

УДК 629.7.051

Р.В. Федюн (канд. техн. наук, доц.), Э.В. Пихно
ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк
кафедра автоматики и телекоммуникаций
E-mail: frv76@list.ru, derdemyansky@gmail.com

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОЛЕТА КОНВЕРТОПЛАНА

Выполнен анализ летательного аппарата - конвертоплана, составлена его математическая модель на базе описания технической реализации. Полученная непрерывная математическая модель была трансформирована в цифровой вид с рядом допущений по условиям, которые позволили значительно уменьшить сложность. На базе этого были разработаны регуляторы для контуров управления по высоте и по скорости движения.

Ключевые слова: конвертоплан, нелинейная математическая модель, цифровая система, регулятор нелинейной системы, моделирование нелинейной системы.

Общая постановка проблемы

Конвертопланы в настоящее время, по ряду причин, не являются распространенным видом транспорта, единственная страна-производитель конвертопланов – США, - успешно использует их в военно-транспортных целях. Конвертоплан совмещает в себе преимущества самолетов и вертолетов, такие как: возможность вертикальных взлета и посадки, большая скорость движения (502 км/ч против 350 км/ч у вертолетов), большая грузоподъемность, большая дальность работы, высокая надежность. Однако из-за особенностей конструкции управление конвертопланом лежит исключительно на пилотах.

Большая сложность разработки и управления в настоящее время и препятствует широкому распространению конвертопланов. Однако учитывая их преимущества, это очень полезное и интересное транспортное средство, которое можно использовать как в военных, так и в гражданских целях.

При преодолении трудностей автоматизации, конвертопланы возможно использовать очень широко. Небольшие модели (весом до 5 кг) могут выполнять самые разные функции. Например, быстрая доставка почты в пределах района города, аэрофотосъемка с небольшой высоты для большой детализации снимков, картография, визуальное наблюдение за событиями и многое другое. Крупные модели смогут выполнять роль автономных транспортных средств, средств наблюдения.

Постановка задач исследования

Для реализации базовой автоматизации конвертоплана следует решить следующие задачи:

- проанализировать описание принципов работы конвертоплана, его технических характеристик для получения математического описания;
- проанализировать условия работы, возможные критические ситуации для определения ограничений;
- разработать математическую модель конвертоплана и произвести исследование динамических характеристик;
- синтезировать регуляторы по контурам управления скоростью и высотой;
- оценить эффективность полученных решений.

Решение задач и результаты исследований

Прежде, чем приступить к описанию сил, действующих на конвертоплан, следует рассмотреть схематическое представление конвертоплана с физической точки зрения.

Схема конвертоплана представлена на рис.1.

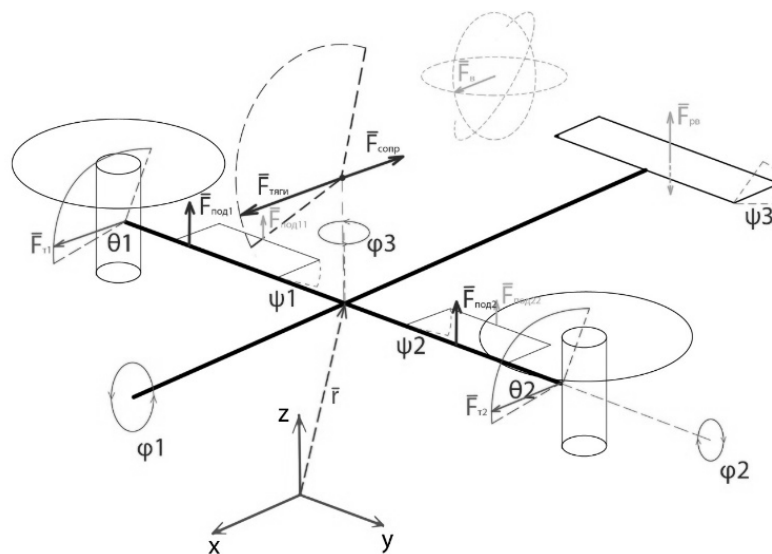


Рисунок 1 – Физическое представление конвертоплана

Движение конвертоплана описывается следующими параметрами: перемещение; скорость; ускорение; углы наклона.

Перемещение – основная часть, иначе конвертоплан невозможно считать транспортным средством. Целью является наиболее быстрое и эффективное перемещение из точки А в точку В. Перемещение задается радиус вектором \vec{r} .

Скорость \vec{v} является так же одним из основных параметров. Скоростные показатели определяют время перемещения, условия эксплуатации и многое другое. Так, например, на низких высотах летать на больших скоростях достаточно опасно из-за возможности столкновения с формами рельефа, на больших высотах же для поддержания подъемной силы требуются большие скорости из-за разреженного воздуха.

Ускорение \vec{a} определяет перегрузки, что является одним из условий конструктивной реализации. Так, например, при достаточно хороших показателях скорости, превышение допустимого уровня ускорения создаст недопустимые перегрузки, которые приведут к разрушению летательного аппарата (ЛА).

Углы наклона ϕ_i являются немаловажной частью при транспортировке грузов. Например, существуют грузы, которые можно наклонять лишь незначительно. К тому же углы наклона влияют на летные показатели. Так, конвертоплан не может долговременно лететь «бокком» или вверх-ногами – это приведет к потере высоты.

Внешними параметрами, влияющими на полет являются: плотность воздуха на определенной высоте и ветер, его направление и сила.

Плотность воздуха $\rho_E(h)$ определяет множество факторов, такие как – подъемная сила, сила тяги винтов и многие другие. Плотность воздуха в зависимости от высоты описывается барометрической формулой. Во время полета нет необходимости прямо измерять плотность воздуха, что невозможно, благодаря данной формуле вполне можно обойтись лишь измерением высоты. В зависимости от типа силовой установки, плотность воздуха, как и его состав, достаточно сильно влияют на полет. Так, для винтовых двигателей, тяга уменьшается с уменьшением плотности воздуха, а так же уменьшается и подъемная сила, создаваемая крыльями. Для реактивных двигателей от плотности воздуха так же зависит тяга – с увеличением высоты количество кислорода для сжигания топлива уменьшается, соответственно падает и тяга.

Ветер является прямым возмущающим фактором для всей системы. В зависимости от направления ветра $\|\vec{F}_w\|$ так или иначе будет меняться скорость полета. А степень влияния определяется силой ветра $|\vec{F}_w|$, которая на больших высотах является достаточно значительной. Однако выделить прямую зависимость от высоты невозможно, так как ветер определяется лишь погодными условиями.

Внутренними параметрами, характеризующими конвертоплан и так или иначе участвующими в полете являются:

- углы поворота двигателей θ_1 и θ_2 ;
- угол поворота руля высоты ψ_3 ;
- углы поворота закрылков ψ_1 и ψ_2 ;
- масса конвертоплана m ;
- площади проекций фюзеляжа S_x, S_y, S_z и площадь крыльев S_w ;
- коэффициенты аэродинамического сопротивления C_x, C_y, C_z ;
- коэффициент подъемной силы C_L .

Углы поворота двигателей θ_1 и θ_2 задают непосредственно главный вектор тяги. От них зависит режим полета (вертикальный или горизонтальный), углы наклона конвертоплана. Поворачивая двигатели осуществляется управление конвертопланом. Угол поворота руля высоты ψ_3 задает угол атаки (тангаж) конвертоплана, с помощью чего происходит набор высоты в режиме горизонтального полета. Руль высоты может отклоняться в ограниченных пределах и так же является одним из элементов управления. Закрылки, выпущенные на определенный угол ψ_1 и ψ_2 изменяют геометрию крыла, создавая дополнительную подъемную силу. При этом нет смысла изменять коэффициент подъемной силы крыла, а стоит рассматривать воздействие как сумму векторов сил. Задание угла закрылков является так же частью системы управления. Масса конвертоплана m – величина условно постоянная. Если конвертоплан имеет питание от аккумуляторов, т.е. имеет достаточно небольшие размеры, то масса будет постоянной – непосредственно конвертоплан и груз. В других же случаях, масса может достаточно сильно изменяться – до 50%. Площади проекций фюзеляжа S_x, S_y, S_z используются для расчетов сил аэродинамического сопротивления. Достаточно точно их определить сложно, поэтому чаще всего пользуются приблизительным значением, которое корректируются коэффициентом аэродинамического торможения. Данная величина постоянна и зависит только от геометрии корпуса. Коэффициенты аэродинамического сопротивления C_x, C_y, C_z являются так же постоянными величинами и определяют степень аэродинамического сопротивления в той или иной проекции. Данные коэффициенты чаще всего определяют с помощью аэродинамической трубы эмпирически. Коэффициент подъемной силы C_L определяется геометрией крыла и позволяет получить численное значение силы с помощью формулы, выведенной братьями Райт. Существует и теоретическая возможность определения подъемной силы – теорема Жуковского. Однако расчет подъемной силы с ее помощью достаточно объемный и дает приблизительный результат. Поэтому на практике чаще всего пользуются эмпирическим исследованием в аэродинамической трубе.

Углы поворота конвертоплана представлены на рисунке 2. Силы, действующие на конвертоплан представлены на рис.3. Сила тяги двигателей \vec{F}_T определяет движение конвертоплана в целом, и управление непосредственно вектором тяги играет определяющую роль в движении.

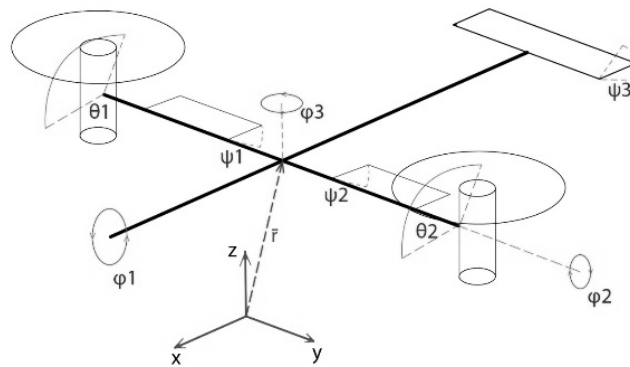


Рисунок 2 – Углы поворота элементов и всего конвертоплана

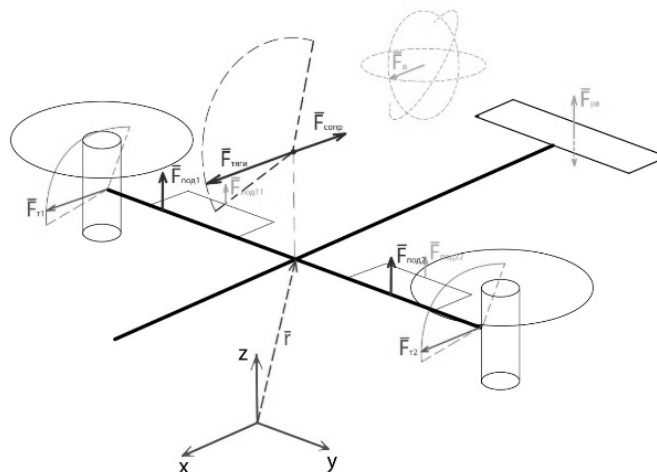


Рисунок 3 – Силы, действующие на конвертоплан

От направления вектора зависит направление движения, углы наклона и скорость движения. Общий вектор тяги является векторной суммой тяги двигателей. Сила сопротивления движению \vec{F}_R препятствует движению конвертоплана и зависит от аэродинамического коэффициента сопротивления, плотности воздуха, скорости движения, площади проекции фюзеляжа. Подъемная сила \vec{F}_L в зависимости от режима полета определяется различно. Так, в режиме вертикального полета подъемная сила определяется вертикальной проекцией вектора тяги, а в режиме горизонтального полета – подъемной силой крыльев и так же вертикальной проекции вектора тяги. Дополнительная подъемная сила от закрылков \vec{F}_{LF} зависит от площади закрылков и угла их выпуска. Так же, выпущенные закрылки создают дополнительную силу сопротивления движению, поэтому их применение на больших скоростях не допустимо. Сила воздействия руля высоты \vec{F}_{ER} давит или поднимает хвост конвертоплана изменяя угол атаки, тем самым меняя направление движения по вертикали. Данная сила находится аналогично силе действия закрылков, и так же создает дополнительную силу сопротивления движению.

Возмущающая сила ветра \vec{F}_W действует на уровне вспомогательной (второй) системы координат и изменяет параметры движения – направление и скорость, т.к. конвертоплан движется в фактически движущемся пространстве. Сила ветра и направление ветра описываются достаточно приближенно к реальности белым шумом. Однако вид данного воздействия будет определен позднее.

Для моделирования требовалось разработать математическую модель и на основе ее программу для моделирования. Основной проблемой является нелинейность системы, которую стандартными методами обойти невозможно. Математическую модель конвертоплана можно составить, используя базовые физические законы, такие как, например, второй закон Ньютона, закон братьев Райт, закон распределения плотности воздуха (барометрическая формула) и другие. В общем виде конвертоплан описывается следующей системой:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{1}{m} \vec{F}_S = \frac{1}{m} \left(\vec{F}_T^{\rightarrow 3} - \vec{F}_R - \vec{F}_{RLF}^{\rightarrow 3} - \vec{F}_{RER}^{\rightarrow 3} + \vec{F}_L^{\rightarrow 3} + \vec{F}_{LF}^{\rightarrow 3} + \vec{F}_T^{\rightarrow 3z} - \vec{F}_g \right) \\ \varepsilon_1 = \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = \frac{\dot{z} \cdot (\vec{F}_{T2} - \vec{F}_{T1}) - F_R \varphi_1}{2m L_E} \\ \varepsilon_2 = \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} = \frac{\dot{z} \cdot \vec{F}_{ER} - F_R \varphi_2}{m L_{ER}} \\ \varepsilon_3 = \frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} = \frac{\dot{y} \cdot (\vec{F}_{T2} - \vec{F}_{T1}) - F_R \varphi_3}{2m L_E} \\ \omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} \\ \omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} \\ \omega_3 = \frac{d\varphi_3}{dt} \end{array} \right. \quad (1)$$

В данной системе (1) представлены следующие элементы: а) вектор ускорения, который зависит от массы m , общей силы тяги $\vec{F}_T^{\rightarrow 3}$, общей силы сопротивления \vec{F}_R , сопротивление закрылков $\vec{F}_{RLF}^{\rightarrow 3}$, сопротивление руля высоты $\vec{F}_{RER}^{\rightarrow 3}$, подъемная сила крыльев $\vec{F}_L^{\rightarrow 3}$, подъемная сила от закрылков $\vec{F}_{LF}^{\rightarrow 3}$, силы тяжести \vec{F}_g ; б) ускорения по углам Эйлера, который зависят от векторов тяги каждого из двигателей \vec{F}_{T2} и \vec{F}_{T1} , массы и расстояния между двигателями L_E и закрылками L_{ER} . Однако данная система описывает непрерывную нелинейную систему, а в современных условиях следует рассматривать дискретную, т.к. подавляющее большинство управляющих контроллеров – цифровые. Так же, можно несколько более идеализировать систему и для упрощения убрать из системы сопротивления от закрылков и руля высоты, убрать изменение плотности с высотой (в данной системе оно представлено в составе сил, а не в явном виде). Итак, математическая модель упрощенной цифровой системы может быть представлена в виде системы (2).

Данная модель (2) означает, что существуют дискретные шаги, на каждом из которых рассчитывается соответствующее значение ускорения, скорости и перемещения (как линейного, так и углового). На нулевом шаге рассчитывается ускорение, которое повлияет на скорость на первом шаге, а скорость повлияет на перемещение уже на втором шаге. При этом, чем больше период дискретизации T , тем дольше будет задержка.

Для начала, рассмотрим случай, когда конвертоплан взлетает в режиме вертикального полета. Начальными условиями являются: нулевая тяга двигателей $\omega_1 = \omega_2 = 0$, нулевая высота $\vec{r} = \{0,0,0\}$, положение двигателей имеет нулевые углы поворота $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$, закрылки и руль высоты не участвуют.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{a}(N) = \frac{1}{m} \vec{F}_5 = \frac{1}{m} (\vec{F}_T^{\rightarrow j} - \vec{F}_R + \vec{F}_L^{\rightarrow j} + \vec{F}_{LF}^{\rightarrow j} + \vec{F}_T^{\rightarrow jz} - \vec{F}_g^{\rightarrow}) \\ \vec{v}(N+1) = \vec{v}(N) + \vec{a}(N) \\ \vec{r}(N+2) = \vec{r}(N+1) + \vec{v}(N+1) \\ \varepsilon_1(N) = \frac{\vec{z} \cdot (\vec{F}_{T2} - \vec{F}_{T1}) - F_R \varphi_1}{2mL_E} \\ \omega_1(N+1) = \omega_1(N) + \varepsilon_1(N) \\ \varphi_1(N+2) = \varphi_1(N+1) + \omega_1(N+1) \\ \varepsilon_2(N) = \frac{\vec{z} \cdot \vec{F}_{ER} - F_R \varphi_2}{mL_{ER}} \\ \omega_2(N+1) = \omega_2(N) + \varepsilon_2(N) \\ \varphi_2(N+2) = \varphi_2(N+1) + \omega_2(N+1) \\ \varepsilon_3(N) = \frac{\vec{y} \cdot (\vec{F}_{T2} - \vec{F}_{T1}) - F_R \varphi_3}{2mL_E} \\ \omega_3(N+1) = \omega_3(N) + \varepsilon_3(N) \\ \varphi_3(N+2) = \varphi_3(N+1) + \omega_3(N+1) \\ N = nT, n \in Z \end{array} \right. \quad (2)$$

При старте двигателей в реальности происходит раскручивание пропеллеров по апериодическому процессу первого порядка, вместе с этим постепенно увеличивается и сила тяги. Конвертоплан будет стоять на земле до тех пор, пока $\vec{F}_T \leq \vec{F}_g$. Когда же сила тяги, которая в данном случае будет выступать в роли подъемной силы, превысит силу тяжести, начнется взлет конвертоплана. Зная массу, можно достаточно просто определить требуемую для взлета силу $F=mg$. Приняв массу конвертоплана в модели 2.5 кг, получаем требуемую силу $F=24,515$ Н. При моделировании примем, что обороты роторов изменяются по линейному закону, и получим следующий график (рис.4).

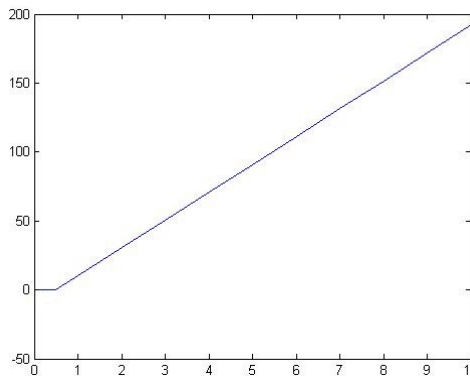


Рисунок 4 – График ускорения при линейном возрастании оборотов двигателей. Ось абсцисс – время, с, ось ординат – ускорение м/с² * 10⁻¹

По данному графику видно, что некоторое время ускорения нет, что подтверждает неравенство $\vec{F}_T \leq \vec{F}_g$. Данный график соответствует 15000 об/мин, предельно допустимых оборотах для винтовых движителей. Как видно, график имеет четкий апериодический вид, при этом немного увеличилось время «мертвой зоны». Используя в САУ ПИ-регулятор с коэффициентами $k_p = 0.834$ и $T_i = 8.13$, получим следующие зависимости (рис.5). Следует отметить, что для синтеза коэффициентов регулятора использовался метод Коэна-Куна, который позволяет по полученным без регулятора графикам получить достаточно оптимальные коэффициенты регулирования [3].

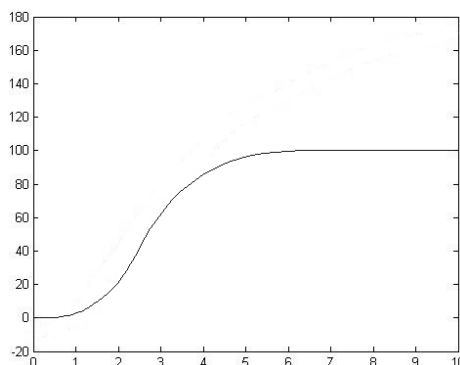


Рисунок 5 – График зависимости высоты от времени, система с ПИ-регулятором.
Ось ординат – высота, м; ось абсцисс – время, с.

Заданием была именно высота, значение задания – 100 метров. Как видно, с ПИ-регулятором система установила заданное значение. При этом, синтезированный ПИ-регулятор ограничил ускорение до 8 м/с^2 , что является для модели весом в 2,5 кг приемлемой величиной. Установившееся значение оборотов двигателей составляет 1943 об/мин.

Далее, выполнено моделирование с выходом конвертоплана из вертикального режима полета в горизонтальный. При моделировании получен следующий результат (рис.6):

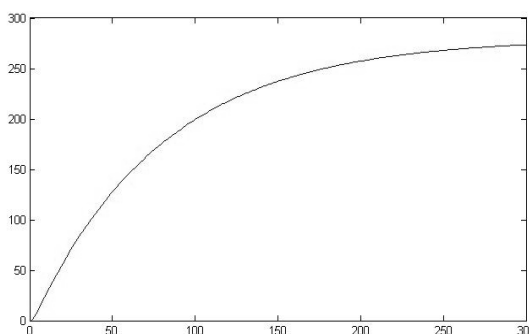


Рисунок 6– График зависимости скорости с регулятором высоты.
Ось абсцисс – время, ось ординат – скорость, км/ч.

На представленном графике видно, что максимальная скорость модели превышает 250 км/ч. Точное ее максимальное значение – 279,8 км/ч. Для небольшой модели это правдивое значение, т.к. есть пропеллерные модели, имеющие скорость полета до 390 км/ч [1].

Для проверки модели возьмем параметры реального конвертоплана V-22 Osprey: площадь ометаемой поверхности роторов 422 м^2 , площадь крыла 38 м^2 , максимальная скорость вращения – 7000 об/мин, коэффициент аэродинамического сопротивления 1.19. Практическая максимальная скорость на уровне моря составляет 396 км/ч, на максимальной высоте – до 580 км/ч [2]. Приблизительное время набора максимальной скорости – 3 минуты. Внесем в программу данные коэффициенты и промоделируем. Результат представлен на рисунке 7.

На графике виден непродолжительный перегиб длительностью порядка 7 секунд, соответствующий переходу из вертолетного режима в самолетный, а затем происходит постепенный набор скорости. Как видно из графика, максимальная скорость составляет почти 400 км/ч. Точное же значение при $t = 220 \text{ с}$ составляет 399,63 км/ч. Таким образом, модель полностью подтверждает реальные данные, и расхождение по максимальному значению составляет всего 0.9%. По времени набора максимальной скорости так же модель дает достоверный результат – конвертоплан набрал скорость в 396 км/ч немногим более, чем за 3 минуты, а точнее за 3 минуты и 13 секунд.

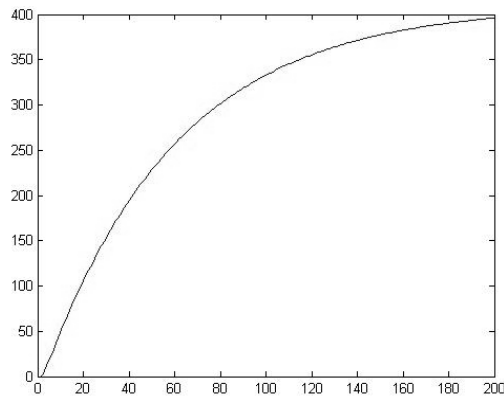


Рисунок 7 – Графік залежності швидкості від часу для моделі з параметрами конвертоплану V-22 Osprey. Ось абсцисс – час, с, ось ординат – швидкість, км/ч.

Выводы

В результате работы были получены непрерывная и цифровая математическая модели, а так же регуляторы по контурам высоты и скорости. При разработке математической модели особое внимание уделялось балансу между полнотой описания и сложностью. При переводе непрерывной модели в цифровую так же были введены допущения по условиям работы, которые позволили еще более упростить модель. Проведя моделирование было установлено, что модель достаточно точно описывает поведение конвертоплана. На основании разработанной модели и проведенного моделирования были разработаны ПИ-регуляторы по контурам высоты и скорости. Моделирование с регуляторами показало достаточную эффективность такого решения: система действует не хуже опытных пилотов, однако за счет данной автоматизации возможно значительно упростить их задачи.

Список использованной литературы

1. Книга рекордов Гиннеса. Режим доступа: http://guinness.h12.ru/hob_mod.htm
2. Электронная энциклопедия «Википедия», «Конвертоплан Bell V-22 Osprey». Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Bell_V-22_Osprey.
3. Официальный сайт Мичиганского Технического Университета. Метод Коэна-Куна для настройки регуляторов. Режим доступа: <http://www.chem.mtu.edu/~tbco/cm416/cctune.html>
4. Айзерман М.А. Классическая механика / М.А. Айзерман. - М.: Физматлит, 2005. – 368 с.

References

1. Guinness World Records, available at: http://guinness.h12.ru/hob_mod.htm.
2. The Free Encyclopedia “Wikipedia”, “Bell Boeing V-22 Osprey”, available at: http://en.wikipedia.org/wiki/Bell_Boeing_V-22_Osprey.
3. Official site of Michigan Technical University, “Cohen Coon Tuning Method”, available at: <http://www.chem.mtu.edu/~tbco/cm416/cctune.html>.
4. Yzerman, M.A. (2005), “*Classical Mechanics*”, Fizmatlit, Moscow, Russian.

Надійшла до редакції:
31.03.2014 р.

Рецензент:
докт. техн. наук, проф. Ткаченко В.М.

Е.В.Пихно, Р.В.Федюн

ДВНЗ «Донецький національний технічний університет»

Математична модель польоту конвертоплану. Виконано аналіз літального апарату - конвертоплану, складена його математична модель на базі опису технічної реалізації.

Отримана безперервна математична модель була трансформована в цифровий вигляд з низкою припущень за умовами, які дозволили значно зменшити складність. На базі цього були розроблені регулятори для контурів управління по висоті і по швидкості руху.

Ключові слова: конвертоплан, нелінійна математична модель, цифрова система, регулятор нелінійної системи, моделювання нелінійної системи.

E.V.Pikhno, R.V.Fedyun

Donetsk National Technical University

Mathematical model of tiltrotor flight. The analysis of the tiltrotor aircraft -, composed his mathematical model based on the description of the technical implementation. In compiling mathematical models focused on the balance and accuracy of the description of complexity as overly complex model is extremely difficult analysis. A mathematical model is clearly non-linear, which makes it impossible to use standard tools for analyzing systems. Linearization of the same is not possible. The resulting continuous mathematical model has been transformed into digital form with a number of assumptions about the working conditions, which will significantly reduce the complexity of the system for analysis. In simplifying the data include: constant air density at different altitudes, the same temperature, the lack of resistance from the flaps and elevator. After converting the system to digital simulation was made without regulators to determine the veracity of the mathematical model, as well as for the primary analysis of the system. Since the system is nonlinear, it was written its own software for the simulation. After the simulation, as an experiment, it was decided to design a simple PI controllers on the contours of height and speed. The choice fell on PI controllers due to the fact that the system and the high inertial parameters in it are changing relatively slowly. Designed regulators showed that they may be used for non-linear systems, and they are quite effective. It has also been made with simulation parameters actually existing tiltrotor V-22 Osprey. After an exemplary selection of the drag coefficient was found that the system meets reality and data on the dynamics are approximately equal.

Keywords: tiltrotor, nonlinear mathematical model, a digital system controller nonlinear system modeling of nonlinear systems.



Федюн Роман Валерьевич, Украина, закончил Донецкий национальный технический университет, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры автоматизации и телекоммуникаций ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет» (ул. Артема, 58, г. Донецк, 83001, Украина). Основное направление научной деятельности – моделирование и автоматическое управление технологическими процессами в промышленности.



Пихно Эдуард Викторович, Украина, студент магистратуры Донецкого национального технического университета, кафедра автоматизации и телекоммуникаций ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет» (ул. Артема, 58, г. Донецк, 83001, Украина). Основное направление научной деятельности – моделирование и управление движущимися объектами.