

УДК 621.01/.03

С.Л. Букин, канд. техн. наук, доц., А.С. Букина, магистрант, В.В. Селиверстов, студ.  
Донецкий национальный технический университет  
83000, г. Донецк, ул. Артема, 58, Украина  
Тел./Факс: +38 (062) 3043482; E-mail: S.Bukin08@gmail.com

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОМАССОВОЙ ВИБРОМАШИНЫ С КАРДАННЫМ ВАЛОМ В ТРАНСМИССИИ ДЕБАЛАНСНОГО ВОЗБУДИТЕЛЯ КОЛЕБАНИЙ

*Статья посвящена изучению возможностей возбуждения полигармонических колебаний в одномассовой вибрационной машине. Рассмотрена работа одношарнирного карданного вала в трансмиссии инерционного возбудителя колебаний. Разработана математическая модель колебательной системы с учетом шарнира Гука в трансмиссии вибрационного привода. Модель представлена в виде единой электромеханической системы. Программный комплекс разработан в среде Matlab. Предполагается исследовать область рабочих режимов и влияния основных конструктивных параметров системы на динамические показатели вибрационной машины.*

**Ключевые слова:** *Вибрационная машина, дебалансный возбудитель колебаний, трансмиссия, одношарнирный карданный вал, неравномерность вращения, динамическая модель, полигармонические колебания.*

### 1. Введение.

Вибрационные машины находят широкое применение в горной промышленности. На обогатительных фабриках и комбинатах, карьерах, шахтах эксплуатируются вибрационные грохоты, питатели и конвейеры, вибрационные мельницы и дробилки, разнообразные сепараторы вибрационного типа и другие виды вибромашин. Среди них значительный удельный вес принадлежит одномассовым вибромашинам инерционного типа. Доказано, что одним из направлений повышения показателей качества современных вибромашин является использование негармонических законов колебаний исполнительного органа [1,2]. Так, полигармонические колебания могут существенно повысить качественно-количественные характеристики работы вибромашин, предназначенных для переработки сырья с трудными условиями их эксплуатации [3,4].

### 2. Основное содержание и результаты работы.

Известно, что полигармонические колебания могут возбуждаться разнообразными способами в линейных динамических системах или за счет использования нелинейных колебаний [5]. Оба из этих направлений имеют как достоинства, так и недостатки. Поэтому задача поиска наиболее удачных технических решений среди возможных вариантов является актуальной. Особый интерес представляют способы возбуждения полигармонических колебаний наиболее распространенных инерционных вибромашин с дебалансным виброприводом.

Большинство одномассовых инерционных вибромашин работает в далекозарезонансном режиме: рабочая угловая скорость вращения вибровозбудителя существенно выше собственной частоты колебательной системы. Поэтому для достижения рабочей частоты вращения вала вибровозбудителя колебательная система должна пройти через резонанс. При этом амплитуда колебаний рабочего органа вибромашин с закрепленным на нем вибровозбудителем резко возрастает. Этот процесс повторяется и при выбеге приводного электродвигателя вибровозбудителя колебаний. В связи с этим в составе трансмиссии вибропривода обязательно предусматривают подвижное звено для надежной передачи вращающего момента электродвигателя дебалансному валу вибромашин. В качестве такого элемента используются разнообразные упругие муфты и карданные валы, причем предпочтительное применение в отечественных вибромашинах находят упругие лепестковые муфты. Объясняется это, прежде всего, их низкой

стоимостью, а также возможностью самостоятельного изготовления быстроизнашиваемых элементов (лепестков) на месте эксплуатации машины. Кроме того в составе трансмиссий приводов вращения вибровозбудителей инерционных вибромашин (в основном зарубежных) используются карданные передачи, например, в виброгрохотах (рис. 1), вибрационных дробилках и мельницах, вибропитателях и пр.



Рис. 1 – Вибрационный грохот инерционного типа с карданной передачей в трансмиссии дебалансного вибровозбудителя

Карданная передача (шарнир Гука) — механизм, передающий крутящий момент между валами, пересекающимися в центре карданной передачи и имеющими возможность взаимного углового перемещения, широко используется в различных машинах и механизмах, когда трудно обеспечить соосность вращающихся элементов. Это свойство карданного механизма обусловило его широкое применение в различных машинах, в которых по условиям работы необходимо изменение взаимного расположения валов, передающих вращение.

Карданная передача состоит из трех основных элементов: карданных шарниров или карданных муфт, валов и опор (не обязательно). Карданные валы (рис. 2) чаще всего изготавливают из тонкостенных труб, к одному концу которых приваривают неподвижную вилку шарнира, а к другому - шлицевую втулку, соединенную со скользящей вилкой шарнира.

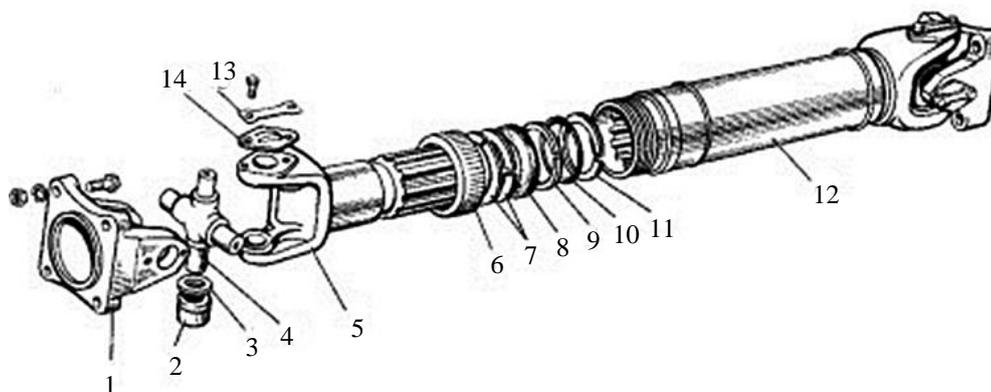


Рис. 2 – Конструкция двухшарнирного карданного вала:  
 1 – фланец-вилка; 2 – игольчатый подшипник; 3 – уплотнение; 4 – крестовина; 5 – скользящая вилка; 6 – гайка; 7, 9, 11 – разрезные шайбы; 12 – вал; 13 – стопорная пластина; 14 – опорная пластина

Шарниры карданной передачи состоят из неподвижной или скользящей вилки, фланца-вилки и крестовины, установленной в ушках вилок на игольчатых подшипниках. В конструкции карданных валов применено подвижное шлицевое соединение, необходимое для компенсации изменения длины вала при работе машины.

По числу применяемых шарниров (карданных муфт, шарниров Гука) передачи бывают одношарнирные, двухшарнирные, трехшарнирные и т. д.

Применение карданных передач позволило выявить их важную особенность - несинхронность вращения валов. Было установлено, что при равномерном вращении ведущего вала ведомый вал вращается неравномерно, причем неравномерность тем больше, чем больше угол между осями валов [6-10]. Т. е. при передаче вращения между двумя валами передаточное число непостоянно. Такую карданную передачу назвали асинхронной, а шарнир - шарниром неравных угловых скоростей. Это свойство одношарнирной передачи исключает возможность ее применения во многих устройствах. Отчасти этот недостаток может быть скомпенсирован использованием на одном валу пары шарниров, повернутых на четверть оборота друг относительно друга, причем вилки шарниров должны лежать в одной плоскости. Поэтому наибольшее распространение получила двухшарнирная передача, имеющая два шарнира и связывающий их карданный вал.

Асинхронная карданная передача состоит из двух валов (рис. 3), повернутых относительно друг друга под углом  $\beta$  и соединенных между собой крестовиной. Один вал (ведущий) соединен с приводным электродвигателем вибромашины, второй (ведомый) - с неуравновешенным валом вибровозбудителя.

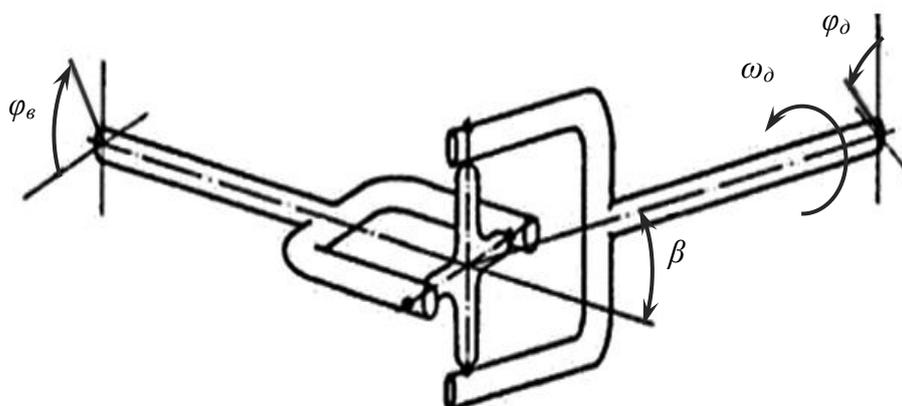


Рис. 3 – Расчетная схема шарнира Гука

Динамическим исследованиям инерционных колебательных систем посвящено большое количество работ. Так, например, в работе [11] рассмотрена динамика вибрационного грохота с инерционным возбудителем колебаний с учетом статической характеристики двигателя. В работе [12] рассмотрена возможность возбуждения достаточного уровня супергармонических колебаний рабочего органа инерционной вибромашины путем ввода в трансмиссию упругого элемента. Однако эти динамические модели разработана на основе предположения, что трансмиссия между двигателем и вибровозбудителем имеет неизменяемое передаточное отношение.

Таким образом, изучив кинематику одношарнирной карданной передачи можно предполагать, что неравномерность вращения ведомого неуравновешенного вала может быть использована для возбуждения колебаний рабочего органа вибромашины с более высокими гармониками, чем основная. Конструкция такого полигармонического вибровозбудителя инерционных вибромашин представляется весьма перспективной, вследствие ее очевидной простоты, небольшой стоимости и надежности в работе.

Цель и задачи работы: изучение возможности возбуждения полигармонических колебаний в одномассовой инерционной вибромашине с карданным валом в трансмиссии центробежного вибровозбудителя дебалансного типа.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- разработать математическую модель одномассовой колебательной системы с карданным валом в трансмиссии центробежного вибровозбудителя дебалансного типа;
- исследовать область рабочих режимов, оценить условия возбуждения полигармонических колебаний и влияние основных конструктивных параметров системы на динамические показатели вибромашины;
- выполнить комплекс лабораторных исследований на физической модели.

Настоящая статья посвящена решению первой задачи исследования.

Перейдем к рассмотрению колебательной системы, динамическая расчетная схема которой приведена на рис. 4.

Вибромашина (рис. 4) состоит из рабочего органа 1, на котором закреплен центробежный вибровозбудитель 2 дебалансного типа, виброизоляторов 3, электродвигателя 4 и карданного вала 5.

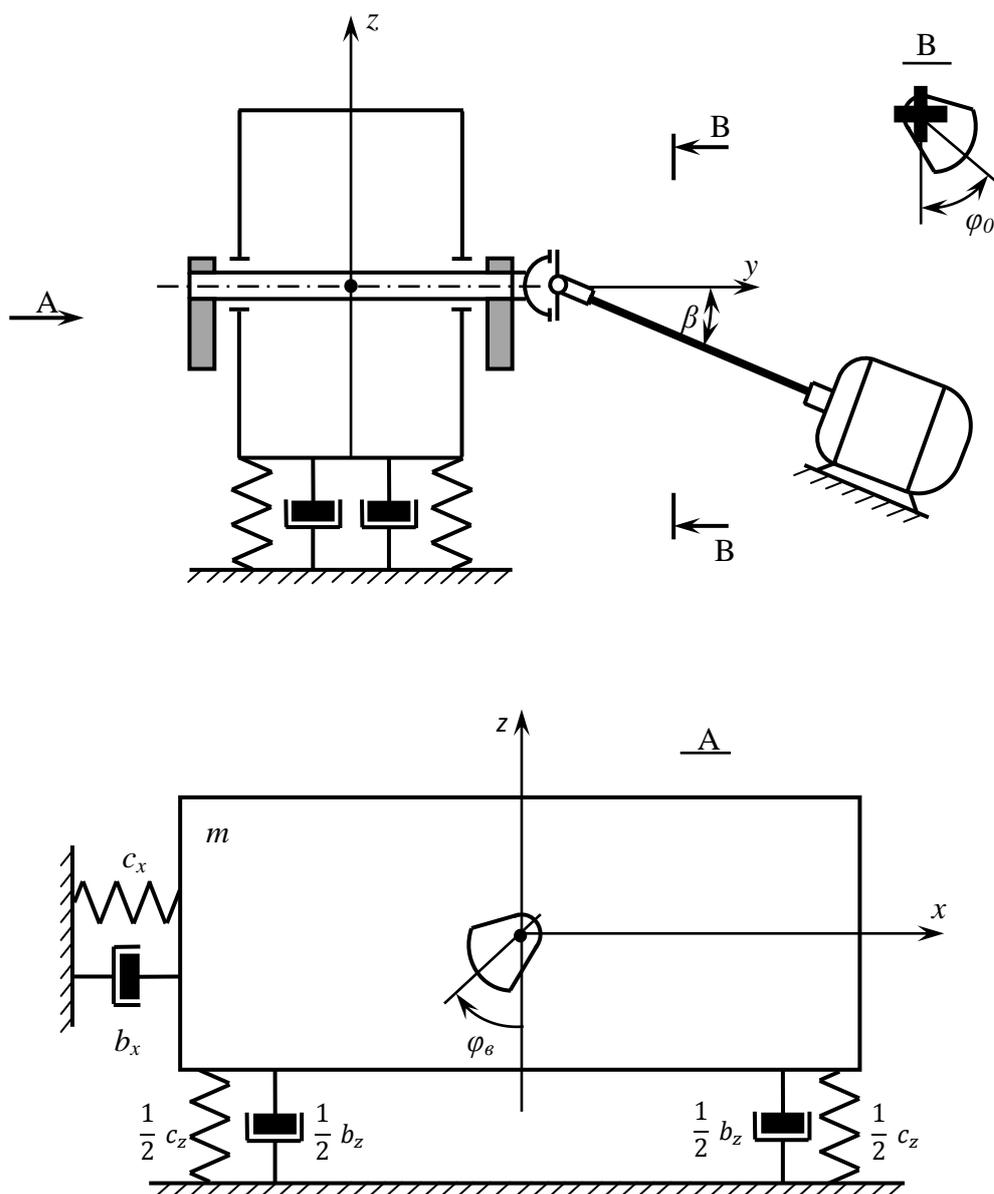


Рис. 4 - Динамическая расчетная схема вибромашины

При составлении расчетной схемы и уравнений движения подвижных масс вибромашины приняты традиционные допущения:

- рабочий орган является абсолютно твердым телом;
- ось вращения неуравновешенных масс вибровозбудителя горизонтальна;
- элементы трансмиссии, валы вибровозбудителя и электродвигателя абсолютно жесткие;
- деформация упругих элементов происходит по линейной зависимости;
- учет внутренних сопротивлений в упругих элементах основывается на гипотезе вязкого трения;
- влиянием технологической нагрузки пренебрегаем.

Введем следующие обозначения:  $m$  - масса рабочего органа;  $m_e, I_e$  - масса и момент инерции неуравновешенных частей вибровозбудителя соответственно;  $I_d, I_{кв}$  - центральный момент инерции ротора электродвигателя привода вибровозбудителя и карданного вала соответственно;  $r_e$  - эксцентриситет дебалансного вибровозбудителя (расстояние от оси вращения до центра неуравновешенных масс - дебалансов);  $c_x, c_z$  - суммарные коэффициенты жесткостей виброизоляторов в направлении осей  $x$  и  $z$ ;  $b_x, b_z$  - коэффициенты вязких сопротивлений виброизоляторов;  $\varphi_0$  - угол установки вилки шарнира Гука относительно оси, проходящей через центр массы дебалансов и осью их вращения. В качестве электродвигателя привода вибровозбудителя применяем асинхронный электродвигатель ограниченной мощности.

За обобщенные координаты принимаем абсолютные координаты:  $q_1=x, q_2=z, q_3=\varphi_e$ .

Рассмотрим кинематику шарнира Гука. При вращении вала приводного электродвигателя с постоянной угловой скоростью  $\omega_d$  он поворачивается вокруг оси на угол  $\varphi_d=\omega_d t$ , а ведомый вал (вал вибровозбудителя), вращающийся с неравномерной угловой скоростью  $\omega_e$ , поворачивается вокруг своей оси на угол  $\varphi_e$ . Из теории механизмов известно [6, 7], что угол поворота ведомого вала  $\varphi_e$  зависит от угла разворота валов  $\beta$  и выражается уравнением

$$\tan \varphi_e = (\cos \beta)^{-1} \cdot \tan \varphi_d,$$

а угловая скорость вращений ведомого вала равна

$$\dot{\varphi}_e = \frac{\omega_d \cdot \cos \beta}{\sin^2 \varphi_d + \cos^2 \beta \cdot \cos^2 \varphi_d} = \frac{\omega_d \cdot \cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega_d t)}. \quad (1)$$

На рис. 5 приведены графики переменного передаточного отношения  $i = \dot{\varphi}_e / \dot{\varphi}_d$  трансмиссии привода вибровозбудителя в зависимости от угла разворота валов  $\beta$ .

На первом этапе исследований нас будут интересовать динамические параметры колебательной системы в стационарном (рабочем) режиме. Доказано: если работа двигателя протекает в области устойчивой части его характеристики, а нагрузка колеблется в ограниченном диапазоне, то с достаточной точностью можно пользоваться упрощенной линейной статической характеристикой [11]. Поэтому для описания асинхронного электродвигателя привода вибровозбудителя используем статическую характеристику Клосса, которая удовлетворительно воспроизводит механическую характеристику в области малых скольжений (от  $s = 0$  до  $s = s_k$ ).

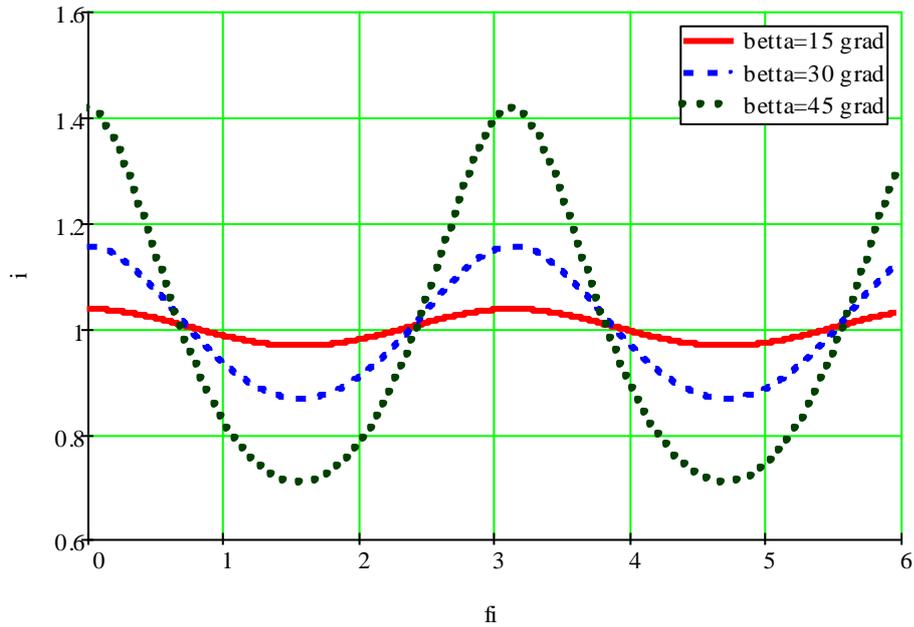


Рис. 5 - Зависимости передаточного отношения  $i$  трансмиссии привода вибровозбудителя от угла разворота валов  $\beta$

Приближенное уравнение механической характеристики асинхронного двигателя в виде статической характеристики Клосса [12] имеет вид

$$L(\dot{\varphi}) = 2L_k \left/ \left( \frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} \right) \right.,$$

где  $s = (\omega_c - \dot{\varphi})/\omega_c$ ,  $s_k = (\omega_c - \omega_k)/\omega_c$  - текущее и критическое скольжение ротора электродвигателя соответственно;

$\omega_c$ ,  $\omega_k$  - синхронная и критическая угловые скорости вращения ротора двигателя соответственно;

$\dot{\varphi}$  - скорость вращения ротора двигателя, близкая к номинальной  $\omega_n$ ;

$L_k = \lambda L_n$  - максимальный (критический) момент двигателя;

$L_n$  - номинальный момент двигателя;

$\lambda$  - кратность пускового момента относительно номинального, определяемая из уравнения

$$s_k = s_n \left( \lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1} \right),$$

$s_n = (\omega_c - \omega_n)/\omega_c$  - номинальное скольжение ротора электродвигателя.

### 3. Динамическая модель колебательной системы.

Опустив промежуточные выкладки, приведем уравнения движения колебательной системы в окончательном виде

$$\begin{cases} M\ddot{x} + c_x(\mu\dot{x} + x) = m_g r_g (\ddot{\varphi}_g \cos \varphi_g - \dot{\varphi}_g^2 \sin \varphi_g), \\ M\ddot{z} + c_z(\mu\dot{z} + z) = -m_g r_g (\ddot{\varphi}_g \sin \varphi_g + \dot{\varphi}_g^2 \cos \varphi_g), \\ I\ddot{\varphi}_g - m_g r_g [\ddot{x} \cos \varphi_g - (\ddot{z} + g) \sin \varphi_g] = iL(\dot{\varphi}_g) - L_T, \end{cases} \quad (2)$$

где:  $M = m + m_g$ ;  $I = I_g + m_g r_g^2 + I_0 + I_{кв}$ ;  $b_x = \mu_x c_x$ ,  $b_z = \mu_z c_z$ ;

$\mu_x$ ,  $\mu_z$  - коэффициенты сопротивления материала, из которого изготовлены упругие элементы опорных виброизоляторов (логично принять  $\mu_x = \mu_z = \mu$ );

$g$  - ускорение свободного падения;

$M_T$  - момент сил трения в подшипниках вибровозбудителя;

$i$  - передаточное отношение трансмиссии, равное

$$i = \cos \beta / (1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega_n t + \varphi_0)).$$

Момент  $M_T$  определяется как [11]

$$L_T = 0,5 f_g d_g m_g r_g \dot{\varphi}_g^2,$$

где:  $f_g$  - приведенный к внутреннему диаметру подшипника вибровозбудителя коэффициент трения;

$d_g$  - диаметр внутреннего кольца подшипника вибровозбудителя.

В полученной системе дифференциальных уравнений (2) первые два уравнения описывают движение центра массы рабочего органа вибромашины, третье – вращение неуравновешенной массы (дебаланса) инерционного вибровозбудителя.

В виду нелинейности система уравнений (2) не имеет точного решения, поэтому для ее анализа предполагаем использовать широко распространенный численный метод Рунге-Кутты. Метод Рунге-Кутты – одношаговый метод численного решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для численного решения необходимо систему (2) дифференциальных уравнений второго порядка преобразовать в систему дифференциальных уравнений первого порядка, после чего систему решаем относительно старших производных.

Математическая модель совместной динамики инерционной вибромашины и электродвигателя привода разработана как единая электромеханическая система и реализована в виде программного комплекса в среде Matlab.

#### 4. Заключение.

Из анализа научно-технической литературы следует, что особенностью работы шарнира Гука является то, что при равномерном вращении ведущего вала ведомый вал вращается неравномерно. Коэффициент неравномерности тем больше, чем больше угол между осями валов. Таким образом, при передаче вращения между двумя валами передаточное число непостоянно. Эту особенность целесообразно использовать для возбуждения полигармонических колебаний рабочего органа инерционных вибромашин с дебалансным возбудителем колебаний. Составлена динамическая модель машины с учетом взаимодействия колебательной системы с электродвигателем привода вибровозбудителя ограниченной мощности. Эта модель, как единая электромеханическая система, реализована в виде программного комплекса в среде Matlab.

## Список литературы:

1. Гончаревич И.Ф. О повышении производительности и рентабельности промышленных нанотехнологий. М.: РИА. Секция «Горное дело». - 2010. [электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.slaviza.ru/mashinostroenie/>
2. Гончаревич И.Ф. Вибротехника в горном производстве. - М.: Недра, 1992. -318 с.
3. Интенсификация технологических процессов вибромашин путем реализации бигармонических режимов работы / С.Л. Букин, С.Г. Маслов, А.П. Лютый и др. // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2009. – Вип. 36 (77) - 37 (78). – С. 81-89. ISSN 0135-2326.
4. Применение вибрационной техники с бигармоническим режимом колебаний при обогащении углей / Е.Е. Гарковенко, Е.И. Назимко, С.Л. Букин и др. // Уголь Украины, май 2011, С. 41-44. ISSN 0041-5804.
5. Вибрации в технике: Справочник в 6 томах. Т.4. Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э.Э. Лавендела. - М.: Машиностроение, 1981.- 509 с.
6. Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике: Справочное пособие в 7 томах. Т. 2: Кулисно-рычажные и кривошипно-ползунные механизмы. – М.: Наука, 1981. – 297 с.
7. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин: Учеб. пособие для вузов. Изд. 4-е, исп. – М.: Машиностроение, 1973. - 592 с.
8. Малаховский Я.Э. Карданные передачи / Я.Э. Малаховский, А.А. Лапин, Н.К. Веденеев – М.: Машгиз, 1962. – 287 с.
9. Автомобили. Конструкция, конструирование и расчет. Трансмиссия. / Под ред. А.И. Гришкевича. - Минск.: Выш. шк., 1985. – 240 с.
10. Проектирование трансмиссий автомобилей: Справочник / Под общ. ред А.И. Гришкевича // - М.: Машиностроение, 1984. -272 с.
11. Пресняков В.К. Динамика вибрационных грохотов с инерционным возбудителем колебаний с учетом характеристики двигателя / В.К. Пресняков, З.Е. Филер // Тр. ин-та Гипромашуглеобогащение: Углеобогатительное оборудование. Т. 1. – М.: Недра, 1965. – С. 121-126.
12. Сипайлов Г.А. Электрические машины: Специальный курс / Г.А. Сипайлов, Е.В. Кононенко, К.А. Хорьков. – М.: Высшая школа, 1987. - 287 с.

**С.Л. Букин, А.С. Букина, В.В. Селиверстов**  
**ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ОДНОМАСОВОЇ**  
**ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ З КАРДАННИМ**  
**ВАЛОМ В ТРАНСМІСІЇ ДЕБАЛАНСНОГО**  
**ЗБУДНИКА КОЛИВАНЬ**

*Стаття присвячена вивченню можливостей збудження полігармонійних коливань в одномасової вібраційної машині. Розглянуто роботу одношарнірного карданного валу в трансмісії інерційного збудника коливань. Розроблено математичну модель коливальної системи з урахуванням шарніра Гука в вібраційному приводі. Модель представлена у вигляді єдиної електромеханічної системи. Програмний комплекс розроблен в середовищі Matlab. Передбачається дослідження області робочих режимів і вплив основних конструктивних параметрів системи на динамічні показники вібраційної машини.*

**Ключові слова:** Вібраційна машина, дебалансний збудник коливань, трансмісія, одношарнірний карданний вал, нерівномірність обертання, динамічна модель, полігармонійні коливання

**S. Bukin, A. Bukina, V. Seliverstov**  
**DYNAMIC MODEL ONE MASS VIBRATING**  
**MACHINE WITH PROPSHAFT IN**  
**TRANSMISSION DEBALANCE EXCITER**  
**OF VIBRATIONS**

*The article is devoted to studying opportunities initiation of the polyharmonic fluctuations in the one-mass vibrating machine. Operation of the one-hinged driveshaft in transmission inertial activator of fluctuations is considered. The mathematical model oscillatory system taking into account Guk's hinge in the vibration drive is developed. The model is presented in the form of uniform electromechanical system. The program complex is developed in the environment of Matlab. Research area of operating modes and influence key design data of system on dynamic indicators vibrating machine is supposed.*

**Keywords:** vibrating machine, inertial activator of fluctuations, transmission, one-hinged driveshaft, unevenness of rotation, dynamic model, polyharmonic fluctuations.