

Т.П. ЛУМШЄВА, Н.М. РУСАКОВА, О.Ф. ВОЛКОВ

ПРАКТИКУМ З ФІЗИКИ. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

ЧАСТИНА 2

КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

ХВИЛЬОВА І КВАНТОВА ОПТИКА

ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

ОСНОВИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА

ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА

*Рекомендовано Міністерством
освіти і науки України як навчальний посібник
для студентів вищих навчальних закладів*

**Донецьк
ДВНЗ «ДонНТУ»
2015**

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я7
Л 67

Гриф надано Міністерством
освіти і науки України,
лист №1/11-8554 від 20.05.13 р.

Рецензенти:

П.І. Голубничий, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри фізики Східноукраїнського університету ім. Володимира Даля, заслужений діяч науки і техніки України.

Ю.О. Мамалуй, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри загальної фізики і дидактики фізики Донецького національного університету.

О.Г. Петренко, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри нанофізики Донецького національного університету, член-кореспондент Академії технологічних наук України.

Лумпієва Т.П.

Л 67 Практикум з фізики. Розв'язання задач. Частина 2: Коливання і хвилі. Хвильова і квантова оптика. Елементи квантової механіки. Основи фізики твердого тіла. Елементи фізики атомного ядра: навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів / Т.П. Лумпієва, Н.М. Русакова, О.Ф. Волков – Донецьк: ДонНТУ, 2015. – 227 с.

ISBN 978-966-377-186-1

ISBN 978-966-377-187-8 (Частина 2)

«Практикум з фізики. Розв'язання задач. Частина 2» є доповненням до виданого в 2009 році навчального посібника «Курс фізики» у двох томах цих же авторів. В посібнику наведені стисли теоретичні відомості за розділами курсу фізики, розглянута методика розв'язування задач, наведені приклади розв'язання задач з детальним аналізом, а також наведені задачі для самостійного розв'язання. Розділи «Практикуму» відповідають розділам навчального посібника. Є необхідний довідковий матеріал. Приведений словник термінів використовуваних в даній книжці.

Посібник призначений для самостійної роботи студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Може бути використаний початкуючими викладачами при проведенні практичних занять.

Табл. 50. Іл. 48.

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я7

ISBN 978-966-377-186-1

ISBN 978-966-377-187-8 (Частина 2)

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	5
Умовні позначення	6
ВСТУП	9
Розділ 1. Коливання і хвилі	10
§1 Механічні коливання	10
1.1 Основні теоретичні відомості	10
1.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради	13
1.3 Приклади розв'язання задач	15
1.4 Задачі для самостійного розв'язання	29
§2 Електромагнітні коливання	34
2.1 Основні теоретичні відомості	34
2.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради	36
2.3 Приклади розв'язання задач	36
2.4 Задачі для самостійного розв'язання	47
§3 Хвилі	50
3.1 Основні теоретичні відомості	50
3.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради	52
3.3 Приклади розв'язання задач	53
3.4 Задачі для самостійного розв'язання	62
Розділ 2. Хвильова оптика	66
§4 Хвильова оптика	66
8.1 Основні теоретичні відомості	66
8.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради	69
8.3 Приклади розв'язання задач	71
8.4 Задачі для самостійного розв'язання	85
§5 Квантова оптика	88
5.1 Основні теоретичні відомості	88
5.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради	90
5.3 Приклади розв'язання задач	91
5.4 Задачі для самостійного розв'язання	102
Розділ 3. Елементи квантової механіки	106
§6 Хвильові властивості мікрочастинок	106
6.1 Основні теоретичні відомості	106
6.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради	107
6.3 Приклади розв'язання задач	108
6.4 Задачі для самостійного розв'язання	118
§7 Фізика атомів і молекул	120
7.1 Основні теоретичні відомості	120
7.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради	122
7.3 Приклади розв'язання задач	123
7.4 Задачі для самостійного розв'язання	131

Розділ 4. Основи фізики твердого тіла	134
§8 Основи фізики твердого тіла	134
8.1 Основні теоретичні відомості	134
8.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради	136
8.3 Приклади розв'язання задач	137
8.4 Задачі для самостійного розв'язання	148
Розділ 5. Елементи фізики атомного ядра	152
§9 Будова атомних ядер. Ядерні перетворення	152
9.1 Основні теоретичні відомості	152
9.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради	154
9.3 Приклади розв'язання задач	155
9.4 Задачі для самостійного розв'язання	166
Багатоваріантні задачі за темами	171
Таблиці до багатоваріантних задач	175
Довідкові матеріали	193
Термінологічний словник	218
Відповіді до задач для самостійного розв'язання	222
Використана література	227

ПЕРЕДМОВА

Багаторічний досвід нашої педагогічної роботи показує, що найскладнішим для студентів при вивченні курсу фізики є розв'язання задач.

На практичних заняттях, як правило, не вдається розглянути усі типи задач і детально обговорити методику їх розв'язання, оскільки часу на ці заняття відводиться дуже мало. Даний посібник складений з таким розрахунком, щоб їм можна було користуватися для самостійних занять.

Увесь матеріал курсу розбитий на розділи, які відповідають навчальному посібнику «Курс фізики» для інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів тих же авторів. Кожен розділ побудований за єдиною схемою, причому опрацювати матеріал розділу можна незалежно від інших.

Перший підрозділ містить основні теоретичні відомості по даному розділу. Якщо цього матеріалу Вам недостатньо, то зверніться до свого конспекту або навчального посібника.

У другому підрозділі аналізуються основні типи задач і методи їх розв'язування.

У третьому підрозділі розглянуті приклади розв'язання задач з детальним фізичним аналізом. Рекомендуємо наступний порядок роботи з цим розділом.

– Прочитайте умову задачі та спробуйте самостійно визначити, до якого типу вона відноситься.

– Поверніться до підрозділу «Алгоритми розв'язання задач» і прочитайте ще раз загальне формулювання методів розв'язання задач.

– Спробуйте вирішити задачу самостійно. Якщо Вам це вдалося, то перевірте правильність розв'язання, порівнявши його з приведеним в тексті.

– Якщо вирішити задачу не вдалося, то пропрацюйте розв'язок за текстом, а потім спробуйте його відтворити самостійно, не заглядаючи в текст.

У четвертому підрозділі наведені задачі для самостійного розв'язання. Вони розподілені по рівнях складності. Базовий рівень містить елементарні завдання, які можуть бути вирішені без загальних підходів. Розв'язання задач середнього і достатнього рівня не повинне викликати утруднень, якщо попередній матеріал сумлінно розглянутий. Якщо Ви не можете їх розв'язати, то поверніться до початку розділу і пропрацюйте відповідну частину розділу. До задач надані відповіді. Довідкові дані, необхідні для розв'язання задач, приведені в розділі «Довідкові матеріали». Також в посібнику є термінологічний словник.

Багатоваріантні задачі викладач може використовувати в якості домашніх завдань, або завдань для самостійної роботи, а також в якості контрольних завдань для студентів заочної форми навчання.

У посібник включені найбільш типові і характерні задачі. Тексти задач запозичені з існуючих підручників і задачників. Встановити точне першоджерело кожної задачі неможливо, тому у кінці посібника наводиться список використаної літератури.

Автори виражають глибоку вдячність рецензентам: завідувачу кафедри фізики Східноукраїнського університету ім. Володимира Даля професорові *Голубничему П.І.*, професорові кафедри загальної фізики і дидактики фізики Донецького національного університету *Мамалуй Ю.О.*, професорові кафедри нанофізики Донецького національного університету *Петренко О.Г.*, за корисні зауваження і поради, які були враховані при підготовці рукопису до друку. Також виражаємо свою щирю вдячність *Лумнієву І.В.* за оформлення графічного матеріалу книги.

Із зауваженнями і пропозиціями по книзі до авторів можна звернутися по електронній пошті: afv@fizmet.dgtu.donetsk.ua

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

- A – робота, амплітуда коливань
 A_r – відносна атомна маса хімічного елемента
 a – активність радіоактивного препарату
 \vec{a} – прискорення
 \vec{a}_n – нормальне прискорення
 \vec{a}_τ – тангенціальне прискорення
 \vec{B} – магнітна індукція
 C – електрична ємність (електроємність)
 C_V – молярна теплоємність при постійному об'ємі
 C_P – молярна теплоємність при постійному тиску
 c_V – питома теплоємність при постійному об'ємі
 c_p – питома теплоємність при постійному тиску
 c – швидкість світла у вакуумі
 D – коефіцієнт дифузії
 \vec{D} – електростатична індукція (електричне зміщення)
 $d_{\text{еф}}$ – ефективний діаметр молекули
 E – освітленість
 \vec{E} – напруженість електричного поля
 \vec{F} – сила
 G – гравітаційна стала
 g – прискорення вільного падіння
 \vec{H} – напруженість магнітного поля
 h – стала Планка
 I – сила постійного струму, інтенсивність
 i – індекс підсумовування, число ступенів свободи, сила струму
 J – момент інерції
 \vec{J} – намагніченість
 \vec{j} – густина струму, густина потоку енергії
 K – коефіцієнт теплопровідності
 k – коефіцієнт жорсткості, стала Больцмана, хвильове число
 L – індуктивність, рівень гучності
 \vec{L} – момент імпульсу
 l – орбітальне квантове число
 M – молярна маса
 M_r – відносна молекулярна маса речовини
 \vec{M} – момент сили
 m – маса тіла, магнітне квантове число
 m_0 – маса спокою, маса однієї молекули
 N – сила нормальної реакції опору, число молекул, механічна потужність

- N_A – число Авогадро
 n – концентрація, показник заломлення, головне квантове число
 P – потужність електричного струму, ступінь поляризації світла
 \bar{P}_V – поляризованість
 p – тиск
 \vec{p} – імпульс тіла, дипольний момент диполя
 \vec{p}_m – магнітний момент контуру із струмом
 Q – кількість тепла, тепло, добротність системи
 q – електричний заряд
 R – радіус кола, універсальна газова стала, електричний опір
 R_e – енергетична світність (випромінюваність)
 r – коефіцієнт опору середовища
 $r_{\lambda,T}$ – спектральна густина енергетичної світності (випромінювальна здатність)
 \vec{r} – радіус-вектор
 S – шлях, ентропія, площа
 T – період обертання, період коливань, абсолютна температура
 $T_{1/2}$ – період напіврозпаду
 t – час
 U – внутрішня енергія, електрична напруга
 V – об'єм
 $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість молекул газу
 v_B – найбільш імовірна швидкість молекул газу
 $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ – середня квадратична швидкість молекул газу
 \vec{v} – швидкість
 W – енергія, термодинамічна ймовірність
 W_k – кінетична енергія
 W_n – потенціальна енергія
 w – об'ємна густина енергії
 Z – порядковий номер елемента (зарядове число)
 $\langle z \rangle$ – середнє число зіткнень за одиницю часу

 α – температурний коефіцієнт опору
 $\alpha_{\lambda,T}$ – поглинальна здатність (коефіцієнт монохроматичного поглинання)
 β – коефіцієнт згасання
 γ – показник адіабати
 Δ – різниця ходу
 $\Delta\vec{r}$ – переміщення
 ϵ – відносне подовження, діелектрична проникність середовища, електрорушійна сила
 $\vec{\epsilon}$ – кутове прискорення
 $\langle \epsilon \rangle$ – середня кінетична енергія молекули

- η – коефіцієнт корисної дії, коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічна в'язкість)
- λ – логарифмічний декремент згасання, довжина хвилі, постійна розпаду
- $\langle \lambda \rangle$ – середня довжина вільного пробігу
- μ – коефіцієнт тертя, магнітна проникність середовища
- ν – частота обертання, частота коливань, кількість речовини (число молей)
- ρ – густина речовини, питомий електричний опір матеріалу
- $\rho_{\lambda, T}$ – відбивна здатність
- σ – механічне напруження, поверхнева густина заряду, питома електропровідність, стала Стефана-Больцмана
- τ – лінійна густина заряду, час релаксації
- Φ – потік вектора напруженості електричного поля, магнітний потік, світловий потік
- Φ_e – енергетичний потік
- φ – кут повороту, потенціал електростатичного поля, фаза коливань
- φ_0 – початкова фаза коливань
- Ψ – повний магнітний потік (потокозчеплення),
- ψ – хвильова функція
- Ω – частота сили, що змушує, тілесний кут
- $\vec{\omega}$ – кутова швидкість
- ω – циклічна частота

ВСТУП

Мета навчання – не в тому, щоб довідатися деякий набір фактів і положень, а в тому, щоб навчитися самостійно знаходити підхід до розв’язання фізичних задач.

*Річард Фейнман,
лауреат Нобелівської премії 1965 року.*

У вивченні курсу фізики розв’язання задач має величезне значення. Фізичні задачі розвивають навик використання фізичних законів для вирішення конкретних питань, що мають практичне значення. Уміння розв’язувати задачі – це головний критерій оцінки засвоєння програмного матеріалу.

Навчитися розв’язувати задачі з фізики не просто. Можна дуже добре знати теорію і не вміти розв’язувати найпростіші задачі. Для успішного розв’язання задач знання теорії необхідно, але цього не достатньо. Крім конкретних знань потрібно опанувати ще й узагальненими знаннями, які, як правило, набуваються в процесі розв’язання задач. І ще одне дуже важливе вміння, яке допоможе Вам навчитися розв’язувати задачі, причому, не тільки фізичні, – це вміння аналітично мислити, тобто вміння міркувати.

Основу узагальнених знань складають фундаментальні поняття фізики. До них відносяться такі поняття як фізична система, фізична величина, фізичний закон, стан фізичної системи, взаємодія, фізичне явище, фізична модель, ідеальні об’єкти, ідеальні процеси.

Виходячи із системи фізичних понять, можна дати таке визначення фізичної задачі.

Фізична задача – це словесна модель фізичного явища, в якому невідомі будь-які зв’язки і величини.

Розв’язати фізичну задачу – означає відновити невідомі зв’язки і визначити шукані фізичні величини. З визначення випливає наступне: якщо завдання відображає якесь фізичне явище, то потрібно знати суть цього явища і вміти його аналізувати.

Аналіз явища починають з вибору та аналізу фізичної системи і закінчують складанням системи рівнянь, написаних в результаті застосування фізичних законів. Тому процес розв’язування задачі можна розділити на етапи: **фізичний** (закінчується складанням системи рівнянь), **математичний** (одержання розв’язку в загальному і числовому вигляді), аналіз розв’язку задачі.

Складовою частиною узагальнених знань є знання системи методів розв’язання задач, а також уміння використовувати ці методи. Класифікація задач, етапи розв’язання і загально-частинні методи розв’язання детально розглянуті в першій частині даного посібника.

Розділ 1. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

§1 Механічні коливання

1.1 Основні теоретичні відомості

1. Гармонічні коливання – це коливання, при яких величина, що змінюється, відбувається за законом косинуса або синуса:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) *, \quad (1.1)$$

або

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.2)$$

де $x(t)$ – значення величини, що змінюється в момент часу t ;

$A = |x_{\max}|$ – амплітуда коливань – величина, що дорівнює модулю максимального значення x ;

ω_0 – циклічна частота;

φ_0 – початкова фаза коливань.

2. Механічні гармонічні коливання виникають під дією пружної або квазіпружної сили, яка підкоряється закону:

$$F = -kx, \quad (1.3)$$

де k – коефіцієнт квазіпружної сили, $k = m \omega_0^2$.

3. Циклічна частота ω , частота ν та період коливань T зв'язані співвідношеннями:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (1.4)$$

Період коливань пружинного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (1.5)$$

де m – маса тягаря, k – жорсткість пружини.

Період коливань фізичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad (1.6)$$

де J – момент інерції маятника відносно осі коливань, m – маса маятника, l – відстань від осі коливань до центру мас маятника.

*Якщо в задачах не вказується конкретне рівняння коливань, то передбачається, що коливання відбуваються за законом (1.1).

Період коливань математичного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1.7)$$

де l – довжина маятника; g – прискорення вільного падіння.

4. Швидкість і прискорення матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.8)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.9)$$

5. Кінетична енергія гармонічних коливань:

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.10)$$

Потенціальна енергія гармонічних коливань:

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.11)$$

Повна механічна енергія:

$$W = W_{\text{п}} + W_{\text{к}} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2}. \quad (1.12)$$

При додаванні двох гармонічних коливань одного напрямку й однакової частоти $x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01})$, $x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02})$ виникає гармонічне коливання з тією ж частотою, але з іншою амплітудою і новою початковою фазою:

а) амплітуда результуючого коливання:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}; \quad (1.13)$$

б) початкова фаза результуючого коливання:

$$\text{tg}\varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (1.14)$$

Якщо матеріальна точка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях з однаковими частотами $x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01})$, $y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02})$, то її траєкторія описується рівнянням:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (1.15)$$

6. У реальних фізичних системах, що беруть участь в коливальному русі, завжди присутні сили опору, дія яких зменшує енергію системи. Зменшення енергії призводить до загасання коливань. При малих швидкостях сила опору пропорційна швидкості

$$F_{\text{оп}} = -r v, \quad (1.16)$$

де r – коефіцієнт опору. Знак « $-$ » обумовлений тим, що сила і швидкість мають протилежні напрямки.

Якщо загасання невелике, то рівняння коливань має вигляд:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1.17)$$

де $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда коливань, спадає з часом;

$\beta = r/2m$ – коефіцієнт загасання;

ω – циклічна частота загасаючих коливань, яка розраховується за формулою:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (1.18)$$

ω_0 – власна частота коливань.

Рівняння (1.17) справедливо за умови $\beta < \omega_0$.

Логарифмічний декремент загасання:

$$\lambda = \ln \frac{A_1}{A_2} = \ln \frac{A(t+T)}{A(t)} = \beta T, \quad (1.19)$$

де A_1 і A_2 – дві амплітуди, виміряні через час, що дорівнює періоду.

Добротність коливальної системи Q пов'язана з логарифмічним декрементом загасання:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (1.20)$$

7. Вимушені механічні коливання відбуваються під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється.

Сила, що змушує, (збуджувальна сила) змінюється за законом

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t, \quad (1.21)$$

де Ω – частота сили, що змушує, F_0 – амплітудне значення сили.

У режимі, що встановиться, рівняння коливань має вигляд:

$$x(t) = A \cos(\Omega t - \varphi), \quad (1.22)$$

де A – амплітуда усталених коливань.

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}. \quad (1.23)$$

Значення φ являє собою величину відставання по фазі вимушеного коливання від збуджувальної сили:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \quad (1.24)$$

При циклічній частоті збуджувальної сили

$$\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (1.25)$$

спостерігається явище резонансу, тобто різке збільшення амплітуди вимушених коливань. Резонансна амплітуда:

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (1.26)$$

Статична амплітуда вимушених коливань (при $\Omega = 0$):

$$A_{\text{ст}} = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}. \quad (1.27)$$

1.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

До розв'язання задач, що описують коливальні процеси, застосовні ті ж методи, що і для розв'язання задач з механіки, оскільки коливання – це окремий випадок механічного руху. Нагадаємо, що до них належать такі методи, розглянуті раніше: кінематичний, динамічний і метод законів збереження. Коливання маятників можна вважати гармонічними тільки в тому випадку, якщо амплітуда коливань мала (кут відхилення маятників не перевищує 3–5°; розтяг пружини в межах пропорційності).

Задачі про гармонічний коливальний рух можна умовно розбити на два типи:

- задачі на кінематику коливального руху;
- задачі на динаміку коливального руху.

1.2.1. Задачі першого типу вимагають застосування загальних рівнянь гармонічних коливань. Вони розв'язуються із застосуванням рівнянь (1.1), (1.8), (1.9). Рівняння (1.8), (1.9), що описують закони зміни швидкості і прискорення, знаходять диференціюванням рівняння (1.1) за часом. Початкова фаза φ_0 (якщо не вказана в умові) знаходиться з початкових умов.

Із системи рівнянь (1.1), (1.8), (1.9) випливає, що максимальному зміщенню при гармонічному коливанні відповідає нульова швидкість і максимальне прискорення, спрямоване протилежно зміщенню (убік рівноваги). У положенні рівноваги ($x=0$) швидкість максимальна, а прискорення дорівнює нулю.

Циклічна частота загасаючих коливань завжди менше власної циклічної частоти коливань. Таким чином, наявність сил тертя (опору) призводить до зменшення частоти і збільшення періоду коливань. Якщо опір невеликий ($\beta \ll \omega_0$), то цією зміною можна знехтувати і розраховувати частоту за формулами (1.5), (1.6), (1.7).

Для знаходження амплітуди і початкової фази коливання, отриманого в результаті додавання двох однаково спрямованих гармонічних коливань однакової частоти, використовують формули (1.13) і (1.14). Якщо додається більше, ніж два коливання, то ефективнішим є метод векторних діаграм*.

У задачах на визначення траєкторії точки, що бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, слід виключати час t з рівнянь коливань, що додаються. Для цього можна використовувати тригонометричні співвідношення.

Зверніть увагу! Формулою (1.15) можна користуватися тільки в тому випадку, якщо **коливання, що додаються, мають однакові частоти**.

2. Задачі на динаміку коливального руху.

Якщо на тіло діє декілька сил, і в результаті тіло здійснює гармонічні коливання, то сума сил дорівнює квазіпружній силі, яка змінюється за законом (1.3). Прикладом є коливання маятників, ареометра в рідині, вертикальні коливання колоди у воді і т.п.

Якщо тіло робить коливання під дією квазіпружної сили, то незалежно від природи цієї сили циклічна частота і період коливань визначаються формулами:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

де k – коефіцієнт квазіпружної сили. В окремому випадку, якщо коливання обумовлені силою пружності пружини, то k є коефіцієнтом жорсткості пружини.

При розв'язанні задач про маятники, насамперед треба з'ясувати тип маятника. Періоди коливань маятників знаходять за формулами (1.5), (1.6), (1.7), а також з використанням формули, яка є визначенням періоду коливань: $T = \frac{t}{N}$, де N – число коливань, здійснених за час t .

Слід пам'ятати, що формула (1.5) для розрахунку періоду коливань математичного маятника застосовна тільки в тому випадку, коли точка підвісу знаходиться в рівновазі в полі земного тяжіння.

Зверніть увагу! При розрахунку періоду коливань фізичного маятника **момент інерції розраховується відносно осі коливань**. Для його розрахунку необхідно застосовувати теорему Штейнера:

*См. Волков О.Ф., Лумпієва Т.П. Курс фізики: У 2-х т. Т.2: Навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Донецьк: ДонНТУ, 2009. – 208 с.

$$J = J_0 + ml^2,$$

де J_0 – момент інерції відносно осі, що проходить через центр мас паралельно даній; l – відстань між осями.

1.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 1.3.1. Написати рівняння гармонічного коливального руху пружинного маятника з амплітудою $A=5$ см, якщо за час $t=1$ хв він здійснює 150 коливань і початкова фаза коливань дорівнює $\varphi_0=\pi/3$.

Розв'язання. Гармонічне коливання описується рівнянням:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1)$$

Завдання «написати рівняння» означає, що треба загальне рівняння написати з конкретними числовими параметрами. Знайдемо циклічну частоту коливань:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (2)$$

Період коливань T – час, за який здійснюється одне повне коливання

$$T = \frac{t}{N}. \quad (3)$$

Зробимо заміну в (2), отримаємо:

$$\omega = \frac{2\pi N}{t}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо $\omega = 5\pi$. При підстановці врахували, що 1 хв=60 с.

Замінивши літерні позначення в рівнянні (1) на їх чисельні значення, можна записати рівняння коливань:

$$x(t) = 5 \cos(5\pi t + \pi/3) \text{ (см)}. \quad (5)$$

Зверніть увагу! Оскільки $\cos(5\pi t + \pi/3)$ – величина безрозмірна, то амплітуду A не обов'язково підставляти в метрах; одиниця виміру зміщення x відповідатиме одиниці виміру амплітуди A .

Приклад 1.3.2. Через який час від початку руху точка, яка здійснює гармонічні коливання, зміститься від положення рівноваги на половину амплітуди? Період коливань $T=12$ с.

Розв'язання. Запишемо рівняння гармонічних коливань у вигляді

$$x = A \sin \omega t, \quad (1)$$

оскільки в початковий момент часу точка перебувала в положенні рівноваги. За умовою задачі $x(t) = A/2$. Зробимо заміну в рівнянні (1) і розв'яжемо отримане співвідношення відносно часу t .

$$\begin{aligned}\frac{A}{2} &= A \sin \omega_0 t, \\ \sin \omega_0 t &= \frac{1}{2}, \\ \omega_0 t &= \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}, \\ t &= \frac{\pi}{6\omega_0}.\end{aligned}\quad (2)$$

Циклічна частота коливань $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$. Зробивши заміну в (2), отримаємо:

$$t = \frac{T \cdot \pi}{6 \cdot 2\pi} = \frac{T}{12}.\quad (3)$$

Підставивши чисельне значення періоду T в рівняння (3), отримаємо $t=1$ с.

Приклад 1.3.3. Рівняння руху точки надано у вигляді $x = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)$ (см).

Знайти моменти часу t , в які досягаються максимальна швидкість і максимальне прискорення.

Розв'язання. Спочатку необхідно отримати рівняння, що описують зміну швидкості і прискорення з часом. Швидкість чисельно дорівнює першій похідній координати за часом:

$$v = \frac{dx}{dt} = -2 \cdot \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) = -\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right).\quad (1)$$

Швидкість прийме максимальне значення в ті моменти часу, коли буде виконуватися умова

$$\left| \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) \right| = 1.\quad (2)$$

Вирішимо рівняння (2) відносно часу t :

$$\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) = (2n+1)\frac{\pi}{2},\quad (3)$$

де $n=0,1,2,3\dots$

Скоротивши рівняння (3) на π , отримаємо:

$$\frac{t}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2n+1}{2}.$$

Звідси випливає, що

$$t = 2n + \frac{1}{3}. \quad (4)$$

$$\text{або } t = \frac{1}{3}, 2\frac{1}{3}, 4\frac{1}{3}, \dots \text{ (с).}$$

Прискорення чисельно дорівнює першій похідній швидкості за часом:

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{\pi^2}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right). \quad (5)$$

Прискорення прийме максимальне значення в ті моменти часу, коли буде виконуватися умова:

$$\left| \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) \right| = 1. \quad (6)$$

Розв'яжемо рівняння (6) відносно часу t :

$$\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) = n\pi, \quad (7)$$

де $n=0,1,2,3,\dots$

Скоротивши рівняння (7) на π , отримаємо:

$$\frac{t}{2} + \frac{1}{3} = n.$$

Звідси випливає, що

$$t = 2n - \frac{2}{3}. \quad (8)$$

$$\text{або } t = 1\frac{1}{3}, 3\frac{1}{3}, 5\frac{1}{3}, \dots$$

Зверніть увагу! При $n=0$ час прийме негативне значення, що суперечить його фізичному сенсу. Тому дану відповідь відкидаємо.

Приклад 1.3.4. Знайти амплітуду A і початкову фазу φ_0 гармонічного коливання, отриманого від додавання однаково спрямованих коливань, заданих рівняннями $x_1(t) = 4 \cos \pi t$ (см) и $x_2(t) = 3 \cos(\pi t + \pi/2)$ (см). Написати рівняння результуючого коливання. Побудувати векторну діаграму додавання амплітуд.

Розв'язання. Коливання відбуваються в одному напрямку і мають однакову частоту. У цьому випадку амплітуда результуючого коливання визначається за формулою:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}. \quad (1)$$

Із заданих рівнянь визначаємо значення амплітуд і початкових фаз: $A_1=4$ см, $A_2=3$ см, $\varphi_{01}=0$, $\varphi_{02}=\pi/2$. Частота коливань, що додаються $\omega=\pi$.

Початкову фазу результуючого коливання можна визначити з умови:

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (2)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (1) і (2), отримаємо $A=5$ см, $\operatorname{tg}\varphi_0=0,75$, $\varphi_0 = \operatorname{arctg}0,75 \approx 37^\circ = 0,20\pi$.

Результуюче коливання буде мати ту ж частоту, тобто $\omega=\pi$. Запишемо рівняння результуючого коливання:

$$x(t) = 5 \cos(\pi t + 0,20\pi) \text{ (см)}. \quad (3)$$

Побудуємо векторну діаграму додавання (рис. 1.1). Для цього накреслимо вісь Ox . Перше коливання можна представити у вигляді вектора \vec{A}_1 , довжина якого дорівнює 4 см. Цей вектор повинен відстояти від осі Ox на кут φ_{01} . Оскільки $\varphi_{01}=0$, то напрямок вектора \vec{A}_1 буде збігатися з віссю Ox . Друге коливання можна представити у вигляді вектора \vec{A}_2 , довжина якого дорівнює 3 см. Вектор \vec{A}_2 відстоїть від осі Ox на кут $\varphi_{02}=\pi/2$. На сторонах зазначених векторів добудовується паралелограм.

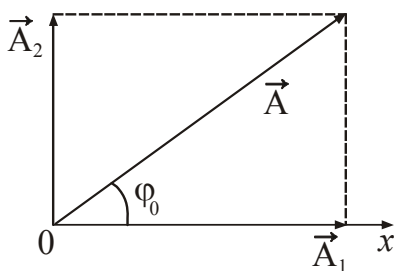


Рисунок 1.1

Результуюче коливання зображується у вигляді вектора \vec{A} , що утворює з віссю Ox кут φ_0 .

Зверніть увагу! Амплітуду і початкову фазу результуючого коливання можна безпосередньо визначити з векторної діаграми. В даному випадку

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}, \quad \operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{A_2}{A_1}.$$

Використання векторної діаграми іноді значно спрощує розв'язання.

Приклад 1.3.5. На рисунку 1.2 наведено графік биттів – майже гармонічних коливань амплітуда яких повільно змінюється, які виникають в результаті додавання двох однаково спрямованих гармонічних коливань з мало відмінними частотами. Визначити частоти і амплітуди цих коливань.

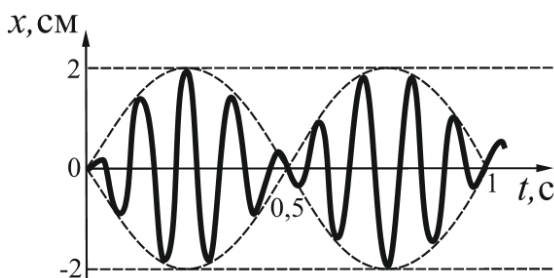


Рисунок 1.2

Розв'язання. Частота результуючого коливання дорівнює напівсумі частот коливань, що додаються:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2}. \quad (1)$$

З графіка визначаємо, що за час $t=1$ с сталося $N=9$ коливань. Значить $v=9$ Гц. Частота, з якою змінюється амплітуда, називається частотою биття.

$$v_B = |v_1 - v_2|. \quad (2)$$

З рисунку випливає, що за одну секунду здійснилося 2 повних циклу зміни амплітуди. Отже, $v_B=2$ Гц.

Підставимо значення $v=9$ Гц і $v_B=2$ Гц в рівняння (1) і (2) і розв'яжемо отриману систему.

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = 9.$$

$$|v_1 - v_2| = 2.$$

Звідси, $v_1=10$ Гц, $v_2=8$ Гц.

Амплітуда биття в будь-який момент часу визначається рівнянням

$$A(t) = 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t.$$

При $\cos \frac{\Delta\omega}{2} t = 1$ амплітуда биття приймає максимальне значення $A(t)=2A$.

З графіка визначаємо, що $2A=2$ см. Звідси $A=1$ см.

Приклад 1.3.6. Матеріальна точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, що виражаються рівняннями:

$x = \cos \pi t$ (см) и $y = 2 \cos \frac{\pi}{2} t$ (см). Знайти рівняння траєкторії точки, визначити її швидкість у момент часу $t=1/3$ с і напрямок руху.

Розв'язання. Для визначення траєкторії точки, що бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, слід виключити час t з рівнянь коливань, що додаються. Для цього використовуємо наступне тригонометричне співвідношення:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}. \quad (1)$$

У нашому випадку $\alpha=\pi t$, тому:

$$y = 2 \cos \frac{\pi}{2} t = 2 \sqrt{\frac{1 + \cos \pi t}{2}}. \quad (2)$$

Оскільки $\cos \pi t = x$, то зробимо заміну:

$$y = 2 \sqrt{\frac{1 + x}{2}}. \quad (3)$$

Рівняння (3) можна привести до виду:

$$x = \frac{y^2}{2} - 1. \quad (4)$$

Це рівняння параболи, вісь якої збігається з віссю Ox . Оскільки $A_1 = 1$, $A_2 = 2$, то $-1 \leq x \leq 1$, $-2 \leq y \leq 2$.

Для побудови траєкторії складемо таблицю:

x , см	-1	-0,75	-0,5	0	+0,5	+1
y , см	0	$\pm 0,707$	± 1	$\pm 1,41$	$\pm 1,73$	± 2

Траєкторія руху представлена на рисунку 1.3.

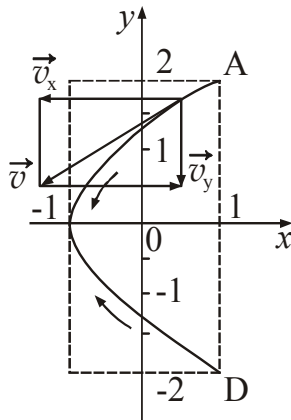


Рисунок 1.3

Швидкість точки в будь-який момент часу направлена по дотичній до траєкторії руху. Знайдемо положення точки в момент часу $t=1/3$ с, підставивши це значення в дані рівняння: $x=0,5$ см, $y=1,73$ см. Зобразимо швидкість на рис. 1.3. Вектор швидкості можна розкласти на складові по осях Ox і Oy :

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y.$$

Модуль швидкості знайдемо за теоремою Піфагора:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (5)$$

Значення складових знайдемо, використовуючи визначення швидкості:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\pi \sin \pi t, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = -2 \cdot \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} t = -\pi \sin \frac{\pi}{2} t.$$

Зробимо підстановку в рівняння (5):

$$v = \pi \sqrt{\sin^2 \pi t + \sin^2 \frac{\pi}{2} t}. \quad (6)$$

Підставивши чисельне значення часу в формулу (6), отримаємо $v = 3,14$ см/с.

Визначимо напрямок руху точки. У початковий момент $t=0$ координати точки рівні $x_0=1$ см, $y_0=2$ см (точка А на рис. 1.3). У наступний момент часу, наприклад при $t_1=1$ с, $x_1=1$ см, $y_1=0$. Знаючи положення точок в початковий і подальший (близький) момент часу, можна вказати напрямок руху точки вздовж траєкторії. На рисунку це напрямок руху вказано стрілкою (від точки А вниз). Після того, як в момент $t_2=2$ с точка досягне точки D, вона буде рухатися в зворотному напрямку.

Приклад 1.3.7. Однорідна кулька підвішена на нитці, довжина якої дорівнює радіусу R кульки. У скільки разів період коливань T_1 цього маятника більше періоду коливань T_2 математичного маятника з такою ж відстанню від центра мас до точки підвісу?

Розв'язання. Кулька, що підвішена на нитці, довжина якої дорівнює радіусу R кульки, являє собою фізичний маятник (рис. 1.4). Період коливань фізичного маятника

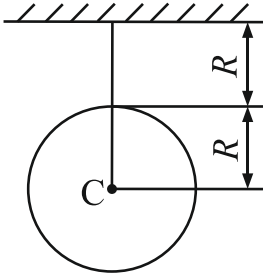


Рисунок 1.4

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad (1)$$

де J – момент інерції маятника відносно осі коливань,
 m – маса маятника,
 l – відстань від осі коливань до центра мас маятника.

За умовою задачі $l = 2R$. Момент інерції маятника відносно осі коливань знайдемо за теоремою Штейнера:

$$J = J_0 + ml^2, \quad (2)$$

де J_0 – момент інерції відносно осі, що проходить через центр мас паралельно даній; l – відстань між осями.

Момент інерції кульки відносно осі, що проходить через центр мас паралельно даній

$$J_0 = \frac{2}{5}mR^2. \quad (3)$$

Тоді:

$$J = \frac{2}{5}mR^2 + m \cdot 4R^2 = 4,4mR^2. \quad (4)$$

Зробимо підстановку в (1), отримаємо:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{4,4mR^2}{mg2R}} = 2\pi \sqrt{\frac{2,2R}{g}}. \quad (5)$$

Період коливань математичного маятника

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}, \quad (6)$$

де l_2 – довжина маятника. За умовою задачі $l_2 = l = 2R$.

Тоді

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}. \quad (7)$$

Знайдемо відношення періодів, розділивши (5) на (7). Зробивши скорочення, отримаємо:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi}{2\pi} \sqrt{\frac{2,2R}{g} \cdot \frac{g}{2R}} = 1,05.$$

Приклад 1.3.8. Тягар масою m , що підвішений до пружини, за 1 хв здійснює 120 коливань. Знайти масу тягара, якщо відомо, що пружина під дією сили $F=9,8$ Н розтягується на $x=1,5$ см.

Розв'язання. Період коливань пружинного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (1)$$

де m – маса тягара, k – коефіцієнт жорсткості пружини.

Виразимо масу:

$$m = k \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2. \quad (2)$$

Коливання відбуваються під дією пружної сили, тому для знаходження k використовуємо закон Гука:

$$F = -kx \quad (3)$$

$$k = \left| -\frac{F}{x} \right|. \quad (4)$$

Період – це час, протягом якого відбувається одне коливання, тому

$$T = \frac{t}{N}. \quad (5)$$

де N – число коливань.

Підставимо (4) і (5) в (2):

$$m = \frac{F}{x} \cdot \left(\frac{t}{2\pi N} \right)^2. \quad (6)$$

Підставивши чисельні значення у формулу (6), отримаємо $m=4,1$ кг.

Приклад 1.3.9. Ареометр масою $m=0,2$ кг плаває в рідині. Якщо занурити його трохи в рідину і відпустити, то він почне здійснювати коливання з періодом $T=3,4$ с. Вважаючи коливання незагасаючими, знайти густину рідини, в якій плаває ареометр. Діаметр вертикального циліндричної трубки ареометра $d=1$ см.

Розв'язання. На ареометр, що знаходиться в рідині, діють сила тяжіння з боку Землі і сила, що виштовхує (сила Архімеда) з боку рідини. Виконаємо схематичний рисунок (рис. 1.5). Розставимо сили. Виберемо позитивний напрямок осі. Якщо ареометр знаходиться в рідині в рівновазі (рис. 1.5 а), то на підставі другого закону Ньютона можна записати

$$mg - F_{A1} = 0 \quad (1)$$

Сила Архімеда

$$F_{A1} = \rho g V, \quad (2)$$

де V – об'єм зануреної частини ареометра, ρ – густина рідини.

Якщо ареометр змістити від положення рівноваги на величину x (рис. 1.5 б), то зміниться величина сили, що виштовхує. Рівнодіюча сил в цьому випадку буде дорівнювати

$$F = mg - F_{A2} = mg - \rho g(V + \Delta V), \quad (3)$$

де $\Delta V = \frac{\pi d^2}{4} x$ – зміна об'єму зануреної частини.

Підставимо цей вираз в (3), розкриємо дужки і з урахуванням (1) отримаємо:

$$F = -\frac{\pi d^2 \rho g}{4} x = -kx, \quad (4)$$

де k – постійна величина.

$$\frac{\pi d^2 \rho g}{4} = k. \quad (5)$$

Таким чином, на ареометр діє сила, яка пропорційна зміщенню, взятому з оберненим знаком, тобто квазіпружна сила. Величина k буде коефіцієнтом квазіпружної сили. Циклічна частота коливань пов'язана з коефіцієнтом квазіпружної сили співвідношенням

$$k = m \omega_0^2, \quad (6)$$

Враховуючи, що $\omega = \frac{2\pi}{T}$, прирівняємо вирази (5) і (6), отримаємо:

$$m \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{\pi d^2 \rho g}{4}. \quad (7)$$

Розв'яжемо отримане рівняння відносно густини ρ :

$$\rho = \frac{16\pi m}{g T^2 d^2}. \quad (8)$$

Підставивши чисельні значення у формулу (8), отримаємо $\rho = 886 \text{ кг/м}^3$.

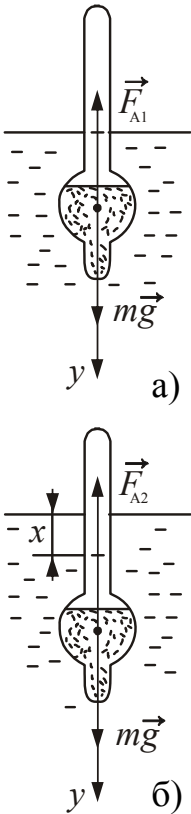


Рисунок 1.5

Приклад 1.3.10. Амплітуда загасаючих коливань математичного маятника за час $t_1=1$ хв зменшується вдвічі. У скільки разів зменшиться амплітуда за час $t_2=3$ хв?

Розв'язання. Амплітуда загасаючих коливань змінюється за законом:

$$A = A_0 e^{-\beta t} \quad (1)$$

де β – коефіцієнт загасання.

Амплітуда коливань в момент часу t_1 :

$$A_1 = A_0 e^{-\beta t_1} \quad (2)$$

З рівняння (2) знайдемо коефіцієнт загасання.

$$\frac{A_0}{A_1} = e^{\beta t_1}$$

Прологарифмуємо обидві частини рівняння, отримаємо:

$$\begin{aligned} \beta t_1 &= \ln \frac{A_0}{A_1}, \\ \beta &= \frac{1}{t_1} \ln \frac{A_0}{A_1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналогічно можна записати рівняння для амплітуди в момент часу t_2 :

$$\begin{aligned} A_2 &= A_0 e^{-\beta t_2} \\ \frac{A_0}{A_2} &= e^{\beta t_2} \end{aligned} \quad (4)$$

Підставимо в (4) вираз (3) для коефіцієнта загасання, отримаємо:

$$\frac{A_0}{A_2} = e^{\frac{t_2}{t_1} \ln \frac{A_0}{A_1}} = e^{\frac{t_2}{t_1} \ln 2}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення у формулу (5), отримаємо $\frac{A_0}{A_2} = 8$.

Приклад 1.3.11. Математичний маятник довжиною $l=24,7$ см здійснює загасаючі коливання. Через який час t енергія коливань маятника зменшиться в 9,4 рази? Логарифмічний декремент загасання $\lambda=0,01$.

Розв'язання. Енергія системи, що коливається, визначається рівнянням:

$$W = \frac{kA^2}{2}. \quad (1)$$

Якщо коливання згасаючі, то амплітуда зменшується за законом:

$$A = A_0 e^{-\beta t}. \quad (2)$$

Підставимо (2) в (1), отримаємо:

$$W = \frac{kA_0^2 e^{-2\beta t}}{2} = W_0 e^{-2\beta t}, \quad (3)$$

де $W_0 = \frac{kA_0^2}{2}$ – значення енергії в початковий момент часу.

Відношення W_0 до W в момент часу t дорівнюватиме

$$\frac{W_0}{W} = \frac{W_0}{W_0 e^{-2\beta t}} = e^{2\beta t}. \quad (4)$$

Коефіцієнт загасання пов'язаний з періодом і логарифмічним декрементом загасання співвідношенням:

$$\beta = \frac{\lambda}{T}. \quad (5)$$

Період коливань математичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (6)$$

Підставимо рівняння (5) і (6) в (4), отримаємо:

$$\frac{W_0}{W} = e^{\frac{2\lambda t}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}}.$$

Прологарифмуємо обидві частини рівняння і знайдемо час.

$$\ln \frac{W_0}{W} = \frac{\lambda t}{\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

$$t = \frac{\pi \ln \frac{W_0}{W}}{\lambda} \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (7)$$

Підставивши чисельні значення у формулу (7), отримаємо $t=112$ с

Приклад 1.3.12. Пружинний маятник здійснює вимушені коливання у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору $r = 2 \cdot 10^{-2}$ кг/с. Жорсткість k пружини дорівнює 10 Н/м, маса m тягаря – 100 г. Визначити коефіцієнт загасання β і резонансну амплітуду A_p , якщо амплітудне значення збуджувальної сили, $F_0 = 10$ мН.

Розв'язання. Коефіцієнт загасання механічних коливань визначається співвідношенням:

$$\beta = \frac{r}{2m}, \quad (1)$$

де r – коефіцієнт опору; m – маса тягаря.

Резонансна амплітуда визначається співвідношенням:

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (2)$$

Власна циклічна частота пружинного маятника:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}. \quad (3)$$

Підставимо (3) в (2), отримаємо:

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\frac{k}{m} - \beta^2}}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення у формули (1) і (4), отримаємо

$$\beta = 0,1 \text{ с}^{-1}, \quad A_p = 5 \text{ см.}$$

Приклад 1.3.13. Вагон масою $m=80$ т має чотири ресори. Жорсткість k пружин кожної ресори дорівнює 500 кН/м. При якій швидкості v вагон почне сильно розгойдуватися внаслідок поштовхів на стиках рейок, якщо довжина l рейки дорівнює $12,8$ м.

Розв'язання. Вагон почне сильно розгойдуватися, якщо виконається умова резонансу, тобто якщо частота власних коливань вагону буде дорівнюватиме частоті збуджувальної сили:

$$\omega_0 = \Omega, \quad (1)$$

де ω_0 – частота власних коливань вагону;

Ω – частота збуджувальної сили.

Частота коливань вагону:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_0}{m}}, \quad (2)$$

де k_0 – загальна жорсткість чотирьох ресор.

Оскільки ресори з'єднані паралельно, то

$$k_0 = 4k. \quad (3)$$

Роль сили, що змушує, виконують поштовхи на стиках рейок. Частота поштовхів:

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \frac{v}{l}, \quad (4)$$

де $T = \frac{l}{v}$ – час між двома послідовними поштовхами.

Співвідношення (2), (3) і (4) підставимо в (1), отримаємо:

$$\sqrt{\frac{4k}{m}} = 2\pi \frac{v}{l}. \quad (5)$$

Знайдемо швидкість руху вагона v :

$$v = \frac{l}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (6)$$

Підставивши чисельні значення у формулу (6), отримаємо $v=10,2$ м/с.

• **Питання для підготовки до практичних занять**

1. Які процеси називаються коливальними? Які коливання називаються вільними?
2. Дайте визначення амплітуди коливань, частоти, циклічної частоти, фази коливань.
3. Які коливання називаються гармонічними? Запишіть рівняння гармонічних коливань.
4. Що таке гармонічний осцилятор? Назвіть фізичні моделі гармонічних осциляторів.
5. Отримайте рівняння, що описують зміну швидкості і прискорення з часом для гармонічних коливань.
6. Запишіть формули для розрахунку періоду коливань пружинного, фізичного та математичного маятників.
7. Як розраховується кінетична, потенціальна і повна енергія гармонічних коливань?
8. Як представити гармонічне коливання у вигляді вектора на площині?
9. Як додають два гармонічних коливання одного напрямку й однакової частоти з використанням методу векторних діаграм?
10. Запишіть формули для розрахунку амплітуди і початкової фази коливання, яке виходить в результаті додавання двох коливань, що відбуваються в одному напрямку з однаковою частотою.
11. У якому випадку при додаванні коливань виникають биття?
12. Що називається фігурою Ліссажу? Від чого залежить форма фігур Ліссажу?
13. Які коливання називаються загасаючими? Назвіть основні характеристики загасаючих коливань.
14. Перелічіть основні характеристики загасаючих коливань. Запишіть співвідношення, що зв'язують їх один з одним.
15. Як частота загасаючих коливань пов'язана з власною частотою?
16. Запишіть закон зміни амплітуди для загасаючих коливань.
17. Запишіть закон зміни енергії загасаючих коливань.
18. Які коливання називаються вимушеними?
19. У чому полягає явище резонансу? Запишіть формули для розрахунку резонансної амплітуди і резонансної частоти.

1.4. Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

1.1. Математичний маятник довжиною 2,5 м здійснює гармонічні коливання з амплітудою 10 см. Написати рівняння коливань, якщо початкова фаза дорівнює $\pi/2$. Прийняти $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.2. Рівняння руху точки дано у вигляді $x = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Знайти період коливань, максимальну швидкість і максимальне прискорення точки.

1.3. На рис. 1.3 зображено графік залежності координати пружинного маятника від часу. Визначте амплітуду, частоту і період коливань. Запишіть рівняння залежності координати від часу з числовими параметрами.

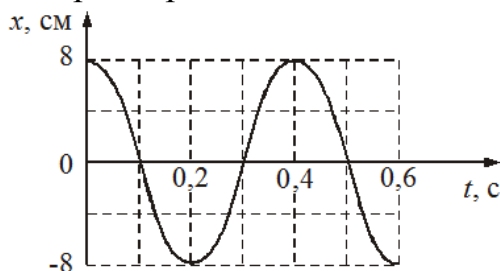


Рисунок 1.3

1.4. Знайти частоту коливань тягара масою 400 г, підвішеного до пружини жорсткістю 160 Н/м.

1.5. Знайти масу тягара, який на пружині жорсткістю 250 Н/м робить 20 коливань за одну хвилину.

1.6. Яке значення отримав студент для прискорення вільного падіння при виконанні лабораторної роботи, якщо маятник довжиною $l=80$ см здійснив за 3 хв 100 коливань?

1.7. Знайти відношення довжин двох математичних маятників, якщо відношення періодів їх коливань дорівнює 1,5.

1.8. Знайти, у скільки разів зміниться частота коливань математичного маятника, якщо його довжина зменшилася в 4 рази.

1.9. Знайти період коливань фізичного маятника, момент інерції якого відносно осі коливань $J=19,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, маса $m=0,5 \text{ кг}$, відстань від осі коливань до центра мас $l=0,5 \text{ м}$.

1.10. Тіло масою $m=40 \text{ кг}$ здійснює гармонічні коливання з періодом $T=3,14 \text{ с}$. Визначити момент інерції тіла відносно осі коливань, якщо відстань від точки підвісу до центра мас дорівнює 1 м.

1.11. До пружини підвішений вантаж масою $m=10 \text{ кг}$. Знаючи, що пружина під дією сили $F=9,8 \text{ Н}$ розтягується на $x=1,5 \text{ см}$, знайти період вертикальних коливань вантажу.

1.12. До пружини підвішений тягар. Максимальна кінетична енергія коливань тягара дорівнює 1,0 Дж. Амплітуда коливань $A=5 \text{ см}$. Знайти жорсткість пружини.

1.13. Знайти амплітуду і початкову фазу результуючого коливання, отриманого від додавання двох коливань однакового напрямку й однакової частоти з амплітудами $A_1 = 2 \text{ см}$, $A_2 = 2 \text{ см}$ і початковими фазами $\varphi_{01}=\pi/2$ і $\varphi_{02}=\pi$.

1.14. Два камертона звучать одночасно. Частоти їх коливань відповідно рівні 440 і 440,5 Гц. Визначити період T биття.

1.15. Період загасаючих коливань дорівнює 4 с, логарифмічний декремент загасання 1,6, початкова фаза дорівнює нулю. Написати рівняння коливань, якщо початкова амплітуда дорівнює 10 см.

1.16. Амплітуда загасаючих коливань маятника за 8 хвилин зменшилася у три рази. Визначити коефіцієнт загасання.

1.17. Маленька кулька підвішена на нитці довжиною 1 м до стелі вагона. При якій швидкості вагона кулька буде особливо сильно коливатися під дією ударів о стики рейок? Довжина рейки 12,5 м.

Середній рівень

1.18. Матеріальна точка здійснює коливання за законом косинуса. Амплітуда коливань $A = 20$ см, найбільша швидкість коливань $v_{\max} = 0,4$ м/с. Написати рівняння коливань. Початкову фазу прийняти рівною нулю.

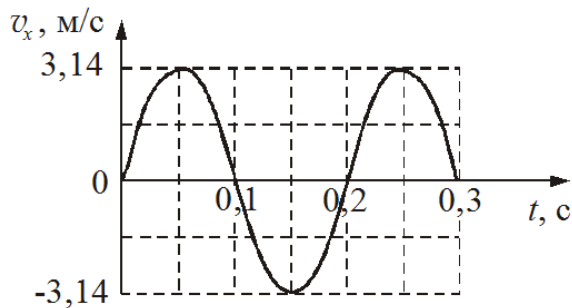


Рисунок 1.19

1.19. Використовуючи графік швидкості, зображений на рис. 1.19, запишіть рівняння залежності координати тіла від часу з числовими параметрами.

1.20. Тягар, підвішений на пружині, викликає її подовження на 6,4 см. Знайти період малих вертикальних коливань цього маятника.

1.21. Найбільше відхилення математичного маятника з довжиною нитки

0,8 м становить 6° . Чому дорівнює максимальна швидкість його руху?

1.22. Два маятника одночасно починають здійснювати коливання. За час перших 15 коливань першого маятника, другий маятник здійснив тільки 10 коливань. Визначити відношення довжин цих маятників.

1.23. Тонкий обруч, повішений на цвях, вбитий горизонтально в стіну, коливається у площині, паралельній стіні. Радіус обруча дорівнює 30 см. Визначити період коливань обруча.

1.24. Диск, радіус якого дорівнює 24 см, коливається відносно горизонтальної осі, що проходить через середину одного з радіусів перпендикулярно площині диска. Визначити частоту коливань диска.

1.25. Частинка здійснюють гармонічне коливання за законом $x(t) = A \sin \omega_0 t$. Через яку долю періоду швидкість частинки буде дорівнювати половині її максимальної швидкості?

1.26. Максимальна швидкість точки, що здійснює гармонічні коливання, дорівнює $v_{\max} = 10$ см/с, максимальне прискорення $a_{\max} = 100$ см/с². Знайти циклічну частоту і амплітуду коливань.

1.27. Визначте енергію, яка запасена у математичному маятнику масою 2 кг, довжиною підвісу 2 м і амплітудою коливань 0,1 м.

1.28. Рівняння коливань матеріальної точки масою 10 г має вигляд $x(t) = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Знайти максимальну силу, що діє на точку, і повну енергію точки, що коливається.

1.29. Тягар масою 400 г робить коливання на пружині жорсткістю 250 Н/м. Амплітуда коливань 15 см. Знайти повну механічну енергію коливань і найбільшу швидкість руху тягара.

1.30. Математичний маятник довжиною 1 м відводять від положення рівноваги і відпускають. Скільки разів за час 6,28 с кінетична енергія маятника досягає максимального значення?

1.31. В результаті додавання двох однаково спрямованих гармонічних коливань з однаковими амплітудами і однаковими періодами виникає результуюче коливання з тим же періодом і тієї ж амплітудою. Знайти різницю фаз коливань.

1.32. Користуючись методом векторних діаграм, знайти амплітуду і початкову фазу результуючого коливання, отриманого при додаванні коливань, що надані рівняннями $x_1(t) = 6 \cos(\pi t + \pi/2)$ (см) і $x_2(t) = 8 \cos \pi t$ (см). Записати рівняння результуючого коливання з числовими коефіцієнтами.

1.33. Два камертона дають 20 биттів за 10 с. Частота коливань одного камертона 256 Гц. Чому дорівнює частота коливань іншого камертона?

1.34. Точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які виражаються рівняннями $x(t) = \sin \pi t$ (см) и $y(t) = 4 \sin(\pi t + \pi)$ (см). Знайти траєкторію результуючого руху точки і накреслити її з нанесенням масштабу.

1.35. Точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які виражаються рівняннями $x(t) = 2 \cos \pi t$ (см) и $y(t) = \sin \pi t$ (см). Знайти траєкторію результуючого руху точки і накреслити її з нанесенням масштабу.

1.36. Чому дорівнює коефіцієнт загасання коливань, якщо диференціальне рівняння цих коливань має вигляд $\frac{d^2x}{dt^2} + 0,32 \frac{dx}{dt} + \frac{\pi^2}{4} x = 0$? Запишіть рішення цього рівняння з числовими коефіцієнтами, якщо початкова амплітуда $A_0 = 5$ см, а початкова фаза коливань $\varphi_0 = \pi$.

1.37. Знайти логарифмічний декремент загасання математичного маятника, якщо за 1 хвилину амплітуда коливань зменшилася в 2 рази. Довжина маятника $l = 1$ м.

1.38. Початкова амплітуда коливань маятника $A_0 = 21$ см, амплітуда після 10 повних коливань дорівнює $A_{10} = 1$ см. Визначити коефіцієнт загасання і логарифмічний декремент загасання, якщо період коливань дорівнює 5 с. Записати рівняння коливань.

Достатній рівень

1.39. На рис. 1.39 зображено графік залежності швидкості тіла від часу. Запишіть рівняння залежності прискорення тіла від часу з числовими коефіцієнтами.

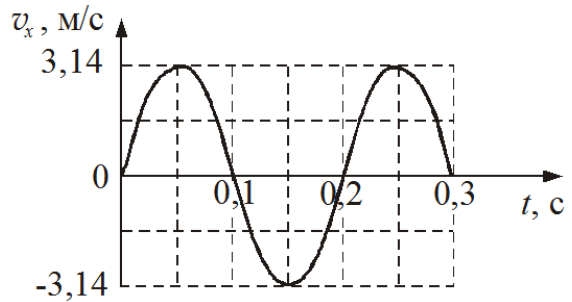


Рисунок 1.39

1.40. Тягар, підвішений на пружині, здійснює вертикальні коливання з періодом 0,6 с. При іншій масі період коливань тягаря став 0,8 с. Яким буде період коливань, якщо маса тягаря буде дорівнювати сумі мас?

1.41. Підставка, прикріплена до пружини, здійснює вертикальні коливання з періодом 0,8 с. Якщо на підставку покласти тягар, то період коливань стане рівним 1 с. На скільки подовжилася пружина після додавання тягаря?

1.42. Мідна кулька, що підвішена до пружини, здійснює вертикальні коливання. Як зміниться період коливань, якщо до пружини підвісити замість мідної кульки алюмінієву такою ж радіусу?

1.43. Диск радіусом 0,4 м коливається у вертикальній площині відносно горизонтальної осі. Вісь перпендикулярна диску і проходить через його край. Як зміниться період коливань диска, якщо вісь перенести до центру паралельно самій собі на відстань, рівну 1/4 радіуса, від колишнього положення.

1.44. Як зміниться амплітуда коливань математичного маятника, якщо нитку вкоротити в $n=4$ рази при незмінній енергії маятника?

1.45. Людина масою 80 кг гойдається на гойдалках. Амплітуда її коливань 1 м. За одну хвилину вона здійснює 15 коливань. Знайти кінетичну і потенціальну енергію через 1/12 періоду. Систему вважати математичним маятником.

1.46. Точка здійснює гармонічні коливання, рівняння яких має вигляд: $x(t) = A \cos \omega t$, де $A=5$ см, $\omega=2$ с⁻¹. У момент, коли на точку діяла сила 5 мН, точка мала потенціальну енергією 0,1 мДж. Знайти момент часу і відповідну йому фазу коливань.

1.47. Набрякла колода, перетин якої постійний по всій довжині, занурилася вертикально в воду так, що над водою знаходиться лише мала (в порівнянні з довжиною) її частини. Період коливань колоди дорівнює 5 с. Знайти довжину колоди.

1.48. Знайти амплітуду A і початкову фазу φ_0 гармонічного коливання, отриманого від додавання однаково спрямованих коливань, що описуються рівняннями $x_1(t) = 4 \sin \pi t$ (см) і $x_2(t) = 3 \cos \pi t$ (см). Написати рівняння результуючого коливання. Дати векторну діаграму складання амплітуд.

1.49. Биття виникають при додаванні двох коливань:

$x(t)_1 = \cos 4999\pi t$ (см) і $x(t)_2 = \cos 5001\pi t$ (см). Знайти період биття і умовний період майже гармонічного коливання.

1.50. Точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, що описуються рівняннями: $x(t) = 2 \sin \pi t$ (см), $y(t) = -\cos \pi t$ (см).

Знайти рівняння траєкторії точки і побудувати її з дотриманням масштабу. Вказати напрямок руху і визначити швидкість і прискорення точки в момент часу $t=0,5$ с.

1.51. Точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, що описуються рівняннями: $x(t) = \sin 0,5\pi t$ (см), $y(t) = \cos \pi t$ (см). Знайти рівняння траєкторії точки і побудувати її з дотриманням масштабу.

1.52. Амплітуда загасаючих коливань математичного маятника за час $t=1$ хв зменшилася вдвічі. У скільки разів зменшиться амплітуда за час $t_1=3$ хв?

1.53. Тіло масою $m=5$ г здійснює загасаючі коливання. Протягом часу $t=50$ с тіло втратило 60% своєї енергії. Визначити коефіцієнт опору r .

1.54. Знайти число N повних коливань системи, протягом яких енергія системи зменшилася в $n=2$ рази. Логарифмічний декремент загасання коливань $\lambda=0,01$.

1.55. Математичний маятник довжиною 0,5 м, виведений з положення рівноваги, відхилився при першому коливанні на 5 см, при другому (в ту ж сторону) – на 4 см. Знайти час релаксації (час, протягом якого амплітуда коливань зменшиться в e раз) . e – основа натуральних логарифмів.

1.56. Тягар масою $m=0,1$ кг підвішений на пружині з коефіцієнтом жорсткості 10 Н/м. На тягар діє збуджувальна сила, яка описується рівнянням $F = 2 \cos 8t$ (Н). Коефіцієнт загасання $\beta=0,5$ с⁻¹. Записати рівняння сталих коливань.

1.57. Період власних коливань пружинного маятника дорівнює $T_1=0,5$ с. У в'язкому середовищі період загасаючих коливань цього ж маятника став рівним $T_2=0,56$ с. Визначити при якій частоті збуджувальної сили, прикладеній до маятника, амплітуда його коливань в цьому середовищі стане максимальною.

1.58. Через струмок перекинута довга вузька дошка. Коли пішохід стоїть на ній нерухомо, вона прогинається на 10 см. Коли ж він іде по ній із швидкістю 3,6 км/год, то дошка починає розгойдуватися так, що він падає у воду. Яка довжина кроку пішохода?

§2 Електромагнітні коливання

2.1 Основні теоретичні відомості

1. Коливальний контур – електричне коло, що містить індуктивність L , ємність C і опір R . У коливальному контурі без активного опору ($R=0$) (рис. 2.1) відбуваються гармонічні коливання з частотою ω_0 , яка називається власною частотою. Власні коливання заряду на обкладинках конденсатора відбуваються за законом:

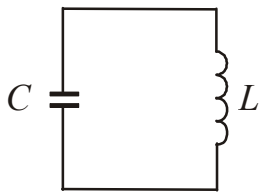


Рисунок 2.1

$$q(t) = q_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.1)$$

де q_{\max} – амплітудне значення заряду на конденсаторі.

2. Власна циклічна частота коливань у коливальному контурі:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2.2)$$

де L – індуктивність котушки;
 C – електроємність конденсатора.

Період коливань в коливальному контурі визначається за формулою Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (2.3)$$

3. Напруга на конденсаторі відрізняється від заряду множником $1/C$:

$$U(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{q_{\max}}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2.4)$$

Диференціюючи функцію $q(t)$ за часом, отримуємо вираз для сили струму:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = i_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}), \quad (2.5)$$

тобто сила струму випереджає по фазі напругу на конденсаторі на $\pi/2$.

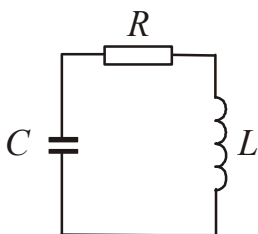


Рисунок 2.2

4. Всякий реальний коливальний контур має активний опір (рис. 2.2), тому коливання в контурі будуть загасати. Швидкість загасання характеризують коефіцієнтом загасання β .

$$\beta = \frac{R}{2L}. \quad (2.6)$$

Якщо виконується умова $\beta < \omega_0$, тобто $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$, то коливання заряду на обкладинках конденсатора відбуваються за законом:

$$q(t) = q_{\max} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (2.7)$$

де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ – циклічна частота загасаючих коливань.

5. Щоб викликати вимушені коливання в коливальному контурі, потрібно послідовно з елементами контуру включити змінну ерс (рис. 2.3):

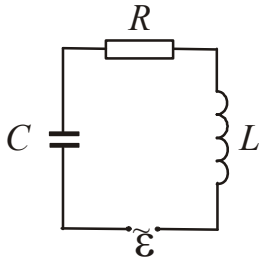


Рисунок 2.3

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \Omega t, \quad (2.8)$$

де ε_0 – амплітудне значення ерс, Ω – частота ерс.

При вимушених усталених коливаннях заряд на обкладинках конденсатора змінюється за гармонічним законом:

$$q(t) = q_{\max} \cos(\Omega t + \varphi). \quad (2.9)$$

Амплітудне значення заряду q_{\max} і зсув фаз φ знаходяться за формулами, аналогічним для механічних коливань:

$$q_{\max} = \frac{\varepsilon_0}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} = \frac{\varepsilon_0}{\Omega\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}, \quad (2.10)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} = \frac{R}{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}. \quad (2.11)$$

6. Сила струму в коливальному контурі при вимушених усталених коливаннях

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_{\max} \Omega \sin(\Omega t + \varphi_0) = i_{\max} \cos(\Omega t + \varphi), \quad (2.12)$$

де $i_{\max} = q_{\max} \Omega$ – амплітуда сили струму, $\varphi = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$ – зсув фаз між струмом і прикладеною ерс.

$$i_{\max} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}. \quad (2.13)$$

Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2} \quad (2.14)$$

називається повним опором кола змінного струму.

$X = \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)$ – реактивний опір, $X_L = \Omega L$ – індуктивний опір, $X_C = \frac{1}{\Omega C}$ – ємнісний опір.

7. Амплітуда сили струму при вимушених коливаннях досягає максимального значення, якщо частота збуджувальної ерс збігається з частотою власних коливань. Резонансна циклічна частота Ω_p , яка відповідає максимуму амплітуди сили струму в контурі, не залежить від активного опору R :

$$\Omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.15)$$

8. Ефективні (діючі) значення сили струму $I_{\text{еф}}$ і напруги $U_{\text{еф}}$ пов'язані з амплітудними значеннями сили струму і напруги наступними співвідношеннями:

$$I_{\text{еф}} = \frac{i_{\text{max}}}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{еф}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}. \quad (2.16)$$

9. Енергія електромагнітних коливань

$$W = \frac{Li_{\text{max}}^2}{2} = \frac{CU_{\text{max}}^2}{2}. \quad (2.17)$$

де L – індуктивність котушки;
 C – електроємність конденсатора.

2.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

Методи розв'язання задач на електромагнітні коливання подібні методам розв'язування задач на механічні коливання. Основою цієї схожості є однакова структура рівнянь, що описують обидва ці види коливань. Рівняння (2.1) аналогічно рівнянню (1.3), (2.7) – рівнянням (1.17), (2.9) – рівнянням (1.23). При цьому заряд q відповідає координаті x , індуктивність L – масі m , електроємність C – величині, зворотній коефіцієнту квазіпружної сили k .

Циклічна частота загасаючих коливань завжди менше власної циклічної частоти коливань. Таким чином, наявність активного опору призводить до зменшення частоти і збільшення періоду коливань. Якщо опір невеликий, то цією зміною можна знехтувати і розраховувати частоту за формулою

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Це можна робити в тому випадку, якщо виконується нерівність $\beta \ll \omega_0$.

2.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 2.3.1. Коливальний контур складається з конденсатора електроємністю $C=25$ нФ і котушки індуктивністю $L=1,015$ Гн. У початковий момент часу заряд конденсатора $q_{\text{max}}=2,5$ мкКл. Написати з числовими коефіцієнтами рівняння залежності напруги на обкладинках конденсатора і сили струму в колі від часу.

Розв'язання. Значення активного опору коливального контуру не вказано, тому припускаємо, що воно дорівнює нулю. Це означає, що напруга на обкладинках конденсатора і струм в колі будуть змінюватися по гармонічному закону. Запишемо рівняння залежності напруги від часу в загальному вигляді:

$$U(t) = U_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1)$$

де U_{\max} – амплітудне значення напруги;

ω_0 – власна циклічна частота коливань.

Частоту коливань знайдемо за формулою:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2)$$

де L – індуктивність котушки;

C – електроємність конденсатора.

За визначенням електроємність конденсатора визначається наступним чином:

$$C = \frac{q}{U}. \quad (3)$$

З (3) виразимо напругу:

$$U = \frac{q}{C}. \quad (4)$$

Проведемо проміжні розрахунки, підставивши чисельні значення величин у формули (2) і (4). Отримаємо: $\omega_0 = 6,3 \cdot 10^3$ рад/с, $U_{\max} = 100$ В.

Запишемо рівняння залежності напруги на обкладинках конденсатора від часу з числовими коефіцієнтами. Початкова фаза φ_0 дорівнює нулю, оскільки при $t = 0$ $q = q_{\max}$, $U = U_{\max}$.

$$U(t) = 100 \cos 6,3 \cdot 10^3 t \text{ (В)}.$$

Сила струму за визначенням дорівнює похідній заряду за часом:

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (5)$$

З формули (3) випливає, що заряд на обкладинках конденсатора визначається виразом

$$q = CU. \quad (6)$$

Тоді заряд конденсатора буде змінюватися за законом:

$$q(t) = q_{\max} \cos \omega_0 t, \quad (7)$$

Отримаємо рівняння залежності струму від часу.

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_{\max} \omega \sin \omega t = -i_{\max} \sin \omega t, \quad (8)$$

де q_{\max} $\omega = i_{\max}$ – амплітудне значення сили струму.

Розрахуємо амплітудне значення сили струму, підставивши чисельні значення величин: $i_{\max} = 15,75 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 15,75 \text{ mA}$.

Запишемо рівняння залежності сили струму від часу з числовими коефіцієнтами:

$$i(t) = -15,75 \sin 6,3 \cdot 10^3 t \text{ (mA)}.$$

Приклад 2.3.2. Рівняння зміни з часом сили струму в коливальному контурі має вигляд $i(t) = -0,02 \sin 400\pi t$ (A). Індуктивність контуру $L=1$ Гн. Знайти період коливань і електроємність контуру. Написати з числовими коефіцієнтами рівняння залежності енергії магнітного й електричного полів від часу.

Розв'язання. Порівняємо рівняння залежності сили струму від часу, записане з числовими коефіцієнтами, з рівнянням, записаним в загальному вигляді (це рівняння отримано в попередній задачі):

$$i(t) = -i_{\max} \sin \omega t. \quad (1)$$

На підставі порівняння визначаємо амплітудне значення сили струму і циклічну частоту коливань:

$$i_{\max} = 0,02 \text{ A}, \quad \omega_0 = 400\pi \text{ рад/с}.$$

Період коливань пов'язаний з циклічною частотою співвідношенням:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (2)$$

Для знаходження електроємності можна використовувати вираз для циклічної частоти коливань:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (3)$$

Знайдемо електроємність:

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L}. \quad (4)$$

Енергія магнітного поля котушки дорівнює

$$W_M = \frac{Li^2}{2}. \quad (5)$$

Підставимо в формулу (5) рівняння (1), що описує закон зміни струму. отримаємо:

$$W_M = \frac{Li_{\max}^2}{2} \sin^2 \omega_0 t, \quad (6)$$

де $\frac{Li_{\max}^2}{2} = W_{\text{м max}}$ – амплітудне значення енергії магнітного поля.

Енергія електричного поля конденсатора дорівнює

$$W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}. \quad (7)$$

За елементарний час dt через перетин провідників контуру пройде заряд dq .

$$dq = idt = -i_{\max} \sin \omega_0 t dt. \quad (8)$$

Проінтегруємо рівняння (8), отримаємо:

$$q = -\int_0^t i_{\max} \sin \omega_0 t dt = \frac{i_{\max}}{\omega_0} \cos \omega_0 t, \quad (9)$$

де $\frac{i_{\max}}{\omega_0} = q_{\max}$ – амплітудне значення заряду.

Підставимо (9) в формулу (7), отримаємо рівняння, що описує зміну енергії електричного поля конденсатора:

$$W_{\text{эл}} = \frac{i_{\max}^2}{2C\omega_0^2} \cos^2 \omega_0 t, \quad (10)$$

де $\frac{i_{\max}^2}{2C\omega_0^2} = W_{\text{эл max}}$ – амплітудне значення енергії електричного поля.

Розрахуємо значення періоду та ємності, підставивши чисельні значення у формули (2) і (4). Отримаємо:

$$T = 0,005 \text{ с} = 5 \text{ мс}, \quad C = 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ Ф} = 0,63 \text{ мкФ}.$$

Розрахуємо амплітудні значення енергій, підставивши чисельні значення у формули (6) і (10). отримаємо:

$$W_{\text{м max}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} = 0,2 \text{ мДж}, \quad W_{\text{эл max}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} = 0,2 \text{ мДж}.$$

Запишемо рівняння зміни енергій, підставивши значення величин у формули (6) і (10):

$$W_{\text{м}}(t) = 0,2 \sin^2 400\pi t \text{ (мДж)}, \quad (11)$$

$$W_{\text{эл}}(t) = 0,2 \cos^2 400\pi t \text{ (мДж)}. \quad (12)$$

Зверніть увагу! Амплітудні значення енергій мають однакові значення. Це означає, що повна енергія контуру зберігається, оскільки активний опір коливального контуру дорівнює нулю.

Приклад 2.3.3. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю $L=1,6$ мГн і конденсатора електроємністю $C=0,04$ мкФ. Максимальна напруга U_{\max} на затискачах конденсатора дорівнює 200 В. Визначити максимальну силу струму I_{\max} в контурі. Опором контуру знехтувати.

Розв'язання. Дану задачу можна розв'язати двома способами. Перший заснований на дослідженні рівняння електромагнітних коливань, другий – на законі збереження енергії.

Спосіб 1. Якщо опір коливального контуру нехтовно малий, то в коливальному контурі виникають гармонічні коливання. При цьому

$$q(t) = q_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1)$$

Сила струму дорівнює похідній заряду за часом. Диференціюючи рівняння (1) за часом, одержимо рівняння для сили струму в контурі:

$$i(t) = -\omega_0 q_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2)$$

Величина $i_{\max} = \omega_0 q_{\max}$ є амплітудою сили струму, тобто максимальним значенням сили струму в контурі. Циклічна частота коливань

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3)$$

Враховуючи, що $q_{\max} = CU_{\max}$, визначимо шукану величину:

$$i_{\max} = CU_{\max} \sqrt{\frac{1}{LC}} = U_{\max} \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (4)$$

Спосіб 2. За законом збереження енергії:

$$W_{\text{м max}} = W_{\text{ел max}}, \quad (1)$$

де $W_{\text{м max}}$ – максимальна енергія магнітного поля,
 $W_{\text{ел max}}$ – максимальна енергія електричного поля.

$$W_{\text{і max}} = \frac{Li_{\max}^2}{2}, \quad (2)$$

$$W_{\text{эл max}} = \frac{CU_{\max}^2}{2}. \quad (3)$$

Прирівняємо (2) і (3), отримаємо:

$$\frac{Li_{\max}^2}{2} = \frac{CU_{\max}^2}{2}.$$

$$i_{\max} = U_{\max} \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (4)$$

Як бачите, результат однаковий. Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо $i_{\max} = 1$ А.

Приклад 2.3.4. Батарея складається з двох однакових конденсаторів, ємністю 8 нФ кожен, з'єднаних паралельно. Її заряджають від джерела постійного струму до напруги 100 В і підключають до котушки індуктивності $L=10$ мкГн. Визначити період коливань, що виникають в контурі і силу струму в момент, коли напруга на батареї конденсаторів $U=60$ В.

Розв'язання. Період коливань коливального контуру визначається за формулою Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (1)$$

При паралельному з'єднанні конденсаторів загальна ємність батареї $C = 2C_0$. Тоді:

$$T = 2\pi\sqrt{2LC_0}. \quad (2)$$

За законом збереження енергії сума енергій електричного і магнітного полів у довільний момент часу дорівнює максимальній енергії електричного поля батареї конденсаторів:

$$\frac{2C_0U^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = \frac{2C_0U_{\max}^2}{2}. \quad (3)$$

Виразимо з (3) миттєве значення сили струму i :

$$i = \sqrt{\frac{2C_0(U_{\max}^2 - U^2)}{L}}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (2) і (4), отримаємо:

$$T=2,5 \text{ мкс}, \quad i=3,2 \text{ А}.$$

Приклад 2.3.5. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю $L=5,07$ мГн і конденсатора електроємністю $C=0,2$ мкФ. При якому логарифмічному декременті загасання напруга на обкладинках конденсатора за 1 мс зменшиться в три рази? Який при цьому опір контуру?

Розв'язання. Коливальний контур має активний опір, тому коливання будуть загасаючими. Амплітуда напруги на обкладинках конденсатора буде змінюватися за законом:

$$U(t) = U_0 e^{-\beta t}, \quad (1)$$

де U_0 – значення напруги в початковий момент часу, β – коефіцієнт загасання.

Коефіцієнт загасання і логарифмічний декремент загасання пов'язані співвідношенням

$$\beta = \frac{\lambda}{T}. \quad (2)$$

Зробимо заміну в рівнянні (1), отримаємо:

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{\lambda t}{T}}. \quad (3)$$

Проведемо перетворення:

$$\frac{U_0}{U} = e^{\frac{\lambda t}{T}}. \quad (4)$$

Прологарифмуємо обидві частини рівняння (4):

$$\ln \frac{U_0}{U} = \frac{\lambda t}{T}. \quad (5)$$

Знайдемо логарифмічний декремент загасання:

$$\lambda = \frac{T}{t} \ln \frac{U_0}{U}. \quad (6)$$

Будемо вважати, що загасання невелике, тобто $\beta \ll \omega_0$. У цьому випадку період коливань можна розрахувати за формулою Томсона.

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (7)$$

Підставимо (7) в (6), отримаємо:

$$\lambda = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{t} \ln \frac{U_0}{U}. \quad (8)$$

Коефіцієнт загасання електромагнітних коливань можна розрахувати за формулою:

$$\beta = \frac{R}{2L}. \quad (9)$$

З (9) знайдемо опір контуру, зробивши заміни за формулами (2) і (7):

$$R = 2L\beta = \frac{2L\lambda}{T} = \frac{2L\lambda}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (10)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (8) і (10), отримаємо:

$$\lambda = 0,22; R = 11,2 \text{ Ом.}$$

Перевіримо правильність зробленого припущення. Розрахуємо β і ω_0 :
 $\beta = 1,02 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$, $\omega_0 = 3,1 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Отримали, що коефіцієнт загасання β менше власної циклічної частоти ω_0 у 3000 разів. Отже, припущення було правильним.

Приклад 2.3.6. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю $L=0,5$ Гн, конденсатора ємністю $C=2$ пФ і активного опору $R=2$ Ом. На скільки відсотків зменшується енергія цього контуру за час одного коливання?

Розв'язання. Дану задачу можна розв'язати двома способами.

Спосіб 1. Відносний спад енергії за час одного коливання

$$k = \frac{\Delta W}{W} \cdot 100\%, \quad (1)$$

де W – енергія контуру в момент часу $t=0$, ΔW – спад енергії за час, що дорівнює періоду T коливань.

Спад енергії за період характеризують величиною, яка називається добротністю. За визначенням добротність коливальної системи у випадку малого загасання дорівнює

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}. \quad (2)$$

З іншого боку

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}, \quad (3)$$

де λ – логарифмічний декремент загасання.

$$\lambda = \beta T = \frac{R}{2L} T, \quad (4)$$

де β – коефіцієнт згасання.

Прирівняємо вирази (2) і (3). З урахуванням (4) отримаємо:

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\lambda = \frac{RT}{L}. \quad (5)$$

$$k = \frac{RT}{L} \cdot 100\%. \quad (6)$$

Спосіб 2. Коливальний контур можна розглянути як коло змінного струму. Коливальний контур втрачає енергію за рахунок нагрівання провідників. Позначимо теплові втрати через ΔW . За законом Джоуля–Ленца

$$\Delta W = I_{\text{д}}^2 R t, \quad (1)$$

де $I_{\text{д}}$ – діюче значення сили струму, яке визначається співвідношенням:

$$I_{\text{д}} = \frac{i_{\text{max}}}{\sqrt{2}}, \quad (2)$$

де i_{max} – максимальне (амплітудне) значення сили струму.

З урахуванням рівняння (2) за час t , що дорівнює періоду коливань T , втрати енергії будуть рівні:

$$\Delta W = I_{\text{д}}^2 RT. \quad (3)$$

Початкова енергія W дорівнює максимальному значенню енергії магнітного поля котушки:

$$W = \frac{Li_{\text{max}}^2}{2} = \frac{L(I_{\text{д}}\sqrt{2})^2}{2} = LI_{\text{д}}^2. \quad (4)$$

Відносний спад енергії за час одного коливання дорівнює

$$k = \frac{\Delta W}{W} \cdot 100\% = \frac{I_{\text{д}}^2 RT}{LI_{\text{д}}^2} \cdot 100\% = \frac{RT}{L} \cdot 100\%. \quad (5)$$

Як бачите, результат вийшов однаковий. Період коливань знаходимо за формулою Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (6)$$

Тоді

$$k = 2\pi R \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot 100\%. \quad (7)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо:

$$k = 0,0025 \text{ \%}.$$

Приклад 2.3.7. У колі, що складається з послідовно з'єднаних резистора опором $R=20$ Ом, котушки індуктивністю $L=1$ мГн і конденсатора ємністю

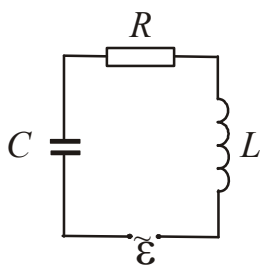


Рисунок 2.4

$C=0,1$ мкФ, діє синусоїдальна ерс ε (рис. 2.4). Визначити частоту ерс, при якій амплітуда сили струму прийме максимальне значення (тобто резонансну частоту). Знайти також діючі значення сили струму $I_{\text{д рез}}$ і напруг U_R , U_C , U_L на всіх елементах кола при резонансі, якщо при цьому діюче значення ерс $\varepsilon_{\text{д}}=30$ В.

Розв'язання. Це коло є коливальним контуром, в якому під дією змінної ерс встановляться вимушені коливання. Амплітудні значення сили струму i_{max} і ерс ε_0 пов'язані співвідношенням:

$$i_{\text{max}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}. \quad (1)$$

де Ω – частота змінної ерс.

З формули (1) випливає, що струм досягне максимального значення, якщо знаменник прийме мінімальне значення. Це відповідає частоті, при якій вираз в дужках перетвориться в нуль. Резонанс настає, якщо частота змінної ерс дорівнює власній частоті коливань коливального контуру:

$$\Omega_{\text{рез}} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2)$$

де L – індуктивність котушки, C – ємність конденсатора.

Діючі значення струму і ерс пов'язані з амплітудними співвідношеннями:

$$I_{\text{д}} = \frac{i_{\text{max}}}{\sqrt{2}}, \quad \varepsilon_{\text{д}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}$$

Видно, що формула (1) буде справедлива і для діючих значень. При резонансі діюче значення сили струму дорівнюватиме

$$I_{\text{дрез}} = \frac{\varepsilon_{\text{д}}}{\sqrt{R^2}} = \frac{\varepsilon_{\text{д}}}{R}. \quad (3)$$

Діючі значення напруги на кожному з елементів контуру знайдемо за законом Ома.

$$U_R = I_{\text{дрез}} R, \quad U_L = I_{\text{дрез}} \omega L, \quad U_C = I_{\text{дрез}} \frac{1}{\omega C}, \quad (4)$$

де ωL – індуктивний опір, $\frac{1}{\omega C}$ – ємнісний опір.

Підставивши чисельні значення величин у формули (3), (4) і (5), отримаємо:

$$I_{\text{дрез}} = 1,5 \text{ А}, \quad \Omega_{\text{рез}} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ рад/с}, \quad U_R = 30 \text{ В}, \quad U_L = 150 \text{ В}, \quad U_C = 150 \text{ В}.$$

Зверніть увагу! Рівність напруг на котушці індуктивності і конденсаторі впливає з рівності індуктивного і ємнісного опорів при резонансі.

• **Питання для підготовки до практичних занять**

1. Нарисуйте схему ідеального коливального контуру. Запишіть закон зміни заряду.
2. За якою формулою розраховується період коливань ідеального коливального контуру?
3. Нарисуйте схему коливального контуру, в якому відбуваються загасаючі коливання. Запишіть закон зміни заряду.
4. За якою формулою розраховується коефіцієнт загасання через параметри контуру?
5. Нарисуйте схему коливального контуру, в якому відбуваються вимушені коливання. Запишіть закон зміни заряду для коливань, що встановилися.
6. Запишіть формули для розрахунку амплітудного значення заряду і зсуву фаз при коливаннях, що встановилися.
7. Запишіть формулу для розрахунку амплітудного значення сили струму.
8. Як розраховується частота збуджувальної ерс, при якій сила струму досягає максимального значення (резонансна частота)?
9. Запишіть закон Ома для кола змінного струму.
10. Запишіть вираз для повного опору кола змінного струму. Який опір називають активним опором? Реактивним?

2.4 Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

2.1. Чому дорівнює період електромагнітних коливань в контурі, що складається з конденсатора електроємністю 400 мкФ і котушки індуктивністю 90 мГн?

2.2. Чому дорівнює частота електромагнітних коливань в контурі, що складається з конденсатора електроємністю 250 пФ і котушки індуктивністю 40 мкГн?

2.3. Яку індуктивність L треба включити в коливальний контур, щоб при електроємності $C=2$ мкФ отримати частоту коливань $\nu=1000$ Гц?

2.4. Сила струму в коливальному контурі змінюється за законом $i(t) = 5 \cos 200\pi t$ (А). Знайти частоту і період коливань, амплітуду коливань сили струму, а також значення сили струму при фазі $\pi/3$ рад.

2.5. За графіком, зображеним на рисунку 2.5, визначте амплітудне значення сили струму, період і частоту коливань. Запишіть з числовими коефіцієнтами рівняння залежності сили струму в колі від часу.

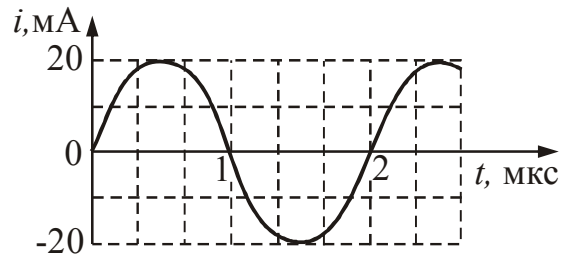


Рисунок 2.5

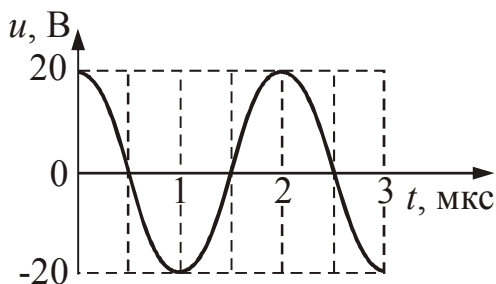


Рисунок 2.6

2.6. Зміна напруги на конденсаторі в коливальному контурі описується графіком, зображеним на рисунку 2.6. Визначте амплітудне значення напруги, період і частоту коливань. Запишіть з числовими коефіцієнтами рівняння залежності напруги на конденсаторі від часу.

2.7. До джерела змінної ерс послідовно підключена котушка індуктивністю 20 мГн і конденсатор електроємністю 8 мкФ. При якій частоті ерс у даному контурі виникне резонанс?

2.8. Амперметр, який включений в коло змінного струму, показує 20 А. Яке максимальне значення сили струму в колі?

2.9. Вольтметр, який включений в коло змінного струму, показує 40 В. Яке максимальне значення напруги в колі?

Середній рівень

2.11. Ємність конденсатора, включеного в коливальний контур, дорівнює 6 мкФ. Рівняння коливань напруги на конденсаторі має вигляд $U(t) = 50 \cos 10^3 t$ (В). Визначити амплітуду коливань сили струму.

2.12. Коливання струму в коливальному контурі описуються рівнянням: $i(t) = 0,8 \sin 12,5\pi t$ (А). Індуктивність котушки дорівнює 0,5 Гн. Визначити амплітуду коливань напруги на котушці.

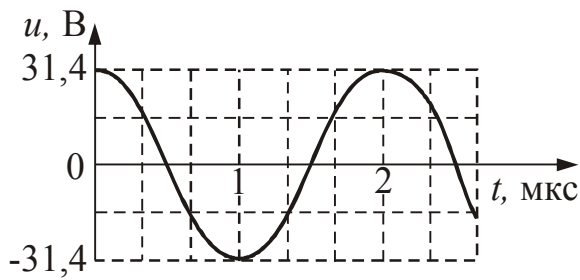


Рисунок 2.10

2.10. Зміна напруги на конденсаторі в коливальному контурі описується графіком, зображеним на рисунку 2.10. Запишіть рівняння з числовими коефіцієнтами залежності заряду конденсатора від часу. Електроємність конденсатора 20 мкФ.

2.13. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю 3 мГн і плоского повітряного конденсатора у вигляді двох дисків радіусом 1,2 см, розташованих на відстані 0,3 мм один від одного. Знайти період коливань контуру.

2.14. Включений в коливальний контур конденсатор заповнили діелектриком з діелектричною проникністю $\epsilon=4$. У скільки разів зміниться власна частота коливань контуру?

2.15. Коливальний контур складається з двох паралельно з'єднаних конденсаторів, електроємності яких $C_1=1$ мкФ і $C_2=2$ мкФ, і котушки індуктивністю $L=4$ мГн. Опір контуру мізерно малий. Знайти частоту коливань ν .

2.16. Коливальний контур складається з двох послідовно з'єднаних конденсаторів електроємних $C_1=1$ мкФ і $C_2=2$ мкФ і котушки індуктивністю $L=4$ мГн. Опір контуру мізерно мало. Знайти частоту коливань ν .

2.17. При незагасаючих коливаннях в коливальному контурі струм змінюється за законом $i(t) = 9 \sin 4,5 \cdot 10^4 t$ (мА). Ємність конденсатора $C=0,50$ мкФ. Знайти індуктивність контуру і напругу на обкладинках конденсатора в момент часу $t=0$.

2.18. Коливальний контур складається з конденсатора електроємністю $C=5$ мкФ і котушки індуктивністю $L=0,2$ Гн. Визначити максимальну силу струму в контурі, якщо максимальна різниця потенціалів на обкладинках конденсатора дорівнює 90 В. Опором контуру знехтувати.

2.19. У колі змінного струму електрорушійна сила ϵ змінюється за законом косинуса. Для фази $\varphi=60^\circ$ її миттєве значення дорівнює 120 В. Знайти амплітудне і діюче значення $\epsilon_{\text{рс}}$.

2.20. Конденсатор електроємністю $C=10$ мкФ зарядили до напруги $U_{\text{max}}=400$ В і підключили до котушки. Після цього в контурі виникли загасаючі коливання. Яка кількість теплоти виділиться в контурі за час, протягом якого амплітуда коливань напруги зменшиться в два рази?

Достатній рівень

2.21. Максимальний заряд конденсатора коливального контура дорівнює 20 нКл, максимальна сила струму в контурі 1 А. Чому дорівнює ємність конденсатора, якщо індуктивність контуру 0,2 мкГн? Чому дорівнює енергія електричного поля конденсатора в момент, коли енергія магнітного поля котушки складає 75% від її максимального значення? Визначити напругу на конденсаторі в цей момент. Активним опором контура знехтувати.

2.22. Заряд на пластинах конденсатора коливального контура змінюється з часом у відповідності з рівнянням $q(t) = 10^{-6} \cos 10^4 \pi t$ (Кл). Записати рівняння $i=i(t)$, що виражає залежність сили струму від часу. Знайти період і частоту коливань у контурі, амплітуду коливань заряду і амплітуду коливань сили струму.

2.23. Коливальний контур складається з конденсатора електроємністю 1 мкФ і котушки індуктивністю 4 Гн. Максимальний заряд конденсатора 100 мкКл. Знайти амплітуди коливань сили струму і напруги. Написати рівняння залежності від часу: заряду конденсатора $q=q(t)$, сили струму в контурі $i=i(t)$, напруги на обкладинках конденсатора $u=u(t)$.

2.24. Напруга на обкладинках конденсатора коливального контура змінюється відповідно до графіка, зображеним на рисунку 2.24. Запишіть з числовими коефіцієнтами рівняння залежності сили струму в контурі від часу. ємність конденсатора 0,1 мкФ.

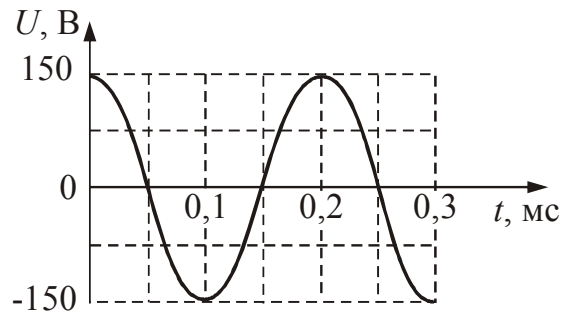


Рисунок 2.24

2.25. Коливальний контур складається з конденсатора електроємністю $C=400$ пФ і котушки індуктивністю $L=10$ мГн. Знайти амплітуду i_{\max} коливань сили струму, якщо амплітуда коливань напруги на конденсаторі $U_{\max}=500$ В.

2.26. Котушка без сердечника довжиною 50 см і площею перетину 3 см², має 1000 витків і з'єднана з конденсатором. Конденсатор складається з двох пластин площею 75 см² кожна. Відстань між пластинами дорівнює 5 мм. Діелектрик – повітря. Визначити період коливань контуру.

2.27. Коли в коливальному контурі був конденсатор електроємністю C_1 то власні коливання відбувалися з частотою $\nu_1=30$ кГц. Коли цей конденсатор замінили на конденсатор електроємністю C_2 , то частота власних коливань стала дорівнювати $\nu_2=40$ кГц. Якою буде частота коливань, якщо підключити два послідовно з'єднаних конденсатора?

2.28. Сила струму в котушці коливального контура змінюється за законом $i(t) = i_{\max} \cos 2\pi \nu t$. Частота коливань коливального контура $\nu=1$ МГц. У якій найближчий момент часу енергія магнітного поля котушки стане рівною енергії електричного поля конденсатора?

2.29. Резонанс в коливальному контурі, що містить конденсатор електроємністю $C_1=1$ мкФ, настає при частоті $\nu_1=400$ Гц. Коли паралельно конденсатору C_1 підключили конденсатор електроємністю C_2 , резонансна частота стала рівною $\nu_2=100$ Гц. Знайти електроємність конденсатора C_2 .

§3 Хвилі

3.1 Основні теоретичні відомості

Пружні хвилі

1. Процес поширення коливань у просторі називається хвилею. Плоска біжуча монохроматична хвиля, яка поширюється вздовж позитивного напрямку осі $0x$, описується рівнянням:

$$\xi(x,t) = A \cos(\omega t - kx) = A \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right), \quad (3.1)$$

де $\xi(x,t)$ – зміщення від положення рівноваги точки середовища з координатою x в момент часу t ;

v – швидкість поширення коливань в середовищі (фазова швидкість);

A – амплітуда хвилі;

ω – циклічна частота коливань;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число, λ – довжина хвилі.

2. Довжина хвилі λ пов'язана з періодом T коливань і фазовою швидкістю v :

$$\lambda = vT. \quad (3.2)$$

Швидкість поперечних хвиль у твердому кристалічному середовищі

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (3.3)$$

де G – модуль зсуву.

ρ – густина середовища.

Швидкість поздовжніх хвиль у твердому кристалічному середовищі

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3.4)$$

де E – модуль пружності;

ρ – густина середовища.

Швидкість поздовжніх хвиль у газах:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (3.5)$$

де γ – показник адіабати газу;

R – молярна газова стала;

T – абсолютна температура;

M – молярна маса газу.

3. Зв'язок різниці фаз $\Delta\varphi$ коливань з відстанню між точками Δx середовища, що відраховані в напрямку поширення коливань:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x, \quad (3.6)$$

де λ – довжина хвилі.

4. Всяка хвиля переносить енергію. Енергію, яку переносить хвиля, характеризують потоком енергії і густиною потоку енергії. Середнє значення густини потоку енергії називається інтенсивністю хвилі. Інтенсивність дорівнює

$$I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v, \quad (3.7)$$

де ρ – густина середовища.

5. Коливальний процес, що виникає в результаті інтерференції двох зустрічних біжучих хвиль з однаковою амплітудою і частотою, називається стоячою хвилею. Точки, в яких амплітуда коливань максимальна, називаються пучностями. Точки, в яких амплітуда коливань дорівнює нулю, називаються вузлами. Якщо хвиля відбивається від менш густішого середовища, то координати пучностей і вузлів визначаються наступними співвідношеннями.

Координати пучностей:

$$x_{\text{пучн}} = n \frac{\lambda}{2}. \quad (3.8)$$

Координати вузлів:

$$x_{\text{вузл}} = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}. \quad (3.9)$$

де $n=0, 1, 2, \dots$

6. Акустичний ефект Доплера.

Якщо джерело і приймач звуку переміщуються відносно середовища, у якому поширюється звук, то частота звукових коливань, що реєструється приймачем звуку, пов'язана з частотою коливань джерела співвідношенням:

$$v = v_0 \frac{v + v_1}{v - v_2}, \quad (3.10)$$

де v_0 – частота коливань джерела;

v – швидкість поширення звукової хвилі відносно середовища;

v_1 і v_2 – швидкості приймача і джерела відносно середовища відповідно.

Електромагнітні хвилі

7. Рівняння плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі мають вигляд:

$$E = E_{\max} \cos(\omega t - kx), \quad (3.11)$$

$$H = H_{\max} \cos(\omega t - kx), \quad (3.12)$$

де E_{\max} і H_{\max} – амплітудні значення напруженості електричного і магнітного полів відповідно.

8. Фазова швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль в середовищі:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (3.13)$$

де $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ – швидкість електромагнітної хвилі у вакуумі, дорівнює швидкості

світла у вакуумі $c = 3 \cdot 10^8$ м/с;

ϵ_0 – електрична стала, μ_0 – магнітна стала, ϵ і μ – відносні діелектрична і магнітна проникності середовища.

9. Миттєві значення напруженості електричного E і магнітного H полів в одній і тій же точці зв'язані співвідношенням:

$$E \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} = H \sqrt{\mu_0 \mu}. \quad (3.14)$$

10. Вектор густини потоку енергії електромагнітної хвилі (вектор Пойнтінга):

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (3.15)$$

Миттєве значення вектора Пойнтінга:

$$S = E \cdot H. \quad (3.16)$$

Середнє значення вектора Пойнтінга визначає інтенсивність електромагнітної хвилі:

$$I = \langle S \rangle = \frac{E_{\max} H_{\max}}{2}. \quad (3.17)$$

3.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

3.2.1. У рівнянні (3.1) плоскої біжучої хвилі амплітуда зміщення всіх частинок середовища постійна при відсутності поглинання хвиль середовищем.

Рівняння біжучої хвилі $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$ розділяйте з рівнянням гармонічного коливального руху $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Рівняння коливального руху описує зміщення від положення рівноваги однієї і тієї ж точки. Рівняння біжучої хвилі описує відхилення від положення рівноваги різних точок у напрямку розповсюдження хвилі в зазначений момент

часу. Рівняння хвилі дає картину, яку в ряді випадків можна спостерігати в природі (наприклад, хвилі в шнурі), а рівняння гармонічного коливання – це тільки математичний вираз залежності зміщення x від часу t .

3.2.2. Чітко розділяйте два поняття: швидкість коливання точок середовища і швидкість поширення хвилі.

Швидкість гармонічного коливання точок середовища – це миттєва швидкість точки, вона змінюється з часом: $v = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -A\omega \sin(\omega t - kx)$

Швидкість поширення пружних хвиль для даного середовища є величиною постійною. Її називають фазовою швидкістю, так як вона характеризує швидкість поширення якої-небудь фази в просторі.

3.3.3. Якщо стояча хвиля утворюється при відбитті хвилі від більш густішого середовища, то відбита хвиля змінює фазу на π . У цьому випадку формула (3.8) дасть координату вузла, а формула (3.9) – координату пучності, тобто вузли та пучності міняються місцями.

3.3.4. Формула (3.10) відноситься до випадку, коли джерело і приймач звукових коливань, рухаються по одній прямій. При розрахунках необхідно враховувати знак швидкостей. Якщо приймач наближається до джерела, то $v_1 > 0$; якщо приймач віддаляється від джерела, то $v_1 < 0$. Відповідно, якщо джерело рухається до приймача, то $v_2 > 0$; якщо джерело віддаляється від приймача, то $v_2 < 0$.

3.3.5. У цьому параграфі з усієї шкали електромагнітних хвиль розглядаються тільки радіохвилі. Інша частина шкали розглядається у відповідних розділах.

Якщо в умові задачі не зазначено середовище, у якому поширюється радіохвиля, то мається на увазі, що поширення хвиль відбувається у вакуумі, а значить швидкість хвилі дорівнює швидкості світла у вакуумі: $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

3.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 3.3.1. Швидкість звуку в чавуні вперше була визначена французьким ученим Ж.Б. Біо таким чином. У одного кінця чавунної труби вдарили у дзвін, у іншого кінця спостерігач чув два звуки: спочатку – один, що прийшов по чавуну, а через деякий час – другий, що прийшов по повітрю. Довжина труби дорівнювала 930 м, проміжок часу між поширенням звуків виявився рівним 2,5 с. Визначити за цими показаннями швидкість звуку в чавуні. Швидкість звуку в повітрі прийняти рівною 340 м/с.

Розв'язання. Будемо вважати, що середовища однорідні. Звук в однорідному середовищі поширюється з постійною швидкістю. Обидві хвилі пройшли однакову відстань, рівну довжині труби. Введемо позначення: S – довжина труби, v_1 – швидкість звуку в чавуні, v_2 – швидкість звуку в повітрі, t – час поширення звуку в чавуні, $(t + \Delta t)$ – час поширення звуку в повітрі.

Тоді можна записати два рівняння:

$$S = v_1 t, \quad (1)$$

$$S = v_2 (t + \Delta t). \quad (2)$$

Виразимо з рівняння (1) час t і підставимо в (2). Отримаємо:

$$S = v_2 \left(\frac{S}{v_1} + \Delta t \right). \quad (3)$$

Виразимо з (3) швидкість звуку в чавуні.

$$v_1 = \frac{S}{\frac{S}{v_2} - \Delta t}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$v_1 = 3952 \text{ м/с.}$$

Зверніть увагу! Швидкість звуку в твердих тілах значно більше, ніж у повітрі.

Приклад 3.3.2. Рівняння коливань джерела хвиль має вигляд $\xi(0, t) = \cos 2\pi t$ (см). Знайти зміщення від положення рівноваги, швидкість і прискорення точки, що знаходиться на відстані $x=20$ м від джерела коливань, для моменту часу $t=1$ с після початку коливань. Швидкість поширення коливань дорівнює $v_\phi=100$ м/с.

Розв'язання. При поширенні незгасаючих коливань уздовж деякого напрямку виникає плоска монохроматична хвиля, яка описується рівнянням

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx), \quad (1)$$

де A – амплітуда хвилі, ω – циклічна частота, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число.

Порівнюючи рівняння (1) з рівнянням коливань джерела хвиль, визначимо амплітуду коливань і їх циклічну частоту:

$$A=1 \text{ см, } \omega=2\pi \text{ рад/с.}$$

Період коливань T і циклічна частота ω зв'язані співвідношенням

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (2)$$

тому довжина хвилі

$$\lambda = v_\phi T = v_\phi \frac{2\pi}{\omega}. \quad (3)$$

Тоді хвильове число можна виразити таким чином:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\omega}{v_{\phi} 2\pi} = \frac{\omega}{v_{\phi}}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), знайдемо хвильове число

$$k=0,02\pi \text{ (1/м)}.$$

Запишемо рівняння хвилі з числовими коефіцієнтами:

$$\xi(x, t) = \cos(2\pi t - 0,02\pi x) \text{ (см)}. \quad (5)$$

Швидкість v точки, що коливається, за визначенням дорівнює похідній зміщення за часом:

$$v = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -2\pi \sin(2\pi t - 0,02\pi x) \text{ (см/с)}. \quad (6)$$

Прискорення a точки, що коливається, за визначенням дорівнює першій похідній швидкості за часом

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} = -4\pi^2 \cos(2\pi t - 0,02\pi x) \text{ (см/с}^2\text{)}. \quad (7)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (5), (6) і (7), знайдемо зміщення $\xi(x, t)$ точки від положення рівноваги, її швидкість v і прискорення a :

$$\xi(x, t) = 0,31 \text{ см}, \quad v = -5,97 \text{ см/с}, \quad a = -12,2 \text{ см/с}^2.$$

Зверніть увагу! З формули (6) випливає, що швидкість точки, що коливається є величиною змінною. Швидкість поширення коливань (фазова швидкість хвилі) – величина постійна.

Приклад 3.3.3. Ледь чутний шепіт при частоті 1000 Гц має силу звуку $I_0=10^{-12}$ Вт/м², а гучна мова дає хвилю з силою звуку $I=10^{-5}$ Вт/м². Визначте для цих випадків максимальну швидкість і амплітуду зміщення частинок в звуковій хвилі, що розповсюджується в повітрі при температурі $t=20^\circ\text{C}$.

Розв'язання. Сила звуку (інтенсивність звукової хвилі) визначається наступним чином:

$$I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v_{\phi}, \quad (1)$$

де ρ – густина середовища, v_{ϕ} – фазова швидкість хвилі.

Максимальна швидкість коливань частинок середовища дорівнює (див. §1 – «Механічні коливання»)

$$v_{\max} = A\omega. \quad (2)$$

Зробимо заміну в рівнянні (1) і знайдемо максимальну швидкість коливань частинок середовища.

$$I = \frac{\rho v_{\max}^2}{2} v_{\phi}. \quad (3)$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2I}{\rho v_{\phi}}}. \quad (4)$$

Знайдемо значення густини повітря і швидкості звуку при $t=20^{\circ}\text{C}$ за довідковими матеріалами («Таблиці фізичних величин», п. 3.5, 3.6): $\rho=1,293 \text{ кг/м}^3$, $v_{\phi}=334 \text{ м/с}$.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), розрахуємо максимальну швидкість коливань частинок середовища для двох випадків:

$$v_{1 \max}=6,8 \cdot 10^{-8} \text{ м/с}, \quad v_{2 \max}=2,15 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

З формули (2) знайдемо амплітуду коливань частинок середовища:

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{v_{\max}}{2\pi\nu}, \quad (5)$$

де $\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота коливань.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), розрахуємо амплітуду коливань частинок середовища для двох випадків:

$$A_1=1,1 \cdot 10^{-11} \text{ м}=11 \text{ пм}, \quad A_2=3,42 \cdot 10^{-8} \text{ м}=34,2 \text{ нм}.$$

Зверніть увагу! Частинки повітря при звукових коливаннях зміщуються на незначні відстані, порівнянні з розмірами атомів. Максимальна швидкість коливального руху частинок середовища може бути в тисячі і навіть мільйони разів менше швидкості звукової хвилі.

Приклад 3.3.4. Пульсуюча сфера радіусом R створює сферичні хвилі частотою ω і амплітудою A_0 . Яка інтенсивність I і амплітуда хвилі A на відстані r від центра сфери? Швидкість поширення хвилі v .

Розв'язання. Інтенсивність хвилі біля поверхні сфери

$$I_0 = \frac{\rho \omega^2 A_0^2}{2} v, \quad (1)$$

де A_0 – амплітуда коливань частинок середовища у поверхні сфери,
 ρ – густина середовища.

Потік енергії, що проходить через сферу радіусом R , дорівнюватиме

$$\Phi = I_0 S_0, \quad (2)$$

де площа поверхні пульсуючою сфери $S_0 = 4\pi R^2$.

Будемо вважати, що втрати енергії в середовищі відсутні і середовище однорідне. У цьому випадку цей же потік енергії переноситься і через сферичну поверхню іншого, більшого, радіуса r . Тоді можна записати наступне рівняння

$$\Phi = IS, \quad (3)$$

де I – інтенсивність хвилі на відстані r . Площа поверхні $S = 4\pi r^2$.

Прирівняємо (2) і (3), підставивши інтенсивність хвилі I_0 за формулою (1) і площі. Отримаємо:

$$\frac{\rho\omega^2 A_0^2}{2} v 4\pi R^2 = 4\pi r^2 I. \quad (4)$$

Проведемо скорочення і знайдемо інтенсивність хвилі на відстані r від центра сфери

$$I = \frac{\rho\omega^2}{2} \cdot \frac{A_0^2 R^2}{r^2} v. \quad (5)$$

Порівняємо рівняння (1) і (5). На підставі порівняння можна зробити висновок про те, що квадрат амплітуди A^2 на відстані r від центра сфери визначатиметься наступним виразом:

$$A^2 = A_0^2 \frac{R^2}{r^2},$$

або

$$A = A_0 \frac{R}{r}. \quad (6)$$

Зверніть увагу! З формул (5) і (6) випливає, що інтенсивність сферичної хвилі обернено пропорційна квадрату відстані від центра сфери, а амплітуда коливань частинок середовища – обернено пропорційна відстані.

Приклад 3.3.5. Плоска звукова хвиля частотою 100 Гц падає нормально на гладку рівну стіну. На якій відстані від стіни частинки повітря матимуть: а) максимальну; б) мінімальну амплітуду? Швидкість звуку в повітрі прийняти рівною 340 м/с. Записати рівняння стоячої хвилі, якщо амплітуда біжучої хвилі дорівнює 0,01 м.

Розв'язання. Падаюча хвиля відбивається від стіни. У результаті інтерференції падаючої і відбитої хвиль між джерелом і стіною виникає стояча хвиля. Положення точок з максимальною амплітудою відповідає координатам пучностей, положення точок з мінімальною амплітудою – координатам вузлів. Відбиття відбувається від більш густішого середовища, тому відбита хвиля змінює фазу на π . У цьому випадку в точці відображення утворюється вузол, а координати наступних вузлів визначатися співвідношенням:

$$x_{\text{вузл}} = n \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

де λ – довжина хвилі, $n=0, 1, 2, \dots$

Пучності знаходяться між вузлами. Їх координати визначаються співвідношенням:

$$x_{\text{пучн}} = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}. \quad (2)$$

Довжина хвилі пов'язана з частотою і швидкістю поширення хвилі наступним чином:

$$\lambda = \frac{v}{\nu}. \quad (3)$$

Зробивши заміну в (2) і (3), отримаємо:

$$x_{\text{вузл}} = n \frac{v}{2\nu}, \quad x_{\text{пучн}} = (2n + 1) \frac{v}{4\nu}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (4), отримаємо

$$x_{\text{вузл}} = 0; 1,7; 3,4; 5,1 \dots \text{ (м)}; \quad x_{\text{пучн}} = 0,85; 2,55; 4,25 \dots \text{ (м)}.$$

Стояча хвиля описується рівнянням:

$$\xi(x, t) = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t.$$

Хвильове число:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{v}.$$

Циклічна частота

$$\omega = 2\pi\nu$$

Розрахуємо значення хвильового числа і циклічної частоти: $k=0,59\pi \text{ м}^{-1}$, $\omega=200\pi \text{ рад/с}$. Запишемо рівняння стоячої хвилі з числовими коефіцієнтами:

$$\xi(x, t) = 0,02 \cos 0,59\pi x \cdot \cos 200\pi t \text{ (м)}.$$

Приклад 3.3.6. Поїзд проходить повз станцію зі швидкістю 40 м/с. Частота тону гудка електровоза дорівнює 300 Гц. Визначити уявну частоту тону для людини, що стоїть на платформі, у двох випадках: 1) потяг віддаляється; 2) поїзд наближається.

Розв'язання. Якщо джерело і приймач звуку переміщуються відносно середовища, у якому поширюється звук, то частота звукових коливань, що реєструється приймачем звуку, пов'язана з частотою коливань джерела співвідношенням:

$$\nu = \nu_0 \cdot \frac{v + v_1}{v - v_2}, \quad (1)$$

де ν_0 – частота коливань джерела;

v – швидкість поширення звукової хвилі відносно середовища;

v_1 і v_2 – швидкості приймача і джерела відносно повітря відповідно.

Людина, що стоїть на платформі, є приймачем звукової хвилі. В даному випадку, він нерухомий відносно повітря, тому $v_1=0$.

1) Якщо поїзд (джерело звукової хвилі) віддаляється, то швидкість v_2 буде мати знак «мінус». У цьому випадку формула (1) прийме наступний вигляд:

$$v = v_0 \cdot \frac{v}{v + v_2}. \quad (2)$$

2) Якщо поїзд (джерело звукової хвилі) наближається, то швидкість v_2 буде мати знак «плюс». У цьому випадку формула (1) прийме наступний вигляд:

$$v = v_0 \cdot \frac{v}{v - v_2}. \quad (3)$$

Швидкість звуку в повітрі визначаємо за довідковими матеріалами («Таблиці фізичних величин», п. 3.6): $v=334$ м/с.

Підставивши чисельні значення величин у формули (1) і (2), отримаємо

$$v_1 = 268 \text{ Гц}; \quad v_2 = 341 \text{ Гц}.$$

Зверніть увагу! Якщо відстань між джерелом і приймачем збільшується, то частота, що сприймається, буде менше частоти джерела. Якщо відстань між приймачем і джерелом зменшується, то частота, що сприймається приймачем, виявляється більше частоти джерела.

Приклад 3.3.7. Котушка індуктивністю $L=30$ мкГн приєднана до плоского конденсатора з площею пластин $S=0,01$ м² і відстанню між ними $d=0,1$ мм. Знайти діелектричну проникність ϵ середовища, що заповнює простір між пластинами, якщо контур налаштований на довжину хвилі $\lambda=750$ м.

Розв'язання. Довжина хвилі, на яку налаштований коливальний контур

$$\lambda = vT. \quad (1)$$

Колівальний контур випромінює електромагнітні хвилі (радіохвилі). Припускаємо, що вони поширюються у вакуумі, отже, швидкість поширення хвиль дорівнює швидкості світла.

Період коливань коливального контуру знайдемо за формулою Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (2)$$

де L – індуктивність котушки,

C – електроємність конденсатора.

Електроємність плоского конденсатора знаходиться за формулою:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \quad (3)$$

де ε_0 – електрична стала; ε – діелектрична проникність середовища, що заповнює простір між пластинами; S – площа пластин; d – відстань між пластинами.

Зробимо підстановку в (1), отримаємо:

$$\lambda = 2\pi v \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0 S L}{d}}. \quad (4)$$

Зробимо підстановку в (1), отримаємо:

$$\varepsilon = \left(\frac{\lambda}{2\pi v} \right)^2 \cdot \frac{d}{\varepsilon_0 S L}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$\varepsilon = 6.$$

Зверніть увагу! У задачах даного типу розрізняйте середовище, у якому поширюється хвиля, і середовище, що заповнює простір між обкладинками конденсатора.

Приклад 3.3.8. Визначити енергію, яку переносить за 1 хв синусоїдальна електромагнітна хвиля, що поширюється у вакуумі, через площадку $s_{\perp} = 10 \text{ см}^2$, що розташована перпендикулярно напрямку поширення хвилі. Амплітуда напруженості електричного поля $E_{\max} = 1 \text{ мВ/м}$.

Розв'язання. Енергія, що переноситься електромагнітною хвилею за одиницю часу через одиничну поверхню, розташовану перпендикулярно напрямку поширення хвилі, дорівнює модулю вектора Пойнтінга. Середнє значення вектора Пойнтінга визначається наступним чином:

$$\langle S \rangle = \frac{E_{\max} H_{\max}}{2}. \quad (1)$$

де E_{\max} і H_{\max} – амплітудні значення напруженості електричного і магнітного полів відповідно.

Енергія, що переноситься за час t через площадку s_{\perp} , дорівнює

$$W = \langle S \rangle t s_{\perp}. \quad (2)$$

Миттєві значення напруженості електричного E і магнітного H полів в одній і тій же точці зв'язані співвідношенням:

$$E \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} = H \sqrt{\mu_0 \mu}, \quad (3)$$

де ε і μ – відносні діелектрична і магнітна проникності середовища, ε_0 – електрична стала, μ_0 – магнітна стала.

Це співвідношення справедливо і для амплітудних значень, тому, використовуючи рівняння (3), можна виразити амплітудне значення напруженості магнітного поля через амплітудне значення напруженості електричного поля:

$$H_{\max} = E_{\max} \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}}, \quad (4)$$

Зробимо заміну в рівнянні (2), отримаємо:

$$W = \frac{E_{\max} H_{\max}}{2} t s_{\perp} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E_{\max}^2 t s_{\perp}. \quad (5)$$

Хвиля поширюється у вакуумі, тому $\epsilon=1$, $\mu=1$.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$W=8 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}=80 \text{ пДж.}$$

• Питання для підготовки до практичних занять

1. Який процес називається хвилею?
2. Чим повздовжня хвиля відрізняється від поперечної?
3. Дайте визначення довжини хвилі. Запишіть формулу, що зв'язує довжину хвилі з періодом коливань і швидкістю розповсюдження хвилі.
4. Яка хвиля називається монохроматичною? Яка хвиля називається плоскою? Запишіть рівняння плоскої монохроматичної хвилі.
5. Запишіть формулу для розрахунку хвильового числа. Поясніть його фізичний сенс.
6. Яка швидкість називається фазовою? Запишіть формули для розрахунку швидкості звукових хвиль у твердому, рідкому і газоподібному середовищі.
7. Що називається об'ємною густиною енергії? Запишіть формулу для розрахунку середнього значення об'ємної густини енергії.
8. Що називається густиною потоку енергії (вектором Умова)? Як густина потоку енергії пов'язана з об'ємною густиною енергії?
9. Які хвилі називаються стоячими? У чому відмінність стоячої хвилі від біжучої?
10. У чому полягає ефект Доплера? Як змінюються частоти, що сприймаються, при рухах джерела і приймача?
11. З яких теоретичних передумов випливає існування електромагнітних хвиль? Запишіть рівняння плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі.
12. Перелічіть основні властивості електромагнітних хвиль.
13. Запишіть формулу для розрахунку швидкості поширення електромагнітних хвиль в однорідному ізотропному середовищі.
14. Що називається вектором Пойнтінга? Запишіть формули для розрахунку миттєвого і середнього значення вектора Пойнтінга.

3.4. Задачі для самостійного розв'язування

Базовий рівень

3.1. Плоска гармонічна хвиля з періодом $T=0,25$ с і амплітудою $A=3$ см поширюється зі швидкістю 240 м/с. Чому дорівнює зміщення $\xi(x,t)$ точки, яка знаходиться на відстані $x=60$ м від джерела, у момент часу $t=1,5$ с після початку коливань?

3.2. Визначити максимальне і мінімальне значення довжин хвиль, що сприймаються людським вухом, які відповідають граничним частотам $\nu_1=20$ Гц і $\nu_2=20$ кГц. Швидкість звуку прийняти рівною 340 м/с.

3.3. Визначити швидкість звуку в повітрі при температурі 300 К.

3.4. Визначити швидкість поширення поздовжніх пружних коливань в сталі.

3.5. Під час грози людина почула грім через 15 с після спалаху блискавки. Як далеко від неї стався розряд?

3.6. Для демонстрації дослідів Герца з заломленням електромагнітних хвиль іноді беруть велику призму, виготовлену з парафіну. Визначити показник заломлення парафіну, якщо його діелектрична проникність $\epsilon=2$ і магнітна проникність $\mu=1$.

3.7. Електромагнітна хвиля збуджується джерелом, період коливань якого $4,89 \cdot 10^{-11}$ с. Визначити довжину цієї хвилі в алмазі, якщо його показник заломлення дорівнює 2,42.

3.8. Джерело з частотою коливань $2,5 \cdot 10^{12}$ Гц збуджує в деякому середовищі електромагнітні хвилі довжиною 60 мкм. Визначити абсолютний показник заломлення цього середовища.

3.9. Який діапазон частот радіохвиль міліметрового діапазону, якщо діапазон довжин хвиль $1 \div 10$ мм?

3.10. Діапазон частот радіо FM (64÷108) МГц. Якому діапазону довжин хвиль це відповідає?

3.11. За міжнародною угодою довжина радіохвилі, на якій кораблі передають сигнал лиха SOS, дорівнює 600 м. На якій частоті передаються такі сигнали?

3.12. На яку довжину хвилі λ розрахований коливальний контур, якщо ємність конденсатора $C=1$ мкФ, індуктивність котушки $L=1$ мкГн?

Середній рівень

3.13. Рівняння плоскої звукової хвилі має вигляд:

$\xi(x,t) = 6 \cdot 10^{-6} \cos(1900t - 5,72x)$ (м). Знайти амплітуду, частоту коливань, довжину хвилі і швидкість її поширення.

3.14. Хвиля поширюється в пружному середовищі зі швидкістю 100 м/с. Найменша відстань між точками середовища, фази коливань яких протилежні, дорівнює 1 м. Визначити частоту коливань.

3.15. Дві точки знаходяться на відстані 50 см одна від одної на промені, уздовж якого поширюється хвиля зі швидкістю $v=50$ м/с. Період коливань $T=0,05$ с. Знайти різницю фаз коливань цих точок.

3.16. Знайти різницю фаз коливань двох точок звукової хвилі, віддалених одна від одної на відстані 25 см, якщо частота коливань $\nu=680$ Гц. Швидкість звуку 340 м/с.

3.17. Порівняти (знайти відношення) енергії хвиль звукової та ультразвукової частоти, якщо амплітуди коливань однакові, а частоти відповідно рівні 5 кГц і 1 МГц.

3.18. Відстань між вузлами стоячої хвилі, створюваної камертоном в повітрі, дорівнює 40 см. Визначити частоту коливань камертона. Швидкість звуку 340 м/с.

3.19. Звукові коливання, що мають частоту $\nu=500$ Гц і амплітуду $A=0,25$ мм, поширюються в пружному середовищі. Довжина хвилі $\lambda=70$ см. Знайти: 1) швидкість поширення хвиль; 2) максимальну швидкість частинок середовища.

3.20. Довжина звукової хвилі в повітрі для найнижчого чоловічого голосу сягає $\lambda_1=4,3$ м, а для самого високого жіночого голосу $\lambda_2=25$ см. Знайти частоти цих коливань.

3.21. Звукова хвиля частотою $\nu=2000$ Гц поширюється в повітрі зі швидкістю $v_1=340$ м/с. Яка довжина хвилі в повітрі? Якою стане довжина хвилі при переході звуку з повітря у воду? Швидкість звуку у воді $v_2=1480$ м/с.

3.22. Від двох когерентних джерел, що коливаються в однакових фазах з частотою $\nu=20$ Гц, поширюються зі швидкістю $v=2$ м/с хвилі з рівними амплітудами. Який результат інтерференції у точці, віддаленій від одного джерела на 15 см далі, ніж від іншого?

3.23. Два когерентних джерела звуку коливаються в однакових фазах. У точці, віддаленій від першого джерела на 2 м, а від другого на 2,5 м, звук не чутий. Визначити частоту коливань джерел.

3.24. Повз нерухомий електровоз, гудок якого дає сигнал частотою $\nu_0=300$ Гц, проїжджає поїзд зі швидкістю 40 м/с. Чому дорівнює частота тону ν , яка здається пасажирові, коли 1) поїзд наближається до електровозу; 2) поїзд віддаляється від електровоза?

3.25. Контур приймача з конденсатором ємністю $C=20$ пФ налаштований на хвилю $\lambda=5$ м. Визначити індуктивність котушки L контура і частоту коливань ν .

3.26. Яку довжину хвилі λ електромагнітних коливань буде приймати радіоприймач, коливальний контур якого має конденсатор ємністю $C=750$ пФ і котушку індуктивністю $L=1,34$ мГн? Знайти частоту ν коливань контура радіоприймача.

3.27. На яку довжину хвилі настроєний коливальний контур, що складається з котушки індуктивністю $L=2$ мГн і плоского конденсатора? Простір між пластинами конденсатора заповнений речовиною з діелектричної проникністю $\epsilon=11$. Площа пластин конденсатора $S=800$ см², а відстань між ними $d=1$ см.

3.28. На рисунку 3.28 показаний графік коливань сили струму в коливальному контурі з антеною. Визначити довжину електромагнітної хвилі, випромінюваної антеною.

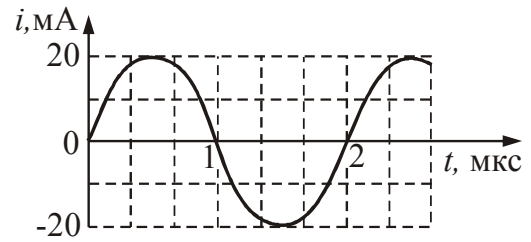


Рисунок 3.28

3.29. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю $L=1,2$ мГн і конденсатора змінної електроємності від $C_1=12$ пФ до $C_2=80$ пФ. Визначити діапазон довжин електромагнітних хвиль, які можуть викликати резонанс в цьому контурі. Активний опір контуру прийняти рівним нулю.

3.30. Знайти відстань між пластинами конденсатора, якщо коливальний контур, що складається з повітряного конденсатора площею пластин $S=50$ см² і котушки індуктивністю $L=10^{-6}$ Гн, резонує на хвилю довжиною $\lambda=10$ м.

3.31. Електромагнітні хвилі поширюються в деякому однорідному середовищі зі швидкістю $v_{\text{емх}}=2 \cdot 10^8$ м/с. Яку довжину хвилі мають електромагнітні коливання в цьому середовищі, якщо їх частота у вакуумі $\nu=1$ МГц?

Достатній рівень

3.32. У шахту впав камінь. Людина почула звук його падіння через 6,0 с після початку падіння. Знайти глибину шахти. Температуру повітря прийняти рівною 0°C.

3.33. Теплохід, що наближається, дав гудок, звук якого почули на мосту через 3 с. Через 3 хв теплохід пройшов під мостом. Температура повітря 17°C. Знайти швидкість руху теплохода.

3.34. При зміні струму в котушці індуктивності на величину $\Delta I=1$ А за час $\Delta t=0,6$ с в ній виникає ерс, що дорівнює 0,2 мВ. Яку довжину матиме радіохвиля, яку випромінює генератор, контур якого складається з цієї котушки і конденсатора ємністю $C=14,1$ нФ.

3.35. При вільних коливаннях в коливальному контурі в деякий момент часу тече струм $I_1=0,8$ мА, а заряд на обкладинках конденсатора $q_1=0,1$ нКл. В інший момент часу струм дорівнює $I_2=0,2$ мА, а заряд $q_2=0,4$ нКл. На яку довжину хвилі буде налаштований радіоприймач, якщо контур використовувати в якості приймача?

3.36. Скільки коливань відбувається в електромагнітній хвилі з довжиною хвилі 30 м протягом одного періоду звукових коливань з частотою 200 Гц?

3.37. Радіостанція передає звуковий сигнал, частота якого 440 Гц. Визначити число коливань високої частоти, що переносять одне коливання звукової частоти, якщо передавач працює на хвилі довжиною 50,0 м.

3.38. Коливальний контур складається з конденсатора, замкнутого на котушку індуктивності. Через 0,1 мкс після початку коливань енергія магнітного поля в котушці індуктивності стала рівною енергії електричного поля конденсатора. На яку довжину хвилі резонує контур?

3.39. Коливальний контур з конденсатором ємністю 1 мкФ налаштований на деяку довжину хвилі. Коли паралельно першому конденсатору підключили другий конденсатор, резонансна довжина хвилі збільшилася в 4 рази. Яка ємність другого конденсатора?

3.40. Коливальний контур складається з котушки зі змінною індуктивністю від 0,1 до 10 мкГн і конденсатора змінної ємності від 10 до 100 пФ. Який діапазон частот і довжин хвиль можна охопити налаштуванням цього контуру?

3.41. Електромагнітна хвиля, частота якої 3 МГц, переходить з вакууму в немагнітне середовище з діелектричною проникністю 4. Визначити зміну довжини хвилі.

3.42. Сила струму у відкритому коливальному контурі змінюється залежно від часу за законом $i(t) = 0,1 \cos(6 \cdot 10^5 \pi t)$ (А). Знайти довжину випромінюваної хвилі.

3.43. Плоска монохроматична електромагнітна хвиля поширюється вздовж осі Ox в немагнітному середовищі з діелектричною проникністю $\epsilon=6$. Амплітуда напруженості електричного поля дорівнює 30 В/м. Визначити інтенсивність хвилі.

3.44. Плоска монохроматична електромагнітна хвиля описується рівняннями:

$$E(x, t) = 45 \cos(2513t - 18,84x) \text{ (В/м)},$$

$$H(x, t) = 0,12 \cos(2513t - 18,84x) \text{ (А/м)}.$$

Розрахувати значення вектора Пойнтінга в точці з координатою $x=1,2$ м в момент часу $t=25$ с після початку коливань.

3.45. У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда напруженості електричного поля хвилі дорівнює 60 В/м. Визначити амплітуду напруженості магнітного поля хвилі і середнє за період коливань значення густини потоку енергії.

3.46. У однорідному ізотропному середовищі з діелектричною проникністю $\epsilon=1,5$ і магнітною проникністю $\mu=1$ поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда напруженості магнітного поля хвилі $H=0,15$ А/м. Знайти амплітуду напруженості електричного поля і фазову швидкість хвилі.

3.47. У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля, для якої середнє за період коливань значення густини потоку енергії дорівнює $3,3$ Вт/м². Чому рівні амплітудні значення напруженості електричного і магнітних полів хвилі?

Розділ 2. Хвильова оптика

§4 Хвильова оптика

4.1 Основні теоретичні відомості

1. Швидкість світла в середовищі:

$$v = \frac{c}{n}, \quad (4.1)$$

де c – швидкість світла у вакуумі;

$n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ – абсолютний показник заломлення середовища, ε – діелектрична проникність середовища, μ – магнітна проникність середовища.

2. При проходженні світла через границю розділу двох середовищ виконуються:

1) *закон відбиття*: кут падіння α дорівнює куту відбиття γ ;

$$\alpha = \gamma$$

2) *закон заломлення (закон Снеліуса)*: відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величина постійна для даних двох середовищ:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (4.2)$$

де α – кут падіння;

β – кут заломлення;

n_{21} – відносний показник заломлення, тобто показник заломлення другого середовища відносно першого;

n_1 та n_2 – абсолютні показники заломлення середовищ.

3. Оптична довжина шляху світлової хвилі в однорідному середовищі з показником заломлення n :

$$L = n x, \quad (4.3)$$

де x – геометричний шлях світлової хвилі.

Оптична різниця ходу двох світлових хвиль:

$$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 x_2 - n_1 x_1. \quad (4.4)$$

4. Умова максимального посилення світла при інтерференції:

$$\Delta = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (4.5)$$

Умова максимального послаблення світла при інтерференції:

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.6)$$

де λ – довжина хвилі.

5. Оптична різниця ходу світлових хвиль, що виникає при відбитті монохроматичного світла від тонкої прозорої плівки з показником заломлення n (показник заломлення середовища, оточуючого плівку, вважаємо рівним 1):

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda}{2}, \quad (4.7)$$

де d – товщина плівки;

α – кут падіння.

6. Радіуси темних кілець Ньютона у відбитому світлі

$$r_m = \sqrt{m R \lambda} \quad (m=0, 1, 2, \dots). \quad (4.8)$$

Радіуси світлих кілець:

$$r_m = \sqrt{(2m+1) R \frac{\lambda}{2}} \quad (m=0, 1, 2, \dots). \quad (4.9)$$

де R – радіус кривини лінзи, λ – довжина хвилі в середовищі між лінзою і пластинкою.

7. При нормальному падінні світла на дифракційні ґрати положення головних максимумів визначається кутами φ відхилення променів від нормалі. Умова головних максимумів має вигляд:

$$d \sin \varphi = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.10)$$

де d – період (постійна) дифракційних ґрат,

λ – довжина хвилі,

m – порядковий номер дифракційного максимуму (тобто порядок спектра).

Роздільна здатність дифракційних ґрат

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \quad (4.11)$$

де $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ – мінімальна різниця довжин хвиль двох спектральних ліній, при якій ці лінії сприймаються роздільно, N – загальне число штрихів ґрат.

Формула Вульфа-Брегга для дифракції рентгенівських променів на кристалі:

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.12)$$

де d – міжплощинна відстань;

θ – кут ковзання;

λ – довжина хвилі.

8. *Закон Брюстера*: Світло, відбите від границі двох діелектриків, повністю лінійно поляризоване при куті падіння, тангенс якого дорівнює відносному показнику заломлення середовищ.

$$\operatorname{tg}\alpha_{\text{Б}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (4.13)$$

де $\alpha_{\text{Б}}$ – кут падіння, при якому відбита світлова хвиля повністю поляризована (кут Брюстера);

n_{21} – показник заломлення другого середовища відносно першого.

9. *Закон Малюса*: Інтенсивність поляризованого світла, що пройшло через аналізатор, пропорційна квадрату косинуса кута φ між площиною коливань поляризованого світла і головною площиною аналізатора.

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (4.14)$$

де I_0 – інтенсивність поляризованого світла, що падає на аналізатор;

I – інтенсивність світла, що пройшло через аналізатор;

У реальних умовах необхідно враховувати, що електромагнітні хвилі відбиваються і поглинаються, тобто для реальних умов закон Малюса буде виглядати наступним чином:

$$I = I_0(1 - k) \cos^2 \varphi, \quad (4.15)$$

де k – коефіцієнт, який показує, яка частина енергії відбивається і поглинається.

10. Ступінь поляризації світла:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (4.16)$$

де I_{\max} і I_{\min} – максимальна і мінімальна інтенсивності світла, що відповідають двом взаємно перпендикулярним напрямкам світлових коливань в промені.

11. Кут φ повороту площини поляризації оптично активними рідинами:

$$\varphi = [a]lc, \quad (4.17)$$

де l – товщина шару рідини;

c – концентрація розчину;

$[a]$ – питома постійна обертання, що залежить від природи речовини.

Кут повороту площини поляризації кристалічними речовинами:

$$\varphi = al, \quad (4.18)$$

де l – шлях, пройдений променем у кристалі;

a – постійна обертання, що залежить від довжини хвилі і природи речовини.

4.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

Для опису явищ інтерференції і дифракції зручно користуватися поняттям променя, зображуючи на оптичних схемах хід променів. Під променем розуміється осьова лінія вузького світлового пучка, що поширюється від джерела в дану точку простору. У цьому випадку можна говорити про різниці ходу двох променів.

4.2.1. Основна задача при вивченні явища інтерференції полягає в розрахунку інтерференційної картини. При розрахунку інтерференційної картини найчастіше необхідно визначити положення максимуму (або мінімуму) з номером m .

У цьому параграфі ми розглянемо задачі на інтерференцію світла в тонких плоско-паралельних плівках, а також задачі на кільця Ньютонa. Метод розв'язання більшості задач у цьому випадку зводиться до двох етапів:

- знаходження оптичної різниці ходу.
- застосування умови посилення (ослаблення) світла при інтерференції.

4.2.1.1. Визначаючи різницю ходу двох променів, відбитих від верхньої та нижньої поверхонь тонкої плоско-паралельної плівки, зверніть увагу на те, що формула (4.7) виведена для випадку, коли плівка оточена середовищем, з показником заломлення, рівним 1. При цьому промінь 2 (рис. 4.1) відбивається від оптично густішого середовища, тому в точці С фаза коливань світлового вектора \vec{E} змінюється на π . Луч 1 відбивається від середовища з меншим показником заломлення, тому в точці В зміни фази не відбувається. У підсумку між променями 1 і 2 виникає додаткова різниця фаз, що дорівнює $\pm\pi$. Ця зміна різниці фаз відповідає зміні різниці ходу променів на $\Delta = \pm\lambda/2$. У формулі (4.7) член $\lambda/2$, що виражає «втрату» півхвилі, можна записувати з будь-яким знаком.

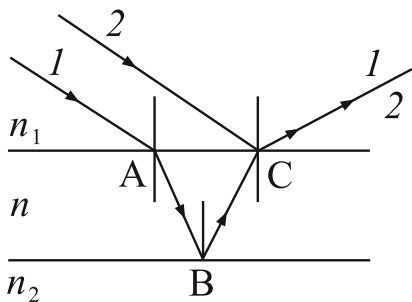


Рисунок 4.1

Якщо показник заломлення другого середовища буде більше показника заломлення плівки, то в точці В промінь 1 теж змінить фазу на π і втрачає півхвилю. У підсумку оптична різниця ходу не зміниться, у формулі (4.7) член $\lambda/2$, що виражає «втрату» півхвилі, відкидаємо.

Якщо плівка оточена **однаковими середовищами, показник заломлення яких відмінний від 1**, то використовують наступне співвідношення для оптичної різниці ходу:

$$\Delta = 2dn \cos\beta - \lambda_0/2, \quad (4.19)$$

де β – кут заломлення, n – абсолютний показник заломлення речовини пластинки, λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі.

Якщо тонка плівка оточена **різними середовищами**, з показниками заломлення відмінними від 1, то необхідно встановити співвідношення між показниками заломлення цих середовищ. Можливі такі випадки:

- 1) показники заломлення середовищ менше показника заломлення плівки ($n_1 < n, n_2 < n$). У цьому випадку півхвилю втрачає промінь 2.
- 2) показники заломлення середовищ більше показника заломлення плівки ($n_1 > n, n_2 > n$). У цьому випадку півхвилю втрачає промінь 1.
- 3) показник заломлення середовища над плівкою менше показника заломлення плівки ($n_1 < n$). Показник заломлення плівки менше показника заломлення середовища під плівкою ($n < n_2$). Півхвилю втрачають обидва променя. Різниця фаз при цьому не зміниться.
- 4) показник заломлення середовища над плівкою більше показника заломлення плівки ($n_1 > n$). Показник заломлення плівки більше показника заломлення середовища під плівкою ($n > n_2$). Втрати півхвилі немає ні у одного променя.

У першому і другому випадках формула (4.19) залишається в силі. У третьому і четвертому випадках $\lambda_0/2$ у формулі (4.19) потрібно відкинути.

4.2.1.2. Кільця Ньютона спостерігаються в тому випадку, коли опукла поверхня лінзи малої кривини стикається з плоскою поверхнею добре відполірованої пластинки. Прошарок, що залишається між ними, грає роль тонкої плівки. Якщо прошарок повітряний, то під λ розуміється довжина хвилі в повітрі (вакуумі). Якщо прошарок заповнений іншим середовищем, то λ – довжина хвилі в середовищі між лінзою і пластинкою. Формули (4.8) і (4.9) отримані в припущенні, що світло падає нормально.

4.2.2. Основна задача при вивченні явища дифракції полягає в розрахунку дифракційної картини. У широкому сенсі під розрахунком дифракційної картини розуміють знаходження розподілу інтенсивності світла I . У даному курсі ми будемо розглядати більш вузьку задачу, яка полягає в знаходженні положення максимумів дифракційного спектра, одержуваного за допомогою дифракційних ґрат. У цьому випадку застосовують формулу (4.10).

4.2.3. Задачі, в яких розглядається поляризація світла при відбитті від границі двох діелектриків, розв'язуються за допомогою закону Брюстера.

Зверніть увагу! У формулі (4.13) n_{21} – відносний показник заломлення двох діелектриків, на границі яких відбувається відбиття світла.

Використовуючи закон Малюса у вигляді формул (4.14) або (4.15), врахуйте наступне. Головною площиною поляризатора називають площину, в якій відбуваються коливання світлових векторів у плоскополяризованому промені, що вийшов з приладу. Аналізатор представляє той же прилад, що і поляризатор, але служить для аналізу поляризованого світла. Його також характеризують головною площиною. Тому кут φ у формулах (4.14) і (4.15) одночасно є кутом між головними площинами поляризатора і аналізатора і кутом між площинами, в яких коливаються світлові вектори двох плоскополяризованих променів: падаючого на аналізатор і того, що виходить з нього.

4.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 4.3.1. Інтерференцію світлових хвиль вперше спостерігав у 1802 році англійський вчений Т. Юнг. Він пропустив світло через невеликий отвір у непрозорій перешкоді, потім світло, що пройшло через цей отвір, освітлювало щілини в другій непрозорій перешкоді

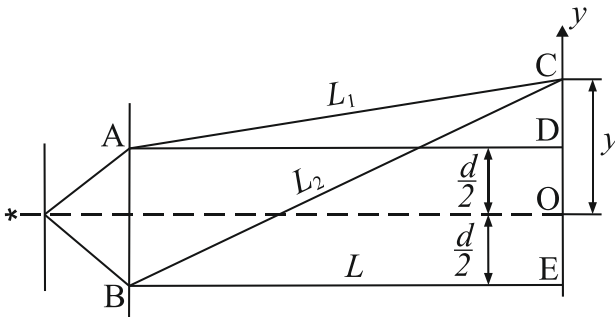


Рисунок 4.2

(рис. 4.2). Знайдіть положення перших трьох світлих смуг на екрані (не рахуючи центральної смуги), на якому спостерігалася інтерференційна картина, якщо відстань d між щілинами дорівнює 1 мм, відстань L від щілин до екрана дорівнює 3 м. Щілини освітлюються монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda=550$ нм.

Розв'язання. Нехай в точці С спостерігається максимум з довільним номером m . Координата цієї точки – y . Промінь, що виходить зі щілини А, проходить до точки С шлях L_1 ; промінь, що виходить зі щілини В, проходить до точки С шлях L_2 . З трикутників $\triangle ADC$ і $\triangle BEC$ виразимо шляхи L_1 і L_2 , використовуючи теорему Піфагора:

$$L_1^2 = L^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + y^2 - yd + \frac{d^2}{4}, \quad (1)$$

$$L_2^2 = L^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + y^2 + yd + \frac{d^2}{4}. \quad (2)$$

Віднімемо з рівняння (2) рівняння (1), отримаємо:

$$(L_2 - L_1)(L_2 + L_1) = yd - (-yd) = 2yd. \quad (3)$$

У формулі (3) зроблена заміна: $L_2^2 - L_1^2 = (L_2 - L_1)(L_2 + L_1)$.

Різниця $(L_2 - L_1)$ являє собою геометричну різницю ходу ΔL . Відстань від щілин до екрану значно більше відстані d між щілинами, тому можна вважати, що $(L_2 + L_1) \approx 2L$. З урахуванням цього можна рівняння (3) записати в наступному вигляді:

$$\Delta L \cdot 2L = 2yd. \quad (4)$$

З рівняння (4) знайдемо ΔL :

$$\Delta L = \frac{yd}{L}. \quad (5)$$

У точці С спостерігається максимум, тому різниця ходу повинна дорівнювати парному числу півхвиль:

$$\Delta L = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (6)$$

де $m=0, 1, 2, \dots$ – порядок максимуму.

Прирівняємо (5) і (6) і отримаємо формулу для розрахунку координат максимумів:

$$y = \frac{m\lambda L}{d}. \quad (7)$$

Першим трьом світлим смугам відповідають $m=1, 2, 3$, оскільки значення $m=0$ відповідає центральному максимуму.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо

$$y_1=1,65 \cdot 10^{-3} \text{ м}, y_2=3,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}, y_3=4,95 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Приклад 4.3.2. На мильну плівку падає біле світло під кутом $i=30^\circ$ до поверхні плівки. При якій найменшій товщині d плівки відбиті промені будуть пофарбовані в жовтий колір ($\lambda=600$ нм)? Показник заломлення мильної води $n=1,33$.

Розв'язання. Будемо вважати, що мильна плівка знаходиться в повітрі. З світлової хвилі виділимо вузькі промені 1 і 2 (рис. 4.3). У

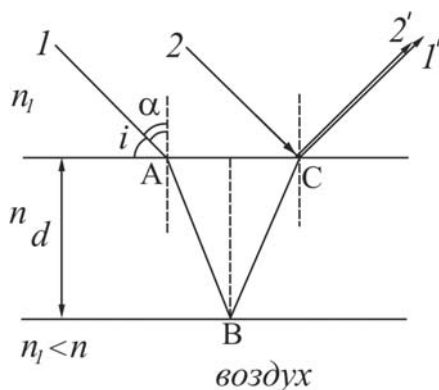


Рисунок 4.3

точці В промінь 1 відбивається від оптично менш густого середовища, тому його фаза коливань не зміниться. У точці С промінь 2 відбивається від оптично більш густого середовища, отже, фаза коливань зміниться на π . В результаті між променями 1 і 2 виникає додаткова різниця фаз, що дорівнює π . Ця зміна різниці фаз відповідає зміні різниці ходу променів Δ на $\lambda/2$. Таким чином, різниця ходу променів 1 і 2 буде визначатися формулою:

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

де α – кут падіння; n – показник заломлення плівки.

З рисунка випливає, що $\alpha = 90^\circ - i = 60^\circ$.

Плівка пофарбована в жовтий колір, значить, для жовтих променів виконується умова максимуму інтерференції. Умова максимального посилення світла при інтерференції в тонких плівках полягає в тому, що оптична різниця ходу Δ інтерферуючих хвиль повинна дорівнювати парному числу півхвиль:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

де $m=0, 1, 2, \dots$ – порядок максимуму.

Прирівняємо праві частини формул (1) і (2) і виразимо d :

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} = 2m\frac{\lambda}{2}.$$

$$d = \frac{m\lambda + \frac{\lambda}{2}}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (3)$$

Мінімальній товщині плівки відповідає $m=0$. В результаті отримаємо:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$d_{\min} = 149 \text{ нм.}$$

Приклад 4.3.3. На скляну лінзу об'єктива, вкриту дуже тонкою плівкою, падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла довжиною хвилі $\lambda=0,6$ мкм. Показник заломлення n речовини плівки дорівнює 1,4. Визначити мінімальну товщину d плівки, при якій відбите світло максимально ослаблено внаслідок інтерференції.

Розв'язання. Тонка плівка оточена різними середовищами (рис. 4.4). Луч 1 двічі відбивається від оптично більш густого середовища, тому його фаза коливань двічі зміниться на π . Отже, додаткової різниці ходу не виникає.

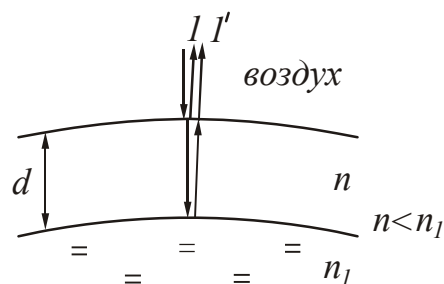


Рисунок 4.4

Умова максимального послаблення світла при інтерференції в тонких плівках полягає в тому, що оптична різниця ходу Δ інтерферуючих хвиль повинна дорівнювати непарному числу півхвиль:

$$\Delta = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

Оптична різниця ходу інтерферуючих променів буде визначатися формулою:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = 2dn, \quad (2)$$

де n – показник заломлення плівки. Світло падає нормально, тому кут падіння $\alpha=0^\circ$, $\sin 0^\circ=0$.

Прирівняємо праві частини формул (1) і (2) і виразимо товщину плівки d :

$$2dn = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$$

$$d = \frac{(2m + 1)\lambda}{4n}, \quad (3)$$

де $m=0, 1, 2, \dots$ – порядок інтерференційного мінімуму.

Мінімальної товщині плівки відповідає $m=0$. В результаті отримаємо:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$d_{\min}=0,11 \text{ мкм.}$$

Приклад 4.3.4. На плоско-паралельну плівку з показником заломлення $n=1,3$ падає нормально паралельний пучок білого світла. При якій найменшій товщині плівки вона буде найбільш прозора для світла з довжиною хвилі $\lambda=0,5$ мкм (блакитне світло)?

Розв'язання. Будемо вважати, що плівка знаходиться в повітрі. З світлової хвилі виділимо вузькі промені 1 і 2 (рис. 4.5). При попаданні на плівку світло частково проходить, частково відбивається від поверхні плівки. В даному випадку спостереження ведеться в прохідному світлі. Луч 1 двічі (у точках В і С) відбивається від оптично менш густого середовища. Тому його фаза коливань не зміниться. Другий промінь проходить через плівку без відбиття. Отже, оптична різниця ходу променів 1 і 2 буде визначатися формулою:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (1)$$

де n – показник заломлення плівки. Світло падає нормально, тому кут падіння $\alpha=0^\circ$, $\sin 0^\circ=0$. З урахуванням цього формула (1) прийме вигляд:

$$\Delta = 2dn. \quad (2)$$

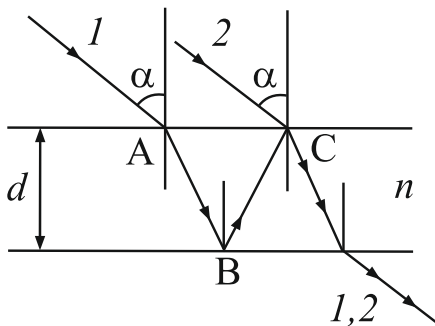


Рисунок 4.5

Плівка найбільш прозора для світла із заданою довжиною хвилі, якщо для хвиль, що інтерферують виконується умова максимуму. Оптична різниця ходу Δ при цьому дорівнює парному числу півхвиль:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (3)$$

де $m=0, 1, 2, \dots$ – порядок максимуму.

Прирівняємо праві частини формул (2) і (3) і знайдемо товщину плівки:

$$d = \frac{m\lambda}{2n}. \quad (4)$$

Мінімальній товщині плівки відповідає $m=1$. В результаті отримаємо:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2n}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$d_{\min} = 0,19 \text{ мкм.}$$

Приклад 4.3.5. Плоскоопукла скляна лінза опуклою стороною лежить на скляній платівці. Нормально до її поверхні падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$. Визначити товщину d_m шару повітря там, де у відбитому світлі видно перші світле кільце Ньютона.

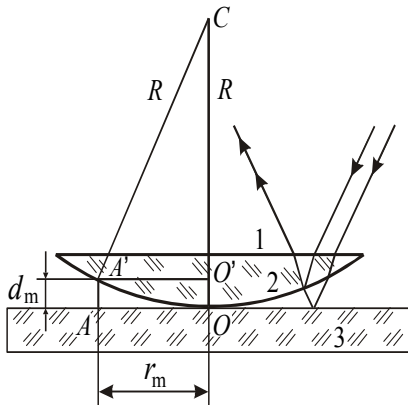


Рисунок 4.6

Розв'язання. Роль тонкої плівки в даній задачі грає повітряний прошарок, що знаходиться між лінзою і пластинкою. Ця плівка оточена однаковими середовищами. Якщо на лінзу падає пучок монохроматичного світла, то світлові хвилі, відбиті від верхньої і нижньої поверхонь повітряного прошарку, будуть інтерферувати між собою.

У точці A' відбиття відбувається від оптично менш густого середовища, тому фаза коливань не змінюється. У точці A відбиття відбувається від оптично більш густого середовища, отже, фаза коливань зміниться на π . Це призводить до зміни оптичної різниці ходу на $\lambda/2$. Повітряний зазор можна розглядати як плівку зі змінною товщиною. Оптична різниця ходу при нормальному падінні буде визначатися формулою:

$$\Delta = 2d_m + \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

де d_m – товщина повітряного прошарку в тому місці, де спостерігається кільце під номером m .

У формулі (1) враховано, що показник заломлення повітря в прошарку дорівнює 1.

Бачимо світле кільце, значить має виконатися умова максимального посилення світла:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

де $m=1$ за умовою.

Прирівняємо праві частини формул (1) і (2) і знайдемо товщину шару повітря:

$$2d_m + \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2}.$$

$$d_m = \frac{\lambda}{4}. \quad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$d_m = 0,15 \text{ мкм.}$$

Приклад 4.3.6. На скляний клин нормально до його грані падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$. У виниклій при цьому інтерференційній картині на відрізку довжиною $l = 1 \text{ см}$ спостерігається 10 смуг. Визначити заломлюючий кут α клина.

Розв'язання. Клин являє собою тонку плівку змінної товщини. По обидві сторони цієї плівки знаходиться однакове середовище. В даному випадку інтерферують промені 1 і 2, відбиті від верхньої і нижньої грані (рис. 4.7). При малих кутах клина відбиті промені будуть практично паралельні.

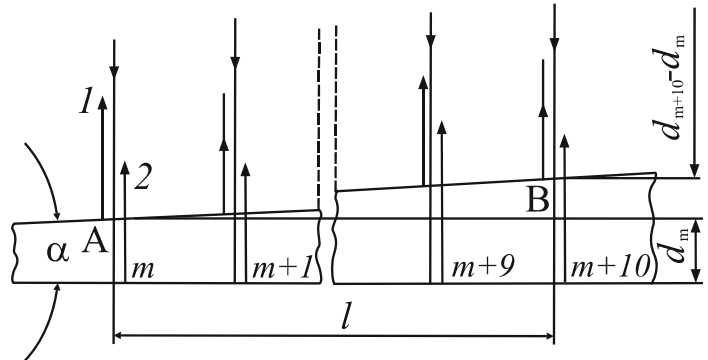


Рисунок 4.7

Для визначеності припустимо, що l – відстань між темними смугами. Довільній темній смузі з номером m

відповідає товщина клина d_m , а темній смузі з номером $(m+10)$ відповідає товщина клина d_{m+10} (точки А і В на рис. 4.7). Тоді шуканий кут знайдеться за формулою

$$\alpha = \frac{d_{m+10} - d_m}{l}. \quad (1)$$

Ми врахували, що для малих кутів $\text{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$ (кут α виражається в радіанах).

Луч 1 в точках А і В відбивається від оптично більш густого середовища, отже, фаза коливань зміниться на π . В результаті між променями 1 і 2 виникає додаткова різниця фаз, що дорівнює π . Ця зміна різниці фаз відповідає зміні різниці ходу променів на $\lambda/2$.

При нормальному падінні світла для точки А оптична різниця ходу променів 1 і 2 буде дорівнювати

$$\Delta_m = 2d_m n - \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Відповідно, для точки В:

$$\Delta_{m+10} = 2d_{m+10} n - \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

В формулах (2) і (3) n – показник заломлення плівки (скла).

Якщо спостерігаються темні смуги (виконується умова мінімуму), то оптична різниця ходу дорівнює непарному числу півхвиль.

$$\Delta_m = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} . \quad (4)$$

$$\Delta_{m+10} = (2(m + 10) + 1) \frac{\lambda}{2} . \quad (5)$$

Прирівняємо праві частини формул (2) і (4), (3) і (5). Знайдемо d_m , і d_{m+10} .

$$2d_m \cdot n - \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} . \quad (6)$$

$$2d_{m+10} \cdot n - \frac{\lambda}{2} = (2(m + 10) + 1) \frac{\lambda}{2} . \quad (7)$$

$$d_m = \frac{\lambda(m + 1)}{2n} . \quad (8)$$

$$d_{m+10} = \frac{\lambda(m + 11)}{2n} . \quad (9)$$

Підставимо отримані вирази (8) і (9) в формулу (1), отримаємо:

$$\alpha = \frac{\lambda(m + 11 - m - 1)}{2nl} = \frac{5\lambda}{nl} . \quad (10)$$

Показник заломлення скла дорівнює 1,5. Підставивши чисельні значення величин у формулу (10), отримаємо

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Зверніть увагу! Якщо припустити, що l – відстань між світлими смугами, то вийде той же результат. Спробуйте провести викладки самостійно.

Приклад 4.3.7. В інтерферометрі Жамена дві однакові трубки довжиною $l=15$ см були заповнені повітрям. Показник заломлення n_1 повітря дорівнює 1,000292. Якщо в одній з трубок повітря замінити ацетиленом, то інтерференційна картина зміщується на $m=80$ смуг. Визначити показник заломлення n_2 ацетилену, якщо в інтерферометрі використовувалося джерело монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda=0,590$ мкм.

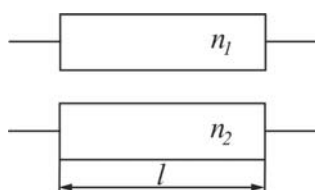


Рисунок 4.8

Розв'язання. Зміна показника заломлення середовища в другій трубці інтерферометра Жамена змінює оптичний шлях променя, який йде через неї.

Оптична різниця ходу променів, що пройшли через трубки (рис. 4.8), дорівнює різниці оптичних шляхів:

$$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 l - n_1 l = l(n_2 - n_1), \quad (1)$$

де L_1 – оптичний шлях променя, що пройшов через першу трубку, L_2 – оптичний шлях променя, що пройшов через другу трубку.

Зміна різниці ходу призводить до зміщення інтерференційної картини. Якщо картина зміщується на m смуг, то це означає, що на місці центральної смуги ($m=0$) знаходиться смуга з номером $m=80$.

Отже, оптична різниця ходу дорівнює:

$$\Delta = m\lambda. \quad (2)$$

Прирівняємо праві частини формул (1) і (2) і знайдемо n_2 :

$$l(n_2 - n_1) = m\lambda.$$

$$n_2 = n_1 + \frac{m\lambda}{l}. \quad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$n_2 = 1,000607.$$

Приклад 4.3.8. На дифракційні ґрати нормально до їх поверхні падає паралельний пучок світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,5$ мкм. Розташована поблизу ґрат лінза проектує дифракційну картину на плоский екран, віддалений від лінзи на $L = 1$ м (рис. 4.9). Відстань l між двома максимумами інтенсивності першого порядку, які спостерігаються на екрані, дорівнює 20,2 см. Визначити: 1) постійну d дифракційних ґрат; 2) число n штрихів, що припадає на 1 см; 3) число N максимумів, яке при цьому дають дифракційні ґрати; 4) максимальний кут φ_{\max} відхилення променів, відповідних останньому дифракційному максимуму.

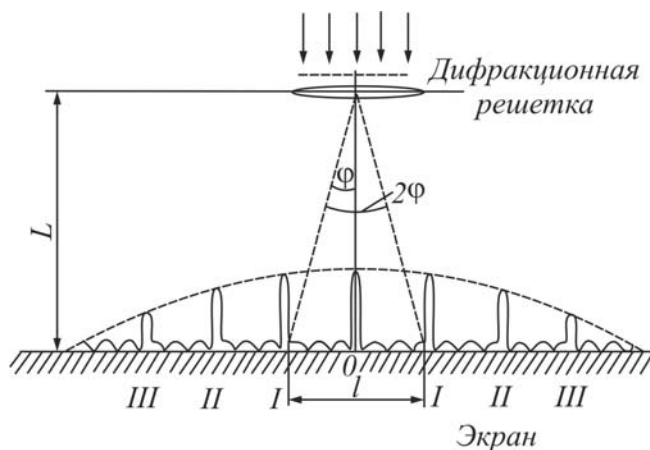


Рисунок 4.9

Розв'язання. 1). Постійна дифракційних ґрат d , довжина хвилі λ і кут φ відхилення променів, відповідних m -му дифракційному максимуму, пов'язані співвідношенням

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad (1)$$

де m – порядок максимуму.

В даному випадку $m=1$,
 $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$ (з огляду на те, що $\frac{l}{2} \ll L$).

З рисунку 4.9 випливає, що $\operatorname{tg} \varphi = \frac{l/2}{L}$. З урахуванням цього співвідношення (1) набуде вигляду

$$d \frac{l}{2L} = \lambda. \quad (2)$$

Знайдемо постійну ґрат:

$$d = \frac{2L\lambda}{l}. \quad (3)$$

2). Число штрихів, що припадають на 1 см, знайдемо з формули

$$n = \frac{1}{d}. \quad (4)$$

При розрахунку постійну ґрат d треба підставити в сантиметрах.

3). Для визначення числа максимумів, що виникають, від дифракційних ґрат, обчислимо спочатку максимальне значення порядку дифракційного максимуму m_{\max} , виходячи з того, що максимальний кут відхилення променів ґратами не може перевищувати 90° , тоді $\sin \varphi \leq 1$.

З формули (1) випливає, що

$$m_{\max} \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (5)$$

Підставивши в (5) чисельні значення величин, отримаємо

$$m_{\max} \leq 9,9.$$

Число m обов'язково повинно бути цілим. Отже, $m_{\max} = 9$.

Визначимо загальне число максимумів дифракційної картини, отриманої за допомогою дифракційних ґрат. Вліво і право від центрального максимуму спостерігатиметься по однаковому числу максимумів, рівному m_{\max} , тобто всього $2m_{\max}$. Якщо врахувати також центральний нульовий максимум, отримаємо загальне число максимумів

$$N = 2m_{\max} + 1. \quad (6)$$

4). Максимальний кут відхилення променів відповідає останньому дифракційному максимуму. Використовуючи співвідношення (1), виразимо синус цього кута:

$$\sin \varphi_{\max} = m_{\max} \frac{\lambda}{d}. \quad (7)$$

Знайдемо максимальний кут відхилення

$$\varphi_{\max} = \arcsin \frac{m_{\max} \lambda}{d}. \quad (8)$$

Підставивши чисельні значення величин в формули (3), (4), (6), (8), отримаємо $d=4,95$ мкм; $n=2,02 \cdot 10^3$ см⁻¹; $N=19$; $\varphi_{\max}=65,4^\circ$.

Приклад 4.3.9. Пучок природного світла падає на поліровану поверхню скляної пластини, зануреної в рідину (рис. 4.10). Відбитий від пластини пучок світла становить кут $\varphi=97^\circ$ з падаючим пучком. Визначити показник заломлення n_1 рідини, якщо відбите світло повністю поляризовано.

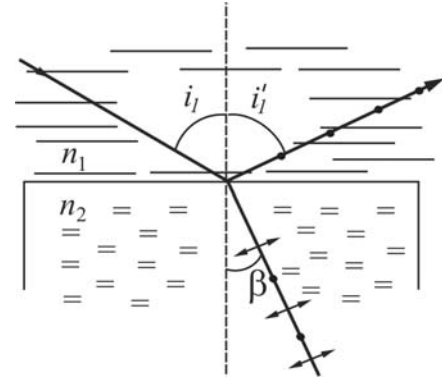


Рисунок 4.10

Розв'язання. Відповідно до закону Брюстера, світло, що відбите від межі розділу двох діелектриків, повністю поляризовано в тому випадку, якщо тангенс кута падіння задовольняє умові

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}, \quad (1)$$

де n_{21} – відносний показник заломлення другого середовища (скла) відносно першої (рідини).

Відносний показник заломлення дорівнює відношенню абсолютних показників заломлення цих середовищ. Отже,

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2)$$

Згідно з умовою задачі, відбитий промінь повернутий відносно падаючого променя на кут φ . Оскільки кут падіння дорівнює куту відбиття, то кут падіння $i_B = \frac{\varphi}{2}$. Отже,

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (3)$$

Виразимо з формули (3) показник заломлення рідини:

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}(\varphi/2)}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$n_1 = 1,33.$$

Приклад 4.3.10. Граничний кут повного внутрішнього відбиття пучка світла на межі розділу рідини з повітрям дорівнює $\alpha_0=45^\circ$. Визначити кут повної поляризації α_B для падіння променя з повітря на поверхню цієї рідини.

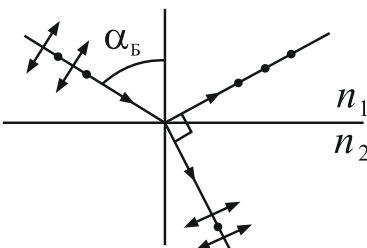


Рисунок 4.11

Розв'язання. Нехай показник заломлення повітря дорівнює n_1 , а показник заломлення рідини – n_2 . Відповідно до закону Брюстера, світло, відбите від межі розділу двох діелектриків (рис. 4.11), повністю поляризоване в тому випадку, якщо тангенс кута падіння задовольняє умові

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Б}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1)$$

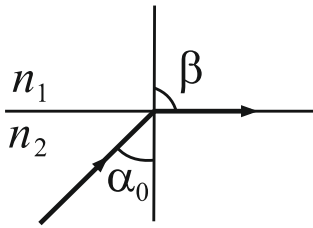


Рисунок 4.12

Повне внутрішнє відбиття спостерігається в разі, якщо промінь йде з оптично більш густого середовища в менш густе. Це означає, що він повинен йти з рідини в повітря (рис.4.12). Якщо кут падіння дорівнює граничному куту повного внутрішнього відбиття, то кут заломлення β дорівнює 90° . Запишемо закон Снелліуса

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin 90^\circ} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (2)$$

$\sin 90^\circ=1$. Тоді з формули (2) можна виразити відношення показників заломлення наступним чином:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\sin \alpha_0}. \quad (3)$$

Порівнявши формули (1) і (3), отримаємо:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Б}} = \frac{1}{\sin \alpha_0}. \quad (4)$$

$$\alpha_{\text{Б}} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sin \alpha_0}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$\alpha_{\text{Б}}=54,7^\circ.$$

Приклад 4.3.11. Два ніколя N_1 і N_2 розташовані так, що кут α між їх головними площинами дорівнює 60° . При проходженні світла через кожен ніколь втрати на відбиття та поглинання становлять 5%. Визначити: 1) у скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні через один ніколь (N_1); 2) у скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні через обидва ніколі?

Естественный
луч света

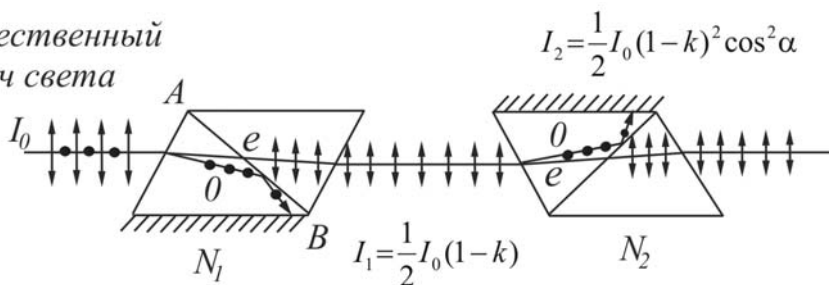


Рисунок 4.13

ки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні через обидва ніколі?

Розв'язання. 1). Пучок природного світла (рис. 4.13), падаючи на грань ніколя N_1 , розщеплюється внаслідок подвійного про-

менезаломлення на два пучка: звичайний o і незвичайний e . Обидва пучка од-

накові за інтенсивністю і повністю поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах. Площина коливань незвичайного пучка лежить в площині рисунка. Площина коливань звичайного пучка перпендикулярна площині рисунка. Звичайний пучок (o) внаслідок повного відбиття від межі АВ відкидається на зачорнену поверхню призми і поглинається нею. Незвичайний пучок (e) проходить через ніколь. При цьому інтенсивність світла зменшується внаслідок поглинання в речовині ніколя. Таким чином, інтенсивність світла, що пройшло через ніколь N_1 ,

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k), \quad (1)$$

де $k=0,05$ – коефіцієнт, що враховує втрати на відбиття та поглинання світла в ніколі; I_0 – інтенсивність природного світла, що падає на ніколь N_1 .

Для того, щоб знайти у скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні через ніколь N_1 , розділимо інтенсивність I_0 природного світла на інтенсивність I_1 поляризованого світла:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{0,5 I_0 (1 - k)} = \frac{2}{1 - k}. \quad (2)$$

2). Пучок плоско поляризованого світла інтенсивності I_1 падає на ніколь N_2 і також розщеплюється на звичайний і незвичайний. Звичайний пучок повністю поглинається в ніколі, а інтенсивність незвичайного пучка світла, що вийшло з ніколя, визначається законом Малюса (без урахування поглинання в цьому ніколі):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha, \quad (3)$$

де α – кут між площиною коливань в поляризованому пучку і головною площиною ніколя N_2 .

Враховуючи втрати інтенсивності в другому ніколі, отримаємо:

$$I_2 = I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha. \quad (4)$$

Для того, щоб знайти у скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні через обидва ніколі, розділимо інтенсивність I_0 природного світла на інтенсивність I_2 світла, що пройшло систему з двох ніколей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha}. \quad (5)$$

Замінивши $\frac{I_0}{I_1}$ його виразом за формулою (2), отримаємо

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha}. \quad (6)$$

Підставивши чисельні значення величин в формули (2) і (6), отримаємо

$$\frac{I_0}{I_1} = 2,10; \quad \frac{I_0}{I_2} = 8,86.$$

Приклад 4.3.12. Ступінь поляризації P частково поляризованого світла дорівнює 0,5. У скільки разів відрізняється максимальна інтенсивність світла, що пропускається через аналізатор, від мінімальної?

Розв'язання. Ступінь поляризації частково поляризованого світла, визначається виразом:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (1)$$

де I_{\max} і I_{\min} – максимальна і мінімальна інтенсивності світла, що відповідають двом взаємно перпендикулярним напрямкам світлових коливань в промені, який пройшов через аналізатор.

За умовою $P=0,5$. Зробимо заміну в (1) і виконаємо перетворення:

$$0,5I_{\max} + 0,5I_{\min} = I_{\max} - I_{\min}$$

$$1,5I_{\min} = 0,5I_{\max}$$

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{1,5}{0,5} = 3 \quad (2)$$

Приклад 4.3.13. Пластинку кварцу товщиною 2 мм, вирізану перпендикулярно оптичній осі, помістили між паралельними ніколями. В результаті цього площина поляризації світла повернулася на кут $\varphi_1=53^\circ$. Визначити, при якій товщині пластинки дане монохроматичне світло не пройде через аналізатор.

Розв'язання. Перший ніколь є поляризатором, другий – аналізатором. Якщо ніколи розташовані паралельно, то площина поляризації поляризованого світла, що вийшло з поляризатора, співпадає з площиною пропускання аналізатора. В цьому випадку аналізатор пропускає світло повністю. Кварцова пластинка, розташована між ніколями, є оптично активною речовиною. Вона поверне площину поляризації поляризованого світла, яке вийшло з поляризатора, на деякий кут. Кут повороту площини поляризації визначається співвідношенням:

$$\varphi_1 = al_1 \quad (1)$$

де l – шлях, пройдений променем в кристалі;

a – постійна обертання, що залежить від довжини хвилі і від природи речовини. Для того, щоб дане світло не пройшло через аналізатор, кут між площиною поляризації світла і площиною пропускання аналізатора повинен становити 90° . Це означає, що платівка товщиною l_2 повинна повернути площину поляризації на 90° , тобто $\varphi_2=90^\circ$.

$$\varphi_2 = al_2 \quad (2)$$

Розділимо почленно (1) на (2), отримаємо:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{l_1}{l_2}. \quad (3)$$

Знайдемо товщину другої пластинки:

$$l_2 = l_1 \frac{\varphi_2}{\varphi_1}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$l_2 = 3,4 \text{ мм.}$$

• Питання для підготовки до практичних занять

1. У чому полягає явище інтерференції? Які хвилі називаються когерентними? Якими способами можна отримати когерентні хвилі?
2. Запишіть умови посилення й ослаблення світла при інтерференції хвиль від двох когерентних точкових джерел.
3. Що називається оптичним шляхом? Як розраховується оптична різниця ходу двох хвиль?
4. Запишіть формулу для розрахунку оптичної різниці ходу світлових хвиль, що виникає при відбитті монохроматичного світла від тонкої плівки.
5. Запишіть формули для розрахунку радіусів темних і світлих кілець Ньютонів у відбитому світлі.
6. У чому полягає явище дифракції? Запишіть умову головних максимумів для дифракції на дифракційних ґратах.
7. Запишіть формулу для розрахунку роздільної здатності дифракційних ґрат.
8. Який вигляд має дифракційна картина, якщо ґрати освітлюються білим світлом? В якому порядку розташовуються кольори в дифракційному спектрі?
9. Запишіть формулу Вульфа-Брегга для дифракції рентгенівських променів на кристалі.
10. У чому полягає явище поляризації? Яким хвилям, поперечним або повздовжнім, властиво це явище? Чим відрізняється поляризоване світло від природного?
11. Сформулюйте і запишіть закон Малюса.
12. Запишіть формулу для розрахунку ступеня поляризації. Які значення приймає ступінь поляризації у неполяризованого, поляризованого та частково поляризованого світла?
13. Сформулюйте і запишіть закон Брюстера.
14. Які речовини називаються оптично активними? Запишіть формули для розрахунку кута повороту площини поляризації рідкими і кристалічними речовинами.

4.4. Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

4.1. Знайти швидкість світла в алмазі, якщо в вакуумі вона дорівнює $c=3 \cdot 10^8$ м/с.

4.2. Які частоти коливань відповідають крайнім червоним ($\lambda=760$ нм) і крайнім фіолетовим ($\lambda=380$ нм) променям видимої частини спектра?

4.3. Скільки довжин хвиль монохроматичного світла з частотою коливань $\nu=5 \cdot 10^{14}$ Гц вкладеться на шляху довжиною $l=1,2$ мм в вакуумі?

4.4. На шляху світлової хвилі, що йде в повітрі, поставили скляну пластинку товщиною $h=1$ мм. На скільки зміниться оптична довжина шляху, якщо хвиля падає на пластинку нормально?

4.5. В деяку точку простору приходять дві когерентні хвилі з різницею ходу $\Delta=1,2$ мкм. Якою може бути довжина хвилі видимої частини спектра, щоб в даній точці спостерігався інтерференційний максимум?

4.6. В деяку точку простору приходять дві когерентні хвилі з різницею ходу $\Delta=1,2$ мкм. Якою може бути довжина хвилі оптичного діапазону спектра, щоб в даній точці спостерігався інтерференційний мінімум?

4.7. Екран висвітлений двома точковими джерелами когерентного світла з довжиною хвилі $\lambda=600$ нм. В деякій точці екрану спостерігається інтерференційний мінімум. При якій мінімальній різниці ходу Δ двох світлових хвиль це можливо?

4.8. На дифракційні ґрати з постійною, що дорівнює $d=2,3 \cdot 10^{-6}$ м, нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda=600$ нм. Розрахувати максимальний порядок головних максимумів, які спостерігатимуться в дифракційній картині.

4.9. Чому дорівнює постійна дифракційних ґрат, якщо для того, щоб спостерігати червону лінію ($\lambda=700$ нм) в спектрі другого порядку, її треба розглядати під кутом $\varphi=30^\circ$ від нормалі до ґрат?

4.10. Світловий промінь падає на межу поділу вода–скло. При якому куті падіння відбитий промінь буде повністю поляризований?

4.11. Кут повороту площини поляризації жовтого світла натрію при проходженні через трубку з розчином цукру дорівнює 40° . Довжина трубки $l=15$ см. Постійна обертання цукру дорівнює $1,17 \cdot 10^{-2}$ рад·м²/кг. Визначити концентрацію розчину (рад – радіан).

Середній рівень

4.12. Оптична довжина шляху L світлової хвилі, що пройшла через двохшарову пластинку завтовшки $d=3,0$ мм дорівнює $4,8$ мм. Товщина першого шару, показник заломлення якого дорівнює $n_1=1,5$, складає $d_1=2,0$ мм. Розрахувати показник заломлення n_2 другого шару пластинки.

4.13. До складу газового інтерферометра входять дві паралельні трубки однакової довжини. В одній з них знаходиться еталонний газ, в іншу поміща-

ється досліджуваний газ. На скільки відрізняється показник заломлення досліджуваного газу від еталонного ($\Delta n = n - n_0$), якщо при поміщенні його в другу трубку інтерференційна картина змістилася на 5 інтерференційних смуг? Довжина трубок $l = 10$ см, довжина світлової хвилі $\lambda = 500$ нм.

4.14. На плівку з показником заломлення $n = 1,5$, що знаходиться в повітрі, падає білий світ під кутом $i = 30^\circ$. Яка повинна бути мінімальна товщина цієї плівки, щоб у відбитому світлі вона була пофарбована в зелений ($\lambda = 560$ нм) колір?

4.15. Установка для спостереження кілець Ньютона освітлюється нормально падаючим світлом, довжина хвилі якого $0,62$ мкм. Знайти радіус кривини лінзи, якщо діаметр третього світлого кільця у відбитому світлі дорівнює $7,8$ мм.

4.16. Дифракційні ґрати містять 500 штрихів на 1 мм. Знайти найбільший порядок спектра для жовтої лінії натрію ($\lambda = 589$ нм), Скільки максимумів для цієї довжини хвилі дозволяють спостерігати дані ґрати?

4.17. Дифракційні ґрати освітлені нормально падаючим монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм. Дифракційна картина спостерігається на екрані, розташованому на відстані $L = 1$ м від дифракційних ґрат. Відстань між центральним і першим максимумами на екрані $l = 1$ см. Чому дорівнює постійна дифракційних ґрат?

4.18. Яке число штрихів припадає на одиницю довжини дифракційних ґрат, якщо зелена лінія ртуті ($\lambda = 546,1$ нм) в спектрі першого порядку спостерігається під кутом $\varphi = 19^\circ 8'$?

4.19. Дифракційні ґрати освітлені нормально падаючим монохроматичним світлом. Спектр третього порядку спостерігається під кутом $\varphi_1 = 30^\circ$. Під яким кутом φ_2 спостерігається спектр четвертого порядку?

4.20. На плоско паралельну діелектричну пластинку, занурену в воду, падає сонячний промінь під кутом $i = 30^\circ$ до пластини. Чому дорівнює показник заломлення цієї пластини, якщо відбитий промінь при цих умовах повністю поляризований? Показник заломлення води $n = 1,33$.

4.21. Під яким кутом i до горизонту повинно знаходитися Сонце, щоб його промені, відбиті від поверхні озера, були найбільш повно поляризовані?

4.22. Яким має бути кут φ між головними площинами двох поляризаційних приладів, щоб інтенсивність природного світла, що пройшло через них зменшилася в $k = 8$ разів? Втратами на поглинання і відбиття світла знехтувати.

4.23. Аналізатор в $k = 3$ рази зменшує інтенсивність світла, що приходиться до нього від поляризатора. Визначити кут φ між площинами пропускання поляризатора і аналізатора. Втратами інтенсивності світла в аналізаторі знехтувати.

4.24. При обертанні аналізатора інтенсивність світла, що проходить через нього, змінюється від I_{\max} до $I_{\min} = 0,35I_{\max}$. Яка ступінь поляризації світла, що падає на аналізатор?

4.25. Знайти швидкість поширення світла в склі, якщо при відбитті від нього відбитий промінь буде повністю поляризований при куті падіння $\alpha = 56^\circ$.

Достатній рівень

4.26. Якої мінімальної товщини повинна бути плівка, нанесена на лінзу, щоб у відбитому світлі погасити зелене ($\lambda=560$ нм) світло? Промені падають на лінзу нормально. Показник заломлення плівки $n_{пл}=1,4$. (Показник заломлення лінзи $n_{л} > n_{пл}$).

4.27. В установці для спостереження кілець Ньютона простір між лінзою і скляною пластинкою заповнений рідиною. Визначити показник заломлення рідини, якщо діаметр другого світлого кільця у відбитому світлі дорівнює 4,8 мм. Світло з довжиною хвилі 510 нм падає нормально. Радіус кривини лінзи 10 м.

4.28. Дифракційні ґрати, у яких на 1 мм припадає 100 штрихів, освітлені нормально падаючим монохроматичним світлом. Відстань до екрана дорівнює $L=2$ м. Яка довжина хвилі цього світла, якщо відстань на екрані між нульовим максимумом і максимумом другого порядку $l=23,6$ см?

4.29. Дифракційні ґрати містять 100 штрихів на 1 мм. Відстань від ґрат до екрана дорівнює $L=5$ м. Ґрати освітлюють білим світлом (довжини хвиль від 380 нм до 760 нм). Яка ширина спектра першого порядку?

4.30. Яка повинна бути постійна дифракційних ґрат, щоб в першому порядку були розділені лінії спектра калію $\lambda_1=404,4$ нм і $\lambda_2=404,7$ нм? Ширина ґрат $a=3$ см.

4.31. На грань кристала кам'яної солі падає вузький пучок рентгенівських променів з довжиною хвилі 95 пм. Чому має дорівнювати кут ковзання променів, щоб спостерігався дифракційний максимум третього порядку? Відстань між атомними площинами кристала дорівнює 285 пм.

4.32. У скільки разів послаблюється інтенсивність світла, що проходить через два ніколя, площини пропускання яких утворюють кут $\varphi=30^\circ$, якщо в кожному з ніколей втрачається 10% інтенсивності падаючого на нього світла?

4.33. Для деякої прозорої речовини, що знаходиться в повітрі, кут Брюстера виявився рівним граничному куту повного внутрішнього відбиття. Визначити показник заломлення речовини.

4.34. У частково-поляризованому світлі амплітуда світлового вектора, що відповідає максимальній інтенсивності світла в 2 рази більше амплітуди, відповідної мінімальній інтенсивності. Визначити ступінь поляризації світла.

4.35. Розчин глюкози з масовою концентрацією $C_1=280$ кг/м³, що міститься в скляній трубці, повертає площину поляризації монохроматичного світла, що проходить через цей розчин, на кут $\varphi_1=32^\circ$. Визначити масову концентрацію C_2 глюкози в іншому розчині, налитому в трубку такої ж довжини, якщо він повертає площину поляризації на кут $\varphi_2=24^\circ$.

§5 Квантова оптика

5.1 Основні теоретичні відомості

1. Основні характеристики теплового випромінювання.

Енергетичний потік

$$\Phi_e = \frac{dW}{dt}. \quad (5.1)$$

Для середніх величин

$$\Phi_e = \frac{W}{t}. \quad (5.2)$$

Енергетична світність (випромінюваність)

$$R_e = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (5.3)$$

Для середніх величин

$$R_e = \frac{W}{St}. \quad (5.4)$$

Спектральна густина енергетичної світності (випромінювальна здатність)

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_e}{d\lambda}. \quad (5.6)$$

Енергетична світність (випромінюваність) і спектральна густина енергетичної світності (випромінювальна здатність) пов'язані співвідношенням

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (5.7)$$

Поглинальна здатність (коефіцієнт монохроматичного поглинання)

$$\alpha_{\lambda,T} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW_{\text{пад}}}. \quad (5.8)$$

2. *Закон Кірхгофа*: Відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності не залежить від природи тіл, а є для всіх тіл однією і тією ж універсальною функцією довжини хвилі і температури.

$$\left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} \right)_3 = \dots = f(\lambda, T), \quad (5.9)$$

де індекси 1, 2, 3 ... належать до різних тіл.

3. *Закон Стефана – Больцмана*: Енергетична світність абсолютно чорного тіла прямо пропорційна четвертому ступеню абсолютної температури.

$$R_e = \sigma T^4, \quad (5.10)$$

де R_λ – енергетична світність (випромінюваність) абсолютно чорного тіла;

σ – стала Стефана–Больцмана;

T – термодинамічна температура.

4. *Закон зміщення Віна*: Довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світності в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його абсолютній температурі.

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (5.11)$$

де λ_{\max} – довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світності в спектрі випромінювання;

b – стала Віна.

5. *Другий закон Віна*: Максимальне значення спектральної густини енергетичної світності (випромінювальної здатності) абсолютно чорного тіла пропорційно п'ятому ступеню його абсолютної температури.

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = cT^5, \quad (5.12)$$

де c – стала величина. В СІ $c=1,3 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м³·К⁵).

Енергія фотона (кванта електромагнітного випромінювання):

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (5.13)$$

де h – стала Планка; ν – частота випромінювання; λ – довжина хвилі.

6. Формула Ейнштейна для фотоефекту:

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (5.14)$$

де $h\nu$ – енергія фотона, що падає на поверхню металу;

$A_{\text{вих}}$ – робота виходу електрона;

$\frac{mv_{\max}^2}{2}$ – максимальна кінетична енергія фотоелектронів.

Червона межа фотоефекту:

$$\nu_0 = \frac{A_{\text{вих}}}{h} \quad \text{або} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A_{\text{вих}}}, \quad (5.15)$$

де ν_0 – мінімальна частота, при якій виникає фотоефект;

λ_0 – максимальна довжина хвилі, при якій ще можливий фотоефект;

h – стала Планка; c – швидкість світла у вакуумі.

7. Зміна довжини хвилі при комптонівському розсіянні фотона на кристалі

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta), \quad (5.16)$$

де θ – кут розсіяння, тобто кут між напрямком падаючого і розсіяного пучків;
 m_0 – маса спокою частинки, на якій відбувалося розсіяння.

Величина $\frac{h}{m_0c} = \lambda_C$ називається комптонівською довжиною хвилі.

Для електрона $\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м.

5.2 Алгоритми розв'язання задач і методичні поради

5.2.1. Відносно фізичних величин, які характеризують теплове випромінювання, у фізичній літературі немає єдиної термінології. Тому для характеристик теплового випромінювання в дужках приведена друга (інша) назва фізичної величини.

Формули (5.10) і (5.11) застосовуються тільки до абсолютно чорного тіла. Якщо тіло сіре, то закон Стефана–Больцмана можна використовувати у вигляді

$$R_e = \alpha \sigma T^4,$$

де α – коефіцієнт монохроматичного поглинання (поглинальна здатність). Строго кажучи, цей коефіцієнт залежить від температури. При розв'язанні задач будемо вважати, що він заданий або визначається для зазначеної температури.

Розраховуючи максимальне значення спектральної густини енергетичної світності (формула (5.12)), зверніть увагу на те, що стала c вказана для інтервалу довжин хвиль $\Delta\lambda=1$ м. Якщо в задачі зазначений інший інтервал, то сталу треба перераховувати на цей інтервал.

5.2.2. Формула Ейнштейна у вигляді (5.14) застосовна тільки до електрона, який можна вважати класичною частинкою, тобто швидкість електрона повинна бути значно менше швидкості світла ($c=3 \cdot 10^8$ м/с). Такі швидкості досягаються в тому випадку, якщо фотоефект викликаний ультрафіолетовим випромінюванням або випромінюванням, яке відноситься до видимої частини спектра.

Якщо відомо значення кінетичної енергії електрона, то для розрахунку швидкості треба попередньо порівняти кінетичну енергію з енергією спокою електрона. Енергія спокою електрона $W_0 = m_0c^2 = 0,511$ МеВ.

Якщо кінетична енергія значно менше енергії спокою, то електрон є класичною частинкою. В цьому випадку

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Якщо кінетична енергія порівнянна з енергією спокою, то електрон є релятивістською частинкою. В цьому випадку

$$W_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right),$$

де m_0 – маса спокою електрона.

5.2.3. При комптонівському розсіянні фотонів (ефект Комптона) виконуються закони збереження енергії та імпульсу.

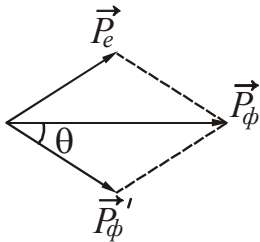


Рис. 5.1

$$m_0 c^2 + h\nu = m c^2 + h\nu'$$

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}'_\phi + \vec{p}_e.$$

де \vec{p}_ϕ і \vec{p}'_ϕ – імпульси фотона відповідно до і після розсіювання, $h\nu$ і $h\nu'$ – енергія фотона відповідно до і після розсіювання,

$m_0 c^2$ – енергія спокою електрона, $m c^2$ – енергія електрона після розсіювання.

5.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 5.3.1. Потік енергії, випромінюваної з оглядового віконця плавильної печі, дорівнює 34 Вт. Визначити температуру печі, якщо площа отвору 6 см^2 . На яку довжину хвилі припадає максимум спектральної густини енергетичної світності цієї печі? Вважати, що віконце плавильної печі випромінює як абсолютно чорне тіло.

Розв'язання. За законом Стефана – Больцмана енергетична світність (випромінюваність) абсолютно чорного тіла прямо пропорційна четвертого ступеня абсолютної температури:

$$R_e = \sigma T^4, \tag{1}$$

де σ – стала Стефана – Больцмана.

Енергетична світність за визначенням дорівнює:

$$R_e = \frac{\Phi_e}{S}. \tag{2}$$

де Φ_e – енергетичний потік, S – площа випромінюючої поверхні.

Прирівняємо (1) і (2) і знайдемо температуру:

$$\sigma T^4 = \frac{\Phi_e}{S}, \tag{3}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{\Phi_e}{\sigma S}}. \tag{4}$$

Довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світності, визначається законом зміщення Віна:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (5)$$

де b – стала Віна.

Підставивши чисельні значення величин в формули (4) і (5), отримаємо

$$T=1000 \text{ К}; \lambda_m=2,9 \text{ мкм.}$$

Приклад 5.3.2. Довжина хвилі, на яку припадає максимум в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла, дорівнює 0,58 мкм. Визначити максимальну спектральну густину енергетичної світності, розраховану на інтервал довжин хвиль $\Delta\lambda=1$ нм, поблизу λ_m .

Розв'язання. Максимальне значення спектральної густини енергетичної світності абсолютно чорного тіла пропорційно п'ятому ступеню його абсолютної температури.

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = cT^5, \quad (1)$$

де c – стала величина. В СІ $c=1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$.

Вказане значення сталої відповідає інтервалу довжин хвиль $\Delta\lambda=1$ м. За умовою задачі $\Delta\lambda=1$ нм, тому перерахуємо значення сталої на заданий інтервал:

$$\begin{aligned} c &= 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5) = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{К}^5) = \\ &= 1,3 \cdot 10^{-14} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм} \cdot \text{К}^5). \end{aligned}$$

Довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світності, визначається законом зміщення Віна:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (2)$$

де b – стала Віна.

Знайдемо температуру з (2) і підставимо в (1). Одержимо:

$$\begin{aligned} T &= \frac{b}{\lambda_m}, \\ (r_{\lambda,T})_{\max} &= c \left(\frac{b}{\lambda_m} \right)^5. \end{aligned} \quad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = 40,6 \cdot 10^3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм}).$$

Приклад 5.3.3. Електрична піч споживає потужність $P=1$ кВт. Температура її внутрішньої поверхні при відкритому невеликому отворі діаметром $d=5$ см дорівнює 700°C . Яка частина споживаної потужності розсіюється стінками?

Розв'язання. Споживана піччю електрична енергія випромінюється назовні отвором і стінками. Отже,

$$P = \Phi_1 + \Phi_2, \quad (1)$$

де Φ_1 і Φ_2 – потоки випромінювання (що те ж саме, що потужність випромінювання), випромінюються отвором і стінками відповідно.

З урахуванням формули (1) частину потужності, що розсіюється стінками, можна виразити таким чином:

$$\eta = \frac{P - \Phi_1}{P} = 1 - \frac{\Phi_1}{P}. \quad (2)$$

Потік випромінювання пов'язаний з енергетичною світністю співвідношенням:

$$\Phi_1 = R_e S. \quad (3)$$

де S – площа випромінюючої поверхні, тобто отвору в печі

$$S = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (4)$$

Отвір невеликий, тому будемо розглядати випромінювання через нього як випромінювання абсолютно чорного тіла. За законом Стефана – Больцмана

$$R_e = \sigma T^4, \quad (5)$$

Підставимо записані співвідношення в формулу (2), отримаємо:

$$\eta = 1 - \frac{\sigma T^4}{P} \cdot \frac{\pi d^2}{4}. \quad (6)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$\eta = 0,9.$$

Приклад 5.3.4. З поверхні сажі площею $S=2$ см² при температурі $T=400$ К за час $t=5$ хв випромінюється енергія $W=83$ Дж. Визначити коефіцієнт монохроматичного поглинання сажі.

Розв'язання. Енергія, яка випромінюється за одиницю часу з одиниці поверхні тіла, називається енергетичною світністю.

$$R_e = \frac{W}{St}. \quad (1)$$

Поверхня сажі близька до абсолютно чорного тіла, тому, за законом Стефана – Больцмана

$$R_e = \alpha \sigma T^4, \quad (2)$$

де α – коефіцієнт монохроматичного поглинання (поглинальна здатність). Прирівняємо праві частини формул (1) і (2) і знайдемо коефіцієнт монохроматичного поглинання.

$$\frac{W}{St} = \alpha \sigma T^4. \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{W}{St\sigma T^4}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$\alpha = 0,95.$$

Приклад 5.3.5. Мідна кулька діаметром $d=1,2$ см помістили в відкачану посудину, температура стінок якої підтримується близької до абсолютного нуля. Початкова температура кульки $T_0=300$ К. Вважаючи, що кулька випромінює як абсолютно чорне тіло, знайти, через скільки часу її температура зменшиться в $\eta=2,0$ рази.

Розв'язання. Температура тіла з плином часу змінюється, тому застосуємо до вирішення задачі метод диференціювання–інтегрування. Час охолодження кульки розіб'ємо на малі інтервали часу dt . За цей час температура тіла зміниться на малу величину dT . При охолодженні кулька зменшує свою внутрішню енергію. Зміна внутрішньої енергії dU дорівнюватиме:

$$dU = cmdT, \quad (1)$$

де c – питома теплоємність міді, m – маса кульки.

Посудина відкачана, отже, теплопровідністю середовища нехтуємо. За час dt кулька випромінює енергію

$$dW = R_e S dt, \quad (2)$$

де R_e – енергетична світність кульки, S – площа поверхні.

За законом Стефана – Больцмана енергетична світність пропорційна четвертому ступеню абсолютної температури T :

$$R_e = \sigma T^4, \quad (3)$$

де σ – стала Стефана – Больцмана.

Площа поверхні кульки дорівнює

$$S = \pi d^2, \quad (4)$$

а її об'єм

$$V = \frac{\pi d^3}{6}, \quad (5)$$

де d – діаметр кульки.

Знайдемо масу кульки:

$$m = \rho V = \frac{\rho \pi d^3}{6}, \quad (6)$$

де ρ – густина міді.

Підставимо вираз (6) для маси в формулу (1), а вираз для площі поверхні (4) і енергетичної світності (3) – в формулу (2). Одержимо:

$$dU = cm dT = \frac{c \rho \pi d^3}{6} dT, \quad (7)$$

$$dW = R_s S dt = \sigma T^4 \pi d^2 dt. \quad (8)$$

Теплове випромінювання відбувається за рахунок зміни внутрішньої енергії, тому

$$dW = dU. \quad (9)$$

Прирівняємо вирази (7) і (8), розділимо обидві частини рівняння на T^4 і проінтегруємо їх. Час змінюється від 0 до t , температура від T_0 до $T_0/2$.

$$\int_0^t \sigma \pi d^2 dt = \int_{T_0}^{T_0/2} \frac{c \rho \pi d^3}{6} \frac{dT}{T^4}. \quad (10)$$

$$\sigma \pi d^2 t = \frac{c \rho \pi d^3}{6} \left(-\frac{1}{3T^3} \right)_{T_0}^{T_0/2}. \quad (11)$$

Зробимо скорочення і підставимо границі інтегрування. висловимо час:

$$t = \frac{7c\rho d}{18\sigma T_0^3}. \quad (12)$$

Значення густини і питомої теплоємності міді визначаємо за довідковими даними: «Таблиці фізичних величин», п. 3.2, 3.3. Підставивши чисельні значення величин у формулу (12), отримаємо

$$t = 1,05 \cdot 10^4 \text{ с} \approx 2,9 \text{ години.}$$

Приклад 5.3.6. Вважаючи, що Сонце випромінює як чорне тіло, розрахувати, наскільки зменшується його маса за рік внаслідок випромінювання. Температуру поверхні Сонця взяти рівної 5800 К. Випромінювання Сонця вважати постійним.

Розв'язання. Зміна маси тіла на величину Δm супроводжується зміною його енергії на величину

$$W = \Delta mc^2, \quad (1)$$

де c – швидкість світла.

За одиницю часу з одиниці площі поверхні Сонця випромінюється енергія, що дорівнює

$$R_e = \frac{W}{St}. \quad (2)$$

де S – площа випромінюючої поверхні, тобто площа поверхні Сонця.

Площа поверхні

$$S = 4\pi r^2, \quad (3)$$

де r – радіус Сонця.

За законом Стефана – Больцмана:

$$R_s = \sigma T^4, \quad (4)$$

де σ – стала Стефана – Больцмана.

Виразимо з формули (2) енергію і зробимо заміну відповідно до виразів (3) і (4).

Одержимо:

$$W = 4\pi\sigma r^2 T^4 t. \quad (5)$$

Прирівняємо (1) і (5) і знайдемо зміну маси Сонця:

$$\Delta mc^2 = 4\pi\sigma r^2 T^4 t. \quad (6)$$

$$\Delta m = \frac{4\pi\sigma r^2 T^4 t}{c^2}. \quad (7)$$

Радіус Сонця визначаємо за довідковими даними: «Таблиці фізичних величин», п. 3.1. Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо

$$\Delta m = 1,4 \cdot 10^{17} \text{ кг.}$$

Приклад 5.3.7. Визначити енергію ε , масу m , імпульс p фотона, якому відповідає довжина хвилі $\lambda=380$ нм (фіолетова межа видимого спектра).

Розв'язання. Енергія фотона

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

де h – стала Планка, c – швидкість світла.

Енергія пов'язана з масою формулою Ейнштейна:

$$\varepsilon = mc^2. \quad (2)$$

Виразимо звідси масу:

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2}. \quad (3)$$

Імпульс фотона

$$p = \frac{h}{\lambda}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин в формули (1), (3) і (4), отримаємо $\varepsilon=5,23 \cdot 10^{-19}$ Дж=3,27 еВ, $m=5,8 \cdot 10^{-36}$ кг, $p=1,74 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с.

Приклад 5.3.8. Визначити, з якою швидкістю має рухатися електрон, щоб його кінетична енергія дорівнювала енергії фотона, довжина хвилі якого $\lambda=0,5$ мкм.

Розв'язання. Енергія фотона визначається формулою:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

де h – стала Планка, c – швидкість світла.

Вид формули для розрахунку кінетичної енергії електрона залежить від того, класичною або релятивістською частинкою він є. Тому проведемо попередній розрахунок енергії фотона, підставивши чисельні значення в формулу (1). Одержимо $\varepsilon=3,978 \cdot 10^{-19}$ Дж=2,49 еВ. Енергія спокою електрона $W_0 = m_0 c^2 = 0,511$ МеВ.

З порівняння випливає, що енергія електрона буде набагато менше його енергії спокою. Якщо кінетична енергія значно менше енергії спокою, то електрон є класичною частинкою. В цьому випадку

$$W_k = \frac{mv^2}{2}, \quad (2)$$

де m – маса електрона. $m=9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Прирівняємо праву частину формули (2) до енергії фотона і знайдемо швидкість електрона.

$$\varepsilon = \frac{mv^2}{2}. \quad (3)$$

$$v = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо $v=9,35 \cdot 10^5$ м/с.

Приклад 5.3.9. Чи буде спостерігатися фотоэффект, якщо на поверхню срібла направити ультрафіолетове випромінювання з довжиною хвилі $\lambda=300$ нм?

Розв'язання. Енергія фотона визначається формулою:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

де h – стала Планка, c – швидкість світла.

Проведемо розрахунок енергії фотона, підставивши чисельні значення в формулу (1). Одержимо $\varepsilon = 6,63 \cdot 10^{-19}$ Дж = 4,14 еВ.

За довідковими даними визначаємо роботу виходу електрона зі срібла («Таблиці фізичних величин», п. 3.20): $A_{\text{вих}} = 4,3$ еВ. Енергія фотона менше роботи виходу, отже, фотоэффект спостерігатися не буде.

Приклад 5.3.10. Визначити максимальну швидкість v_{max} фотоелектронів, що вивірюються з поверхні срібла: 1) ультрафіолетовим випромінюванням частотою $2 \cdot 10^{15}$ Гц; 2) γ -випромінюванням частотою $1,2 \cdot 10^{20}$ Гц.

Розв'язання. 1). За довідковими даними («Таблиці фізичних величин», п. 3.20) визначаємо роботу виходу електрона зі срібла: $A_{\text{вих}} = 4,3$ еВ = $6,88 \cdot 10^{-19}$ Дж. Енергія фотона визначається формулою:

$$\varepsilon = h\nu, \quad (1)$$

де h – стала Планка.

Проведемо розрахунок енергії фотона, підставивши чисельні значення в формулу (1). Одержимо $\varepsilon = 13,26 \cdot 10^{-19}$ Дж = 8,29 еВ. Енергія фотона значно менше енергії спокою електрона ($W_0 = m_0 c^2 = 0,511$ МеВ). Отже, для даного випадку максимальна кінетична енергія фотоелектронів в рівнянні Ейнштейна може бути виражена за класичною формулою.

Запишемо рівняння Ейнштейна для фотоэффекту:

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{m_0 v_{\text{max}}^2}{2}, \quad (2)$$

Знайдемо максимальну швидкість фотоелектронів, замінивши добуток $h\nu$ на ε :

$$v = \sqrt{\frac{2(\varepsilon - A)}{m_0}}. \quad (3)$$

Індекс «0» у маси означає, що при розрахунку швидкості в формулу (3) треба підставляти масу спокою електрона: $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (2), отримаємо

$$v_{\text{max}} = 1,18 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

2). Проведемо розрахунок енергії фотона γ -випромінювання, підставивши чисельні значення в формулу (1). Одержимо $\varepsilon = 7,96 \cdot 10^{-14}$ Дж = 0,5 МеВ. Робота виходу електрона з срібла ($A_{\text{вих}} = 6,88 \cdot 10^{-19}$ Дж = 4,3 еВ) занадто мала порівняно з

енергією фотона, тому можна прийняти, що максимальна кінетична енергія електрона дорівнює енергії фотона.

В даному випадку кінетична енергія електрона порівнянна з його енергією спокою, тому електрон є релятивістської частинкою. Кінетична енергія релятивістської частинки визначається вираженням:

$$W_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right), \quad (4)$$

де $m_0 c^2 = W_0 = 0,511$ МеВ – енергія спокою електрона.

Замінімо у формулі (4) W_k на ε і виразимо максимальну швидкість фотоелектронів (перетворення виконайте самостійно):

$$v = c \frac{\sqrt{(2W_0 + \varepsilon)\varepsilon}}{W_0 + \varepsilon}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$v_{\max} = 2,59 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Зверніть увагу! Під дією γ -випромінювання електрони набувають швидкість, порівнянну зі швидкістю світла.

Приклад 5.3.11. Червона межа фотоэффекту для деякого металу дорівнює $\lambda_0 = 275$ нм. Знайти: 1) роботу виходу $A_{\text{вих}}$ електрона з цього металу; 2) максимальну швидкість v_{\max} електронів, що вириваються з цього металу світлом з довжиною хвилі $\lambda = 180$ нм; 3) величину затримуючої напруги U_3 , яку треба прикласти, щоб припинити фотострум.

Розв'язання. Фотоэффект в даній задачі викликаний ультрафіолетовим випромінюванням. Енергія фотона, відповідного цьому діапазону довжин хвиль, значно менше енергії спокою електрона. Отже, електрон можна вважати класичною частинкою.

Робота виходу електрона з металу

$$A_{\text{вих}} = \frac{hc}{\lambda_0}, \quad (1)$$

де h – стала Планка, c – швидкість світла, λ_0 – довжина хвилі, що відповідає червоній межі фотоэффекту.

Запишемо рівняння Ейнштейна для фотоэффекту, виразивши енергію фотона $h\nu$ через довжину хвилі:

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вих}} + \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad (2)$$

Виразимо швидкість з рівняння (2):

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вих}} \right)}. \quad (3)$$

За теоремою про зміну кінетичної енергії робота електричного поля по затриманню електронів дорівнює максимальній кінетичній енергії електрона:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = qU_3. \quad (4)$$

де q – заряд електрона.

З (4) знайдемо величину затримуючої напруги U_3 :

$$U_3 = \frac{mv_{\max}^2}{2q}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин в формули (1), (3), (5), отримаємо $A_{\text{вих}} = 7,23 \cdot 10^{-19}$ Дж = 4,52 еВ; $v_{\max} = 9,2 \cdot 10^5$ м/с; $U_3 = 2,41$ В.

Приклад 5.3.12. В результаті ефекту Комптона рентгенівські промені з довжиною хвилі $\lambda = 2$ пм при зіткненні з електроном були розсіяні на кут $\theta = 90^\circ$. Знайти 1) зміну довжини хвилі рентгенівських променів при розсіюванні; 2) кінетичну енергію електрона віддачі.

Розв'язання. Зміна довжини хвилі рентгенівського випромінювання при комптонівському розсіянні

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta), \quad (1)$$

де θ – кут розсіювання, тобто кут між напрямком падаючого і розсіяного пучків;

m_0 – маса спокою частки, на якій відбувалося розсіювання (в даній задачі – маса електрона); h – стала Планка; c – швидкість світла.

Величина $\frac{h}{m_0c} = \lambda_C$ називається комптонівською довжиною хвилі. Для

електрона $\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м.

При взаємодії фотона з електроном виконується закон збереження енергії

$$m_0c^2 + h\nu = mc^2 + h\nu', \quad (2)$$

де $h\nu$ і $h\nu'$ – енергія фотона відповідно до і після зіткнення, m_0c^2 – енергія спокою електрона, mc^2 – енергія електрона після зіткнення (його називають електроном віддачі).

Кінетична енергія електрона дорівнює різниці його повної енергії та енергії спокою:

$$W_k = mc^2 - m_0c^2. \quad (3)$$

З рівняння (2) випливає, що кінетична енергія електрона також дорівнюватиме різниці енергій фотонів до і після зіткнення:

$$W_k = h\nu - h\nu'. \quad (4)$$

Виразимо частоти через довжини хвиль:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \nu' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda + \Delta\lambda}.$$

Зробимо заміну в рівнянні (4), отримаємо:

$$W_k = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda} \right). \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин в формули (1) і (5), отримаємо $\Delta\lambda = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м, $W_k = 5,46 \cdot 10^{-14}$ Дж $= 3,41 \cdot 10^5$ еВ $= 0,34$ МеВ.

• Питання для підготовки до практичних занять

1. Яке випромінювання називається тепловим? Яка основна особливість теплового випромінювання в порівнянні з іншими видами випромінювання.
2. Назвіть основні характеристики теплового випромінювання.
3. Яке тіло називається абсолютно чорним?
4. Сформулюйте закон Кірхгофа. Запишіть відповідну формулу.
5. Сформулюйте закон Стефана – Больцмана. Запишіть відповідну формулу.
6. Сформулюйте закон зміщення Віна. Запишіть відповідну формулу.
7. Сформулюйте другий закон Віна. Запишіть відповідну формулу.
8. У чому суть гіпотези Планка?
9. Що таке фотон? Назвіть основні властивості фотона. Запишіть формули для розрахунку енергії та імпульсу фотона.
10. У чому полягає явище зовнішнього фотоефекту? Запишіть рівняння Ейнштейна для фотоефекту.
11. Сформулюйте закони зовнішнього фотоефекту. Як вони пояснюються на основі квантових уявлень про природу світла?
12. У чому сутність ефекту Комптона? Які закони виконуються при ефекті Комптона?
13. Від чого залежить зміна довжини хвилі в ефекті Комптона? Запишіть відповідну формулу.

5.4. Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

5.1. Енергетична світність абсолютно чорного тіла дорівнює 10 кВт/м^2 . Визначити його температуру.

5.2. На яку довжину хвилі припадає максимум спектральної густини енергетичної світності абсолютно чорного тіла при температурі 0°C ?

5.3. Визначити температуру абсолютно чорного тіла, при якій максимум спектральної густини енергетичної світності припадає на червону межу видимого світла ($\lambda=760 \text{ нм}$).

5.4. Визначити роботу виходу електрона з натрію, якщо червона межа фотоефекту $\lambda_0=500 \text{ нм}$.

5.5. Знайти енергію і масу фотона, якщо відповідна йому довжина хвилі $\lambda=1,6 \text{ пм}$.

5.6. Визначити довжину хвилі, масу і імпульс фотона з енергією $\varepsilon=1 \text{ МеВ}$.

5.7. До яких діапазонів слід віднести випромінювання, енергія фотонів яких дорівнює відповідно $\varepsilon_1=2,0 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}$; $\varepsilon_2=4,0 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$; $\varepsilon_3=3,0 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}$?

5.8. Визначити кут розсіювання θ фотона, який зазнав зіткнення з вільним електроном, якщо зміна довжини хвилі $\Delta\lambda$ при розсіянні дорівнює $3,62 \text{ пм}$.

Середній рівень

5.9. Температура абсолютно чорного тіла дорівнює 723°C . Обчислити енергію, що випромінюється цим тілом з площі $S=2 \text{ м}^2$ протягом $t=45 \text{ с}$.

5.10. Випромінювач з площею поверхні $0,5 \text{ мм}^2$ має температуру, рівну 1063°C . Визначити потужність випромінювача, вважаючи, що він випромінює як абсолютно чорне тіло.

5.11. Внаслідок зміни температури абсолютно чорного тіла максимум спектральної густини енергетичної світності змістився з $\lambda_1=2,4 \text{ мкм}$ на $\lambda_2=0,8 \text{ мкм}$. Як і у скільки разів змінилася енергетична світність (випромінюваність) тіла?

5.12. Довжини хвиль λ_1 , λ_2 , які відповідають максимумам спектральної густини енергетичної світності в спектрах двох абсолютно чорних тіл, різняться на $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 0,50 \text{ мкм}$. Визначити температуру T_2 другого тіла, якщо температура першого тіла $T_1=2500 \text{ К}$.

5.13. Як і у скільки разів зміниться потік випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо максимум спектральної густини енергетичної світності переміститься з червоної межі видимого спектра (780 нм) на фіолетову (380 нм)?

5.14. У скільки разів треба збільшити термодинамічну температуру абсолютно чорного тіла, щоб його енергетична світність (випромінюваність) зросла в два рази?

5.15. Можна умовно вважати, що Земля випромінює як сіре тіло, що знаходиться при температурі 7°C . Визначити коефіцієнт монохроматичного погли-

нання Землі при цій температурі, якщо енергетична світність (випромінюваність) її поверхні дорівнює $R_e=325$ кДж/(м²·ч).

5.16. Максимальна спектральна густина енергетичної світності (випромінювальна здатність) абсолютно чорного тіла $(r_{\lambda,T})_{\max}$ дорівнює $4,16 \cdot 10^{11}$ Вт/м³. На яку довжину хвилі λ_{\max} вона припадає?

5.17. Робота виходу електрона з поверхні катода 2,48 еВ. При якій довжині хвилі λ падаючого випромінювання максимальна швидкість фотоелектронів дорівнює $1,0 \cdot 10^6$ м/с?

5.18. Катод вакуумного фотоелемента освітлюється світлом з довжиною хвилі 0,38 мкм. Фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів 1,4 В. Знайти роботу виходу електронів з катода.

5.19. Цинковий електрод освітлюється монохроматичним світлом. Фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів 0,6 В. Обчислити довжину хвилі світла, що застосовувалося при опроміненні.

5.20. Визначити максимальну швидкість фотоелектронів, що вилітають з вольфрамового електрода, що освітлюють ультрафіолетовим світлом з довжиною хвилі 0,20 мкм.

5.21. Рентгенівське випромінювання довжиною хвилі $\lambda=55,8$ пм розсіюється плиткою графіту (ефект Комптона). Визначити довжину хвилі λ' світла, розсіяного під кутом 60° до напрямку падаючого пучка світла.

Достатній рівень

5.22. Потужність випромінювання абсолютно чорного тіла $N=10$ кВт. Знайти площу випромінюючої поверхні тіла, якщо максимум спектральної густини енергетичної світності цього тіла припадає на довжину хвилі $\lambda_m=700$ нм.

5.23. Вважаючи, що Сонце випромінює як чорне тіло, обчислити, за який час його маса зменшиться удвічі. Температуру поверхні Сонця взяти рівній 5800 К. Випромінювання Сонця вважати постійним.

5.24. Вважаючи, що Сонце випромінює як чорне тіло, визначити потужність сонячного випромінювання, що припадає на одиницю площі, поблизу поверхні Землі. Температуру поверхні Сонця взяти рівної 5780 К. Випромінювання Сонця вважати постійним.

5.25. Елемент електричного нагрівача корисною потужністю 1,0 кВт має форму циліндра довжиною 25 см і діаметром 1,5 см. Визначте температуру елемента, якщо він випромінює як абсолютно чорне тіло. Вважати, що все тепло, що виділяється, втрачається у вигляді випромінювання.

5.26. Знайти сталу Планка, якщо відомо, що електрони, що вириваються з металу світлом з частотою $\nu_1=2,2 \cdot 10^{15}$ Гц, повністю затримуються різницею потенціалів $U_1=6,6$ В, а що вириваються світлом з частотою $\nu_2=4,6 \cdot 10^{15}$ Гц – різницею потенціалів $U_2=16,5$ В. Чому дорівнює робота виходу електронів з даного матеріалу?

5.27. Визначити червону межу фотоефекту для цезію, якщо при опроміненні його поверхні фіолетовим світлом довжиною хвилі $\lambda=400$ нм максимальна швидкість фотоелектронів дорівнює 650 км/с.

5.28. Знайти частоту світла, що вириває з металу електрони, які повністю затримуються різницею потенціалів $U=3,0$ В. Фотоефект починається при частоті світла $\nu_0=6,0 \cdot 10^{14}$ Гц. Чому дорівнює робота виходу електрона з металу?

5.29. Довжина хвилі світла, що відповідає червоній межі фотоефекту для деякого металу дорівнює $\lambda_0=275$ нм. Знайти максимальну швидкість електронів, що вириваються з металу світлом з довжиною хвилі $\lambda=180$ нм.

5.30. Поверхню металу по черзі освітлюють світлом з довжиною хвилі $\lambda_1=400$ нм і $\lambda_2=800$ нм. У другому випадку максимальна швидкість фотоелектронів в $1,5$ рази менше, ніж у першому. Яка робота виходу електронів з цього металу?

5.31. Знайти довжину хвилі електромагнітного випромінювання, яким треба опромінити метал з роботою виходу $A=4,5$ еВ, щоб фотоелектрони, що вириваються з поверхні цього металу, могли без відхилення проходити область однорідних взаємно перпендикулярних електричного поля напруженістю $E=10$ кВ/м і магнітного поля індукцією $B=0,01$ Тл. Розрахунок провести для фотоелектронів з максимальною швидкістю.

5.32. Мідну кульку радіусом 3 мм освітлюють світлом з довжиною хвилі 200 нм. Скільки електронів може втратити ця кулька внаслідок фотоефекту?

5.33. Катод фотоелемента освітлюють світлом з частотою 10^{15} Гц. Електрони, що вилітають з катода, потрапляють в однорідне магнітне поле індукцією $0,8$ мТл. Швидкість електронів перпендикулярна напрямку поля. Визначити максимальний радіус кола, по якому рухатимуться електрони. Робота виходу електронів з катода дорівнює $2,2$ еВ.

5.34. Фотон з енергією $\epsilon=2,23$ МеВ розсіюється плиткою графіту. Визначити довжину хвилі λ світла, розсіяного під кутом $\theta=45^\circ$ до напрямку падаючого пучка світла.

5.35. Гамма-фотон з енергією $1,02$ МеВ в результаті комптонівського розсіювання на вільному електроні відхилився від первинного напрямку на кут 90° . Визначити кінетичну енергію і імпульс електрона віддачі. До зіткнення електрон покоївся.

5.36. Гамма-фотон з довжиною хвилі $2,43$ пм здійснив комптонівське розсіювання на вільному електроні і відхилився від початкового напрямку на кут 180° . Визначити кінетичну енергію і імпульс електрона віддачі. До зіткнення електрон покоївся.

5.37. На поверхню твердого тіла нормально падає випромінювання лазера з довжиною хвилі 550 нм. Який імпульс передає поверхні кожен падаючий фотон? Розглянути два випадки: а) поверхня чорна; б) поверхня дзеркальна.

5.38. С якою швидкістю v повинен рухатися електрон, щоб його імпульс дорівнював імпульсу фотона, довжина хвилі якого дорівнює $\lambda=0,5$ мкм.

5.39. Визначити довжину хвилі фотона, імпульс якого дорівнює імпульсу електрона, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U=9,8$ В.

5.40. Треноване око, яке довгостроково знаходиться в темряві, сприймає світло з довжиною хвилі $\lambda=500$ нм при потужності $P_1=2,1 \cdot 10^{-17}$ Вт. Верхня межа потужності, що сприймається оком, дорівнює $P_2=2,0 \cdot 10^{-5}$ Вт. Скільки фотонів потрапляє в кожному випадку на сітківку ока за 1 с?

5.41. Лазер, що працює в імпульсному режимі, споживає потужність $P=1$ кВт. Тривалість одного імпульсу $t=5$ мкс, а число імпульсів в 1 с дорівнює 200. Знайти випромінену енергію і потужність одного імпульсу, якщо на випромінювання йде 0,1% споживаної потужності.

5.42. Гелій-неоновий газовий лазер, що працює в безперервному режимі, дає випромінювання монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda=630$ нм, розвиваючи потужність $P=40$ мВт. Скільки фотонів випромінює лазер за 1 с?

Розділ 3. ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

§6 Хвильові властивості мікрочастинок

6.1 Основні теоретичні відомості

1. Рух електрона або який-небудь інший мікрочастинки пов'язаний з хвильовим процесом, довжина хвилі якого дорівнює

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (6.1)$$

де h – стала Планка, p – імпульс частинки.

2. Ймовірність dw того, що частинка знаходиться в елементі об'єму dV , пропорційна квадрату модуля хвильової функції $|\psi|^2$:

$$dw = |\psi|^2 dV. \quad (6.2)$$

3. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга, які є математичним виразом одночасної наявності у мікрочастинок хвильових і корпускулярних властивостей:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (6.3)$$

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (6.4)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (6.5)$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (6.6)$$

де $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – стала Планка, Δx , Δy , Δz – невизначеності визначення координати,

Δp_x , Δp_y , Δp_z – невизначеності визначення проекції імпульсу на відповідну вісь.

4. Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0 \quad (6.7)$$

де Δ – оператор Лапласа; $\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$;

m – маса частинки; \hbar – стала Планка; E – повна енергія частинки;

U – потенціальна енергія частинки.

5. Власні значення енергії (енергетичний спектр) частинки, що знаходиться на n -му енергетичному рівні в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (6.8)$$

де $n=1, 2, 3, \dots, l$ – ширина ями.

6. Власні хвильові функції частинки, що знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (6.9)$$

де l – ширина ями, x – координата частинки.

6.2 Алгоритми розв'язання задач і методичні поради

6.2.1. При розгляді хвильових властивостей мікрочастинок необхідно розрізняти випадки класичних і релятивістських частинок. Ще раз повторимо, як це робиться (див. також §5). Для того, щоб мікрочастинку можна було вважати класичною, її швидкість повинна бути значно менше швидкості світла ($c=3 \cdot 10^8$ м/с). Якщо відомо значення кінетичної енергії частки, то треба попередньо порівняти кінетичну енергію з енергією спокою частинки. Якщо кінетична енергія значно менше енергії спокою, то мікрочастинка є класичною частинкою. В цьому випадку кінетична енергія W_k пов'язана з імпульсом $p = mv$ співвідношенням:

$$W_k = \frac{p^2}{2m} \quad \text{або} \quad p = \sqrt{2mW_k}.$$

Якщо кінетична енергія порівнянна з енергією спокою, то мікрочастинка є релятивістською частинкою. В цьому випадку її кінетична енергія W_k і імпульс p пов'язані співвідношенням:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + W_k)W_k}.$$

де E_0 – енергія спокою мікрочастинок.

При розв'язанні задач на рух електрона в атомі його можна вважати класичною частинкою, оскільки кінетична енергія електрона має величину порядку декількох електрон-вольт.

6.2.2. Задачі на використання співвідношення невизначеностей Гейзенберга можна розділити два типи:

– визначення найменшого значення *однієї з двох* невизначеностей при заданому значенні інший. В цьому випадку в формулах (6.3) – (6.6) пишуть знак рівності.

– наближений розрахунок найменшого *значення самих величин*: лінійних розмірів області, в якій знаходиться частинка, імпульсу частинки (або пов'язаної з імпульсом кінетичної енергії) і т.д. При цьому поступають таким чином:

- 1) невизначеність у визначенні координати приймають рівною самій координаті $\Delta x \approx x$. Якщо невідомо напрямок імпульсу, то невизначеність у визначенні проекції імпульсу на вісь приймають рівною імпульсу $\Delta p_x \approx p$.
- 2) шукана величина не може бути менше найменшою невизначеності в її вимірі. Тому в якості мінімального значення шуканої величини наближено беруть мінімальну невизначеність цієї величини: $x_{\min} = (\Delta x)_{\min}$, $p_{\min} = (\Delta p)_{\min}$.

6.2.3. Стан мікрочастинки в квантовій механіці описується хвильовою функцією $\psi(x, y, z, t)$. Ми розглядаємо тільки ті випадки, коли пси-функція не залежить від часу, тобто вона залежить тільки від координат: $\psi = \psi(x, y, z)$. Такі стани називаються стаціонарними.

Якщо відомий вид хвильової функції, то можна, використовуючи формулу (6.2), розрахувати ймовірність перебування мікрочастинки в даній області простору. Розв'язання таких задач зв'язано з математичними труднощами, тому розглянемо одновимірні задачі, в яких пси-функція залежить тільки від однієї координати. Наприклад, задача про частинку в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі. Формула (6.2) набуде вигляду:

$$dw = |\psi(x)|^2 dx.$$

Ймовірність виявити частинку в інтервалі від x_1 до x_2 :

$$w = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

Хвильова функція в цьому випадку описується рівнянням (6.9).

6.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 6.3.1. Електрон, початковою швидкістю якого можна знехтувати, пройшов прискорюючу різницю потенціалів U . Знайти довжину хвилі де Бройля для двох випадків: 1) $U=51$ В; 2) $U=510$ кВ.

Розв'язання. Довжина хвилі де Бройля визначається співвідношенням

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1}$$

де h – стала Планка; p – імпульс частинки.

Імпульс можна визначити, якщо відома кінетична енергія W_k частинки. Кінетична енергія електрона, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів U , дорівнює роботі сил електростатичного поля *

$$W_k = eU, \quad (2)$$

де e – заряд електрона.

Розрахуємо кінетичну енергію. У першому випадку $W_{k1}=51 \text{ eV}=0,51 \cdot 10^{-4} \text{ MeV}$. У другому випадку $W_{k2}=510 \text{ keV}=0,51 \text{ MeV}$.

Порівняємо значення кінетичної енергії з енергією спокою електрона $E_0 = m_0 c^2$. Енергію спокою можна розрахувати або взяти готове значення з довідкової таблиці. У електрона $E_0=0,51 \text{ MeV}$.

У першому випадку кінетична енергія набагато менше енергії спокою. Це означає, що в першому випадку електрон можна вважати класичною частинкою. У другому – кінетична енергія дорівнює енергії спокою, отже, у другому випадку частинка є релятивістською.

Зв'язок імпульсу з кінетичною енергією різна для нерелятивістського випадку та для релятивістського випадку.

В нерелятивістському випадку

$$p = \sqrt{2m_0 W_k} \quad (3)$$

де m_0 – маса спокою частинки.

В релятивістському випадку

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + W_k)W_k}. \quad (4)$$

Підставимо формули (3) і (4) в (1), отримаємо:

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_0 W_k}}, \quad (5)$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + W_k)W_k}} \quad (6)$$

Для розрахунку чисельних значень довжин хвиль енергію необхідно виразити в джоулях. Підставивши чисельні значення величин в формули (5) і (6), отримаємо

$$\lambda_1=172 \text{ пм}; \quad \lambda_2=1,4 \text{ пм}$$

* Зверніть увагу! Формула (2) справедлива тільки в тому випадку, якщо початкова енергія електрона дорівнювала нулю. Якщо електрон мав кінетичну енергію до того, як потрапив в електричне поле, то робота сил електростатичного поля дорівнює зміні кінетичної енергії.

Приклад 6.3.2. Чого має дорівнювати кінетична енергія електрона, щоб його довжина хвилі де Бройля збіглася з комптонівською довжиною хвилі?

Розв'язання. Довжина хвилі де Бройля визначається співвідношенням:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1)$$

де h – стала Планка; p – імпульс електрона.

Кінетична енергія W_k і імпульс p електрона в релятивістському випадку пов'язані співвідношенням:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + W_k)W_k}. \quad (2)$$

де $E_0 = m_0c^2$ – енергія спокою електрона. У електрона $E_0 = 0,51$ MeV.

Комптонівська довжина хвилі:

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0c} = \frac{hc}{m_0c^2} = \frac{hc}{E_0}. \quad (3)$$

Чисельник і знаменник рівняння (3) помножили на швидкість світла, щоб виразити комптонівську довжину хвилі через енергію спокою. Прирівняємо вирази для хвилі де Бройля (1) і комптонівської довжини хвилі (3), підставивши вираз (2) для імпульсу. Одержимо:

$$\frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + W_k)W_k}} = \frac{hc}{E_0}. \quad (4)$$

Проведемо скорочення і виконаємо перетворення. Одержимо:

$$W_k^2 + 2E_0W_k - E_0^2 = 0. \quad (5)$$

Розв'яжемо рівняння:

$$W_{k1-2} = \frac{-2E_0 \pm \sqrt{4E_0^2 + 4E_0^2}}{2} = -E_0 \pm E_0\sqrt{2}.$$

Від'ємний корінь відкидаємо, оскільки кінетична енергія є величиною позитивною. Одержимо:

$$W_k = E_0(\sqrt{2} - 1). \quad (6)$$

Підставивши чисельне значення енергії спокою в формулу (6), отримаємо:

$$W_k = 0,21 \text{ MeV}.$$

Приклад 6.3.3. На скільки по відношенню до кімнатної повинна змінитися температура ідеального газу, щоб дебройлівська довжина хвилі λ його молекул, зменшилася на 20%? Вважати, що швидкість молекул дорівнює найбільш імовірній швидкості. Кімнатну температуру прийняти рівною 300 К.

Розв'язання. Довжина хвилі де Бройля визначається співвідношенням:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1)$$

де h – стала Планка; p – імпульс молекули.

Імпульс молекули

$$p = mv. \quad (2)$$

Найбільш ймовірна швидкість молекул визначається співвідношенням:

$$v = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad (3)$$

де T – термодинамічна температура, M – молярна маса газу, R – молярна газова стала.

Зробимо підстановку в формулу (1). Одержимо:

$$\lambda = \frac{h}{m} \sqrt{\frac{M}{2RT}}. \quad (4)$$

Відносна зміна довжини хвилі де Бройля

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1} = 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}. \quad (5)$$

Підставимо в рівняння (5) співвідношення (4). Після скорочення отримаємо:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1} = 1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 0,2. \quad (6)$$

Виразимо з (6) температуру T_2 :

$$\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 1 - 0,2 = 0,8.$$

$$T_2 = \frac{T_1}{0,64}.$$

Знайдемо зміну температури:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = T_1 \left(\frac{1}{0,64} - 1 \right) = 0,56 T_1. \quad (7)$$

Підставивши в формулу (7) чисельне значення кімнатної температури, отримаємо $\Delta T = 168$ К.

Приклад 6.3.4. Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити найменшу помилку у визначенні швидкості Δv_{\min} електрона, якщо координати центру мас цієї частинки встановлені з невизначеністю 1 мкм.

Розв'язання. Запишемо співвідношення невизначеностей для координати і проєкції імпульсу на вісь x :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

де $\hbar = h/2\pi$, h – стала Планка, Δx – невизначеність у визначенні координати.

Фізично розумна невизначеність імпульсу Δp_x не повинна перевищувати значення проєкції імпульсу p_x , тобто повинна виконуватися умова:

$$\Delta p_x \leq p_x.$$

Проєкція імпульсу електрона на вісь x :

$$p_x = m v_x, \quad (2)$$

де m – маса електрона, v_x – проєкція швидкості на вісь x .

Тогда

$$\Delta p_x = m \Delta v_x. \quad (3)$$

Замінімо Δp_x в рівнянні (1), отримаємо:

$$\Delta x \cdot m \Delta v_x \geq \hbar/2. \quad (4)$$

Ми оцінюємо мінімальне значення швидкості, тому перейдемо від нерівності до рівності:

$$\Delta v_{\min} = \frac{\hbar}{2m \Delta x}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо:

$$\Delta v_{\min} = 0,6 \cdot 10^2 \text{ м/с.}$$

Приклад 6.3.5. Середня кінетична енергія електрона в не збудженому атомі водню дорівнює 13,6 еВ. Оцінити найменшу невизначеність, з якою можна обчислити координату електрона в атомі.

Розв'язання. Запишемо співвідношення невизначеностей для координати та імпульсу:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

З (1) знайдемо невизначеність у визначенні координати:

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p_x}. \quad (2)$$

Кінетична енергія електрона набагато менше його енергії спокою ($E_0=0,51$ MeV), тому його можна розглядати як класичну частинку. В цьому випадку кінетична енергія W_k пов'язана з імпульсом p співвідношенням:

$$p = \sqrt{2mW_k}. \quad (3)$$

Проекція імпульсу p_x на напрям осі x лежить в інтервалі від $-p$ до $+p$. Це означає, що Δp_x і p одного порядку. Тоді невизначеність проекції імпульсу на вісь x дорівнює

$$\Delta p_x \sim p,$$

Замінімо Δp_x у формулі (2) на p з урахуванням формули (3). Одержимо:

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\sqrt{2mW_k}}. \quad (4)$$

Визначаємо мінімальне значення невизначеності координати, тому перейдемо від нерівності до рівності:

$$\Delta x_{\min} = \frac{\hbar}{2\sqrt{2mW_k}}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо:

$$\Delta x_{\min} = 2,6 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

Приклад 6.3.6. Моноенергетичний пучок електронів висвічує в центрі екрана електронно-променевої трубки осцилографа пляму радіусом $r \approx 10^{-3}$ см. Довжину електронно-променевої трубки l прийняти рівною 10 см, напруга, що прискорює електрон дорівнює $U=10^4$ В. Оцінити, чи може за даних умов рух електрона в трубці розглядатися як рух по траєкторії?

Розв'язання. Чим менше невизначеність координати частинки, тим з більшою точністю застосовне поняття траєкторії. Тому, оцінимо величину невизначеності координати електрона за допомогою співвідношення невизначеностей:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

де $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h – стала Планка, Δx – невизначеність визначення координати,

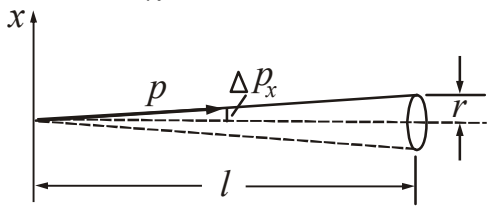


Рисунок 6.1

Δp_x – невизначеність визначення проекції імпульсу на вісь x .

Невизначеність імпульсу Δp_x не повинна перевищувати значення проекції імпульсу p_x на вісь Ox , тобто повинна виконуватися умова:

$$\Delta p_x \sim p_x = p \sin \alpha = p \frac{r}{l}, \quad (2)$$

де r – радіус плями, l – довжина трубки. Радіус плями значно менше довжини трубки (рис. 6.1), тому $\sin \alpha$ у формулі (2) замінили на $\text{tg} \alpha$.

Кінетична енергія електрона, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів U , дорівнює роботі сил електростатичного поля (початкову кінетичну енергію вважаємо рівною нулю):

$$W_k = eU, \quad (3)$$

де e – заряд електрона.

Розрахуємо його кінетичну енергію: $W_k = 10^4 \text{ eV} = 0,01 \text{ MeV}$.

Кінетична енергія набагато менше енергії спокою ($E_0 = 0,51 \text{ MeV}$). Це означає, що електрон можна вважати класичною частинкою. В цьому випадку

$$p = \sqrt{2m_0 W_k}, \quad (4)$$

де m_0 – маса спокою електрона.

Знайдемо невизначеність визначення координати з рівняння (1), підставивши співвідношення (2) і (4). Одержимо:

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p_x} = \frac{\hbar l}{2pr} = \frac{\hbar l}{2r\sqrt{2m_0 W_k}}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо:

$$\Delta x \approx 10^{-8} \text{ м.}$$

Отриманий результат вказує на те, що рух електрона в електронно-променевої трубки практично не відрізняється від руху по траєкторії.

Приклад 6.3.7. Використовуючи співвідношення невизначеностей $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$,

оцінити ширину енергетичного рівня в атомі водню, що знаходиться: 1) в основному стані; 2) у збудженому стані. Вважати, що час життя в збудженому стані дорівнює 10^{-8} с .

Розв'язання. Фізично розумна невизначеність часу не повинна перевищувати часу життя атома, а невизначеність енергії не повинна перевищувати ширини

енергетичного рівня. Це означає, що повинні виконуватися такі співвідношення:

$$\Delta t \leq \tau,$$

$$\Delta E \leq \Delta W,$$

де τ – час життя атома, ΔW – ширина енергетичного рівня.

Зробивши заміну в співвідношення невизначеностей, отримаємо:

$$\Delta W \cdot \tau \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

$$\Delta W \geq \frac{\hbar}{2\tau}, \quad (2)$$

де $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h – стала Планка.

1) В основному стані атом може перебувати як завгодно довго, тому час його життя можна прийняти рівним нескінченності: $\tau = \infty$. З формули (2) випливає, що в цьому випадку $\Delta W = 0$, тобто енергія атома в основному стані точно визначена.

2) Якщо атом перебуває в деякому енергетичному стані протягом проміжку часу τ , а потім переходить в інше, то існує невизначеність у визначенні енергії. У збудженому стані $\tau = 10^{-8}$ с.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (2), отримаємо:

$$\Delta W = 5,3 \cdot 10^{-27} \text{ Дж} = 0,03 \text{ мкеВ}.$$

Приклад 6.3.8. Електрон знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною l . Знайти ймовірність того, що електрон, що знаходиться на другому енергетичному рівні, буде виявлений в останній третині ями.

Розв'язання. Ймовірність виявити частинку в інтервалі від x_1 до x_2 визначається співвідношенням:

$$w = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi_n(x)|^2 dx, \quad (1)$$

де $\Psi_n(x)$ – власна хвильова функція, що відповідає даному стану. Власна хвильова функція частинки, яка перебуває в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (2)$$

де l – ширина ями, x – координата частинки.

Для $n=2$ формула (1) запишеться у вигляді (постійні величини винесені за знак інтеграла):

$$w = \frac{2}{l} \int_{x_1}^{x_2} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx. \quad (3)$$

У формулі (3) зробимо заміну:

$$\sin^2 \frac{2\pi}{l} x = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi}{l} x \right). \quad (4)$$

За умовою задачі границі інтегрування дорівнюють: $x_1 = \frac{2l}{3}$, $x_2 = l$.

Підставимо границі інтегрування і розіб'ємо інтеграл на два. Одержимо:

$$\begin{aligned} w &= \frac{2}{l} \int_{2l/3}^l \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx = \frac{2}{l} \cdot \frac{1}{2} \left(\int_{2l/3}^l dx - \int_{2l/3}^l \cos \frac{4\pi}{l} x dx \right) = \\ &= \frac{1}{l} \left(x \Big|_{2l/3}^l - \frac{l}{4\pi} \sin \frac{4\pi}{l} x \Big|_{2l/3}^l \right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} \left(\sin 4\pi - \sin \frac{8\pi}{3} \right) = \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} (0 - 0,87) = 0,4. \end{aligned}$$

Приклад 6.3.9. Електрон знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною 0,5 нм. Обчислити мінімальну різницю енергій сусідніх рівнів. Відповідь виразити в електрон-вольтах.

Розв'язання. Власні значення енергії частинки, що знаходиться на n -му енергетичному рівні в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі.

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (1)$$

де $n=1, 2, 3, \dots, l$ – ширина ями, m – маса частинки (електрона).

Різниця енергій двох сусідніх рівнів з довільними номерами n і $(n+1)$ дорівнюватиме:

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} ((n+1)^2 - n^2) = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n+1). \quad (2)$$

Мінімальній різниці енергій відповідає $n=1$. Тоді:

$$\Delta E_{\min} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot 3. \quad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо:

$$\Delta E_{\min} = 7,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 4,5 \text{ eV}.$$

• **Питання для підготовки до практичних занять**

1. У чому сутність гіпотези де Бройля? Запишіть формулу для розрахунку довжини хвилі де Бройля.
2. Опишіть досліди, які підтверджують гіпотезу де Бройля.
3. Запишіть співвідношення невизначеностей Гейзенберга для координат і імпульсів. У чому полягає їх фізичний зміст?
4. В чому полягає статистична інтерпретація хвильової функції, яка запропонована Борном?
5. Яким стандартним умовам повинна задовольняти хвильова функція?
6. Запишіть і поясніть умову нормування хвильової функції.
7. Запишіть рівняння Шредінгера для стаціонарних станів.
8. Запишіть рівняння Шредінгера:
 - для вільної частинки;
 - для частинки в одновимірній нескінченно глибокій потенціальній ямі;
 - для електрона, що знаходиться в воднеподібному іоні.

6.4. Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

6.1. Визначити довжину хвилі де Бройля, що характеризує хвильові властивості електрона, якщо його швидкість 1 Мм/с.

6.2. При якій швидкості електрона його довжина хвилі де Бройля дорівнює 500 нм?

6.3. При русі вздовж осі Ox швидкість виявляється визначеною з точністю $\Delta v_x = 1$ см/с. Визначити невизначеність координати Δx : а) для електрона; б) для броунівської частинки масою 10^{-13} г; в) для дробинки масою 0,1 г.

6.4. Виходячи з того, що радіус атома має величину порядку 0,1 нм, оцінити швидкість руху електрона в атомі водню.

6.5. Визначити неточність Δx у визначенні координати електрона, що рухається в атомі водню зі швидкістю $v = 1,5 \cdot 10^6$ м/с, якщо допустима неточність Δv в визначенні швидкості становить 10% від її величини.

Середній рівень

6.6. Визначте довжину хвилі де Бройля для протона, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U = 1$ кВ.

6.7. Яку прискорюючу різницю потенціалів U мусить пройти електрон, щоб довжина хвилі де Бройля дорівнювала $\lambda = 0,1$ нм?

6.8. При якій швидкості частинки довжина хвилі де Бройля дорівнює її довжині хвилі Комптона?

6.9. Визначити довжину хвилі де Бройля для молекули водню, що рухається при кімнатній температурі (20°C) з середньою квадратичною швидкістю.

6.10. Оцінити зі співвідношення невизначеностей лінійні розміри атома, вважаючи величину енергії, пов'язаної з невизначеністю імпульсу електрона в ньому, рівною 10 еВ.

6.11. Середній час життя атома в збудженому стані дорівнює 12 нс. Обчислити мінімальну невизначеність довжини хвилі $\lambda = 0,12$ мкм випромінювання при переході атома в основний стан.

6.12. Альфа-частинка знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі. Чому дорівнює ширина ями, якщо мінімальна енергія частинки дорівнює 6 МеВ?

Достатній рівень

6.13. Знайти довжину хвилі де Бройля λ для електрона, кінетична енергія якого дорівнює: 1) 10 к еВ, 2) 1 МеВ.

6.14. Чому дорівнює довжина хвилі де Бройля λ для частинки, кінетична енергія якої дорівнює її енергії спокою? Маса спокою m_0 частинки дорівнює $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

6.15. Електрон, який рухається зі швидкістю $v=6 \cdot 10^6$ м/с, потрапляє в поздовжнє прискорююче однорідне електричне поле напруженістю $E=5$ В/см. Яку відстань повинен пройти електрон в такому електричному полі, щоб його довжина хвилі де Бройля стала рівною $\lambda=10^{-10}$ м?

6.16. Визначити енергію, яку необхідно додатково надати електрону, щоб його довжина хвилі де Бройля зменшилася від $\lambda_1=0,2$ нм до $\lambda_2=0,1$ нм.

6.17. Порівняти довжини хвиль де Бройля електрона і протона, що пройшли однакову прискорюючу різницю потенціалів U .

6.18. Кінетична енергія протона дорівнює його енергії спокою. Чому дорівнює при цьому мінімальна невизначеність координати протона?

6.19. Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну кінетичну енергію електрона, що рухається всередині сфери радіусом $R=0,05$ нм.

6.20. Електрон знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною $0,1$ нм. Обчислити довжину хвилі випромінювання, що відбувається при переході електрона з другого на перший енергетичний рівень.

6.21. Частинка перебуває в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною l в основному стані. Визначити ймовірність виявлення частинки в області від 0 до $l/3$.

6.22. Електрон знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі. Знайти ширину ями, якщо різниця енергій між першим і другим енергетичними рівнями становить $\Delta E=0,2$ еВ.

§7 Фізика атомів і молекул

7.1 Основні теоретичні відомості

1. Власні значення енергії електрона (енергетичний спектр) в воднеподібному іоні:

$$E_n = -\frac{Rch}{n^2} Z^2 \quad \text{або} \quad E_n = -\frac{13,6}{n^2} \cdot Z^2, \quad (7.1)$$

де 13,6 еВ – енергія іонізації атома водню;

R – стала Рідберга

n – головне квантове число ($n=1, 2, 3 \dots$), що відповідає номеру енергетичного рівня;

Z – зарядове число (порядковий номер елемента в таблиці Менделєєва).

2. При переході електрона з одного рівня на інший атом випромінює або поглинає квант енергії:

$$\varepsilon = E_{n_i} - E_{n_k} \quad \text{або} \quad \varepsilon = E_i \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) Z^2, \quad (7.2)$$

де n_i – головне квантове число енергетичного рівня, на який переходить електрон;

n_k – головне квантове число енергетичного рівня, з якого переходить електрон.

3. Серіальна формула для довжин хвиль ліній спектра воднеподібних іонів:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right). \quad (7.3)$$

4. Орбітальний момент імпульсу електрона в атомі і його проекція на заданий напрямок визначаються формулами:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (7.4)$$

$$L_z = m \hbar, \quad (7.5)$$

де $l=0,1,2,\dots,(n-1)$ – орбітальне квантове число; $m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l$ – магнітне квантове число, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – стала Планка.

5. Орбітальний магнітний момент електрона в атомі і його проекція на заданий напрямок визначаються формулами:

$$p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad (7.6)$$

$$p_{m_z} = m \mu_B. \quad (7.7)$$

де μ_B – магнетон Бора. Для електрона $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

6. Спін (тобто власний момент імпульсу або спіновий момент) \vec{L}_s визначається формулою:

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (7.8)$$

де s – спінове квантове число, яке для електрона може приймати тільки одне значення, рівне $1/2$.

7. Проекція спіна на заданий напрямок:

$$L_{s_z} = m_s \hbar, \quad (7.9)$$

де для електрона $m_s = \pm s = \pm 1/2$ (магнітне спінове число).

8. Для власного магнітного моменту електрона \vec{p}_{m_s} виконується співвідношення:

$$p_{m_s} = -2\mu_B \sqrt{s(s+1)}. \quad (7.10)$$

Знак « \leftrightarrow » вказує на те, що механічний \vec{L}_s і магнітний \vec{p}_{m_s} моменти електрона спрямовані в протилежні сторони.

9. Проекція власного магнітного моменту електрона на заданий напрямок може приймати такі значення:

$$p_{m_{sz}} = \mp 2\mu_B m_s = \mp \mu_B. \quad (7.11)$$

Мінус виходить, якщо $m_s = +1/2$, плюс – якщо $m_s = -1/2$.

10. Існує два види рентгенівського випромінювання: гальмове і характеристичне.

Гальмове випромінювання виникає при гальмуванні електронів в речовині антикатада і має суцільний спектр. Короткохвильова межа гальмового рентгенівського спектра не залежить від матеріалу антикатада (анода) і визначається формулою:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{|e|U}, \quad (7.12)$$

де e – заряд електрона; U – різниця потенціалів, що прикладена до рентгенівської труби; h – стала Планка.

Характеристичне випромінювання виникає при збудженні внутрішніх електронних оболонок атомів антикатада. Частоти ліній характеристичного рентгенівського спектра визначаються за законом Мозлі:

$$\nu = cR(Z - \sigma) \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right), \quad (7.13)$$

де c – швидкість світла; R – стала Рідберга, Z – порядковий номер елемента, з якого зроблений антикатод; σ – постійна екранування;
 n_i – головне квантове число енергетичного рівня, на який переходить електрон;
 n_k – головне квантове число енергетичного рівня, з якого переходить електрон.

7.2 Алгоритми розв’язання задач і методичні поради

7.2.1. Енергетичний спектр атома складається з набору дискретних значень енергії E_n . Стан з $n=1$ називається основним, стани з $n>1$ називаються збудженими. Щоб перевести атом у збуджений стан йому необхідно надати енергію. Цю енергію він може отримати за рахунок поглинання фотона. Фотон при поглинанні його атомом зникає, передаючи атому всю свою енергію. Атом не може поглинути частину фотона, оскільки фотон є неподільним. Поглинаються тільки ті фотони, енергія яких відповідає різниці енергій двох рівнів.

7.2.2. Стани електрона, що має різні значення орбітального квантового числа, в атомній фізиці прийнято позначати і називати наступним чином: якщо $l=0$, то стан електрона називається s -станом; якщо $l=1$, то стан електрона називається p -станом. Стану з $l=2, 3$, і т.д. називаються відповідно d -, f - і т.д. станами, тобто вже в порядку проходження букв латинського алфавіту. Значення головного квантового числа вказується перед умовним позначенням квантового числа l . Наприклад, електрон з $n=2$ і $l=0$ позначається символом $2s$.

7.2.3. Вектор орбітального моменту імпульсу \vec{L} і магнітного моменту \vec{p}_m можна зображати у вигляді спрямованих відрізків. Така схема називається **векторної моделлю атома**.

Приклад: Електрон знаходиться в p -стані, при цьому $l=1, m=0, \pm 1$.

Проекція орбітального моменту імпульсу може мати наступні значення: $L_z = +\hbar, L_z = 0, L_z = -\hbar$. Векторна модель буде мати вигляд, представлений на рис. 7.1.

Векторну модель не можна розуміти буквально. Її слід розглядати як сукупність правил, що дозволяють отримати результати, справедливості яких підтверджується строгими квантово-механічними розрахунками.

7.2.4. З формул (7.9) і (7.11) випливає, що проекція власного моменту імпульсу електрона може приймати значення $+\hbar/2$ і $-\hbar/2$, а власного магнітного моменту – значення $+\mu_B$ і $-\mu_B$. В ряд формул входять не самі моменти, а їх проекції. Тому прийнято говорити, що власний механічний момент (спін) дорівнює $1/2$ (в одиницях \hbar), а власний магнітний момент дорівнює магнетону Бора μ_B .

7.2.5. Сукупність електронів в атомі з однаковим значенням головного квантового числа n називається електронним шаром (електронною оболонкою). Розрізняють такі електронні шари:

- K - шар, головне квантове число $n=1$;
- L - шар, головне квантове число $n=2$;
- M - шар, головне квантове число $n=3$;

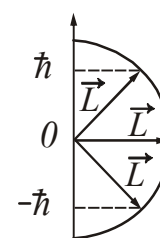


Рисунок 7.1

N - шар, головне квантове число $n=4$ і т.д.

Усередині шару електрони розподіляються за підрівнями (підоболонками), кожен з яких відповідає певному значенню орбітального квантового числа l .

7.2.6. Згідно з принципом Паулі в одному і тому ж атомі не може бути двох електронів, які мають однаковий набір чотирьох квантових чисел: n, l, m, m_s .

Максимальне число електронів, що знаходяться в станах, описуваних набором трьох квантових чисел n, l, m і які відрізняються тільки орієнтацією спінів електронів

$$N(n, l, m) = 2,$$

оскільки магнітне спінове квантове число може приймати тільки два значення $+1/2$ і $-1/2$.

Максимальне число електронів, що знаходяться в станах, які визначаються двома квантовими числами n і l :

$$N(n, l) = 2(2l+1).$$

Максимальне число електронів, що знаходяться в станах, які визначаються значенням головного квантового числа n :

$$N(n) = 2n^2.$$

7.2.7. Сенс постійної екранування σ в законі Мозлі полягає в наступному: електрони, які роблять переходи при випромінюванні рентгенівських променів, знаходяться під впливом ядра, дія якого ослаблена дією оточуючих його електронів. Екрануюча дія цих електронів призводить до того, що потрібно віднімати з Z деяку величину. Для ліній K -серії постійна екранування $\sigma=1$, для ліній L -серії $\sigma=7,5$.

7.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 7.3.1. Визначити перший потенціал збудження U_1 атома водню.

Розв'язання. Перший потенціал збудження U_1 – це найменша різниця потенціалів, яку повинен пройти електрон, що бомбардує, щоб при зіткненні з даним незбудженим атомом перевести його у перший збуджений стан. Це відповідає переходу електрона в атомі з основного стану на другий енергетичний рівень. Електрон, який бомбардує, набуває енергію, що дорівнює роботі електричного поля:

$$A = eU_1, \quad (1)$$

де e – заряд електрона.

Енергія електрона в атомі при зіткненні збільшується на величину

$$\varepsilon = E_2 - E_1. \quad (2)$$

З урахуванням того, що власні значення енергії електрона в воднеподібному іоні визначаються співвідношенням $E_n = -\frac{Rch}{n^2} Z^2$, отримаємо

$$\varepsilon = RchZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) \quad (3)$$

де h – стала Планка; c – швидкість світла; R – стала Рідберга; Z – порядковий номер елемента (у водню $Z=1$); n_i – головне квантове число енергетичного рівня, з якого переходить електрон; n_k – головне квантове число енергетичного рівня, на який переходить електрон.

В основному стані $n_i=1$. За умовою задачі $n_k=2$. Прирівняємо (1) і 3), отримаємо:

$$eU_1 = hcRZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) \quad (4)$$

Виразимо з (4) потенціал збудження:

$$U_1 = \frac{hcRZ^2}{e} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо $U_1=10,2$ В

Зверніть увагу! Головне квантове число відповідає номеру енергетичного рівня.

Приклад 7.3.2. Знайти потенціал іонізації дворазово іонізованого атома літію.

Розв'язання. Потенціал іонізації – це найменша різниця потенціалів, яку повинен пройти в прискорюючому електричному полі електрон для того, щоб іонізувати даний не збуджений атом. Робота, необхідна для іонізації атома (видаленню електрона з атома), дорівнює роботі сил електричного поля, яке прискорює електрон, що бомбардує:

$$A_i = eU_i, \quad (1)$$

де e – заряд електрона.

При іонізації електрон переходить з основного стану на нескінченно віддалену орбіту. При цьому поглинається квант енергії:

$$\varepsilon = hcRZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) \quad (2)$$

де h – стала Планка, c – швидкість світла, R – стала Рідберга, Z – Зарядове число (порядковий номер елемента в таблиці Менделєєва, у літію $Z=3$). При поглинанні n_k – головне квантове число енергетичного рівня, на який переходить електрон; n_i – головне квантове число енергетичного рівня, з якого переходить електрон.

Прирівняємо (1) і (2):

$$A_i = \varepsilon \quad \text{або} \quad eU_i = hcRZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right). \quad (3)$$

Знайдемо потенціал іонізації з урахуванням того, що $n_i = 1$, $n_k = \infty$:

$$U_i = \frac{hcRZ^2}{e}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо $U_i = 122$ В.

Приклад 7.3.3. Визначити найбільшу λ_{\max} і найменшу λ_{\min} довжини хвиль серії Пашена в спектрі водню.

Розв'язання. Довжина хвилі світла, що випромінюється або поглинається атомом водню при переході електрона з одного рівня на другий, визначається серіальною формулою Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right), \quad (1)$$

де R – стала Рідберга; n_i – головне квантове число енергетичного рівня, на який переходить електрон; n_k – головне квантове число енергетичного рівня, з якого переходить електрон.

Серія Пашена – це група ліній, які утворюються при переході електронів на третій рівень з більш високих. Таким чином, $n_i=3$, $n_k=4,5,6,\dots$

Максимальній довжині хвилі відповідає перехід з найближчого рівня, тобто $n_k=4$. Мінімальній довжині хвилі відповідає перехід з самого верхнього рівня, тобто $n_k \rightarrow \infty$.

З (1) виразимо довжину хвилі

$$\lambda = \frac{1}{R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right)}. \quad (2)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$\lambda_{\max} = 1,89 \text{ мкм}; \quad \lambda_{\min} = 0,83 \text{ мкм}$$

Зверніть увагу! Отримані довжини хвиль лежать в інфрачервоній області, що відповідає дійсності.

Приклад 7.3.4. Обчислити повну енергію E , орбітальний момент імпульсу L і магнітний момент p_m електрона, що знаходиться в $2p$ -стані в атомі водню.

Розв'язання. Власні значення енергії E_n електрона в атомі водню

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \cdot Z^2, \text{ (eV)} \quad (1)$$

де n – головне квантове число, що відповідає номеру енергетичного рівня. Z – зарядове число (порядковий номер елемента). Для водню $Z=1$.

Орбітальний момент імпульсу електрона визначається таким співвідношенням:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (2)$$

де \hbar – стала Планка; l – орбітальне квантове число.

Магнітний момент електрона

$$p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad (3)$$

де μ_B – магнетон Бора. Для електрона $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

Якщо електрон знаходиться в $2p$ -стані, то це означає, що $n=2$, а $l=1$. Підставивши чисельні значення величин в формули (1), (2), (3), отримаємо

$$E = -3,4 \text{ eV}; \quad L = 1,5 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; \quad p_m = 1,31 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

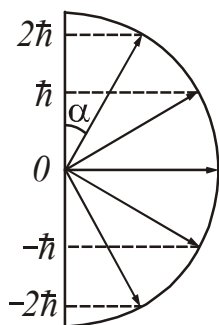
Приклад 7.3.5. Використовуючи векторну модель атома, визначити найменший кут α , який може утворити вектор орбітального моменту імпульсу \vec{L} електрона в атомі з напрямком зовнішнього магнітного поля. Електрон в атомі знаходиться в d -стані.

Розв'язання. Якщо електрон знаходиться в d -стані, то орбітальне квантове число $l=2$, а магнітне квантове число може мати наступні значення $m = 0, \pm 1, \pm 2$.

Орбітальний момент імпульсу електрона визначається співвідношенням

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (1)$$

де \hbar – стала Планка.



Проекція орбітального моменту імпульсу на напрямком зовнішнього магнітного поля дорівнює:

$$L_z = m \hbar. \quad (2)$$

Побудуємо векторну модель атома (рис. 7.2). Проекція орбітального моменту імпульсу на напрямком зовнішнього магнітного поля може мати п'ять значень: $0, \pm \hbar, \pm 2\hbar$. Кут α буде най-

меншим, якщо $L_z = 2\hbar$. З рисунку випливає, що

Рисунок 7.2

$$\cos \alpha = \frac{L_z}{L} = \frac{m \hbar}{\hbar \sqrt{l(l+1)}} = \frac{m}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{6}} = 0,816$$

$$\alpha = \arccos 0,816 = 35^\circ.$$

Приклад 7.3.6. Визначити можливі значення магнітного моменту p_m , обумовленого орбітальним рухом електрона в збудженому атомі водню, якщо енергія збудження ε дорівнює 12,09 еВ.

Розв'язання. Магнітний момент, обумовлений орбітальним рухом електрона, визначається співвідношенням:

$$p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad (1)$$

де μ_B – магнетон Бора. Для електрона $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$; $l=0,1,2,\dots,(n-1)$ – орбітальне квантове число.

Знайдемо головне квантове число, що відповідає збудженому стану. При переході електрона з основного рівня на збуджений, атом поглинає квант енергії:

$$\varepsilon = E_n - E_1, \quad (2)$$

де E_n – енергія, відповідна збудженому стану з головним квантовим числом n ; E_1 – енергія, відповідна основному стану.

Власні значення енергії E_n електрона в атомі водню

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \cdot Z^2. \quad (3)$$

Для водню $Z=1$.

В основному стані $E_1 = -13,6$ еВ.

Підставимо в (2) чисельні значення величин, які виражені в електрон-вольтах, отримаємо:

$$12,09 = -\frac{13,6}{n^2} + 13,6.$$

Звідси випливає, що $n=3$. Отже, орбітальне квантове число може приймати такі значення: $l=0, 1, 2$.

Розрахуємо можливі значення магнітного моменту p_m , підставивши чисельні значення орбітального квантового числа в формулу (1):

При $l=0$ $p_m = 0$;

при $l=1$ $p_m = \mu_B \sqrt{2} = 1,31 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$;

при $l=2$ $p_m = \mu_B \sqrt{6} = 2,27 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

Приклад 7.3.7. Знайти число електронів в атомі, у якого в основному стані заповнені K - і L -шари, $3s$ -оболонка і наполовину $3p$ -оболонка. Який це атом?

Розв'язання. Число електронів, яке може бути на заповненому шарі, визначається співвідношенням:

$$N(n) = 2n^2.$$

K -шару відповідає головне квантове число $n=1$; L -шару – головне квантове число $n=2$.

Число електронів, що знаходяться в стані з орбітальним квантовим числом l визначається наступним співвідношенням:

$$N(l) = 2(2l+1).$$

s - стану відповідає $l=0$, p - стану відповідає $l=1$.

Таким чином, на заповненому K -шарі знаходиться 2 електрони, на заповненому L -шарі – 8 електронів.

На заповненої $3s$ -оболонці знаходиться 2 електрони, на заповненій наполовину $3p$ -оболонці – 3 електрона.

Загальна кількість електронів в атомі:

$$N = 2 + 8 + 2 + 3 = 15.$$

Кількість електронів в нейтральному атомі відповідає його порядковому номеру в таблиці Д.І. Менделєєва. Визначаємо, що елемент з порядковим номером $Z = 15$ – фосфор.

Приклад 7.3.8. Рентгенівські промені випромінюються мішенню при її бомбардуванні електронами, що пройшли прискорюючу різницю потенціалів $U=100$ кВ. Визначити мінімальну довжину хвилі λ_{\min} цього випромінювання.

Розв'язання. Рентгенівське випромінювання виникає за рахунок енергії, яку втрачає електрон при гальмуванні в речовині мішені. Енергія фотона, що випромінюється

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

де h – стала Планка; c – швидкість світла; λ – довжина хвилі, яка відповідна енергії фотона, що випромінюється.

Електрон, що бомбардує мішень, прискорюється електричним полем зі стану спокою. Його кінетична енергія в цьому випадку буде дорівнює роботі сил цього поля:

$$W_k = eU, \quad (2)$$

де e – заряд електрона; U – прискорююча різниця потенціалів.

Енергія фотона не може перевищити енергію електрона, отже, повинно виконуватися співвідношення:

$$\frac{hc}{\lambda} \leq eU. \quad (3)$$

Знайдемо з (3) довжину хвилі:

$$\lambda \geq \frac{hc}{eU}. \quad (4)$$

Мінімальному значенню довжини хвилі відповідає знак рівності:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$\lambda_{\min} = 12,4 \text{ пм.}$$

Приклад 7.3.9. Визначити довжину хвилі лінії K_α характеристичного рентгенівського спектра, якщо антикатод рентгенівської трубки виготовлений з вольфраму. Чи виникатиме ця лінія в спектрі, якщо напруга на рентгенівській трубці дорівнює 10 кВ?

Розв'язання. Частоту випромінювання характеристичного рентгенівського спектра, що випромінює елемент з порядковим номером Z , можна визначити із закону Мозлі:

$$\nu = cR(Z - \sigma) \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right), \quad (1)$$

де n_i – головне квантове число енергетичного рівня, на який переходить електрон; n_k – головне квантове число енергетичного рівня, з якого переходить електрон; c – швидкість світла; R – стала Рідберга, σ – постійна екранування.

Довжина хвилі пов'язана з частотою співвідношенням

$$\lambda = \frac{c}{\nu}. \quad (2)$$

Підставивши (1) в (2), отримаємо:

$$\lambda = \frac{1}{R(Z - \sigma) \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right)}. \quad (3)$$

Для лінії K_α постійна екранування $\sigma=1$, $n_i = 1$, $n_k = 2$. Порядковий номер вольфраму в таблиці Менделєєва $Z = 94$.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$\lambda = 1,31 \text{ нм.}$$

Визначимо, чи буде виникати ця лінія в спектрі при напрузі на рентгенівській трубці, рівній 10 кВ. Для цього порівняємо енергію ε кванта, відповідного даній довжині хвилі, з кінетичною енергією W електронів, що бомбардують антикатод.

Енергія кванта $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = 1,52 \cdot 10^{-16}$ Дж. Кінетична енергія електронів, що прис-

корені електричним полем зі стану спокою, $W = eU = 16 \cdot 10^{-16}$ Дж.

$W > \varepsilon$, тому при зазначеній напрузі лінія з довжиною хвилі $\lambda = 1,31$ нм може виникнути на тлі суцільного спектра.

• **Питання для підготовки до практичних занять**

1. Запишіть рівняння Шредінгера для стаціонарних станів воднеподібних іонів.
2. Якими квантовими числами визначається стан електрона в атомі? Вкажіть можливі значення квантових чисел. З якими динамічними характеристиками пов'язані ці числа?
3. Запишіть вираз для власних значень енергії. Зобразіть графічно енергетичний спектр атома водню.
4. Що являє собою оптичний спектр атома водню? На схемі енергетичних рівнів зобразіть переходи, відповідні різним спектральним серіям. Запишіть формулу, за якою розраховуються відповідні довжини хвиль.
5. Сформулюйте принцип Паулі.
6. Поясніть послідовність заповнення електронних оболонок багатоелектронних атомів.
7. Назвіть види рентгенівського випромінювання. Поясніть походження гальмового рентгенівського випромінювання. Опишіть його особливості.
8. Як визначити короткохвильову межу суцільного рентгенівського спектра?
9. Поясніть походження характеристичного рентгенівського випромінювання. Опишіть його особливості.
10. Запишіть закон Мозлі.

7.4. Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

7.1. При переході електрона в атомі водню з четвертого енергетичного рівня на другий випромінюється фотон (зелена лінія водневого спектра). Визначити довжину хвилі цієї лінії спектра.

7.2. Визначте найбільшу довжину хвилі видимої частини спектра атома водню (серії Бальмера).

7.3. Визначте найменшу довжину хвилі видимої частини спектра атома водню (серії Бальмера).

7.4. Обчислити орбітальний момент імпульсу L електрона, що знаходиться в атомі: 1) в s -стані; 2) в p -стані.

7.5. Обчислити спіновий момент імпульсу електрона і проекцію цього моменту на напрямок зовнішнього магнітного поля.

7.6. Обчислити спіновий магнітний момент електрона і проекцію цього моменту на напрямок зовнішнього магнітного поля.

7.7. Яке найбільше число електронів може перебувати в атомі, якщо для цих електронів збігаються n , l , m ?

Середній рівень

7.8. Скільки ліній спектра атома водню потрапляє у видиму область (380 – 760 нм)? Обчислити значення довжин хвиль цих ліній. Яким кольорам вони відповідають?

7.9. У скільки разів змінюється енергія атома водню при переході електрона з першого енергетичного рівня на третій?

7.10. Обчислити енергію фотона, відповідного першій лінії в ультрафіолетовій серії водню (серії Лаймана).

7.11. У скільки разів довжина хвилі випромінювання атома водню при переході електрона з третього енергетичного рівня на другий більше довжини хвилі випромінювання, обумовленого переходом електрона з другого енергетичного рівня на перший?

7.12. Потенціал іонізації атома водню $\phi_i = 13,6$ В. Обчислити значення сталої Рідберга R .

7.13. Електрон в атомі водню знаходиться в стані $3s$. Визначити довжини хвиль спектральних ліній, які можуть спостерігатися в спектрі випромінювання.

7.14. Обчислити повну енергію E , орбітальний момент імпульсу L і магнітний момент p_m електрона, що знаходиться в $2p$ стані в атомі водню.

7.15. Вказати число можливих значень магнітного квантового числа m електрона, що знаходиться в f -оболонці. Які це значення? Яке максимальне число s -, p -, d -електронів може перебувати в електронних K -, L -, M - шарах атома?

7.16. У зовнішній електронній оболонці не збудженого атома знаходиться 2 електрони з орбітальним моментом імпульсу $L=0$. Головне квантове число $n=3$. Який це атом?

7.17. Рентгенівська трубка працює під напругою 40 кВ. Знайти короткохвильову межу рентгенівського спектра.

7.18. Визначити довжину хвилі лінії K_α характеристичного рентгенівського спектра, якщо антикатод рентгенівської трубки виготовлений з алюмінію.

7.19. З якої речовини виготовлений антикатод рентгенівської трубки, якщо довжина хвилі лінії K_α характеристичного рентгенівського спектра дорівнює 76 пм.

Достатній рівень

7.20. Знайти потенціал іонізації однократно іонізованого гелію.

7.21. Знайти перший потенціал збудження дворазово іонізованого літію.

7.22. Фотон з енергією 15 еВ вибиває електрон з атома водню, який перебуває в стані спокою в основному стані. З якою швидкістю рухається електрон далеко від ядра?

7.23. Електрон в не збудженому атомі водню отримав енергію 12,1 еВ. На який енергетичний рівень він перейшов? Скільки ліній спектра може виникнути при його переході на більш низькі енергетичні рівні? Обчислити відповідні довжини хвиль.

7.24. В атомі водню, який перебуває в стані спокою, електрон перейшов з п'ятого енергетичного стану в основний стан. Яку швидкість придбав атом за рахунок випромінювання фотона?

7.25. Використовуючи векторну модель атома, обчислити найменший кут α , який може утворити вектор L орбітального моменту імпульсу електрона в атомі з напрямком зовнішнього магнітного поля. Електрон в атомі знаходиться в d -стані.

7.26. Чому дорівнює найбільша проекція p_{mz} орбітального магнітного моменту валентного електрона в не збудженому атомі фосфору ($Z=15$).

7.27. Визначити можливі значення проекції моменту імпульсу L_z , а також проекції орбітального магнітного моменту p_{mz} електрона в атомі на напрям зовнішнього магнітного поля. Електрон знаходиться в f -стані. Привести схему векторної моделі атома.

7.28. Визначити можливі значення орбітального моменту імпульсу L , обумовленого рухом електрона в збудженому атомі водню, якщо енергія збудження дорівнює 12,09 еВ.

7.29. Вказати число електронів в атомі, у якого заповнені K -, L - шари і $3s$ - оболонка. Вкажіть набір квантових чисел (n, l, m, m_s) , відповідних $3s$ -оболонці.

7.30. Скільки елементів міститься в ряді між тими, у яких довжини хвиль K_α -ліній характеристичного рентгенівського спектра дорівнюють 250 і 179 пм?

7.31. Знайти напругу на рентгенівській трубці з нікелевим антикатодом, якщо різниця довжин хвиль K_α -лінії і короткохвильової межі суцільного рентгенівського спектра дорівнює 84 пм.

7.32. При якій найменшій напрузі на рентгенівській трубці з ванадієвим катодом проявляться лінії серії K_α ?

Розділ 4. Основи фізики твердого тіла

§8 Основи фізики твердого тіла

8.1 Основні теоретичні відомості

а) Метали

1. Здатність речовини проводити електричний струм характеризується питомою провідністю σ або питомим опором ρ . Питомий опір пов'язаний з питомою провідністю співвідношенням:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}. \quad (8.1)$$

2. Густина струму j , середня швидкість $\langle v \rangle$ упорядкованого руху носіїв заряду і їх концентрація n в металах пов'язані співвідношенням

$$j = en \langle v \rangle, \quad (8.2)$$

де e – заряд електрона.

3. Закон Ома в диференціальній формі. Густина струму пропорційна напруженості поля в даній точці провідника.

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (8.3)$$

4. Для більшості металів при температурах, близьких до кімнатної, питомий опір лінійно змінюється з температурою:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t), \quad (8.4)$$

де ρ_0 – питомий опір при 0°C , α – температурний коефіцієнт опору металу.

б) Напівпровідники

1. Питома провідність σ домішкових напівпровідників залежить від концентрації носіїв струму та їх рухливості:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (8.5)$$

де n і p – концентрації електронів і дірок відповідно;

μ_n – рухливість електронів провідності;

μ_p – рухливість дірок.

Для власних напівпровідників концентрація електронів дорівнює концентрації дірок ($n = p$), тому

$$\sigma = en(\mu_n + \mu_p), \quad (8.6)$$

2. Залежність питомої провідності власних напівпровідників від температури:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (8.7)$$

де ΔE – ширина забороненої зони;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана;

σ_0 – величина, яка визначається властивостями конкретного матеріалу, слабо змінюється з температурою.

3. Залежність опору власних напівпровідників від температури:

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (8.8)$$

де R_0 – величина, яка визначається властивостями конкретного матеріалу, слабо змінюється з температурою.

4. Температурний коефіцієнт опору показує, на яку частку змінюється опір при зміні температури на 1 К.

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}. \quad (8.9)$$

Температурний коефіцієнт опору власних напівпровідників

$$\alpha_T = -\frac{\Delta E}{2kT^2}. \quad (8.10)$$

5. Залежність питомої провідності домішкових напівпровідників від температури:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} + \sigma_{\text{дом}} e^{-\frac{\Delta \epsilon_{\text{дом}}}{2kT}}, \quad (8.11)$$

де $\Delta \epsilon_{\text{дом}}$ – енергія активації домішки;

$\sigma_{\text{дом}}$ – константа, що визначається типом домішки.

6. Сила струму в p - n -переході:

$$I = I_0 (e^{\frac{qU}{kT}} - 1), \quad (8.12)$$

де I_0 – граничне значення сили зворотного струму; U – зовнішня напруга, що прикладена до p - n -переходу, q – заряд електрона.

7. *Ефект Холла*. Якщо пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм I , розмістити в перпендикулярне до неї магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямкам струму і поля, виникає різниця потенціалів.

$$U_H = R_H \frac{Ib}{b}, \quad (8.13)$$

де R_H – постійна Холла, b – товщина пластинки (розмір пластинки в напрямку вектора магнітної індукції), B – індукція магнітного поля.

Постійна Холла:

$$R_H = \frac{1}{nq}, \quad (8.14)$$

де q – заряд носіїв;

n – концентрація носіїв струму.

Формула (8.14) для розрахунку постійної Холла застосовна тільки до металів і домішкових напівпровідників (в останньому випадку n – концентрація основних носіїв струму).

8.2 Алгоритми розв'язання задач і методичні поради

У цьому параграфі розглядаються тільки електричні властивості провідників і напівпровідників.

8.2.1. Частково властивості металевих провідників були розглянуті в т. 1, §12.

1. Слід розрізнити швидкість $\langle u \rangle$ хаотичного теплового руху електронів і швидкість $\langle v \rangle$ спрямованого (упорядкованого) руху електронів під дією електричного поля. Першу називають дифузійною, другу – дрейфовою. Швидкість теплового руху електронів при кімнатних температурах ($T \approx 300$ К) становить величину порядку 10^5 м/с, швидкість спрямованого руху під дією електричного поля – порядку 10^{-3} м/с. Тому при обчисленнях модуль $|\vec{u} + \vec{v}|$ результуючої швидкості можна замінювати модулем швидкості теплового руху $\langle u \rangle$.

2. При розв'язанні задач на температурну залежність опору **металів** (формула (8.4)) врахуйте наступне: температурний коефіцієнт опору в довідкових матеріалах може вказуватися як в 1/град, так і в 1/К. В обох випадках температуру в формулу (8.4) треба підставляти в градусах Цельсія. Це засновано на тому, що температурний коефіцієнт опору показує, на яку частку змінюється опір провідника при зміні температури на 1°C . $\Delta t = \Delta T = 1^\circ\text{C} = 1\text{K}$.

8.2.2. Задачі, в яких розглядаються електричні властивості напівпровідників, можна умовно розділити на наступні типи:

1. Розрахунок характеристик напівпровідників: питомої провідності, ширини забороненої зони, рухливості носіїв заряду.

При розрахунку питомої провідності домішкових напівпровідників необхідно за вказаним елементом домішки визначити її тип: донорна або акцепторна. Наприклад: в якості домішки в германії використаний індій (In). По таблиці Менделєєва визначаємо, що індій є елементом третьої групи. На зовнішньому електронному рівні у індію 3 електрона. Це на 1 менше, ніж у германію, отже, індій є акцепторною домішкою. Концентрація p дірок дорівнюватиме концентрації атомів індію, так як кожен атом акцепторній домішки дає одну дірку.

2. Розрахунок сили струму, що тече через p - n -перехід, опору p - n -переходу при прямому і зворотному включенні. Задачі такого типу вирішуються із засто-

суванням формули (8.11). При розрахунку зворотного струму врахуйте, що зворотну напругу треба підставляти зі знаком «мінус».

3. Задачі на ефект Холла. Формула для розрахунку постійної Холла у вигляді (8.13) застосовна тільки до металів і домішкових напівпровідників.

8.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 8.3.1. Питома провідність σ міді при деякій температурі дорівнює 10^7 См/м*. Обчислити середню довжину $\langle \lambda \rangle$ вільного пробігу електронів в міді, якщо концентрація n вільних електронів дорівнює 10^{29} м⁻³. Середню швидкість $\langle u \rangle$ хаотичного руху електронів прийняти рівною 1 Мм/с.

Розв'язання. Відповідно до класичної теорії електропровідності металів електрони провідності поведуться подібно молекулам ідеального газу. У проміжках між зіткненнями з іонами кристалічної решітки вони рухаються вільно, пробігаючи деякий шлях, званий довжиною вільного пробігу. При включенні поля на хаотичний тепловий рух, який відбувається зі швидкістю $\langle u \rangle$, накладається впорядкований (спрямований) рух електронів. Позначимо швидкість спрямованого руху через $\langle v \rangle$. Густина струму пов'язана з середньою швидкістю спрямованого руху наступним співвідношенням:

$$j = en \langle v \rangle, \quad (1)$$

де n – концентрація електронів провідності, e – заряд електрона.

Припустимо, що електричне поле, що прискорює електрони, однорідне. З боку цього поля на електрон діє сила

$$F = eE, \quad (2)$$

де E – напруженість електричного поля.

За другим законом Ньютона

$$F = ma. \quad (3)$$

Підставимо (2) в (3) і знайдемо прискорення, яке отримає електрон:

$$a = \frac{eE}{m}. \quad (4)$$

До кінця пробігу швидкість спрямованого руху електронів в середньому досягне значення

$$v_{\max} = at = \frac{eE}{m}t, \quad (5)$$

де t – середній час між двома послідовними зіткненнями електрона з іонами решітки.

*См/м=Сіменс/метр. Сіменс – одиниця вимірювання провідності (електропровідності). Провідність – величина, зворотна електричному опору.

У класичній теорії електропровідності не враховується розподіл електронів за швидкостями, тобто вважається, що всі електрони мають приблизно однакову швидкість хаотичного руху. Тоді час між двома послідовними зіткненнями дорівнюватиме

$$t = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle}. \quad (6)$$

Швидкість спрямованого руху змінюється за час пробігу лінійно, тому її середнє значення за пробіг дорівнює половині максимального:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{2} v_{\max} = \frac{e \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle} E. \quad (7)$$

Підставимо вираз (7) в рівняння (1). Одержимо:

$$j = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle} E. \quad (8)$$

Порівняємо отриманий вираз з законом Ома в диференціальній формі

$$j = \sigma E.$$

З порівняння робимо висновок, що питома провідність дорівнюватиме

$$\sigma = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle}. \quad (9)$$

З формули (9) знайдемо середню довжину вільного пробігу електронів.

$$\langle \lambda \rangle = \frac{2m \langle u \rangle \sigma}{e^2 n}. \quad (10)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (10), отримаємо

$$\langle \lambda \rangle = 7,1 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 7,1 \text{ нм}.$$

Зверніть увагу! Відстань між атомами міді $d \sim 0,25$ нм. Порівнюючи його з довжиною вільного пробігу електронів, можна зробити висновок, що електрон в середньому пробігає між двома послідовними зіткненнями з іонами кристалічної решітки $\sim 15 \div 25$ міжатомних відстаней.

Приклад 8.3.2. Власний напівпровідник (германій) має при деякій температурі питомий опір $0,48 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Визначити концентрацію носіїв струму, якщо рухливості електронів і дірок відповідно рівні $0,36 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ і $0,16 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Якщо по зразку проходить струм, то яка частина η цього струму обумовлена електронами?

Розв'язання. Питома провідність σ напівпровідників залежить від концентрації носіїв струму та їх рухливості:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (1)$$

де n і p – концентрації електронів і дірок відповідно;

μ_n – рухливість електронів провідності;

μ_p – рухливість дірок.

У власних напівпровідників концентрація електронів провідності дорівнює концентрації дірок ($n = p$), тому

$$\sigma = en(\mu_n + \mu_p). \quad (2)$$

Враховуючи, що питома провідність σ пов'язана з питомим опором ρ співвідношенням

$$\sigma = \frac{1}{\rho}, \quad (3)$$

отримаємо формулу для розрахунку концентрації носіїв:

$$n = \frac{1}{e\rho(\mu_n + \mu_p)}. \quad (4)$$

Знайдемо, яка частина η струму обумовлена електронами.

$$\eta = \frac{\sigma_n}{\sigma} = \frac{en\mu_n}{en(\mu_n + \mu_p)} = \frac{\mu_n}{\mu_n + \mu_p}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$n = 2,5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$\eta = 0,69.$$

Приклад 8.3.3. Власний напівпровідник (кремній) знаходиться в електричному полі напруженістю $E = 10^3$ В/м. В якому напрямку по відношенню до поля рухатимуться вільні електрони і дірки? У якому напрямку піде електронний і дірковий струм? Розрахувати густину струму, якщо рухливості електронів і дірок відповідно рівні $0,13 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ і $0,05 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Концентрація носіїв заряду $1,45 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$.

Розв'язання. Нагадаємо, що напрям вектора напруженості електричного поля збігається з напрямком сили, що діє на позитивний заряд. Тому вільні електрони в електричному полі будуть переміщатися проти поля, а дірки – по полю. Рух носіїв заряду під дією електричного поля називається дрейфом носіїв, а відповідний струм – дрейфовим.

Незважаючи на те, що електрони і дірки рухаються в протилежних напрямках, повний струм провідності (дрейфовий струм) дорівнюватиме сумі

електронного і діркового струмів провідності. Він спрямований у напрямку напруженості електричного поля.

$$i = i_n + i_p .$$

Густина струму пропорційна напруженості поля в даній точці провідника.

$$j = \sigma E . \quad (1)$$

Питома провідність напівпровідника визначається співвідношенням

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) , \quad (2)$$

де e – заряд електрона;

n и p – концентрації електронів і дірок відповідно;

μ_n – рухливість електронів провідності;

μ_p – рухливість дірок.

У власних напівпровідниках концентрація електронів дорівнює концентрації дірок ($n = p$), тому

$$\sigma = en(\mu_n + \mu_p) , \quad (3)$$

Підставивши (3) в (1), отримаємо:

$$j = en(\mu_n + \mu_p) E . \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$j = 0,42 \text{ А/м}^2 = 0,42 \text{ мкА/мм}^2 .$$

Зверніть увагу! Рухливість електронів μ_n більше рухливості дірок μ_p ($\mu_n > \mu_p$), тому електронна складова дрейфового струму більше діркової складової.

Приклад 8.3.4. При вимірюванні опору власного напівпровідника було встановлено, що при температурі $t_1=27^\circ\text{C}$ його опір дорівнює $R_1=11940$ Ом, при температурі $t_2=77^\circ\text{C}$ опір дорівнює $R_2=2000$ Ом. Визначити ширину забороненої зони даного напівпровідника.

Розв'язання. Опір напівпровідників зменшується з підвищенням температури за законом

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}} , \quad (1)$$

де R_0 – деяка константа для даного напівпровідника;

ΔE – ширина забороненої зони; k – стала Больцмана.

Складемо систему рівнянь:

$$R_1 = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT_1}} , \quad (2)$$

$$R_2 = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT_2}}. \quad (3)$$

Розділимо рівняння (1) на (2) і прологарифмуємо обидві частини отриманого рівняння. Одержимо:

$$\ln \frac{R_1}{R_2} = \frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right). \quad (4)$$

З рівняння (4) знайдемо ширину забороненої зони:

$$\Delta E = \frac{2k \ln \frac{R_1}{R_2}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$\Delta E = 1,05 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0,66 \text{ еВ}$$

Приклад 8.3.5. Після внесення домішки миш'яку в кристал германію концентрація електронів провідності стала $n_e = 4 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$. Скільки в середньому атомів германію припадає на один атом миш'яку? Вважати, що кожен атом домішки дав електрон провідності, а вклад власної провідності нехтовно малий.

Розв'язання. Концентрація атомів миш'яку n_m дорівнює концентрації електронів провідності n_e , так як кожен атом домішки дає один електрон провідності.

$$n_m = n_e = 4 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}.$$

Концентрацію носіїв заряду обумовлених власною провідністю не враховуємо. Щоб знайти, скільки атомів германію припадає на один атом миш'яку, треба знайти відношення

$$\frac{n_{\text{герм}}}{n_m} = \frac{n_{\text{герм}}}{n_e}. \quad (1)$$

Число частинок в даній масі речовини:

$$N = \frac{m}{M} N_A. \quad (2)$$

Знайдемо концентрацію (число частинок в одиниці об'єму речовини) германію $n_{\text{герм}}$:

$$n_{\text{герм}} = \frac{N}{V} = \frac{m N_A}{VM_{\text{герм}}} = \frac{\rho N_A}{M_{\text{герм}}}, \quad (3)$$

де m – маса германію, V – об'єм германію; N_A – число Авогадро, $M_{\text{герм}}$ – молярна маса германію, ρ – густина германію.
Підставимо (3) в (1), отримаємо:

$$\frac{n_{\text{герм}}}{n_{\text{м}}} = \frac{\rho N_A}{n_e M_{\text{герм}}}. \quad (4)$$

Значення густини германію визначаємо за довідковими даними: «Таблиці фізичних величин», п. 3.19. Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$\frac{n_{\text{герм}}}{n_{\text{м}}} = 1,1 \cdot 10^8.$$

Приклад 8.3.6. Визначити питому провідність кремнію в наступних випадках: 1) в якості домішки використовується бор з концентрацією $1 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$; 2) в якості домішки використовується сурма з концентрацією $3 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$. Рухливість електронів і дірок для кремнію відповідно дорівнює $0,13$ і $0,05 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

Розв'язання. Питома провідність σ домішкових напівпровідників залежить від концентрації носіїв струму та їх рухливості:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (1)$$

де n і p – концентрації електронів і дірок відповідно;
 μ_n – рухливість електронів провідності;
 μ_p – рухливість дірок.

Визначимо тип домішок. По таблиці Менделєєва визначаємо, що бор є елементом третьої групи. На зовнішньому електронному рівні у бора 3 електрона. Це на 1 менше, ніж у германію, отже, бор є акцепторною домішкою, а провідність дірковою. Концентрація p дірок дорівнює концентрації атомів бору, так як кожен атом акцепторній домішки дає одну дірку.

Сурма є елементом п'ятої групи. На зовнішньому електронному рівні у сурми 5 електронів. Це на 1 більше, ніж у германію, отже, сурма є донорною домішкою, а провідність електронною. Концентрація n електронів дорівнює концентрації атомів сурми, оскільки кожен атом донорної домішки дає один електрон провідності.

Тоді можна записати:

$$\sigma_1 = e p \mu_p. \quad (2)$$

$$\sigma_2 = e n \mu_n. \quad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин в формули (2) і (3), отримаємо

$$\sigma_1 = 80 \text{ См/м}, \quad \sigma_2 = 62,4 \text{ См/м}.$$

Приклад 8.3.7. На рис. 8.1 показаний графік залежності логарифма питомої провідності від величини, зворотної абсолютній температурі $\ln \sigma = f(1/T)$ для деякого напівпровідника n -типу. Знайти за допомогою цього графіка ширину забороненої зони напівпровідника і енергію активації донорних рівнів.

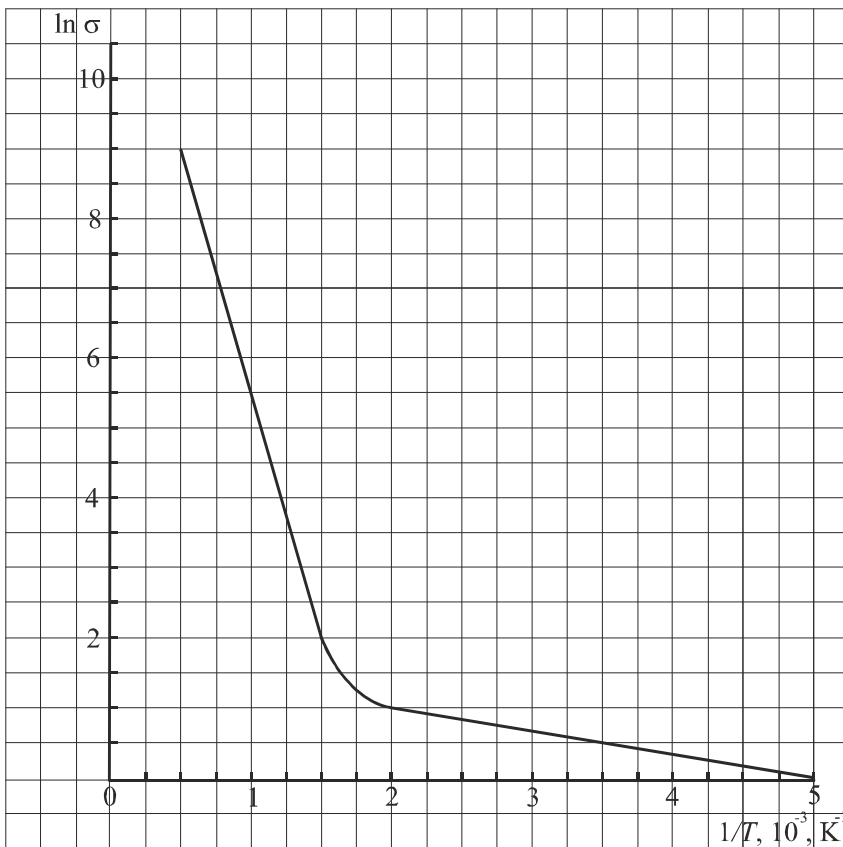


Рисунок 8.1

Розв'язання. При низьких температурах в домішкових напівпровідниках переважає домішкова провідність, при високих – власна провідність. З графіка випливає, що для даного напівпровідника перехід від домішкової провідності до власної відбувається за умови:

$1/T \approx 1,75 \cdot 10^{-3} K^{-3}$. Тому розділимо графік на дві області. Область 1 відпо-

відає домішковій провідності, область 2 – власній.

Запишемо рівняння, яке описує залежність питомої провідності від температури в області 1 для двох різних температур:

$$\sigma_1 = \sigma_{\text{дом}} \cdot e^{-\frac{\Delta \epsilon_{\text{дом}}}{2kT_1}}, \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\text{дом}} \cdot e^{-\frac{\Delta \epsilon_{\text{дом}}}{2kT_2}}. \quad (2)$$

де $\Delta \epsilon_{\text{дом}}$ – енергія активації домішки; $\sigma_{\text{дом}}$ – константа, що визначається типом домішки, k – стала Больцмана.

Розділимо рівняння одне на одне і прологарифмуємо. Отримаємо:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{\frac{\Delta \epsilon_{\text{дом}}}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}. \quad (3)$$

$$\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2 = \frac{\Delta \epsilon_{\text{дом}}}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right). \quad (4)$$

Знайдемо енергію активації домішки:

$$\Delta\varepsilon_{\text{дом}} = 2k \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}. \quad (5)$$

Залежність питомої провідності від температури в області 2 має аналогічний вид:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (6)$$

де σ_0 – деяка константа для даного напівпровідника; ΔE – ширина забороненої зони; k – стала Больцмана.

Провівши аналогічні перетворення, отримаємо формулу для розрахунку ширини забороненої зони:

$$\Delta E = 2k \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}. \quad (7)$$

Для проведення розрахунків в кожній області виберемо з графіка довільні значення $1/T$ і знайдемо відповідні їм значення $\ln \sigma$.

Для області 1:

Виберемо на графіку $1/T_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Цьому значенню відповідає $\ln \sigma_1 = 1,0$.

Виберемо $1/T_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, відповідне значення $\ln \sigma_2 = 0,3$.

Для області 2: Виберемо $1/T_1 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, йому відповідає $\ln \sigma_1 = 9,0$. Виберемо $1/T_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, $\ln \sigma_2 = 5,2$.

Підставивши чисельні значення величин в формули (6) і (7), отримаємо

$$\Delta\varepsilon_{\text{дом}} = 9,7 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = 0,06 \text{ еВ}, \quad \Delta E = 2,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,31 \text{ еВ}.$$

Зверніть увагу! Енергія активації домішки значно менше ширини забороненої зони: $\Delta\varepsilon_{\text{дом}} \ll \Delta E$.

Приклад 8.3.8. Опір R_1 p - n -переходу, що знаходиться під прямою напругою 0,1 В, дорівнює 10 Ом. Визначити опір R_2 переходу при зворотній напрузі. Температуру прийняти рівною 300 К.

Розв'язання. Сила струму в p - n -переході

$$I = I_0 (e^{\frac{qU}{kT}} - 1), \quad (1)$$

де I_0 – граничне значення сили зворотного струму; U – зовнішня напруга, що прикладена до p - n -переходу.

Силу струму, що тече через p - n -перехід, який знаходиться під прямою напругою, знайдемо, використовуючи закон Ома:

$$I_{\text{пр}} = \frac{U}{R_1}. \quad (2)$$

Сила струму, що тече через p - n -перехід, який знаходиться під зворотною напругою

$$I_{\text{звор}} = \frac{U}{R_2}. \quad (3)$$

Підставимо (2) і (3) в (1), отримаємо:

$$\frac{U}{R_1} = \frac{U}{R_2} \left(e^{\frac{qU}{kT}} - 1 \right). \quad (4)$$

Виразимо з (4) опір R_2 переходу, який знаходиться під зворотною напругою:

$$R_2 = R_1 \left(e^{\frac{qU}{kT}} - 1 \right). \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$R_2 = 467 \text{ Ом.}$$

Приклад 8.3.9. Червона межа фотопровідності чистого бездомішкового германію відповідає $\lambda_0=1,7$ мкм. Обчислити температурний коефіцієнт опору цього напівпровідника при $T=300$ К.

Розв'язання. Температурний коефіцієнт опору показує, на яку частку змінюється опір при зміні температури на 1 К.

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}. \quad (1)$$

Залежність опору власних напівпровідників від температури описується рівнянням:

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (2)$$

де R_0 – величина, яка визначається властивостями конкретного матеріалу, слабо змінюється з температурою.

Продиференціюємо рівняння (2):

$$\frac{dR}{dT} = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}} \left(\frac{\Delta E}{2k} \right) \cdot \left(-\frac{1}{T^2} \right). \quad (3)$$

Підставимо (2) і (3) в (1), отримаємо:

$$\alpha_T = -\frac{\Delta E}{2kT^2}. \quad (4)$$

Червона межа фотопровідності напівпровідника (тобто максимальна довжина хвилі, при якій ще можливий внутрішній фотоэффект) визначається умовою: енергія фотона дорівнює ширині забороненої зони

$$\frac{hc}{\lambda_0} = \Delta E, \quad (5)$$

де h – стала Планка, c – швидкість світла.

Підставимо (5) в (4), отримаємо:

$$\alpha_T = -\frac{hc}{2kT^2\lambda_0}. \quad (6)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$\alpha_T = -0,047 \text{ 1/К.}$$

Приклад 8.3.10. Напівпровідник у вигляді тонкої пластинки шириною $a=1$ см і довжиною $l=10$ см поміщений в однорідне магнітне поле індукцією $B=0,2$ Тл (рис. 8.2).

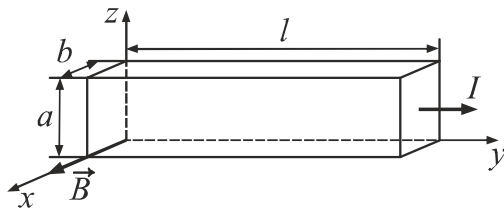


Рисунок 8.2

Вектор магнітної індукції перпендикулярний площині пластини. До кінців пластини (у напрямку y) прикладена постійна напруга $U=300$ В. Визначити холлівську різницю потенціалів на гранях пластини, якщо постійна Холла $R_H=0,1$ м³/Кл, питомий опір матеріалу пластинки $\rho=0,5$ Ом·м.

Розв'язання. Якщо пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм I , помістити в перпендикулярне до нього магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямками струму і поля, виникає різниця потенціалів.

$$U_H = R_H \frac{IB}{b}, \quad (1)$$

де R_H – постійна Холла, b – товщина пластинки (розмір пластинки в напрямку вектора магнітної індукції), B – індукція магнітного поля.

За законом Ома сила струму, що тече через пластину

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2)$$

де R – опір пластинки.

Опір пластинки

$$R = \rho \frac{l}{ab}, \quad (3)$$

де l – довжина пластинки (довжина провідника), $ab = S$ – площа поперечного перерізу пластинки.

Підставимо співвідношення (2) і (3) в рівняння (1), проведемо скорочення, отримаємо:

$$U_H = R_H \frac{UBab}{\rho lb} = R_H \frac{UBa}{\rho l}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$U_H = 1,2 \text{ В.}$$

• **Питання для підготовки до практичних занять**

1. Дайте визначення власних напівпровідників. Наведіть приклади.
2. Зобразіть схематично зонну структуру власного напівпровідника. Як заповнені його енергетичні зони при температурі, близькій до абсолютного нуля і при температурі, відмінній від нуля?
3. Назвіть способи активації електронів.
4. Яка природа носіїв струму у власних напівпровідниках? Поясніть, що називається «діркою».
5. Як залежить провідність власних напівпровідників від температури? Наведіть відповідну формулу і графік.
6. Порівняйте залежність провідності власних напівпровідників від температури з відповідною залежністю для металів. Наведіть відповідну формулу і графік для металів.
7. Назвіть типи домішкової провідності. Як виникає домішкова провідність? Наведіть приклади.
8. Зобразіть схематично зонну структуру домішкового напівпровідника p -типу і n -типу.
9. Як залежить провідність домішкових напівпровідників від температури? Наведіть відповідну формулу і графік.
10. Яке явище називається внутрішнім фотоефектом? За якої умови виникає внутрішній фотоефект? Чим внутрішній фотоефект відрізняється від зовнішнього?
11. Що таке p - n -перехід? Які властивості він має? Наведіть вольт-амперну характеристику напівпровідникового діода.

8.4. Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

8.1. Знайти швидкість упорядкованого руху електронів в провіднику площею поперечного перерізу 5 мм^2 при силі струму 10 А , якщо концентрація електронів провідності $5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

8.2. У першому випадку в кремній додали індій, у другому – фосфор. Яким типом провідності володітиме напівпровідник в кожному випадку?

8.3. Які з перерахованих речовини по ширині забороненої зони ΔE слід віднести до напівпровідників: алмаз С ($\Delta E=5,2 \text{ еВ}$); арсенід галію GaAs ($\Delta E=1,43 \text{ еВ}$); кремній Si ($\Delta E=1,08 \text{ еВ}$); нітрид бору ($\Delta E=4,6 \text{ еВ}$); германій Ge ($\Delta E=0,66 \text{ еВ}$)?

8.4. На рис. 8.4 зображені ділянки вольт-амперних характеристик однакових напівпровідникових терморезисторів. Порівняйте їх температури.

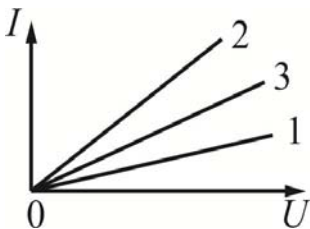


Рисунок 8.4

8.5. Знайдіть відповідність між графіками, зображеними на рис. 8.5, і зазначеними напівпровідниковими матеріалами: InAs ($\Delta E=0,36 \text{ еВ}$), GaTe ($\Delta E=1,78 \text{ еВ}$), InP ($\Delta E=1,26 \text{ еВ}$).

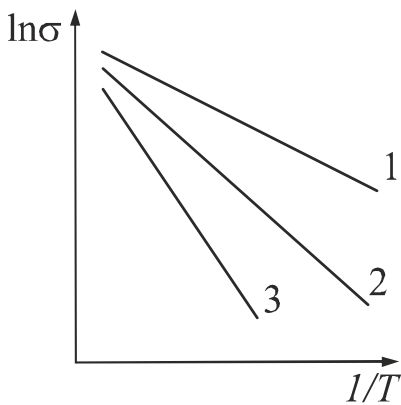


Рисунок 8.5

8.6. Визначити середню дрейфову швидкість електронів і дірок в германії при кімнатній температурі, якщо до зразка прикладене зовнішнє електричне поле напруженістю $E=10 \text{ кВ/м}$.

8.7. Визначити середню дрейфову швидкість електронів і дірок в кремнії при кімнатній температурі, якщо до зразка прикладене зовнішнє електричне поле напруженістю $E=10 \text{ кВ/м}$.

8.8. Дрейфовий струм густиною 100 А/мм^2 тече через кристал кремнію p-типу з питомим опором $0,05 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Знайти середню дрейфову швидкість електронів і дірок.

8.9. Визначити червону межу внутрішнього фотоефекту для кристалів кремнію, германію, арсеніду галію (GaAs). До якого виду випромінювання відносяться ці довжини хвиль? Чи можна використовувати ці кристали в якості фотоприймача видимої частини спектра?

Середній рівень

8.10. Знайти швидкість упорядкованого руху електронів в сталевому провіднику, концентрація електронів провідності в якому 10^{28} м^{-3} , при напруженості поля $E=96 \text{ мВ/м}$.

8.11. Знайти швидкість упорядкованого руху електронів в мідному провіднику площею поперечного перерізу 25 мм^2 при силі струму 50 А , вважаючи, що на кожен атом припадає один електрон провідності.

8.12. Концентрація електронів провідності в германії при кімнатній температурі дорівнює $3 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Яку частину η становить число електронів провідності від загального числа атомів?

8.13. Визначте масу бору, яку потрібно ввести в кристал кремнію масою 4 г , щоб отримати напівпровідник відповідної провідності. На один атом бору має припадати $4 \cdot 10^4$ атомів кремнію.

8.14. Для отримання напівпровідника p -типу в кремній масою $m=1 \text{ кг}$ ввели бор. Число рухливих носіїв заряду по відношенню до загального числа атомів кремнію склало $10^{-7} \%$. Визначити масу введеного бору. Вважати, що кожен атом домішки дає один носій заряду.

8.15. У скільки разів зміниться при підвищенні температури від 27°C до 37°C питома електропровідність: а) металу, температурний коефіцієнт опору якого $\alpha=4,6 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K}$, б) власного напівпровідника, ширина забороненої зони якого $\Delta E=0,3 \text{ еВ}$? Який характер зміни в обох випадках?

8.16. Питомий опір чистого германію при деякій температурі $\rho=0,43 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Рухливості електронів і дірок в германії рівні відповідно $0,39$ і $0,19 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Визначити концентрацію носіїв струму. Якщо через зразок проходить струм, то яка частина η струму обумовлена електронами?

8.17. Питома провідність зразка чистого кремнію при деякій температурі дорівнює $4,3 \cdot 10^{-4} \text{ См/м}$. Рухливості електронів і дірок в кремнії рівні відповідно $0,14$ і $0,05 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Яка концентрація носіїв струму? Якщо через зразок проходить струм, то яка частина η струму обумовлена дірками?

8.18. Визначити питому провідність германію, який містить індій в концентрації $2 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

8.19. Визначити питому провідність германію, який містить сурму в концентрації $5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$.

Достатній рівень

8.20. Питома електропровідність металу пов'язана з середньою довжиною вільного пробігу і середньою швидкістю хаотичного руху електронів співвідношенням (див. приклад 8.1):

$$\sigma = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle}$$
 Обчислити середній час вільного

пробігу, довжину вільного пробігу і рухливість електронів міді, якщо концентрація електронів $n=8,3 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, питомий опір міді $\rho=1,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Середню швидкість $\langle u \rangle$ хаотичного руху електронів прийняти рівною 10^6 м/с .

8.21. Визначте і порівняйте дрейфову швидкість $\langle v \rangle$ електрона, що рухається в електричному полі напруженістю 10 кВ/м в чистому германії, з його швидкістю при русі на відстані 10 мм в такому ж полі у вакуумі.

8.22. Опір R_1 напівпровідникового кристала PbS при температурі $t_1=20^\circ\text{C}$ дорівнює 10^4 Ом. Визначити його опір R_2 при температурі $t_2=80^\circ\text{C}$. Ширина забороненої зони кристала PbS $\Delta E=0,4$ еВ.

8.23. Знайти мінімальну енергію, необхідну для утворення пари електрон – дірка в кристалі GaAs, якщо його питома провідність змінилася в 5,71 рази при зміні температури від $t_1=20^\circ\text{C}$ до $t_2=3^\circ\text{C}$.

8.24. При вимірюванні опору власного напівпровідника було встановлено, що при температурі $t_1=27^\circ\text{C}$ його опір дорівнює $R_1=11940$ Ом, а при температурі $t_2=77^\circ\text{C}$ опір дорівнює $R_2=2000$ Ом. Визначити ширину забороненої зони ΔE даного напівпровідника.

8.25. Германієвий кристал, ширина забороненої зони ΔE якого дорівнює 0,72 еВ, нагрівають від температури $t_1=10^\circ\text{C}$ до температури $t_2=27^\circ\text{C}$. У скільки разів змінилася при цьому питома провідність?

8.26. Діод має зворотний струм насичення $I_0=10$ мкА, напруга, прикладена до діода, дорівнює 0,3 В. Знайти відношення прямого струму до зворотного при $T=300$ К. Визначити струм при прямій напрузі +0,25 В.

8.27. Пряма напруга, що прикладена до p - n -переходу, дорівнює 0,2 В. Як і у скільки разів зміниться сила струму через перехід, якщо змінити температуру від 27°C до 0°C ?

8.28. Мідна пластинка має довжину $l=60,0$ мм, ширину $a=20,0$ мм і товщину $b=1,0$ мм (рис. 8.28). Між точками 1 і 2 прикладена різниця потенціалів $U_{12}=0,52$ мВ, при цьому уздовж пластинки тече струм силою $I=10$ А. Різниця потенціалів між точками 3 і 4 дорівнює нулю. Якщо, не вимикаючи струму, створити перпендикулярне до пластинки однорідне магнітне поле індукцією $B=0,1$ Тл, то між точками 3 і 4 виникає різниця потенціалів $U_{34}=55$ мкВ. Визначити для міді концентрацію вільних електронів і їх рухливість.

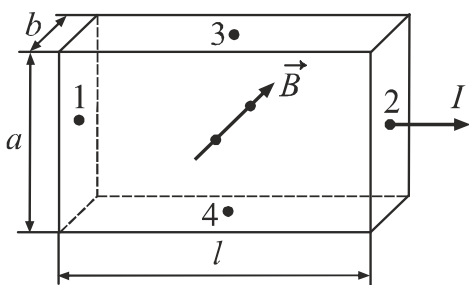


Рисунок 8.28

8.29. При спостереженні ефекту Холла пластинку з напівпровідника p -типу шириною $a=10$ мм і довжиною $l=50$ мм помістили в магнітне поле індукцією $B=0,5$ Тл. До кінців пластинки приклали різницю потенціалів $U=10$ В. При цьому холлівська різниця потенціалів $U_H=50$ мВ, а питомий опір $\rho=2,5$ Ом·см. Знайти концентрацію дірок і їх рухливість.

8.30. Питома провідність германію з домішками дорівнює 112 См/м. Визначити рухливість дірок і їх концентрацію, якщо постійна Холла дорівнює $3,66 \cdot 10^{-4}$ м³/Кл. Прийняти, що напівпровідник має тільки діркову провідність.

8.31. Питома провідність чистого германію при 27°C дорівнює $2,13$ (Ом·м)⁻¹, рухливості електронів і дірок рівні відповідно $0,38$ м²/(В·с) і $0,18$ м²/(В·с). Визначити концентрацію носіїв струму.

8.32. На рис. 8.32 показаний графік залежності логарифма питомої провідності від величини, зворотної абсолютній температурі $\ln \sigma = f(1/T)$ для кремнію. Знайти за допомогою цього графіка ширину забороненої зони кремнію.

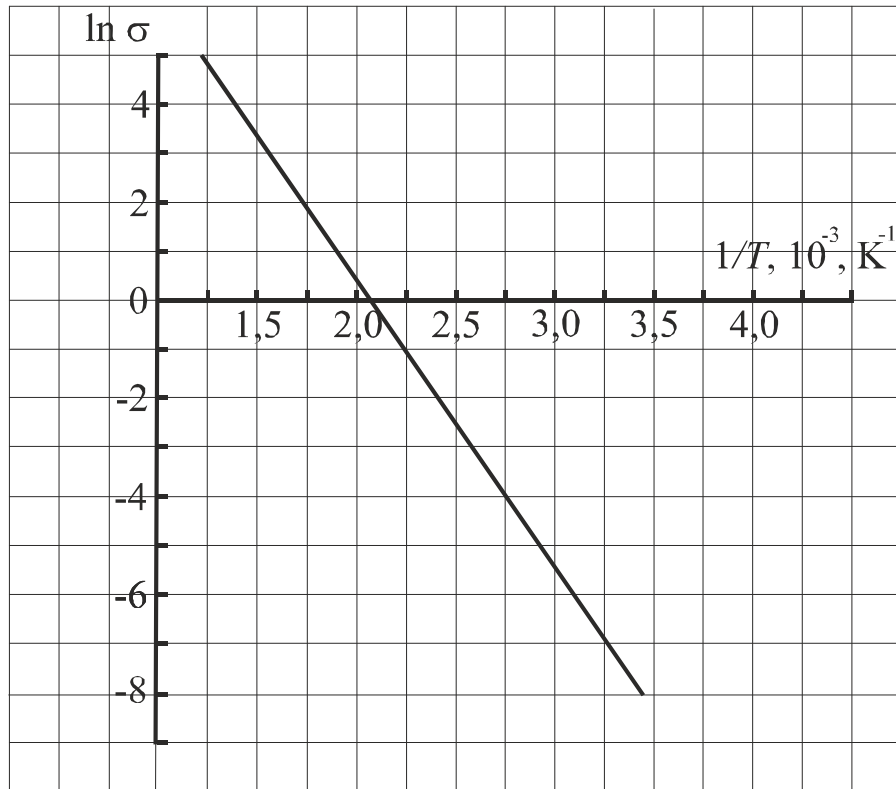


Рисунок 8.32

8.33. На рис. 8.33 показаний графік залежності логарифма питомої провідності від величини, зворотної абсолютній температурі $\ln \sigma = f(1/T)$ для германію. Знайти за допомогою цього графіка ширину забороненої зони германію.

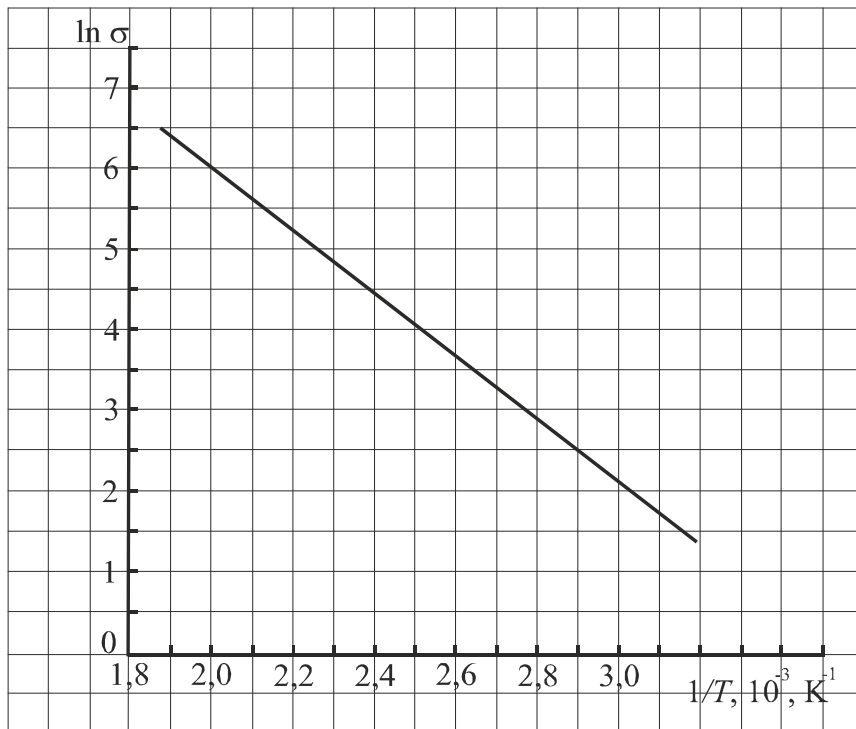


Рисунок 8.33

Розділ 5. ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА

§9 Будова атомних ядер. Ядерні перетворення

9.1 Основні теоретичні відомості

1. Ядра позначаються тим же символом, що і нейтральний атом:

$${}^A_Z X \quad \text{або} \quad {}_Z X^A,$$

де X – символ хімічного елемента, Z – порядковий номер хімічного елемента в періодичній системі елементів Менделєєва, A – масове число ядра.

2. Заряд ядра дорівнює Ze , де e – величина заряду протона. Порядковий номер Z збігається з числом протонів в ядрі.

Масове число A – ціле число, найближче до атомної маси, вираженої в а.о.м. Воно визначає число нуклонів, тобто загальне число протонів і нейтронів в ядрі: $A = Z + N$. Тоді число нейтронів

$$N = (A - Z). \quad (9.1)$$

3. Маса ядра менше, ніж сума мас складових його нуклонів. Різниця між ними називається дефектом маси.

$$\Delta m = Z m_{{}_1\text{H}} + (A - Z)m_n - m_a. \quad (9.2)$$

де $m_{{}_1\text{H}}$ – маса ізотопу водню, m_a – маса атома, m_n – маса нейтрона.

4. Щоб розщепити ядро на окремі нуклони без надання їм кінетичної енергії, необхідно витратити енергію $E_{зв}$, яка називається енергією зв'язку.

$$E_{зв} = \left(Z m_{{}_1\text{H}} + (A - Z)m_n - m_a \right) \cdot c^2, \quad (9.3)$$

де c – швидкість світла.

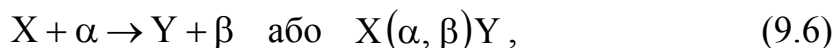
Якщо маси виразити в а.о.м., то енергія зв'язку обчислюється за формулою:

$$E_{зв} = 931,5 \Delta m \quad (\text{MeV}), \quad (9.4)$$

5. Питома енергія зв'язку $\varepsilon_{пит}$ – енергія зв'язку, яка припадає на один нуклон:

$$\varepsilon_{пит} = \frac{E_{зв}}{A}. \quad (9.5)$$

6. Ядерні реакції символічно записуються в наступному вигляді:



де X і Y – початкове і кінцеве ядра;

α і β – частинка, яка бомбардує і частинка, яка випромінюється в ядерній реакції.

7. Енергетичний вихід ядерної реакції Q (тепловий ефект реакції):

$$Q = (\sum m_i - \sum m_k) \cdot c^2, \quad (9.7)$$

де $\sum m_i$ – сума мас спокою частинок, що беруть участь в реакції;

$\sum m_k$ – сума мас спокою частинок – продуктів реакції.

Якщо маси виразити в а.о.м., то

$$Q = 931,5 (\sum m_i - \sum m_k) \quad (\text{МэВ}). \quad (9.8)$$

8. Спонтанний розпад ядер підпорядковується закону радіоактивного розпаду:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (9.9)$$

де N_0 – кількість ядер даного ізотопу в момент часу $t=0$;

N – кількість ядер, що не розпалися, цього ж ізотопу в момент часу t ;

λ – постійна розпаду.

9. Період напіврозпаду $T_{1/2}$ і постійна розпаду пов'язані наступним співвідношенням:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (9.10)$$

10. Активність a препарату (активність радіоактивного джерела):

$$a = \left| \frac{dN}{dt} \right|. \quad (9.11)$$

Активність препарату дорівнює добутку постійної розпаду λ на число N атомів, що не розпалися, які містяться в цьому препараті:

$$a = \lambda N. \quad (9.12)$$

Активність радіоактивного препарату змінюється з плином часу за законом:

$$a = a_0 e^{-\lambda t}, \quad (9.13)$$

де a_0 – активність в момент часу $t = 0$.

Питома активність $a_{\text{пит}}$ (активність, віднесена до одиниці маси речовини):

$$a_{\text{уд}} = \frac{a}{m}. \quad (9.14)$$

11. При проходженні γ -променів через речовину відбувається їх ослаблення. Інтенсивність γ -випромінювання змінюється за законом:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (9.15)$$

де I_0 – інтенсивність γ -випромінювання, що падає на поверхню речовини;
 μ – лінійний коефіцієнт ослаблення γ -променів в речовині, що залежить від природи речовини і спектрального складу потоку γ -випромінювання;
 x – товщина шару, який поглинає.

9.2 Алгоритми розв'язання задач і методичні поради

9.2.1. Зазначена в таблиці Д.І. Менделєєва атомна маса хімічного елемента – це середньозважене від всіх ізотопів елемента, що зустрічаються в природі в природних умовах. Тому при розрахунку дефекту маси, енергії зв'язку, питомої енергії зв'язку маси ізотопів треба брати з відповідної таблиці довідкових даних («Таблиці фізичних величин», п. 3.23).

9.2.2. При скороченому запису реакції перед дужками пишуть хімічний символ вихідного ядра. В дужках на першому місці ставлять позначення частинки, яка бомбардує на другому – частинки, що вилітає з ядра. За дужками – хімічний символ ядра – продукту реакції. Символи, що застосовуються для позначення частинок: p – протон, n – нейтрон, d – дейтон (${}^2_1\text{H}$), α – альфа-частинка (${}^4_2\text{He}$), γ – гамма-фотон.

Задачі на ядерні реакції розв'язуються із застосуванням законів збереження.

1. Для знаходження невідомої частинки або ізотопу, які беруть участь у реакції, а також для перевірки правильності запису реакції, використовують закони збереження електричного заряду і закон збереження сумарної кількості нуклонів.

2. Для знаходження кінетичних енергій частинок - продуктів реакції, а також напрямів їх руху використовують закони збереження імпульсу та енергії. В законі збереження енергії під повною енергією мають на увазі повну релятивістську енергію, яка дорівнює сумі енергії спокою і кінетичної енергії: $mc^2 = m_0c^2 + W_k$. Відповідно до закону збереження повної релятивістської енергії:

$$\sum m_{0_i}c^2 + \sum W_{k_i} = \sum m_{0_k}c^2 + \sum W_{k_k},$$

де $\sum m_{0_i}c^2$ – сума енергій спокою частинок до реакції, $\sum W_{k_i}$ – сума їх кінетичних енергій. Величини праворуч відносяться до частинок після реакції.

3. При розрахунку енергії ядерної реакції (теплого ефекту реакції) маси спокою ядер замінюють масами атомів. Різниця сум мас частинок, що вступають в реакцію і утворюються після реакції, при цьому не змінюється, так як кожна сума зростає на одну і ту ж величину, що дорівнює $m_e \cdot \sum Z$. Тут m_e – маса електрона, $\sum Z$ – сумарне зарядове число всіх частинок.

9.2.3. Щоб знайти число атомів, що містяться в даній масі m радіоактивного ізотопу, використовують співвідношення:

$$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A,$$

де ν – кількість речовини, N_A – стала Авогадро, M – молярна маса ізоотопу. Молярна маса ізоотопу виражається числом, близьким до його масового числа A : $M = A \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

9.2.4. При розв'язанні задач з використанням закону радіоактивного розпаду врахуйте наступне.

1. Якщо проміжок часу Δt , протягом якого відбувається розпад, набагато менше періоду напіврозпаду $T_{1/2}$ ($\Delta t \ll T_{1/2}$), то можна вважати, що кількість ядер, що не розпалися практично залишається постійною і рівною їх початковій кількості N_0 . Для знаходження числа ядер ΔN , що розпалися, закон радіоактивного розпаду можна використовувати в диференціальній формі:

$$\Delta N = \lambda N_0 \Delta t.$$

2. Якщо проміжок часу Δt , протягом якого відбувається розпад, і період напіврозпаду $T_{1/2}$ є величинами одного порядку, то закон радіоактивного розпаду використовують у вигляді (9.9).

9.2.5. Залежність лінійного коефіцієнта ослаблення γ -променів в речовині від енергії квантів і природи речовини дається у вигляді графіка, який приводиться в довідкових матеріалах («Таблиці фізичних величин», п. 3.22).

Шаром половинного ослаблення називається шар, товщина $x_{1/2}$ якого така, що інтенсивність γ -випромінювання, що проходить через нього, зменшується в 2 рази.

9.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 9.3.1. Знайти число протонів і нейтронів, що входять до складу ядер двох ізоотопів магнію: а) ${}_{12}^{24}\text{Mg}$; б) ${}_{12}^{25}\text{Mg}$.

Розв'язання. Ядро позначається тим же символом, що і нейтральний атом:

$${}^A_Z\text{X},$$

де X – символ хімічного елемента;

Z – порядковий номер хімічного елемента в періодичній системі елементів Менделєєва. Порядковий номер Z збігається з числом протонів в ядрі.

A – масове число (тобто число нуклонів в ядрі).

Число нейтронів в ядрі $N = (A - Z)$.

З урахуванням сказаного знайдемо:

а) ядро ${}_{12}^{24}\text{Mg}$ містить 12 протонів і 12 нейтронів;

б) ядро ${}_{12}^{25}\text{Mg}$ містить 12 протонів і 13 нейтронів.

Приклад 9.3.2. Знайти дефект маси, енергію зв'язку і питому енергію зв'язку ядра атома кисню $^{16}_8\text{O}$.

Розв'язання. Дефект маси ядра

$$\Delta m = Z m_{^1_1\text{H}} + (A - Z) m_n - m_a . \quad (1)$$

де $m_{^1_1\text{H}}$ – маса ізоотопу водню, m_a – маса атома, m_n – маса нейтрона.

Енергія зв'язку будь-якого ізоотопу дорівнює

$$E_{\text{зв}} = 931,5 \Delta m , \quad (2)$$

Питома енергія зв'язку $\varepsilon_{\text{пит}}$ (енергія зв'язку, яка припадає на один нуклон) дорівнює

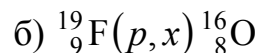
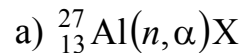
$$\varepsilon_{\text{пит}} = \frac{E_{\text{зв}}}{A} . \quad (3)$$

Для кисню $^{16}_8\text{O}$: $A=16$, $Z=8$. Маси ізоотопів визначаємо за довідковими даними («Таблиці фізичних величин», п. 3.23): $m_{^{16}_8\text{O}} = 15,9994$ а.о.м., $m_{^1_1\text{H}} = 1,007825$ а.о.м., $m_n = 1,00867$ а.о.м.

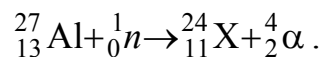
Підставивши чисельні значення величин в формули (1), (2), (3), отримаємо

$$\Delta m = 0,13 \text{ а.о.м.}, E_{\text{зв}} = 121,1 \text{ МеВ}, \varepsilon_{\text{пит}} = 7,57 \text{ МеВ/нуклон.}$$

Приклад 9.3.3. Написати відсутні позначення в реакціях:

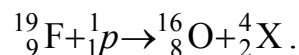


Розв'язання. а) У будь-якій ядерній реакції виконуються закони збереження електричних зарядів і кількості нуклонів. Запишемо рівняння реакції і розрахуємо зарядові і масові числа:



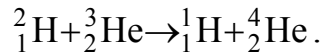
Знаючи порядковий номер Z ($Z=11$), за таблицею Менделєєва знайдемо, що шуканий елемент X – Na (натрій). Отже: $^{27}_{13}\text{Al}(n, \alpha)^{24}_{11}\text{Na}$.

б) Запишемо рівняння реакції і розрахуємо зарядові і масові числа ядра X :



За таблицею Менделєєва визначаємо: $\text{X} = ^4_2\text{He}$. Ядро атома гелію – це альфа-частинка. Отже: $^{19}_9\text{F}(p, \alpha)^{16}_8\text{O}$.

Приклад 9.3.4. Знайти енергію Q , що виділяється при реакції:



Розв'язання. Енергетичний вихід ядерної реакції Q (тепловий ефект реакції) дорівнює різниці енергій початкової і кінцевої пар ядер в реакції:

$$Q = 931,5 (\sum m_i - \sum m_k) \quad (1)$$

де $\sum m_i$ – сума мас спокою частинок до реакції;

$\sum m_k$ – сума мас спокою частинок після реакції.

Маси ізотопів визначаємо за довідковими даними («Таблиці фізичних величин», п. 3.23):

$$\sum m_i = m_{{}^2_1\text{H}} + m_{{}^3_2\text{He}} = 2,014102 + 3,016030 = 5,030132 \text{ а.о.м.};$$

$$\sum m_k = m_{{}^1_1\text{H}} + m_{{}^4_2\text{He}} = 1,007825 + 4,002604 = 5,010429 \text{ а.о.м.}$$

Оскільки $\sum m_i > \sum m_k$, то реакція йде з виділенням тепла. Підставивши чисельні значення величин у формулу (1), отримуємо:

$$Q = 18,35 \text{ МеВ.}$$

Зверніть увагу! Реакції, що відбуваються з виділенням тепла, називаються екзотермічними, з поглинанням тепла – ендотермічними.

Приклад 9.3.5. Скільки атомів полонію розпадається з $N_0 = 10^6$ атомів за час:

1) $\Delta t = 1$ добу; 2) $\Delta t = 120$ діб? Яку помилку ми допускаємо в другому випадку при знаходженні кількості атомів, що розпалися, з використанням закону радіоактивного розпаду в диференціальній формі?

Розв'язання. За довідковими даними («Таблиці фізичних величин», п. 3.23) визначаємо період напіврозпаду полонію: $T_{1/2} = 138,4$ діб.

1) Оскільки проміжок часу Δt , протягом якого відбувається розпад, набагато менше періоду напіврозпаду $T_{1/2}$ ($\Delta t \ll T_{1/2}$), то можна вважати, що кількість ядер, що не розпалися, практично залишається постійним і рівним їх початковій кількості N_0 . Для знаходження кількості ΔN ядер, що розпалися, закон радіоактивного розпаду в цьому випадку можна використовувати в диференціальній формі:

$$\Delta N = \lambda N_0 \Delta t. \quad (1)$$

де λ – постійна розпаду.

Період напіврозпаду $T_{1/2}$ і постійна розпаду пов'язані наступним співвідношенням:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (2)$$

Зробимо заміну в (1), отримуємо

$$\Delta N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 \Delta t. \quad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$\Delta N = 5 \cdot 10^3.$$

2) В даному випадку проміжок часу Δt , протягом якого відбувається розпад, порівняльний з періодом напіврозпаду. Це значить, що закон радіоактивного розпаду треба використовувати у вигляді:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (4)$$

Кількість атомів, що не розпалися

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}), \quad (5)$$

де λ – постійна розпаду.

Період напіврозпаду $T_{1/2}$ і постійна розпаду пов'язані наступним співвідношенням:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (6)$$

Зробимо заміну в (2), отримаємо

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}\right). \quad (7)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо

$$\Delta N = 4,5 \cdot 10^5.$$

Розрахуємо кількість атомів, що розпалися, застосувавши закон радіоактивного розпаду в диференціальній формі (формула (3)):

$$\Delta N_1 = 6,0 \cdot 10^5.$$

Розрахуємо похибку

$$\varepsilon = \frac{\Delta N_1 - \Delta N}{\Delta N_1} \cdot 100\%.$$

$$\varepsilon = \frac{(6,0 - 4,5) \cdot 10^5}{6,0 \cdot 10^5} \cdot 100\% = 25\%.$$

Таким чином, якщо проміжок часу Δt , протягом якого відбувається розпад, порівняльний з періодом напіврозпаду, то застосовувати закон радіоактивного розпаду в диференціальній формі не можна.

Приклад 9.3.6. В урановій руді відношення кількості ядер ^{238}U до кількості ядер ^{206}Pb становить $\eta=2,8$. Оцінити вік руди, вважаючи, що весь свинець ^{206}Pb є кінцевим продуктом розпаду уранового ряду.

Розв'язання. Спонтанний розпад ядер підпорядковується закону радіоактивного розпаду:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} . \quad (1)$$

де N_0 – кількість ядер даного ізотопу в момент часу $t=0$;

N – кількість ядер, що не розпалися, цього ж ізотопу в момент часу t ;

λ – постійна розпаду.

Розділимо обидві частини рівняння (1) на N_0 і прологарифмуємо:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} . \quad (2)$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t . \quad (3)$$

Виразимо з (3) час:

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{N}{N_0} . \quad (4)$$

Період напіврозпаду $T_{1/2}$ і постійна розпаду пов'язані наступним співвідношенням:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} . \quad (5)$$

Виразимо з (5) постійну розпаду λ і підставимо її в (4). Одержимо:

$$t = -\frac{T_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{N}{N_0} . \quad (6)$$

Початкова кількість ядер дорівнює $N_0 = N + N_{\text{Pb}}$, де N_{Pb} – кількість ядер свинцю, що утворюється. За умовою $N_{\text{Pb}} = \frac{N}{2,8}$. Тоді, замінивши N_{Pb} , одержимо:

$$N_0 = N + \frac{N}{2,8} = 1,357N . \quad (7)$$

Значення періоду напіврозпаду ^{238}U визначаємо за довідковими даними («Таблиці фізичних величин», п. 3.23).

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$t = 2 \cdot 10^9 \text{ років.}$$

Приклад 9.3.7. В кров людини ввели невелику кількість розчину, що містить ^{24}Na з активністю $a = 2,0 \cdot 10^3$ Бк. Активність 1 см^3 крові через $t=5,0$ год виявилася рівною $a' = 0,267$ Бк/см 3 . Період напіврозпаду даного радіоактивного ізотопу $T=15$ год. Знайти об'єм крові людини.

Розв'язання. Активність радіоактивного ізотопу змінюється з часом за законом:

$$a = a_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

де a_0 – активність в момент часу $t = 0$, λ – постійна розпаду.

Знаючи активність 1 см^3 крові в момент часу t , можна знайти активність об'єму V :

$$a = a' V. \quad (2)$$

Постійна розпаду і період напіврозпаду $T_{1/2}$ пов'язані наступним співвідношенням:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (3)$$

Підставимо (2) і (3) в рівняння (1) і виразимо об'єм.

$$a' V = a e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}, \quad (4)$$

$$V = \frac{a}{a'} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$V = 5,95 \cdot 10^3 \text{ см}^3 \approx 6 \text{ л}.$$

Приклад 9.3.8. На рис. 9.1 заданий графік залежності логарифма активності радіоактивного препарату від часу. Визначити період напіврозпаду, постійну розпаду і середній час життя радіоактивного ізотопу. Якому ізотопу може відповідати цей графік?

Розв'язання. Активність радіоактивного ізотопу змінюється з часом за законом:

$$a = a_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

де a_0 – активність в момент часу $t = 0$,

λ – постійна розпаду.

Запишемо рівняння (1) для двох різних моментів часу:

$$a_1 = a_0 e^{-\lambda t_1}, \quad (2)$$

$$a_2 = a_0 e^{-\lambda t_2}. \quad (3)$$

Розділимо рівняння одне на одне і прологарифмуємо. Одержимо:

$$\frac{a_1}{a_2} = e^{\lambda(t_2 - t_1)}. \quad (4)$$

$$\ln a_1 - \ln a_2 = \lambda(t_2 - t_1). \quad (5)$$

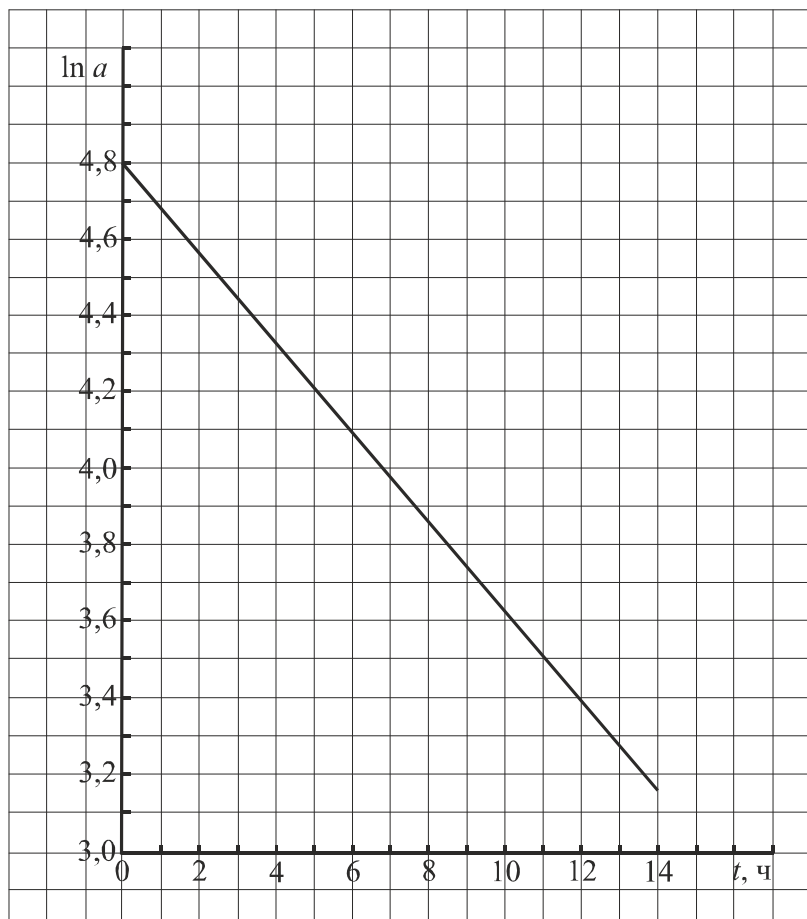


Рисунок 9.1

Постійна розпаду λ і період напіврозпаду $T_{1/2}$ пов'язані наступним співвідношенням:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (6)$$

Підставимо (6) в рівняння (5) і виразимо період напіврозпаду:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2(t_2 - t_1)}{\ln a_1 - \ln a_2}. \quad (7)$$

Для проведення розрахунків виберемо з графіка довільні значення часу t_1 і t_2 і знайдемо відповідні їм значення $\ln a$.

Виберемо на графіку $t_1 = 2$ год. Цьому значенню відповідає $\ln a_1 = 4,56$. Виберемо $t_2 = 10$ год., відповідне значення $\ln a_2 = 3,62$.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо

$$T_{1/2} \approx 6 \text{ год.}$$

Розрахуємо постійну розпаду за формулою (6): $\lambda = 0,12$ 1/год.

Середній час життя радіоактивного ізотопу

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \quad (8)$$

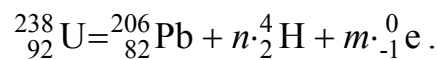
Підставивши чисельне значення постійної розпаду в формулу (8), отримаємо

$$\tau = 8,33 \text{ год.}$$

Щоб визначити якому ізотопу може відповідати графік, скористаємося довідковими даними («Таблиці фізичних величин», п. 3.23). По періоду напіврозпаду визначаємо, що це може бути актиній ${}_{89}^{228}\text{Ac}$.

Приклад 9.3.9. Внаслідок радіоактивного розпаду ізотоп урану ${}_{92}^{238}\text{U}$ перетворюється на ізотоп свинцю ${}_{82}^{206}\text{Pb}$. Скільки при цьому відбувається α і β -розпадів?

Розв'язання. При альфа-розпаді випускається α -частинка, яка являє собою ядро атома гелію ${}_{2}^{4}\text{He}$. При β -розпаді випускається електрон ${}_{-1}^{0}\text{e}$. Позначимо кількість α -розпадів через n , а кількість β -розпадів через m . Запишемо рівняння реакції:



При β -розпаді масове число не змінюється, тому спочатку знайдемо кількість α -розпадів, використовуючи закон збереження суми масових чисел:

$$238 = 206 + n \cdot 4$$

Звідси знаходимо $n = 8$.

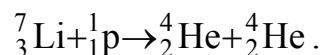
Кількість β -розпадів знайдемо, використовуючи закон збереження заряду (суми зарядових чисел):

$$92 = 82 + 8 \cdot 2 - m \cdot 1.$$

Звідси знаходимо $m = 6$.

Приклад 9.3.10. Протони, що прискорені різницею потенціалів 6,8 МВ, бомбардують нерухому літієву мішень. При зіткненні протона з ядром ізотопу ${}_{3}^{7}\text{Li}$ утворюються дві α -частинки, що розлітаються симетрично по відношенню до напрямку пучка протонів. Визначити кінетичну енергію і кут розльоту α -частинок.

Розв'язання. Запишемо рівняння ядерної реакції:



Запишемо закон збереження енергії для даної реакції:

$$m_{0\text{Li}}c^2 + m_{0\text{p}}c^2 + W_{\text{Li}} + W_{\text{p}} = 2m_{0\text{He}}c^2 + 2W_{\text{He}} \quad (1)$$

де W_{Li} і W_{p} – кінетичні енергії відповідно ядра-мішені (ядро літію) і частинки, що бомбардує (протон); W_{He} – кінетична енергія α -частинки, що вилітає. Ядро літію до реакції покоїлося, отже, його кінетична енергія W_{Li} дорівнювала нулю.

Виразимо з рівняння (1) кінетичну енергію α -частинки з урахуванням того, що $W_{Li}=0$:

$$W_{\frac{4}{2}\text{He}} = \frac{1}{2} \left[(m_{0Li} + m_{0p} - 2m_{0\frac{4}{2}\text{He}})c^2 + W_p \right]. \quad (2)$$

Величина $(m_{0Li} + m_{0p} - 2m_{0\frac{4}{2}\text{He}})c^2$ являє собою енергетичний вихід реакції Q . Зробивши заміну в (2), отримаємо:

$$W_{\frac{4}{2}\text{He}} = \frac{1}{2}(Q + W_p). \quad (3)$$

Проведемо попередні розрахунки. Енергетичний вихід реакції розрахуємо в МеВ. Для цього використовуємо співвідношення:

$$Q = 931,5 (\sum m_i - \sum m_k), \quad (4)$$

де $\sum m_i = m_{\frac{7}{3}\text{Li}} + m_{\frac{1}{1}\text{p}} = 7,016005 + 1,007276 = 8,023281$ а.о.м.

$\sum m_k = 2 \cdot m_{\frac{4}{2}\text{He}} = 2 \cdot 4,002604 = 8,005208$ а.о.м.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$Q = 16,83 \text{ МеВ.}$$

Протон, що бомбардує, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів U , набуває кінетичну енергію W_p , яка дорівнює роботі електричного поля:

$$W_p = eU, \quad (5)$$

де e – заряд протона.

$$W_p = 6,8 \text{ МеВ.}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$W_{\frac{4}{2}\text{He}} = 11,82 \text{ МеВ.}$$

За законом збереження імпульсу:

$$\vec{p} = \vec{p}_{\frac{4}{2}\text{He}} + \vec{p}_{\frac{4}{2}\text{He}}, \quad (6)$$

де \vec{p} – імпульс протона,

$\vec{p}_{\frac{4}{2}\text{He}}$ – імпульс α -частинки.

З рис. 9.2 випливає, що

$$p = 2 p_{\frac{4}{2}\text{He}} \cdot \cos \frac{\theta}{2}. \quad (7)$$

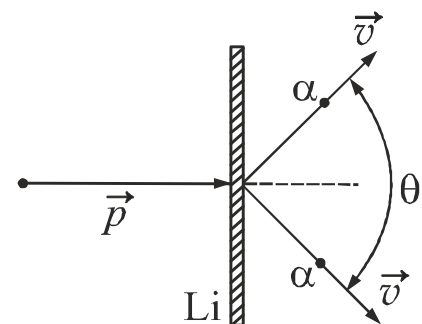


Рисунок 9.2

Порівняємо отримане значення кінетичної енергії α -частинки з її енергією спокою ($E_0=3,75$ ГеВ): $W_{\text{He}} \ll E_0$. Це означає, що α -частинки які утворилися є нерелятивістські. Імпульс нерелятивістської частинки пов'язаний з її кінетичною енергією співвідношенням:

$$p = \sqrt{2mW_k}. \quad (8)$$

Виразимо з (7) косинус шуканого кута, замінивши імпульси протона і α -частинки відповідно до рівняння (8). Одержимо:

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{p}{2p_{\text{He}}} = \sqrt{\frac{m_p \cdot W_p}{m_{\text{He}} \cdot W_{\text{He}}}}. \quad (9)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (9), отримаємо

$$\cos \frac{\theta}{2} = 0,38, \quad \theta = 2 \arccos 0,38 = 135,3^\circ.$$

Приклад 9.3.11. На яку глибину потрібно занурити у воду джерело вузького пучка γ -випромінювання з енергією γ -квантів рівній 1,6 МеВ, щоб інтенсивність пучка, що виходить з води, була зменшена в 1000 разів?

Розв'язання. При проходженні γ -випромінювання через речовину відбувається його ослаблення. Інтенсивність випромінювання змінюється за законом:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (1)$$

де I_0 – інтенсивність γ -випромінювання, що падає на поверхню речовини;
 μ – лінійний коефіцієнт ослаблення γ -променів в речовині, що залежить від природи речовини і спектрального складу потоку γ -випромінювання;
 x – товщина шару, який поглинає.

Розв'яжемо рівняння (1) відносно x :

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x}, \quad (2)$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x. \quad (3)$$

$$x = -\frac{1}{\mu} \cdot \ln \frac{I}{I_0}. \quad (4)$$

Визначимо за графіком, наведеним у довідкових даних («Таблиці фізичних величин», п. 3.22), значення μ – лінійного коефіцієнта ослаблення γ -променів з енергією 1,6 МеВ у воді:

$$\mu = 0,06 \text{ см}^{-1}.$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$x = 115 \text{ см}.$$

Приклад 9.3.12. На рис. 9.3 показана залежність коефіцієнта поглинання гамма-променів радіоактивного випромінювання від довжини хвилі для свинцю. Яка максимальна товщина шару половинного поглинання гамма-променів у свинці?

Розв'язання. При проходженні γ -променів через речовину відбувається їх ослаблення. Інтенсивність γ -випромінювання змінюється за законом:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (1)$$

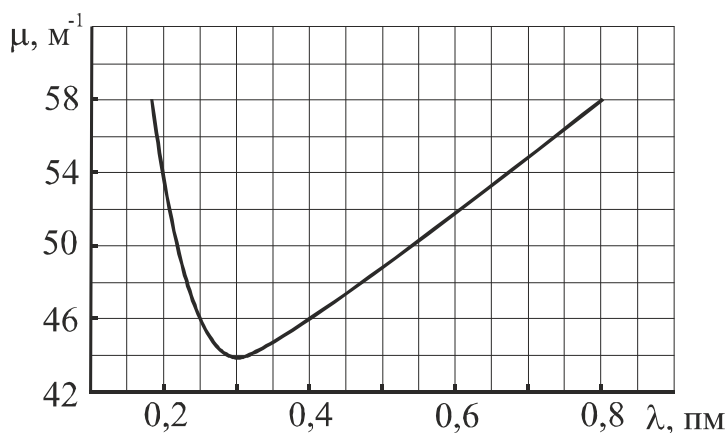


Рисунок 9.3

де I_0 – інтенсивність γ -випромінювання, що падає на поверхню речовини;

μ – лінійний коефіцієнт ослаблення γ -променів в речовині, що залежить від природи речовини і спектрального складу потоку γ -випромінювання;

x – товщина шару, який поглинає.

Шаром половинного ослаблення називається шар, товщина $x_{1/2}$

якого така, що інтенсивність γ -випромінювання, яке через нього проходить, зменшується в 2 рази. Це означає, що $I = I_0/2$. Зробимо заміну в (1), проведемо скорочення та прологарифмуємо отримане співвідношення. Одержимо:

$$\ln 2 = \mu x_{1/2}, \quad (2)$$

де $x_{1/2}$ – товщина шару половинного ослаблення.

Визначимо товщину цього шару:

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}, \quad (3)$$

Для того, щоб товщина шару була максимальною, лінійний коефіцієнт ослаблення повинен прийняти мінімальне значення. За графіком визначаємо, що мінімальне значення $\mu_{\min} = 44 \text{ м}^{-1}$.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$x_{1/2} = 1,58 \text{ см}.$$

Питання для підготовки до практичних занять

1. Які частинки входять до складу ядра? Назвіть основні характеристики ядра.
2. Перелічіть властивості ядерних сил.
3. Що називається дефектом маси? Запишіть формулу для розрахунку дефекту маси.
4. Що називається енергією зв'язку ядра, питомою енергією зв'язку? Запишіть формули, за якими вони розраховуються.
5. Що називається ядерною реакцією? Які закони виконуються при ядерних реакціях?
6. Як розраховується енергетичний вихід ядерної реакції? Які реакції називаються екзотермічними, а які ендотермічними?
7. У чому полягає явище радіоактивності? Перелічіть види радіоактивного розпаду. В чому полягає сутність цих процесів?
8. Запишіть закон радіоактивного розпаду. Які межі застосовності закону радіоактивного розпаду?
9. Що таке період напіврозпаду? Як він пов'язаний з постійною розпаду?
10. Що називається активністю радіоактивної речовини, питомою активністю? Запишіть закон зміни активності.
11. Перелічіть основні властивості гамма-випромінювання. Назвіть області застосування гамма-випромінювання.

9.4. Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

9.1. Вкажіть склад ядер: фтору (${}^{18}_9\text{F}$), алюмінію (${}^{27}_{13}\text{Al}$), цинку (${}^{64}_{30}\text{Zn}$), барію (${}^{138}_{56}\text{Ba}$).

9.2. Який склад ядер ізотопів свинцю ${}^{207}_{82}\text{Pb}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$, ${}^{210}_{82}\text{Pb}$?

9.3. Ядро ${}^{59}_{26}\text{Fe}$ випустило нейтрон. Вкажіть число нуклонів у новому ядрі.

9.4. Як змінюється масове число елемента при випромінюванні ядром
а) протона? б) нейтрона? в) γ -кванта?

9.5. Як змінюється зарядове число елемента при випромінюванні ядром
а) протона? б) нейтрона? в) γ -кванта?

9.6. Як змінюється електричний заряд ядра при α -розпаді?

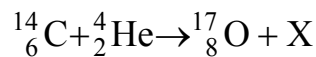
9.7. Знайти дефект маси ядра азоту (${}^{14}_7\text{N}$).

9.8. Обчислити енергію зв'язку ядра дейтерію (в МеВ).

9.9. Знайти енергію зв'язку ядра алюмінію (${}^{27}_{13}\text{Al}$).

9.10. Знайти питому енергію зв'язку ядра кисню ${}^{16}_8\text{O}$.

9.11. Визначити порядковий номер Z і масове число A частинки, позначеної буквою X в символічному запису ядерної реакції:



Як називається ця частинка?

9.12. Визначте, поглинається або виділяється енергія при наступних ядерних реакціях:

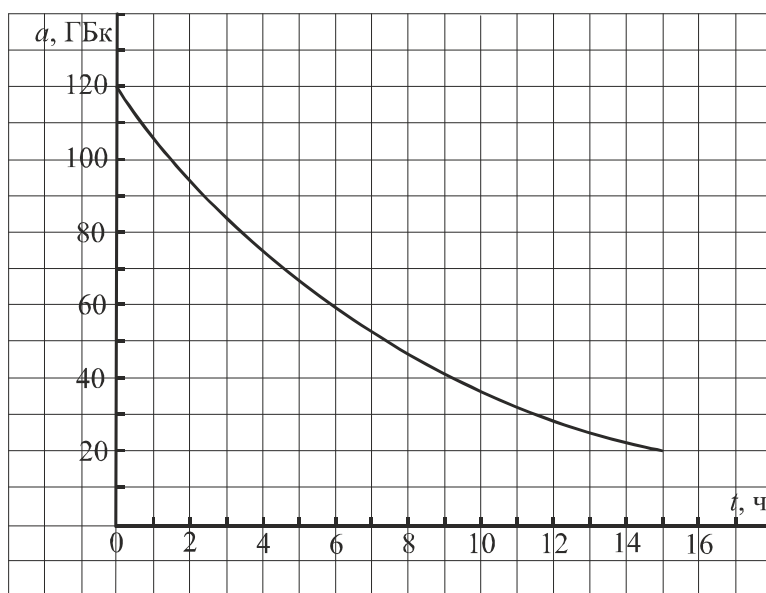
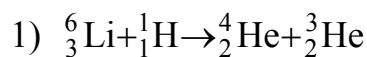


Рисунок 9.14

9.13. Сумарна маса спокою продуктів ядерної реакції на 0,02 а.о.м. менше, ніж сумарна маса спокою ядер і частинок, що вступили в реакцію. Який енергетичний вихід даної ядерної реакції? Який характер реакції?

9.14. На рис. 9.14 даний графік залежності активності радіоактивного препарату від часу. Визначити період напіврозпаду, постійну розпаду і середній час життя радіоактивного ізотопу. Якому ізотопу

це може відповідати?

9.15. Яка частка радіоактивних ядер розпадається через інтервал часу, що дорівнює двом періодам напіврозпаду?

9.16. Яка частка початкової кількості радіоактивного ізотопу розпадеться за час його життя?

9.17. Чому дорівнює енергія гамма-квантів, якщо при проходженні через шар чавуну товщиною 3 см інтенсивність випромінювання послаблюється в три рази? (Скористатися графіком 3.22 в «Довідкових матеріалах»).

Середній рівень

9.18. Обчислити дефект маси, енергію зв'язку і питому енергію зв'язку ядра ${}_{92}^{238}\text{U}$.

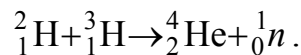
9.19. Знайти питому енергію зв'язку ядер ${}^3_1\text{H}$ і ${}^3_2\text{He}$. У якому з ядер нуклони зв'язані сильніше?

9.20. При бомбардуванні ядер ізотопу бору ${}^{10}_5\text{B}$ нейтронами з ядра, яке утворюється, викидається α -частинка. Запишіть рівняння реакції.

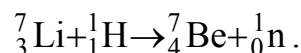
9.21. При опроміненні алюмінієвої мішені протонами утворюються α -частинки. Запишіть рівняння ядерної реакції, яка відбувається.

9.22. Внаслідок радіоактивного розпаду ${}^{232}_{90}\text{Th}$ перетворюється в ${}^{212}_{83}\text{Bi}$. Скільки альфа-і бета-розпадів при цьому виникає?

9.23. Розрахувати енергетичний вихід термоядерної реакції і вказати характер реакції:



9.24. Розрахувати енергетичний вихід ядерної реакції і вказати характер реакції:



9.25. Яка енергія виділяється при α -розпаді ядра радію -226?

9.26. При анігіляції електрона і позитрона утворилися два однакових γ -кванта. Визначте їх довжину хвилі. Кінетичної енергією частинок до реакції знехтувати.

9.27. У 1986 році в результаті аварії на Чорнобильській АЕС стався викид в навколишнє середовище радіоактивних речовин, у тому числі ізотопів цезію-137. Період напіврозпаду цезію-137 становить 30 років. Скільки відсотків атомів цього ізотопу розпадеться за 90 років?

9.28. У 2011 році цунамі зруйнувало атомну станцію «Фукусіма-1» в Японії. В результаті стався викид радіонуклідів йоду-131. Період напіврозпаду йоду-131 становить 8 діб. Скільки відсотків початкової кількості атомів йоду-131 збережеться через 40 діб?

9.29. Який період напіврозпаду радіоактивного ізотопу, якщо за добу в середньому розпадається 3500 атомів з 4000?

9.30. Визначте період напіврозпаду радіоактивного ізотопу, якщо його активність зменшилася у 8 разів за 15 діб.

9.31. Період напіврозпаду радону дорівнює 3,8 доби. За який час активність препарату радону зменшиться в 1,45 рази?

9.32. Ядро літію (${}^7_3\text{Li}$), захоплюючи протон, розпадається на дві α -частинки. Визначити суму кінетичних енергій цих частинок. Кінетичною енергією протона знехтувати.

9.33. При розподілі одного ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$ на два осколка виділяється близько 220 МеВ енергії. Яка кількість енергії звільняється при «спалюванні» в ядерному реакторі 1 г цього ізотопу? Яку кількість кам'яного вугілля потрібно спалити для отримання такої ж кількості енергії? Питому теплоту згоряння кам'яного вугілля прийняти рівною 30МДж/кг.

9.34. Джерело вузького пучка γ -випромінювання з енергією гамма-квантів, що дорівнює 1,6 МеВ, занурений у воду на глибину 1,15 м. У скільки разів змінилася інтенсивність пучка, що виходить з води? (Скористатися графіком 3.22 в «Довідкових матеріалах»).

Достатній рівень

9.35. Протони, що налітають на нерухому літієву мішень, збуджують реакцію ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + {}^1_0\text{n}$. При якій кінетичній енергії протона нейтрон, що виникає, може виявитися нерухомим?

9.36. Альфа-частинка з кінетичною енергією 5,3 МеВ збуджує реакцію ${}^9_4\text{Be}(\alpha, n) {}^{12}_6\text{C}$, енергія якої 5,7 МеВ. Знайдіть кінетичну енергію нейтрона, що вилетів під прямим кутом до напрямку руху α -частинки. Кінетичною енергією ядра берилію знехтувати.

9.37. Протон з кінетичною енергією 1 МеВ налітає на ядро ${}^7_3\text{Li}$, яке є в стані спокою. В результаті реакції вилітають дві α -частинки з однаковими енергіями. Знайдіть кут між напрямками руху α -частинок.

9.38. Період напіврозпаду радіоактивного ізотопу дорівнює 30 хвилин. Через якийсь час у зразку масою 16 г залишиться 0,5 г даного ізотопу?

9.39. При біологічних і медичних дослідженнях використовують радіоактивний ізотоп фосфору ${}^{32}_{15}\text{P}$, період напіврозпаду якого дорівнює 14 діб. За який час кількість цього ізотопу в організмі зменшиться в 1000 разів?

9.40. Два зразка в початковий момент містили однакову кількість радіоактивних атомів. Період напіврозпаду атомів першого зразка дорівнює 10 хв, а другого зразка - 30 хв. Знайдіть відношення кількостей радіоактивних атомів в зразках через 1 годину.

9.41. Визначити вік виробу з дерева, якщо відомо, що активність зразка з цього виробу по ізотопу вуглецю ${}^{14}_6\text{C}$ становить одну третину активності свіжої деревини.

9.42. Період напіврозпаду калію-42 дорівнює 12,5 годин. При розпаді кожного ядра виділяється енергія 5 МеВ. Скільки енергії виділяється за добу в зразку, що містить спочатку 1 мг калію-42?

9.43. При розподілі одного ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$ виділяється близько 220 МеВ енергії. Яку кількість води можна нагріти від 20°C до 100°C за рахунок енергії, що виділяється при діленні 50 г урану-235? Втрати енергії не враховувати. Питома теплоємність води $c=4200$ Дж/(кг·К).

9.44. Інтенсивність вузького пучка гамма-випромінювання після проходження через шар свинцю товщиною $x=4$ см зменшилася в $k=8$ разів. Визначити можливі енергії гамма-кванта і товщину шару половинного ослаблення. (Скористатися графіком 3.22 в «Довідкових матеріалах»).

9.45. Екран складається з двох пластин: свинцевої товщиною 2 см і бетонної товщиною 5 см. У скільки разів зміниться інтенсивність гамма-випромінювання з енергією квантів 2 МеВ після проходження цього екрану? (Скористатися графіком 3.22 в «Довідкових матеріалах»).

9.46. У середині камери Вільсона, що знаходиться в однорідному магнітному полі, поміщена смужка фольги. Заряджена частка рухається перпендикулярно лініям магнітної індукції. У скільки разів змінився радіус треку частинки після проходження фольги, якщо при цьому вона втратила 75% енергії?

Глава 6. Багатоваріантні задачі за темами

§14 Багатоваріантні задачі

14.1 Умови задач

Механічні і електромагнітні коливання і хвилі

Задача 23. Пружинний маятник виконує гармонічні коливання за законом $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Використовуючи дані таблиці 23, виконайте наступне:

1. Знайдіть відсутні в таблиці величини.
2. Запишіть рівняння коливань $x(t)$ з числовими коефіцієнтами і побудуйте графік залежності $x(t)$ в межах $0 < t < T$ з кроком $\Delta t = T/12$.

Позначення, що прийняті в таблиці:

x_0 – значення координати в початковий момент часу; φ_0 – початкова фаза; k – коефіцієнт жорсткості пружини; v_0 і a_0 – значення швидкості і прискорення в початковий момент часу; v_{\max} і a_{\max} – максимальні значення швидкості і прискорення.

Задача 24. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю L і конденсатора ємністю C . Напруга на конденсаторі змінюється за законом $u_c(t) = U_{\max} \cos \omega_0 t$. Використовуючи дані таблиці 24, виконайте наступне:

1. Намалюйте схему коливального контуру.
2. Знайдіть відсутні в таблиці величини.
3. Запишіть рівняння зміни $u_c(t)$ з числовими коефіцієнтами.
4. Отримайте рівняння зміни з плином часу заряду $q(t)$ на обкладках конденсатора, сили струму $i(t)$ в контурі, енергії магнітного $W_m(t)$ і електричного $W_{el}(t)$ полів і запишіть їх з числовими коефіцієнтами.

Задача 25. Точка бере участь у двох коливаннях одного напрямку й однакової частоти ν . Амплітуди коливань рівні A_1 і A_2 . φ_{01} і φ_{02} – початкові фази цих коливань. A – амплітуда результуючого коливання, φ_0 – його початкова фаза. Використовуючи дані таблиці 25, виконайте наступне:

1. Знайдіть відсутні величини.
2. Побудуйте векторну діаграму додавання коливань з дотриманням масштабу.
3. Запишіть рівняння результуючого коливання з числовими коефіцієнтами.

Задача 26. Точка бере участь одночасно в двох гармонічних коливаннях, що відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках і описуваних рівняннями:

$$\begin{aligned} x(t) &= A_1 \cos \omega t, \\ y(t) &= A_2 \cos(\omega t + \varphi). \end{aligned}$$

Використовуючи дані таблиці 26, виконайте наступне:

1. Знайдіть рівняння траєкторії точки.
2. Побудуйте траєкторію з дотриманням масштабу.
3. Визначте напрям руху.

Задача 27. Маятник здійснює загасаючі коливання. Використовуючи дані таблиці 27, виконайте наступне:

1. Знайдіть відсутні в таблиці величини.
2. Запишіть рівняння коливань з числовими коефіцієнтами.
3. Побудуйте графік залежності амплітуди загасаючих коливань від часу

$$A=f(t) \text{ в межах } 0 \leq t \leq 2\tau \text{ з кроком } \Delta t \approx \frac{\tau}{5}.$$

Позначення, що прийняті в таблиці: β – коефіцієнт загасання; ω_0 – власна частота коливань; λ – логарифмічний декремент загасання, τ – час релаксації, N_e – число коливань, за яке амплітуда зменшується в $e=2,718\dots$ разів, Q – добротність коливальної системи.

Задача 28. Пружинний маятник здійснює вимушені коливання під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється за законом $F = F_0 \cos \Omega t$. Використовуючи дані таблиці 28, виконайте наступне:

1. Знайдіть значення резонансної частоти $\Omega_{\text{рез}}$, резонансної амплітуди $A_{\text{рез}}$, і статичного зміщення $A_{\text{ст}}$.
2. Запишіть рівняння вимушених коливань системи, які встановилися, з числовими коефіцієнтами при $\Omega = \Omega_{\text{рез}}$.
3. Намалюйте схематичний графік залежності амплітуди від частоти збуджувальної сили, вказавши розраховані параметри.

Позначення, що прийняті в таблиці: m – маса тягаря; ω_0 – власна частота коливань; β – коефіцієнт загасання; F_0 – амплітудне значення збуджувальної сили.

Задача 29. Звукова хвиля інтенсивністю I і частотою ν поширюється в деякому газоподібному середовищі, густина якого ρ .

Використовуючи дані таблиці 29, виконайте наступне:

1. Знайдіть відсутні в таблиці величини.
2. Запишіть рівняння плоскої біжучої хвилі $\xi(x,t)$ з числовими коефіцієнтами.
3. Розрахуйте зміщення $\xi(x_1, t_1)$ частинок середовища в точці, що знаходиться на відстані x_1 від джерела, в момент часу t_1 .
4. Отримайте рівняння швидкості коливань частинок середовища, про диференціював рівняння хвилі за часом ($\partial \xi / \partial t$). Розрахуйте амплітуду швидкості $(\partial \xi / \partial t)_{\text{max}}$ коливань частинок середовища.
5. Розрахуйте рівень гучності звуку, прийнявши інтенсивність порога чутності рівною $I_0=10^{-12} \text{ Вт/м}^2$.

Позначення, що прийняті в таблиці: λ – довжина хвилі, k – хвильове число, T – період коливань частинок середовища, v – швидкість хвилі.

Задача 30. Коливальний контур складається з котушки і плоского конденсатора. Котушка (без магнітного осердя) довжиною l і площею поперечного перерізу S_1 містить N витків. Конденсатор складається з двох пластин площею S_2 кожна. Відстань між пластинами d заповнена діелектриком з діелектричною проникністю ϵ . Використовуючи дані, що наведені в таблиці 30, знайдіть відсутні величини.

Позначення, що прийняті в таблиці: T – період коливань, ν – частота коливань, λ – довжина хвилі, на яку припадає резонанс в контурі.

Задача 31. Плоска електромагнітна хвиля поширюється в однорідному ізотропному немагнітному середовищі з діелектричною проникністю ϵ . Напруженість електричного поля хвилі змінюється за законом $E = E_{\max} \cos(\omega t - kx)$.

Використовуючи дані таблиці 31, виконайте наступне:

1. Знайдіть відсутні в таблиці величини.
2. Запишіть рівняння зміни напруженості $E(x,t)$ електричного поля і напруженості $H(x,t)$ магнітного поля з числовими коефіцієнтами.
3. Схематично зобразите графік хвилі із зазначенням амплітудних значень напруженостей E_{\max} і H_{\max} .
4. Знайдіть інтенсивність хвилі, розрахуйте значення вектора Пойнтінга в точці з координатою $x_1 = \lambda/8$ в момент часу t_1 . Вкажіть напрямок вектора.

***Хвильова і квантова оптика. Квантова механіка.
Фізика твердого тіла. Ядерна фізика***

Задача 32. Пучок паралельних монохроматичних променів з довжиною хвилі λ падає на тонку плівку з показником заломлення n , що знаходиться в повітрі. α – кут падіння променів, d – найменша товщина плівки, при якій відбиті промені максимально посилені (ослаблені) інтерференцією. Використовуючи дані таблиці 32, знайдіть відсутні величини. Накресліть хід променів у тонкій плівці, вкажіть промені, які інтерферують.

Задача 33. На дифракційні ґрати нормально до їх поверхні падає паралельний пучок світла з довжиною хвилі λ . Розміщена у районі ґрат лінза проектує дифракційну картину на екран, який віддалений від лінзи на відстань L . Відстань між двома максимумами інтенсивності першого порядку на екрані дорівнює l . Постійна ґрат – d . Число штрихів решітки на одиницю довжини – n . Максимальний порядок спектра – m_{\max} . Число максимумів, яке при цьому дають ґрати – N . Кут дифракції першого порядку – φ_1 . Використовуючи дані таблиці 33, знайдіть відсутні величини.

Задача 34. Два ніколя N_1 і N_2 розташовані так, що кут між їх площинами пропускання дорівнює φ . I_0 – інтенсивність природного світла, що падає на поляризатор; I_1 – інтенсивність поляризованого світла, що падає на аналізатор; I_2 – інтенсивність світла, що вийшло з аналізатора. Коефіцієнт поглинання світла в кожному ніколі k . P – ступінь поляризації. Використовуючи дані таблиці 34, знайти відсутні величини.

Задача 35. Електрична муфельна піч споживає потужність P . Температура її внутрішньої поверхні при відкритому невеликому отворі площею S дорівнює t . λ_{\max} – довжина хвилі, на яку припадає максимум енергії в спектрі випромінювання.

Вважаючи, що отвір печі випромінює як абсолютно чорне тіло, визначити, яка частина η потужності розсіюється стінками, а також інші відсутні в таблиці 35 величини.

Задача 36. На поверхню деякого матеріалу падає світло частоти ν . ϵ – енергія фотона, що падає на поверхню; λ_0 – червона межа фотоефекту для цієї речовини; $A_{\text{вих}}$ – робота виходу електрона, v_{max} – максимальна швидкість фотоелектронів; U_3 – затримуюча напруга.

Використовуючи дані таблиці 36, знайдіть відсутні величини. Використовуючи довідкові таблиці, визначте назву матеріалу.

Задача 37. При вимірюванні опору власного напівпровідника було встановлено, що при температурі t_1 його опір дорівнює R_1 , а при температурі t_2 дорівнює R_2 . ΔE – ширина забороненої зони. Використовуючи дані таблиці 37, виконайте наступне:

1. Знайдіть відсутні величини.
2. Побудуйте графік залежності опору напівпровідника від температури в інтервалі від t_2 до t_1 з кроком Δt .
3. Знайдіть значення температурного коефіцієнта опору напівпровідника при температурах t_2 і t_1 .
4. Використовуючи довідкові таблиці, визначте назву напівпровідника.

Задача 38. У таблиці 38 приведена скорочена форма запису ядерної реакції. Дайте повний запис реакції і знайдіть енергетичний вихід в МеВ. Вкажіть характер реакції – екзотермічна або ендотермічна.

Прийняті позначення:

$\alpha = {}^4_2\text{He}$ – альфа-частинка, $p = {}^1_1\text{p}$ – протон, $n = {}^1_0\text{n}$ – нейтрон, $d = {}^2_1\text{H}$ – дейтон, γ – гамма-квант, X – шуканий елемент.

Задача 39. Пучок моноенергетичного γ -випромінювання з енергією ϵ проходить через поглинаючу речовину. Використовуючи дані таблиці 39, виконайте наступне:

1. Знайдіть довжину хвилі λ , яка відповідає цьому випромінюванню.
2. Визначте лінійний коефіцієнт ослаблення μ , який відповідає даному випромінюванню. Скористайтеся графіком залежності лінійного коефіцієнта ослаблення μ від енергії фотонів ϵ , наведеним у додатку.
3. Розрахуйте, якої товщини x повинна бути пластинка з цієї речовини, щоб інтенсивність γ -випромінювання зменшилася в k разів?

Задача 40. Маса радіоактивного препарату ізотопу ${}_Z\text{X}^A$ дорівнює m . Використовуючи дані таблиці 40, виконайте наступне:

1. Знайдіть значення початкової активності препарату і його питому активність.
2. Розрахуйте проміжок часу, протягом якого активність препарату зменшиться в k разів?

Задача 41. Розрахуйте дефект маси ядра Δm , енергію зв'язку $\Delta E_{\text{зв}}$ і питому енергію зв'язку нуклонів в ядрі $\epsilon_{\text{пит}}$. Використовуючи графік залежності питомої енергії зв'язку від масового числа, даний в додатку, визначте значення питомої енергії зв'язку для Вашого елемента. Порівняйте знайдене значення з розрахованим.

Номер елемента відповідає Вашому номеру за журналом + 15.

Таблиця 23

№ п/п	m , г	k , Н/м	T , с	φ_0 , град	x_0 , см	A , см	v_0 , см/с	v_{\max} , см/с	a_0 , м/с ²	a_{\max} , м/с ²	ω_0 , рад/с
1		1,23	0,80	10		2,0					
2	15		0,62		1,38	1,6					
3	25	0,65		30	1,30						
4		0,31	1,12		2,07			12,34			
5	12		1,69	40				7,06			
6	18	3,08			1,54					4,11	
7		1,75	0,75	60						1,47	
8	22		1,05	45			-7,6				
9	28	2,13		75					-0,39		
10		0,50	1,23	80		2,6					
11	24		1,08		1,9	2,2					
12	20	1,04		45					-0,70		
13		1,01	0,74	90			-14,4				
14	18		1,05	30	1,56						
15	30	0,56			1,48			9,10			
16		2,77	0,62		1,35					2,77	
17	22		0,83	75	0,78						
18	14	0,29		20				11,38			
19		0,38	1,25		2,22	2,9					
20	21		0,75	30		2,5					
21	19	0,42		15	2,22						
22		0,82	0,79	45				15,11			
23	20		1,12	90						0,66	
24	28	1,57		30					-1,36		
25		0,59	1,32	60		2,4					
26	22		1,55		2,76			11,35			
27	21	0,44			1,76					0,48	
28		1,03	0,76	75				20,67			
29	18		0,93		2,90	3,0					
30	10	0,25			1,88					0,50	

№ п/п	v , МГц	T , нс	C , пФ	L , мГн	q_{\max} , пКл	I_{\max} , мкА	U_{\max} , мВ	$W_{\max}^{\text{ел}}$, фДж	$W_{\max}^{\text{маг}}$, фДж	ω_0 , рад/с
1			1,5	2,00			30			
2		10,83		0,04			25			
3	92,7		47				20			
4			33	0,09			35			
5	96,0			0,12			40			
6		10,10	15				25			
7			10	0,26			10			
8		10,0		0,37			18			
9	100,5		4,7				34			
10			3,3	0,75			26			
11	101,6			1,12			45			
12		9,79	1,5				30			
13			1,0	2,41			25			
14		9,66		0,03			15			
15	104,1		47				50			
16			33	0,07			45			
17	105,1			0,10			40			
18		9,50	15				35			
19			10	0,23			48			
20		9,45		0,33			20			
21	106,0		4,7				50			
22			3,3	0,68			45			
23	106,8			1,01			32			
24		9,33	1,5				25			
25			1,0	2,19			46			
26		10,10		0,05			15			
27	100,5		33				20			
28			22	0,11			35			
29	106,4			0,15			45			
30		9,33	10				30			

Таблиця 25

№ п/п	A_1 , см	φ_{01} , град	A_2 , см	φ_{02} , град	A , см	φ_0 , град	v , Гц
1	5	20		75	10,68		100
2	2	0	3	60			50
3	3		4	0	5		50
4		90	4	45		60	150
5	4		2	0	5		100
6	5	60		15		30	150
7	6	30		90		45	50
8	3	45	4	90			100
9	4	270		45		30	100
10	2		4	30	5,4		100
11	4	60		15	6		50
12	6	90		22,5		45	50
13	8	45		60	14		200
14	4	30	3	90			200
15	3		5	0	4		100
16	6	45		30	10		50
17		60	5	15		30	150
18	8,5		3	120	8,25		150
19	3	60	2	30			50
20	2	135		45	10		100
21	3	60		22,5		45	50
22	5	45		60	16		100
23	5	0	3	45			150
24	3	45	4		6		200
25	5		2	0	4		100
26		90	6	30		45	50
27	1	0	2	60			200
28		120	3	270		45	50
29	7	30	5	45			100
30		45	3	0		22,5	50

№ п/п	A_1 , см	A_2 , см	ν , Гц	φ , град
1	5	5	100	-90
2	5	6	50	0
3	8	3	50	+90
4	3	7	150	+180
5	8	9	100	-90
6	6	4	150	+270
7	4	7,5	50	-180
8	9	4	100	-90
9	5	9	100	0
10	10	4	100	+180
11	12	3	50	0
12	10	8	50	+270
13	7	5	200	+90
14	8	9	200	-180
15	3	8	100	+90
16	5	10	50	-270
17	9	5	150	+180
18	4	4	150	0
19	11	6	50	-90
20	6	9	100	-180
21	8	3	50	0
22	9	7	100	+90
23	4,5	2	150	+270
24	7	5	200	-180
25	3	9	100	-270
26	2	5	50	-90
27	7,5	2	200	+180
28	9	5	50	0
29	4	8	100	+90
30	4,5	6	50	-90

Таблиця 27

№ п/п	β , c^{-1}	A_0 , см	T , с	λ	τ , с	N_e	Q	Φ_0 , град
1	0,012	15		0,03				75
2	2	6,5	0,3					45
3		12,0	2,0	0,01				15
4		13,0			50	100		20
5		7,0	1,0				300	35
6		8,0	0,15		40			50
7		10,0	3,0	0,005				40
8	0,008	20		0,04				30
9	3	7,5	0,15					37
10		15,0			60	120		60
11		11,0	2,0				800	75
12		10,0			30	145		82
13		8,5	1,0	0,02				55
14	3	7,5		0,38				25
15		9,5			30	80		65
16		13,0	2,0				1000	18
17		11,0			20	126		30
18	4	11,5		0,63				46
19		12,5	0,5	0,01				32
20		7,0			40	20		17
21		6,5	1,0				1200	44
22		14,0			10	125		38
23	2	9,0		0,40				22
24		8,0	0,2	0,001				13
25		15,0			50	200		61
26		13,0			20	285		73
27		12,5	1,6				1600	84
28	0,2	8,5					50	33
29		13,0	0,3	0,009				47
30		6,5			100	100		52

№ п/п	m , г	ω_0 , рад/с	β , с^{-1}	F_0 , Н	$\Omega_{\text{рез}}$, рад/с	$A_{\text{ст}}$, см	$A_{\text{рез}}$, см
1	10	9,425	0,90	0,018			
2	5	20,00	2,00	0,010			
3	35	3,14	0,05	0,015			
4	30	12,00	0,20	0,012			
5	15	6,00	0,10	0,025			
6	26	4,00	0,30	0,030			
7	12	2,00	0,10	0,010			
8	28	4,00	0,08	0,016			
9	20	13,00	0,30	0,018			
10	27	3,00	0,20	0,025			
11	8	30,00	3,00	0,024			
12	20	7,854	0,30	0,015			
13	14	6,30	0,27	0,008			
14	15	5,00	0,12	0,014			
15	24	17,00	0,50	0,017			
16	13	3,14	0,40	0,012			
17	28	2,50	0,20	0,020			
17	32	15,00	1,10	0,036			
19	50	12,56	0,30	0,038			
20	30	3,14	0,10	0,027			
21	40	6,28	0,20	0,032			
22	18	8,00	0,50	0,026			
23	60	3,00	0,25	0,046			
24	33	31,40	2,00	0,048			
25	44	6,28	0,70	0,050			
26	20	9,00	0,70	0,040			
27	65	4,00	0,30	0,068			
28	70	2,00	0,10	0,012			
29	100	2,10	0,15	0,016			
30	45	6,28	0,50	0,030			

Таблиця 29

№ п/п	газ	ρ , кг/м ³	v , Гц	v , м/с	I , мкВт/м ²	A , мкМ	λ , см	k , м ⁻¹	T , мс	x_1 , м	t_1 , с
1	повітря	1,29		331	1000				0,50	10	0,20
2	метан	0,72	3000	430		0,121				30	0,40
3	гелій	0,18	4000		440	0,089				28	0,10
4	кисень	1,43				0,224	12,6		0,40	35	0,45
5	повітря	1,29	4200	331	570					5	0,70
6	вуглекисл. газ	1,98	3850		1500		6,8			54	1,20
7	водень	0,089	3000	1300	90					28	0,25
8	метан	0,72	2550	430	670					63	1,50
9	повітря	1,29	3550		300	0,053				47	0,40
10	водень	0,089	2400	1300		0,019				12	0,30
11	азот	1,25	3200		95		10,4			35	1,30
12	кисень	1,43			550			79,8	0,25	22	1,10
13	гелій	0,18	1800			0,158	53,6			60	0,08
14	вуглекисл. газ	1,98	2250	260		0,092				42	0,35
15	азот	1,25	3840		380			72,2		10	0,20
16	повітря	1,29	2700			0,011	12,3			48	1,50
17	метан	0,72	1550		390	0,163				75	0,90
18	водень	0,089	4230		600		30,7			33	0,03
19	гелій	0,18	1900		290	0,153				54	0,40
20	кисень	1,43	2880	315		0,010				62	0,07
21	вуглекисл. газ	1,98	3730		7,3			90,1		48	0,80
22	повітря	1,29	3000			0,011	11,0			55	0,17
23	метан	0,72	4000	430	27					18	0,20
24	кисень	1,43			84		15,8		0,50	25	0,70
25	азот	1,25	1200		48	0,064				37	0,80
26	гелій	0,18	3710	965		0,044				12	1,20
27	повітря	1,29	2470		650			46,9		95	1,00
28	водень	0,089	4200			0,148	31,0			8	0,72
29	вуглекисл. газ	1,98	3000	260	350					12	1,30
30	метан	0,72	2570		290			37,6		36	1,40

№ п/п	S_2 , см ²	d , мм	ε	C , пФ	N	l , см	$S_{1,2}$, см ²	L , мкГн	T , мкс	ν , МГц	λ , м
1	681,3		6,8	820	180		3,03	124			
2		0,2	7,0	680		12	2,47		1,67		
3	159,3	0,15		470	150	13		8,62			
4		0,12	5,0		180		0,36	13,3			125
5		0,18	2,2	220		9	0,83			1,80	
6	49,9	0,20	6,8	150		14	2,40			0,70	
7	161,4		2,1	100	350	10		40,5			
8	27,4	0,25	7,0		190	11	1,07				
9	168,5	0,40			200		32,0	1236		0,50	
10		0,13	5,0	47	355	14					150
11	90,6	0,17				15	0,09	12,3	0,40		
12	76,8		6,8		240		0,20	15,8		2,70	
13	84,7	0,11	2,2		190	12	9,12				
14		0,26	5,5	100	175	13			1,11		
15	36,2		6,8		210	9		258,7			250
16	30,3	0,40		47		10	3,60				200
17	285,8	0,23	3,0		150	8	0,41				
18		0,18	5,0	220	180	9	0,99		0,63		
19	231,1	0,30	2,2		245		5,03		1,43		
20	134,5		2,1		320	12		450,3		0,75	
21		0,50	6,8	82		10	1,60			1,40	
22	34,1		7,0		300		0,67	86,2			120
23	584,0	0,38			160		1,92	51,56	1,18		
24	303,5	0,40	7,0		150	13	2,75				
25		0,28	5,0	330	200	8					300
26	169,5		2,2	220	420		0,50		0,83		
27	177,6	0,22	2,1		270	10	0,82				
28	61,6	0,12			360	11		51,69			
29	35,0	0,31		68		9	3,01				176,5
30	98,7		6,8		180		9,43	479,7		0,40	

Таблиця 31

№ п/п	ν , МГц	T , мкс	ω , 10^6 рад/с	λ , м	v , 10^6 м/с	k , 1/м	ε	E_{\max} , В/м	H_{\max} , А/м	t_1 , мкс
1	1,2				195				0,6	0,85
2				100			1,44	40		0,70
3					40	$\pi/10$			0,5	0,75
4			$2,5\pi$	240				50		1,0
5	1,0				70				0,3	2,0
6		0,5					2,25	20		0,75
7	1,25					$\pi/20$			0,4	1,4
8		2,0			200			30		3,0
9						$\pi/50$	5,76		0,2	1,0
10	2,0			60				10		0,5
11			π				9,0		0,3	3,5
12		4,0		560				20		5,0
13			2π		80				0,4	1,5
14						$\pi/15$	16,0	10		0,5
15				60	240				0,1	0,25
16		1,25				$\pi/140$			0,25	1,25
17	0,5						4,0	40		3,0
18			5π	40					0,2	0,5
19	1,0				180			50		1,5
20		0,8				$\pi/30$			0,4	1,0
21				30			25,0	20		0,5
22					90	$\pi/36$			0,3	1,4
23		8,0		320				10		10,0
24	2,5			120					0,1	0,6
25	5,0					$\pi/8$		30		0,35
26			2π				36,0		0,5	1,0
27				260	130			20		3,0
28		2,0				$\pi/34$			0,3	3,5
29		0,8					6,25	40		1,0
30		0,4			60				0,4	0,7

№ п/п	λ , нм	d , нм	α , град	n	Посилення (ослаблення)
1	550	217	20		Ослаблення
2		125	30	1,3	Посилення
3	500	104	30		Посилення
4	450	94		1,3	Посилення
5	700		30	1,3	Посилення
6		152	30	1,3	Посилення
7	500	94	45		Посилення
8		104	45	1,5	Посилення
9	650		45	1,5	Посилення
10	680	129		1,5	Посилення
11	720	272	45		Ослаблення
12	740		60	1,28	Ослаблення
13		255	60	1,28	Ослаблення
14	500	248		1,33	Ослаблення
15	400	74		1,47	Посилення
16	580	287	60		Ослаблення
17	650	253		1,33	Ослаблення
18	700		0	1,33	Ослаблення
19		163	30	1,38	Ослаблення
20	470		45	1,38	Ослаблення
21	500	204	60		Ослаблення
22	485	92		1,33	Посилення
23		88	0	1,33	Посилення
24	450	100		1,33	Посилення
25	500		45	1,55	Посилення
26	560	109	60		Посилення
27	600		50	1,55	Ослаблення
28	680	225	20		Ослаблення
29		254	45	1,55	Ослаблення
30	720	167		1,55	Ослаблення

Таблиця 33

№ п/п	λ , нм	L , м	l , см	d , мкм	n , 10^5 1/м	m_{\max}	N	φ_1 , град
1	434,1		16		1			
2	500,0	1,0	20,1					
3	449,4	2,0		5				
4	598,9		15		1			
5		1,0	20	5				
6		1,5	28		2			
7	700,2	1,0	30					
8	697,6	1,5	25					
9		2,0	25	10				
10		1,0	30		2			
11		1,0	25		2,5			
12	449,2		40	4				
13	649,7	1,0	30					
14	500,0	2,0		5				
15	602,4		25		2			
16		0,8	20	5				
17	581,0	1,0			2			
18	656,3		20		2,5			
19	648,4	1,38	30					
20	700,6		30	5				
21	577,1	1,0	20					
22	598,8	1,6	20					
23	677,8	2,5	40					
24		2,5	35		1			
25		2,5	40	10				
26	496,1	1,0	25					
27	649,9	2,0	50					
28	480,2	1,5		2				
29		0,8	30	3				
30		2,0	40	7				

№ п/п	φ , град	k	I_0 , Вт/см ²	I_1 , Вт/см ²	I_2 , Вт/см ²	P
1	75	0,09		22,75		
2	60	0,05	15			
3		0,07	12		3,5	
4	40	0,15			8,3	
5		0,08	28		4,9	
6	45	0,09	16			
7	30	0,10		8,1		
8		0,11	20		1,4	
9	25	0,06		11,3		
10	20	0,07			3,8	
11	55	0,12	11			
12	20	0,14		9,0		
13		0,22	34		8,5	
14	30	0,21		13,8		
15		0,22	25		7,1	
16	35	0,17			8,3	
17	40	0,19		11,3		
18	45	0,18	39			
19		0,05	18		3,4	
20	55	0,06			2,9	
21	60	0,07		16,3		
22	36	0,08	24			
23	48	0,09		11,4		
24		0,10	26		4,0	
25	64	0,11			2,4	
26	60	0,12	26			
27	56	0,13			3,2	
28		0,14	34		7,8	
29	44	0,15			7,1	
30	47	0,20	40			

№ п/п	P , Вт	t , °C	S , см ²	λ_{\max} , нм	η
1	1150		36	2100	
2	1000	927	25		
3	1500	1000	25		
4	1100		20	2000	
5	1150	900	30		
6	1200	927	25		
7	1000		20	1900	
8	950	1027	20		
9	2150		32	2300	
10	1300		25	1900	
11	1100	1127	30		
12	1000		22	2000	
13	1120	1140	20		
14	1150		28	1900	
15	1250		32	2000	
16	1200	1227	32		
17	1250		30	2200	
18	1080	925	35		
19	1000	1000	35		
20	1060		30	2400	
21	1110	1100	20		
22	2120		25	1500	
23	1100	1000	24		
24	1200	1100	20		
25	1150		26	2100	
26	1300		24	1900	
27	1000		20	2100	
28	1100	1057	30		
29	1150	1300	25		
30	1200	1200	30		

№ п/п	λ_0 , нм	A , еВ	ν , 10^{15} с^{-1}	ε , еВ	v_{max} , км/с	U_3 , В
1		1,56		3,03		
2	641,1				826	
3		1,37	0,80			
4	942,0					2,45
5		3,30		4,0		
6	460,1				699	
7		2,35		5,0		
8	560,1					1,34
9		1,81			704	
10	792,0		1,0			
11		1,90		4,2		
12	807,2				870	
13		2,10				3,80
14	758,0		0,69			
15	710,1				949	
16		4,80	1,50			
17	1130,2				998	
18		1,71				1,59
19	570,2			4,0		
20		1,82			757	
21		2,20			775	
22	540,1					1,86
23		1,45			899	
24		2,58			731	
25	377,2				596	
26		1,72			613	
27		3,64	1,40			
28	857,1				886	
29		1,47			909	
30	1130,0					2,77

Таблиця 37

№ п/п	R_1 , Ом	t_1 , °C	t_2 , °C	ΔE , еВ	R_2 , Ом	Δt , °C
1	15000	22	92		2000	7
2		7	72	0,66	188	7
3	5387	17	77		121	6
4	856	25	45		221	4
5	7119	25	55	0,66		3
6	893		65	0,66	157	5
7	5038	46	80		1587	3
8	1500	27	87		600	6
9	1807	20	53	1,428		3
10	3525	34		1,428	92	5
11	4277	15	70		345	5
12	4752	23		0,78	712	4
13	907		84	0,78	57	6
14	1546	31	70		285	4
15		18	44	0,356	567	3
16	2518	25		0,356	1015	5
17	3922	30	67	0,356		4
18	2635	10	63		834	5
19	1341		53	1,79	85	3
20		13	45	1,79	213	3
21	7640	15		1,79	154	3
22	1004	14	73		540	6
23		13	67	0,18	4240	5
24	1195	8	54	0,18		5
25	2275	0		0,32	937	4
26	5657		57	0,32	3428	3
27	6025	25	65		2884	4
28		27	70	1,26	188	3
29	2231	16		1,26	373	4
30	7060	14	42	1,26		4

№ п/п	Реакція
1	${}^6\text{Li}(n, x) {}^6\text{He}$
2	${}^{14}\text{N}(\alpha, p) X$
3	${}^9\text{Be}(\alpha, n) X$
4	${}^7\text{Li}(p, \alpha) X$
5	${}^6\text{Li}(p, \alpha) X$
6	${}^{10}\text{B}(n, \alpha) X$
7	${}^6\text{Li}(n, \alpha) X$
8	${}^2\text{H}(p, \gamma) X$
9	${}^3\text{H}(p, \gamma) X$
10	${}^2\text{H}(d, n)X$
11	${}^2\text{H}(d, \gamma) X$
12	${}^2\text{H}(x, p) \alpha$
13	${}^3\text{H}(d, n) X$
14	${}^{16}\text{O}(n, x) {}^{16}\text{N}$
15	${}^3\text{H}(x, 2n) \alpha$
16	${}^2\text{H}(d, p) X$
17	${}^3\text{He}(x, 2p) \alpha$
18	${}^6\text{Li}(d, p) X$
19	${}^7\text{Li}(d, 2\alpha) X$
20	${}^6\text{Li}(d, \alpha) X$
21	${}^9\text{Be}(p, \alpha) X$
22	${}^9\text{Be}(x, 2\alpha) d$
23	${}^7\text{Li}(\alpha, n) X$
24	${}^{11}\text{B}(p, 2\alpha) X$
25	${}^{15}\text{N}(p, \alpha) X$
26	${}^{55}\text{Mn}(x, n) {}^{55}\text{Fe}$
27	${}^{14}\text{N}(n, x) {}^{14}\text{C}$
28	${}^{19}\text{F}(p, x) {}^{16}\text{O}$
29	${}^{27}\text{Al}(\alpha, p) X$
30	$X(p, \alpha) {}^{23}\text{Na}$

Таблиця 39

№ п/п	Матеріал пластинки	ε , МеВ	k
1	Вода	1,6	15
2	Свинець	2,0	10
3	Чавун	5,4	14
4	Свинець	2,6	8
5	Бетон	2,8	12
6	Свинець	3,0	20
7	Бетон	3,2	15
8	Свинець	3,6	11
9	Чавун	3,8	3
10	Свинець	4,0	5
11	Бетон	4,2	15
12	Чавун	5,0	25
13	Бетон	5,2	4
14	Свинець	6,8	12
15	Бетон	5,6	18
16	Свинець	1,8	21
17	Чавун	2,8	30
18	Бетон	1,7	7
19	Чавун	1,2	10
20	Свинець	6,0	21
21	Чавун	4,6	14
22	Бетон	4,2	16
23	Чавун	3,0	8
24	Бетон	3,4	2
25	Свинець	2,8	15
26	Бетон	3,2	18
27	Свинець	4,4	25
28	Чавун	3,2	14
29	Свинець	5,0	12
30	Чавун	5,8	10

№ п/п	Ізотоп	СИМВОЛ	m , г	k	a , Бк	t , с
1	Олово	$_{50}\text{Sn}^{123}$	1,55	30		
2	Актиній	$_{89}\text{Ac}^{228}$	0,01	5		
3	Йод	$_{53}\text{I}^{131}$	0,10	15		
4	Іридій	$_{77}\text{Ir}^{192}$	0,12	30		
5	Кобальт	$_{27}\text{Co}^{60}$	1,50	40		
6	Магній	$_{12}\text{Mg}^{27}$	0,70	50		
7	Радій	$_{88}\text{Ra}^{220}$	0,05	25		
8	Радій	$_{88}\text{Ra}^{227}$	0,08	4		
9	Радон	$_{86}\text{Rn}^{222}$	0,12	8		
10	Стронцій	$_{38}\text{Sr}^{90}$	0,04	10		
11	Торій	$_{90}\text{Th}^{229}$	1,20	100		
12	Фосфор	$_{15}\text{P}^{32}$	1,40	2		
13	Натрій	$_{11}\text{Na}^{22}$	2,00	6		
14	Уран	$_{92}\text{U}^{239}$	0,40	45		
15	Плутоній	$_{94}\text{Pu}^{239}$	0,15	80		
16	Цирконій	$_{40}\text{Zr}^{95}$	0,80	50		
17	Актиній	$_{89}\text{Ac}^{228}$	0,14	65		
18	Стронцій	$_{38}\text{Sr}^{90}$	0,18	50		
19	Кобальт	$_{27}\text{Co}^{58}$	1,40	55		
20	Вуглець	$_{6}\text{C}^{14}$	3,00	7		
21	Фосфор	$_{15}\text{P}^{30}$	1,60	9		
22	Торій	$_{90}\text{Th}^{230}$	0,08	15		
23	Цезій	$_{55}\text{Cs}^{134}$	0,06	18		
24	Ксенон	$_{54}\text{Xe}^{135}$	0,22	16		
25	Тритій	$_{1}\text{H}^3$	0,03	20		
26	Берилій	$_{4}\text{Be}^7$	0,25	50		
27	Кремній	$_{14}\text{Si}^{31}$	0,80	2		
28	Сірка	$_{16}\text{S}^{35}$	2,60	100		
29	Германій	$_{32}\text{Ge}^{68}$	2,80	75		
30	Цинк	$_{30}\text{Zn}^{65}$	2,50	90		

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Розв'язання багатьох фізичних і технічних завдань неможливе без використання довідкових даних, тому уміння працювати з довідником є обов'язковим умінням для фахівця будь-якого напрямку підготовки. Перш ніж скористатися довідковими даними, прочитайте пояснення до таблиць.

Пояснення до таблиць

Як вибирати приставки?

Перераховані в таблиці множники і приставки використовуються для утворення кратних і часткових одиниць від одиниць Міжнародної системи (СІ) і від позасистемних одиниць, допущених до застосування.

Приставки гекто..., дека..., деци... і санти... допускається застосовувати тільки в найменуваннях кратних і часткових одиниць, що вже набули широкого поширення (гектар, декалітр, дециметр, сантиметр і ін.).

Приставки рекомендується вибирати так, щоб числові значення величин знаходилися в межах від 0,1 до 1000. Наприклад, для виразу числа $7,5 \cdot 10^{-5}$ м слід вибрати приставку мікро..., а не мілі... або нано... З приставкою мікро... отримаємо $7,5 \cdot 10^{-5} = 75$ мкм, тобто число, що знаходиться в межах від 0,1 до 1000.

З приставкою мілі... отримаємо $7,5 \cdot 10^{-5} = 0,075$ мм, тобто, число менше 0,1. З приставкою нано... – $7,5 \cdot 10^{-5} = 75000$ нм, тобто число, більше 1000.

Найменування і позначення десяткових кратних і часткових одиниць утворюються приєднанням приставок до найменувань одиниць, які мають власну назву. Приєднання двох (і більш) приставок підряд не допускається. Наприклад, замість одиниці «мікромікрофарад» слід застосовувати одиницю «пікофарад».

Позначення приставки пишеться злито з позначенням одиниці, до якої вона приєднується. При складному найменуванні похідної одиниці СІ приставку приєднують до найменування першої одиниці, що входить до добутку або чисельник дробу. Наприклад, кПа·с, але не Па·кс.

Як виняток з цього правила у випадках, коли це знайшло широке застосування, допускається приєднання приставки до найменування одиниці, що входить в знаменник дробу. Наприклад: кВ/см, А/мм².

Окрім десяткових кратних і часткових одиниць допущені до використання кратні і часткові одиниці часу, плоского кута і відносних величин, що не мають десяткових. Наприклад, одиниці часу (хвилина, година, доба); одиниці плоского кута (градус, хвилина, секунда).

Про одиниці вимірювання параметрів

Одиниці вимірювання параметрів вказані в заголовках стовпців. Багато хто з них вказаний з приставками. При розрахунку не забудьте замість приставки записати відповідний множник (див. табл. 2.3.).

Про множники в заголовках стовпців

У заголовку деяких стовпців таблиць присутній множник вигляду 10^n , де n – ціле додатне або від'ємне число. Наявність такого множника указує, на те, що поміщені в стовпці числа слід помножити на цей множник. Наприклад, в таблиці «Температурні коефіцієнти електричного опору провідників» в заголовку присутній множник 10^{-3} . Отже, температурний коефіцієнт електричного опору, наприклад, алюмінію дорівнює $4,6 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$.

За яких умов визначалися параметри?

Параметри багатьох речовин залежать від температури або тиску. Як правило, в заголовку таблиць указуються значення температури (або тиск), при яких визначалися значення параметрів. Якщо в заголовку таблиці вони не вказані, то це означає, що параметри визначалися за лабораторних умов, тобто при нормальному атмосферному тиску і кімнатній температурі ($p_0=10^5$ Па, $T=300$ К).

Трохи історії

Перші приставки були введені в 1773–1795 роках при узаконенні у Франції метричної системи мір. Було прийнято для кратних одиниць найменування приставок брати з грецької мови, для часткових – з латинської. В ті роки були прийняті наступні приставки: кіло... (від грец. *chilioi* – тисяча), гекто... (від грец. *hekaton* – сто), дека... (від грец. *deka* – десять), деци... (від лат. *decem* – десять), санти... (від лат. *centum* – сто), мілі... (від лат. *mille* – тисяча).

У подальші роки число кратних і часткових одиниць збільшилося. Найменування приставок запозичувалися іноді і з інших мов.

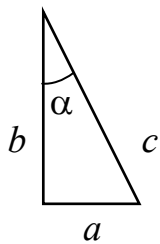
З'явилися наступні приставки: мега... (від грец. *meGas* – большой), гіга... (від грец. *gigas, gigantos* – велетенський), тера... (від грец. *teras, teratos* – величезний, чудовисько), мікро... (від грец. *mikros* – малий, маленький), нано... (від грец. *nanos* – карлик), піко... (від італ. *piccolo* – невеликий, дрібний), фемто... (від датск. *femten* – п'ятнадцять), атто... (від датск. *atten* – вісімнадцять). Останні приставки – пета... і екса... – були прийняті в 1975 році: пета (від грец. *peta* – п'ять, що відповідає п'яти розрядам по 10^3), екса... (від грец. *hex* – шість, що відповідає шести розрядам по 10^3).

1. Деякі відомості з математики

1.1. Властивості степенів

$a^0 = 1$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$a^n \cdot b^m = a^{n+m}$	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

1.2. Формули тригонометрії



$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \alpha$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = +\sin \alpha$$

$$\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$$

$$\sin(\alpha - \pi) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$$

$$\cos(\alpha - \pi) = -\cos \alpha$$

1.3. Значення тригонометричних функцій для деяких кутів

Радіани	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Градуси	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$

1.4. Властивості логарифмів

Якщо $\log_a x = b$, то $x = a^b$.

Якщо $a = e = 2,71828\dots$ – основа натуральних логарифмів

$\log_e x = \ln x = b$, то $x = e^b$.

$$\ln 1 = 0; \quad \ln(ab) = \ln a + \ln b; \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b.$$

1.5. Многочлени

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

1.6. Розв'язання рівнянь алгебри

Рівняння	$ax + b = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$	$x^2 + px + q = 0$
Розв'язок	$x = -\frac{b}{a}$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

1.7. Площі деяких фігур

Прямокутний трикутник	Трапеція	Круг	Сферична поверхня	Бічна поверхня циліндра
$S = \frac{1}{2}ab$	$S = \frac{a+b}{2}h$	$S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}$	$S = 4\pi R^2 = \pi d^2$	$S_{\text{бок}} = 2\pi R h$

де a, b – катети трикутника, основи трапеції; R – радіус; d – діаметр; h – висота трапеції, висота циліндра.

1.8. Об'єми деяких фігур

Куб	Паралелепіпед	Циліндр	Куля, сфера
$V = a^3$	$V = abc$	$V = \pi R^2 L = \frac{\pi d^2 h}{4}$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi d^3}{6}$

де a, b, c – сторони паралелепіпеда (куба); R – радіус; d – діаметр; h – висота циліндра.

1.9. Довжина кола

$$L = 2\pi R = \pi d,$$

де R – радіус кола, d – діаметр кола

1.10. Формули для наближених обчислень

Якщо $a \ll 1$, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 \pm a} &= 1 \mp a; & e^a &= 1 + a; & \sqrt{1 \pm a} &= 1 \pm \frac{1}{2}a; \\ (1 \pm a)^2 &= 1 \pm 2a; & \ln(1 + a) &= a; & \frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} &= 1 \mp \frac{1}{2}a. \end{aligned}$$

Якщо кут α малий ($\alpha < 5^\circ$ або $\alpha < 0,1$ рад) і виражений в радіанах, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \alpha; \quad \cos \alpha = 1.$$

1.11. Деякі формули диференціального числення

$$\begin{aligned} \frac{d(uv)}{dx} &= v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}; & \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} &= \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}; \\ \frac{d(x^m)}{dx} &= mx^{m-1}; & \frac{d(e^x)}{dx} &= e^x; & \frac{d(\ln x)}{dx} &= \frac{1}{x}; \\ \frac{d(\sin x)}{dx} &= \cos x; & \frac{d(\cos x)}{dx} &= -\sin x; & \frac{d(\operatorname{tg} x)}{dx} &= \frac{1}{\cos^2 x}. \end{aligned}$$

1.12. Деякі формули інтегрального числення

Невизначений інтеграл	Визначений інтеграл
$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} \cdot x^{m+1} + \operatorname{const}$	$\int_a^b x^m dx = \frac{1}{m+1} (b^{m+1} - a^{m+1})$
$\int \frac{1}{x^2} \cdot dx = -\frac{1}{x} + \operatorname{const}$	$\int_a^b \frac{1}{x^2} \cdot dx = -\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + \operatorname{const}$	$\int_a^b \frac{dx}{x} = \ln b - \ln a = \ln \frac{b}{a}$
$\int \sin x dx = -\cos x + \operatorname{const}$	$\int_a^b \sin x dx = -(\cos a - \cos b) = \cos b - \cos a$
$\int \cos x dx = \sin x + \operatorname{const}$	$\int_a^b \cos x dx = \sin b - \sin a$
$\int e^x dx = e^x + \operatorname{const}$	$\int_a^b e^x dx = e^b - e^a$

2. Грецький і латинський алфавіти. Деякі відомості про одиниці фізичних величин

Для позначення фізичних величин у фізиці використовують грецькі і латинські букви, тому знання грецького і латинського алфавіту полегшить розуміння фізичного тексту.

2.1. Алфавіт грецький

Грецька буква	Назва англійською	Назва українською
Α α	alpha	альфа
Β β	beta	бета
Γ γ	gamma	гамма
Δ δ	delta	дельта
Ε ε	epsilon	епсілон
Ζ ζ	zeta	дзета
Η η	eta	ета
Θ θ	theta	тета
Ι ι	iota	йота
Κ κ	kappa	капа
Λ λ	lambda	ламбда
Μ μ	mu	мю
Ν ν	nu	ню
Ξ ξ	xi	ксі
Ο ο	omicron	омікрон
Π π	pi	пі
Ρ ρ	rho	ро
Σ σ	sigma	сигма
Τ τ	tau	тау
Υ υ	upsilon	іпсілон
Φ φ φ	phi	фі
Χ χ	chi	хі
Ψ ψ	psi	псі
Ω ω	omega	омега

2.2. Алфавіт латинський

Сучасний латинський алфавіт, що є основою писемності німецьких, романських і багатьох інших мов, складається з 26 букв. Букви в різних мовах називаються по-різному. У таблиці наведені «українські математичні» назви.

Латинська буква		Назва букви	Латинська буква		Назва букви
	Курсив			Курсив	
A, a	<i>A, a</i>	а	N, n	<i>N, n</i>	ен
B, b	<i>B, b</i>	бе	O, o	<i>O, o</i>	о
C, c	<i>C, c</i>	це	P, p	<i>P, p</i>	пе
D, d	<i>D, d</i>	де	Q, q	<i>Q, q</i>	ку, кю
E, e	<i>E, e</i>	е	R, r	<i>R, r</i>	ер
F, f	<i>F, f</i>	еф	S, s	<i>S, s</i>	ес
G, g	<i>G, g</i>	же, ге	T, t	<i>T, t</i>	те
H, h	<i>H, h</i>	аш, ха	U, u	<i>U, u</i>	у
I, i	<i>I, i</i>	і	V, v	<i>V, v</i>	ве
J, j	<i>J, j</i>	йот, жі	W, w	<i>W, w</i>	дубль-ве
K, k	<i>K, k</i>	ка	X, x	<i>X, x</i>	ікс
L, l	<i>L, l</i>	ель	Y, y	<i>Y, y</i>	ігрек
M, m	<i>M, m</i>	ем	Z, z	<i>Z, z</i>	зет, зета

2.3. Множники і приставки для утворення десяткових, кратних і часткових одиниць і їх найменувань

Множник	Приставка			Приклад		
	найменування	Познач. українське	Познач. міжнарод.			
10^{12}	тера	Т	T	тераджоуль	ТДж	TJ
10^9	гіга	Г	G	гіганьютон	ГН	GN
10^6	мега	М	M	мегом	МОм	MΩ
10^3	кіло	к	k	кілометр	км	km
10^2	гекто	г	h	гектоват	гВт	hW
10^1	дека	да	da	декалітр	дал	dal
10^{-1}	деци	д	d	дециметр	дм	dm
10^{-2}	санти	с	c	сантиметр	см	cm
10^{-3}	мілі	м	m	мілівольт	мВ	mV
10^{-6}	мікро	мк	μ	мікроампер	мкА	μA
10^{-9}	нано	н	n	наносекунда	нс	ns
10^{-12}	піко	п	p	пікофарад	пФ	pF
10^{-15}	фемто	ф	f	фемтометр	фм	fm

2.4. Деякі відомості про одиниці фізичних величин

2.4.1. Одиниці фізичних величин СІ, що мають власні найменування

Величина	Одиниця		
	найменування	позначення (українське)	позначення (міжнародне)
Довжина	метр	м	m
Маса	кілограм	кг	kg
Час	секунда	с	s
Плоский кут	радіан	рад	rad
Тілесний кут	стерадіан	ср	sr
Сила	ньютон	Н	N
Робота, енергія	джоуль	Дж	J
Потужність	ват	Вт	W
Тиск	паскаль	Па	Pa
Напруга (механічна)	паскаль	Па	Pa
Модуль пружності	паскаль	Па	Pa
Частота коливань	герц	Гц	Hz
Термодинамічна температура	кельвін	К	K
Тепло (кількість тепла)	джоуль	Дж	J
Кількість речовини	моль	моль	mol
Електричний заряд	кулон	Кл	C
Сила струму	ампер	А	A
Потенціал електричного поля	вольт	В	V
Напруга (електрична)	вольт	В	V
Електрична ємність	фарад	Ф	F
Електричний опір	ом	Ом	Ω
Електрична провідність	сименс	См	S
Магнітна індукція	тесла	Тл	T
Магнітний потік	вебер	Вб	Wb
Індуктивність	генрі	Гн	H
Сила світла	кандела	кд	cd
Світловий потік	люмен	лм	lm
Освітленість	люкс	лк	lx
Потік випромінювання	ват	Вт	W
Доза випромінювання (поглинена доза)	грей	Гр	Gy
Активність препарату	бекерель	Бк	Bq

2.4.2. Позасистемні одиниці, допущені до застосування нарівні з одиницями СІ (відповідно до стандарту 1052-78 «Метрологія. Одиниці фізичних величин»)

Величина	Найменування	Позначення	Співвідношення з одиницею СІ
Маса	тонна	т	1000 кг
	грам	г	0,001 кг
Об'єм, місткість	літр	л	1 л=0,001 м ³
Відносна величина	одиниця (число 1)	–	1
	відсоток	%	10 ⁻²
Логарифмічна величина	бел	Б	–
	децибел	дБ	–
Температура	градус Цельсія	°С	1°С = 1К

2.4.3. Співвідношення між позасистемними одиницями і одиницями СІ

Довжина	1 ангстрем = 10 ⁻¹⁰ м
Час	1 доба = 86400 с
	1 рік = 365,25 суток = 3,16·10 ⁷ с
	1° = π/180 рад = 1,75·10 ⁻² рад
Плоский кут	1' = (π/108)·10 ⁻² рад = 2,91·10 ⁻⁴ рад
	1'' = (π/648)·10 ⁻³ рад = 4,85·10 ⁻⁶ рад
	1 рад = 57,29577951° = 57°17'44''8
Об'єм, місткість	1 л = 1 дм ³ = 10 ⁻³ м ³
Маса	1 т = 10 ³ кг
	1 г = 10 ⁻³ кг
	1 а.о.м. = 1,66·10 ⁻²⁷ кг
Сила	1 кгс = 9,81 Н
Робота, енергія	1 еВ = 1,6·10 ⁻¹⁹ Дж
	1 кВт·ч = 3,6·10 ⁶ Дж
Потужність	1 к.с. = 736 Вт (кінська сила)
Тиск	1 кгс/см ² = 1 ат (техн) = 9,81·10 ⁴ Па
	1 бар = 10 ⁵ Па = 0,1 МПа
	1 мм рт. ст. = 133,3 Па
Тепло (кількість тепла)	1 кал = 4,19 Дж
Магнітна індукція	1 Гс (гаус) = 10 ⁻⁴ Тл
Напруженість магнітного поля	1 Е (ерстед) = 79,6 А/м ≈ 80 А/м

3. Таблиці фізичних величин

3.1. Фундаментальні фізичні сталі

Величина	Позначення	Значення
Гравітаційна стала	G, γ	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Прискорення вільного падіння	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Молярна газова стала	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Стала Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Число Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярна маса повітря	M	$29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
Атомна одиниця маси	1 а.о.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою електрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ $0,00055 \text{ а.о.м.}$
Маса спокою нейтрона	m_n	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1,00867 \text{ а.о.м.}$
Маса спокою протона	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1,00728 \text{ а.о.м.}$
Елементарний заряд	e, q_e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Питомий заряд електрона	e/m_e	$1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Електрична стала	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Стала Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала Стефана – Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Стала в законі зміщення Віна	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Стала Рідберга	R	$1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Борівський радіус	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ_C	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-1}$
Магнетон Бора	μ_B	$9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Електрон-вольт	1 eV	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Енергія іонізації атома водню	E_i	13,6 eV
Енергетичний еквівалент 1 а.о.м.		931,5 MeV

3.2. Астрономічні величини

Радіус Сонця	$6,94 \cdot 10^8$ м
Маса Сонця	$1,99 \cdot 10^{30}$ кг
Радіус Землі	$6,37 \cdot 10^6$ м
Маса Землі	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радіус Місяця	$1,74 \cdot 10^6$ м
Маса Місяця	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Середня відстань від Землі до Сонця	$1,496 \cdot 10^{11}$ м
Середня відстань від Землі до Місяця	$3,844 \cdot 10^8$ м
Час повного обороту Землі навколо своєї осі	23 години 56 хв 4,09 сек
Період обертання Місяця навколо Землі	27 діб 7 годин 43 хв

3.3. Густина і модуль пружності твердих тіл

Матеріал		Густина ρ , 10^3 кг/м ³	Модуль пружності (модуль Юнга) E , ГПа
Алюміній	Al	2,70	69 – 72
Вольфрам	W	19,3	350 – 400
Германій	Ge	5,32	82
Залізо	Fe	7,86	195 – 205
Золото	Au	19,3	78 – 83
Індій	In	7,31	10,5
Кремній	Si	2,33	110 – 160
Мідь	Cu	8,96	110 – 130
Молібден	Mo	10,2	300 – 330
Нікель	Ni	8,9	200 – 220
Олово	Sn	7,3	41 – 55
Паладій	Pd	12,0	115 – 125
Платина	Pt	21,4	150 – 175
Селен	Se	4,79	55
Срібло	Ag	10,5	72 – 72,5
Свинець	Pb	11,4	14 – 18
Титан	Ti	4,51	110
Цинк	Zn	7,14	100 – 130
Дюралюміній		2,79	70 – 72,5
Сталь (катана)		7,85–8,0	200 – 210
Мідні сплави (латунь)		8,4–8,7	102 – 115

3.4. Теплові властивості твердих тіл

Речовина	$t_{пл}$, °C	c , кДж/(кг·К)	λ , 10^5 Дж/кг	K , Вт/(м·К)	α , 10^{-5} К ⁻¹
Алюміній	660	0,86	4,0	237	2,3 – 2,4
Дюралюміній	600	0,60		130	1,8 – 2,6
Сталь	1440	0,45	2,7	50	1,0 – 1,8
Золото	1063		0,64	317	7,8 – 8,3
Мідь	1083	0,38	2,1	400	1,6 – 1,7
Мідні сплави (латунь)	900	0,35		110	1,8 – 2,0
Свинець	327	0,13	0,23	35	2,8 – 2,9
Олово	232	0,23	0,605	70	2,0 – 2,2
Лід	0	2,1	3,4	2,2	5,27
Стекло (вікон- не)	600	0,67	1,4	0,92	0,6 – 1,0

$t_{пл}$ – температура плавлення; c – питома теплоємність;
 λ – питома теплота плавлення; K – коефіцієнт теплопровідності;
 α – температурний коефіцієнт лінійного розширення (середні значення).

3.5. Властивості рідин при 20°C

Речовина	Густина ρ , кг/м ³	В'язкість η , мПа·с	Поверхневий натяг α , мН/м	Температура кипіння t , °C
Вода	1000	1,00	72,8	100
Гліцерин	1260	1480	59,4	290
Масло касторове	955	986	32,8	
Гас	840	1,5	24,0	150 – 250
Ртуть	13595	1,55	475,0	356,6

3.6. Властивості газів при 20°C

Речовина	Густина ρ , кг/м ³	Діаметр молекули d , нм	В'язкість η , мкПа·с	Показник адіабати $\gamma=c_p/c_v$
Азот N ₂	1,250	0,371	17,66	1,401
Водень H ₂	0,089	0,28	8,80	1,405
Повітря	1,293	0,357	18,12	1,401
Гелій He	0,178	0,1987	19,46	1,63
Кисень O ₂	1,429	0,35	20,26	1,400
Метан CH ₄	0,717		10,92	1,31
Вуглекислий газ CO ₂	1,977	0,45	13,8	1,29

3.7. Швидкість звуку при 20°C

Гази		Рідини		Тверді тіла	
Речовина	v , м/с	Речовина	v , м/с	Речовина	v , м/с
Азот	334	Анілін	1656	Алюміній	5080
Водень	1300	Бензол	1321	Залізо	5170
Повітря	334	Вода	1482	Сталь	5100
Гелій	965	Гліцерин	1895	Чавун	3850
Кисень	315	Дихлоретан	1034	Латунь	3490
Метан	430	Гас	1295	Граніт	3950
Вуглекислий газ CO ₂	260	Спирт	1156	Лід (-4°C)	3280

3.8. Склад сухого атмосферного повітря

Газ	Хім. формула	Об'ємні %	Вагові %
Азот	N ₂	78,09	75,50
Кисень	O ₂	20,95	23,10
Аргон	Ar	0,932	1,286
Вуглекислий газ	CO ₂	0,030	0,046
Неон	Ne	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$
Гелій	He	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$7,2 \cdot 10^{-5}$

Примітки:

1. Склад повітря постійний до висоти 60 км.
2. Молярна маса повітря $M=0,029$ кг/моль.
3. Вміст водяної пари в повітрі коливається від 0,1 до 2,8 об'ємних %.

3.9. Критичні параметри і поправки Ван-дер-Ваальса

Газ	Критична температура	Критичний тиск	Поправка Ван-дер-Ваальса	
	$T_{кр}$, К	$p_{кр}$, МПа	a , Н·м ⁴ /моль ²	b , 10 ⁻⁵ м ³ /моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Водень	33	1,30	0,025	2,66
Водяна пара	647	22,1	0,545	3,04
Гелій	5,2	0,23	0,003	2,36
Кисень	1,55	5,08	0,136	3,17
Вуглекислий газ	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62
Ефір	467	3,59	1,746	13,33

3.10. Елементи періодичної системи

Z – порядковий номер; A – відносна атомна маса
хімічного елемента (закруглені значення)

Z	Елемент	Символ	A	Z	Елемент	Символ	A
1	Водень	H	1	47	Срібло	Ag	108
2	Гелій	He	4	48	Кадмій	Cd	112
3	Літій	Li	7	49	Індій	In	115
4	Берилій	Be	9	50	Олово	Sn	119
5	Бор	B	11	51	Сурма	Sb	122
6	Вуглець	C	12	52	Телур	Te	128
7	Азот	N	14	53	Йод	I	127
8	Кисень	O	16	54	Ксенон	Xe	131
9	Фтор	F	19	55	Цезій	Cs	133
10	Неон	Ne	20	56	Барій	Ba	137
11	Натрій	Na	23	57	Лантан	La	139
12	Магній	Mg	24	58	Церій	Ce	140
13	Алюміній	Al	27	59	Празеодим	Pr	141
14	Кремній	Si	28	60	Неодим	Nd	144
15	Фосфор	P	31	61	Прометій	Pm	145
16	Сірка	S	32	62	Самарій	Sm	150
17	Хлор	Cl	35	63	Європій	Eu	152
18	Аргон	Ar	40	64	Гадоліній	Gd	157
19	Калій	K	39	65	Тербій	Tb	159
20	Кальцій	Ca	40	66	Диспрозій	Dy	163
21	Скандій	Sc	45	67	Гольмій	Ho	165
22	Титан	Ti	47	68	Ербій	Er	167
23	Ванадій	V	51	69	Тулій	Tu	169
24	Хром	Cr	52	70	Ітербій	Yb	173
25	Марганець	Mn	55	71	Лютецій	Lu	175
26	Залізо	Fe	56	72	Гафній	Hf	178
27	Кобальт	Co	59	73	Тантал	Ta	181
28	Нікель	Ni	59	74	Вольфрам	W	184
29	Мідь	Cu	64	75	Реній	Re	186
30	Цинк	Zn	65	76	Осмій	Os	190
31	Галій	Ga	70	77	Іридій	Ir	192
32	Германій	Ge	73	78	Платина	Pt	195
33	Миш'як	As	75	79	Золото	Au	197
34	Селен	Se	79	80	Ртуть	Hg	201
35	Бром	Br	80	81	Талій	Tl	204
36	Криптон	Kr	84	82	Свинець	Pb	207
37	Рубідій	Rb	86	83	Вісмут	Bi	209
38	Стронцій	Sr	88	84	Полоній	Po	210
39	Ітрій	Y	89	85	Астат	At	210
40	Цирконій	Zr	91	86	Радон	Rn	222
41	Ніобій	Nb	93	87	Францій	Fr	223
42	Молибден	Mo	96	88	Радій	Ra	226
43	Технецій	Tc	99	89	Актиній	Ac	227
44	Рутеній	Ru	101	90	Торій	Th	232
45	Родій	Rh	103	91	Протактиній	Pa	231
46	Паладій	Pd	106	92	Уран	U	238

3.11. Електричні властивості речовин

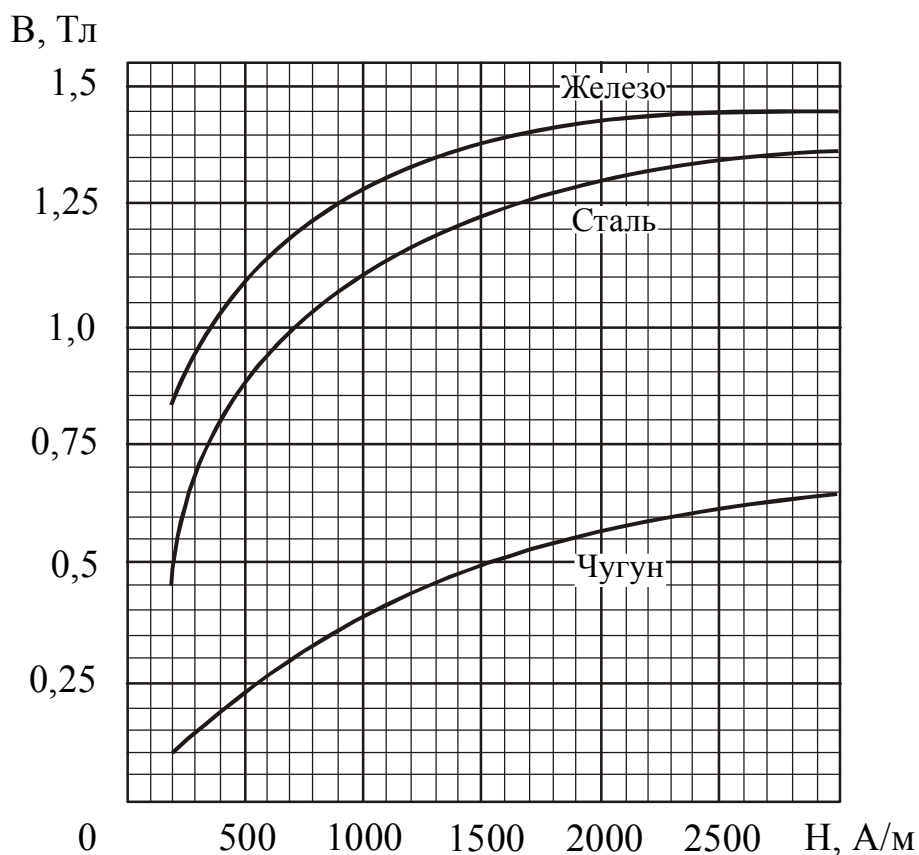
Речовина	Діелектрична проникність, ϵ	Пробивна напруженість E , 10^6 В/м
Повітря	1,0	3,1
Масло трансформаторне	2,2	12 – 20
Масло конденсаторне	4,0	20 – 25
Слюда	7,0	100 – 250
Скло електроізоляційне	5,0	40 – 44
Текстоліт	8,0	27 – 30
Парафінований папір	2,1	40 – 60
Поліетилен	2,2	25 – 60
Гас	2,1	–
Фарфор	5,0	30 – 32
Ебоніт	3,0	20 – 35

3.12. Питомий електричний опір ρ_0 і температурний коефіцієнт опору α деяких провідників при 0°C

Провідник		ρ_0 , 10^{-8} Ом·м	α , 10^{-3} град $^{-1}$
Алюміній	Al	2,5	4,60
Ванадій	V	18,2	3,90
Вольфрам	W	4,89	5,10
Залізо	Fe	8,6	6,51
Золото	Au	2,06	4,02
Кобальт	Co	5,57	6,04
Магній	Mg	4,31	4,12
Мідь	Cu	1,55	4,33
Молібден	Mo	5,05	4,73
Неодим	Nd	71,0	2,00
Нікель	Ni	6,14	6,92
Олово	Sn	11,15	4,65
Паладій	Pd	9,77	3,77
Платина	Pt	9,81	3,96
Ртуть	Hg	94,07	0,99
Свинець	Pb	19,2	4,28
Срібло	Ag	1,49	4,30
Титан	Ti	42,0	5,46
Хром	Cr	14,1	3,01
Цинк	Zn	5,65	4,17

Провідник	$\rho_0,$ $10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$	$\alpha,$ $10^{-3} \text{ град}^{-1}$
Сталь	12,0	6,10
Константан	50,0	0,05
Манганін	43,0	0,01
Нейзильбер	30,0	0,25
Нікелін	40,0	0,11
Ніхром	110,0	0,12
Фехраль	130,0	0,15
Латунь	7,1	1,70
Платино-срібний	27,0	0,24

3.13. Зв'язок між магнітною індукцією B поля у феромагнетику і напруженістю H поля, що намагнічує



3.14. Показники заломлення (середні значення)

Гази		Рідини		Тверді тіла	
Речовина	n	Речовина	n	Речовина	n
Азот	1,000297	Вода	1,33	Алмаз	2,42
Повітря	1,000292	Гліцерин	1,47	Кварц плав	1,46
Метан	1,000441	Масло кедрове	1,52	Скло	1,50
Хлор	1,000768	Масло коричне	1,60	NaCl	1,53

3.15. Інтервали довжин хвиль і частот та відповідні їм кольори видимої частини спектру*

Колір спектру	Довжина хвилі λ , нм	Частота ν , 10^{14} Гц
Червоний	760 – 620	3,95 – 4,83
Оранжевий	620 – 590	4,83 – 5,08
Жовтий	590 – 560	5,08 – 5,36
Зелений	560 – 500	5,36 – 6,00
Блакитний	500 – 480	6,00 – 6,25
Синій	480 – 450	6,25 – 6,66
Фіолетовий	450 – 380	6,66 – 7,89

*Область видимої частини спектру розміщена у межах хвиль приблизно від 380 до 760 нм. Межі кольорів спектру також визначаються лише умовно.

3.16. Шкала електромагнітних хвиль

Назва діапазону хвиль	Приблизний діапазон довжин хвиль		Діапазон частот
	м	Інші одиниці	Гц
Низькочастотні електричні колювання	$\infty \div 10^{+5}$	$\infty \div 100$ км	$0 \div 3 \cdot 10^3$
Радіохвилі	$10^{+5} \div 10^{-3}$	100 км \div 1 мм	$3 \cdot 10^3 \div 3 \cdot 10^{11}$
Інфрачервоне випромінювання	$2 \cdot 10^{-3} \div 7,6 \cdot 10^{-7}$	2 мм \div 760 нм	$1,5 \cdot 10^{11} \div 4,0 \cdot 10^{14}$
Видиме випромінювання	$7,6 \cdot 10^{-7} \div 3,8 \cdot 10^{-7}$	760 \div 380 нм	$4,0 \cdot 10^{14} \div 8,0 \cdot 10^{14}$
Ультрафіолетове випромінювання	$3,8 \cdot 10^{-7} \div 3 \cdot 10^{-9}$	380 \div 3 нм	$8,0 \cdot 10^{14} \div 10^{17}$
Рентгенівське випромінювання	$10^{-8} \div 10^{-12}$	10 нм \div 1 пм	$3 \cdot 10^{16} \div 3 \cdot 10^{20}$
Гамма-випромінювання	10^{-11} і менш	10 пм і менш	$3 \cdot 10^{19}$ і вище

Зверніть увагу! Різні види електромагнітного випромінювання відрізняються лише довжиною хвилі (або, що те ж саме, частотою). Залежно від довжини хвилі (частоти) міняються властивості хвиль, їх дії, способи отримання і назви окремих ділянок.

3.17. Довжини хвиль яскравих ліній в спектрі ртутної лампи ПРК-4

Забарвлення лінії	Довжина хвилі λ , нм	Відносна яскравість (візуальна оцінка)
Фіолетова	404,66	2
Фіолетова	407,78	1
Синя	433,9	1
Синя	434,8	1
Синя	435,83	8
Блакитна	491,60	1
Зелена	546,07	10
Жовта	576,96	8
Жовта	579,07	10

3.18. Довжини хвиль деяких яскравих ліній в спектрі неону¹⁾

Забарвлення лінії	Довжина хвилі λ , нм	Відносна яскравість (візуальна оцінка)
Жовта	576,44	3
Жовта	585,25	10
Жовта	588,19	4
Оранжева	594,48	3
Оранжева	597,55	2
Червоно-оранжева	603,00	2
Червоно-оранжева	607,43	4
Червоно-оранжева	609,62	3
Червоно-оранжева	614,31	6
Яскраво-червона	616,36	5
Яскраво-червона	621,73	3
Яскраво-червона	626,65	8
Яскраво-червона	630,48	2
Яскраво-червона	633,44	5
Яскраво-червона	638,30	10
Яскраво-червона	640,22	10
Червона	650,65	5
Червона	653,29	5
Червона	659,89	5
Червона	667,83	3
Червона	671,70	1

¹⁾ У таблиці детально дані лінії червоно-оранжевої області спектру, які зазвичай використовуються для градування спектральних приладів. В області довжин хвиль, менших 580 нм, градування зручніше проводити за спектром ртуті.

**3.19. Спектральні лінії атома водню
у видимій частині спектру (серія Бальмера)**

Перехід $n_i \rightarrow n_k$	Позначення	Довжина хвилі λ , нм	Частота ν , 10^{14} Гц	Колір
3→2	H $_{\alpha}$	656,280	4,571	Червона
4→2	H $_{\beta}$	486,132	6,171	Зелено-блакитна
5→2	H $_{\gamma}$	434,046	6,911	Синьо-фіолетова
6→2	H $_{\delta}$	410,173	7,313	Фіолетова

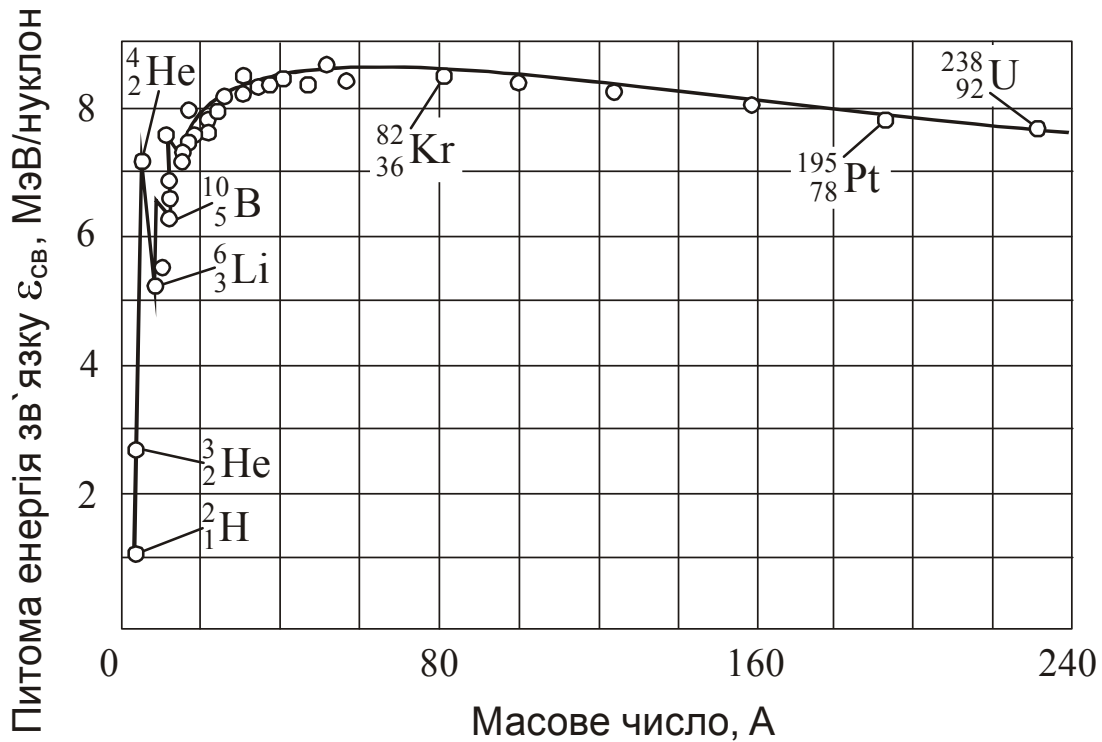
**3.20. Основні фізичні властивості деяких
напівпровідникових матеріалів**

Речовина	Ширина забороненої зони ΔE , еВ	Рухливість електронів μ_e , $\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$	Рухливість дірок μ_h , $\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$	Густина ρ , 10^3 кг/м^3
Si	1,11	1600	500	2,33
Ge	0,66	3900	1900	5,32
AlAs	2,20	1200	–	3,60
AlP	2,45	50	150	2,85
AlSb	1,63	200	420	4,15
Mg $_2$ Ge	0,57	500	100	3,09
GaAs	1,43	8500	420	5,37
GaSb	0,78	4000	650	5,61
GaTe	1,78	4000	650	5,61
InAs	0,36	33 000	460	5,68
InSb	0,18	78000	750	5,78
InP	1,26	4600	150	4,79
InS	1,92	50	–	5,18
PbSe	0,28	0,50	1000	8,15
PbTe	0,32	1730	840	8,16
SnTe	0,18	–	400	6,45
Cd $_3$ P $_2$	0,55	3000	–	5,60
ZnTe	2,34	340	110	5,68
Al $_x$ Ga $_{1-x}$ As	1,41–2,20			
In $_x$ Ga $_{1-x}$ As	1,38–1,97			

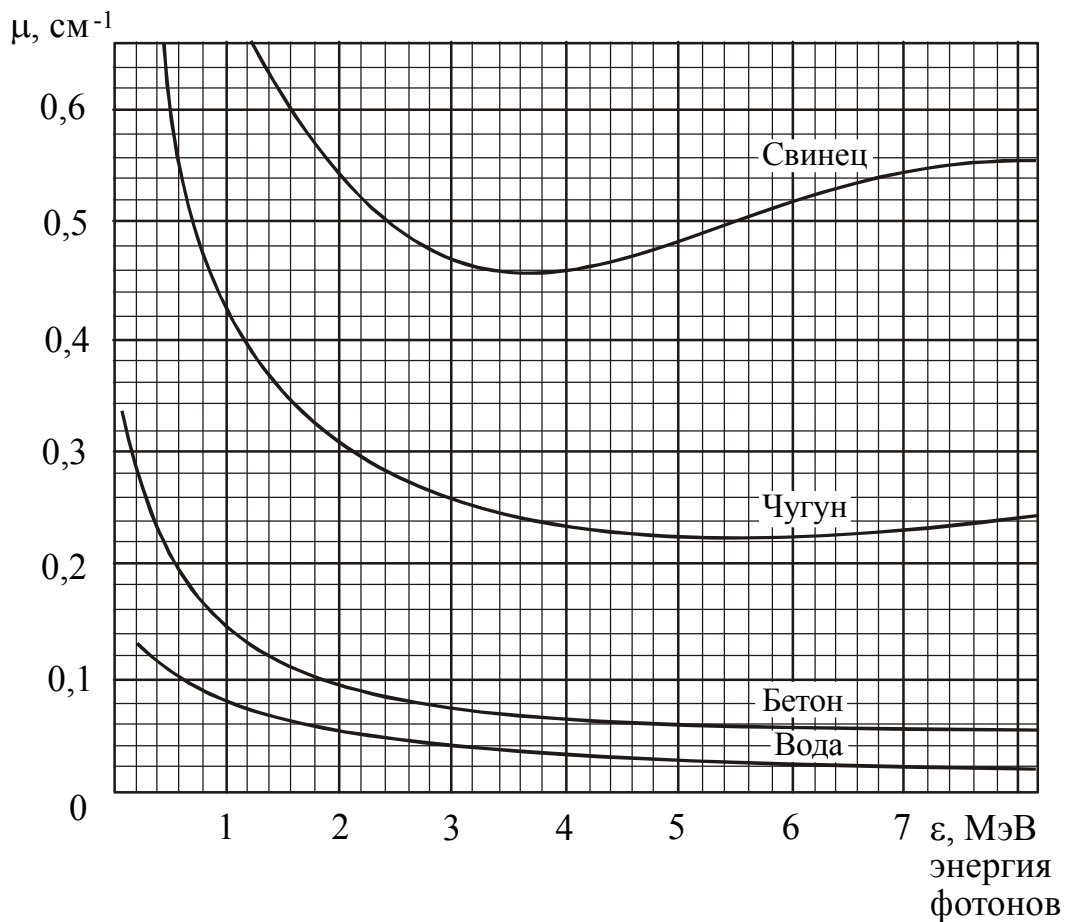
3.21. Робота виходу для хімічно чистих елементів і елементів, покритих шаром адсорбата

Елемент	Символ	A , еВ	Адсорбент – адсорбат	A , еВ
Алюміній	Al	4,25	C – Cs	1,37
Вольфрам	W	4,54	Ti – Cs	1,32
Германій	Ge	4,76	Cr – Cs	1,71
Індій	In	3,80	Fe – Cs	1,82
Ітрій	Y	3,30	Cu – Cs	1,64
Калій	K	2,22	Mo – Cs	1,54
Кобальт	Co	4,41	Ge – Ba	2,20
Кремній	Si	4,80	Mo – Th	2,58
Магній	Mg	3,64	Ag – Ba	1,56
Марганець	Mn	3,83	Ta – Cs	1,10
Мідь	Cu	4,40	W – Li	2,18
Натрій	Na	2,35	W – La	2,20
Нікель	Ni	4,50	Pt – Na	2,10
Паладій	Pd	4,80	Pt – Rb	1,57
Празеодим	Pr	2,70	Pt – Ba	1,90
Самарій	Sm	2,70	W – O – Na	1,72
Селен	Se	4,72	Сталь 1X18H9T – Cs	1,41
Срібло	Ag	4,30	Ta ₂ C – Cs	1,40
Стронцій	Sr	2,35	TaSi ₂ – Cs	1,47
Хром	Cr	4,58	Mo ₂ C – Cs	1,45
Цезій	Cs	1,81	WSi ₂ – Cs	1,47
Цинк	Zn	4,24	Pd – Cs	1,51

3.22. Залежність питомої енергії зв'язку від масового числа



3.23. Залежність лінійного коефіцієнта ослаблення від енергії падаючих фотонів для деяких матеріалів



3.24. Основні властивості деяких ізотопів

Таблиця 3.24

Елемент	Символ ізоотопу	Атомна маса, а.о.м.	Відносна поширеність %	Тип розпаду	Період піврозпаду
Нейтрон	1_0n	1,008665	–	β –	14,5 хв
Протон	1_1p	1,007276	–		стабільний
Протій	${}^1_1\text{H}^1$	1,007825	99,985		стабільний
Дейтерій	${}^2_1\text{H}^2$	2,014102	0,015		стабільний
Тритій	${}^3_1\text{H}^3$	3,016049	–	β –	12,33 років
Гелій	${}^3_2\text{He}^3$	3,016030	0,000138		стабільний
Гелій	${}^4_2\text{He}^4$	4,002604	99,99986		стабільний
Гелій	${}^6_2\text{He}^6$	6,018891	–	β –	0,808 с
Літій	${}^6_3\text{Li}^6$	6,015126	7,52		стабільний
Літій	${}^7_3\text{Li}^7$	7,016005	92,48		стабільний
Літій	${}^8_3\text{Li}^8$	8,022487	–	β –	0,842 с
Берилій	${}^7_4\text{Be}^7$	7,016930	–	ел.захват	53 доби
Берилій	${}^9_4\text{Be}^9$	9,012186	100		стабільний
Бор	${}^{10}_5\text{B}^{10}$	10,012939	19,9		стабільний
Бор	${}^{11}_5\text{B}^{11}$	11,009305	80,1		стабільний
Вуглець	${}^{12}_6\text{C}^{12}$	12,00000	98,89		стабільний
Вуглець	${}^{13}_6\text{C}^{13}$	13,003354	1,11		стабільний
Вуглець	${}^{14}_6\text{C}^{14}$	14,003242	–	β –	5730 років
Азот	${}^{13}_7\text{N}^{13}$	13,005739	–	β +	9,96 хв
Азот	${}^{14}_7\text{N}^{14}$	14,003074	99,63		стабільний
Азот	${}^{15}_7\text{N}^{15}$	15,000108	0,37		стабільний
Азот	${}^{16}_7\text{N}^{16}$	16,005739	–	β –	7,13 с
Кисень	${}^{16}_8\text{O}^{16}$	15,994915	99,762		стабільний
Кисень	${}^{17}_8\text{O}^{17}$	16,999133	0,038		стабільний
Кисень	${}^{18}_8\text{O}^{18}$	17,999160	0,200		стабільний
Фтор	${}^{19}_9\text{F}^{19}$	18,998405	100		стабільний
Неон	${}^{20}_{10}\text{Ne}^{20}$	19,992440	90,51		стабільний
Неон	${}^{22}_{10}\text{Ne}^{22}$	21,991384	9,22		стабільний
Натрій	${}^{22}_{11}\text{Na}^{22}$	21,994435	–	β +	2,6 роки
Натрій	${}^{23}_{11}\text{Na}^{23}$	22,989773	100		стабільний
Магній	${}^{23}_{12}\text{Mg}^{23}$	22,994135	–	β +	11,3 с
Магній	${}^{24}_{12}\text{Mg}^{24}$	23,985044	78,99		стабільний
Магній	${}^{26}_{12}\text{Mg}^{26}$	25,982591	11,01		стабільний
Магній	${}^{27}_{12}\text{Mg}^{27}$	26,984345	–	β –	9,46 хв
Алюміній	${}^{27}_{13}\text{Al}^{27}$	26,981535	100		стабільний
Кремній	${}^{28}_{14}\text{Si}^{28}$	27,976927	92,23		стабільний
Кремній	${}^{30}_{14}\text{Si}^{30}$	29,973761	3,10		стабільний

Продовження таблиці 3.24

Елемент	Символ ізоотопу	Атомна маса, а.о.м.	Відносна поширеність %	Тип розпаду	Період піврозпаду
Фосфор	$_{15}\text{P}^{31}$	30,973763	100		стабільний
Фосфор	$_{15}\text{P}^{32}$	31,973908	–	β –	14,36 доби
Сірка	$_{16}\text{S}^{32}$	31,972074	95,02		стабільний
Сірка	$_{16}\text{S}^{35}$	34,969034	–	β –	87,24 доби
Хлор	$_{17}\text{Cl}^{35}$	34,968854	75,77		стабільний
Хлор	$_{17}\text{Cl}^{37}$	36,965896	24,23		стабільний
Аргон	$_{18}\text{Ar}^{36}$	35,967548	0,34		стабільний
Аргон	$_{18}\text{Ar}^{40}$	39,962384	99,60		стабільний
Калій	$_{19}\text{K}^{39}$	38,963714	93,26		стабільний
Калій	$_{19}\text{K}^{40}$	39,963999	0,0117	β –	$1,28 \cdot 10^6$ років
Калій	$_{19}\text{K}^{42}$	41,962417	–	β –	12,5 хв
Кальцій	$_{20}\text{Ca}^{40}$	39,962589	96,94		стабільний
Кальцій	$_{20}\text{Ca}^{45}$	44,956189	–	β –	163,8 доби
Скандій	$_{21}\text{Sc}^{45}$	44,955919	100		стабільний
Титан	$_{22}\text{Ti}^{48}$	47,947948	73,8		стабільний
Ванадій	$_{23}\text{V}^{51}$	50,943978	99,75		стабільний
Хром	$_{24}\text{Cr}^{51}$	50,944786	–	ел.захват	27,7 доби
Хром	$_{24}\text{Cr}^{52}$	51,940506	83,79		стабільний
Марганець	$_{25}\text{Mn}^{55}$	54,938054	100		стабільний
Залізо	$_{26}\text{Fe}^{55}$	54,940438	–	ел.захват	2,7 роки
Залізо	$_{26}\text{Fe}^{56}$	55,934935	91,72		стабільний
Залізо	$_{26}\text{Fe}^{57}$	56,935391	2,2		стабільний
Кобальт	$_{27}\text{Co}^{58}$	57,935754	–	ел.захват	70,78 доби
Кобальт	$_{27}\text{Co}^{59}$	58,933189	100		стабільний
Кобальт	$_{27}\text{Co}^{60}$	59,933816	–	β –	5,27 роки
Нікель	$_{28}\text{Ni}^{58}$	57,935343	68,27		стабільний
Нікель	$_{28}\text{Ni}^{63}$	62,929665	–	β +	100,1 роки
Мідь	$_{29}\text{Cu}^{63}$	62,929594	69,17		стабільний
Мідь	$_{29}\text{Cu}^{65}$	64,927786	30,83		стабільний
Цинк	$_{30}\text{Zn}^{64}$	63,929141	48,6		стабільний
Галій	$_{31}\text{Ga}^{69}$	68,925576	60,1		стабільний
Галій	$_{31}\text{Ga}^{71}$	70,924695	39,9		стабільний
Германій	$_{32}\text{Ge}^{70}$	69,924245	20,5		стабільний
Германій	$_{32}\text{Ge}^{72}$	71,922075	27,4		стабільний
Миш'як	$_{33}\text{As}^{75}$	74,921590	100		стабільний
Селен	$_{34}\text{Se}^{78}$	77,917298	23,6		стабільний
Селен	$_{34}\text{Se}^{80}$	79,916515	49,7		стабільний
Бром	$_{35}\text{Br}^{79}$	78,918330	50,69		стабільний

Елемент	Символ ізоотопу	Атомна маса, а.о.м.	Відносна поширеність %	Тип розпаду	Період піврозпаду
Криптон	${}_{36}\text{Kr}^{84}$	83,911446	57,0		стабільний
Криптон	${}_{36}\text{Kr}^{85}$	84,912531	–	β –	10,72 роки
Рубідій	${}_{37}\text{Rb}^{85}$	84,911788	72,16		стабільний
Рубідій	${}_{37}\text{Rb}^{86}$	85,909183	–	β –	18,66 доби
Стронцій	${}_{38}\text{Sr}^{88}$	87,905622	82,58		стабільний
Стронцій	${}_{38}\text{Sr}^{90}$	88,907734	–	β –	28,6 роки
Стронцій	${}_{38}\text{Sr}^{94}$	93,915234	–	β –	78 с
Ітрій	${}_{39}\text{Y}^{88}$	87,909503	–	ел.захват	106,6 доби
Ітрій	${}_{39}\text{Y}^{89}$	88,905849	100		стабільний
Цирконій	${}_{40}\text{Zr}^{90}$	89,904701	51,45		стабільний
Цирконій	${}_{40}\text{Zr}^{95}$	94,908028	–	β –	64,0 доби
Ніобій	${}_{41}\text{Nb}^{93}$	92,906372	100		стабільний
Молібден	${}_{42}\text{Mo}^{92}$	91,906802	14,84		стабільний
Технецій	${}_{43}\text{Tc}^{98}$	97,907203	–	β –	$4,2 \cdot 10^6$ років
Рутеній	${}_{44}\text{Ru}^{102}$	101,904338	31,6		стабільний
Родій	${}_{45}\text{Rh}^{101}$	100,906162	–	ел.захват	3,3 роки
Родій	${}_{45}\text{Rh}^{103}$	102,905502	100		стабільний
Паладій	${}_{46}\text{Pd}^{108}$	107,903891	26,46		стабільний
Срібло	${}_{47}\text{Ag}^{107}$	106,905088	51,84		стабільний
Срібло	${}_{47}\text{Ag}^{108}$	107,905956	–	β –	2,37 хв
Кадмій	${}_{48}\text{Cd}^{113}$	112,904901	12,22		стабільний
Кадмій	${}_{48}\text{Cd}^{114}$	113,903354	28,73		стабільний
Індій	${}_{49}\text{In}^{115}$	114,904070	95,72		стабільний
Олово	${}_{50}\text{Sn}^{118}$	117,901790	24,22		стабільний
Олово	${}_{50}\text{Sn}^{123}$	122,905715	–	β –	129,2 доби
Сурма	${}_{51}\text{Sb}^{121}$	120,903750	57,25		стабільний
Сурма	${}_{51}\text{Sb}^{123}$	122,904216	42,75		стабільний
Телур	${}_{52}\text{Te}^{130}$	129,906700	33,8		стабільний
Йод	${}_{53}\text{I}^{127}$	126,904471	100		стабільний
Йод	${}_{53}\text{I}^{131}$	130,906112	–	β –	8,04 доби
Ксенон	${}_{54}\text{Xe}^{132}$	131,904142	26,9		стабільний
Ксенон	${}_{54}\text{Xe}^{135}$	134,907040	–	β –	9,13 години
Ксенон	${}_{54}\text{Xe}^{140}$	139,921439	–	β –	13,60 с
Цезій	${}_{55}\text{Cs}^{133}$	132,905427	100		стабільний
Цезій	${}_{55}\text{Cs}^{134}$	133,906694	–	β –	2,06 роки
Барій	${}_{56}\text{Ba}^{138}$	137,905226	71,7		стабільний
Лантан	${}_{57}\text{La}^{139}$	138,906348	99,91		стабільний
Церій	${}_{58}\text{Ce}^{140}$	139,905436	88,48		стабільний

Продовження таблиці 3.24

Елемент	Символ ізоотопу	Атомна маса, а.о.м.	Відносна поширеність %	Тип розпаду	Період піврозпаду
Празеодим	${}_{59}\text{Pr}^{141}$	140,907651	100		стабільний
Неодим	${}_{60}\text{Nd}^{146}$	145,913121	17,2		стабільний
Іридій	${}_{77}\text{Ir}^{192}$	191,962990	–	β –	73,8 доби
Золото	${}_{79}\text{Au}^{197}$	196,966557	100		стабільний
Ртуть	${}_{80}\text{Hg}^{194}$	196,966557	–	ел.захват	260 діб
Ртуть	${}_{80}\text{Hg}^{200}$	199,968316	23,13		стабільний
Талій	${}_{81}\text{Tl}^{204}$	203,973884	–	β –	3,78 роки
Талій	${}_{81}\text{Tl}^{210}$	209,990069	–	β –	1,30 хв
Свинець	${}_{82}\text{Pb}^{207}$	206,975932	22,1		стабільний
Свинець	${}_{82}\text{Pb}^{208}$	207,976641	52,4		стабільний
Свинець	${}_{82}\text{Pb}^{210}$	209,984178	–	β –	22,3 роки
Вісмут	${}_{83}\text{Bi}^{209}$	208,980423	100		стабільний
Вісмут	${}_{83}\text{Bi}^{210}$	209,984114	–	β –	5,0 діб
Вісмут	${}_{83}\text{Bi}^{211}$	210,987263	–	α	2,14 хв
Полоній	${}_{84}\text{Po}^{210}$	209,982871	–	α	138,4 доби
Астат	${}_{85}\text{At}^{210}$	209,987490	–	ел.захват	8,1 години
Радон	${}_{86}\text{Rn}^{222}$	222,017533	–	α	3,8 доби
Радій	${}_{88}\text{Ra}^{220}$	220,010972	–	α	0,025 с
Радій	${}_{88}\text{Ra}^{225}$	225,023604	–	β –	0,842 с
Радій	${}_{88}\text{Ra}^{226}$	226,025361	–	α	1620 діб
Радій	${}_{88}\text{Ra}^{227}$	227,029220	–	β –	42,2 хв
Актиній	${}_{89}\text{Ac}^{225}$	225,023216	–	ел.захват	10,0 діб
Актиній	${}_{89}\text{Ac}^{228}$	228,031169	–	β –	6,13 години
Торій	${}_{90}\text{Th}^{229}$	229,031629	–	α	7340 діб
Торій	${}_{90}\text{Th}^{230}$	230,03080	–	α	$7,54 \cdot 10^4$ років
Торій	${}_{90}\text{Th}^{231}$	231,036301	–	β –	25,52 години
Торій	${}_{90}\text{Th}^{232}$	232,038211	100	α	$1,4 \cdot 10^{10}$ років
Протактиній	${}_{91}\text{Pa}^{233}$	233,040246	–	β –	27,0 діб
Уран	${}_{92}\text{U}^{233}$	233,039632	–	α	$1,59 \cdot 10^5$ років
Уран	${}_{92}\text{U}^{234}$	234,040950	0,006	α	$2,45 \cdot 10^5$ років
Уран	${}_{92}\text{U}^{235}$	235,043931	0,72	α	$7,04 \cdot 10^8$ років
Уран	${}_{92}\text{U}^{238}$	238,050762	99,27	α	$4,46 \cdot 10^9$ років
Уран	${}_{92}\text{U}^{239}$	239,054321	–	β –	23,5 хв
Нептуній	${}_{93}\text{Np}^{237}$	237,048172	–	α	$2,14 \cdot 10^6$ років
Нептуній	${}_{93}\text{Np}^{239}$	239,052935	–	β –	2,36 доби
Плутоній	${}_{94}\text{Pu}^{238}$	238,049522	–	α	87,74 роки
Плутоній	${}_{94}\text{Pu}^{240}$	240,053812	–	α	$6,54 \cdot 10^3$ років

ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК

Абсолютно чорне тіло – тіло, яке повністю поглинає все падаюче на нього випромінювання незалежно від його спектрального складу і напрямку падаючого випромінювання, нічого не відбиваючи і не пропускаючи.

Активність препарату (радіоактивного джерела) (a) – число розпадів, що відбуваються за одиницю часу.

Амплітуда коливань (A) – максимальне значення величини, що коливається.

Биття – негармонічні коливання, які отримані при додаванні коливань одного напрямку з різними, але близькими частотами.

Вектор Пойнтінга (\vec{S}) – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює енергії, що переносить електромагнітна хвиля за одиницю часу через одиничну площадку, розташовану перпендикулярно напрямку поширення хвилі.

Хвиля – процес поширення коливань у просторі.

Хвильове поле – область простору, в якій існує хвильовий процес.

Хвильове число – модуль хвильового вектора, що чисельно дорівнює кількості довжин хвиль, яке укладається на відстані 2π м.

Час релаксації (τ) – час, протягом якого амплітуда коливань зменшується в e разів (e – основа натуральних логарифмів).

Діаграма векторна – уявлення гармонічного коливання у вигляді вектора, довжина якого дорівнює амплітуді коливання, а напрям вектора утворює з координатною віссю кут, рівний фазі коливання.

Дифракційні ґрати – спектральний оптичний прилад, який представляє собою сукупність великого числа регулярно розташованих щілин.

Дифракція – здатність світлової хвилі огинати перешкоди, розміри яких порівнянні з довжиною хвилі, і потрапляти в область геометричної тіні.

Довжина хвилі (λ) – 1) відстань між найближчими точками, що коливаються в однаковій фазі; 2) відстань, яку проходить хвиля за час, що дорівнює періоду коливань.

Добротність коливальної системи (Q) – безрозмірна фізична величина, що характеризує відносний спад енергії системи, і яка дорівнює добутку 2π на відношення енергії $W(t)$ коливань системи в довільний момент часу t до зменшення цієї енергії за один період T :

Інтенсивність хвилі (I) – скалярна величина, яка дорівнює модулю середнього значення вектора Умова (середньої енергії, яку переносять за одиницю часу через одиничну площадку, розташовану перпендикулярно напрямку поширення хвилі).

Інтерференція світла – явище накладання когерентних світлових хвиль, в результаті якого відбувається перерозподіл енергії світлового поля, тобто утворюються світлі ділянки (максимуми) і темні ділянки (мінімуми) інтерференційної картини.

Коливання – процес, що в тій чи іншій мірі повторюється в часі.

Коливання гармонічні – коливання, при яких величина, що коливається, змінюється в часі за законом косинуса або синуса.

Контур коливальний – електричне коло, що містить індуктивність L , ємність C та опір R , в якому можуть збуджуватися електричні коливання.

Коефіцієнт загасання (β) – скалярна фізична величина, що характеризує швидкість загасання.

Червона межа фотоефекту – мінімальна частота світла ν_0 (максимальна довжина хвилі λ_0), при якій ще можливий фотоефект. При $\nu < \nu_0$ (або при $\lambda > \lambda_0$) фотоефект не відбувається.

Логарифмічний декремент загасання (λ) – безрозмірна величина, кількісна характеристика швидкості загасання коливань, чисельно дорівнює натуральному логарифму відносини двох наступних один за одним максимальних відхилень величини, що коливається, $A(t)$ і $A(t+T)$ в одну і ту ж сторону.

Люмен (лм) – світловий потік, що випромінюється ізотропним джерелом силою світла в 1 кд в межах тілесного кута в 1 стерadian.

Люкс (лк) – освітленість, створювана світловим потоком 1 лм, рівномірно розподіленим на площі 1 м^2 .

Маятник математичний – матеріальна точка, яка підвішена на невагомій нерозтяжній нитці і робить коливання у вертикальній площині під дією сили тяжіння.

Маятник фізичний – тверде тіло, яке здатне здійснювати коливання під дією сили тяжіння відносно нерухомої горизонтальної осі, що не проходить через центр мас.

Об'ємна густина енергії (w) – скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює енергії в одиниці об'єму.

Оптичний шлях – скалярна величина, яка чисельно дорівнює добутку показника заломлення середовища на геометричний шлях, пройдений хвилею в оптично однорідному середовищі.

Освітленість (E) – фізична величина, що дорівнює відношенню світлового потоку до площі освітлюваної поверхні.

Осцилятор – система, що здійснює коливання.

Відбивна здатність ($\rho_{\lambda,T}$) – безрозмірна фізична величина, що показує, яка частка енергії електромагнітних хвиль, що падають на тіло, відбивається ним.

Період коливань (T) – час одного повного коливання.

Період напіврозпаду ($T_{1/2}$) – час, протягом якого розпадається половина початкової кількості ядер даної радіоактивної речовини.

Густина потоку енергії (\vec{j}) – векторна фізична величина, що чисельно дорівнює енергії, яка проходить за одиницю часу через площадку одиничної площі, розташовану перпендикулярно напрямку поширення хвилі.

Поглиналина здатність (монохроматичний коефіцієнт поглинання) ($\alpha_{\lambda,T}$) – безрозмірна фізична величина, що показує яка частка енергії електромагнітних хвиль, що падають на тіло, поглинається ним.

Поляризація світла – упорядкування орієнтації векторів напруженості електричного \vec{E} і магнітного \vec{H} полів світлової хвилі в площині, перпендику-

лярній світловому променю. В плоско поляризованій (лінійно поляризованій) хвилі коливання вектора \vec{E} відбувається строго в одній площині.

Потік світловий (Φ) – фізична величина, що дорівнює потужності видимої частини випромінювання, яке поширюється усередині даного тілесного кута, і оцінюється по дії цього випромінювання на нормальне око.

Потік енергії (Φ) – скалярна фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості енергії, що переносить хвиля через деяку поверхню за одиницю часу.

Потік енергетичний (Φ_e) – скалярна фізична величина, що дорівнює енергії електромагнітного випромінювання всіх ділянок спектра, випромінюваній за одиницю часу.

Приведена довжина фізичного маятника – довжина такого математичного маятника, період коливань якого збігається з періодом коливань даного фізичного маятника.

Пучності – точки, в яких амплітуда коливань стоячої хвилі максимальна.

Робота виходу – мінімальна енергія, яку необхідно надати електрону для того, щоб видалити його з твердої або рідкої речовини в вакуум.

Резонанс – явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань.

Сіре тіло – тіло, поглинальна здатність якого менше одиниці та не залежить від довжини хвилі (частоти) випромінювання і від абсолютної температури.

Сила світла (I) точкового джерела в даному напрямку – фізична величина, яка дорівнює світловому потоку, що припадає на одиницю тілесного кута.

Спектральна густина енергетичної світимості (випромінювальна здатність) ($r_{\lambda,T}$) – скалярна фізична величина, яка дорівнює енергії, що випромінюється з одиниці поверхні за одиницю часу в одиничному інтервалі довжин хвиль, вибраному поблизу заданої довжини хвилі.

Ступінь поляризації – величина, що показує співвідношення поляризованого і природного світла в частково поляризованому світлі.

Стоячі хвилі – коливальний процес, що виникає в результаті накладення (інтерференції) двох зустрічних біжучих хвиль з однаковою амплітудою і частотою.

Теплове випромінювання – електромагнітне випромінювання, що випускається речовиною і яке виникає за рахунок його внутрішньої енергії.

Кутова або циклічна частота (ω) – число коливань за 2π секунд.

Вузли – точки, в яких амплітуда коливань стоячої хвилі дорівнює нулю.

Рівень гучності (L) – логарифм відносини інтенсивності I даного звуку до інтенсивності I_0 на порозі чутності ($I_0 \approx 10^{-12}$ Вт/м² при стандартній частоті 1000 Гц):

Фазова швидкість хвилі – швидкість переміщення фазової площини.

Фігури Ліссажу – траєкторії точки, що одночасно здійснює гармонічні коливання з кратними частотами у двох взаємно перпендикулярних напрямках.

Фотон – квант електромагнітного випромінювання (частіше оптичного діапазону).

Фотоефект зовнішній – явище випромінювання електронів поверхнею речовини під дією електромагнітного випромінювання.

Фотоефект внутрішній – явище збільшення електропровідності напівпровідників і діелектриків під дією електромагнітного випромінювання.

Фронт хвилі – геометричне місце точок, до яких доходять коливання к моменту часу t .

Частота коливань (ν) – число коливань за одиницю часу.

Енергетична світимість (випромінювальність) (R_e) – скалярна фізична величина, що дорівнює енергії, випромінюваної з одиниці площі поверхні за одиницю часу у всьому діапазоні довжин хвиль.

Енергія зв'язку питома ($\epsilon_{\text{пит}}$) – енергія зв'язку, яка припадає на один нуклон.

Енергія зв'язку ядра ($E_{\text{зв}}$) – мінімальна енергія, яку необхідно затратити, щоб розщепити ядро на окремі нуклони.

Ефект Доплера – зміна частоти хвиль, що реєструються приймачем, яке відбувається при русі джерела і приймача хвиль один відносно одного.

Відповіді до задач для самостійного розв'язання

§1 Механічні коливання

- 1.1.** $x(t) = 0,1 \cos(2t + \pi/2)$ (м). **1.2.** $v = 3,14$ см/с; $a = 4,9$ см/с². **1.3.** $A = 8$ см; $v = 2,5$ Гц; $T = 0,4$ с; $x(t) = 8 \cos 5\pi t$ (см). **1.4.** $v = 3,18$ Гц. **1.5.** $m = 57$ кг. **1.6.** $g = 9,74$ м/с². **1.7.** $l_1/l_2 = 2,25$. **1.8.** $v_1/v_2 = 2$. **1.9.** $T = 17,8$ с. **1.10.** $J = 100$ кг·м². **1.11.** $T = 0,78$ с. **1.12.** $k = 800$ Н/м. **1.13.** $A = 2,83$ см; $\varphi = 3\pi/4$. **1.14.** $T = 2$ с. **1.15.** $x(t) = 10e^{-0,4t} \cos 0,5\pi t$ (см). **1.16.** $\beta = 2,3 \cdot 10^{-3}$ с⁻¹. **1.17.** $v = 6,3$ м/с. **1.18.** $x = 0,2 \cos 2t$ (м). **1.19.** $x = -0,1 \cos 10\pi t$ (м). **1.20.** $T = 0,5$ с. **1.21.** $v_{\max} = 0,29$ м/с. **1.22.** $l_2/l_1 = 2,25$. **1.23.** $T = 1,1$ с. **1.24.** $v = 1,03$ Гц. **1.25.** $t = T/6$. **1.26.** $\omega = 10$ рад/с; $A = 1$ см. **1.27.** $W = 50$ мДж. **1.28.** $F_{\max} = 2$ мН; $W = 40$ мДж. **1.29.** $v_{\max} = 3,75$ м/с; $W = 2,8$ Дж. **1.30.** $N = 6$. **1.31.** $\Delta\varphi = 120^\circ$. **1.32.** $x(t) = 10 \cos(\pi t + 0,2\pi)$ (см). **1.33.** $v = 258$ Гц или $v = 256$ Гц. **1.34.** $y = -4x$. **1.35.** $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. **1.36.** $\beta = 0,16$ (с⁻¹), $x(t) = 5e^{-0,16t} \cos(0,5\pi t + \pi)$ (см). **1.37.** $\lambda = 0,02$. **1.38.** $\lambda = 0,3$; $\beta = 0,06$ (с⁻¹); $x(t) = 21e^{-0,06t} \cos 0,4\pi t$ (см). **1.39.** $a = 98,6 \cos 10\pi t$ м/с². **1.40.** $T_3 = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 1$ с. **1.41.** $\Delta x = \frac{g}{4\pi^2}(T_2^2 - T_1^2) = 9$ см. **1.42.** $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} = 1,8$. **1.43.** $\frac{T_1}{T_2} = 1,03$. **1.44.** $\frac{A_2}{A_1} = 2$. **1.45.** $W_k = 2m \left(\frac{\pi N A}{t} \right)^2 \sin^2 \frac{2\pi}{T} t = 24,65$ Дж; $W_{\pi} = 2m \left(\frac{\pi N A}{t} \right)^2 \cos^2 \frac{2\pi}{T} t = 73,95$ Дж. **1.46.** $t = \frac{1}{\omega} \cdot \arccos \frac{2W_{\pi}}{FA} = 0,32$ (с); $\varphi = \arccos \frac{2W_{\pi}}{FA} = 0,64$ рад = 37° . **1.47.** $l = g \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 = 6,21$ м. **1.48.** $A = 5$ см, $\varphi_0 \approx 37^\circ \approx 0,2\pi$, $x = 5 \sin(\pi t + 0,2\pi)$ (см). **1.49.** $T_{\text{бит}} = 1$ с; $T = 0,4$ мс. **1.50.** $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, $v = \pi \sqrt{4 \cos^2 \pi t + \sin^2 \pi t} = 3,14$ см/с, $a = \pi^2 \sqrt{4 \sin^2 \pi t + \cos^2 \pi t} = 19,72$ см/с². **1.51.** $y = 1 - 2x^2$. **1.52.** $\frac{A_0}{A_2} = e^{\frac{t_1}{t} \ln \frac{A_0}{A_1}} = 8$. **1.53.** $r = -\frac{m}{t} \cdot \ln \frac{W}{W_0} = 9,2 \cdot 10^{-5}$ кг/с. **1.54.** $N = \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{W_0}{W} = 34$. **1.55.** $\tau = \frac{2\pi}{\ln \frac{A_1}{A_2}} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = 6,27$ с. **1.56.** $x(t) = 0,54 \cos(8t - 0,07\pi)$ (м). **1.57.** $\Omega_p = 2\pi \sqrt{\frac{2}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2}} = 11$ рад/с.

$$1.58. l = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}} = 0,628 \text{ м.}$$

§2 Електромагнітні коливання

- 2.1. $T=37,7$ с. 2.2. $\nu=1,6 \cdot 10^6$ Гц. 2.3. $L=12,7$ мГн. 2.4. $\nu=100$ Гц; $T=0,01$ с; $i_{\max}=5$ А; $i=2,5$ А. 2.5. $i_{\max}=20$ мА; $T=2$ мкс; $\nu=0,5$ МГц; $i = 20 \sin 10^6 \pi t$ (мА). 2.6. $U_{\max}=20$ В; $T=2$ мкс; $\nu=0,5$ МГц; $U = 20 \cos 10^6 \pi t$ (В). 2.7. $\nu_p=400$ Гц. 2.8. $i_{\max}=28,3$ А. 2.9. $U_{\max}=56,6$ В. 2.10. $q = 62,8 \cos 10^6 \pi t$ (мкКл). 2.11. $i_{\max}=0,3$ А. 2.12. $U_{\max}=15,4$ В. 2.13. $T=0,13$ мкс. 2.14. $\nu_1/\nu_2=2$ (зменшиться в 2 рази). 2.15. $\nu=46$ Гц. 2.16. $\nu=3,08 \cdot 10^6$ Гц. 2.17. $L=1,0$ Гн; $U=0,4$ В. 2.18. $i_{\max}=0,45$ А. 2.19. $\varepsilon_{\max}=138,6$ В; $\varepsilon_d=98$ В. 2.20. $Q=0,6$ Дж. 2.21. $C=2$ нФ; $W=25$ нДж; $U=5$ В. 2.22. $i(t) = -0,314 \sin 10^4 \pi t$ (А); $T=0,2$ мс; $\nu=5$ кГц; $q_{\max}=10^{-6}$ Кл; $i_{\max}=0,314$ А. 2.23. $q(t) = 10^{-4} \cos 0,5 \cdot 10^3 t$ (Кл); $i(t) = -0,05 \sin 0,5 \cdot 10^3 t$ (А); $U(t) = 100 \cos 0,5 \cdot 10^3 t$ (В); $i_{\max}=0,05$ А; $U_{\max}=100$ В. 2.24. $i(t) = -0,47 \sin 10^4 \pi t$ (А). 2.25. $i_{\max}=0,1$ А. 2.26. $T=0,2$ с. 2.27. $\nu = \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2} = 50$ Гц. 2.28. $t=0,125$ мкс. 2.29. $C_2 = C_1 \left(\frac{\nu_1}{\nu_2} \right)^2 = 16$ мкФ.

§3 Хвилі

- 3.1. $\xi(x,t) = 3$ см. 3.2. $\lambda_{\max}=17$ м; $\lambda_{\min}=17$ мм. 3.3. $v=347$ м/с. 3.4. $v=5,1 \cdot 10^3$ м/с. 3.5. $S=5$ км. 3.6. $n=1,41$. 3.7. $\lambda=6$ мм. 3.8. $n=2$. 3.9. $\nu_1=3 \cdot 10^{11}$ Гц; $\nu_2=3 \cdot 10^{10}$ Гц. 3.10. $\lambda_1=4,69$ м; $\lambda_2=2,78$ м. 3.11. $\nu=2$ МГц. 3.12. $\lambda=1884$ м. 3.13. $A=6$ мкм; $\nu=303$ Гц; $\lambda=1,1$ м; $v=333$ м/с. 3.14. $\nu=50$ Гц. 3.15. $\Delta\varphi=0,4\pi$. 3.16. $\Delta\varphi=\pi$. 3.17. $W_2/W_1 = 4 \cdot 10^4$; енергія ультразвукової хвилі більше. 3.18. $\nu=425$ Гц. 3.19. $v=350$ м/с; $\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_{\max} = 0,785$ м/с. 3.20. $\nu_1=77,7$ Гц; $\nu_2=1336$ Гц. 3.21. $\lambda_1=0,17$ м; $\lambda_2=0,74$ м. 3.22. Спостерігається мінімум інтерференції. 3.23. $\nu=334$ Гц. 3.24. $\nu_1=336$ Гц; $\nu_2=264$ Гц. 3.25. $L=3,52 \cdot 10^{-7}$ Гн; $\nu=6 \cdot 10^7$ Гц. 3.26. $\nu=0,16$ МГц; $\lambda=1889$ м. 3.27. $\lambda=2350$ м. 3.28. $\lambda=600$ м. 3.29. $\lambda_1=226$ м; $\lambda_2=584$ м. 3.30. $d=1,57$ мм. 3.31. $\lambda=200$ м. 3.32. $h=156$ м. 3.33. $v = \frac{t_1}{t_2} \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = 5,7$ м/с. 3.34. $\lambda = 2\pi v \sqrt{\frac{\varepsilon \Delta t C}{\Delta I}} = 2450$ м. 3.35. $\lambda = 2\pi v \sqrt{\frac{q_2^2 - q_1^2}{I_1^2 - I_2^2}} = 942$ м. 3.36. $N=5 \cdot 10^4$. 3.37. $N=1,36 \cdot 10^4$. 3.38. $\lambda=120$ м. 3.39. $C_2 = C_1 \left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2} - 1 \right) = 15$ мкФ. 3.40. $\nu_1=1,6 \cdot 10^8$ Гц;

$$v_2=5 \cdot 10^6 \text{ Гц}; \lambda_1=1,875 \text{ м}; \lambda_2=60 \text{ м. 3.41. } \Delta\lambda = \frac{c}{v} \left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} - 1 \right) = 50 \text{ м. 3.42. } \lambda=1000 \text{ м.}$$

$$3.43. \quad I = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} \cdot \frac{E_{\max}^2}{2} = 2,93 \text{ Вт/м}^2. \quad 3.44. \quad S=0,76 \text{ Вт/м}^2. \quad 3.45. \quad H_{\max}=0,16 \text{ А/м};$$

$$\langle S \rangle = 4,8 \text{ Вт/м}^2. \quad 3.46. \quad E_{\max}=46,1 \text{ В/м}; \quad v=2,45 \cdot 10^8 \text{ м/с. 3.47. } E_{\max}=50 \text{ В/м};$$

$$H_{\max}=0,13 \text{ А/м.}$$

§4 Хвильова оптика

4.1. $v=1,24 \cdot 10^8 \text{ м/с. 4.2. } v_1=3,95 \cdot 10^{14} \text{ Гц}; v_2=7,89 \cdot 10^{14} \text{ Гц. 4.3. } N=2000.$
 4.4. $\Delta L=0,5 \text{ мм. 4.5. } \lambda_1=0,6 \text{ мкм}; \lambda_2=0,4 \text{ мкм. 4.6. } \lambda=0,48 \text{ мкм. 4.7. } \Delta=300 \text{ нм. 4.8.}$
 $m_{\max}=3. 4.9. \quad d=2,8 \text{ мкм. 4.10. } \alpha_B=48,4^\circ. 4.11. \quad C=397,6^\circ \text{ кг/м}^3. 4.12. \quad n=1,8.$
 4.13. $\Delta n=2,5 \cdot 10^{-5}. 4.14. \quad d_{\min}=171 \text{ нм. 4.15. } R=7 \text{ м. 4.16. } m_{\max}=3, N=7. 4.17.$
 $d=50 \text{ мкм. 4.18. } n=3,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}. 4.19. \quad \varphi_2=41,8^\circ. 4.20. \quad n_2=2,3. 4.21. \quad i=36,9^\circ. 4.22.$
 $\varphi=60^\circ. 4.23. \quad \varphi=54,7^\circ. 4.24. \quad P=0,48. 4.25. \quad v=2,02 \cdot 10^8 \text{ м/с. 4.26. } d_{\min}=100 \text{ нм. 4.27.}$
 $n=2,2. 4.28. \quad \lambda=590 \text{ нм. 4.29. } \Delta x=19 \text{ см. 4.30. } d=22,3 \text{ мкм. 4.31. } \Theta=30^\circ. 4.32.$
 $I_0/I=3,3. 4.33. \quad n=1,27. 4.34. \quad P=0,6. 4.35. \quad C_2=210 \text{ кг/м}^3.$

§5 Квантова оптика

5.1. $T=648 \text{ К. 5.2. } \lambda_{\max}=10,6 \text{ мкм. 5.3. } T=3,82 \cdot 10^3 \text{ К. 5.4. } A_{\text{вих}}=3,98 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
 $=2,49 \text{ эВ. 5.5. } \epsilon=1,24 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}; m=1,38 \cdot 10^{-30} \text{ кг. 5.6. } \lambda=1,24 \text{ пм}; m=1,78 \cdot 10^{-30} \text{ кг};$
 $p=5,33 \cdot 10^{-22} \text{ кг}\cdot\text{м/с. 5.7. } v_1=3 \cdot 10^{16} \text{ Гц} - \text{ ультрафіолетове випромінювання};$
 $v_2=6 \cdot 10^{14} \text{ Гц} - \text{ видиме випромінювання}; v_3=4,5 \cdot 10^{10} \text{ Гц} - \text{ радіохвилі. 5.8. } \Theta=19^\circ.$
 5.9. $W=5,1 \text{ МДж. 5.10. } P=90 \text{ мВт. 5.11. } R_2/R_1=81. 5.12. \quad T_2=1747 \text{ К. 5.13.}$
 $\Phi_2/\Phi_1=17,75. 5.14. \quad \text{У } 1,2 \text{ рази. 5.15. } \alpha=0,26. 5.16. \quad \lambda_{\max}=1,45 \text{ мкм. 5.17. } \lambda=233 \text{ нм.}$
 5.18. $A_{\text{вих}}=3,0 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,9 \text{ эВ. 5.19. } \lambda=257 \text{ нм. 5.20. } v_{\max}=0,77 \cdot 10^6 \text{ м/с. 5.21.}$
 $\lambda'=57 \text{ пм. 5.22. } S=6,0 \text{ см}^2. 5.23. \quad t=7,3 \cdot 10^{12} \text{ років. 5.24. } P/S=1,36 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2. 5.25.$
 $T=1106 \text{ К. 5.26. } h=6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}; A_{\text{вих}}=3,96 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}=2,48 \text{ эВ. 5.27.}$
 $\lambda_0=6,52 \cdot 10^{-7} \text{ м. 5.28. } v=1,3 \cdot 10^{15} \text{ Гц}; A_{\text{вих}}=3,98 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}=2,5 \text{ эВ. 5.29.}$
 $v_{\max}=0,92 \cdot 10^6 \text{ м/с. 5.30. } A_{\text{вих}}=3,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}=1,9 \text{ эВ. 5.31. } \lambda=1,7 \cdot 10^{-7} \text{ м. 5.32.}$

$$N = \frac{4\pi\epsilon_0 R}{e^2} \left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вих}} \right) = 3,7 \cdot 10^6. \quad 5.33. \quad R_{\max} = \frac{\sqrt{2m(hv - A_{\text{вих}})}}{eB} = 5,9 \text{ мм.}$$

 5.34. $\lambda=1,27 \text{ пм. 5.35. } W_K=0,68 \text{ МеВ}; p_e=5,7 \cdot 10^{-22} \text{ кг}\cdot\text{м/с. 5.36. } W_K=0,34 \text{ МеВ};$
 $p_e=3, \cdot 10^{-22} \text{ кг}\cdot\text{м/с. 5.37. а) } p=1,2 \cdot 10^{-27} \text{ кг}\cdot\text{м/с}; б) } p=2,4 \cdot 10^{-27} \text{ кг}\cdot\text{м/с. 5.38.}$
 $v=1,46 \text{ км/с. 5.39. } \lambda=0,39 \text{ нм. 5.40. } n_1=53 \text{ с}^{-1}; n_2=5 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}. 5.41. \quad p=5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт};$
 $\epsilon=2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Дж. 5.42. } n=1,27 \cdot 10^{17} \text{ с}^{-1}.$

§6 Елементи квантової механіки

6.1. $\lambda=7,3 \cdot 10^{-10} \text{ м. 6.2. } v=1,46 \cdot 10^3 \text{ м/с. 6.3. а) } \Delta x=5,8 \text{ мм}; б) } \Delta x=5,3 \cdot 10^{-17} \text{ м};$
 в) $\Delta x=5,3 \cdot 10^{-29} \text{ м. 6.4. } v \approx 5,8 \cdot 10^5 \text{ м/с. 6.5. } \Delta x=0,4 \text{ нм. 6.6. } \lambda=3,9 \cdot 10^{-11} \text{ м}=39 \text{ пм.}$

6.7. $U=151$ В. **6.8.** $v=2,1 \cdot 10^8$ м/с. **6.9.** $\lambda=104$ пм. **6.10.** $r \approx 31$ пм. **6.11.** $\Delta\lambda_{\min} \approx 3,2 \cdot 10^{-16}$ м = 0,32 фм. **6.12.** $l=3 \cdot 10^{-15}$ м = 3 фм. **6.13.** 1) $\lambda=12$ пм; 2) $\lambda=0,87$ пм. **6.14.** $\lambda=0,76 \cdot 10^{-15}$ м = 0,76 фм. **6.15.** $d = \frac{1}{eE} \left(\frac{h^2}{2m\lambda^2} - \frac{mv^2}{2} \right) = 9,7 \cdot 10^{-2}$ м. **6.16.** $W=113$ эВ. **6.17.** $\lambda_{\text{пр}}/\lambda_e=43$. **6.18.** $\Delta x_{\min}=1,8 \cdot 10^{-16}$ м. **6.19.** $W=4$ эВ. **6.20.** $\lambda=0,28$ пм. **6.21.** $w=0,2=20\%$. **6.22.** $l=2,4 \cdot 10^{-9}$ м = 2,4 нм.

§7 Фізика атомів і молекул

7.1. $\lambda=486$ нм. **7.2.** $\lambda=656$ нм. **7.3.** $\lambda=410$ нм. **7.4.** 1) $L=0$; 2) $L=1,49 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с. **7.5.** $L_s=0,91 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с, $L_{s_z}=\pm 0,53 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с. **7.6.** $p_{m_s}=-1,61 \cdot 10^{-23}$ А·м², $p_{m_{s_z}}=\mp 0,927 \cdot 10^{-23}$ А·м². **7.7.** 2. **7.8.** $\lambda_1=656$ нм, $\lambda_2=486$ нм, $\lambda_3=434$ нм, $\lambda_4=410$ нм. **7.9.** У 9 разів. **7.10.** $\varepsilon=10,2$ эВ. **7.11.** У 5,4 разів. **7.12.** $R=1,09 \cdot 10^7$ м⁻¹. **7.13.** $\lambda_1=103$ нм, $\lambda_2=122$ нм, $\lambda_3=656$ нм. **7.14.** $E=-3,4$ эВ, $L=1,49 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с, $p_m=-1,31 \cdot 10^{-23}$ А·м². **7.15.** 7 значень: $m=0; \pm 1; \pm 2; \pm 3$. К-шар: 2s-електрона; L-шар: 2s-електрона; 6p-електронів; М-шар: 2s-електрона; 6p-електронів; 10d-електронів. **7.16.** Магній – Mg ($Z=12$). **7.17.** $\lambda_0=31$ пм. **7.18.** $\lambda=0,84$ нм. **7.19.** Ніобій – Nb ($Z=41$). **7.20.** $\varphi_i=54,4$ В. **7.21.** $\varphi_1=91,8$ В. **7.22.** $v=0,70 \cdot 10^6$ м/с. **7.23.** $n=3$, $\lambda_1=102,5$ нм, $\lambda_2=656$ нм, $\lambda_3=121,5$ нм. **7.24.** $v=4,18$ м/с. **7.25.** $\alpha_{\min}=35,5^\circ$. **7.26.** $p_{m_{z \max}}=\mu_B=0,927 \cdot 10^{-23}$ А·м². **7.27.** $L_z=0; \pm \hbar; \pm 2\hbar; \pm 3\hbar$. $p_{m_z}=0; \mp \mu_B; \mp 2\mu_B; \mp 3\mu_B$. **7.28.** $L=0; 1,49 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с; $2,58 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с. **7.29.** 12 електронів; (3; 0; 0; $\pm 1/2$). **7.30.** 3 елемента: $Z=23; Z=24; Z=25$. **7.31.** $U=15$ кВ. **7.32.** $U_{\min} = \frac{3(Z-1)^2 hcR}{4e} = 4,9$ кВ.

§8 Основи фізики твердого тіла

8.1. $v=0,25$ мм/с. **8.2.** 1) діркова; 2) електронна. **8.3.** GaAs, Si, Ge. **8.4.** $T_1 < T_3 < T_2$. **8.5.** InAs – 1, GaTe – 3, InP – 2. **8.6.** $v_n=3900$ м/с; $v_p=1900$ м/с. **8.7.** $v_n=1600$ м/с; $v_p=500$ м/с. **8.8.** $v_n=0,8$ м/с; $v_p=0,25$ м/с. **8.9.** $\lambda_{0 \text{ Si}}=1,1$ мкм; $\lambda_{0 \text{ Ge}}=1,9$ мкм; $\lambda_{0 \text{ GaAs}}=0,87$ мкм (інфрачервоне випромінювання). **8.10.** $v = \frac{E}{e\hbar\rho} = 0,5$ мм/с. **8.11.** $v=0,15$ мм/с. **8.12.** $\eta = \frac{nM}{\rho N_A} = 6,7 \cdot 10^{-10}$. **8.13.** $m_B=39$ мкг. **8.14.** $m_B=0,39$ мкг. **8.15.** а) $\sigma_1/\sigma_2=1,04$ (зменшиться незначно); б) $\sigma_2/\sigma_1=1,2$ (збільшиться). **8.16.** $n=2,5 \cdot 10^{19}$ м⁻³; $\eta=I_n/I=0,67$. **8.17.** $n=2,5 \cdot 10^{16}$ м⁻³; $\eta=I_p/I=0,26$. **8.18.** $\sigma=608$ СМ/м. **8.19.** $\sigma=3,12 \cdot 10^3$ СМ/м. **8.20.** $\langle \lambda \rangle = 54$ нм; $t=5,4 \cdot 10^{-14}$ с; $\mu=4,7 \cdot 10^{-7}$ м²/(В·с). **8.21.** $\langle v \rangle = \mu_n E = 3,9 \cdot 10^4$ м/с; $u = \sqrt{\frac{2EqS}{m}} = 5,93 \cdot 10^6$ м/с. **8.22.** $R=2,6$ кОм. **8.23.** $E_{\min}=\Delta E=1,43$ еВ. **8.24.** $\Delta E=0,65$ еВ. **8.25.** $\sigma_2/\sigma_1=2,3$. **8.26.** $\alpha=1,1 \cdot 10^5$; $I_{\text{пр}}=0,58$ мА.

- 8.27.** $I_2/I_1=2,15$. **8.28.** $n = 1,1 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$; $\mu = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. **8.29.**
 $p = \frac{aBU}{el\rho U_H} = 5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$; $\mu_p = \frac{1}{\rho en} = 0,05 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. **8.30.** $n = 1,7 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$;
 $\mu_p = 0,041 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. **8.31.** $n = 2,4 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. **8.32.** $\Delta E = 1 \text{ еВ}$. **8.33.** $\Delta E = 0,69 \text{ еВ}$.

§9 Будова атомних ядер. Ядерні перетворення

- 9.1.** ${}^{18}_9\text{F}$ – 9 протонів, 9 нейтронів; ${}^{27}_{13}\text{Al}$ – 13 протонів, 14 нейтронів; ${}^{64}_{30}\text{Zn}$ – 30 протонів, 34 нейтрона; ${}^{138}_{56}\text{Ba}$ – 56 протонів, 82 нейтрона. **9.2.** ${}^{207}_{82}\text{Pb}$ – 82 протона, 125 нейтронів; ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ – 82 протона, 126 нейтронів; ${}^{210}_{82}\text{Pb}$ – 82 протона, 128 нейтронів. **9.3.** 58 нуклонів. **9.4.** а) зменшується на 1; б) зменшується на 1; в) не змінюється. **9.5.** а) зменшується на 1; б) не змінюється; в) не змінюється. **9.6.** Зменшується на 2. **9.7.** $\Delta m = 0,11 \text{ а.о.м}$. **9.8.** $\Delta E_{\text{зв}} = 2,22 \text{ МеВ}$. **9.9.** $\Delta E_{\text{зв}} = 225 \text{ МеВ}$. **9.10.** $\varepsilon_{\text{пит}} = 7,98 \text{ МеВ/нуклон}$. **9.11.** $Z=0$; $A=1$; нейтрон. **9.12.** 1) $\Delta m = 0,004 \text{ а.е.м}$, енергія виділяється; 2) $\Delta m = -0,003 \text{ а.о.м}$, енергія поглинається. **9.13.** $Q = 18,63 \text{ МеВ}$, реакція екзотермічна. **9.14.** $T_{1/2} = 6 \text{ год}$; $\lambda = 0,116 \text{ (год}^{-1}\text{)}$; $\tau = 8,66 \text{ год}$. Можливий ізотоп – актиній ${}^{228}_{89}\text{Ac}$. **9.15.** $\Delta N/N_0 = 0,75$. **9.16.** $\Delta N/N_0 = 0,63$. **9.17.** $\varepsilon \approx 1,3 \text{ МеВ}$. **9.18.** $\Delta m = 1,93 \text{ а.о.м}$, $\Delta E_{\text{зв}} = 1802 \text{ МеВ}$, $\varepsilon_{\text{пит}} = 7,57 \text{ МеВ/нуклон}$. **9.19.** $\varepsilon_{\text{пит}1} = 2,83 \text{ МеВ/нуклон}$, $\varepsilon_{\text{пит}2} = 2,57 \text{ МеВ/нуклон}$. В ядрі водню нуклони зв'язані сильніше. **9.20.** ${}^{10}_5\text{B} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^7_3\text{Li}$. **9.21.** ${}^{27}_{13}\text{Al} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{24}_{12}\text{Mg}$. **9.22.** 5 α -розпадів; 3 β -розпаду. **9.23.** $Q = 17,59 \text{ МеВ}$, реакція екзотермічна. **9.24.** $Q = -1,65 \text{ МеВ}$, реакція ендотермічна. **9.25.** $Q = 4,86 \text{ МеВ}$. **9.26.** $\lambda = 2,43 \text{ пм}$. **9.27.** $\Delta N/N_0 = 87,5\%$. **9.28.** $N/N_0 = 3,13\%$. **9.29.** $T_{1/2} = 8 \text{ год}$. **9.30.** $T_{1/2} = 5 \text{ діб}$. **9.31.** $t \approx 2 \text{ доби}$. **9.32.** $\sum W_k = 17,3 \text{ МеВ}$. **9.33.** $Q = 90 \text{ ГДж}$, $m_2 = 3 \text{ т}$. **9.34.** $I/I_0 = 1000$. **9.35.** $W_{kp} = 1,6 \text{ МеВ}$. **9.36.** $W_{kn} = \frac{Q + W_{k\alpha}(1 - m_\alpha/m_C)}{1 + m_n/m_C} = 8,5 \text{ МеВ}$. **9.37.** $\theta = 170^\circ$. **9.38.** $t = 2,5 \text{ год}$. **9.39.** $t = 140 \text{ діб}$. **9.40.** $N_2/N_1 = 16$. **9.41.** $t = 9 \cdot 10^3 \text{ років}$. **9.42.** $W = 5,3 \cdot 10^{25} \text{ еВ} = 8,4 \text{ МДж}$. **9.43.** $m_B = 1,34 \cdot 10^7 \text{ кг}$. **9.44.** $\varepsilon = 2,2 \text{ МеВ}$ або $\varepsilon = 6 \text{ МеВ}$; $x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = 1,33 \text{ см}$. **9.45.** $I_0/I_2 = 4,85$. **9.46.** $R_1/R_2 = 2$.

* В розрахунках прискорення вільного падіння g прийнято рівним 10 м/с^2 .

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Антипов Б.А. Материалы электронной техники: Задачи и вопросы. Учебное пособие для вузов по специальностям электронной техники / Б.А. Антипов, В.С. Сорокин, В.А. Терехов; под ред. В.А. Терехова – СПб.: Изд-во «Лань», 2001. – 208 с.
2. Волков О.Ф. Курс фізики: У 2-х т. Т.1: Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Електростатика. Постійний струм. Електромагнетизм: навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів / О.Ф. Волков, Т.П. Лумпієва. – Донецьк: ДонНТУ, 2009. – 224 с.
3. Волков О.Ф. Курс фізики: У 2-х т. Т.2: Коливання і хвилі. Хвильова і квантова оптика. Елементи квантової механіки. Основи фізики твердого тіла. Елементи фізики атомного ядра: навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів / О.Ф. Волков, Т.П. Лумпієва. – Донецьк: ДонНТУ, 2009. – 208 с.
4. Беликов Б.С. Решение задач по физике. Общие методы: Учебное пособие для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 1986. – 256 с.
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1985. – 384 с.
6. Головатенко-Абрамова М.П. Задачи по электронике / М.П. Головатенко-Абрамова, А.М. Лapidес – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 112 с.
7. Загальний курс фізики. Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; За заг. ред. І.П. Гаркуші. – К.: Техніка, 2004. – 560 с.
8. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: Учебное пособие. – 2-е изд. – М.: Наука, 1988. – 416 с.
9. Лумпієва Т.П. Практикум з фізики. Розв'язання задач. Частина 1: Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Електростатика. Постійний струм. Електромагнетизм: навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів / Т.П. Лумпієва, Н.М. Русакова, О.Ф. Волков – Донецьк: ДНВЗ «ДонНТУ», 2014. – 248 с.
10. Пинский А.А. Задачи по физике. Учебное пособие. – М.: Наука, 1977. – 288 с.
11. Рымкевич А.П. Сборник задач по физике. – 16-е изд. – М.: 1996. – 222 с.
12. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике: Учебное пособие. – М.: Наука, 1982. – 272 с.
13. Терехов В.А. Задачник по электронным приборам: Учебное пособие для вузов – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 280 с.
14. Физика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов (включая сельскохозяйственные вузы) / А.А. Воробьев, В.П. Иванов, В.Г. Кондакова, А.Г. Чертов. – М.: Высшая школа, 1987. – 206 с.
15. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1978. – 351 с.
16. Чертов А.Г. Задачник по физике: Учебное пособие. / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев – М.: Высшая школа, 1981. – 496 с.

Навчальне видання

Лумпієва Таїсія Петрівна
Русакова Надія Михайлівна
Волков Олександр Федорович

Практикум з фізики. Розв'язання задач
Частина 2

(українською мовою)