УДК 004.7

Швидкий метод визначення ймовірності блокування заявок у мережі зв'язку

Колотій А.В, Міронов А.І.

Інститут космічних досліджень НАН та НКА України
inform@ikd.kiev.ua

Kolotii A.V., Mironov A.I. Fast method for probability definition of locking calls in communication system. *A research object is the system of service, which describes the process of functioning of mobile communication network on the example of separate cell. The main aim of research is probabilistic descriptions of the system of service, in particular stationary probability of blocking of h -calls. A purpose of work is development of effective method of speed-up design of stationary probability of blocking of h -calls in the system of service (on an example of separate cell) with the variable loading. These tasks are solved with using methods of probability theory, methods of theory of reliability theories and with application of methods of diminishing of dispersion of estimations.*

Вступ

Останнім часом спостерігається зростання попиту на телекомунікаційні послуги, що, зокрема, пов'язано із розбудовою мереж мобільного зв'язку. Випереджаючий розвиток систем мобільного зв'язку потребує побудови адекватних імовірнісних моделей та розробки ефективних високоточних методів їх дослідження. Велику кількість моделей було запропоновано та досліджено у роботі [1].

У переважній більшості моделей вхідні потоки вважаються пуасонівськими із сталою інтенсивністю, а час обслуговування має експоненціальний розподіл. Ці припущення суттєво спрощують аналіз, хоча у більшості випадків не відповідають реальній ситуації, що дещо обмежує можливість реального практичного застосування отриманих результатів. Принциповою відмінністю моделі, що пропонуються у даній статті є узагальнення моделі, розробленої в роботі [1], на той випадок, коли інтенсивності надходження заявок є періодичними функціями і час обслуговування має довільний розподіл. Таке припущення робить їх більш наближеними до реального життя і придатними для застосування на практиці.

Постановка проблеми

Розглянемо систему обслуговування, в яку надходять два потоки заявок: o-заявки (нові заявки) та h-заявки (хендовер-заявки) з інтенсивностями $\lambda_o(t)$ та $\lambda_h(t)$ відповідно; припускається, що ці функції є періодичними з одним і тим самим періодом T і обмеженими на цьому проміжку. Система обслуговування (сота) має N каналів обслуговування, $1 < N < \infty$. Час обслуговування o-заявки (h-заявки) має функцію розподілу $G_o(x)$ (відповідно $G_h(x)$). o-заявка приймається на обслуговування лише у випадку, коли кількість вільних каналів більше, ніж r, де $0 \le r \le N-1$; h-заявка приймається на обслуговування, коли у наявності є хоча б один вільний канал. Позначимо через n_o та n_h кількості o-заявок та h-заявок у системі в момент часу t. Введемо множину блокуючих станів для h-заявок:

$$S_h = \{(n_o, n_h) : 0 \le n_o \le N - r, n_o + n_h = N\} \quad (1)$$

Метою дослідження є оцінка стаціонарної ймовірності знаходження системи у множині блокуючих станів:

$$P_h(\tau) = \lim_{k \to \infty} P\{(\nu_o(kT-\tau), \nu_h(kT-\tau)) \in S_h\}$$
$$0 \le \tau \le T \quad (2)$$

Пропонується аналітико-статистичний метод (огляд основних принципів зменшення дисперсії оцінок розглянуто у роботі [2]), що використовує ідею побудови мажоруючого пуасонівського потоку з постійною інтенсивністю (статистична частина) при одночасному аналітичному обчисленні (рекурентні формули) ймовірності потрапляння системи у множину S_h за відомими моментами надходження заявок. Розроблено алгоритм керування процесом надходження та обслуговування заявок, який дозволяє суттєво збільшити ймовірність потрапляння системи у множину блокуючих станів.

Нехай τ - момент закінчення періоду. Моменти часу визначають під час руху проти часової шкали – у минуле. Стан системи аналізується станом на стаціонарний момент «$kT-\tau$» – нульовий момент, від якого йде моделювання всіх інших моментів надходження

τ. В кожний момент часу надходить одна із 2-х типів вимог, але яка саме ми не знаємо, причому ці події є несумісними.

Не кожен з викликів є викликом реального потоку. Ймовірність того, що це новий виклик становить $\frac{\lambda_o(\tau_i)}{\Lambda}$, а ймовірність того, що це хендовер-виклик - $\frac{\lambda_h(\tau_i)}{\Lambda}$.

Можна виділити 2 основні групи подій і пов'язати з ними певні ймовірнісні характеристики.

Подія $A_o^{(i)}$: τ_i є моментом надходження нової заявки і її обслуговування не завершиться до стаціонарного моменту «0».

Подія $A_h^{(i)}$: τ_i є моментом надходження переданої заявки і її обслуговування не завершиться до стаціонарного моменту «0».

Можна оцінити ймовірності того, що виклик буде прийнятий системою і його обслуговування триватиме необхідну кількість часу (не завершиться до стаціонарного моменту «0»):

$$P\left(A_o^{(i)}\right)=p_o^{(i)}=\frac{\lambda_o(\tau_i)}{\Lambda}\cdot\left[1-G_o(t-\tau_i)\right] \quad (3)$$

$$P\left(A_h^{(i)}\right)=p_h^{(i)}=\frac{\lambda_h(\tau_i)}{\Lambda}\cdot\left[1-G_h(t-\tau_i)\right] \quad (4)$$

де Λ - параметр налаштування.

Прискорене моделювання вхідних потоків o-викликів та h-викликів завершується побудовою множини R_n.

$$R_n:\ \{\tau_i : i=1,n\},\ \{p_o^{(i)} : i=1,n\},\ \{p_h^{(i)} : i=1,n\} \quad (5)$$

Надалі до множини R_n будуть застосовані аналітичні підходи (рекурентні формули).

Рекурентні співвідношення для обчислення імовірнісних характеристик втрати h-викликів

Введемо нове позначення: $P_m(\alpha,\beta)$ - ймовірність того, що в системі обслуговування на обробці перебуватимуть не більше α нових викликів і кількість хендовер-викликів у системі становитиме β. Розрахунок ведеться на множині R_m, $m\le n$.

У кожний момент життя системи обслуговування викликів може поступати o-виклик, h-виклик (ці події є несумісними) або жодного виклику.

З наведених міркувань за формулою повної імовірності отримаємо:

$$P_m(\alpha,\beta)=p_h^{(m)}\cdot P_{m-1}(\alpha,\beta-1)+p_o^{(m)}\cdot P_{m-1}(\alpha-1,\beta-1)+ \\ +\left(1-\left(p_h^{(m)}+p_o^{(m)}\right)\right)\cdot P_{m-1}(\alpha,\beta) \quad (6)$$

де $p_h^{(m)}$ - ймовірність того, що на кроці m надійшов h-виклик, $P_{m-1}(\alpha,\beta-1)$ - ймовірність того, що станом на момент перебування системи на кроці $m-1$ в системі на обслуговуванні перебувало α o-викликів при умові, що усього в системі перебувало $\beta-1$ викликів.

$p_o^{(m)}$ - ймовірність того, що на кроці m надійшов o-виклик, $P_{m-1}(\alpha-1,\beta-1)$ - ймовірність того, що станом на момент перебування системи на кроці $m-1$ в системі на обслуговуванні перебувало $\alpha-1$ o-викликів при умові, що усього в системі перебувало $\beta-1$ викликів.

$1-\left(p_h^{(m)}+p_o^{(m)}\right)$- ймовірність того, що на кроці m система не прийняла на обслуговування жодного виклику, $P_{m-1}(\alpha,\beta)$ - ймовірність того, що станом на момент перебування системи на кроці $m-1$ в системі на обслуговуванні перебувало α o-викликів при умові, що усього в системі перебувало β викликів, тобто стан системи не змінився.

Тепер необхідно визначитися із крайовими умовами для даного рекурентного співвідношення.

Можна виділити такі основні ситуації для крайових точок:

1) $\beta=0$: $P_1(\alpha,\beta)=1-P_h^{(1)}-P_o^{(1)}$, $(\forall\alpha\ge 0)$
2) $\beta=1$:
   a. $P_1(0,1)=P_h^{(1)}$
   b. $P_1(\alpha,1)=P_o^{(1)}+P_h^{(1)}$, $(\forall\alpha\ge 1)$
3) $\beta\ge 2$: $P_1(\alpha,\beta)=0$, $(\forall\alpha\ge 0)$
4) $m\ge 2$:
   a. $P_m(0,0)=\left(1-P_o^{(m)}-P_h^{(m)}\right)$

$$P_m(0,\beta)=P_h^{(m)}\cdot P_{m-1}(0,\beta-1)+\left(1-P_o^{(m)}-P_h^{(m)}\right)\cdot P_{m-1}(0,\beta),\ (\forall\beta\ge 1)$$

Умови 1)-3) застосовуються лише на етапі ініціалізації (перший крок). Умова 4) застосовується для ініціалізації початкових елементів кожного кроку.

Загальний алгоритм прискореного моделювання ймовірності втрати h-викликів

Розглянемо загальний алгоритм прискореного моделювання ймовірності втрати h-викликів. Можна виділити наступні основні кроки роботи алгоритму:

1. Будуємо випадковий момент часу τ_i, в який на обслуговування надійшов виклик (o чи h типу).
2. Оцінюємо ймовірність того, що виклик буде прийнятий системою і його обслуговування

триватиме необхідну кількість часу (відповідно $p_o^{(i)}$ і $p_h^{(i)}$).

3. Виконуємо прискорене моделювання вхідних потоків o-викликів та h-викликів до виконання умови: $p_o^{(i)} + p_h^{(i)} < 10^{-8}$, де i - номер моменту часу, для якого виконувалася дана умова.

4. За отриманими множинами ймовірностей $\{p_o^{(t)}\}, \{p_h^{(t)}\}$ за рекурентними формулами визначаємо ймовірності втрати h-викликів $P_n(N-r,N)$, де N - кількість каналів соти, r - число каналів, зарезервованих для h-викликів.

Результати чисельних експериментів

Перейдемо до розгляду часткових результатів чисельних експериментів. Серед початкових даних моделювання, які задіяні для числових експериментів, необхідно зазначити величини інтенсивностей вхідних потоків o-викликів та h- викликів ($\lambda_o(t)$ та $\lambda_h(t)$ відповідно):

$$\lambda_o(t) = 2 + 2\cdot\sin(t) \quad (7)$$

$$\lambda_h(t) = 2 - 2\cdot\cos(t) \quad (8)$$

Для нижченаведених досліджень $T = 2\pi$.

Надалі під архітектурою системи слід розуміти пару характеристик (N,r), де N - кількість каналів соти, r - число каналів, зарезервованих виключно для h- викликів.

Як показник якості проведеного математичного моделювання в даній реалізації застосовується квадратичний коефіцієнт варіації $C^2(s)$.

В якості показника ефективності проведеного моделювання застосована наступна величина (по часу, що витрачається на реалізацію):

$$W = \frac{1}{C^2(s)\Delta T} \quad (9)$$

де s - кількість реалізацій, $C^2(s)$ - квадратичний коефіцієнт варіації, ΔT - середній час однієї реалізації.

В усіх дослідженнях Λ- параметр налаштування системи, який впливає на здатність системи приймати виклики. Λ^{opt} - оптимальне значення параметру Λ.

Дослідження характеристик роботи математичної моделі в залежності від величини параметра налаштування Λ. Всі оцінки отримано за 10000 реалізацій. В даному підрозділі досліджено роботу моделі для різних значень параметра налаштування Λ (значення даного параметра будемо змінювати з кроком $\Delta\Lambda = 10$) для системи архітектури $(15,6)$ та оцінено ефективність роботи моделі за квадратичним коефіцієнтом варіації $C^2(s)$. У таблиці 1 також наведено значення ймовірності втрати хендовер-виклика P_h та показник часової ефективності W

Таблиця 1. Методика визначення Λ^{opt}

№	Λ	P_h	$C^2(s)$	W
1	10	7.91E-09	5.40E+01	1.48E+01
2	30	7.44E-09	3.76E+00	7.40E+01
3	50	7.49E-09	1.84E+00	9.26E+01
4	70	7.45E-09	1.13E+00	1.09E+02
5	90	7.49E-09	8.32E-01	1.18E+02
6	110	7.47E-09	6.79E-01	1.19E+02
7	130	7.50E-09	5.23E-01	1.33E+02
8	150	7.48E-09	4.51E-01	1.60E+02
9	170	7.49E-09	3.80E-01	1.69E+02
10	190	7.45E-09	3.50E-01	1.63E+02
11	210	7.49E-09	3.26E-01	1.62E+02

Як видно з таблиці 1, поступові інкрементальні зміни параметру налаштування Λ призводять до того, що показник часової ефективності досягає певного рівня і починає коливатися в околі певної точки. Можна прийти до висновку, що цілком справедливо буде обрати коефіцієнт налаштування із певної множини коефіцієнтів таких, для яких величина Ω перебуває в певному околі. Це і буде так зване Λ^{opt} - оптимальне значення параметру налаштування. Для даного прикладу (див. табл. 1) можна я якості оптимального параметру налаштування взяти $\Lambda^{opt} = 170$.

Дослідження стабільності роботи моделі для різних пар (N,r). Розглянуто декілька варіантів архітектури системи (N,r) і для оптимального керуючого параметру Λ^{opt} визначено імовірнісні характеристики моделі. В ході даного дослідження перевірена стабільність роботи розробленої математичної моделі.

Таблиця 2 Стійкість моделі з архітектурою (N,r)

№	Λ^{opt}	N	r	P_h	$C^2(s)$
1	170	12	4	7.13E-04	2.03E-01
2	350	15	5	2.06E-05	2.08E-01
3	610	18	6	3.18E-07	2.09E-01

Розглянемо дещо детальніше результати, наведені у таблиці 2. Для кожної з пар (N,r), де $N = 12 + 3x$, $r = 4 + x$, $x \in \mathrm{N}$, визначаємо величину оптимального керуючого параметру Λ^{opt}. Для заданого значення Λ^{opt} наведено величину ймовірності втрати хендовер-виклику P_h та квадратичний коефіцієнт варіації $C^2(s)$.

З проведеного дослідження можна прийти до висновку, що показник точності моделювання $C^2(s)$ для оптимального керуючого параметру Λ^{opt} перебуває в околі певної точки. Фактично ж, показники якості математичного моделювання залишаються досить сталими, що дозволяє говорити про стійкість розробленої математичної моделі.

Дослідження роботи системи при зміні часового проміжку τ. В даному підрозділі наведено дослідження особливостей роботи моделі за різних величин початкової фази τ. Фактично, зміна величини τ дає змогу розглядати роботу системи, починаючи з певного моменту часу.

Проведено дослідження роботи моделі з параметрами $(15,6)$, ймовірнісні характеристики моделі наведені для різних величин часового проміжку τ: $\tau \in [0;2\pi]$ з кроком $\frac{\pi}{3}$, Λ^{opt} =170. Результати проведеного дослідження представлено у таблиці 3.

Таблиця 3 Дослідження роботи системи в умовах зміни початкової фази τ

№	t_0	P_h
1	0	7.51E-09
2	$\pi/3$	4.30E-07
3	$\pi/3$	1.60E-04
4	π	5.31E-04
5	$4\pi/3$	1.87E-05
6	$5\pi/3$	1.11E-08
7	2π	7.51E-09

Розглянемо результати, наведені у табл. 3 детальніше. Як видно із наведених даних у табл. 3, імовірність втрати h- виклику може досить помітно варіювати в залежності від величини початкової фази t_0. Даний результат є цікавим ще й у тому сенсі, що певною мірою наближений до реальних обставин функціонування систем мобільного зв’язку, оскільки інтенсивності надходження викликів $\lambda_o(t)$, $\lambda_h(t)$ змінюються за періодичним законом. Змінюючи величину фазового зсуву t_0, ми фактично розглядаємо роботу системи обслуговування викликів за певний проміжок часу.

Висновки

В результаті проведених чисельних експериментів було показано ряд особливостей функціонування запропонованого методу. Серед отриманих результатів особливо цікавими є досить помітні зміни ймовірності втрати виклику при зміні величини зсуву τ відносно початку періоду. Це цілком відповідає реаліям функціонування систем мобільного зв’язку, оскільки навантаження на базові станції зазнає значних коливань протягом доби.

На основі проведеного моделювання було підтверджено, що розроблений метод має досить високу точність. Для запобігання відмовам в обслуговуванні дану модель можна використати як засіб попереднього аналізу деякого сценарію атаки, фактично виявивши залежність між інтенсивністю надходження викликів до системи обслуговування та імовірнісними характеристиками моделі.

Отримані результати підтвердили адекватність функціонування розробленої математичної моделі та її практичне значення як високоточного засобу прогнозування імовірнісних характеристик роботи системи мобільного зв’язку на прикладі окремої соти в різних умовах функціонування.

Література

1. Меликов А.З., Пономаренко Л.А., Паладюк В.В. Телетрафик: Модели, методы, оптимизация. – Киев: Политехника, 2007. – 256 с.
2. Kovalenko I.N., Kuznetsov N.Yu., Pegg Ph.A. Mathematical theory of reliability of time dependent systems with practical applications. – Chichester: Wiley, 1997. – 303 p.
3. Hong D., Rappoport S.S. Traffic model and performance analysis of cellular mobile radio telephones systems with prioritizes and nonprioritized handoff procedures // IEEE Transactions of Vehicular Technology. – 1986. – Vol.35, №3. – pp. 77 – 92.
4. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Математические основы фазового укрупнения сложных систем. – Киев: Наукова думка, 1978. – 217 с.
5. Philip Heidelberg & Peter Shahabuddin IBM T.J. Watson Research Center Yorktown Heights, New York

10598, U.S.A. – Kemer, Antalya – Turkey, NATO Advanced Study Institute, 12-22 June 1995.

6. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1987. – 336 с.
7. Д. Баум, И.Н. Коваленко Графовые модели коммуникации мобильных устройств в зонах доступа // Кибернетика и системный аналіз. – 2003. – №5. – стр. 107 – 121.
8. Д. Баум, И.Н. Коваленко Оцінка ймовірності втрати у системі обслуговування типу за умови малого навантаження // Теорія ймовірності та математична статистика. – 2004. – Випуск 71. – стр. 15 – 21.
9. Боровков А.А. Вероятностные процессы в теории массового обслуживания. – М.: Наука, 1972. – 368 с.
10. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
11. Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания. – М.: Высшая школа, 1982. – 255 с.
12. Мироненко Л.П. О некоторых методах уменьшения дисперсии при моде-лировании систем массового обслуживания // Имитационное моделирование систем (системное моделирование-4). – Новосибирск: Наука, 1976. – С. 47-55.
13. Srikant R., Whitt W. Variance reduction in simulations of loss models // Oper. Research. – 1999. – 47, № 4. – P. 509-523.
14. Ross K.W. Multiservice loss models for broadband telecommunication networks. – London: Springer, 1995. – 288 p.

Надійшла до редакції 30.03.2010