их существенные недостатки: усложнение конструкции вибромашины и повышенные требования к точности изготовления отдельных деталей и сборочных единиц, приводящие к увеличению ее стоимости.

В последнее время внимание исследователей вибрационных машин привлекает использование полигармонических колебаний, как одного из перспективных направлений интенсификации разнообразных технологических процессов [7-10], например, при обогащении полезных ископаемых. Полигармонический спектр

колебаний рабочего органа существенно улучшает условия технологической обработки разнообразных материалов, повышая как качественные, так и количественные показатели назначения вибромашины.

## **2. Анализ выполненных работ**

Полигармонические колебания рабочего органа многомассовой инерционной вибромашины могут быть возбуждены в линейных динамических системах набором дебалансных вибровозбудителей, вращающихся с различной угловой скоростью [11-14], а в нелинейных системах – возбуждением суб- и супергармонических колебаний [15-18]. К одним из первых результатов в этом направлении можно отнести создание супергармонического привода (И.И. Быховский, 1969), принципиальная идея которого состояла в усилении влияния неравномерности вращения дебалансов на характер колебаний рабочего органа путем внесения определенных конструктивных изменений. Затем последовали работы (Б.И. Крюков, В.Н. Потураев, В.П. Франчук, А.Г. Червоненко, В.К. Пресняков, З.Е. Филер), предполагающие нелинейность основных и приводных упругих связей многомассовых вибромашин с эксцентриковым вибровозбудителем. В 80-е годы прошлого века были проведены работы, посвященные целенаправленному использованию в вибротехнике эффектов нелинейных систем, как для формирования полигармонических колебаний, так и для безредукторного преобразования частоты возбуждения (С.Л. Цыфанский, В.И. Бересневич, М.В. Хвингия). Следует отметить, что в те годы преобладал такой способ формирования нелинейности в структуре вибромашины как введение в их упругую систему буферных ограничителей хода. Однако наряду с высокими технологическими показателями работы эти машины имели достаточно сложные конструкции, приводящие к высоким капитальным и эксплуатационным затратам. Именно эти обстоятельства в значительной степени послужили причиной резкого снижения производства резонансных вибромашин в большинстве стран мира. Таким образом, разработка и исследование перспективных вибромашин с полигармоническими колебаниями рабочего органа является актуальной задачей для многих отраслей промышленности. Следует отметить, что привлекательность вибрационных эффектов, возникающих в нелинейных динамических системах, заключается, прежде всего, в возможности использования вибровозбудителя с моногармонической возбуждающей силой для создания полигармонических колебаний рабочего органа.

Настоящая статья является продолжением работ авторов, посвященных исследованиям нелинейных колебательных систем с центробежным виброприводом [15-18].

**Ц е л ь р а б о т ы** – изучение возможности возбуждения полигармонических колебаний рабочего органа двухмассовой вибромашины с центробежным виброприводом путем применения существенно нелинейной упругой связи подвижных масс нового типа.

## **3. Основное содержание и результаты работы**

Для подтверждения возможности возбуждения полигармонических колебаний в двухмассовой колебательной системе с существенно нелинейной характеристикой основной упругой связи разработана экспериментальная установка, принципиальная схема которой приведена на рис. 1. Вибромашина состоит из платформы 1 вибростенда (несущее тело), пружинной подвески 2, основания 3, вибровозбудителей 4 дебалансного типа, упругих элементов 5 основной связи подвижных масс, рабочей массы 6. Установка создана для исследования динамических

параметров колебательной системы и их зависимости от типов и характеристик упругих элементов 5, установленных между подвижными массами 1 и 6.

Прежде, чем приступить к физическому эксперименту, выполним компьютерное моделирование динамических процессов, происходящих в рассматриваемой колебательной системе.

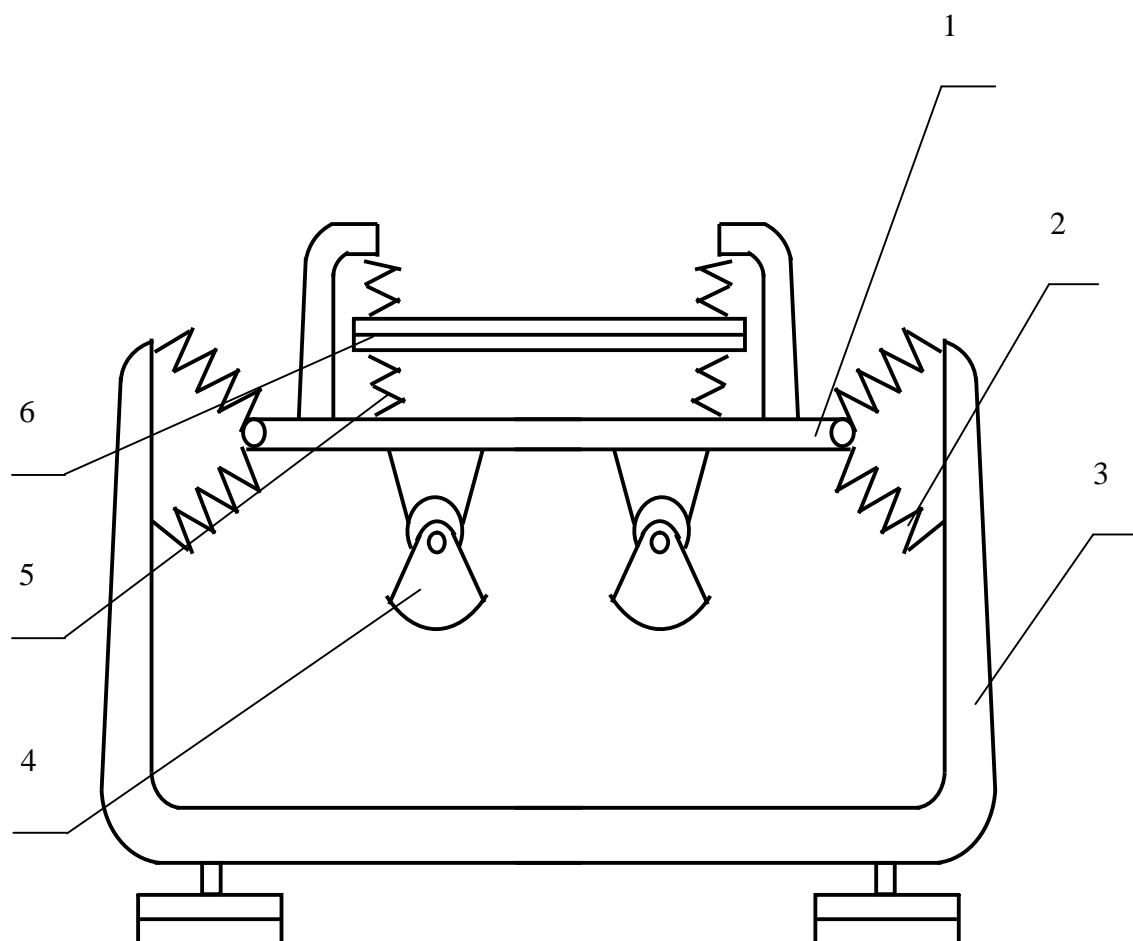


Рис. 1. Принципиальная схема двухмассовой инерционной вибромашины

В работе [15] приведена динамическая модель вибромашины, принципиальная схема которой представлена на рис. 2. Несущее тело 1 характеризуется массой  $m_1$ , рабочее тело – массой  $m_2$ , дебалансные вибровозбудители – массами неуравновешенных частей  $0,5m_0$  и эксцентриситетами  $r$ . Коэффициенты жесткостей и диссипации виброизоляторов и упругой связи подвижных масс обозначены как  $k_0$ ,  $b_0$  и  $k$ ,  $b$  соответственно, причем  $b = \mu k$ ,  $b_0 = \mu_0 k_0$ . Вибровозбудители приводятся во вращение от асинхронных электродвигателей бесконечной мощности с одинаковой скоростью  $\omega$  в противоположных направлениях. Синхронизация механическая, принудительная. Используемые допущения – традиционные в теории колебаний.

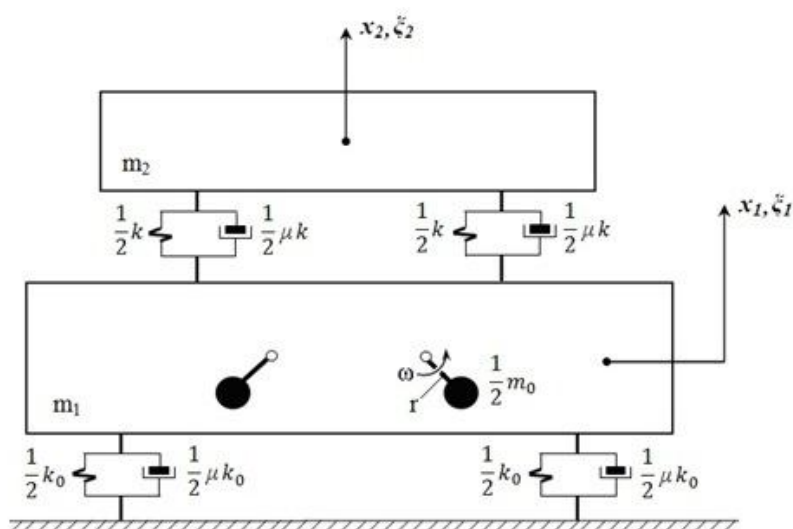


Рис. 2. Расчетная динамическая схема

За обобщенные координаты приняты вертикальные перемещения несущего  $x_1$  и рабочего  $x_2$ . Тогда относительное перемещение рабочего тела равно  $x = x_2 - x_1$ .

В этой же работе [15] рассмотрен случай нелинейного представления характеристики основной упругой связи, исходя из предположения, что коэффициент жесткости имеет полиномиальную характеристику  $k = k_1 x + k_2 x^2 + k_3 x^3$ . Тогда математическая модель динамики колебательной системы в безразмерной форме имеет вид

$$\begin{cases} \frac{d^2 \xi_1}{d\tau^2} + b_{10} \frac{d\xi_1}{d\tau} + b_{11} \frac{d\xi}{d\tau} + b_{12} \xi \frac{d\xi}{d\tau} + b_{13} \xi^2 \frac{d\xi}{d\tau} + \\ \quad + k_{10} \xi_1 + k_{11} \xi + k_{12} \xi^2 + k_{13} \xi^3 = P_1 \cos \eta \tau, \\ \frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + b_{20} \frac{d\xi_1}{d\tau} + b_{21} \frac{d\xi}{d\tau} + b_{22} \xi \frac{d\xi}{d\tau} + b_{23} \xi^2 \frac{d\xi}{d\tau} + \\ \quad + k_{20} \xi_1 + k_{21} \xi + k_{22} \xi^2 + k_{23} \xi^3 = P_2 \cos \eta \tau, \end{cases}$$

где:  $\tau = \omega_1 t$  ( $\omega_1$  — первая собственная частота системы) - безразмерное время;

$$x_1 = \Delta \xi_1; \quad x = \Delta \xi, \quad \Delta = 10^{-3} \text{ м}; \quad \eta = \omega / \omega_1; \quad m'_1 = m_0 + m_1;$$

$$b_{10} = \frac{\mu k_0}{m'_1 \omega_1}; \quad b_{11} = -\frac{\mu k_1}{m'_1 \omega_1}; \quad b_{12} = -\frac{\mu k_2 \Delta}{m'_1 \omega_1}; \quad b_{13} = -\frac{\mu k_3 \Delta^2}{m'_1 \omega_1}; \quad b_{20} = -b_{10}; \quad b_{21} = \frac{\mu(m'_1 + m_2)k_1}{m'_1 m_2 \omega_1};$$

$$b_{22} = \frac{\mu(m'_1 + m_2)k_2 \Delta}{m'_1 m_2 \omega_1}; \quad b_{23} = \frac{\mu(m'_1 + m_2)k_3 \Delta^2}{m'_1 m_2 \omega_1}; \quad k_{10} = \frac{k_0}{m'_1 \omega_1^2}; \quad k_{11} = -\frac{k_1}{m'_1 \omega_1^2}; \quad k_{12} = -\frac{k_2 \Delta}{m'_1 \omega_1^2};$$

$$k_{13} = -\frac{k_3 \Delta^2}{m'_1 \omega_1^2}; \quad k_{20} = -k_{10}; \quad k_{21} = \frac{k_1 (m'_1 + m_2)}{m'_1 m_2 \omega_1^2}; \quad k_{22} = \frac{k_2 (m'_1 + m_2) \Delta}{m'_1 m_2 \omega_1^2};$$

$$k_{23} = \frac{k_3 (m'_1 + m_2) \Delta^2}{m'_1 m_2 \omega_1^2}; \quad P_1 = \frac{m_0 r}{m'_1 \Delta} \eta^2; \quad P_2 = -P_1.$$

Компьютерное моделирование динамического процесса позволило произвести оценку влияния степени нелинейности основной упругой связи подвижных масс на динамические параметры колебательной системы. В качестве исходных данных приняты:  $m_1 = 98$  кг,  $m_2 = 45$  кг,  $m_0 = 2$  кг,  $r = 0,025 \div 0,25$  м,  $k_1 = 0,6 \cdot 10^6$  Н/м,  $k_0 = 2,4 \cdot 10^4$  Н/м,  $\tau = 8 \cdot 10^{-4}$  с. Тогда  $\omega_1 = 12,8$  рад/с.

На рис. 3 представлены АЧХ и ФЧХ рабочего и несущего тела для линейной системы ( $k_{13}/k_{11}=k_{12}/k_{11}=0$ ). Внимание привлекает межрезонансная область АЧХ и т.н. антирезонансный режим ( $\eta \approx 10$ ), в котором колебания опорного тела практически отсутствуют, в то время как рабочее тело совершает достаточно интенсивные колебания с амплитудой  $A_1 \approx 7$  мм. Этот режим во многом предопределяет уже упомянутые достоинства многомассовых инерционных вибромашин [3-6]. Поэтому рабочую частоту вибровозбудителя выбираем вблизи антирезонанса.

Установлено, что введение нелинейности  $k_{13}/k_{11}$  в упругой характеристике приводит к появлению характерных явлений, — «заваливанию» АЧХ в зоне второго резонанса и появлению зон неоднозначности (рис. 4). С увеличением степени нелинейности восходящая ветвь второго резонанса становится более полой, что повышает стабильность амплитуды колебаний рабочего тела. Так как упругая характеристика становится существенно нелинейной, то в системе появляется возможность возбуждения комбинационных резонансов.

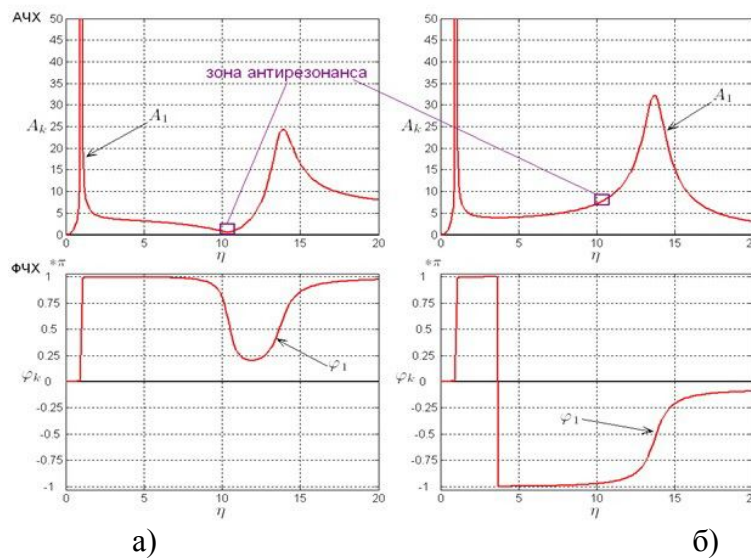


Рис. 3. АЧХ и ФЧХ несущего (а) и рабочего (б) тела линейной системы

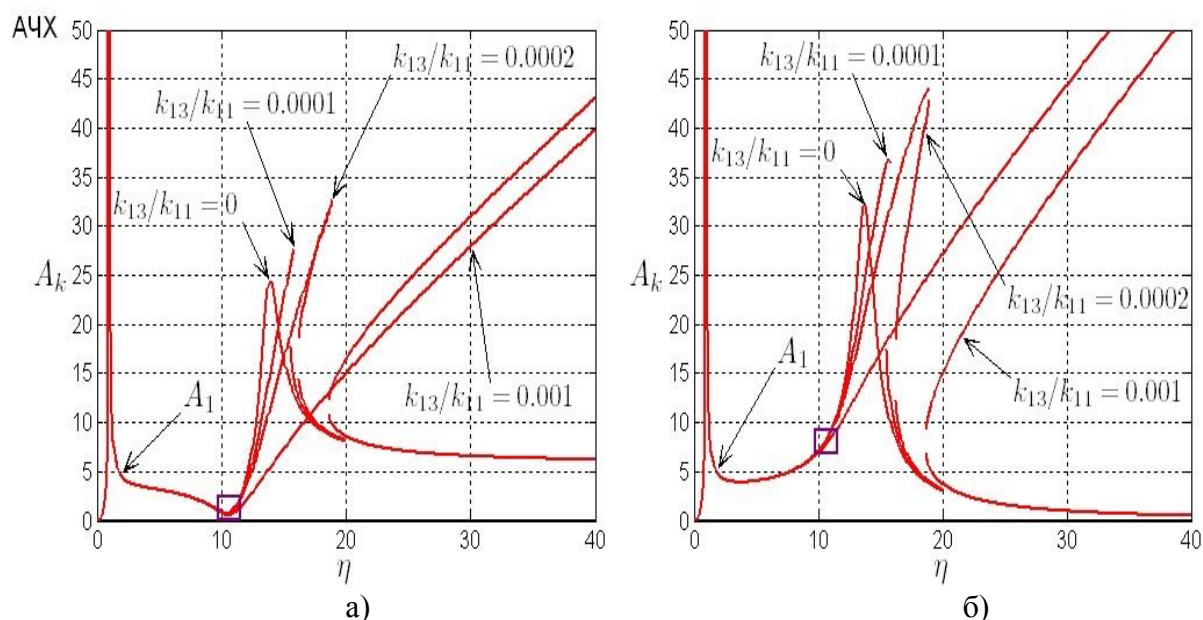


Рис. 4. АЧХ подвижных тел при различных значениях степени нелинейности упругой характеристики: а – несущего тела; б – рабочего тела

В качестве упругих элементов основной связи с существенно нелинейной характеристикой в вибрационных машинах применяются [1]: упругие ограничители хода (буферы), рессорные элементы с криволинейными опорами в узлах защемления, резино-металлические элементы с боковыми ограничителями и некоторые другие. Современным направлением создания новых типов нелинейных вибротехнических машин является использование резино-магнитных упругих элементов в конструкции основной связи [19]. Перспективность этого направления объясняется следующими обстоятельствами:

- в настоящее время наблюдается резкое снижение стоимости постоянных высокоэнергетических магнитов на основе сплавов типа NdFeB (неодим-железо-бор) магнитов;
- усилие взаимодействия супермагнитов значительно выше сил упругости широко применяемых упругих элементов из эластомеров. Это позволяет уменьшить размеры упругих элементов, а также обеспечить минимальный разброс параметров упругих характеристик при их изготовлении и эксплуатации;
- минимизация потерь энергии при работе упругих магнитных элементов вследствие малого коэффициента диссипации (близкого к нулю);
- высокая стабильность жесткостных параметров в процессе серийного производства;
- практически полное отсутствие процесса «старения».

На рис. 5 приведена конструкция и общий вид лабораторного образца резино-магнитного упругого элемента. Упругий элемент состоит из корпуса 1, соединенного с одним из подвижных тел вибротехнической машины при помощи опор 2, цапфы 3, закрепленной на другом подвижном теле, слоя резины 4, работающего на сдвиг, постоянных магнитов 5 и 6, установленных соответственно в корпусе и арматуре цапфы с зазором  $\delta$ , который может регулироваться, например, при помощи болта 7.

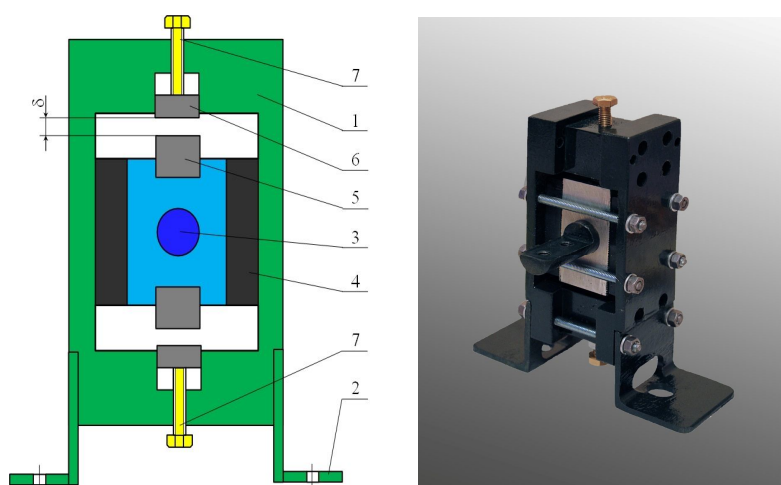


Рис. 5. Конструкция упругого резино-магнитного элемента

Теоретические и экспериментальные исследования резино-магнитных элементов показали возможность создания элементов с существенно нелинейной характеристикой. Так, например, упругая характеристика (рис. 6) экспериментального образца магнитного упругого элемента имеет выраженный нелинейный характер и, в зависимости от величины первоначального зазора  $\delta$ , адекватно описывается кубическими многочленами

- для  $\delta = 2\text{ мм}$   $F = 943,72(1 - 2,95x + 4,60x^2)x$ , Н/мм,

- для  $\delta = 4\text{ мм}$   $F = 887,12(1 - 0,96x + 0,42x^2)x$ , Н/мм,

где  $x$  – деформация, мм.

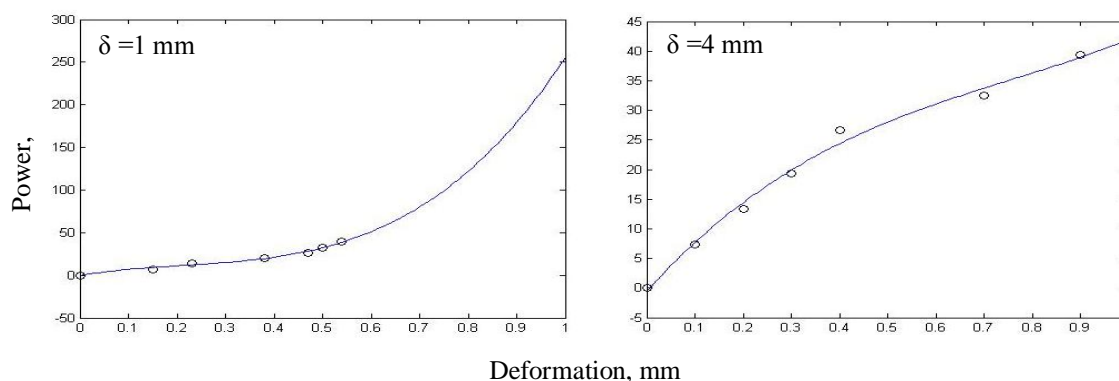


Рис. 6. Упругие характеристики резино-магнитных элементов

Моделирование динамики двухмассовой вибромашины с упругими элементами, имеющими такие характеристики, показывает возможность формирования выраженных полигармонических вибраций путем ввода вибромашины в супергармонические резонансы порядков 3:1, 2:1 и субгармонический резонанс порядка 1:3 в межрезонансной зоне. Для иллюстрации на рис. 7 приводятся амплитудно- и фазочастотные характеристики рабочего органа и несущего тела вибромашины, законы ускорений рабочего органа и их коэффициенты асимметрии  $A_s$ , соответствующие резонансу порядка 2:1, полученные путем численного моделирования.

В расчетах коэффициент асимметрии определялся как отношение третьего центрального момента к кубу среднеквадратического отклонения, т.е.

$$A_s = \mu_3 / \sigma^3,$$

где  $\mu_3 = (\int_0^T (\ddot{x}(t) - m)^3 dt) / T$ ,  $\sigma^2 = (\int_0^T (\ddot{x}(t) - m)^2 dt) / T$ ,  $m = \int_0^T \ddot{x}(t) dt / T$ ,  $T$  - период колебаний,  $\ddot{x}(t)$  - закон изменения ускорения.

Указанные выражения представляют собой обычную трансляцию известных соотношений, описывающих асимметрию законов распределения случайных величин [20].

Не оспаривая дискуссионность этого критерия, отметим лишь, что использование распространенных в вибрационной технике подходов к описанию асимметрии в виде отношения пиковых значений вполне оправдано для движений, монотонных между крайними положениями рабочего органа, например, виброударных. Однако такой подход не отражает, на наш взгляд, динамику технологического процесса между крайними положениями рабочего органа при выраженных полигармонических движениях. Таким образом, основным моментом в части использования комбинационных колебаний для формирования полигармонических вибраций в вибромашинах является разработка эффективных конструктивных схем нелинейных упругих связей и разработка методов их расчета. Одним из обнадеживающих вариантов представляется их создание на магнитной основе.

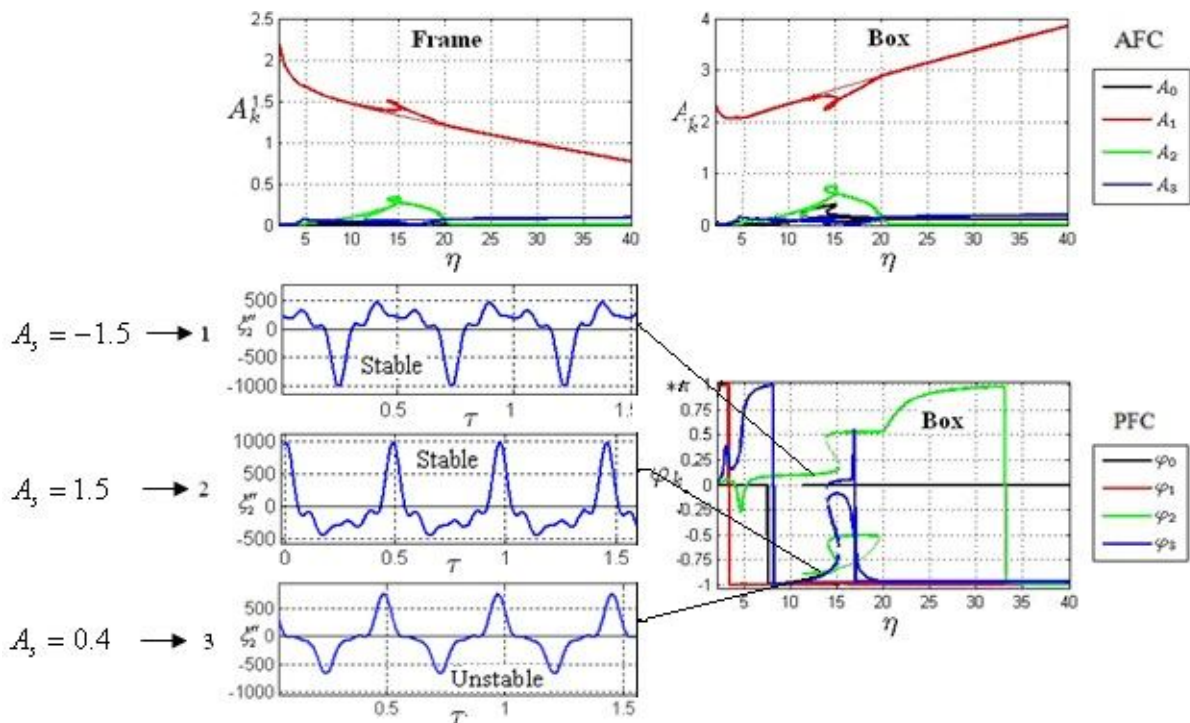


Рис. 7. Амплитудно- (AFC) и фазочастотные (PFC) характеристики несущего (Frame) и рабочего тела (Box) для одного из наборов параметров вибромашины:



$$\eta=13; P_1=2,5; k_2/k_1=1,0 \cdot 10^3; k_3/k_1=3,0 \cdot 10^6$$

#### 4. Выводы.

Анализ результатов теоретических и экспериментальных исследований показывает возможность формирования с помощью резино-магнитных элементов существенно нелинейных несимметричных упругих характеристик, а при их комбинировании - появления реальных перспектив регулирования свойств упругой системы вибромашины в широких пределах.

Моделирование динамики двухмассовой вибромашины с упругими элементами, имеющими такие характеристики, показывает возможность формирования выраженных полигармонических вибраций путем ввода вибромашины в супергармонические резонансы порядков 3:1, 2:1 и субгармонический резонанс порядка 1:3 в межрезонансной зоне.

Направлением дальнейших исследований является проведение динамических экспериментальных исследований в лабораторных условиях.

#### Литература:

1. Вибрации в технике [Текст]: Справочник. Т.4. Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э.Э. Лавендела // - М.: Машиностроение, 1981.- 509 с.
2. Блехман И.И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника [Текст] / И.И. Блехман // — СПб.: ИД «Руда и Металлы», 2013. — 640 с.
3. Вибромашины с антирезонансным режимом работы – новое направление совершенствования техники для переработки полезных ископаемых [Текст] / Н.В. Сухин, С.Л. Букин, А.Н. Корчевский, А.П. Решевский // Сб. трудов межд. научно-техн. конф. «Прогрессивные технологии машиностроения и современность». - Донецк.-1997. - С. 240-241.
4. Букин С.Л. Сравнение динамических свойств одно- и двухмассовых инерционных вибромашин [Текст] / С.Л. Букин // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – Вип. 2 (43). – 1998.– С. 57-62.
5. Букин С.Л. К определению амплитуд колебаний трехмассового бигармонического виброгрохота [Текст] / С.Л. Букин, Н.Н. Соломичев // Материалы V межд. научно-техн. конф. "Машиностр. и техносфера на рубеже XXI века". - Севастополь.-1998.-С.127-129.
6. Букин С.Л. Обоснование рабочих параметров двумассовой инерционной бигармонической вибромашины [Текст] / С.Л. Букин // Прогресивні технології і системи машинобуд.: Міжн. зб. наукових праць. Вип. 1, 2 (44). - Донецьк: ДонНТУ, 2012. - С.30-35.
7. Букин С.Л. Интенсификация технологических процессов вибромашин путем реализации бигармонических режимов работы [Текст] / С.Л. Букин, С.Г. Маслов, А.П. Лютый, Г.Л. Резниченко // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – Вип. 36 (77) - 37 (78). – 2009. – С. 81-89.
8. Применение вибрационной техники с бигармоническим режимом колебаний при обогащении углей [Текст] / Е.Е. Гарковенко, Е.И. Назимко, С.Л. Букин и др. // Уголь Украины, май 2011. - С. 41-44.
9. Букин С.Л. Промышленные испытания многовибраторного инерционного виброгрохота сверхтонкого грохочения [Текст] / С.Л. Букин, С.Г. Маслов // Вісті Донецького гірничого інституту. -№1 (34), 2014. – С. 138-146.

10. Букин С.Л. Сравнение результатов процесса измельчения в вибрационной мельнице с гармоническим и бигармоническим режимами работы [Текст] / С.Л. Букин, П.В. Сергеев, А.С. Букина // Качество минерального сырья: Сб. науч. тр. – Кривой Рог. - 2014. – С. 149-159.

11. Erlenstadt G. Die DF-Siebmaschine [Text] // Aufbereitungs-Technik.-1972.-V.13. -№7. - S. 432-434.

12. Промышленные испытания грохота с различными колебаниями рабочего органа [Текст] / Засельский В.И., Зайцев Г.Л., Засельский И.В., Литвиненко А.В. // Metallургическая и горнорудная промышленность. №2, 2007. – С. 72, 2007. – С. 74-77.

13. Modrzewski R. Oscillating Motion of a Double-Frequency Screen [Text] / R. Modrzewski, P. Wodziński // Gornictwo I Geoinżynieria. 33, z.4, 2009. - S. 209-219.

14. Букин С.Л. Исследования четырехвibratorной инерционной одномассовой вибромашины в стационарном режиме [Текст] / С.Л. Букин, С.Г. Маслов, Р.А. Шолда // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжн. зб. наукових праць. - Вип. 1 (47). - Донецьк: ДонНТУ, 2014. - С.49-60.

15. Belovodskiy V.N. Nonlinear Antiresonance Vibrating Screen [Text] / V.N. Belovodskiy, S.L. Bukin, M.Y. Sukhorukov // Advances in Mechanisms Design: Proceeding of TMM 2012 // Springer. - London, 2012. – pp. 167-173.

16. Superharmonic Resonances in Two-Masses Vibrating Machines [Text] / V.N. Belovodskiy, S.L. Bukin, M.Y. Sukhorukov, A.A. Babakina // “Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Conference on Vibration Problems (ICOVP-2013)”, Lisbon, Portugal, 9-12 September, 2013, AMPTAS.

17. Belovodskiy V.N. Harmonic Balance Method and Combination Resonances in Nonlinear Systems with Polynomial Nonlinearities and Periodic Excitation [Text] / V.N. Belovodskiy, S.L. Bukin // Transactions on Electrical Engineering, Vol. 2 (2013), No. 4. –p. 121-125.

18. [2:1 Superharmonic Resonance in Two-Masses Vibrating Machine](#) [Text] / V.N. Belovodskiy, S.L. Bukin, M.Y. Sukhorukov, A.A. Babakina // Journal of Vibration Engineering and Technologies, 2015, Vol. 3(2).-pp. 123-135.

19. Букин С.Л. О возможности использования постоянных магнитов в упругих элементах основной связи подвижных масс многомассовых вибростанов с направленными колебаниями [Текст] / С.Л. Букин, М.В. Чашко // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжн. зб. наукових праць. - Донецьк: ДонНТУ, 2013. Вип. 1, 2 (46). - С.30-36.

20. Венцель Е.С. Теория вероятностей [Текст] / Е.С. Венцель // - М.: Высшая школа, 1999. - 576 с.

Поступила в редколлегию 04.05.2015г.