

ЗАДАЧА 4.29. Дві фази генератора замкнені через амперметр (рис. 4.39). Його опори прямої послідовності $\underline{Z}_1 = j8 \text{ Ом}$, зворотної послідовності $\underline{Z}_2 = j2 \text{ Ом}$, фазна ЕРС $E = 100 \text{ В}$. Визначити покази приладів.

Відповіді: зважаючи на відсутність нульового проводу

$$\underline{U}_0 = 0, \quad \underline{I}_0 = 0;$$

$$\text{система рівнянь } \begin{cases} \underline{U}_1 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = E, & \underline{U}_2 + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 = 0, \\ a^2 \cdot \underline{U}_1 + a \cdot \underline{U}_2 = a \cdot \underline{U}_1 + a^2 \cdot \underline{U}_2, & \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0, \end{cases}$$

з якої $\underline{U}_1 = \underline{U}_2 = 20 \text{ В}$, $\underline{I}_1 = -\underline{I}_2 = -j10 \text{ А}$.

Покази приладів: $V_1 \rightarrow U_A = 40 \text{ В}$,

$V_2 \rightarrow U_{AB} = 60 \text{ В}$, $V_3 \rightarrow U_B = 20 \text{ В}$, $A \rightarrow I_B = 17,3 \text{ А}$.

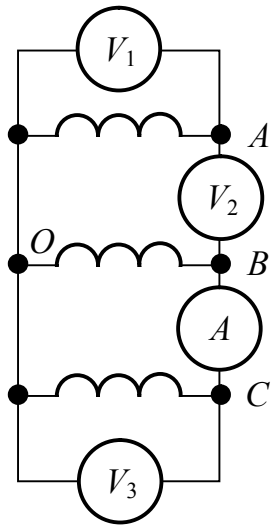


Рис. 4.39

ЗАДАЧА 4.30. Для обмеження пускових струмів двигуна (номінальна лінійна напруга $U = 380 \text{ В}$, опори прямої і зворотної послідовності, відповідно, $\underline{Z}_1 = 1 + j22 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_2 = 1 + j8 \text{ Ом}$) послідовно з ним вмикаються три опори (реактори) $\underline{Z} = j20 \text{ Ом}$, які після пуску мають бути закорочені.

Внаслідок несправності вимикача один з опорів після пуску залишився увімкненим (рис. 4.40). Визначити відношення струмів зворотної і прямої послідовностей I_2/I_1 .

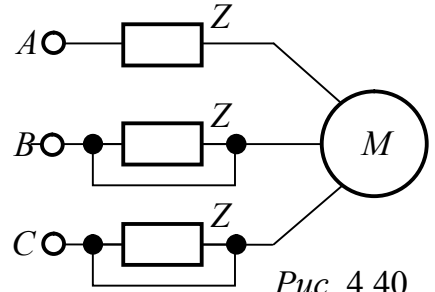


Рис. 4.40

Відповіді: зважаючи на відсутність нульового проводу $\underline{I}_0 = 0$;

$$\text{система рівнянь } \begin{cases} \underline{U}_1 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = U/\sqrt{3}, & \underline{U}_2 + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 = 0, \\ a^2 \cdot \underline{U}_1 + a \cdot \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0, & a \cdot \underline{U}_1 + a^2 \cdot \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0, & (\underline{I}_1 + \underline{I}_2) \cdot \underline{Z} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0, \end{cases}$$

з якої $\underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \underline{U}_0 = 31,32 \cdot e^{-j0,53^\circ} \text{ В}$,

$$\underline{I}_1 = 8,57 \cdot e^{-j87,31^\circ} \text{ А}, \quad \underline{I}_2 = 3,89 \cdot e^{-j96,59^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_2/\underline{I}_1 = \frac{-\underline{Z}}{3 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}} = 0,453 \cdot e^{-j176,10^\circ}.$$

ЗАДАЧА 4.31. До системи напругою $U_{Л} = 660 \text{ В}$, $k_{2U} = 10\%$ увімкнений з'єднаний зіркою асинхронний трифазний двигун, кожна фаза якого має опори: при прямому порядку чергування фаз $\underline{Z}_1 = 8 + j6 \text{ Ом}$, при зворотному $\underline{Z}_2 = 4,5 + j1 \text{ Ом}$. Встановити, як впливає зсув фаз між напругами прямої та зворотної послідовностей на величини струмів у обмотках АД.

Розв'язання

Направимо вектор фазної напруги прямої послідовності по осі дійсних чисел. Тоді комплекс напруги прямої послідовності $\underline{U}_1 = U_{Л}/\sqrt{3} = 380 \text{ В}$.

За заданим коефіцієнтом несиметрії напруги k_{2U} визначимо модуль напруги зворотної послідовності $U_2 = k_{2U} U_{Л}/\sqrt{3} = 0,1 \cdot 380 = 38 \text{ В}$.

На практиці величина фазового зсуву між симетричними складовими прямої та зворотної послідовностей змінюється випадковим чином і може приймати значення від -180° до $+180^\circ$. Задаючись початковою фазою напруги зворотної послідовності $\psi_{U2} = -180^\circ$, формуємо комплекс напруги зворотної послідовності $\underline{U}_2 = U_2 \cdot e^{-j180^\circ} = -38 \text{ В}$.

Визначаємо симетричні складові струмів

$$\underline{I}_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{380}{8 + j6} = 38 \cdot e^{-j36,9^\circ} \text{ A}, \quad \underline{I}_2 = \frac{U_2}{Z_2} = \frac{-38}{4,5 + j1} = 8,24 \cdot e^{j167,5^\circ} \text{ A}.$$

Повні струми у фазних обмотках статора

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 38 \cdot e^{-j36,9^\circ} + 8,24 \cdot e^{j167,5^\circ} = 30,68 \cdot e^{-j43,2^\circ} \text{ A}, \\ \underline{I}_B &= a^2 \cdot \underline{I}_1 + a \cdot \underline{I}_2 = e^{j240^\circ} \cdot 38 \cdot e^{-j36,9^\circ} + e^{j120^\circ} \cdot 8,24 \cdot e^{j167,5^\circ} = 39,67 \cdot e^{-j144,9^\circ} \text{ A}, \\ \underline{I}_C &= a \cdot \underline{I}_1 + a^2 \cdot \underline{I}_2 = e^{j120^\circ} \cdot 38 \cdot e^{-j36,9^\circ} + e^{j240^\circ} \cdot 8,24 \cdot e^{j167,5^\circ} = 44,96 \cdot e^{j77,0^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

Далі з шагом 10° задаємось новими значеннями ψ_{U2} та повторюємо розрахунок. Результати розрахунку представлено у вигляді графіка на рис. 4.41.

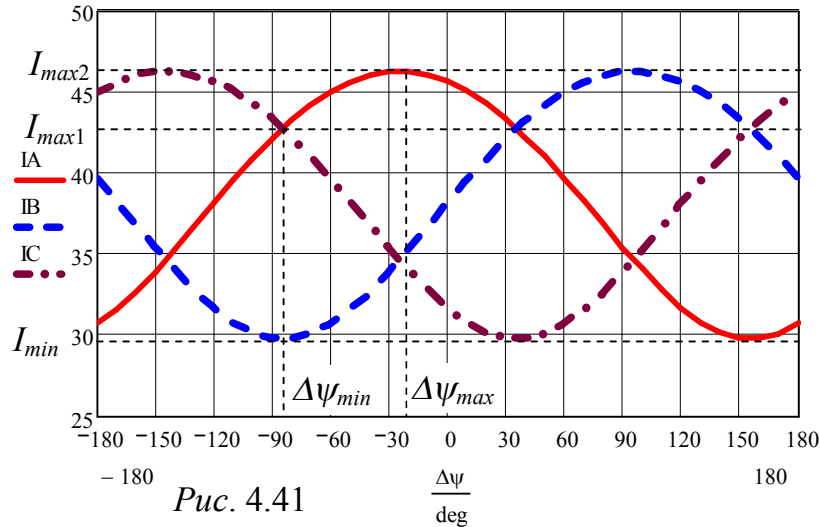


Рис. 4.41

З аналізу результатів (рис. 4.41) виходить, що при деяких значеннях фазового зсуву струм найбільш навантаженої фази (фази, в якій струм найбільший) приймає своє найменше (I_{max1} при $\Delta\psi = \Delta\psi_{min}$) і найбільше (I_{max2} при $\Delta\psi = \Delta\psi_{max}$) значення. Наприклад, при заданому рівні несиметрії $k_{2U} = 10\%$ струм найбільш навантаженої фази статора у залежності від $\Delta\psi$ може приймати значення у межах $(I_{max1} \div I_{max2}) = (1,12 \div 1,216)I_1$.

ЗАДАЧА 4.32. В умовах задачі 4.31 побудувати ВД струмів для випадків, коли струм фази A приймає найбільше і найменше значення. За допомогою векторних діаграм одержати вирази для розрахунку струмів у цих випадках.

Розв'язання

Згідно із законом Ома симетричні складові струмів статора визначаються наступним чином:

$$\underline{I}_1 = \frac{U_1 \cdot e^{j\psi_{U1}}}{Z_1 \cdot e^{j\varphi_1}}; \quad \underline{I}_2 = \frac{U_2 \cdot e^{j\psi_{U2}}}{Z_2 \cdot e^{j\varphi_2}}.$$

Тоді кут зсуву між симетричними складовими струмів дорівнює:

$$\Delta\psi_I = \psi_{I1} - \psi_{I2} = (\psi_{U1} - \psi_{U2}) - (\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{або} \quad \Delta\psi_I = \Delta\psi_U - \Delta\varphi.$$

З останньої формули виходить: якщо $\Delta\psi_U = \Delta\varphi + 180^\circ$, то симетричні складові струму фази A протилежні за напрямом ($\Delta\psi_I = 180^\circ$). У цьому випадку ВД має вигляд рис. 4.42,а, а значення струмів у обмотках двигуна

$$I_A = I_1 - I_2; \quad I_B = I_C = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2 \cos 120} = \sqrt{(I_1 + I_2)^2 - I_1I_2}.$$

Якщо $\Delta\psi_U = \Delta\varphi$, то $\Delta\psi_I = 0$ і симетричні складові струму фази A мають однаковий напрям і ВД прийме вигляд рис. 4.42,б. Значення струмів стають наступними

$$I_A = I_1 + I_2; \quad I_B = I_C = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2 \cos 60} = \sqrt{(I_1 + I_2)^2 - 3I_1I_2}.$$

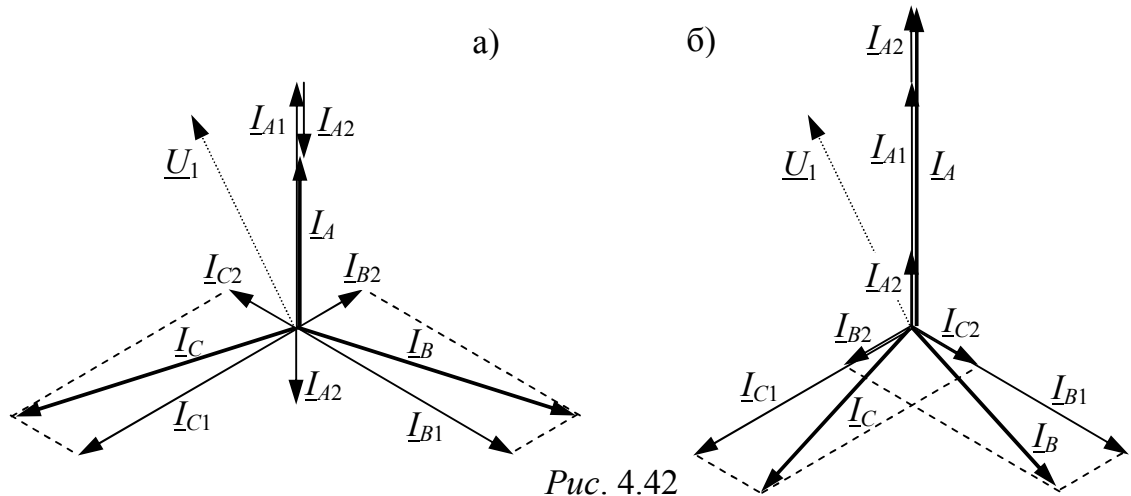


Рис. 4.42

ЗАДАЧА 4.33. Для двигуна АД МТН111-6 допустиме значення несиметрії струмів $k_{2I} = 18\%$, допустиме значення середнього струму статора при несиметричній системі струмів дорівнює $I_{сер} = \frac{1}{3}(I_A + I_B + I_C) = 0,9I_{ном}$. Для налагодження уставки спрацьовування пристрою захисту АД при $k_{2I} > 18\%$ необхідно розрахувати струм найбільш навантаженої фази статора при $\Delta\psi_U = \Delta\psi_{max}$.

Розв'язання

Оцінка несиметрії струмів в обмотках статора може здійснюватися на підставі порівняння значення струму найбільш навантаженої фази статора ($I_{найб}$) і середнього значення струму статора. Найбільш несприятливий зсув фаз між симетричними складовими прямої і зворотної послідовностей струмів у обмотках статора дорівнює $\Delta\psi_I = 0$ (див. задачу 4.32). У цьому випадку

$$I_{найб} = I_1 + I_2; \quad I_{сер} = \frac{1}{3}(I_1 + I_2 + 2\sqrt{(I_1 + I_2)^2 - 3I_1I_2});$$

$$\frac{I_{найб}}{I_{сер}} = \frac{3(I_1 + I_2)}{I_1 + I_2 + 2\sqrt{(I_1 + I_2)^2 - 3I_1I_2}} = \frac{3(I_1 + I_2)}{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1^2 + I_2^2 - I_1I_2}}.$$

Поділивши чисельник і знаменник на I_1 , одержимо:

$$\frac{I_{найб}}{I_{сер}} = \frac{3(k_{2I} + 1)}{k_{2I} + 1 + 2\sqrt{k_{2I}^2 - k_{2I} + 1}}.$$

Звідси шуканий струм

$$I_{найб} = \frac{3(k_{2I} + 1)I_{сер}}{k_{2I} + 1 + 2\sqrt{k_{2I}^2 - k_{2I} + 1}} = \frac{3(0,18 + 1) \cdot 0,9I_{ном}}{0,18 + 1 + 2\sqrt{0,18^2 - 0,18 + 1}} = 1,05I_{ном}.$$

ЗАДАЧА 4.34. Генератор з опорами для різних послідовностей $Z_{Г1} = j8 \text{ Ом}$, $Z_{Г2} = j2 \text{ Ом}$, $Z_{Г0} = j0,5 \text{ Ом}$, обмотки якого з'єднані у зірку з нейтраллю, що заземлена через опір $Z_{зГ} = 1 + j2 \text{ Ом}$, виробляє фазні напруги $U_{\phi} = 220 \text{ В}$, які утворюють симетричну трифазну систему, і живить через лінію з опорами $Z_{Л1} = Z_{Л2} = 1 + j2 \text{ Ом}$, $Z_{Л0} = 1 + j4 \text{ Ом}$ синхронний двигун, обмотки якого мають опори $Z_{Д1} = j12 \text{ Ом}$, $Z_{Д2} = j4 \text{ Ом}$, $Z_{Д0} = j1 \text{ Ом}$, з'єднані у зірку, нейтраль якої заземлена через опір $Z_{зД} = 2 + j1 \text{ Ом}$ (рис. 4.43).

Визначити струм лінії в симетричному режимі, а також струми проводів B і C при обриві проводу A і напругу в місці обриву.

Розв'язання

У симетричному режимі нейтраль не впливає на коло, тому розрахунок можна виконати для окремої фази. У одній фазі послідовно з'єднані: обмотка генератора, лінія і обмотка двигуна, причому враховуються опори лише прямої послідовності. Таким чином, повний опір однієї фази

$$Z_{\phi} = Z_{Г1} + Z_{Л1} + Z_{Д1} = j8 + 1 + j2 + j12 = 1 + j22 \text{ Ом}.$$

Струм в лінійному проводі знаходимо за законом Ома:

$$I_A = I_B = I_C = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{220}{\sqrt{1^2 + 22^2}} = 9,99 \text{ А}.$$

При обриванні лінійного проводу A коло стає несиметричним. Місце несиметрії імітуємо уведенням джерел з напругою U_A , U_B , U_C , через які протікають струми I_A , I_B , I_C (рис. 4.44). Вказані напруги і струми створюють несиметричні системи векторів на комплексній площині та можуть бути розкладені на симетричні складові. В результаті відповідно до принципу накладання одне несиметричне трифазне коло рис. 4.44 розпадається на три симетричні: прямої, зворотної і нульової послідовностей (рис. 4.45, а, б, в), для яких на підставі другого закону Кірхгофа одержуємо три рівняння:

$$\underline{U}_1 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = \underline{U}_{\phi},$$

$$\underline{U}_2 + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 = 0,$$

$$\underline{U}_0 + \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_0 = 0,$$

де $\underline{Z}_1 = Z_{Г1} + Z_{Л1} + Z_{Д1},$

$$\underline{Z}_2 = Z_{Г2} + Z_{Л2} + Z_{Д2},$$

$$\underline{Z}_0 = Z_{Г0} + Z_{Л0} + Z_{Д0} + 3Z_{зГ} + 3Z_{зД}.$$

Решту три рівняння складаємо за умовами

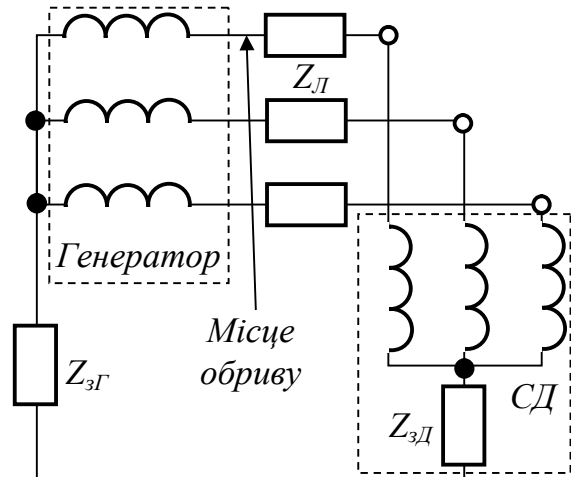


Рис. 4.43

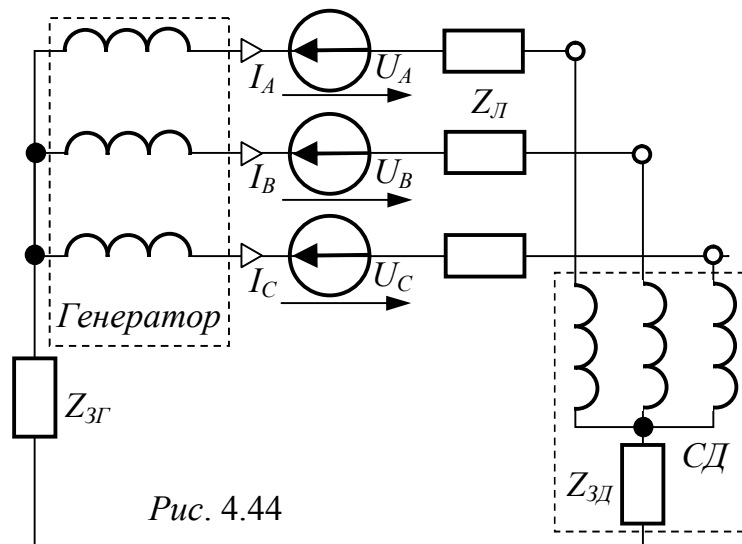


Рис. 4.44

конкретної несиметрії:

$$\begin{aligned} \underline{U}_B &= a^2 \cdot \underline{U}_1 + a \cdot \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0, \\ \underline{U}_C &= a \cdot \underline{U}_1 + a^2 \cdot \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0, \\ \underline{I}_A &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0. \end{aligned}$$

Розв'язав систему, одержуємо симетричні складові, за допомогою яких знаходимо всі шукані у задачі величини.

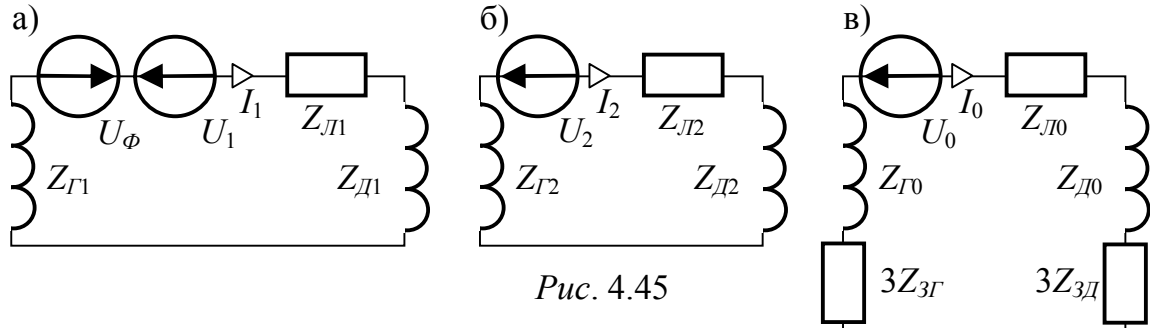


Рис. 4.45

Нижче подається текст MathCAD-програми розрахунку.

ORIGIN:= 1 $j := \sqrt{-1}$ – уявна одиниця $a := e^{j \cdot 120 \cdot \text{deg}}$
 Вихідні дані $U\Phi := 220$ $Z\Gamma1 := j \cdot 8$ $Z\Gamma2 := j \cdot 2$ $Z\Gamma0 := j \cdot 0.5$
 $Z\Delta1 := j \cdot 12$ $Z\Delta2 := j \cdot 4$ $Z\Delta0 := j \cdot 1$ $ZЛ1 := 1 + j \cdot 2$ $ZЛ2 := 1 + j \cdot 2$ $ZЛ0 := 1 + j \cdot 4$
 $Z3\Gamma := 1 + j \cdot 2$ $Z3\Delta := 2 + j \cdot 1$

Розрахунок опорів схем різних послідовностей

$Z1 := Z\Gamma1 + ZЛ1 + Z\Delta1$ $Z1 = 1 + j \cdot 22$ $Z2 := Z\Gamma2 + ZЛ2 + Z\Delta2$ $Z2 = 1 + j \cdot 8$
 $Z0 := Z\Gamma0 + ZЛ0 + Z\Delta0 + 3Z3\Gamma + 3Z3\Delta$ $Z0 = 10 + j \cdot 14.5$

Система рівнянь та її розв'язання

$$K := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Z1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & Z2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z0 \\ a^2 & a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & a^2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad L := \begin{bmatrix} U\Phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X := K^{-1} \cdot L$$

$$|\vec{X}| = \begin{bmatrix} 45.24 \\ 45.24 \\ 45.24 \\ 7.98 \\ 5.1 \\ 2.56 \end{bmatrix} \quad \frac{\arg(X)}{\text{deg}} = \begin{bmatrix} -10.4 \\ -10.4 \\ -10.4 \\ -84.7 \\ 86.7 \\ 114.2 \end{bmatrix}$$

Шукані симетричні складові $\underline{U}_1 = X_1$ $\underline{U}_2 = X_2$ $\underline{U}_0 = X_3$ $\underline{I}_1 = X_4$ $\underline{I}_2 = X_5$ $\underline{I}_0 = X_6$

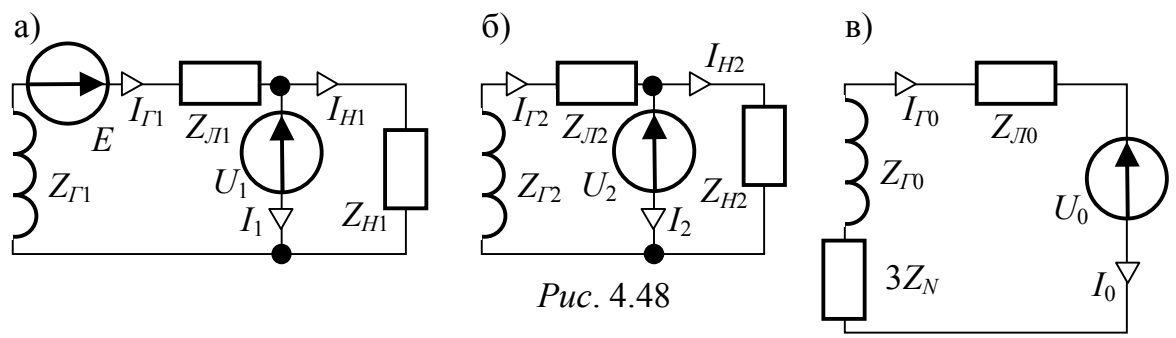
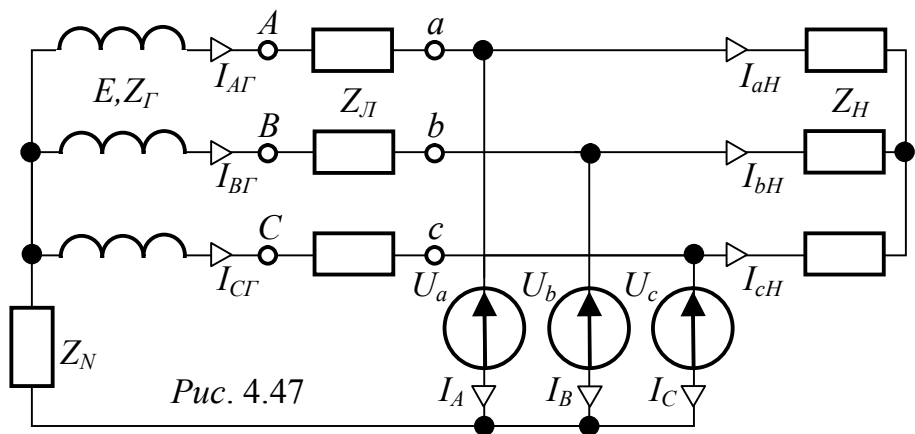
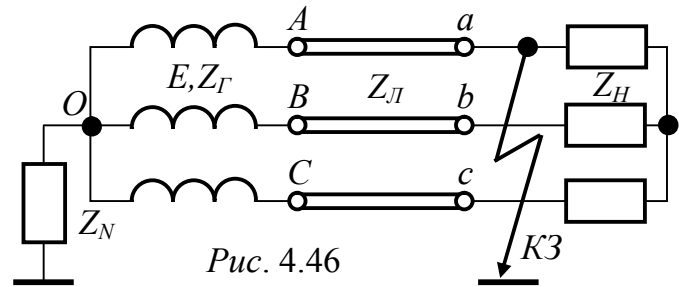
$IB := a^2 \cdot X_4 + a \cdot X_5 + X_6$ $|IB| = 13.68$ $\arg(IB) = 166.7$
 $IC := a \cdot X_4 + a^2 \cdot X_5 + X_6$ $|IC| = 10.87$ $\arg(IC) = 20.9$
 $UA := X_1 + X_2 + X_3$ $|UA| = 135.7$ $\arg(UA) = -10.4$

ЗАДАЧА 4.35. У кінці лінії (рис. 4.46) фаза *A* замкнена на землю. Фазна ЕРС генератора $E = 20 \text{ кВ}$, опори різних послідовностей: генератора $Z_{Г1} = j9 \text{ Ом}$, $Z_{Г2} = j1 \text{ Ом}$, $Z_{Г0} = j0,5 \text{ Ом}$; лінії $Z_{Л1} = Z_{Л2} = j1 \text{ Ом}$, $Z_{Л0} = j2 \text{ Ом}$; навантаження $Z_{Н1} = j10 \text{ Ом}$, $Z_{Н2} = j2 \text{ Ом}$; опор заземлення нульової точки $Z_N = j0,5 \text{ Ом}$. Визначити:

- 1) струми у всіх фазах генератора і навантаження;
- 2) напруги по відношенню до землі на затискачах генератора і навантаження.

Розв'язання

У задачі має місце так звана *поперечна несиметрія*. Місце несиметрії імітуємо введенням джерел з напругами U_a, U_b, U_c , через які протікають струми I_A, I_B, I_C



(рис. 4.47). Вказані напруги і струми утворюють несиметричні системи векторів і можуть бути розкладені на симетричні складові. У результаті відповідно до принципу накладання одне несиметричне трифазне коло рис. 4.47 розпадається на три симетричні прямої, зворотної і нульової послідовностей (рис. 4.48, а, б, в). Спростимо схеми рис. 4.48, а, б, в, звівши їх до вигляду рис. 4.49, а, б, в. Параметри схем рис. 4.49 визначаються за формулами:

$$Z_1 = \frac{Z_{H1} \cdot (Z_{Г1} + Z_{Л1})}{Z_{H1} + Z_{Г1} + Z_{Л1}}; \quad Z_2 = \frac{Z_{H2} \cdot (Z_{Г2} + Z_{Л2})}{Z_{H2} + Z_{Г2} + Z_{Л2}}; \quad Z_0 = Z_{Г0} + Z_{Л0} + 3Z_N;$$

$$E_1 = \frac{E \cdot (Z_{Г1} + Z_{Л1})^{-1}}{(Z_{Г1} + Z_{Л1})^{-1} + Z_{H1}^{-1}} \text{ (відповідно до методу двох вузлів).}$$

На підставі другого закону Кірхгофа для схем рис. 4.49 отримуємо три рівняння: $U_1 + I_1 \cdot Z_1 = E_1$, $U_2 + I_2 \cdot Z_2 = 0$, $U_0 + I_0 \cdot Z_0 = 0$.

Наступні три рівняння складаються за умовами конкретної несиметрії:

$$\underline{I}_B = a^2 \cdot \underline{I}_1 + a \cdot \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0,$$

$$\underline{I}_C = a \cdot \underline{I}_1 + a^2 \cdot \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0,$$

$$\underline{U}_a = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0.$$

Розв'язав систему, одержуємо симетричні складові, за допомогою яких знаходимо всі шукані в задачі величини.

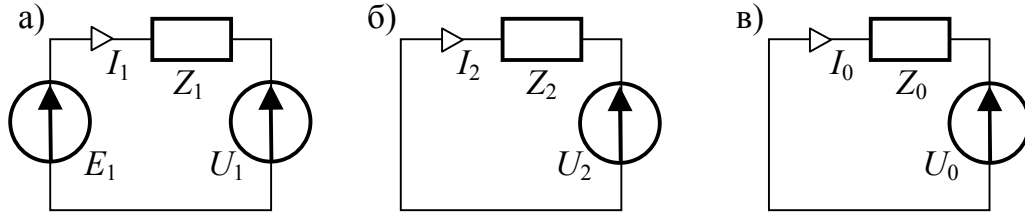


Рис. 4.49

Нижче наводиться текст MathCAD-програми розрахунку.

$$ORIGIN := 1 \quad j := \sqrt{-1} \text{ — уявна одиниця} \quad a := e^{j \cdot 120 \cdot deg}$$

Функція користувача для виводу результатів $f(x) := \left(x \quad |x| \quad \frac{arg(x)}{deg} \right)$

$$\text{Вихідні дані} \quad E := 20 \quad Z_{Г1} := j \cdot 9 \quad Z_{Г2} := j \quad Z_{Г0} := j \cdot 0.5$$

$$Z_{Н1} := j \cdot 10 \quad Z_{Н2} := j \cdot 2 \quad Z_{Л1} := j \quad Z_{Л2} := j \quad Z_{Л0} := j \cdot 2 \quad Z_N := j \cdot 0.5$$

Обчислення параметрів схем різних послідовностей

$$Z1 := \frac{Z_{Н1} \cdot (Z_{Г1} + Z_{Л1})}{Z_{Н1} + Z_{Г1} + Z_{Л1}} \quad Z1 = 5j \quad Z2 := \frac{Z_{Н2} \cdot (Z_{Г2} + Z_{Л2})}{Z_{Н2} + Z_{Г2} + Z_{Л2}} \quad Z2 = j$$

$$Z0 := Z_{Г0} + Z_{Л0} + 3Z_N \quad Z0 = 4j$$

$$E1 := \frac{E \cdot (Z_{Г1} + Z_{Л1})^{-1}}{(Z_{Г1} + Z_{Л1})^{-1} + Z_{Н1}^{-1}} \quad E1 = 10$$

Система рівнянь та її розв'язання

$$K := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Z1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & Z2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2 & a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad L := \begin{bmatrix} E1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X := K^{-1} \cdot L$$

Шукані симетричні складові

$$U1 := X_1 \quad U2 := X_2 \quad U0 := X_3 \quad I1 := X_4 \quad I2 := X_5 \quad I0 := X_6$$

$$U1 = 5 \quad U2 = -1 \quad U0 = -4 \quad I1 = -j \quad I2 = -j \quad I0 = -j$$

Симетричні складові струмів навантаження і генератора (κA і κB)
на підставі рис. 4.48

$$I_{H1} := \frac{U1}{Z_{H1}} \quad I_{H1} = -0.5j \quad I_{H2} := \frac{U2}{Z_{H2}} \quad I_{H2} = 0.5j \quad I_{H0} := 0$$

$$I\Gamma_1 := \frac{E - U_1}{Z\Gamma_1 + Z\mathcal{L}1} \quad I\Gamma_1 = -1.5j \quad I\Gamma_2 := \frac{-U_2}{Z\Gamma_2 + Z\mathcal{L}2} \quad I\Gamma_2 = -0.5j$$

$$I\Gamma_0 := \frac{-U_0}{3 \cdot Z_N + Z\Gamma_0 + Z\mathcal{L}0} \quad I\Gamma_0 = -j$$

Струми навантаження, генератора і в місці КЗ (κA)

$$\begin{aligned} I_{aH} &:= I_{H1} + I_{H2} + I_{H0} & I_{aH} &= 0 \\ I_{bH} &:= a^2 \cdot I_{H1} + a \cdot I_{H2} + I_{H0} & I_{bH} &= -0.866 \\ I_{cH} &:= a \cdot I_{H1} + a^2 \cdot I_{H2} + I_{H0} & I_{cH} &= 0.866 \\ I_{A\Gamma} &:= I\Gamma_1 + I\Gamma_2 + I\Gamma_0 & I_{A\Gamma} &= -3j \\ I_{B\Gamma} &:= a^2 \cdot I\Gamma_1 + a \cdot I\Gamma_2 + I\Gamma_0 & I_{B\Gamma} &= -0.866 \\ I_{C\Gamma} &:= a \cdot I\Gamma_1 + a^2 \cdot I\Gamma_2 + I\Gamma_0 & I_{C\Gamma} &= 0.866 \\ I_A &:= I_1 + I_2 + I_0 & I_A &= -3j \\ I_B &:= a^2 \cdot I_1 + a \cdot I_2 + I_0 & I_B &= 0 \\ I_C &:= a \cdot I_1 + a^2 \cdot I_2 + I_0 & I_C &= 0 \end{aligned}$$

Напруга на навантаженні (у місці КЗ) і на затискачах генератора (κB)

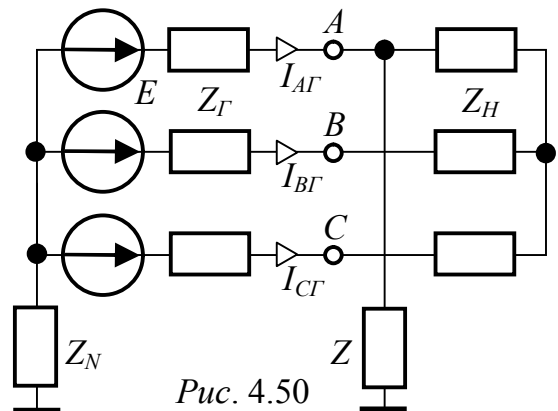
$$\begin{aligned} U_a &:= U_1 + U_2 + U_0 & U_a &= 0 \\ U_b &:= a^2 \cdot U_1 + a \cdot U_2 + U_0 & f(U_b) &= (-6 - 5.196j \quad 7.937 \quad -139.107) \\ U_c &:= a \cdot U_1 + a^2 \cdot U_2 + U_0 & f(U_c) &= (-6 + 5.196j \quad 7.937 \quad 139.107) \\ U_{\Gamma 1} &:= U_1 + I\Gamma_1 \cdot Z\mathcal{L}1 & U_{\Gamma 1} &= 6.5 \\ U_{\Gamma 2} &:= U_2 + I\Gamma_2 \cdot Z\mathcal{L}2 & U_{\Gamma 2} &= -0.5 \\ U_{\Gamma 0} &:= U_0 + I\Gamma_0 \cdot Z\mathcal{L}0 & U_{\Gamma 0} &= -2 \\ U_A &:= U_{\Gamma 1} + U_{\Gamma 2} + U_{\Gamma 0} & U_A &= 4 \\ U_B &:= a^2 \cdot U_{\Gamma 1} + a \cdot U_{\Gamma 2} + U_{\Gamma 0} & f(U_B) &= (-5 - 6.062j \quad 7.858 \quad -129.515) \\ U_C &:= a \cdot U_{\Gamma 1} + a^2 \cdot U_{\Gamma 2} + U_{\Gamma 0} & f(U_C) &= (-5 + 6.062j \quad 7.858 \quad 129.515) \end{aligned}$$

ЗАДАЧА 4.36. На шинах генератора, що працює при з'єднанні навантаження зіркою, сталося однофазне замикання на землю через опір $Z = 4,65 \text{ Ом}$ (рис. 4.50). Опори генератора (в Ом): $Z_{\Gamma 1} = j10$, $Z_{\Gamma 2} = j1$, $Z_{\Gamma 0} = j10$; опори навантаження однакові для всіх послідовностей: $Z_H = j100 \text{ Ом}$. Опір заземлення нейтральної точки генератора $Z_N = 2 \text{ Ом}$. Фазна ЕРС генератора $E = 20 \text{ кВ}$.

Визначити струми у всіх фазах генератора.

Розв'язання

У даному завданні має місце поперечна несиметрія. Місце несиметрії імітуємо введенням джерел з напругою U_A , U_B , U_C , через які протікають струми I_A , I_B , I_C (рис. 4.51). Вказані напруги і струми створюють несиметричні системи векторів і можуть бути розкладені на симетричні складові. У результаті відповідно до принципу накладання одне несиметричне трифазне коло рис. 4.51 розпадається на три симетричні прямої, зворотної і нульової послідовностей (рис. 4.52, а, б, в).



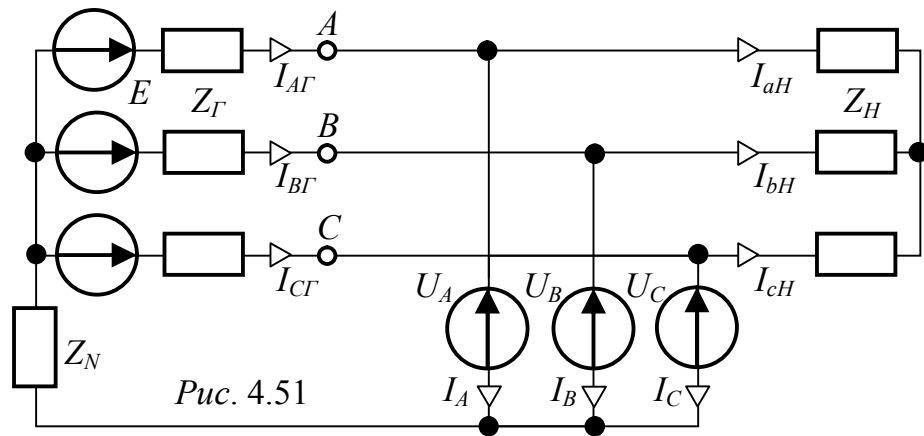


Рис. 4.51

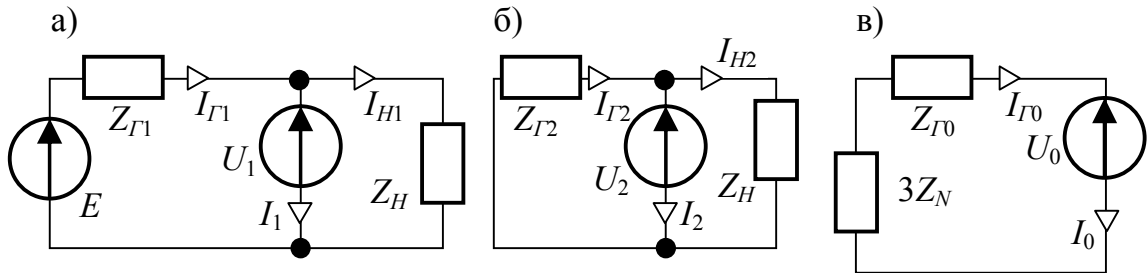


Рис. 4.52

Спростимо схеми рис. 4.52,а, б, в, звівши їх до вигляду рис. 4.49,а, б, в. Параметри схем рис. 4.49 визначаються за формулами:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_H \cdot \underline{Z}_{\Gamma 1}}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{\Gamma 1}}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_H \cdot \underline{Z}_{\Gamma 2}}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{\Gamma 2}}; \quad \underline{Z}_0 = \underline{Z}_{\Gamma 0} + 3\underline{Z}_N; \quad \underline{E}_1 = \frac{\underline{E} \cdot \underline{Z}_{\Gamma 1}^{-1}}{\underline{Z}_{\Gamma 1}^{-1} + \underline{Z}_H^{-1}}.$$

На підставі другого закону Кірхгофа для схем рис. 4.49 одержуємо три рівняння: $\underline{U}_1 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = \underline{E}_1$, $\underline{U}_2 + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 = 0$, $\underline{U}_0 + \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_0 = 0$.

Решта три рівняння складаються за умовами конкретної несиметрії:

$$\underline{I}_B = a^2 \cdot \underline{I}_1 + a \cdot \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0,$$

$$\underline{I}_C = a \cdot \underline{I}_1 + a^2 \cdot \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0,$$

$$\underline{U}_A = \underline{I}_A \cdot \underline{Z} \quad \text{або} \quad \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0) \cdot \underline{Z}.$$

Розв'язав систему, одержуємо симетричні складові, за допомогою яких знаходимо шукані у задачі величини.

Нижче подається текст MathCAD-програми розрахунку.

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad j := \sqrt{-1} \quad \text{— уявна одиниця} \quad a := e^{j \cdot 120 \cdot \text{deg}}$$

Функція користувача для виводу результатів $f(x) := \left(x \quad |x| \quad \frac{\arg(x)}{\text{deg}} \right)$

$$\begin{aligned} \text{Вихідні дані} \quad E &:= 220 & Z_{\Gamma 1} &:= j \cdot 10 & Z_{\Gamma 2} &:= j & Z_{\Gamma 0} &:= j \cdot 10 \\ Z_H &:= j \cdot 100 & Z &:= 4.65 & Z_N &:= 2 \end{aligned}$$

Обчислення параметрів схем різних послідовностей

$$Z_1 := \frac{Z_H \cdot Z_{\Gamma 1}}{Z_H + Z_{\Gamma 1}} \quad Z_1 = 9.091j \quad Z_2 := \frac{Z_H \cdot Z_{\Gamma 2}}{Z_H + Z_{\Gamma 2}} \quad Z_2 = 0.99j$$

$$Z_0 := Z_{\Gamma 0} + 3Z_N \quad f(Z_0) = (6 + 10j \quad 11.662 \quad 69.036) \quad E_1 := \frac{E \cdot Z_H}{Z_{\Gamma 1} + Z_H} \quad E_1 = 200$$

Система рівнянь та її розв'язання

$$K := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Z1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & Z2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z0 \\ 1 & 1 & 1 & -Z & -Z & -Z \\ 0 & 0 & 0 & a^2 & a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad L := \begin{bmatrix} E1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X := K^{-1} \cdot L$$

Шукані симетричні складові

$$U1 := X_1 \quad U2 := X_2 \quad U0 := X_3 \quad I1 := X_4 \quad I2 := X_5 \quad I0 := X_6$$

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} 160.931 \\ 6.996 \\ 82.398 \\ 7.066 \\ 7.066 \\ 7.066 \end{bmatrix} \quad \frac{\arg(\vec{X})}{deg} = \begin{bmatrix} -16.338 \\ -135.188 \\ -166.151 \\ -45.188 \\ -45.188 \\ -45.188 \end{bmatrix}$$

Симетричні складові струмів генератора на підставі рис. 4.52

$$I\Gamma1 := I1 + \frac{U1}{ZH} \quad I\Gamma2 := I2 + \frac{U2}{ZH} \quad I\Gamma0 := I0$$

Струми генератора

$$IAG := I\Gamma1 + I\Gamma2 + I\Gamma0 \quad f(IAG) = (14.437 - 16.532j \quad 21.949 \quad -48.87)$$

$$IB\Gamma := a^2 \cdot I\Gamma1 + a \cdot I\Gamma2 + I\Gamma0 \quad f(IB\Gamma) = (-1.129 + 1.097j \quad 1.574 \quad 135.842)$$

$$IC\Gamma := a \cdot I\Gamma1 + a^2 \cdot I\Gamma2 + I\Gamma0 \quad f(IC\Gamma) = (1.631 + 0.398j \quad 1.679 \quad 13.71)$$

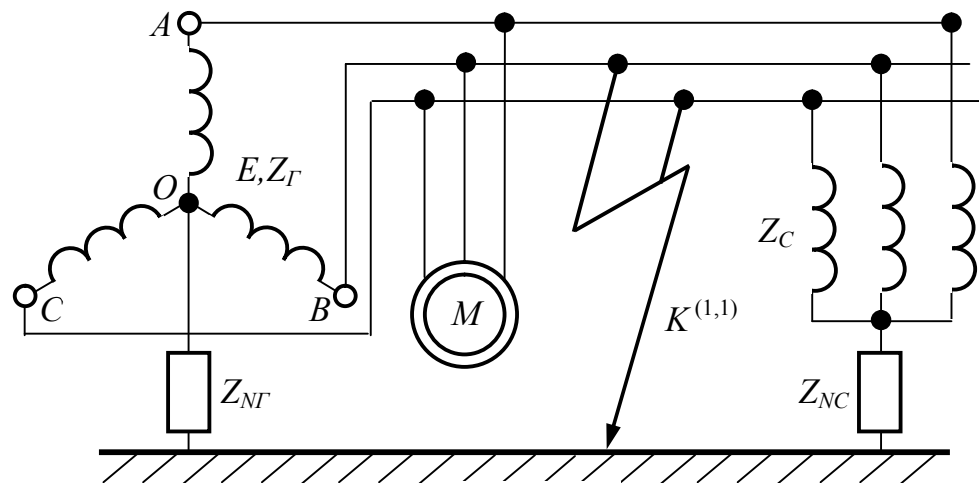


Рис. 4.53

ЗАДАЧА 4.37. Від симетричного трифазного генератора живляться асинхронний і синхронний двигуни (рис. 4.53). Фазна ЕРС генератора $E = 220 \text{ В}$, опори різних послідовностей: генератора $Z_{\Gamma1} = j0,6 \text{ Ом}$, $Z_{\Gamma2} = j0,1 \text{ Ом}$, $Z_{\Gamma0} = j0,05 \text{ Ом}$; асинхронного двигуна $Z_{\Delta1} = 3 + j0,4 \text{ Ом}$, $Z_{\Delta2} = 0,05 + j0,1 \text{ Ом}$; синхронного двигуна $Z_{C1} = 4 + j0,5 \text{ Ом}$, $Z_{C2} = 0,1 + j0,2 \text{ Ом}$, $Z_{C0} = 0,1 + j0,1 \text{ Ом}$;

опір заземлення нульових точок генератора і синхронного двигуна $-Z_{NF}=Z_{NC}=0,1 \text{ Ом}$. Визначити: струми двофазного на землю металевого замикання проводів B і C , сумарний струм короткого замикання, напругу на неушкодженій фазі A . Додатково визначити за спрощеною методикою, яку застосовують у курсі «Електромагнітні перехідні процеси», симетричні складові струмів і напруг, що вводяться у місце короткого замикання, порівняти їх значення з отриманими за методикою курсу ТОЕ.

Розв'язання

Аналогічно тому, як це було зроблено при розв'язанні задачі 4.37 (рис. 4.51), введемо в місце аварії систему джерел з напругами U_A, U_B, U_C , через які протікають струми I_A, I_B, I_C і які представляємо симетричними складовими прямої, зворотної і нульової послідовностей. Розглядаючи кожен з послідовностей окремо, отримуємо розрахункові схеми для однієї фази (рис. 4.54). Спрощуємо отримані розрахункові схеми до виду рис. 4.49. Тут

$$\underline{Z}_1 = (\underline{Z}_{Г1}^{-1} + \underline{Z}_{Д1}^{-1} + \underline{Z}_{С1}^{-1})^{-1}; \quad \underline{Z}_2 = (\underline{Z}_{Г2}^{-1} + \underline{Z}_{Д2}^{-1} + \underline{Z}_{С2}^{-1})^{-1};$$

$$\underline{Z}_0 = \frac{(\underline{Z}_{Г0} + 3\underline{Z}_{NF}) \cdot (\underline{Z}_{С0} + 3\underline{Z}_{NC})}{\underline{Z}_{Г0} + 3\underline{Z}_{NF} + \underline{Z}_{С0} + 3\underline{Z}_{NC}}; \quad \underline{E}_1 = \frac{\underline{E} \cdot \underline{Z}_{Г1}^{-1}}{\underline{Z}_{Г1}^{-1} + \underline{Z}_{Д1}^{-1} + \underline{Z}_{С1}^{-1}}.$$

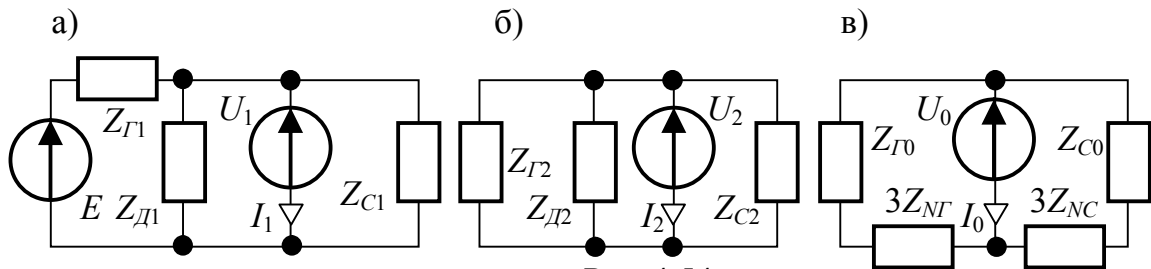


Рис. 4.54

На підставі другого закону Кірхгофа для схем рис. 4.49 одержуємо три рівняння: $\underline{U}_1 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = \underline{E}_1$, $\underline{U}_2 + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 = 0$, $\underline{U}_0 + \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_0 = 0$.

Решту три рівняння складають за умовами конкретної несиметрії:

$$\underline{U}_B = a^2 \cdot \underline{U}_1 + a \cdot \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0,$$

$$\underline{U}_C = a \cdot \underline{U}_1 + a^2 \cdot \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0,$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0.$$

Розв'язав систему, отримуємо симетричні складові, за допомогою яких знаходимо шукані в задачі величини.

У методиці, що вживається в курсі «Електромагнітні перехідні процеси», спочатку визначають струм трифазного короткого замикання, яке є симетричним і для його визначення потрібна лише схема заміщення прямої послідовності. При цьому рис. 4.49,а перетворюється на рис. 4.55,а. Очевидно, $\underline{I}K^{(3)} := \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_{Г1}} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1}$. Симетрична складова прямої послідовності струму

короткого замикання \underline{I}_1 знаходиться відповідно до правила Н.Н. Щедрина, згідно з яким точка замикання віддаляється на додатковий опір \underline{Z}_A , який не залежить від параметрів схеми прямої послідовності і для кожного виду короткого замикання визначається результуючими опорами зворотної і нульової послідовностей відносно даної точки схеми, тобто схема рис. 4.55,а

перетворюється на схему рис. 4.55,б. В разі двофазного на землю короткого замикання $Z_{\Delta}^{1,1} = \frac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0}$. Одержуємо рис. 4.55,в, з якого знаходимо всі необхідні симетричні складові:

$$\underline{I}_1 = \frac{E_1}{Z_1 + Z_{\Delta}^{1,1}}; \quad \underline{I}_2 = -I_1 \cdot \frac{Z_0}{Z_2 + Z_0}; \quad \underline{I}_0 = -I_1 \cdot \frac{Z_2}{Z_2 + Z_0}; \quad \underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \underline{U}_0 = I_1 \cdot Z_{\Delta}^{1,1}.$$

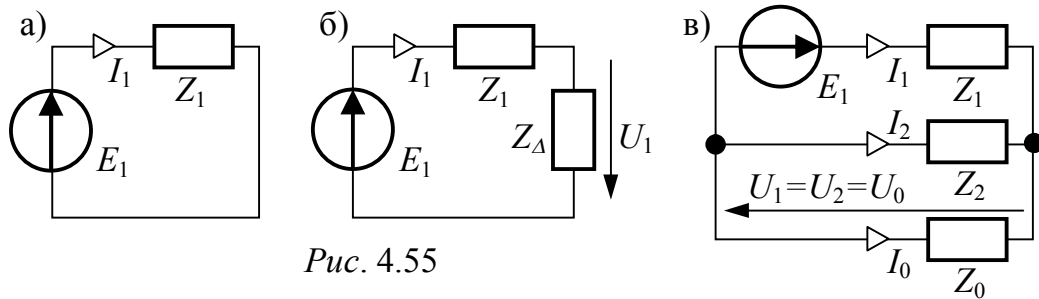


Рис. 4.55

Нижче наводиться текст MathCAD-програми розрахунку.

$$ORIGIN := 1 \quad j := \sqrt{-1} \text{ - уявна одиниця} \quad a := e^{j \cdot 120 \cdot deg}$$

Функція користувача для виводу результатів $f(x) := \left(x \quad |x| \quad \frac{arg(x)}{deg} \right)$

$$\text{Вихідні дані} \quad E := 220 \quad Z_{\Gamma 1} := j \cdot 0.6 \quad Z_{\Gamma 2} := j \cdot 0.1 \quad Z_{\Gamma 0} := j \cdot 0.05$$

$$Z_{\Delta 1} := 3 + j \cdot 4 \quad Z_{\Delta 2} := 0.05 + j \cdot 0.1 \quad Z_{\Delta 0} := 0.05 + j \cdot 0.05$$

$$Z_{C1} := 4 + j \cdot 0.5 \quad Z_{C2} := 0.1 + j \cdot 0.2 \quad Z_{C0} := 0.1 + j \cdot 0.1$$

$$Z_{N\Gamma} := 0.1 \quad Z_{NC} := 0.1$$

Обчислення параметрів схем різних послідовностей

$$Z_1 := (Z_{\Gamma 1}^{-1} + Z_{\Delta 1}^{-1} + Z_{C1}^{-1})^{-1} \quad f(Z_1) = (0.171 + 0.518j \quad 0.546 \quad 71.764)$$

$$Z_2 := (Z_{\Gamma 2}^{-1} + Z_{\Delta 2}^{-1} + Z_{C2}^{-1})^{-1} \quad f(Z_2) = (0.012 + 0.042j \quad 0.044 \quad 74.745)$$

$$Z_0 := \frac{(Z_{\Gamma 0} + 3 \cdot Z_{N\Gamma}) \cdot (Z_{C0} + 3 \cdot Z_{NC})}{Z_{\Gamma 0} + 3 \cdot Z_{N\Gamma} + Z_{C0} + 3 \cdot Z_{NC}} \quad f(Z_0) = (0.172 + 0.035j \quad 0.175 \quad 11.404)$$

$$E_1 := \frac{E \cdot Z_{\Gamma 1}^{-1}}{Z_{\Gamma 1}^{-1} + Z_{\Delta 1}^{-1} + Z_{C1}^{-1}} \quad f(E_1) = (189.971 - 62.592j \quad 200.017 \quad -18.236)$$

Система рівнянь та її розв'язання

$$K := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Z_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & Z_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_0 \\ a^2 & a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & a^2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad L := \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X := K^{-1} \cdot L$$

Шукані симетричні складові

$$U_1 := X_1 \quad U_2 := X_2 \quad U_0 := X_3 \quad I_1 := X_4 \quad I_2 := X_5 \quad I_0 := X_6$$

$$f(U_1) = (11.895 - 5.821j \quad 13.243 \quad -26.074)$$

$$\begin{aligned}
f(U_2) &= (11.895 - 5.821j \quad 13.243 \quad -26.074) \\
f(U_0) &= (11.895 - 5.821j \quad 13.243 \quad -26.074) \\
f(I_1) &= (3.311 - 342.617j \quad 342.633 \quad -89.446) \\
f(I_2) &= (56.686 + 296.616j \quad 301.984 \quad 79.181) \\
f(I_0) &= (-59.997 + 46.001j \quad 75.602 \quad 142.522)
\end{aligned}$$

Шукані струми і напруги

$$\begin{aligned}
IB &:= a^2 \cdot I_1 + a \cdot I_2 + I_0 & f(IB) &= (-643.587 + 115.226j \quad 653.821 \quad 169.85) \\
IC &:= a \cdot I_1 + a^2 \cdot I_2 + I_0 & f(IC) &= (463.597 + 22.777j \quad 464.156 \quad 2.813) \\
IN &:= 3 \cdot I_0 & f(IN) &= (-179.99 + 138.003j \quad 226.806 \quad 142.522) \\
UA &:= U_1 + U_2 + U_0 & f(UA) &= (35.685 - 17.462j \quad 39.729 \quad -26.074)
\end{aligned}$$

Розрахунки за спрощеною методикою курсу «Електромагнітні перехідні процеси»

$$\begin{aligned}
\frac{E}{Z\Gamma_1} &= -366.667j & \frac{E_1}{Z_1} &= -366.667j \\
Z\Delta &:= \frac{Z_2 \cdot Z_0}{Z_2 + Z_0} & f(Z\Delta) &= (0.017 + 0.035j \quad 0.039 \quad 63.372) \\
I_1 &:= \frac{E_1}{Z_1 + Z\Delta} & f(I_1) &= (3.311 - 342.617j \quad 342.633 \quad -89.446) \\
I_2 &:= -I_1 \cdot \frac{Z_0}{Z_2 + Z_0} & f(I_2) &= (56.686 + 296.616j \quad 301.984 \quad 79.181) \\
I_0 &:= -I_1 \cdot \frac{Z_2}{Z_2 + Z_0} & f(I_0) &= (-59.997 + 46.001j \quad 75.602 \quad 142.522) \\
U_1 &:= I_1 \cdot Z\Delta & f(U_1) &= (11.895 - 5.821j \quad 13.243 \quad -26.074)
\end{aligned}$$

Як видно з результатів обчислень, відповіді повністю збігаються із значеннями, які отримані за методикою курсу ТОЕ.