УДК 004.054:519.68:681.51

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ИНДУКТИВНЫХ И РЕФЛЕКСИВНЫХ УТВЕРЖДЕНИЙ

А.И. Андрюхин, канд. техн. наук, с.н.с.

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк
С.Д. Подтынный, магистр
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк

Рефлексивные связи рассматриваются, как обратные связи в нейроморфных сетях. Анализ парадоксальных высказываний при применении вероятностной логики с ее более мощным алфавитом, нежели булева логика приводит к исчезновению противоречивых свойств суждений. Приведены расчеты для стационарных вероятностей рефлексивных связей в базовых индуктивных утверждениях.

Впервые вероятностная логика (ВЛ) для построения надежных технических систем использовалась в [1]. Активна роль вероятностной логики в исследованиях искусственного интеллекта [2-5].

В современной компьютерной индустрии известны аппаратные реализации PCMOS «вероятностных комплементарных металлоксидных полупроводников» (Probabilistic Complementary Metal-Oxide Semiconductor) [6]. В ней определение возможности события, ранее требовавшее множества транзисторов, сводится к операции в одном или нескольких вентилях, в которых исходные и выходной сигналы — вероятности (эти аспекты рассматриваются ниже).

Модель считают рефлексивной, если в ней отражена способность строить модели себя и других систем и одновременно видеть себя строящими такие модели. Рефлексия всегда привлекала внимание специалистов различных научных направлений, так как по мнению многих известных специалистов, человека отличает от животного уровень ее развития. Поэтому выполнялись исследования рефлексии с различных точек зрения и в различных областях применения [7-11].

Целью исследования является оценка возможностей синтетического направления, которое соединяет

А) известное направление построения надежных систем из ненадежных элементов[1];

Б) расширения булевой логики, в частности ВЛ и индуктивной логики;

В) исследования рефлексивных связей как обратных связей в нейроморфных системах и определения их стационарных значений для базовой модели индуктивной логики.

Основными элементами вероятностной логики являются логические связки-операции($\neg, \wedge, \vee, \leftrightarrow, \rightarrow$)с индексом p, с помощьюкоторогомыуказываемвероятностнуюоценкуистинностиопределеннойформулы [4-6]. Пример интерпретация вероятностного отрицания $\neg_p$ представлен в табл 1.

Табл 1. –Вероятностное отрицание

Вход X	Выход $\neg_p$ X	
	0	1
0	1-p	p
1	p	1-p

Нужно отметить, что ВЛ не является дистрибутивной и ассоциативной Общие сведения о свойствах и операциях ВЛ представлены в табл.2., для которой справедливо $r=pq+(1-p)(1-q)$.

Табл.2. –Свойства и операции ВЛ

1	Коммутативность	$x \vee_p y \leftrightarrow y \vee_p x$ $x \wedge_p y \leftrightarrow y \wedge_p x$
2	Двойное отрицание	$\neg_q(\neg_p x) \leftrightarrow \neg_p(\neg_q x)$ $\neg_p 0 \leftrightarrow \neg_1(\neg_p 1)$ $\neg_p 1 \leftrightarrow \neg_1(\neg_p 0)$
3	Операции с 1 и 0	$(0 \wedge_p y) \leftrightarrow \neg_p 1$ $(1 \wedge_p y) \leftrightarrow \neg_1(\neg_p y)$ $(0 \vee_p y) \leftrightarrow \neg_1 (\neg_p y)$ $(1 \vee_p y) \leftrightarrow (\neg_p 0)$
4	Эквивалентность	$(y \wedge_p y) \leftrightarrow \neg_1(\neg_p y)$ $(y \vee_p y) \leftrightarrow \neg_1 (\neg_p y)$
5	Вероятностная тавтология	$(y \wedge_p(\neg_1 y)) \leftrightarrow \neg_p 1$ $(y \vee_p (\neg_1 y)) \leftrightarrow \neg_p 0$
6	Вероятностная формула де Моргана	$\neg_q(x \vee_p y) \leftrightarrow \neg_1 y \wedge_r \neg_1 x$ $\neg_q (x \wedge_p y) \leftrightarrow \neg_1 y \vee_r \neg_1 x$

Применение ВЛ для описания функционирования PCMOS-схем можно проиллюстрировать, анализируя основные примитивы этой технологии, из которых мы рассмотрим инвертор на рис. 2 с соответствующей табл. 2. Согласно современным представлениям тепловой шум влияет на выходное значение инвертора согласно рис.3.

Вероятность правильной работы инвертора может быть определена выражением (**erf**-функция Лапласа) $P=(1+erf(V_{dd}/(2/\sqrt{2}\sigma))/2$.

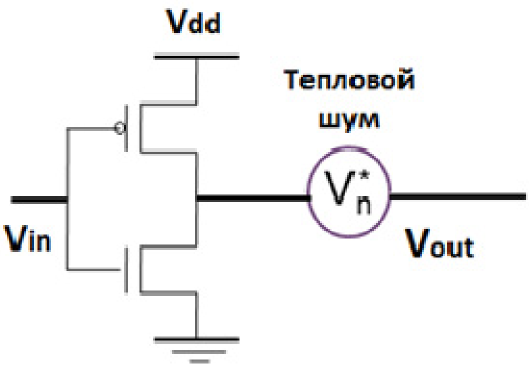

Рисунок 2 – Моп-инвертор.

Рассмотрим одно из возможных применений ВЛ к известным научным проблемам взаимоотношений доказуемости, истинности, существования и над которыми работали Гедель, Россер, Смальян, Манин и др., на следующем примере. Можно показать, что при увеличении числа его предложений-фактов будем иметь базовую ситуацию индуктивного вывода с использованием рефлексивных рассуждений. Имеем 4 листа бумаги:

I Первый лист содержит три утверждения:

1) X существует.
2) X не существует
3) Все утверждения на этом листе ложны.

II Второй содержит следующие утверждения:

1. X существует.
2. X не существует
3. Все утверждения на этом листе истинны.

III Третий лист содержит утверждения:

1. X существует.
2. X не существует
3. Одно из утверждения на этом листе ложно.

IV Четвертый лист содержит утверждения:

1. X существует.
2. X не существует
3. Одно из утверждения на этом листе истинно.

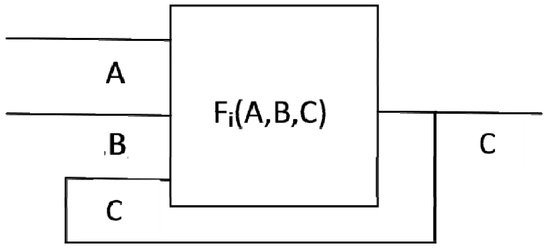

Рисунок 15 – Рефлексивная модель трех представлений.

Если действовать в рамках булевой логики, то представлены все возможные варианты. Пусть A,B,C- вероятностные оценки истинностей трех предложений в каждом из 4 вариантов.

Можем построить следующие булевы соотношения для описания этих четырех случаев, где значения True(False) кодируются 1(0) соответственно:

I $T(A\vee B\vee C=0)=C$

II $T(A\wedge B\wedge C=1)=C$

III $T(\neg A\wedge B\wedge C\vee A\wedge\neg B\wedge C \vee A\wedge B\wedge\neg C =1)=C$

IV $T((\neg A\wedge\neg B\wedge C\vee A\wedge\neg B\wedge\neg C\vee\neg A\wedge B\wedge\neg C=1)=C$

После выполнения преобразований переходим к алгебраическим уравнениям относительно **A,B,C.** Для этого выполняем замену булевых выражений алгебраическими выражениями, согласно $\mathbf{X\vee Y=X+Y-XY}$, $\mathbf{X\wedge Y=XY}$, $\mathbf{\bar{X}=1-X}$, $\mathbf{X\oplus Y= X+Y-2XY}$, где **X, Y** в правых частях равенств являются положительными действительными переменными не больше 1[11]. Получаем следующие решения или уравнения для определения зависимости C от A.

I $\mathbf{C=A(1-A)/(1+A(1-A)}$

II $\mathbf{C=0}$

III Кубичное уравнение для C

$\mathbf{A-A^2+(-4A+6A^2-4A^3+2A^4)C+(A-4A^2+7A^3-6A^4+3A^5-A^6)C^2+(-A^3+3A^4-3A^5+A^6)C^3=0}$

IV Кубичное уравнение для C

$\mathbf{1-2A+A^2+2A^3-A^4+(-2+2A+2A^2-7A^3+A^4+3A^5-A^6)C+(A-4A^2+4A^3+3A^4-6A^5+2A^6)C^2+(A^3-3A^4+3\ A^5-A^6)C^3=0}$

Часть графиков действительных решений представлена на рис.3.

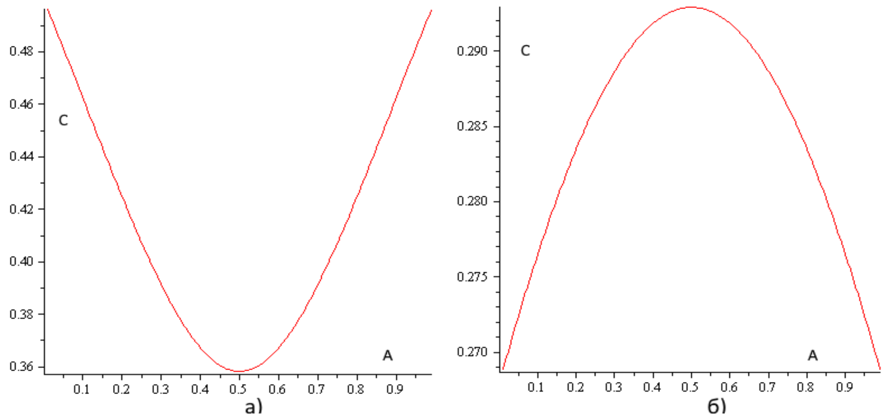

Рисунок 3 –а) зависимость **С(А)** в **IV,** б) зависимость **С(А)** в **III**

Выводы

Подчеркнем, что анализ парадоксальных высказываний при применении вероятностной логики с ее более мощным алфавитом, нежели булева логика приводит к исчезновению противоречивых свойств суждений[11]. Человек достаточно терпимо относится к наличию противоречивых суждений и это указывает на необходимость развития ВЛ при построении и представлению событий в нейроморфных системах .

Список литературы

1. Непман Дж. Вероятностная логика и синтез надежных организмов из ненадежных компонент // Шеннон К.Э., Маккарти Дж. Автоматы Сборник статей. - Пер. с англ. - М.: Издательство иностранной литературы, 1956. - 403 с.

2.Витяев Е.Е., Перловский Л.И, .Ковалерчук Б.Я., Сперанский С.О. Вероятностная динамическая логика мышления// Нейроинформатика, 2011, том 5, № 1.

3. Налимов В. В. Вероятностная модель языка. М.: Наука, 1979,303 с.,

4. A.Darwiche. ModelingandReasoningwith Bayesian Networks. - New York,Cambridge University Press,2009.

5.Pearl D. Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference.- Morgan-Kaufmann, 1988.

6.PinarKorkmaz, "Probabilistic CMOS (PCMOS) in the Nanoelectronics Regime", PhD Thesis, Georgia Institute of Technology, December 2007.

7. Тейяр де Шарден П. Феномен человека. М., 2001.

8. Д.Хофштадтер. Гедель, Эшер, Бах: эта бесконечная гирлянда. Самара, 2001, 752 с.

9.Лепский В.Е., Зорина Г.И. Рефлексивное предприятие XXI века//Рефлексивные процессы и управление, № 2, 2005, том 5,с.21-40.

10.Милль Д. С. Система логики силлогистической и индуктивной: Изложение принципов доказательства в связи с методами научного исследования. — М.: ЛЕНАНД,2011. — 832 с.

11.Андрюхин А.И. Оценка рефлексивных связей в вероятностной логике // Системный анализ в науках о природе и обществе, Донецк, ДонНТУ,№1(4)-2(5)'2013, с.75-80.