УДК 622.625.6

В.О. Гутаревич (канд. техн. наук, доц.)
Донецкий национальный технический университет

КРИТЕРИИ ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА ШАХТНОЙ ПОДВЕСНОЙ МОНОРЕЛЬСОВОЙ ДОРОГИ

В статье разработана математическая модель процесса взаимодействия монорельсового экипажа с подвесным монорельсом с неровностями. Установлено основное ограничение синтеза шахтной подвесной монорельсовой дороги, которым является ограничение абсолютных сил, обусловленных действием динамических нагрузок, передаваемых от экипажа к подвеске монорельса и далее – к верхнякам крепи горной выработки. Определены функционалы силовых, кинематических возмущений и относительных перемещений. Даны рекомендации по выбору функционалов в случае одновременного совместного воздействия детерминированных и случайных воздействий. С учетом кинематических возмущений установлен единый комбинированный критерий оптимизации синтеза шахтной подвесной монорельсовой дороги.

Ключевые слова: математическая модель, колебания, монорельс, экипаж, монорельсовая подвесная дорога.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Для шахтных подвесных монорельсовых дорог характерно неравномерное движение, сопровождающееся дополнительными ударными воздействиями на монорельсовый путь и его подвеску, что дополнительно увеличивает нагрузку на крепь горной выработки, снижая ее прочность. Это объясняется тем, что монорельс имеет стыки, допускающие зазоры и превышения в вертикальной плоскости. Поэтому исследование процесса взаимодействия подвесного экипажа с монорельсом, имеющим неровности, является актуальной задачей.

Анализ исследований и публикаций. Созданию математических моделей подвесного пути монорельсовой дороги посвящен ряд научных исследований [1, 2]. В работах [3, 4] рассматриваются вопросы, связанные с особенностями взаимодействия массива горных пород с арочной крепью в выработках с подвесной монорельсовой дорогой. Обоснование параметров шахтных подвесных монорельсовых дорог выполнено в работах [5, 6]. Исследование взаимодействия подвижного состава и рельсового пути проведено в работах [7, 8].

Постановка задачи. Настоящая статья является продолжением указанных работ. Цель данного исследования заключается в изучении процесса взаимодействия монорельсового экипажа с подвесным монорельсом с неровностями и установлении критериев для оптимального синтеза шахтной подвесной монорельсовой дороги для определения выгодного сочетания параметров подвески пути.

Изложение материала и результаты. Проведем анализ движения одноколесного экипажа по упругому подвесному монорельсовому пути с неровностями $\eta = h|\sin \omega t|$, где $h-$ высота неровности; $\omega = 2\pi V_n / L_n -$ частота возмущений от неровностей монорельса с длиной волны L_n.

При этом будем рассматривать экипаж как жесткое тело, обладающее свойствами инерции, к которому упруго подвешивается кузов, имеющий свою приведенную массу. Силы трения, возникающие в подвеске кузова и в месте контакта колесной пары с монорельсом, не учитываем из-за их малости.

Для принятых условий экипаж может быть представлен расчетной схемой, показанной на рис. 1, где m_1 – приведенная масса тележки и части монорельса; m_2 – приведенная масса кузова; c_1 – коэффициент жесткости подвески монорельса; c_2 – коэффициент жесткости подвески кузова.

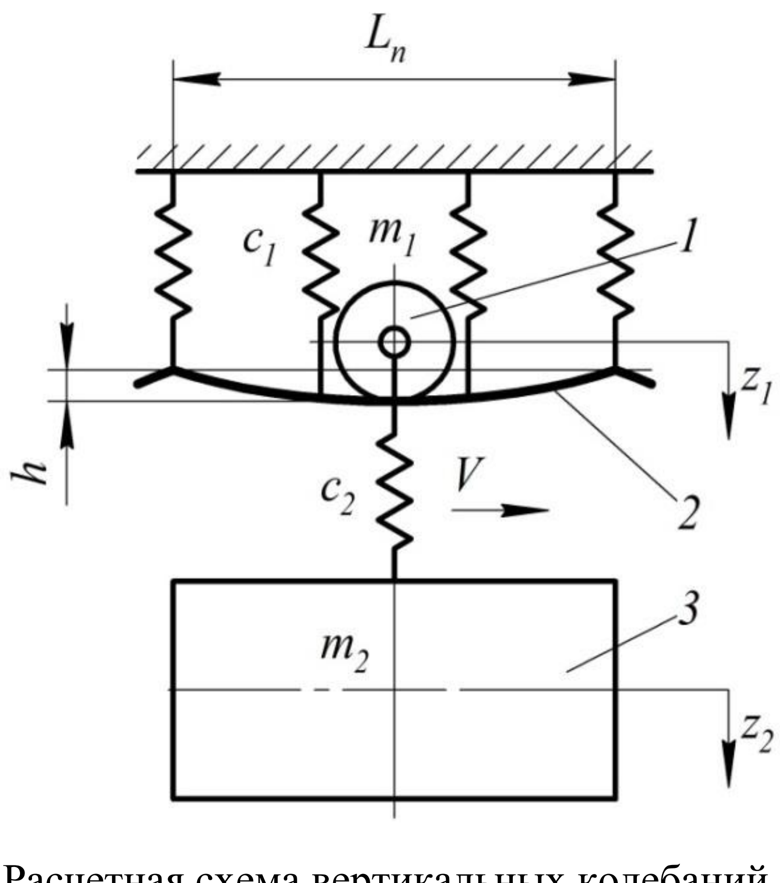

Рис. 1 – Расчетная схема вертикальных колебаний экипажа:
1 – колесная пара; *2* – монорельс; *3* – кузов

Уравнения движения экипажа будут

$$\begin{cases} m_1\ddot{z}_1 + P_1 - P_2 = 0; \\ m_2\ddot{z}_2 + P_2 = 0, \end{cases} \tag{4}$$

где z_1 – смещение центра тяжести массы колесной пары и части монорельса;

z_2 – смещение центра тяжести кузова;

P_1 – сила, соответствующая деформации монорельса и его неровности, равная

$$P_1 = c_1(z_1 - \eta);$$

P_2 – сила, соответствующая деформации подвески кузова, которая составляет

$$P_2 = c_2(z_2 - z_1).$$

После подстановки сил и преобразований выражение (4) примет вид

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 + \mu_1^2 z_1 - \mu_2^2 z_2 = \mu_4\eta; \\ \ddot{z}_2 - \mu_3^2 z_1 + \mu_3^2 z_2 = 0, \end{cases} \tag{5}$$

где $\mu_1^2 = \dfrac{c_2}{m_1}$; $\mu_2^2 = \dfrac{c_1 + c_2}{m_1}$; $\mu_3^2 = \dfrac{c_2}{m_2}$; $\mu_4 = \dfrac{c_1}{m_1}$.

Найдем общее решение системы (5) в виде

$$\begin{cases} z_1 = A\cos(pt + \alpha_t); \\ z_2 = B\cos(pt + \alpha_t). \end{cases} \tag{6}$$

С учетом (6) система однородных уравнений будет

$$\begin{cases} A\mu_1^2 + B(p^2 - \mu_2^2) = 0; \\ A(p^2 - \mu_3^2) + B\mu_3^2 = 0. \end{cases} \tag{7}$$

На основании этого составим определитель

$$D\left(p^2\right) = \begin{vmatrix} \mu_1^2 & (p^2 - \mu_2^2) \\ (p^2 - \mu_3^2) & \mu_3^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Отсюда получим частотное уравнение

$$p^4-\left(\mu_2^2+\mu_3^2\right)p^2-\mu_1^2\mu_3^2+\mu_2^2\mu_3^2=0.$$

Найдем корни частотного уравнения, являющиеся частотами собственных колебаний монорельса и экипажа

$$p_1^2=\frac{1}{2}\left(\mu_2^2+\mu_3^2+\sqrt{\left(\mu_3^2-\mu_2^2\right)^2+4\mu_1^2\mu_3^2}\right);$$

$$p_2^2=\frac{1}{2}\left(\mu_2^2+\mu_3^2-\sqrt{\left(\mu_3^2-\mu_2^2\right)^2+4\mu_1^2\mu_3^2}\right).$$

Однородные уравнения системы (5) имеют два линейно независимых частных решения

$$z_{1a}=A_1\cos(p_1t+\alpha_{t1});$$
$$z_{1b}=A_2\cos(p_2t+\alpha_{t2});$$
$$z_{2a}=B_1\cos(p_1t+\alpha_{t1});$$
$$z_{2b}=B_1\cos(p_2t+\alpha_{t2}).$$

С учетом (7) установим соотношения

$$\frac{z_{1a}}{z_{2a}}=\frac{A_1}{B_1}=\frac{\mu_3^2-p_1^2}{\mu_3^2}=\lambda_{t1};$$

$$\frac{z_{1b}}{z_{2b}}=\frac{A_2}{B_2}=\frac{\mu_3^2-p_2^2}{\mu_3^2}=\lambda_{t2}.$$

Общее решение системы уравнений (5) будет

$$\begin{cases} z_1=A_1\lambda_{t1}\cos(pt+\alpha_{t1})+A_2\lambda_{t2}\cos(pt+\alpha_{t2}); \\ z_2=A_1\cos(pt+\alpha_{t1})+A_2\cos(pt+\alpha_{t2}), \end{cases}$$

где A_1, A_2 – амплитуды колебаний, определяемые из начальных условий; α_{t1}, α_{t2} – начальные фазы колебаний.

Найдем частное решение системы уравнений (5) в виде

$$\begin{cases} z_1=C\sin(\omega t); \\ z_2=D\sin(\omega t). \end{cases} \tag{8}$$

После подстановки выражений (8) в систему уравнений (5) и преобразований, имеем

$$\begin{cases} C(\omega^2-\mu_2^2)+D\mu_1^2=-\mu_4\dfrac{\eta}{\sin\omega t};\\ C\mu_3^2+D(\omega^2-\mu_3^2)=0. \end{cases}$$

Отсюда

$$C=\frac{\mu_4(\mu_3^2-\omega^2)\eta}{((\omega^2-\mu_2^2)(\omega^2-\mu_3^2)-\mu_1^2\mu_3^2)\sin\omega t};$$

$$D=\frac{\mu_4\mu_3^2\eta}{((\omega^2-\mu_2^2)(\omega^2-\mu_3^2)-\mu_1^2\mu_3^2)\sin\omega t}.$$

Следовательно, частное решение системы уравнений (5) будет

$$z_1=\frac{\mu_4(\mu_3^2-\omega^2)}{(\omega^2-\mu_2^2)(\omega^2-\mu_3^2)-\mu_1^2\mu_3^2}h|\sin\omega t|;$$

$$z_2=\frac{\mu_4\mu_3^2}{(\omega^2-\mu_2^2)(\omega^2-\mu_3^2)-\mu_1^2\mu_3^2}h|\sin\omega t|.$$

На основании этого полное решение системы уравнений (5) будет

$$\begin{cases} z_1=A_1\lambda_{t1}\cos(pt+\alpha_{t1})+A_2\lambda_{t2}\cos(pt+\alpha_{t2})+\\ +\dfrac{h\mu_4(\mu_3^2-\omega^2)}{(\omega^2-\mu_2^2)(\omega^2-\mu_3^2)-\mu_1^2\mu_3^2}|\sin\omega t|;\\ z_2=A_1\cos(pt+\alpha_{t1})+A_2\cos(pt+\alpha_{t2})+\\ +\dfrac{h\mu_4\mu_3^2}{(\omega^2-\mu_2^2)(\omega^2-\mu_3^2)-\mu_1^2\mu_3^2}|\sin\omega t|. \end{cases}$$

Одним из основных ограничений синтеза подвесной монорельсовой дороги является ограничение по действию абсолютных сил, обусловленных динамическими процессами, передаваемыми от подвижного состава к подвеске монорельса и далее – к верхнякам крепи горной выработки.

В общем случае ограничения абсолютных сил можно представить в виде

$$\Phi_{p(n)}\{P_1(t),P_2(t),...P_k(t)\}\le\Phi_{po(n)},\quad (n=1,2,...,i),$$

где $\Phi_{p(n)}$ – функционалы, форма которых определяется видом динамических воздействий;

$P_k(t)$ – силы, возникающие в n-й точке подвески монорельсового пути при $k = 1, 2, ..., j$;

$\Phi_{po(n)}$ – заданные параметры, определяющие функциональные свойства подвесной монорельсовой дороги.

На ограничения абсолютных сил влияют абсолютные перемещения, абсолютные скорости, а также абсолютные ускорения точек подвесок. Эти ограничения можно записать в виде

$$\Phi_{\omega(n)}\{\omega_1(t), \omega_2(t), ...\omega_k(t)\} \leq \Phi_{\omega o(n)}, \quad (n = 1, 2, ..., i),$$

где $\Phi_{\omega(n)}$ – функционалы, форма которых устанавливается видом динамических воздействий на подвижной состав;

$\omega_k(t)$ – абсолютные ускорения, возникающие в n-й точке подвески монорельса при $k = 1, 2, ..., j$;

$\Phi_{\omega o(n)}$ – допускаемые ускорения для движения экипажа.

При наезде экипажа на упор или недостаточной жесткости подвески монорельсового пути воздействия на подвеску могут приводить к относительным перемещениям, превышающим допускаемые. Поэтому должны существовать ограничения

$$\Phi_{\delta(n)}\{\delta_1(t), \delta_2(t), ...\delta_k(t)\} \leq \Phi_{\delta o(n)}, \quad (n = 1, 2, ..., i),$$

где $\Phi_{\delta(n)}$ – функционалы, форма которых определяется видом динамических воздействий;

$\delta_k(t)$ – относительные перемещения, возникающие в n-й точке подвески монорельса при $k = 1, 2, ..., j$;

$\Phi_{\delta o(n)}$ – допускаемые перемещения подвески монорельсового пути.

Указанные функционалы связаны между собой. Если уменьшение Φ_p или Φ_ω обуславливает увеличение Φ_δ, то увеличение любого из первых двух функционалов требует уменьшения последнего функционала. Для одномерных систем необходимо, чтобы функционал Φ_p не превышал заданного параметра, а функционал Φ_δ стремился к своему минимуму. Кроме того, функционал Φ_δ должен не превышать допускаемых значений, а функционал Φ_p аналогично стремился к минимуму.

Однако, если $\Phi_p \to 0$, то $\Phi_\delta \to 0$. При $\Phi_\delta \to 0$ возможно $\Phi_p \to \infty$, когда функционал Φ_p может принимать значения, превышающие допускаемые. Поэтому приводящее к снижению функционала Φ_p уменьшение собственной частоты или жесткости динамической системы ограничивается допускаемым значением функционала Φ_δ. Установление условного экстремума между рассматриваемыми функционалами является задачей оптимизации синтеза.

Известно [9], что решение задачи нахождения условного экстремума сводится к поиску безусловного экстремума с помощью обобщенного критерия. Если в качестве ограничения выступает функционал Φ_δ и $\Phi_p \le \Phi_{po}$, то обобщенный критерий можно представить в виде

$$\mathrm{K}_\delta = \Phi_\delta + \rho_c \Phi_p,$$

где ρ_c – весовой множитель, соответствующий множителю метода Лагранжа.

Если в качестве ограничения выступает функционал Φ_p и $\Phi_\delta \le \Phi_{\delta o}$, тогда

$$\mathrm{K}_p = \Phi_p + \rho_c \Phi_\delta.$$

Для определения оптимальных значений функционалов Φ_{pp} и $\Phi_{\delta\delta}$, необходимо с помощью условного экстремума найти соответствующие значения Φ_p и Φ_δ при ограничениях $\Phi_p \le \Phi_{pp}$ и $\Phi_\delta \le \Phi_{\delta\delta}$.

В одномерном случае минимаксным функционалом для детерминированных неровностей монорельсового пути, когда возникают импульсы силовых и кинематических возмущений, возможно существование следующих критериев для оптимизации синтеза подвесной монорельсовой дороги.

Если модуль функционала $|\Phi_p| \le \Phi_{po}$, то минимум функционала соответствует $\Phi_\delta = \max|\delta(t)|$. Если $|\Phi_\delta| \le \Phi_{\delta o}$, то для силовых возмущений $\Phi_p = \max|P_k(t)|$. Аналогично для кинематических возмущений $\Phi_\omega = \max|\omega_k(t)|$.

Для силовых возмущений квадратичные функционалы могут быть представлены в интегральной форме

$$\Phi_p = \int_0^\infty P^2(t)dt.$$

Аналогично для кинематических возмущений и относительных перемещений

$$\Phi_\omega = \int_0^\infty \omega^2(t)dt; \quad \Phi_\delta = \int_0^\infty \delta^2(t)dt.$$

При случайных колебательных процессах функционалы силовых, кинематических возмущений и относительных перемещений равны соответствующим дисперсиям.

Следует отметить, что для подвесной монорельсовой дороги важным требованием является ограничение вероятности выхода отклонений от бокового раскачивания подвижных единиц за пределы норм на боковые зазоры в горных выработках. При этом необходимо среднеквадратическое отклонение σ_δ связать с вероятностью выхода за пределы нормы с помощью закона распределения плотности случайной величины $\delta(t)$. Если использовать нормальный закон распределения, то вероятность выхода случайной величины за пределы $|\delta|$ будет

$$p_s = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a_\delta}^{a_\delta} \frac{d\delta}{\sigma_\delta} \exp\left(-\frac{{a_\delta}^2}{2}\right),$$

где $a_\delta = \delta / \sigma_\delta$.

В случае одновременного совместного воздействия случайных и детерминированных воздействий на подвесную монорельсовую дорогу, согласно [10], для стационарных случайных воздействий используем функционалы Φ_p и Φ_ω, а для детерминированных – Φ_δ.

Учитывая пространственную структуру подвесной монорельсовой дороги, минимизация нескольких функционалов становится неоднозначной. Применяя минимизацию по множеству Парето [11, 12], единый комбинированный критерий возможно представить

$$\mathrm{K}_u = \sum_{n=1}^{j} h_n \Phi_{\delta(n)} + \sum_{n=1}^{i} \rho_n \Phi_{p(n)},$$

где h_n, ρ_n – весовые множители.

С учетом кинематических возмущений единый комбинированный критерий будет

$$\mathrm{K}_{\omega} = \sum_{n=1}^{j} h_n \Phi_{\delta(n)} + \sum_{n=1}^{i} \rho_n \Phi_{\omega(n)}.$$

Весовые множители являются функциями ограничений в группе функционалов и не могут быть установлены произвольно, а задаются начальными условиями.

Выводы и направления дальнейших исследований.

На основании проведенных исследований установлено основное ограничение синтеза шахтной подвесной монорельсовой дороги, которое заключается в ограничении абсолютных сил, обусловленных действием динамических нагрузок, передаваемым от экипажа к подвеске монорельса и далее – к верхнякам крепи горной выработки. Определены функционалы силовых, кинематических возмущений и относительных перемещений. Даны рекомендации по выбору функционалов в случае одновременного совместного воздействия детерминированных и случайных воздействий. С учетом кинематических возмущений установлен единый комбинированный критерий оптимизации синтеза шахтной подвесной монорельсовой дороги.

Для уточнения приведенных зависимостей в дальнейшем планируется провести экспериментальные исследования движения подвижного состава по неровностям подвесного монорельсового пути в шахтных условиях.

Список литературы

1. Иваненко И.И. Метод подконструкций в задачах динамики скоростной монорельсовой дороги / И. И. Иваненко // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2008. – № 6. – С.101-117.
2. Gutarevych V. Dynamic model of movement of mine suspended monorail / V. Gutarevych // Transport Problems. – 2014. – Vol. 9. – Iss. 1. – P.13-19.
3. Расцветаев В.А. Особенности формирования дополнительных нагрузок на арочную крепь участковых выработок с подвесными монорельсовыми дорогами / В.А. Расцветаев // Науковий вісник НГУ. – 2011. – № 4. – С.35-38.
4. Ширин Л.Н. Исследование особенностей взаимодействия массива горных пород с арочной крепью в выработках с подвесной монорельсовой дорогой / Л.Н. Ширин, В.А. Расцветаев, А.Л. Лебедь // Науковий вісник НГУ. – 2010. – № 11-12. – С.52-54.
5. Грядущий В.Б. Транспортные средства с дизельным приводом: преимущества, опыт использования / В.Б. Грядущий, М. Бартечек, А.Л. Лебедь, Т.А. Вишнев // Уголь Украины. – 2011. – №9. – С.22-25.
6. Chanda E. K. A computer simulation model of a monorail-based mining system for decline development / E. K. Chanda, B. Besa // International Journal of Mining, Reclamation and Environment. – 2011. – Vol. 25. – Iss. 1. – P.52-68.

7. Губачева Л.О. Моделювання динамічних процесів транспортних засобів / Л.О. Губачева. – Луганськ: СНУ ім.В.Даля. – 2009. – 119 с.
8. Гутаревич В.О. Исследование упругих колебаний экипажа и подвесного пути шахтной монорельсовой дороги / В.О. Гутаревич // Наукові праці ДонНТУ. Серія: гірничо-електромеханічна. – 2013. – №1(25). – С.72-78.
9. Вибрации в технике: Справочник: В 6 т.: Защита от вибрации и ударов / В.К. Асташев; В.И. Бабицкий, И.И. Быховский и др.; Под ред. К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1995. – 456 с.
10. Ларин В.Б. Статистические задачи виброзащиты / В.Б. Ларин. – К.: Наукова думка, 1974. – 128с.
11. Болычевцев Э.М. О построении множества Парето в некоторых задачах оптимизации / Э.М. Болычевцев, Э.К. Лавровский // Изв. АН СССР, МТТ. – 1977. – №6. – С.44-53.
12. Ногин В.Д. Эволюция принципы Эджворта-Парето / В.Д. Ногин, Н.А. Волкова // Таврический вестник информатики и математики. – 2006. – №1. – С. 21-33.

Стаття надійшла до редколегії 03.05.2014

В.О. Гутаревич. ДНВЗ «Донецький національний технічний університет»

Критерії оптимального синтезу шахтної підвісної монорейкової дороги

В статті розроблено математичну модель процесу взаємодії підвісного екіпажу з підвісною монорейкою, що має нерівності. Встановлено основне обмеження синтезу шахтної підвісної монорельсової дороги, яким є обмеження абсолютних сил, обумовлених дією динамічних навантажень, переданим від екіпажу до підвіски монорейки та верхняка кріплення гірничої виробки. Визначено функціонали силових, кінематичних збурень і відносних переміщень. Дано рекомендації по вибору функціоналів у разі одночасного спільної дії детермінованих і випадкових впливів. З урахуванням кінематичних збурень встановлено єдиний комбінований критерій оптимізації синтезу шахтної підвісної монорельсової дороги.

Ключові слова: математична модель, коливання, монорейка, екіпаж, монорейкова підвісна дорога.

V. Gutarevych. Donetsk National Technical University

Criteria for Optimal Synthesis of Mine Hanging Monorail

The article developes a mathematical model interaction of the monorail crew with irregularities. Was established the basic restriction of synthesis mine hanging monorail, which is limit absolute forces due to the action of dynamic loads which in turn transmitted from the crew to the suspension monorail and then - to the roof bar lining excavation. Also were defined functionals of relative displacements, force and kinematic disturbances. In result were given recommendations for choice of functionals in the case of simultaneous joint action of deterministic and stochastic effects. In view of kinematic perturbation was established single combined criterion of optimization synthesis.

Keywords: mathematical model, fluctuations, monorail, crew, suspended monorail.