

УДК 621.874:519.876.5+62-83:621.3.078.4

**ПОДАВЛЕНИЕ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ В ТРЁХМАССОВЫХ  
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПУТЕМ ВВЕДЕНИЯ  
КОРРЕКТИРУЮЩИХ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ ПО РАЗНОСТЯМ  
СКОРОСТЕЙ ДВИЖУЩИХСЯ МАСС**

**В.И. Божко, Д.В. Бажутин**

Донецкий национальный технический университет

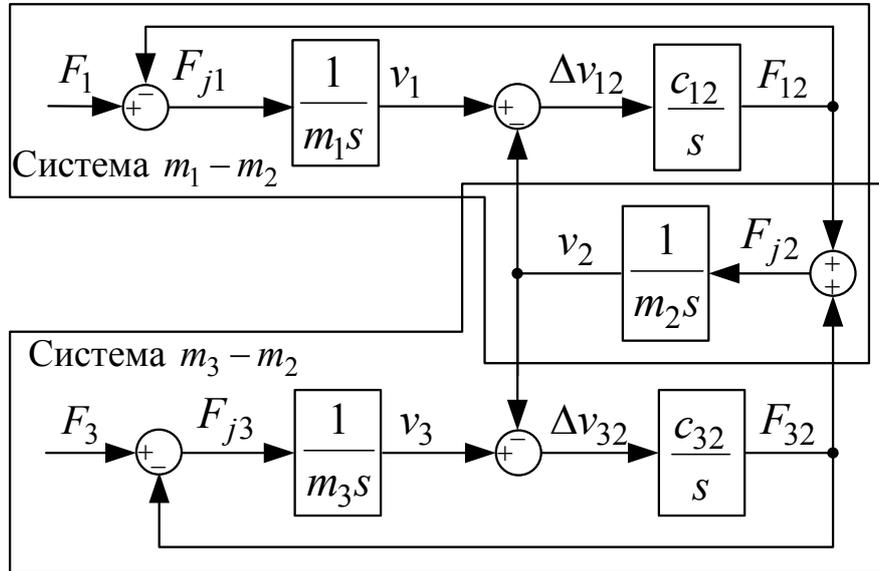
*В работе приведён синтез системы подчинённого регулирования скорости электроприводов трёхмассовой электромеханической системы. Для подавления упругих колебаний при синтезе дополнительно учитываются обратные связи по разностям скоростей движущихся масс. С помощью компьютерного моделирования доказана эффективность такого подхода.*

Электропривод в современном понятии представляет собой сложную электромеханическую систему, характерной особенностью которой является тесная взаимосвязь процессов в электрической и механической части. Наличие упругих звеньев механической части при взаимосвязи радикально изменяет свойства электропривода в целом и является причиной колебательных явлений в динамике. Колебательные составляющие движения электропривода приводят к отклонению переходных процессов от предписанных технологией и способствуют росту динамических нагрузок на электрическое и механическое оборудование, а также значительно сокращает срок ее службы за счет проявления усталости металла. Таким образом, подавление упругих колебаний является актуальной задачей.

В литературе достаточно много внимания уделено двухмассовым системам [1,2], на динамику которых в значительной степени влияет только одна частота собственных колебаний. Такую модель применяют к системам, в которых две большие масс связаны между собой упругой связью, массой которой пренебрегают.

Гораздо более интересным представляется моделирование процесса перемещения системы с относительно равномерно распределённой массой, например, мостового крана с большой длиной пролёта. В этом случае можно принять допущения, что масса главных балок по некоторому закону распределяется между тележкой и концевыми балками, образуя трёхмассовую систему [3-5], структурная схема которой показана на рис.1, где приняты такие обозначения:  $v_1, v_2, v_3$  – скорости точек, в которых расположены сосредоточенные массы  $m_1, m_2, m_3$ ;  $F_1,$

$F_3$  – усилия, создаваемые приводными двигателями колес;  $F_{12}$ ,  $F_{32}$  – упругие силы взаимодействия сосредоточенных масс,  $c_{12}$  и  $c_{32}$  – коэффициенты упругости.



*Рис.1 – Структурная схема трехмассовой системы*

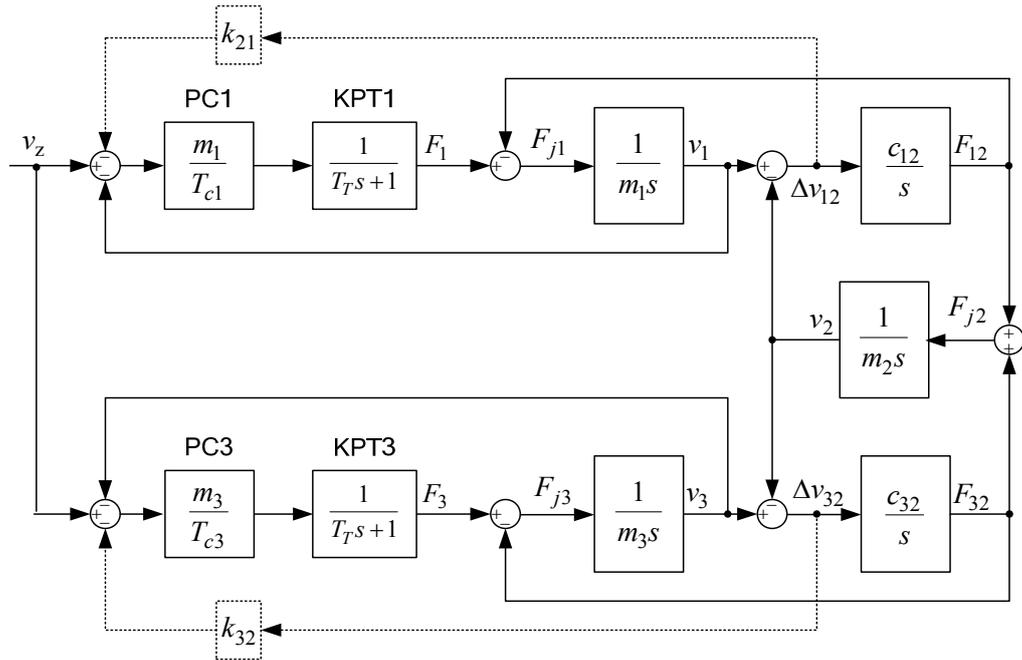
Одним из способов подавления упругих колебаний в двухмассовых электромеханических системах является введение корректирующих обратных связей по разности скоростей движущихся масс. Применим такой же подход для трёхмассовой системы.

В системе есть два электропривода, поэтому необходимо определить два коэффициента обратных связей и две постоянные времени регуляторов скорости. Структурная схема замкнутой системы регулирования приведена на рис.2.

Выполним оптимизацию замкнутых контуров скорости по модульному оптимуму. Для этого запишем передаточную функцию замкнутой системы от задания на скорость до скорости второй массы, которая имеет вид:

$$\frac{v_2(s)}{v_z(s)} = \frac{\beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0}{s^5 + \alpha_4 s^4 + \alpha_3 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}, \quad (2)$$

где:



*Рис.2 – Структурная схема системы подчиненного регулирования скорости трехмассового объекта*

$$\begin{cases} \beta_2 = \frac{1}{m_2} \left( \frac{c_{12}}{T_{c1}} + \frac{c_{32}}{T_{c3}} \right), \\ \beta_1 = \frac{c_{12}(1+k_{32}) + c_{32}(1+k_{12})}{m_2 T_{c1} T_{c3}}, \\ \beta_0 = \frac{c_{12} c_{32}}{m_2} \left( \frac{1}{T_{c1} m_3} + \frac{1}{T_{c3} m_1} \right); \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \alpha_4 = \frac{1+k_{12}}{T_{c1}} + \frac{1+k_{32}}{T_{c3}}, \\ \alpha_3 = \Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \frac{1+k_{12} + k_{32} + k_{12}k_{32}}{T_{c1} T_{c3}}, \\ \alpha_2 = \beta_2 + \frac{\Omega_{32a}^2(1+k_{12})}{T_{c1}} + \frac{\Omega_{12a}^2(1+k_{32})}{T_{c3}}, \\ \alpha_1 = \beta_1 + \Omega_{03}^4, \\ \alpha_0 = \beta_0; \end{cases} \quad (4)$$

$$\Omega_1^2 = \frac{c_{12}}{m_1}, \quad \Omega_3^2 = \frac{c_{32}}{m_3}, \quad \Omega_2^2 = \frac{c_{12} + c_{32}}{m_2} \quad (5)$$

– частоты собственных колебаний движущихся масс;

$$\Omega_{12a} = \sqrt{\frac{c_{12}(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}, \quad \Omega_{32a} = \sqrt{\frac{c_{32}(m_3 + m_2)}{m_3 m_2}} \quad (6)$$

– частоты собственных упругих колебаний автономных двухмассовых систем  $m_1$ - $m_2$  и  $m_3$ - $m_2$ ;

$$\Omega_{03} = \sqrt[4]{\frac{c_{12}c_{32}(m_1 + m_2 + m_3)}{m_1 m_2 m_3}} = \sqrt{\Omega_{12}\Omega_{32}} \quad (7)$$

– среднегеометрический корень характеристического полинома рассматриваемой трехмассовой системы;

$$\Omega_{12,32} = \sqrt{\frac{(\Omega_{12a}^2 + \Omega_{32a}^2) \pm \sqrt{(\Omega_{12a}^2 + \Omega_{32a}^2)^2 - 4\Omega_{03}^4}}{2}} \quad (8)$$

– частоты собственных упругих колебаний трехмассовой системы.

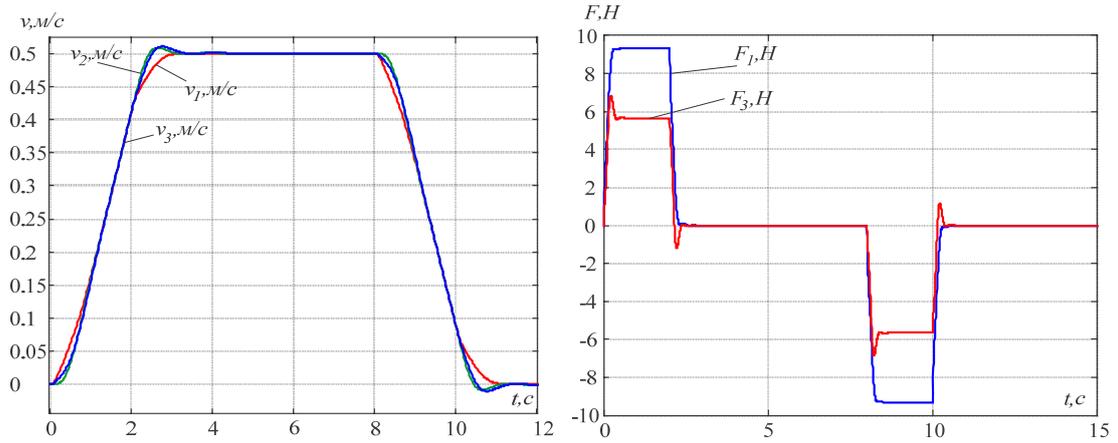
Для выведенной передаточной функции составляем уравнения, обеспечивающее достижение модульного оптимума. Чтобы определить как неизвестные постоянные времени  $T_{c1}$ ,  $T_{c3}$ , так и коэффициенты корректирующих обратных связей  $k_{12}$ ,  $k_{32}$ , необходимо решить систему 4-х уравнений с 4-мя неизвестными:

$$\begin{cases} \alpha_1^2 - 2\alpha_0\alpha_2 = \beta_1^2 - 2\beta_0\beta_2, \\ \alpha_2^2 - 2\alpha_1\alpha_3 + 2\alpha_0\alpha_4 = \beta_2^2, \\ \alpha_3^2 - 2\alpha_2\alpha_4 + 2\alpha_1 = 0, \\ \alpha_4^2 - 2\alpha_3 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

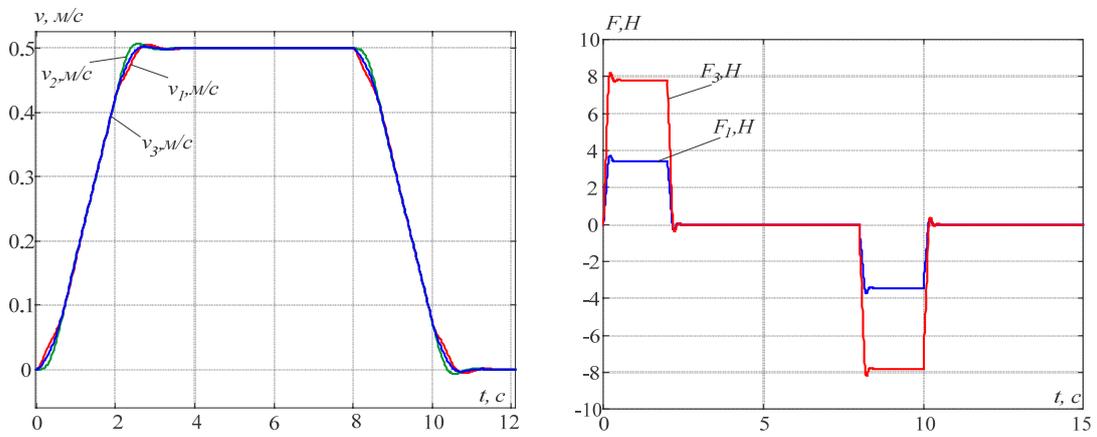
Решение данной системы уравнений выполняем численными методами. В качестве начальных приближений можно использовать значения постоянных времени и коэффициентов обратных связей, полученных при оптимизации автономных двухмассовых систем.

Исследуем процесс подавления упругих колебаний. Для этого примем следующие параметры объекта регулирования  $m_1=m_2=m_3=20$ ,  $c_{12}=4000$ , и  $c_{32}=2*c_{12}$ . Результаты моделирования приведены на рис.3а. Параметры системы регулирования дополнительно рассчитаны для таких значений параметров: 1)  $m_1=5\text{кг}$ ,  $m_2=m_3=20\text{кг}$ ,  $c_{32}=2*c_{12}$ ; 2)  $m_1=60\text{кг}$ ,  $m_2=m_3=20\text{кг}$ ,  $c_{32}=2*c_{12}$ . Результаты моделирования приведены на рис. 3б и 3в соответственно.

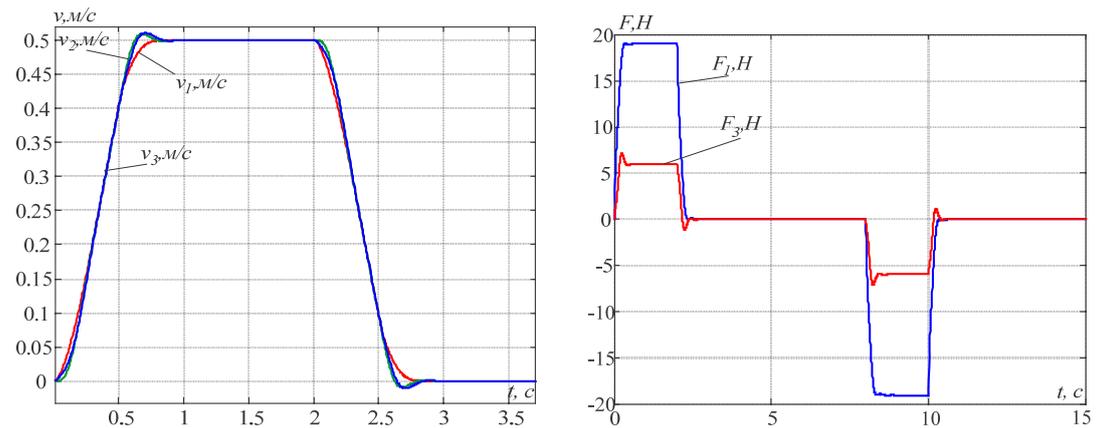
**ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ,  
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ И ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИХ СИСТЕМ**



a)



б)



в)

Рис.3 – Переходные процессы в системе подчиненного регулирования

Видим, что во всех трёх случаях упругие колебания эффективно подавляются. Качество переходных процессов немного меняется, в

сигналах приводных усилий и скоростей присутствует перерегулирование до 5-10%. Таким образом, можно сделать вывод, что предложенная методика позволяет эффективно подавлять упругие колебания в достаточно широком диапазоне соотношения движущихся масс и частот упругих колебаний.

### **Выводы**

Применение корректирующих обратных связей по разностям скоростей движущихся масс позволяет эффективно подавлять упругие колебания в много-массовых системах. В зависимости от соотношения параметров исходной системы качество переходных процессов может немного ухудшаться, возможно увеличение перерегулирования или времени регулирования.

### **Перечень ссылок**

1. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 288 с.
2. Коцегуб П.Х., Баринберг В.А., Толочко О.И., Федоряк Р.В. Оптимизация двухмассовых систем регулирования скорости // Известия вузов. Электромеханика. – 1998. – №4. – С. 54-57.
3. Толочко О.И., Палис Ф., Бажутин Д.В. Гашение горизонтальных упругих колебаний конструкции мостового крана / О.И. Толочко, Ф. Палис, Д.В. Бажутин // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика» - Кременчук: КрНУ, 2012. – Вип. 3/2012 (19). – С. 336-339.
4. Палис Ф, Толочко О.И., Бажутин Д.В. Анализ поперечных колебаний мостового крана при изменении положения тележки / Ф. Палис, О.И. Толочко, Д.В. Бажутин // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків: НТУ «ХПІ», 2013, №36 (1009). – С. 36-39.
5. O. Tolochko, D. Bazhutin. Suppression of horizontal structural vibration of overhead crane in transversal direction given fixed trolley position // Науково-технічний журнал «Електротехнічні та комп'ютерні системи», 2013. - вип. 12(88). – с.14-22.