

УДК 622.232.522.24

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В ОДНОКОНЦЕВОЙ ПОДЪЕМНОЙ МАШИНЕ
С КАНАТАМИ БОЛЬШОЙ ДЛИНЫ**

Е.Г. Сребная, В.П. Кондрахин

ГВУЗ "Донецкий национальный технический университет"

Разработана математическая модель процесса подъема груза на значительную высоту с помощью одноконцевой подъемной машины с канатами большой длины.

Подъемные установки являются одним из основных элементов транспорта на горных предприятиях. Надежность и высокая производительность шахтного подъема во многом определяет эффективную работу предприятия в целом.

Большие массы шахтной машины, движущиеся с большими скоростями, вызывают сложные динамические процессы при пусках и торможениях. В результате формируются чрезмерные нагрузки, которые приводят к прогрессирующим усталостным явлениям в отдельных элементах конструкции, к аварийным ситуациям и катастрофам. Знания законов колебательных процессов позволяют спроектировать рациональные конструкции машин.

Это делает задачу определения динамических усилий в канате актуальной с практической и научной точки зрения.

Научную основу данной работы составляют исследования вопроса о динамических нагрузках в подъемных машинах, представленные в трудах В.И. Дворникова и А.Г. Степанова [1,2].

Подъемный канат представлен профессором Дворниковым В.И. в виде упругой невесомой нити [1]. Масса каната приведена к сосредоточенной массе сосуда. Справедливость данного допущения зависит от длины каната. При больших длинах каната могут возникать большие погрешности в определении динамических усилий в канатах.

Для того, чтобы избежать больших погрешностей, распределенную массу этого каната профессор Степанов А.Г. рекомендует разбить на несколько равных масс, соединенных невесомыми вязкоупругими связями [2]. Однако в рассматриваемой работе отсутствуют рекомендации по выбору количества масс, на которые следует разбивать канат заданной длины.

Целью данной работы является разработка математической модели одноконцевой подъемной машины с канатом большой длины, в которой канат рассматривается как совокупность инерционных конечных элементов с вязкоупругими связями.

В качестве объекта исследований принята подъемная одноконцевая машина (рис. 1), которая состоит из барабана машины с приведенными к нему моментами инерции вращающихся частей редуктора и ротора электродвигателя с кинетическим моментом инерции J_{δ} , направляющего шкива с моментом инерции J_{ψ} , наклонной струны каната l_c , считающей неизменяющейся во времени, и отвесной части каната $l_{отв}$, на которой закреплена масса концевого груза m_n .

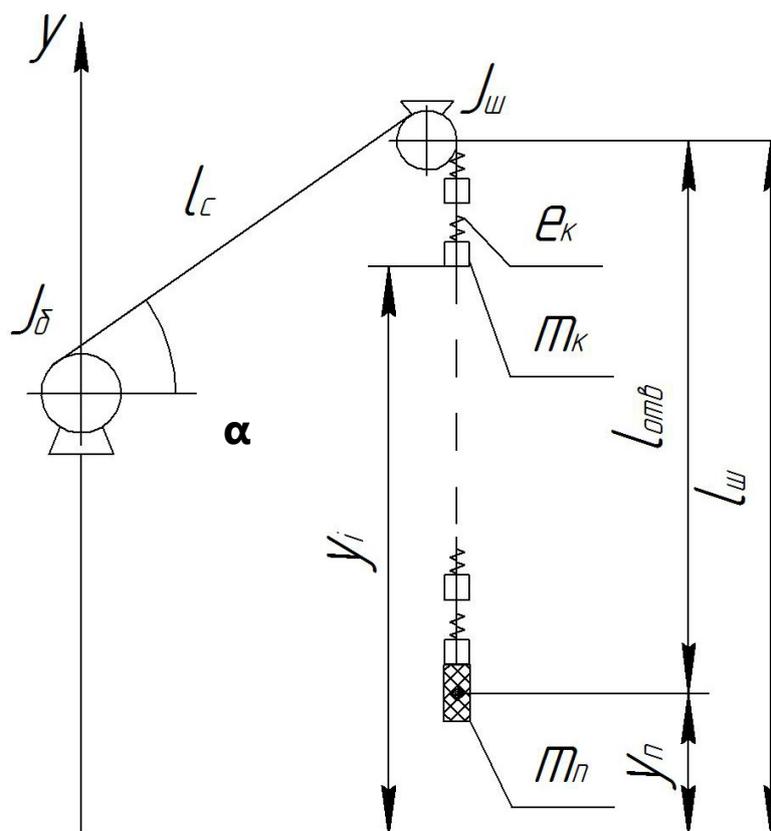


Рис. 1. Расчетная схема одноконцевой подъемной машины

Отвесный канат подъемной машины разбит на некоторое количество распределенных масс m_k с координатами y_i , связанных между собой линейными упруго-диссипативными связями с коэффициентом податливости e_k и сопротивления β_k . Концевой груз m_n имеет перемещение y_n по вертикали, отсчитываемое от некоторого исходного положения груза.

При выводе уравнений движения приняты следующие допущения:

1. Считаем функции, зависящие от времени, медленно изменяющимися. Вследствие этого примем, что коэффициент податливости e_1 первого элемента остается неизменным.

2. Так как моделирование будет проходить в течении сравнительно небольшого участка времени, то можно принять, что за это время количество масс каната не поменяется.

Вывод уравнений динамики машины выполнен на основе уравнения Лагранжа II рода. Тогда кинетическая энергия системы равна:

$$T = \frac{J_6 \cdot \varphi_6^2}{2} + \frac{J_{ш} \cdot \varphi_{ш}^2}{2} + \frac{m \cdot y_n^2}{2} + \frac{\gamma \cdot l_{стр}}{8} \cdot (R_6 \cdot \varphi_6 + R_{ш} \cdot \varphi_{ш})^2 + \sum_{i=1}^n \frac{m_k \cdot y_i^2}{2} \quad (1)$$

Потенциальная энергия такой системы состоит из потенциальной энергии сил упругой деформации каната и гравитационной части и будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \Pi = \Pi_{упр} + \Pi_{грав} = & \frac{C_{cmp}}{2} \cdot (R_{ш} \cdot \varphi_{ш} - R_6 \cdot \varphi_6)^2 + \frac{C_{\kappa}}{2} \cdot (y_1 - y_{10} - R_{ш} \cdot \varphi_{ш})^2 + \\ & + \sum_{i=2}^n \frac{C_{\kappa}}{2} \cdot (y_i - y_{i-1})^2 + m \cdot g \cdot y_n + \sum_{i=1}^n m_k \cdot g \cdot y_i - \frac{\gamma \cdot l_{стр} \cdot g}{2} \cdot (R_{ш} \cdot \varphi_{ш} - R_6 \cdot \varphi_6) \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

где C_{cmp} – коэффициент жесткости струны; C_{κ} – коэффициент жесткости i -ой части отвеса; y_1 – положение первой упруго-диссипативной массы отвеса; y_{10} – начальное положение первой массы.

Функция Лагранжа с учетом (1) и (2) примет вид:

$$\begin{aligned} L = T - \Pi = & \frac{J_6 \cdot \varphi_6^2}{2} + \frac{J_{ш} \cdot \varphi_{ш}^2}{2} + \frac{m \cdot y_n^2}{2} + \frac{\gamma \cdot l_{стр}}{8} \cdot (R_6 \cdot \varphi_6 + R_{ш} \cdot \varphi_{ш})^2 + \sum_{i=1}^n \frac{m_k \cdot y_i^2}{2} - \frac{C_{cmp}}{2} \cdot \\ & \cdot (R_{ш} \cdot \varphi_{ш} - R_6 \cdot \varphi_6)^2 - \frac{C_{\kappa}}{2} \cdot (y_1 - y_{10} - R_{ш} \cdot \varphi_{ш})^2 - \sum_{i=2}^n \frac{C_{\kappa}}{2} \cdot (y_i - y_{i-1})^2 - m \cdot g \cdot y_n - \\ & - \sum_{i=2}^n m_k \cdot g \cdot y_i + \frac{\gamma \cdot l_{стр} \cdot g}{2} \cdot (R_{ш} \cdot \varphi_{ш} + R_6 \cdot \varphi_6)^2 \sin \alpha \end{aligned} \quad (3)$$

Определим в качестве обобщенных координат элементов рассматриваемой установки переменные $q_1 = \varphi_6$, $q_2 = \varphi_{ш}$, $q_i = y_i (i=1..n)$, при этом обобщенные скорости имеют вид $q_1' = \dot{\varphi}_6$, $q_2' = \dot{\varphi}_{ш}$, $q_i' = \dot{y}_i (i=1..n)$.

Обобщенные непотенциальные силы $Q_i (i=1..n)$ для рассматриваемой системы примем следующими: $Q_1 = M_{дв}(t)$, $Q_2 = 0$, $Q_i = 0 (i=1..n)$, где $M_{дв}(t)$ – приведенный к оси барабана момент, развиваемый двига-

телем, и эту переменную будем считать известной функцией от времени t .

Обобщенные силы Q_2, Q_i приняты равными нулю, так как предполагается, что шкив и концевой груз неподвержены действию иных внешних сил, кроме уже учтенных.

Произведя необходимые вычисления производных от функций (3), в итоге были получены искомые уравнения движения (с учетом диссипации энергии):

$$\left\{ \begin{array}{l} J_6 \cdot \varphi''_{\delta} + \frac{\gamma \cdot l_{\text{стр}}}{4} \cdot R_6 \cdot (R_6 \cdot \varphi''_{\delta} + R_{\text{ш}} \cdot \varphi''_{\text{ш}}) + C_{\text{смп}} \cdot R_6 \cdot (R_{\text{ш}} \cdot \varphi_{\text{ш}} - R_6 \cdot \varphi_{\delta}) + \beta_{\text{смп}} \cdot R_6 \cdot (R_{\text{ш}} \cdot \dot{\varphi}_{\text{ш}} - R_6 \cdot \dot{\varphi}_{\delta}) + \\ + \frac{\gamma \cdot l_{\text{стр}} \cdot g}{2} \cdot R_6 \cdot \sin \alpha = M_{\text{дв}}(t) \\ J_6 \cdot \varphi''_{\delta} + \frac{\gamma \cdot l_{\text{стр}}}{4} \cdot R_{\text{ш}} \cdot (R_6 \cdot \varphi''_{\delta} + R_{\text{ш}} \cdot \varphi''_{\text{ш}}) - C_{\text{смп}} \cdot R_{\text{ш}} \cdot (R_{\text{ш}} \cdot \varphi_{\text{ш}} - R_6 \cdot \varphi_{\delta}) - \\ - \beta_{\text{смп}} \cdot R_{\text{ш}} \cdot (R_{\text{ш}} \cdot \dot{\varphi}_{\text{ш}} - R_6 \cdot \dot{\varphi}_{\delta}) + C_k \cdot R_{\text{ш}} \cdot (y_1 - y_{10} - R_{\text{ш}} \cdot \varphi_{\text{ш}}) + \\ \beta_{\text{смп}} \cdot R_{\text{ш}} \cdot (y_1 - y_{10} - R_{\text{ш}} \cdot \dot{\varphi}_{\text{ш}}) + \frac{\gamma \cdot l_{\text{стр}} \cdot g}{2} \cdot R_{\text{ш}} \cdot \sin \alpha = 0 \\ m_k \cdot y_1'' - C_k \cdot (y_1 - y_{10} - R_{\text{ш}} \cdot \varphi_{\text{ш}}) - \beta_k \cdot (y_1 - y_{10} - R_{\text{ш}} \cdot \dot{\varphi}_{\text{ш}}) + C_k \cdot (y_2 - y_1) + \beta_k \cdot (y_2 - y_1)' - m_k \cdot g = 0 \\ \dots \\ m_k \cdot y_i'' + C_k \cdot (y_{i+1} - y_i) + \beta_k \cdot (y_{i+1} - y_i)' - C_k \cdot (y_i - y_{i-1}) - \beta_k \cdot (y_i - y_{i-1})' - m_k \cdot g = 0, \quad i = 2, (n-1) \\ \dots \\ (m + m_k) \cdot y_n'' - C_k \cdot (y_n - y_{n-1}) - \beta_k \cdot (y_n - y_{n-1})' - (m + m_k) \cdot g = 0. \end{array} \right.$$

Уравнения движения позволяют определить динамические нагрузки, действующие на барабан, шкив, груз, а также на каждый отрезок каната во время пуска машины, ее работы и торможения. Разработанную математическую можно применять для анализа динамических нагрузок и колебаний любых одноконцевых подъемных машин.

В дальнейшем планируется выбрать критерии и определить рациональное количество конечных элементов, на которые следует разбивать массу каната заданной длины. Разработанные модели необходимы для проектирования подъемных машин глубоких шахт, а также лифтов высотных сооружений.

Библиографический список

1. Теоретические основы динамики шахтного подъемного комплекса / В. И. Дворников, Е.Р. Къерцелин. – София: МОНТ, 1997. – 363 с.
2. Степанов А.Г., Корняков М.В. Динамика машин. – 2-е изд., испр. и доп. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2014. – 412 с.