

3 ЛІНІЙНІ КОЛА СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

3.1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ

Синусоїдним називається струм, що змінюється у часі за синусоїдним законом. Значення струму в деякий момент часу називається його *миттєвим* значенням і позначається малою буквою *i*. Струм вважається визначеним, якщо відомий закон зміни його миттєвого значення і вказаний додатний напрям. Для синусоїдного струму

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi),$$

де: I_m – максимальне значення або *амплітуда* струму;

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f \text{ – кутлова частота;}$$

T і f – *період* і *частота* струму;

ψ – *початкова фаза*.

Крім амплітудного значення, він характеризується ще *середнім* $I_{\text{сеп}} = 2I_m/\pi$, а також *діючим* $I = I_m/\sqrt{2}$ значеннями.

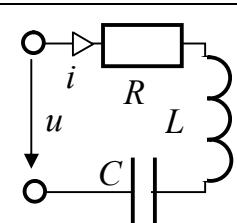
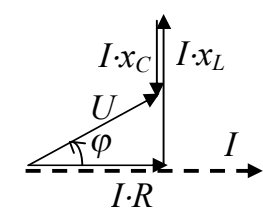
Пасивними елементами кола синусоїдного струму є активний опір R (враховує перетворення електричної енергії в інші види), індуктивність L (враховує наявність магнітного поля і явище самоіндукції) і ємність C (враховує наявність електричного поля). Стан цих елементів при увімкненні їх до напруги $u = U_m \cdot \sin \omega t$ характеризується даними табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Елемент	Миттєве значення струму	Закон Ома для діючих значень	Векторна діаграма
R	$i = \frac{U_m}{R} \sin \omega t$	$I = \frac{U}{R}$	
L	$i = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t - 90^\circ)$	$I = \frac{U}{x_L} = \frac{U}{\omega L}$	
C	$i = \omega C U_m \sin(\omega t + 90^\circ)$	$I = \frac{U}{x_C} = \omega C U$	

Основні величини, що мають місце у колі з послідовним з'єднанням R , L та C , якщо до нього підведена напруга $u = U_m \cdot \sin \omega t$, наведені у табл. 3.2.

Таблиця 3.2

Коло	Миттєве значення струму	Закон Ома для діючих значень	Векторна діаграма при $x_L > x_C$
	$i = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi);$ $Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2};$ $\varphi = \arctg \frac{x_L - x_C}{R}$	$I = \frac{U}{Z}$	

При $x_L = x_C$, чого можна добитися, змінюючи L , C або ω , у RLC -колі виникає *резонанс напруги*, і тоді $U_L = U_C$, $U_R = U$, $\varphi = 0$ ($\cos \varphi = 1$), струм $I = U/R$ має максимальне значення.

Якщо у колі послідовно з'єднано декілька R , L і C , то його

повний опір $Z = \sqrt{(\sum R)^2 + (\sum x_L - \sum x_C)^2}$,

а кут зсуву фаз напруги і струму $\varphi = \arctg \frac{\sum x_L - \sum x_C}{\sum R}$.

При паралельному з'єднанні віток, в кожній з яких може бути будь-яка комбінація R , L та C , струми розкладаються на активні (співпадаючі з напругою) і реактивні (перпендикулярні до напруги) складові. Для струму k -ої вітки $I_{ka} = I_k \cdot \cos \varphi_k$, $I_{kp} = I_k \cdot \sin \varphi_k$, $I_k = \sqrt{I_{ka}^2 + I_{kp}^2}$. Активна і реактивна складові струму в нерозгалуженій частині кола, відповідно: $I_a = \sum I_{ka}$, $I_p = \sum I_{kp}$.

При розрахунку паралельного з'єднання часто користуються провідностями віток. Активна, реактивна і повна провідності k -ої вітки:

$$g_k = \frac{R_k}{Z_k^2} = \frac{R_k}{R_k^2 + (x_{Lk} - x_{Ck})^2}; \quad b_k = \frac{x_{Lk} - x_{Ck}}{Z_k^2} = \frac{x_{Lk} - x_{Ck}}{R_k^2 + (x_{Lk} - x_{Ck})^2}; \quad Y_k = \frac{1}{Z_k}.$$

У схемі паралельного резонансного контуру з втратами (рис. 3.1) при $b_L = b_C$ або $\frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = \frac{1/(\omega C)}{R_2^2 + (1/(\omega C))^2}$ виникає *резонанс струмів*. При цьому $I_{1p} = I_{2p}$, $\varphi = 0$ ($\cos \varphi = 1$), а струм у нерозгалуженій частині кола має мінімальне значення, якщо R_1 та R_2 менші за $\sqrt{L/C}$.

У схемі мішаного з'єднання, використовуючи провідність паралельно увімкнених віток, можна замінити їх однією еквівалентною віткою. Після цього коло стане послідовним, розрахунок якого розглянутий вище.

При синусоїдному струмі розрізняють наступні потужності:

- миттєву $p(t) = u(t) \cdot i(t)$;
- активну (середнє за період значення миттєвої потужності) $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I_a = U_a \cdot I = I^2 \cdot R = U^2 \cdot g$, Вт;
- реактивну $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot I_p = U_p \cdot I = I^2 \cdot x = U^2 \cdot b$, вар;
- повн $S = U \cdot I = I^2 \cdot Z = U^2 \cdot y$, ВА.

У електроенергетиці велике значення має *коефіцієнт потужності* $P/S = \cos \varphi$. При його підвищенні зростає ефективність використання обладнання та заощаджується електроенергія. Для підвищення $\cos \varphi$ зазвичай використовується резонанс струмів, а саме: паралельно навантаженню, яке носить, як правило, індуктивний характер, вмикаються батареї статичних конденсаторів.

Широкого поширення для розрахунку кіл синусоїдного струму набув *комплексний (символічний) метод*, заснований на використанні теорії комплексних чисел. Зв'язок між синусоїдною величиною $v(t) = V_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$ та комплексами: $v = \text{Im}[V_m \cdot e^{j(\omega t + \psi)}] = \text{Im}[V_m \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\psi}] = \text{Im}[V_m \cdot e^{j\omega t}]$, тобто ($v \div \underline{V}$). Закони Ома і Кірхгофа в комплексній формі мають такий самий вигляд, як і при постійному струмі, потрібно лише використовувати комплекси ЕРС,

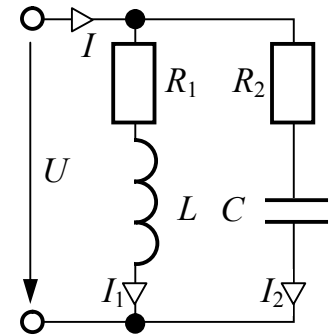


Рис. 3.1

напруг, струмів і опорів. У зв'язку з цим, кола синусоїдного струму можна розраховувати всіма методами, які базуються на законах Ома і Кірхгофа, та розглянутими у розділі «Кола постійного струму».

Для R, L, C -вітки комплексні опір та провідність

$$\underline{Z} = R + j(x_L - x_C) = R + jx = Z \cdot e^{j\varphi}; \quad \underline{Y} = 1/\underline{Z} = Y \cdot e^{-j\varphi} = g - jb.$$

Комплексна потужність $\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$, тобто $P = \text{Re}[\underline{U} \cdot \underline{I}^*]$, а $Q = \text{Im}[\underline{U} \cdot \underline{I}^*]$. У колах синусоїдного струму має місце баланс не лише активних потужностей, але й реактивних.

Явище наведення ЕРС e_M в одному контурі або котушці за рахунок зміни струму в іншому контурі або котушці називається *явищем взаємної індукції*, а ЕРС e_M – ЕРС взаємоіндукції. У розрахунках частіше використовується напруга, що компенсує цю ЕРС: $u_M = -e_M$. Напруга взаємної індукції у k -ому елементі \underline{U}_{Mk} , створена струмом \underline{I}_l , за умови, що вони спрямовані однаково відносно однойменних затискачів: $\underline{U}_{Mk} = j\omega M_{kl} \underline{I}_l = jx_{Mkl} \underline{I}_l = \underline{Z}_{Mkl} \underline{I}_l$. При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа знак напруги визначається відповідно до наступного правила: якщо напрям обходу однієї котушки і струм іншої відносно однойменних затискачів збігаються, напруга взаємоіндукції береться з «плюсом», інакше – з «мінусом».

При послідовному з'єднанні двох індуктивно зв'язаних елементів можливі їх *узгоджене* і *зустрічне* увімкнення. При узгодженому увімкненні (в обох елементах струм спрямований однаково відносно однойменних затискачів) повний опір кола $\underline{Z}_{узз} = R_1 + R_2 + j(x_1 + x_2 + 2x_M)$, а при зустрічному – $\underline{Z}_{зустр} = R_1 + R_2 + j(x_1 + x_2 - 2x_M)$.

Складні кола за наявності взаємної індуктивності розраховуються шляхом розв'язання рівнянь, складених за законами Кірхгофа, або методом контурних струмів, причому явище взаємної індукції враховується через напругу \underline{U}_{Mk} як вказано вище. Застосування методу еквівалентного генератора можливо лише у випадку, якщо вітка, що розглядається, не має індуктивного зв'язку із вітками двополюсника. Решта методів непридатні.

За наявності спільного вузла у двох індуктивно зв'язаних елементів часто застосовується розв'язка індуктивного зв'язку (заміна первинної схеми еквівалентною, такою, що не містить індуктивного зв'язку). Якщо до спільного вузла елементи увімкнені однойменними затискачами, то до опорів елементів додається по $(-\underline{Z}_M)$, а в їх спільну вітку вмикається $(+\underline{Z}_M)$. Коли до спільного вузла елементи увімкнені різнойменними затискачами, знаки опорів, що додаються, міняються на протилежні.

Якщо струми в індуктивно зв'язаних елементах $\underline{I}_1 = I_1 \cdot e^{j\psi_1}$ та $\underline{I}_2 = I_2 \cdot e^{j\psi_2}$ направлені відносно однойменних затискачів однаково, то активна потужність, що передається через взаємну індуктивність

$$P_{M1 \rightarrow 2} = -P_{M2 \rightarrow 1} = \text{Re}[\underline{U}_{M1} \cdot \underline{I}_1^*] = \text{Re}[j\omega M \cdot \underline{I}_2 \cdot \underline{I}_1^*] = \omega M \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \sin(\psi_1 - \psi_2).$$

Для вимірювання активної потужності усього кола або її ділянки застосовуються ватметри. Умовне позначення і схема увімкнення ватметра показані на рис. 3.4, 3.5 (задачі 3.3, 3.4). За принципом дії ватметра його показ визначається напругою U_W на котушці напруги та струмом струмової

катушки I_W : $P_W = U_W \cdot I_W \cdot \cos(\hat{U}_W, \hat{I}_W) = \text{Re}[\underline{U}_W \cdot \underline{I}_W^*]$.

Зауваження. В задачах для самостійного розв'язання передбачено, що ВД або ТД читач побудує самостійно.

3.2 РОЗРАХУНОК ПРОСТИХ КІЛ

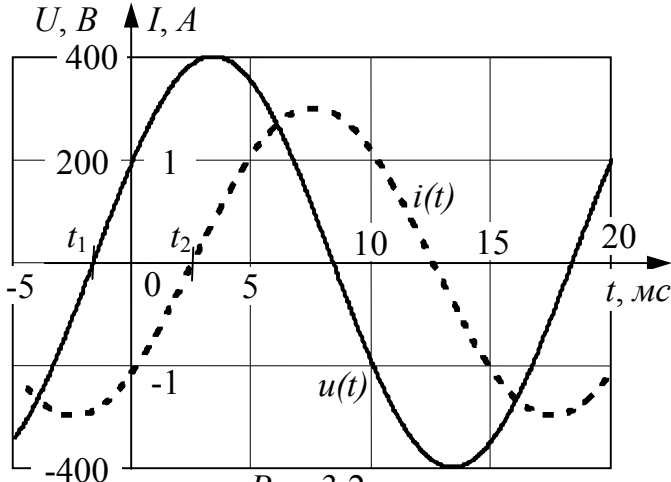


Рис. 3.2

3.2.1 Типові приклади

ЗАДАЧА 3.1. На рис. 3.2 зображені осцилограми напруги і струму. Потрібно записати вирази для їх миттєвих значень, визначити діючі значення напруги і струму.

Розв'язання

Визначимо по осцилограмах період коливань $T = 20 \text{ мс}$, отже, частота $f = 1/T = 50 \text{ Гц}$, а кутова частота $\omega = 2\pi f = 314 \text{ рад/с}$. Початкові

фази напруги і струму в градусах, відповідно:

$$\psi_u = -t_1 \cdot (360/T) = 1,67 \cdot (360/20) = 30^\circ, \quad \psi_i = -t_2 \cdot (360/T) = -2,5 \cdot (360/20) = -45^\circ,$$

Амплітуди: $U_m = 400 \text{ В}, \quad I_m = 1,5 \text{ А}.$

Отже, $u(t) = 400 \cdot \sin(314t + 30^\circ) \text{ В}, \quad i(t) = 1,5 \cdot \sin(314t - 45^\circ) \text{ А}.$

Діючі значення: $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{400}{\sqrt{2}} = 282 \text{ В}, \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1,5}{\sqrt{2}} = 1,061 \text{ А}.$

ЗАДАЧА 3.2. Коло r, L з параметрами $r = 35 \text{ Ом}, \quad L = 80 \text{ мГн}$ живиться від джерела синусоїдної напруги частоти $f = 50 \text{ Гц}$. Амплітудне значення напруги живлення $U_m = 200 \text{ В}$, а початкова фаза $\psi_u = -20^\circ$. Розрахувати миттєве і діюче значення струму. Побудувати векторну діаграму кола (ВД). Знайти активну, реактивну і повну потужності кола. Побудувати трикутник потужностей.

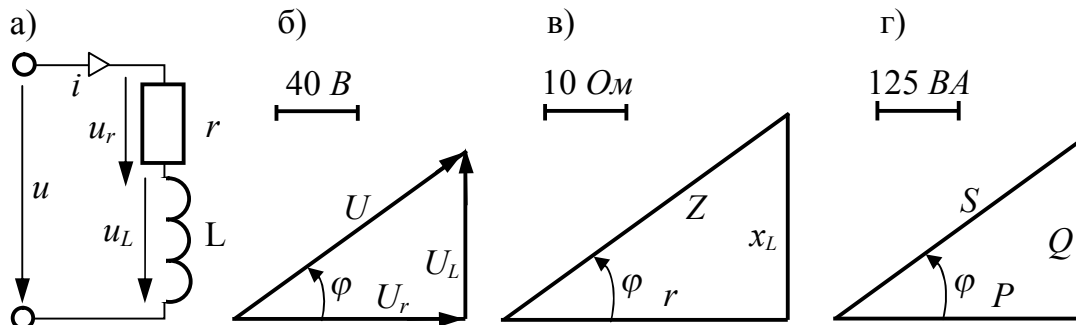


Рис. 3.3

Розв'язання

Приведемо розрахункову схему кола (рис. 3.3,а).

Запишемо миттєве значення прикладеної до кола напруги:

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u) = 200 \cdot \sin(\omega t - 20^\circ) \text{ В}.$$

Кутова частота $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}$.

Індуктивний опір кола $x_L = \omega L = 314 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 25,12 \text{ Ом}$.

За другим законом Кірхгофа для контуру кола $u = u_r + u_L$ або у векторній формі $\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_L$. На підставі цього рівняння будується ВД напруг (рис. 3.3,б).

Трикутник опорів кола наведений на рис. 3.3,в, з якого отримуємо повний опір кола $Z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{35^2 + 25,12^2} = 43,1 \text{ Ом}$ і кут зсуву фаз між струмом і напругою

$$\varphi = \arctg \frac{x_L}{r} = \arctg \frac{25,12}{35} = 35,67^\circ.$$

За законом Ома для амплітудних значень $I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{200}{43,1} = 4,64 \text{ А}$.

Початкова фаза синусоїди струму $\psi_i = \psi_u - \varphi = -20^\circ - 35,67^\circ = -55,67^\circ$.

Миттєве значення шуканого струму $i(t) = 4,64 \cdot \sin(314t - 55,67^\circ) \text{ А}$.

Діюче значення струму $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{4,64}{\sqrt{2}} = 3,28 \text{ А}$.

Діюче значення напруги на ділянках:

- на резисторі $U_r = I \cdot r = 3,28 \cdot 35 = 115 \text{ В}$;

- на індуктивності $U_L = I \cdot x_L = 3,28 \cdot 25,12 = 82,4 \text{ В}$;

- на вході кола (напруга мережі) $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 141,4 \text{ В}$.

Активна потужність кола $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = I^2 \cdot r = 3,28^2 \cdot 35 = 376,5 \text{ Вт}$.

Реактивна потужність $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = I^2 \cdot x_L = 3,28^2 \cdot 25,12 = 270,2 \text{ вар}$.

Повна потужність $S = U \cdot I = 141,4 \cdot 3,28 = 464 \text{ ВА}$.

Трикутник потужностей наведений на рис. 3.3,г.

Відзначимо, що на підставі будь-якого з трикутників рис. 3.3 можна розрахувати коефіцієнт потужності

$$\cos \varphi = \frac{r}{Z} = \frac{U_r}{U} = \frac{P}{S} = \frac{376,5}{464} = 0,811 = \cos 35,67^\circ,$$

отриманий раніше на підставі трикутника опорів кола.

ЗАДАЧА 3.3. У колі рис. 3.4,а протікає синусоїдний струм $i(t) = 10 \cdot \sin(\omega t + 15^\circ) \text{ А}$ частоти $f = 400 \text{ Гц}$, активні опори $r_1 = 10 \text{ Ом}$, $r_2 = 20 \text{ Ом}$, ємність $C = 10 \text{ мкФ}$.

Розрахувати миттєве значення напруги мережі $u(t)$ і напруги на конденсаторі $u_C(t)$. Знайти покази вольметра і ватметра. Побудувати ВД кола.

Розв'язання

Ємнісний опір $x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 400 \cdot 10} = 39,81 \text{ Ом}$.

Амплітудне значення напруги на ємності

$$U_{Cm} = I_m \cdot x_C = 10 \cdot 39,81 = 398,1 \text{ В}.$$

Діючі значення $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,07 \text{ A}$, $U_C = \frac{U_{Cm}}{\sqrt{2}} = \frac{398,1}{\sqrt{2}} = 281,5 \text{ B}$.

Діючі значення напруги на активних опорах

$$U_{r1} = I \cdot r_1 = 7,07 \cdot 10 = 70,7 \text{ B}, \quad U_{r2} = I \cdot r_2 = 7,07 \cdot 20 = 141,4 \text{ B}.$$

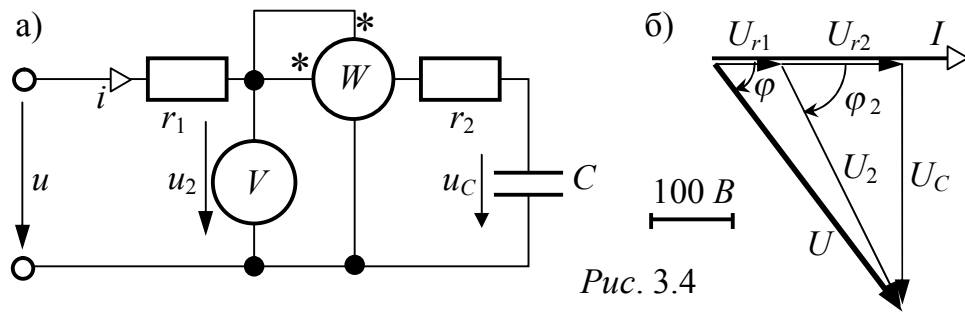


Рис. 3.4

Другий закон Кірхгофа у векторній формі має вигляд $\bar{U}_{r1} + \bar{U}_{r2} + \bar{U}_C = \bar{U}$, відповідно до якого побудована ВД кола (рис. 3.4,б).

З прямокутного трикутника напруги (зовнішній трикутник)

$$U = \sqrt{(I r_1 + I r_2)^2 + U_C^2} = \sqrt{(70,7 + 141,4)^2 + 281,5^2} = 352 \text{ B},$$

$$\varphi = \arctg \frac{-U_C}{U_{r1} + U_{r2}} = \arctg \frac{-281,5}{212,2} = -53^\circ.$$

Миттєве значення напруги мережі

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i + \varphi) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 15^\circ + (-53^\circ)) = 352 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 38^\circ) \text{ B}.$$

Напруга на конденсаторі за фазою відстає від струму на 90° , його миттєве значення $u_C(t) = 398,1 \cdot \sin(\omega t - 75^\circ) \text{ B}$.

Напругу на ділянці r_2 - C , прикладену до ватметра і вольтметра, розрахуємо за трикутником напруги U_2 - U_{r2} - U_C :

$$U_2 = U_W = \sqrt{(U_{r2})^2 + U_C^2} = \sqrt{141,4^2 + 281,5^2} = 315 \text{ B}.$$

Вольтметр схеми рис. 3.4,а вимірює діюче значення напруги $U_2 = 315 \text{ B}$.

Показ ватметра: $P_W = U_W \cdot I_W \cdot \cos(\hat{U}_W, \hat{I}_W)$.

У нашому прикладі $I_W = I$, тому

$$P_W = U_2 \cdot I \cdot \cos \varphi_2 = I \cdot (U_2 \cdot \cos \varphi_2) = I \cdot U_{r2} = I \cdot I \cdot r_2 = I^2 \cdot r_2 = P_2 - \text{активна потужність, що споживається опором } r_2, \text{ остаточно } P_2 = 7,07^2 \cdot 20 = 1000 \text{ Bm}.$$

ЗАДАЧА 3.4. Знайти струми і напруги в електричному колі рис. 3.5,а, якщо: активний опір котушки $r_k = 4 \text{ Ом}$, індуктивний опір котушки $x_k = 6 \text{ Ом}$, активний опір реостата $R = 2 \text{ Ом}$, ємнісний опір конденсатора $x_C = 14 \text{ Ом}$, напруга мережі змінного струму $U = 50 \text{ B}$. Побудувати ВД кола.

Розв'язання

Струм кола I , що вимірює амперметр A :

$$I = \frac{U}{Z_{\square}} = \frac{U}{\sqrt{(r_{\square} + R)^2 + (x_{\square} - x_C)^2}} = \frac{50}{\sqrt{(4 + 2)^2 + (6 - 1)^2}} = 5 \text{ A}.$$

Кут зсуву фаз кола $\varphi_{\text{ex}} = \arctg \frac{x_L - x_C}{r_0 + R} = \arctg \frac{6 - 1}{4 + 2} = -53,13^\circ < 0$.

Вольтметр V вимірює входну напругу $U = 50 \text{ B}$.

Напруга на котушці вимірюється вольтметром V_1 :

$$U_k = \sqrt{(I r_k)^2 + (I x_k)^2} = I \cdot Z_k = I \cdot \sqrt{(r_k)^2 + (x_k)^2} = 5 \cdot \sqrt{4^2 + 6^2} = 36 \text{ B}.$$

Напруга на реостаті: $U_R = I \cdot R = 5 \cdot 2 = 10 \text{ B}$,

напруга на конденсаторі $U_C = I \cdot x_C = 5 \cdot 14 = 70 \text{ B}$.

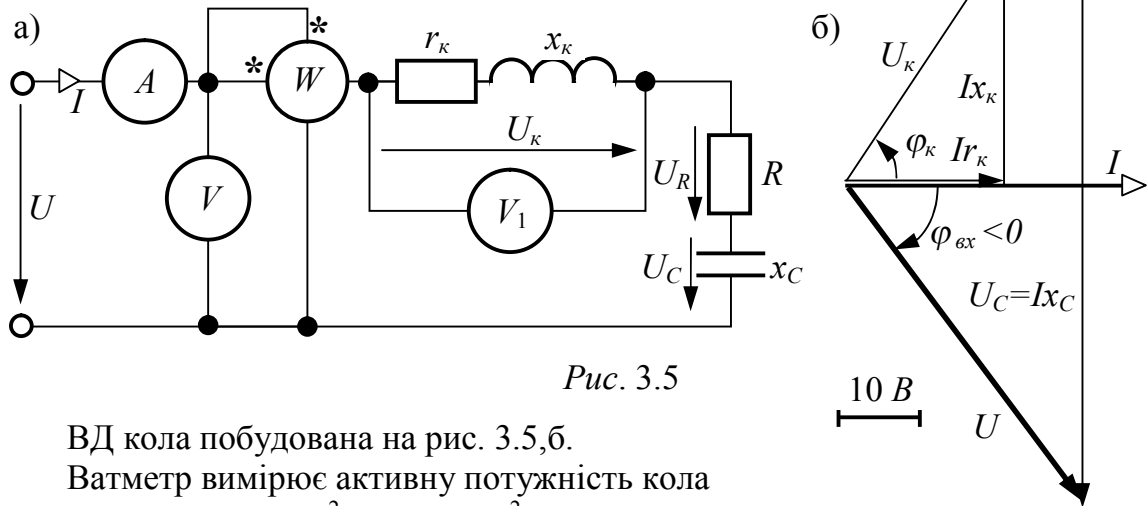


Рис. 3.5

ВД кола побудована на рис. 3.5,б.

Ватметр вимірює активну потужність кола

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi_{\text{ex}} = I^2 \cdot (r_k + R) = 5^2 \cdot (4 + 2) = 150 \text{ Вт}.$$

Звертаємо увагу на те, що в послідовному колі за наявності різнорідних реактивних елементів (індуктивного і ємнісного), напруга на реактивному елементі може бути більше напруги мережі:

$$U_C = 70 \text{ B} > U = 50 \text{ B}.$$

ЗАДАЧА 3.5. В умовах задачі 3.4 при незмінній напрузі мережі і параметрах r_k , x_k , R у широких межах змінюється опір конденсатора $x_C (0 \div \infty)$.

Побудувати резонансні криві $I(x_C)$, $U_L(x_C)$, $U_C(x_C)$.

Розв'язання

Струм у послідовному колі рис. 3.5,а:

$$I = \frac{U}{\sqrt{(r_0 + R)^2 + (x_L - x_C)^2}} = \frac{50}{\sqrt{6^2 + (6 - x_C)^2}} \text{ A},$$

напруга на індуктивності $U_L = I \cdot x_L = I \cdot 6 \text{ B}$,

напруга на ємності $U_C = I \cdot x_C = \frac{U \cdot x_C}{\sqrt{(r_0 + R)^2 + (x_L - x_C)^2}} = \frac{50 x_C}{\sqrt{6^2 + (6 - x_C)^2}} \text{ B}.$

Результати розрахунку резонансних кривих зведені у табл. 3.3.

Таблиця 3.3

$x_C, \text{ Ом}$	0	2	4	6	8	10	12	14	20	30	∞
$I, \text{ A}$	5,89	6,93	7,9	8,33	7,9	6,93	5,89	5	3,28	2,02	0
$U_L, \text{ B}$	35,4	41,6	47,4	50	47,4	41,6	35,4	30	19,7	12,1	0
$U_C, \text{ B}$	0	13,9	31,6	50	63,2	69,3	70,7	70	65,6	60,6	$U = 50$

У табл. 3.3 виділена колонка, де $x_k = x_C = 6 \text{ Ом}$ і в колі настає резонанс напруг $U_L = U_C$. При цьому вхідний опір кола мінімальний $Z_{вх\ min} = r_k + R = 6 \text{ Ом}$, а струм максимальний $I_{max} = \frac{U}{Z_{\square\ min}} = \frac{5}{6} = 8,33 \text{ А}$.

Крива напруги U_L повторює форму кривої струму, оскільки $x_k = const$, і тоді $U_{Lmax} = I_{max} \cdot x_k = 8,33 \cdot 6 = 50 \text{ В}$.

Знайдемо максимальне значення U_{Cmax} у залежності від x_C , дослідивши криву $U_C(x_C)$ на максимум.

Координата x_C при $U_C = U_{Cmax}$ визначиться рівнянням

$$\frac{dU_C}{dx_C} = 0 \text{ або } \sqrt{(r_k + R)^2 + (x_k - x_C)^2} - \frac{1}{2} \frac{x_C \cdot 2 \cdot (x_k - x_C) \cdot (-1)}{\sqrt{(r_k + R)^2 + (x_k - x_C)^2}} = 0,$$

$$(r_k + R)^2 + x_k^2 - 2 x_k x_C + x_C^2 + x_k x_C - x_C^2 = 0,$$

$$\text{звідки } x_C|_{U_C=U_{Cmax}} = \frac{(r_k + R)^2 + x_k^2}{x_k} = \frac{6^2 + 6^2}{6} = 12 \text{ Ом}.$$

Резонансні криві наведені на рис. 3.6.

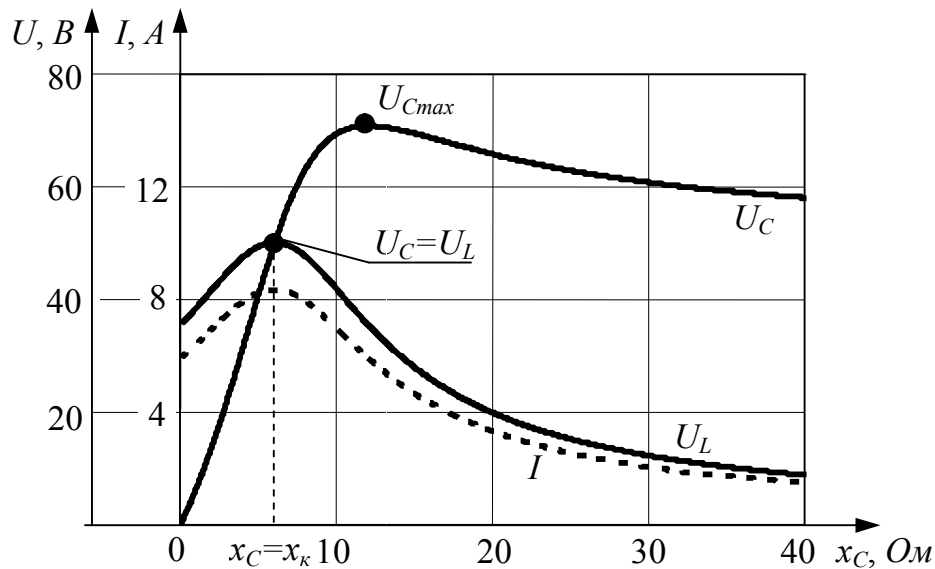


Рис. 3.6

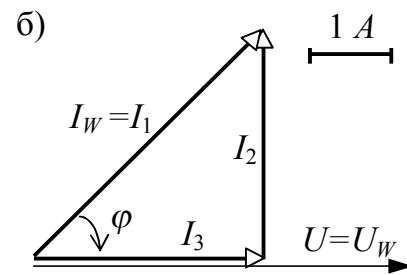
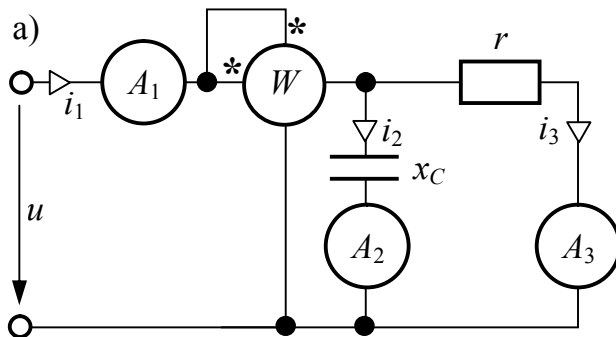


Рис. 3.7

ЗАДАЧА 3.6. Визначити покази приладів в схемі рис. 3.7,а, миттєве значення струму i_1 у нерозгалуженій частині схеми, побудувати ВД, якщо:

$$u(t) = 200 \cdot \sin(\omega t + 25^\circ) \text{ В}, \quad r = 50 \text{ Ом}, \quad x_C = 50 \text{ Ом}.$$

Розв'язання

Прилади реагують на діючі значення величин. Діючі значення струмів паралельних віток

$$I_2 = \frac{U}{x_C} = \frac{U_m}{\sqrt{2}x_C} = \frac{200 \text{ В}}{\sqrt{2} \cdot 5 \text{ Ом}} = 2\sqrt{2} = 2,83 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{U}{r} = \frac{200 \text{ В}}{\sqrt{2} \cdot 5 \text{ Ом}} = 2\sqrt{2} = 2,83 \text{ А}.$$

Оскільки струм у активному опорі i_3 збігається за фазою з напругою, струм в ємності випереджає за фазою напругу на 90° , а відповідно до першого закону Кірхгофа $i_1 = i_2 + i_3$, тобто $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_3$, тоді трикутник струмів на векторній діаграмі (рис. 3.7,б) прямокутний, звідки

$$I_1 = \sqrt{I_3^2 + I_2^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 4 \text{ А}.$$

Кут зсуву фаз між струмом i_1 і напругою u на вході схеми негативний і дорівнює

$$\varphi = -\arctg \frac{I_2}{I_3} = -\arctg 1 = -45^\circ.$$

Миттєве значення струму

$$i_1(t) = I_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) = 4\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 70^\circ) \text{ А}.$$

Покази амперметрів

$$A_1 \rightarrow I_1 = 4 \text{ А}, \quad A_2 \rightarrow I_2 = 2,83 \text{ А}, \quad A_3 \rightarrow I_3 = 2,83 \text{ А}.$$

Показ ватметра

$$P_W = U_W \cdot I_W \cdot \cos(\hat{U}_W, \hat{I}_W) = U \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = \frac{200}{\sqrt{2}} \cdot 4 \cdot \cos 45^\circ = 400 \text{ Вт}.$$

Відмітимо, що у схемі рис. 3.7,а ватметр вимірює активну потужність частини кола, яка знаходиться праворуч від ватметра. Але за законом Джоуля-Ленца у цій частині витрачається потужність лише у активному опорі r , причому

$$P_3 = I_3^2 \cdot r = (2\sqrt{2})^2 \cdot 50 = 400 \text{ Вт}, \text{ що збігається з показом ватметра.}$$

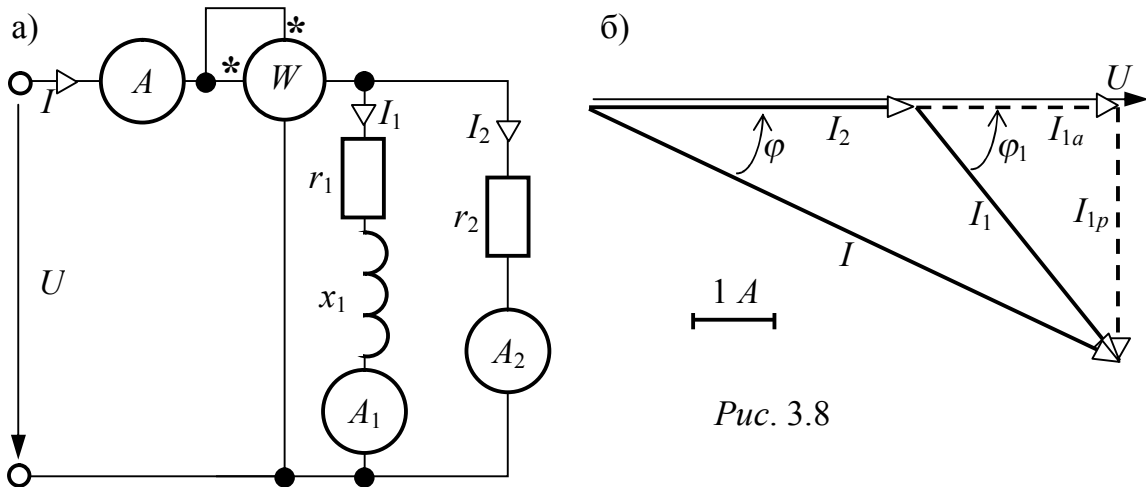


Рис. 3.8

ЗАДАЧА 3.7. Знайти покази приладів в схемі рис. 3.8,а, побудувати ВД, якщо $U = 200 \text{ В}$, $r_1 = 30 \text{ Ом}$, $x_1 = 40 \text{ Ом}$, $r_2 = 50 \text{ Ом}$.

Перевірити баланси активних і реактивних потужностей.

Розв'язання

Струми паралельних віток розрахуємо за законом Ома і визначимо відповідні покази амперметрів:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + x_1^2}} = \frac{200}{\sqrt{30^2 + 40^2}} = 4 \text{ А} \quad \rightarrow A_1,$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{r_2} = \frac{200}{50} = 4 \text{ А} \quad \rightarrow A_2.$$

Струм i_2 у активному опорі збігається за фазою з напругою u , струм i_1 відстає на кут φ_1 , оскільки в цій вітці є індуктивність, а сам кут φ_1 визначимо з трикутника опорів для цієї вітки

$$\varphi_1 = \arctg \frac{x_1}{r_1} = \arctg \frac{40}{30} = 53,13^\circ.$$

$$\text{При цьому } \cos \varphi_1 = \frac{r_1}{Z_1} = \frac{30}{50} = 0,6, \quad \sin \varphi_1 = \frac{x_1}{Z_1} = \frac{40}{50} = 0,8.$$

Все це враховано при побудові ВД кола (рис. 3.8,б).

У даному прикладі виявився косокутний трикутник струмів \underline{I}_1 , \underline{I}_2 , \underline{I} . Завдання розрахунку косокутного трикутника струмів зводиться до прямокутного, якщо систему векторів струмів спроектувати на два взаємно перпендикулярних напрями: на напрям вектора напруги (ці проекції векторів струмів називаються *активними* складовими) і напрям, перпендикулярний вектору напруги паралельної ділянки, (ці проекції називаються *реактивними* складовими).

$$\text{При цьому } I_{2a} = I_2 = 4 \text{ А}, \quad I_{2p} = 0,$$

$$I_{1a} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 4 \cdot 0,6 = 2,4 \text{ А}, \quad I_{1p} = I_1 \cdot \sin \varphi_1 = 4 \cdot 0,8 = 3,2 \text{ А}.$$

Із зовнішнього прямокутного трикутника визначається сумарний струм паралельних віток, який вимірюється амперметром A :

$$I = \sqrt{(\sum I_a)^2 + (\sum I_p)^2} = \sqrt{(4 + 2,4)^2 + 3,2^2} = 7,16 \text{ А}.$$

$$\text{Далі } \varphi = \arctg \frac{\sum I_p}{\sum I_a} = \arctg \frac{3,2}{6,4} = 26,57^\circ,$$

$$\cos \varphi = \frac{\sum I_a}{I} = \frac{6,4}{7,16} = 0,447, \quad \sin \varphi = \frac{\sum I_p}{I} = \frac{3,2}{7,16} = 0,224.$$

Показ ватметра $P_W = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot \sum I_a = 200 \cdot 6,4 = 1280 \text{ Вт}$ – це активна потужність джерела P_Γ .

Сумарна активна потужність споживачів розраховується за законом Джоуля-Ленца: $\Sigma P_{II} = I_1^2 \cdot r_1 + I_2^2 \cdot r_2 = 4^2 \cdot 30 + 4^2 \cdot 50 = 1280 \text{ Вт}$.

Оскільки для схеми $P_\Gamma = \Sigma P_{II}$, то баланс активних потужностей виконується.

Реактивні потужності:

- генератора $Q_G = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot I_p = 200 \cdot 3,2 = 640 \text{ вар}$;
 - споживачів $\Sigma Q_{II} = I_1^2 \cdot x_1 = 4^2 \cdot 40 = 640 \text{ вар}$,
 тобто виконується і баланс реактивних потужностей.

3.2.2 Задачі для самостійного розв'язання

ЗАДАЧА 3.8. Діюче значення синусоїдної напруги $U = 220 \text{ В}$. Визначити його середнє значення.

Відповідь: $U_{\text{сеп}} = 198 \text{ В}$.

ЗАДАЧА 3.9. Лампа розжарювання з номінальними даними $P_{\text{лн}} = 15 \text{ Вт}$; $U_{\text{лн}} = 127 \text{ В}$ увімкнена послідовно з конденсатором $C = 2 \text{ мкФ}$ і на вхід цього кола подана напруга $U = 220 \text{ В}$. Визначити напругу на лампі. Зробити висновок, чи буде лампа нормально світити, чи ні.

Відповідь: $U_{\text{л}} = 123,1 \text{ В}$; так, буде.

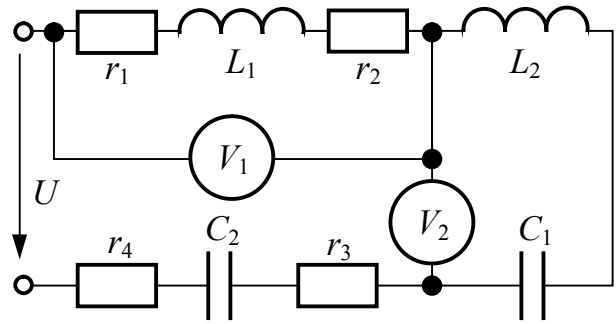


Рис. 3.9

ЗАДАЧА 3.10. До кола рис. 3.9 підведена напруга $U = 220 \text{ В}$. Параметри кола: $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 20 \text{ Ом}$; $x_{L1} = x_{L2} = x_{C1} = 100 \text{ Ом}$; $x_{C2} = 40 \text{ Ом}$. Визначити покази вольтметрів.

Відповідь: $U_{V1} = 215,4 \text{ В}$; $U_{V2} = 0$.

ЗАДАЧА 3.11. У схемі рис. 3.10 відомо:

$$U = 50 \text{ В}; \quad I = 0,13 \text{ А}; \quad I_r = 0,12 \text{ А}.$$

Визначити величину індуктивності L .

Відповідь: $L = 0,318 \text{ Гн}$.

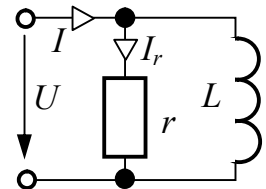


Рис. 3.10

ЗАДАЧА 3.12. Три однофазні двигуни увімкнені паралельно і до них підведена напруга $U = 400 \text{ В}$. Паспортні дані двигунів: $P_1 = 1,2 \text{ кВт}$, $\cos \varphi_1 = 1$; $P_2 = 1,6 \text{ кВт}$, $\cos \varphi_2 = 0,8$ ($\varphi_2 < 0$); $P_3 = 2,4 \text{ кВт}$, $\cos \varphi_3 = 0,6$ ($\varphi_3 > 0$).

Визначити струм, що споживається всіма двигунами разом.

Відповідь: $I = 14,85 \text{ А}$.

ЗАДАЧА 3.13. У схемі рис. 3.11 потрібно визначити покази амперметра, якщо $U = 100 \text{ В}$, $r_1 = 3 \text{ Ом}$, $r_2 = 8 \text{ Ом}$, $r_3 = 10 \text{ Ом}$, $x_{L1} = 4 \text{ Ом}$, $x_{L2} = 5 \text{ Ом}$, $x_C = 6 \text{ Ом}$.

Відповідь: $I = 42,4 \text{ А}$.

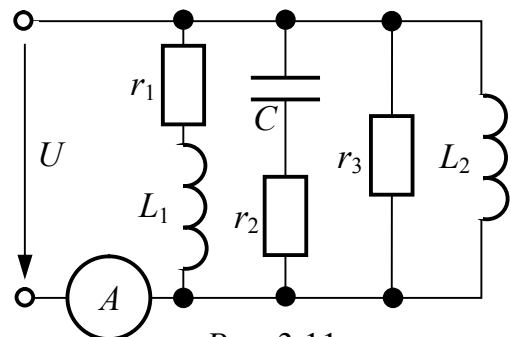


Рис. 3.11

ЗАДАЧА 3.14. При зміні індуктивного опору в схемі рис. 3.12 максимальний показ амперметра склав 2 А . При цьому покази решти приладів наступні: вольтметра $V \rightarrow 60 \text{ В}$, вольтметра $V_2 \rightarrow 100 \text{ В}$, ватметра $W \rightarrow 40 \text{ Вт}$.

Визначити параметри схеми r_1, x_L, r_2, x_C . Побудувати ВД кола. Побудувати резонансні криві $U_L(x_L), U_C(x_L), I(x_L)$ при зміні $x_L(0 \dots \infty)$.

Відповіді: $r_1 = 20 \text{ Ом}$,
 $r_2 = 10 \text{ Ом}, x_L = x_C = 49 \text{ Ом}$;
 резонансні криві наведені на рис. 3.13,а, а ВД – на рис. 3.13,б

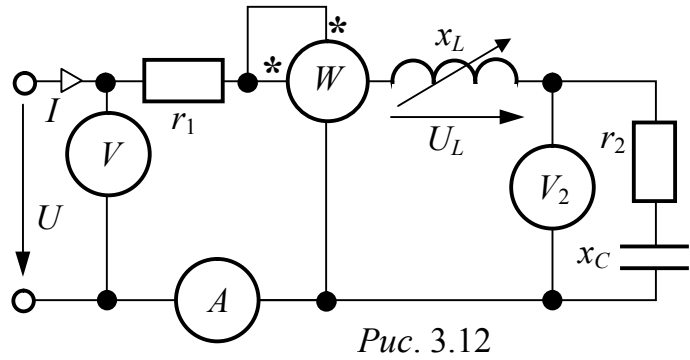


Рис. 3.12

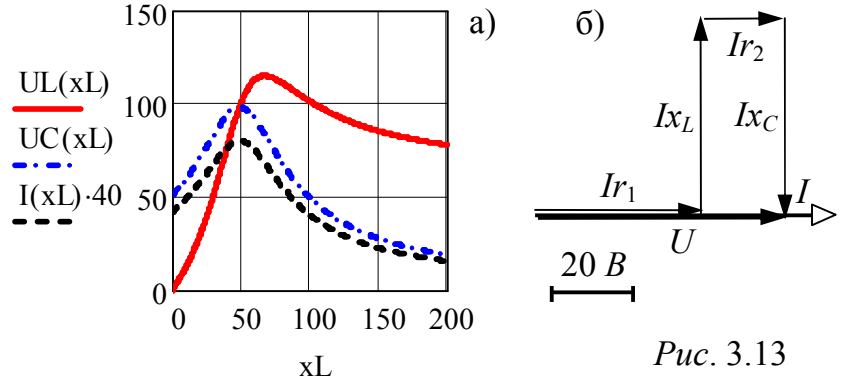


Рис. 3.13

3.2.3 Задачі підвищеної складності

ЗАДАЧА 3.15. За показами приладів кола рис. 3.14 визначити параметри його елементів якщо $V \rightarrow 100 \text{ В}; V_1 \rightarrow 20 \text{ В}; W \rightarrow 80 \text{ Вт}; A \rightarrow 2 \text{ А}$.

Відповіді: $r_1 = 10 \text{ Ом}, r_2 = 20 \text{ Ом}, x_2 = 40 \text{ Ом}$.

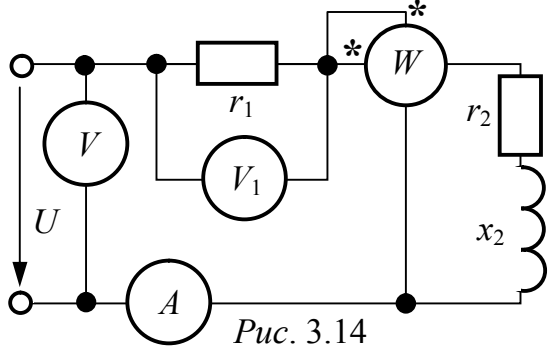


Рис. 3.14

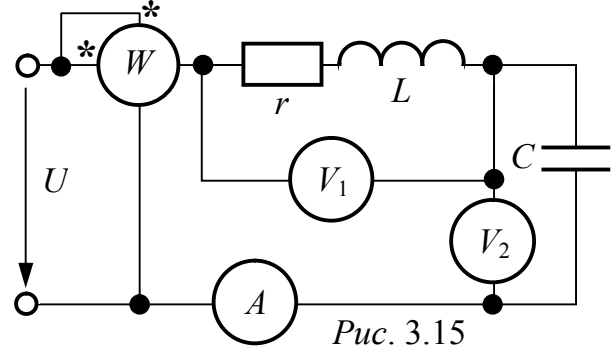


Рис. 3.15

ЗАДАЧА 3.16. У схемі рис. 3.15 визначити показ ватметра, якщо $U = 100 \text{ В}$, а покази приладів: $A \rightarrow 1 \text{ А}; V_1 \rightarrow 150 \text{ В}; V_2 \rightarrow 100$.

Відповідь: $P = 198,4 \text{ Вт}$.

ЗАДАЧА 3.17. У схемі рис. 3.16 задано: $r_1 = r_3; P = 300 \text{ Вт}; I_1 = 5\sqrt{2} \text{ А}; I_2 = 5 \text{ А}$; фазометр показує нуль. Визначити струм I , а також L і C . Частоту прийняти рівною промисловій ($f = 50 \text{ Гц}$).

Відповіді: $I = 15 \text{ А}, L = 6,37 \text{ мГн}, C = 796,3 \text{ мкФ}$.

ЗАДАЧА 3.18. У схемі рис. 3.17 відомо: $U = 10 \text{ В}; x_L = 6 \text{ Ом}; P = 5 \text{ Вт}$.
 Визначити опір лампи R .

Розв'язання

Використовуємо наступні співвідношення:

$$P = I^2 \cdot R; \quad U = I \cdot \sqrt{R^2 + x_L^2}.$$

Тоді: $I^2 = \frac{U^2}{R^2 + x_L^2}; \quad P = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + x_L^2}$ або $P \cdot R^2 - U^2 \cdot R + P \cdot x_L^2 = 0$.

Звідси $R_{1,2} = \frac{U^2 \pm \sqrt{U^4 - 4P^2 \cdot x_L^2}}{2P} = \frac{10^2 \pm \sqrt{10^4 - 4 \cdot 5^2 \cdot 6^2}}{2 \cdot 5} = 10 \pm 8 \text{ Ом}$.

Задача має дві відповіді $R_1 = 18 \text{ Ом}$ і $R_2 = 2 \text{ Ом}$.

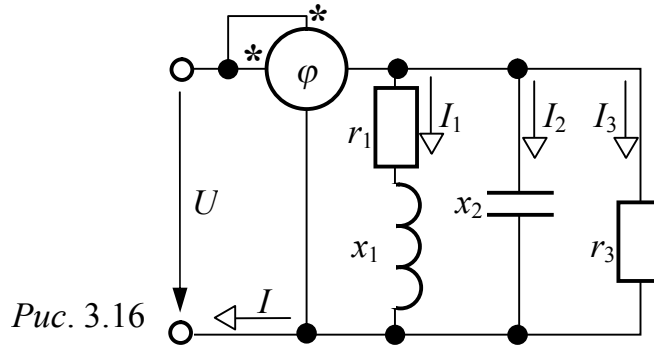


Рис. 3.16

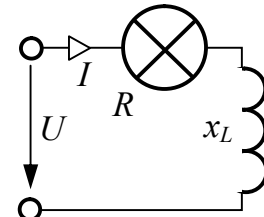


Рис. 3.17

3.3 РОЗРАХУНОК МІШАНОГО З'ЄДНАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ ПРОВІДНОСТЕЙ

3.3.1 Типові приклади

ЗАДАЧА 3.19. До кола рис. 3.18 підведена напруга $U = 220 \text{ В}$. До увімкнення ємності C прилади показували: $A \rightarrow I = 2 \text{ А}$; $W \rightarrow P = 40 \text{ Вт}$. Потрібно визначити мінімально можливий показ амперметра після увімкнення ємності, а також величину останньої в цьому випадку.

Розв'язання

До увімкнення ємності за показами приладів визначаємо повний, активний і індуктивний опори вітки з r, L :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{2} = 110 \text{ Ом}; \quad r = \frac{P}{I^2} = \frac{40}{2^2} = 10 \text{ Ом};$$

$$x_L = \sqrt{Z^2 - r^2} = \sqrt{110^2 - 10^2} = 109,5 \text{ Ом}.$$

Мінімальне значення струму у нерозгалуженій частині кола матиме місце при резонансі струмів в колі після увімкнення ємності, і в цьому випадку струм I матиме лише активну складову: $I = I_a = U \cdot g$, де g – активна провідність всього кола, яка дорівнює активній провідності вітки r, L , а саме:

$$g = \frac{r}{Z^2} = \frac{10}{110^2} = 2,26 \cdot 10^{-4} \text{ См}.$$

Тоді $I = U \cdot g = 220 \cdot 2,26 \cdot 10^{-4} = 0,182 \text{ А}$.

Величину ємності визначимо за умови, що її реактивна провідність повинна дорівнювати реактивній провідності вітки r, L , отже

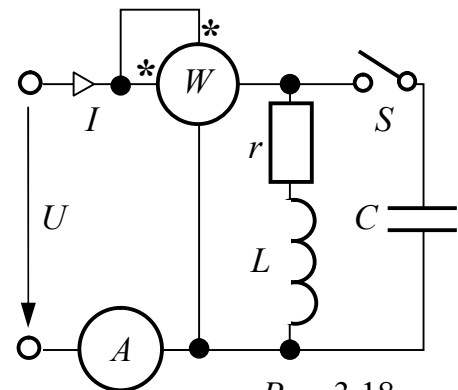


Рис. 3.18

$$\omega C = \frac{x_L}{Z^2}, \text{ звідки } C = \frac{x_L}{\omega \cdot Z^2} = \frac{109,5}{314 \cdot 110^2} = 2,88 \cdot 10^{-5} \text{ Ф} = 28,8 \text{ мкФ}.$$

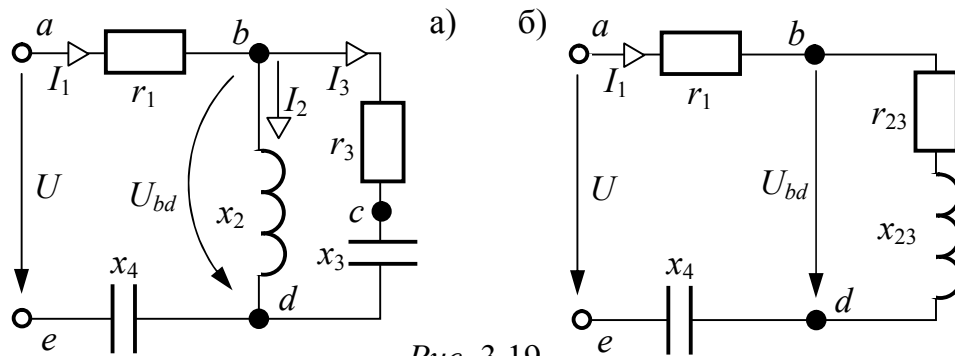


Рис. 3.19

ЗАДАЧА 3.20. Для схеми (рис. 3.19,а) визначити струми у всіх вітках і напругу на всіх ділянках, скласти баланс активних і реактивних потужностей, побудувати повну ВД кола, записати миттєві значення струмів, якщо

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u); \quad U_m = 600 \text{ В}; \quad \psi_u = -90^\circ;$$

$$r_1 = 10 \text{ Ом}, \quad r_3 = x_2 = x_3 = 20 \text{ Ом}, \quad x_4 = 20 \text{ Ом}.$$

Розв'язання

Замінімо розгалужену ділянку первинної схеми еквівалентною віткою з параметрами r_{23} , x_{23} , для чого розрахуємо активну і реактивну (з урахуванням характеру опорів) провідності паралельних віток:

$$g_2 = \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{0}{0 + 20^2} = 0; \quad b_2 = \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{20}{0 + 20^2} = 0,05 \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{r_3}{r_3^2 + x_3^2} = \frac{20}{20^2 + 20^2} = 0,025 \text{ См}; \quad b_3 = \frac{x_3}{r_3^2 + x_3^2} = \frac{20}{20^2 + 20^2} = 0,025 \text{ См};$$

$$g_{23} = g_2 + g_3 = 0 + 0,025 = 0,025 \text{ См}; \quad b_{23} = b_2 - b_3 = 0,05 - 0,025 = 0,025 \text{ См};$$

$$r_{23} = \frac{g_{23}}{g_{23}^2 + b_{23}^2} = \frac{0,025}{0,025^2 + 0,025^2} = 20 \text{ Ом};$$

$$x_{23} = \frac{b_{23}}{g_{23}^2 + b_{23}^2} = \frac{0,025}{0,025^2 + 0,025^2} = 20 \text{ Ом}.$$

Еквівалентна схема, за якою розрахуємо струм у нерозгалуженій частині кола, наведена на рис. 3.19,б: $i_1(t) = I_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_u - \varphi_{\text{ex}})$;

$$\text{де } I_{1m} = \frac{U_m}{\sqrt{(r_1 + r_{23})^2 + (x_{23} - x_4)^2}} = \frac{600}{\sqrt{(10 + 20)^2 + (20 - 20)^2}} = 10\sqrt{2} \text{ А};$$

$$\varphi_{\text{ex}} = \text{arctg} \frac{x_{23} - x_4}{r_1 + r_{23}} = \text{arctg} \frac{20 - 20}{10 + 20} = -45^\circ.$$

Отже, миттєве значення струму

$$i_1(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 90^\circ + 45^\circ) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ А},$$

діюче значення струму $I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}} = 10 \text{ А}.$

Напруга на паралельно увімкнених вітках

$$u_{bd}(t) = U_{bdm} \cdot \sin(\omega t + \psi_u - \varphi_{ex} + \varphi_{23});$$

де $U_{bdm} = I_{1m} \cdot \sqrt{r_{23}^2 + x_{23}^2} = 10 \sqrt{2} \cdot \sqrt{20^2 + 20^2} = 400 \text{ B};$

$$\varphi_{23} = \arctg \frac{x_{23}}{r_{23}} = \arctg \frac{20}{20} = 45^\circ,$$

або $u_{bd}(t) = 400 \cdot \sin(\omega t - 90^\circ + 45^\circ + 45^\circ) = 400 \cdot \sin(\omega t) \text{ B}.$

Діючі значення напруги еквівалентної ділянки і струмів паралельних віток

$$U_{bd} = \frac{U_{bdm}}{\sqrt{2}} = \frac{400}{\sqrt{2}} = 282 \text{ B}; \quad I_2 = \frac{U_{bd}}{x_2} = \frac{282}{20} = 14,1 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{U_{bd}}{\sqrt{r_3^2 + x_3^2}} = \frac{282}{\sqrt{20^2 + 20^2}} = 10 \text{ A}.$$

Кути зсуву фаз напруг і струмів другої і третьої віток

$$\varphi_2 = \arctg \frac{x_2}{r_2} = \arctg \frac{20}{0} = 90^\circ, \quad \varphi_3 = \arctg \frac{-x_3}{r_3} = \arctg \frac{-20}{20} = -45^\circ.$$

Миттєві значення струмів паралельних віток

$$i_2(t) = I_2 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \psi_{ubd} - \varphi_2) = 20 \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ A};$$

$$i_3(t) = I_3 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \psi_{ubd} - \varphi_3) = 10 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ A};$$

де $\psi_{ubd} = \psi_u - \varphi_{ex} + \varphi_{23} = -90^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 0.$

Перевіримо баланс активних потужностей: $U \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_{ex} = I_1^2 \cdot r_1 + I_3^2 \cdot r_3.$

$$\frac{600}{\sqrt{2}} \cdot 10 \cdot \cos(-45^\circ) = 10^2 \cdot 10 + 10^2 \cdot 20 \quad \text{або} \quad 3000 \text{ Bm} = 3000 \text{ Bm}.$$

Перевіримо баланс реактивних потужностей:

$$U \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_{ex} = I_1^2 \cdot (-x_4) + I_2^2 \cdot x_2 + I_3^2 \cdot (-x_3).$$

$$\frac{600}{\sqrt{2}} \cdot 10 \cdot \sin(-45^\circ) = 10^2 \cdot (-50) + (10 \sqrt{2})^2 \cdot 20 + 10^2 \cdot (-20)$$

$$\text{або} \quad -3000 \text{ var} = -3000 \text{ var}.$$

Висновок: баланси активних і реактивних потужностей збігаються, отже, задача розв'язана вірно і можна перейти до побудови повної векторної діаграми (рис. 3.20). Розрахуємо невідомі напруги на елементах електричного кола.

$$U_{ab} = I_1 \cdot r_1 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ B}; \quad U_{bc} = I_3 \cdot r_3 = 10 \cdot 20 = 200 \text{ B};$$

$$U_{ca} = I_3 \cdot x_3 = 10 \cdot 20 = 200 \text{ B}; \quad U_{de} = I_1 \cdot x_4 = 10 \cdot 50 = 500 \text{ B}.$$

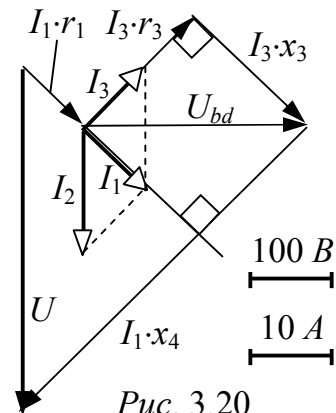


Рис. 3.20

Побудова діаграми починається з вибору масштабів напруг і струмів. Потім у довільному напрямі будується вектор напруги на паралельно увімкнених вітках \underline{U}_{bd} , від якого під кутами $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_{23}$ будуються вектори струмів \bar{I}_2, \bar{I}_3 і \bar{I}_1 , відповідно. При цьому слід врахувати, що $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_3$.

Решта векторів напруг будуються відповідно до рівнянь за другим законом Кірхгофа і порядку розташування елементів еквівалентної схеми (див. рис. 3.19,б):

$$\bar{U}_{ab} + \bar{U}_{bd} + \bar{U}_{de} = \bar{U}.$$

ЗАДАЧА 3.21. Розрахувати діючі значення напруг і струмів в схемі рис. 3.21,а, перевірити баланси активних і реактивних потужностей, побудувати повну ВД напруг і струмів якщо:

$$U = 300 \text{ В}; \quad r_2 = 30 \text{ Ом}, \quad x_2 = 10 \text{ Ом}; \quad x_3 = 33,33 \text{ Ом}; \quad x_4 = 2 \text{ Ом}; \\ x_5 = 20 \text{ Ом}; \quad r_6 = 10 \text{ Ом}; \quad x_1 = 8 \text{ Ом}; \quad r_1 = 4 \text{ Ом}.$$

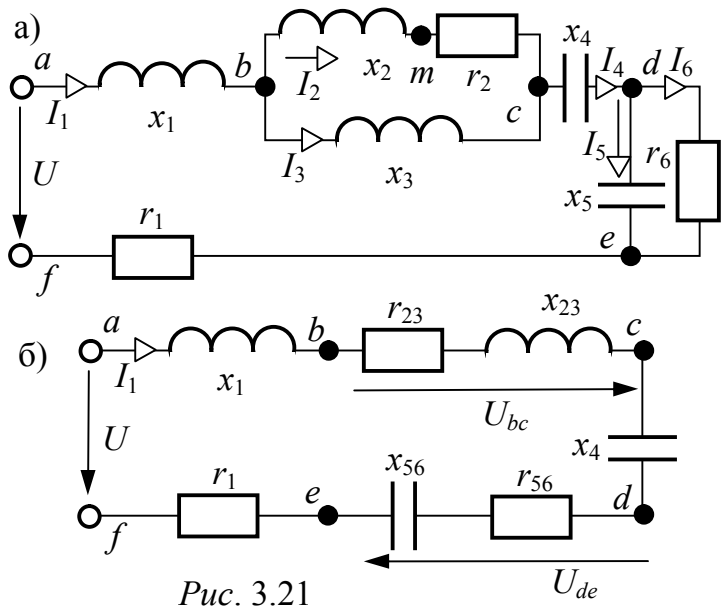


Рис. 3.21

Розв'язання

У даній схемі є два розгалуження: на ділянці bc паралельно увімкнені друга і третя вітки, які можуть бути замінені еквівалентною віткою r_{23} - x_{23} (рис. 3.21,б); на ділянці de паралельно увімкнені п'ята і шоста вітки, що замінюються послідовним еквівалентним колом r_{56} - x_{56} . Заміна здійснюється на підставі формул для активної і реактивної провідностей паралельних віток:

$$g_2 = \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{30}{30^2 + 10^2} = 0,03 \text{ См}; \quad b_2 = \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{10}{30^2 + 20^2} = 0,01 \text{ См};$$

$$g_3 = 0; \quad b_3 = \frac{1}{x_3} = \frac{1}{33,33} = 0,03 \text{ См};$$

$$g_{23} = g_2 + g_3 = 0,03 + 0 = 0,03 \text{ См}; \quad b_{23} = b_2 + b_3 = 0,01 + 0,03 = 0,04 \text{ См};$$

$$r_{23} = \frac{g_{23}}{g_{23}^2 + b_{23}^2} = \frac{0,03}{0,03^2 + 0,04^2} = 12 \text{ Ом};$$

$$x_{23} = \frac{b_{23}}{g_{23}^2 + b_{23}^2} = \frac{0,04}{0,03^2 + 0,04^2} = 16 \text{ Ом}.$$

$$g_5 = 0; \quad g_6 = \frac{1}{r_6} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См};$$

$$b_5 = \frac{1}{x_5} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ См}; \quad b_6 = 0;$$

$$g_{56} = g_5 + g_6 = 0 + 0,1 = 0,1 \text{ См};$$

$$b_{56} = -b_5 + b_6 = -0,05 + 0 = -0,05 \text{ См};$$

$$r_{56} = \frac{g_{56}}{g_{56}^2 + b_{56}^2} = \frac{0,1}{0,1^2 + 0,05^2} = 8 \text{ Ом};$$

$$x_{56} = \frac{b_{56}}{g_{56}^2 + b_{56}^2} = \frac{-0,05}{0,1^2 + 0,05^2} = -4 \text{ Ом}.$$

Вхідний опір кола за еквівалентною схемою (рис. 3.21,б)

$$Z_{\text{вх}} = \sqrt{(r_{23} + r_{56} + r_1)^2 + (x_1 + x_{23} - x_4 + x_{56})^2} = \\ = \sqrt{(12 + 8 + 4)^2 + (8 + 16 - 2 - 4)^2} = 30 \text{ Ом};$$

$$\cos \varphi_{\text{ex}} = \frac{r_{23} + r_{56} + r_1}{Z_{\text{ex}}} = \frac{12 + 8 + 4}{30} = 0,8;$$

$$\sin \varphi_{\text{ex}} = \frac{x_1 + x_{23} - x_4 - x_{56}}{Z_{\text{ex}}} = \frac{8 + 16 - 2 - 4}{30} = 0,6.$$

$$\text{Струм нерозгалуженої частини схеми } I_1 = I_4 = \frac{U}{Z_{\text{ex}}} = \frac{300}{30} = 10 \text{ A},$$

$$\text{напруги на розгалуженнях } U_{bc} = I_1 \cdot \sqrt{r_{23}^2 + x_{23}^2} = 10 \sqrt{12^2 + 16^2} = 200 \text{ B},$$

$$U_{de} = I_1 \cdot \sqrt{r_{56}^2 + x_{56}^2} = 10 \sqrt{8^2 + 4^2} = 40\sqrt{5} \text{ B},$$

струми решти віток

$$I_2 = \frac{U_{bc}}{\sqrt{r_2^2 + x_2^2}} = \frac{200}{\sqrt{30^2 + 10^2}} = 2\sqrt{10} \text{ A}, \quad I_5 = \frac{U_{de}}{x_5} = \frac{40\sqrt{5}}{20} = 2\sqrt{5} \text{ A},$$

$$I_3 = \frac{U_{bc}}{x_3} = \frac{200}{33,33} = 6 \text{ A}, \quad I_6 = \frac{U_{de}}{r_6} = \frac{40\sqrt{5}}{10} = 4\sqrt{5} \text{ A}.$$

Перевіримо баланси потужностей. Баланс активних потужностей представляється для схеми рис. 3.21,а виразом

$$\begin{aligned} U \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_{\text{ex}} &= I_1^2 \cdot r_1 + I_2^2 \cdot r_2 + I_6^2 \cdot r_6, \\ 300 \cdot 10 \cdot 0,8 &= 10^2 \cdot 4 + (2\sqrt{10})^2 \cdot 30 + (4\sqrt{5})^2 \cdot 30 \\ \text{або } 3000 \text{ Вт} &= 3000 \text{ Вт} - \text{виконується.} \end{aligned}$$

Баланс реактивних потужностей кола

$$\begin{aligned} U \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_{\text{ex}} &= I_1^2 \cdot x_1 + I_2^2 \cdot x_2 + I_3^2 \cdot x_3 - I_4^2 \cdot x_4 - I_5^2 \cdot x_5, \\ 300 \cdot 10 \cdot 0,6 &= 10^2 \cdot 8 + (2\sqrt{10})^2 \cdot 10 + 6^2 \cdot 33,33 - 10^2 \cdot 2 - (2\sqrt{5})^2 \cdot 20 \\ \text{або } 1800 \text{ вар} &= 800 + 400 + 1200 - 200 - 400 \text{ вар} - \text{виконується.} \end{aligned}$$

Оскільки обидва баланси потужностей виконуються, задача розрахунку кола розв'язана вірно і можна перейти до побудови векторної діаграми.

Оскільки в схемі рис. 3.21,а є два розгалуження, то спочатку будується векторна діаграма для послідовної еквівалентної схеми рис. 3.21,б. Побудова починається з вибору довільного напрямку вектора струму I_1 послідовного кола (рис. 3.22).

Рівняння за другим законом Кірхгофа запишемо у векторній формі з дотриманням принципу: падіння напруги на елементах схеми строго слідує відповідно до розташування елементів, і кожному вектору напруги надаються відповідні індекси точок схеми:

$$\bar{U}_{ab} + \bar{I}_1 \cdot r_{23} + \bar{I}_1 \cdot x_{23} + \bar{U}_{cd} + \bar{I}_1 \cdot r_{56} + \bar{I}_1 \cdot x_{56} + \bar{U}_{ef} = \bar{U} = \bar{U}_{af}.$$

При цьому $U_{ab} = I_1 \cdot x_1 = 10 \cdot 8 = 80 \text{ B}$ і вектор цієї напруги випереджає струм \bar{I}_1 на 90° ;

$$\begin{aligned} I_1 \cdot r_{23} &= 10 \cdot 12 = 120 \text{ B}, & I_1 \cdot x_{23} &= 10 \cdot 16 = 160 \text{ B}, \\ U_{cd} &= I_1 \cdot x_4 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ B}, & I_1 \cdot r_{56} &= 10 \cdot 8 = 80 \text{ B}, \\ I_1 \cdot x_{56} &= 10 \cdot 4 = 40 \text{ B}, & I_1 \cdot r_1 &= U_{ef} = 10 \cdot 4 = 40 \text{ B}. \end{aligned}$$

На рис. 3.22 падіння векторних напруг $\bar{I}_1 \cdot r_{23}$, $\bar{I}_1 \cdot x_{23}$, $\bar{I}_1 \cdot r_{56}$, $\bar{I}_1 \cdot x_{56}$ побудовані пунктирно, оскільки ці напруги відсутні у вихідній схемі.

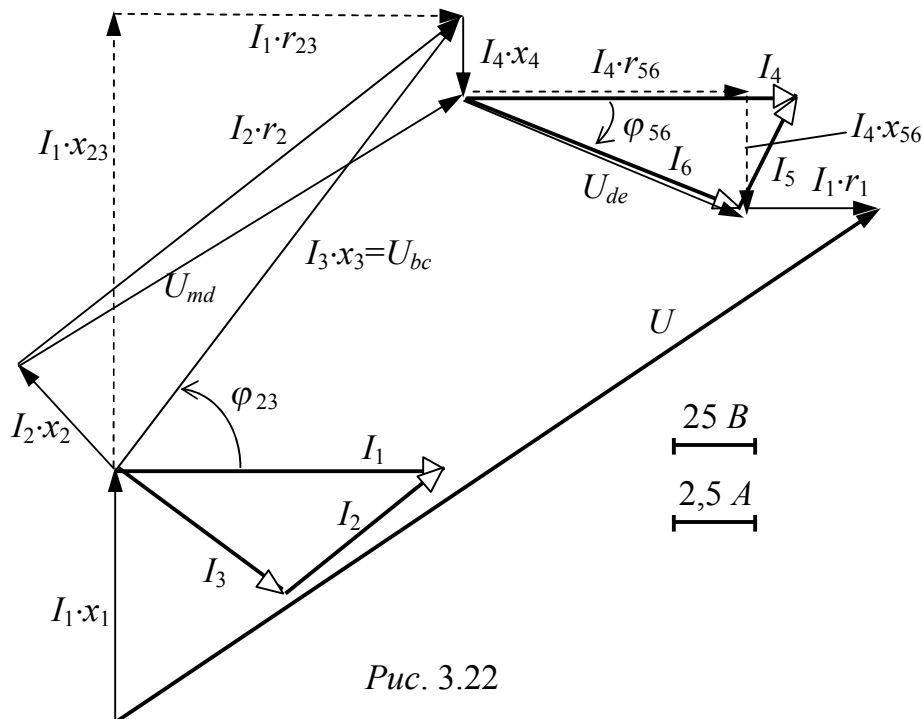


Рис. 3.22

Далі переходимо до побудови векторів струмів I_2 та I_3 . Струм I_3 перпендикулярний напрузі U_{bc} , а струм $\bar{I}_2 = \bar{I}_1 - \bar{I}_3$.

Паралельно вектору U_{de} відкладається струм I_6 , а струм $\bar{I}_5 = \bar{I}_1 - \bar{I}_6$ будується відповідно до першого закону Кірхгофа.

Потім відносно струму \bar{I}_2 відкладаються вектори падінь напруг $\bar{U}_{bm} = \bar{I}_2 \cdot x_2$ та $\bar{U}_{mc} = \bar{I}_2 \cdot r_2$.

ВД набуває остаточного вигляду рис. 3.22. На цій ВД вказаний також вектор напруги \bar{U}_{md} .

ЗАДАЧА 3.22. У схемі рис. 3.23,а відомо: $u(t) = 100\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ В}$;
 $r_1 = 5 \text{ Ом}$; $x_{C1} = 8 \text{ Ом}$; $r_2 = 3 \text{ Ом}$; $x_{C2} = 10 \text{ Ом}$; $x_L = 4 \text{ Ом}$.

Визначити струми, коефіцієнт потужності, побудувати повну ВД кола. Задачу розв'язати методом пропорційних величин. Додатково відповісти на питання: 1) при якому x_{C2}' у схемі рис. 3.23,а буде спостерігатись резонанс струмів? 2) при якому x_{C1}' буде спостерігатись резонанс напруг?

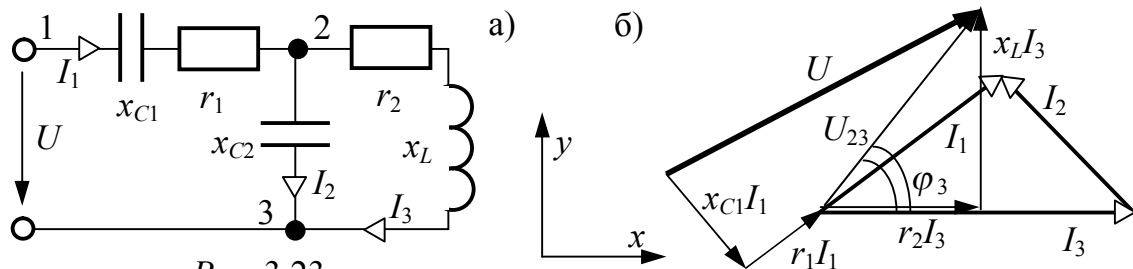


Рис. 3.23

Розв'язання

Якісно побудуємо ВД кола (рис. 3.23,б). Побудову слід починати з найвіддаленішої від джерела ділянки кола (це – третя вітка). Оскільки тут є послідовне з'єднання опорів, спочатку будуємо вектор струму I_3 . Далі побудова діаграми ведеться від кінця схеми до джерела із дотриманням законів Кірхгофа.

Розрахунок виконуємо у тому ж порядку, в якому будувалася ВД.

Хай $I_3 = 1 \text{ A}$, отже $i_3(t) = \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \text{ A}$. Тоді

$$U_{r2} = r_2 \cdot I_3 = 3 \text{ B}, \quad U_{xL} = x_L \cdot I_3 = 4 \text{ B}, \quad U_{23} = \sqrt{U_{r2}^2 + U_{xL}^2} = 5 \text{ B}, \quad I_2 = \frac{U_{23}}{x_{C2}} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ A}.$$

Проекції векторів струмів на осі x та y :

$$I_{3x} = I_3 = 1 \text{ A}, \quad I_{3y} = 0; \quad \varphi_3 = \arctg \frac{x_L}{r_2} = \arctg \frac{4}{3} = 53,1^\circ,$$

$$I_{2x} = I_2 \cdot \cos(\varphi_3 + 90^\circ) = 0,5 \cdot (-0,8) = -0,4 \text{ A},$$

$$I_{2y} = I_2 \cdot \sin(\varphi_3 + 90^\circ) = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3 \text{ A}.$$

Визначаємо перший струм:

$$I_{1x} = I_{2x} + I_{3x} = -0,4 + 1 = 0,6 \text{ A}, \quad I_{1y} = I_{2y} + I_{3y} = 0,3 \text{ A},$$

$$I_1 = \sqrt{I_{1x}^2 + I_{1y}^2} = \sqrt{0,6^2 + 0,3^2} = 0,671 \text{ A}.$$

Фази першого і другого струмів:

$$\psi_{i1} = \arctg \frac{I_{1y}}{I_{1x}} = \arctg \frac{0,3}{0,6} = 26,6^\circ, \quad \psi_{i2} = 180^\circ + \arctg \frac{I_{2y}}{I_{2x}} = 180^\circ + \arctg \frac{0,3}{-0,4} = 143,1^\circ.$$

Визначаємо розрахункове значення вхідної напруги по проекціях:

$$U_{x_{C1}} = x_{C1} \cdot I_1 = 8 \cdot 0,671 = 5,36 \text{ B}; \quad U_{r1} = r_1 \cdot I_1 = 5 \cdot 0,671 = 3,35 \text{ B},$$

$$U_x = U_{x_{C1}} \cdot \cos(90^\circ - \psi_{i1}) + U_{r1} \cdot \cos(\psi_{i1}) + U_{r2} = \\ = 5,36 \cdot \cos(90^\circ - 26,6^\circ) + 3,35 \cdot \cos(26,6^\circ) + 3 = 8,40 \text{ B},$$

$$U_y = U_{x_{C1}} \cdot \sin(\psi_{i1} - 90^\circ) + U_{r1} \cdot \sin(\psi_{i1}) + U_{xL} = \\ = 5,36 \cdot \sin(26,6^\circ - 90^\circ) + 3,35 \cdot \sin(26,6^\circ) + 4 = 0,707 \text{ B},$$

$$U_{розр} = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} = \sqrt{8,40^2 + 0,707^2} = 8,43 \text{ B},$$

$$\psi_{U_{розр}} = \arctg \frac{U_y}{U_x} = \arctg \frac{0,707}{8,43} = 4,8^\circ.$$

Коефіцієнти перерахунку:

$$k = \frac{U}{U_{розр}} = \frac{100}{8,43} = 11,86; \quad \Delta\psi = \psi_U - \psi_{U_{розр}} = 30^\circ - 4,8^\circ = 25,2^\circ.$$

Визначаємо фактичні діючі значення струмів та їх початкові фази:

$$I_{1\phi} = k \cdot I_1 = 11,86 \cdot 0,671 = 7,96 \text{ A}, \quad I_{2\phi} = 11,86 \cdot 0,5 = 5,93 \text{ A}, \quad I_{3\phi} = 11,86 \cdot 1 = 11,86 \text{ A},$$

$$\psi_{i1\phi} = \psi_{i1} + \Delta\psi = 26,6^\circ + 25,2^\circ = 51,8^\circ,$$

$$\psi_{i2\phi} = 143,1^\circ + 25,2^\circ = 168,3^\circ, \quad \psi_{i3\phi} = 0^\circ + 25,2^\circ = 25,2^\circ.$$

Остаточні маємо наступні миттєві значення струмів:

$$i_1(t) = 7,96 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 51,8^\circ) \text{ A}; \quad i_2(t) = 5,93 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 168,3^\circ) \text{ A};$$

$$i_3(t) = 11,86 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 25,2^\circ) \text{ A}.$$

Умова резонансу струмів $b_2 = b_3$.

$$b_2 = \frac{1}{x_{C2}}; \quad b_3 = \frac{x_L}{r_2^2 + x_L^2} = \frac{4}{25} \text{ См}; \quad x_{C2}' = \frac{1}{b_2} = \frac{1}{b_3} = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ Ом}.$$

Умова резонансу напруги $x_{C1}' = x_{23}$,

але $Z_{23} = \frac{U_{23}}{I_1} = \frac{5}{0,671} = 7,46 \text{ Ом},$

$$x_{23} = Z_{23} \cdot \sin(\varphi_3 - \psi_{i1}) = 7,46 \cdot \sin(53,1^\circ - 26,6^\circ) = 3,33 \text{ Ом}.$$

Таким чином, резонанс напруги спостерігається при $x_{C1}' = 3,33 \text{ Ом}.$

3.3.2 Задачі для самостійного розв'язання

ЗАДАЧА 3.23. Розрахувати миттєві і діючі значення напруг і струмів схеми рис. 3.24, скласти баланс активних і реактивних потужностей, побудувати повну векторну діаграму напруг і струмів, якщо:

$$u(t) = 200 \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ В};$$

$$x_1 = 28 \text{ Ом}; \quad x_3 = 24 \text{ Ом}; \quad r_2 = 24 \text{ Ом}.$$

Відповіді: $i_1(t) = 10 \cdot \sin(\omega t + 66,87^\circ) \text{ А};$

$$u_{ab}(t) = 280 \cdot \sin(\omega t + 156,87^\circ) \text{ В};$$

$$u_{bc}(t) = 120\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 21,87^\circ) \text{ В};$$

$$i_2(t) = 5\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 21,87^\circ) \text{ А};$$

$$i_3(t) = 5\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 111,87^\circ) \text{ А};$$

$$P = 600 \text{ Вт}; \quad Q = 800 \text{ вар}.$$

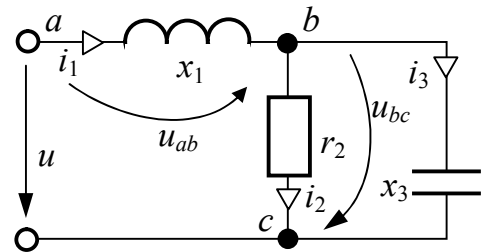


Рис. 3.24

ЗАДАЧА 3.24. Методом провідностей визначити покази приладів електродинамічної системи в схемі рис. 3.25, якщо: $U = 200 \text{ В};$ $x_1 = 8 \text{ Ом};$ $x_2 = 10 \text{ Ом};$ $r_3 = 5 \text{ Ом};$

$$x_3 = 15 \text{ Ом}; \quad r_1 = 6 \text{ Ом}.$$

Побудувати векторну діаграму кола.

Відповіді: $A_1 \rightarrow 10 \text{ А}; \quad V \rightarrow 224 \text{ В};$

$$A_2 \rightarrow 22,4 \text{ А}; \quad A_3 \rightarrow 14,14 \text{ А};$$

$$W \rightarrow 1000 \text{ Вт}.$$

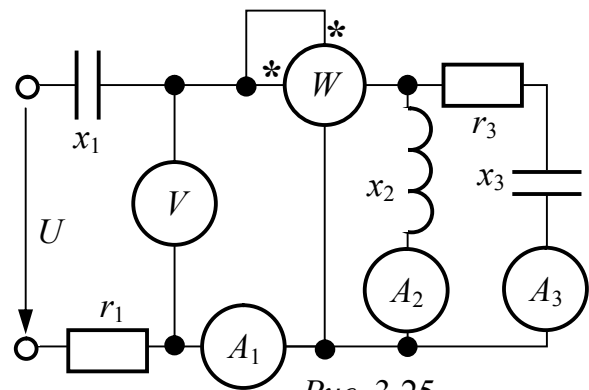


Рис. 3.25

ЗАДАЧА 3.25. У схемі рис. 3.26 відомо:

$$U = 300 \text{ В}; \quad r_1 = 16 \text{ Ом}; \quad x_1 = 24 \text{ Ом};$$

$$r_2 = 16,67 \text{ Ом}; \quad r_3 = 5 \text{ Ом}; \quad x_3 = 15 \text{ Ом}.$$

Визначити покази приладів.

Відповіді: $Z_3 = 5\sqrt{10} \text{ Ом}; \quad Z_{23} = 10 \text{ Ом}; \quad r_{23} = 8 \text{ Ом}; \quad x_{23} = -6 \text{ Ом};$

$$Z = 30 \text{ Ом}; \quad \cos\varphi = 0,8; \quad A_1 \rightarrow 10 \text{ А}; \quad A_2 \rightarrow 6 \text{ А}; \quad A_3 \rightarrow 2\sqrt{10} \text{ А}; \quad W \rightarrow 2400 \text{ Вт}.$$

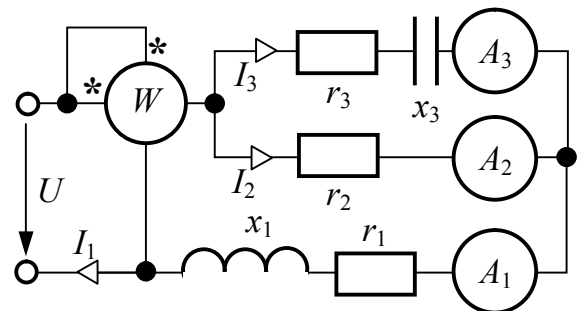


Рис. 3.26

3.3.3 Задачі підвищеної складності

ЗАДАЧА 3.26. Визначити напругу і струм джерела живлення схеми рис. 3.27 та її параметри за відомими показами приладів:

$$\begin{aligned} V_1 &\rightarrow 80B; & V_2 &\rightarrow 100B; \\ A_1 &\rightarrow 1A; & A_2 &\rightarrow 1,6A; \\ W &\rightarrow 180Wm. \end{aligned}$$

Побудувати векторну

діаграму кола.

Відповіді: $U = 81,47B$; $I = 2,27A$;
 $r_1 = 100\text{ Ом}$; $x = 35,2\text{ Ом}$;
 $r_2 = 31,24\text{ Ом}$; $x_2 = 54,13\text{ Ом}$.

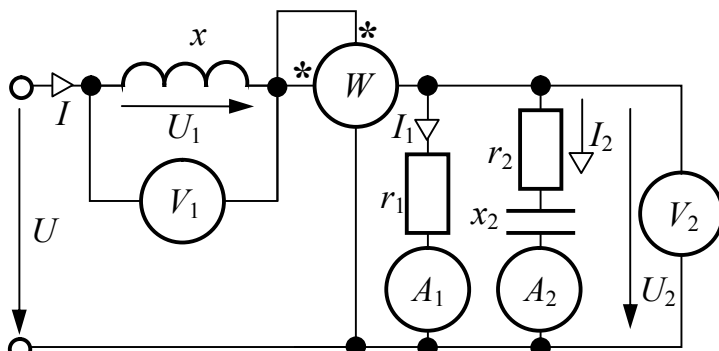


Рис. 3.27

ЗАДАЧА 3.27. Коло рис. 3.28 знаходиться в стані резонансу. Ватметр показує $100Wm$, амперметри A_1 та A_2 – 4 та $5A$, $R_1 = R_2$. Потрібно визначити x_L , x_C і показ амперметра A_0 .

Відповіді: $A_0 \rightarrow 11,33A$; $x_L = 2,205\text{ Ом}$;
 $x_C = 1,41\text{ Ом}$.

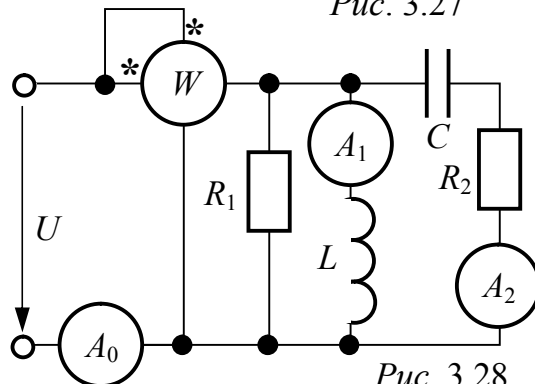


Рис. 3.28

3.3.4 Застосування ПЕОМ при розв'язанні задач методом провідностей

ЗАДАЧА 3.28. У схемі рис. 3.29 розрахувати всі струми, скласти баланс активних і реактивних потужностей, якщо $U = 200B$; $r_1 = r_2 = 2\text{ Ом}$; $r_3 = 4\text{ Ом}$; $r_4 = 20\text{ Ом}$; $x_{C1} = x_{C2} = 8\text{ Ом}$; $x_L = 6\text{ Ом}$.

Програма розв'язання задачі в системі MathCAD

Вихідні дані $U:=200$ $r1:=2$ $r2:=2$
 $r3:=4$ $r4:=20$ $x_{C1}:=8$ $x_{C2}:=8$ $x_L:=6$

Визначаємо повні опори, а також активну і реактивну провідності увімкнених паралельно віток

$$Z2 := \sqrt{r2^2 + xL^2} \quad Z3 := \sqrt{r3^2 + xC2^2} \quad g2 := \frac{r2}{Z2^2} \quad g3 := \frac{r3}{Z3^2} \quad g4 := \frac{1}{r4}$$

$$b2 := \frac{xL}{Z2^2} \quad b3 := \frac{x_{C2}}{Z3^2} \quad b4 := 0$$

Активна, реактивна і повна провідності еквівалентної вітки

$$ge := g2 + g3 + g4 \quad be := b2 - b3 + b4 \quad ye := \sqrt{ge^2 + be^2}$$

Повний, активний і реактивний опори еквівалентної вітки

$$Ze := ye^{-1} \quad re := ge \cdot Ze^2 \quad xe := be \cdot Ze^2$$

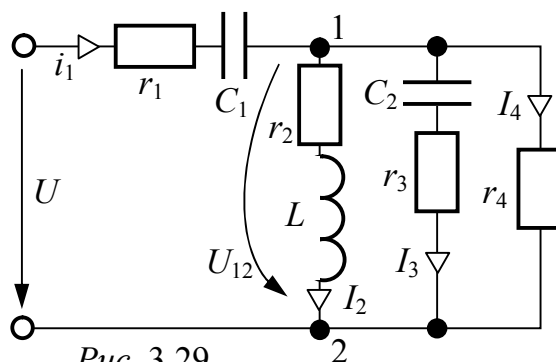


Рис. 3.29

Повний вхідний опір кола $Z := \sqrt{(r1 + re)^2 + (-xCl + xe)^2}$

Струм у нерозгалуженій частині кола $I := \frac{U}{Z}$

Напруга на паралельно увімкнених вітках $U12 := I \cdot Ze$

Струми паралельно увімкнених віток $I2 := \frac{U12}{Z2}$ $I3 := \frac{U12}{Z3}$ $I4 := \frac{U12}{r4}$

Відповіді для струмів в A $I1 = 20$ $I2 = 20$ $I3 = 14.142$ $I4 = 6.325$

Активна і реактивна потужності джерела, BA

$P_{Г} := U \cdot I \cdot \frac{r1 + re}{Z}$ $Q_{Г} := U \cdot I \cdot \frac{-xCl + xe}{Z}$ $P_{Г} = 3.2 \times 10^3$ $Q_{Г} = -2.4 \times 10^3$

Активна і реактивна потужності приймачів

$P_{П} := I1^2 \cdot r1 + I2^2 \cdot r2 + I3^2 \cdot r3 + I4^2 \cdot r4$ $Q_{П} := -I1^2 \cdot xCl + I2^2 \cdot xL - I3^2 \cdot xC2$

$P_{П} = 3.2 \times 10^3$ $Q_{П} = -2.4 \times 10^3$

Отже, баланси потужностей збігаються.

3.4 КОМПЛЕКСНИЙ (СИМВОЛІЧНИЙ) МЕТОД

ЗАДАЧА 3.29. Розв'язати задачу 3.2 комплексним методом.

Розв'язання

Вихідні дані представимо комплексними числами:

комплексна амплітуда напруги мережі $\underline{U}_m = U_m \cdot e^{j\psi_u} = 200 \cdot e^{-j20^\circ}$ B;

комплексний опір кола $r-L$

$\underline{Z} = r + j\omega L = 35 + j2\pi \cdot 50 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 35 + j25,12 = 43,1 \cdot e^{j35,67^\circ}$ Ом.

За законом Ома розрахуємо комплексну амплітуду струму

$$\underline{I}_m = \frac{\underline{U}_m}{\underline{Z}} = \frac{200 \cdot e^{-j20^\circ}}{43,1 \cdot e^{j35,67^\circ}} = 4,64 \cdot e^{-j55,67^\circ} \text{ A.}$$

Миттєве значення струму

$$\begin{aligned} i(t) &= \text{Im}[\underline{I}_m \cdot e^{j\omega t}] = \text{Im}[4,64 \cdot e^{-j55,67^\circ} \cdot e^{j\omega t}] = \\ &= \text{Im}[4,64 \cdot e^{j(\omega t - 55,67^\circ)}] = 4,64 \cdot \sin(\omega t - 55,67^\circ) \text{ A.} \end{aligned}$$

Комплексна потужність на вході кола

$$\underline{S} = \frac{\underline{U}_m \cdot \underline{I}_m^*}{2} = \frac{200 \cdot e^{-j20^\circ} \cdot 4,64 \cdot e^{j55,67^\circ}}{2} = 464 \cdot e^{j35,67^\circ} = 377 + j270,5 \text{ VA} = P + jQ.$$

ЗАДАЧА 3.30. У схемі рис. 3.30 визначити діюче і миттєве значення напруги на ємності, якщо

$U = 380 \text{ B}$; $r = 1 \text{ кОм}$; $C = 2 \text{ мкФ}$.

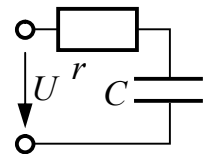


Рис. 3.30

Розв'язання

Спрямуємо вектор вхідної напруги уздовж вісі дійсних чисел. Тоді

$$\underline{U} = U = 380 \text{ B.}$$

Комплексний опір кола

$$\underline{Z} = r - jx_C = r - j \frac{1}{\omega C} = 1000 - j \frac{1}{314 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 1000 - j1592 = 1880 \cdot e^{-j57,87^\circ} \text{ Ом.}$$

За законом Ома визначимо комплекс струму у колі

$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{380}{1880 \cdot e^{-j57,87^\circ}} = 0,202 \cdot e^{j57,87^\circ} \text{ А.}$$

Комплекс напруги на ємності

$$\underline{U}_C = \underline{I} \cdot (-jx_C) = 0,202 \cdot e^{j57,87^\circ} \cdot (-j1592) = 321,8 \cdot e^{-j32,13^\circ} \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги на ємності

$$u_C(t) = \text{Im}[\sqrt{2} \underline{U}_C \cdot e^{j\omega t}] = 455,1 \cdot \sin(\omega t - 32,13^\circ) \text{ В.}$$

ЗАДАЧА 3.31. У схемі рис. 3.31 визначити показ амперметра, якщо

$$u(t) = 300 \cdot \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ В; } r_1 = 12 \text{ Ом; } r_2 = x_{L1} = 16 \text{ Ом; } x_{L2} = 20 \text{ Ом; } x_{C2} = 32 \text{ Ом; } r_3 = x_{L3} = 100 \text{ Ом; } x_{C1} = 12,5 \text{ Ом.}$$

Розв'язання

Визначимо комплексні опори паралельних віток

$$\underline{Z}_1 = r_1 + jx_{L1} = 12 + j16 \text{ Ом; } \underline{Z}_2 = r_2 + j(x_{L2} - x_{C2}) = 16 - j12 \text{ Ом; } \underline{Z}_3 = r_3 = 100 \text{ Ом; } \underline{Z}_4 = -jx_{C1} = -j12,5 \text{ Ом; } \underline{Z}_5 = jx_{L3} = j100 \text{ Ом.}$$

Комплексна провідність всього кола

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4} = \frac{1}{12 + j16} + \frac{1}{16 - j12} + \frac{1}{100} + \frac{1}{j12,5} + \frac{1}{j100} = 0,08 + j0,06 = 0,1 \cdot e^{j36,9^\circ} \text{ См.}$$

Комплекс вхідної напруги

$$\underline{U} = \frac{300}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j30^\circ} \text{ В.}$$

За законом Ома визначаємо струм у нерозгалуженій частині кола

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} = 0,1 \cdot e^{j36,9^\circ} \cdot \frac{300}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j30^\circ} = 21,21 \cdot e^{j6,9^\circ} \text{ А.}$$

Отже, амперметр покаже 21,21 А.

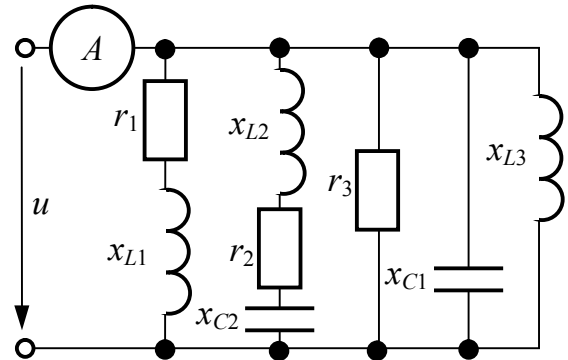


Рис. 3.31

ЗАДАЧА 3.32. В умовах задачі 3.24 визначити покази приладів електродинамічної системи за допомогою комплексного методу.

Розв'язання

Направимо по вісі дійсних чисел вектор вхідної напруги, тобто приймемо $\underline{U} = U = 200 \text{ В}$.

Визначимо комплексні опори віток

$$\underline{Z}_1 = r_1 - jx_1 = 6 - j8 \text{ Ом; } \underline{Z}_2 = jx_2 = j10 \text{ Ом; } \underline{Z}_3 = r_3 - jx_3 = 5 - j15 \text{ Ом.}$$

Комплексний опір всього кола

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 6 - j8 + \frac{j10 \cdot (5 - j15)}{j10 + 5 - j15} = 16 + j12 \text{ Ом.}$$

$$\text{Струм джерела } \underline{I}_1 = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{200}{16 + j12} = 8 - j6 = 10 \cdot e^{-j36,9^\circ} \text{ А.}$$

Струми паралельних віток

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 10 \cdot e^{-j36,9^\circ} \cdot \frac{5 - j15}{5 - j5} = 10 - j20 = 22,36 \cdot e^{-j63,4^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 10 \cdot e^{-j36,9^\circ} \cdot \frac{j10}{5 - j5} = -2 + j14 = 14,14 \cdot e^{j98,1^\circ} \text{ A}.$$

Напруга на паралельних вітках (вимірюється вольтметром і подається на ватметр)

$$\underline{U}_W = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 = 22,36 \cdot e^{-j63,4^\circ} \cdot j10 = 223,6 \cdot e^{j26,6^\circ} = 200 + j100 \text{ B}.$$

$$\text{Показ ватметра } P_W = \text{Re}[\underline{U}_W \cdot \underline{I}_1^*] = \text{Re}[223,6 \cdot e^{j26,6^\circ} \cdot 10 \cdot e^{j36,9^\circ}] = 1000 \text{ Вт}.$$

Отже, покази приладів:

$$A_1 \rightarrow 10 \text{ A}; \quad A_2 \rightarrow 22,36 \text{ A}; \quad A_3 \rightarrow 14,14 \text{ A}; \quad V \rightarrow 223,6 \text{ B}; \quad W \rightarrow 1000 \text{ Вт}.$$

ЗАДАЧА 3.33. У схемі рис. 3.32,а відомо: $E_1 = E_2 = 100 \text{ B}$, причому E_2 випереджає E_1 на 90° за фазою; $J = 5 \text{ A}$, причому струм цього джерела знаходиться у протифазі з E_2 ; $r = x_C = 10 \text{ Ом}$; $x_L = 20 \text{ Ом}$.

Визначити струми у всіх вітках, показ ватметра, скласти баланс реактивних потужностей, побудувати топографічну діаграму для контуру 1-2-3-1.

Розв'язання

Направимо по осі дійсних чисел вектор E_1 , тоді для джерел комплекси будуть наступними:

$$\underline{E}_1 = 100 \text{ B}; \quad \underline{E}_2 = 100 \cdot e^{j90^\circ} = j100 \text{ B}; \quad \underline{J} = 5 \cdot e^{-j90^\circ} = -j5 \text{ A}.$$

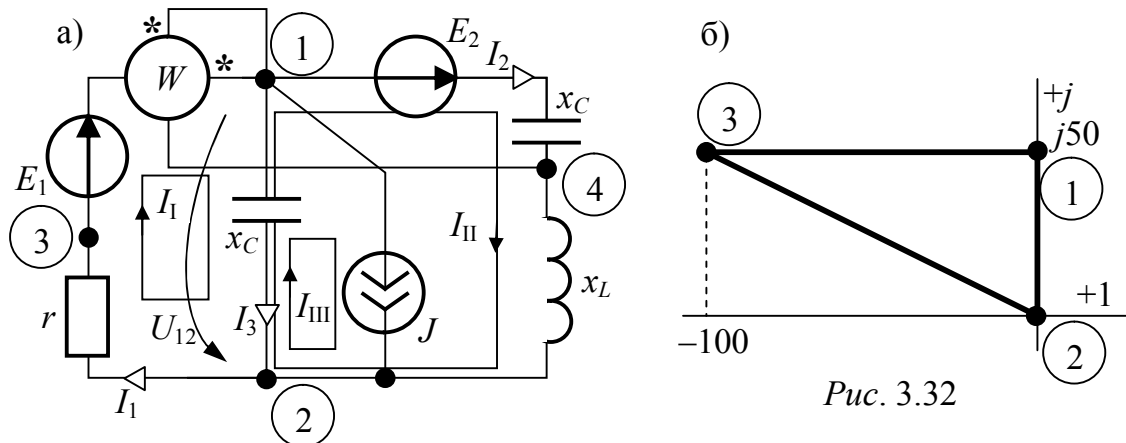


Рис. 3.32

Оскільки в схемі лише два вузли, то розрахунок струмів раціонально виконати методом вузлової напруги $\underline{U}_{12} = \frac{\underline{E}_1 \underline{Y}_1 - \underline{E}_2 \underline{Y}_2 - \underline{J}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$,

де комплексні провідності віток: $\underline{Y}_1 = \frac{1}{r} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См}$;

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{jx_L - jx_C} = \frac{1}{j20 - j10} = \frac{1}{j10} = -j0,1 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{-jx_C} = \frac{1}{-j10} = j0,1 \text{ См}.$$

$$\text{Тоді } \underline{U}_{12} = \frac{100 \cdot 0,1 - j100 \cdot (-j0,1) + j5}{0,1 - j0,1 + j0,1} = j50 \text{ В.}$$

За законом Ома визначаємо струми:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{U}_{12}}{r} = \frac{100 - j50}{10} = 10 - j5 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_2 = (\underline{E}_2 + \underline{U}_{12}) \cdot \underline{Y}_2 = (j100 + j50) \cdot (-j0,1) = 15 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{U}_{12} \cdot \underline{Y}_3 = j50 \cdot j0,1 = -5 \text{ А.}$$

Перевіримо значення струмів за першим законом Кірхгофа для вузла 1:

$$-\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{J} = 0 \quad \text{або} \quad -10 + j5 + 15 - 5 - j5 = 0.$$

Показ ватметра: $P_W = \text{Re}[\underline{U}_{14} \cdot (-\underline{I}_1^*)]$.

За другим законом Кірхгофа

$$\underline{U}_{14} = -\underline{E}_2 + \underline{I}_2 \cdot (-jx_C) = -j100 + 15 \cdot (-j10) = -j250 \text{ В.}$$

$$\text{Тоді } P_W = \text{Re}[-j250 \cdot (-10 - j5)] = -1250 \text{ Вт.}$$

Баланс реактивних потужностей:

реактивна потужність джерел

$$Q_{\Gamma} = \text{Im}[\underline{E}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{E}_2 \cdot \underline{I}_2^* + (-\underline{U}_{12}) \cdot \underline{J}^*] = \text{Im}[100 \cdot (10 + j5) + j100 \cdot 15 - j15 \cdot j5] = 2000 \text{ вар;}$$

реактивна потужність приймачів

$$Q_{\Pi} = \underline{I}_2^2 \cdot (x_L - x_C) + \underline{I}_3^2 \cdot (-x_C) = 15^2 \cdot 10 - 5^2 \cdot 10 = 2000 \text{ вар.}$$

Отже, баланс реактивних потужностей виконується.

При побудові топографічної діаграми прийmemo, що $\varphi_2 = 0$, тоді

$$\varphi_1 = \underline{I}_3 \cdot (-jx_C) = \underline{U}_{12} = j50 \text{ В; } \varphi_3 = \varphi_1 - \underline{E}_1 = -100 + j50 \text{ В; } \varphi_2 = \varphi_3 + \underline{I}_1 \cdot r = 0.$$

На рис. 3.32,б наведена необхідна діаграма.

Відмітимо, що розрахунок струмів в схемі можна було б провести методом контурних струмів, розв'язавши наступну систему рівнянь

$$\begin{cases} \underline{I}_I \cdot (r - jx_C) - \underline{I}_{II} \cdot (-jx_C) - \underline{J} \cdot (-jx_C) = \underline{E}_1; \\ -\underline{I}_I \cdot (-jx_C) + \underline{I}_{II} \cdot (jx_L - 2jx_C) + \underline{J} \cdot (-jx_C) = \underline{E}_2. \end{cases}$$

ЗАДАЧА 3.34. У схемі рис. 3.33 відомо: $\underline{J} = 10 \cdot e^{j45^\circ} \text{ А}$, $\underline{E}_1 = 380 \text{ В}$, $\underline{E}_2 = j100 \text{ В}$, $r_1 = 10 \text{ Ом}$, $x_1 = 14,29 \text{ Ом}$, $r_3 = 6 \text{ Ом}$, $x_2 = 3,3 \text{ Ом}$.

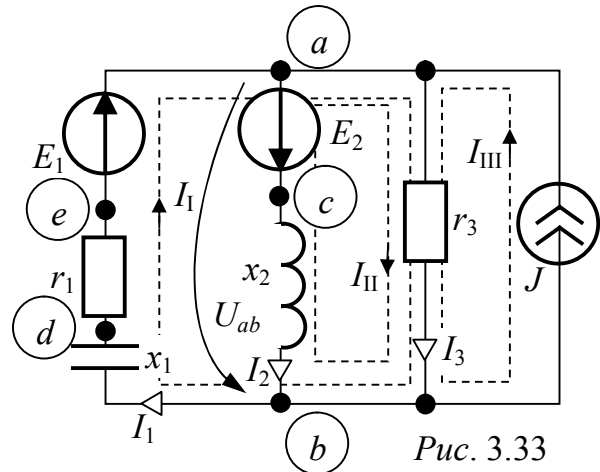
Розрахувати струми методом двох вузлів, виконати перевірочний розрахунок методом контурних струмів, скласти баланс потужностей, побудувати топографічну діаграму напруг поєднану із векторною діаграмою струмів.

Розв'язання

1. Опори віток у комплексній формі:

$$\underline{Z}_1 = r_1 - jx_1 = 10 - j14,29 \text{ Ом; } \underline{Z}_2 = jx_2 = j3,3 \text{ Ом; } \underline{Z}_3 = r_3 = 6 \text{ Ом.}$$

2. Розрахуємо струми методом двох вузлів:



$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \frac{\underline{E}_1 \underline{Z}_1^{-1} - \underline{E}_2 \underline{Z}_2^{-1} + \underline{J}}{\underline{Z}_1^{-1} + \underline{Z}_2^{-1} + \underline{Z}_3^{-1}} = \\ &= \frac{380 \cdot (10 - j14,29)^{-1} - j100 \cdot (j3,3)^{-1} + 7,07 + j7,07}{(10 - j14,29)^{-1} + (j3,3)^{-1} + 6^{-1}} = \\ &= 83,60 \cdot e^{j165,4^\circ} = -80,89 + j21,09 \text{ В}. \end{aligned}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_1} = \frac{380 + 80,89 - j21,09}{10 - j14,29} = 26,45 \cdot e^{j52,4^\circ} = 16,14 + j20,96 \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2 + \underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = \frac{j100 - 80,89 + j21,09}{j3,3} = 44,13 \cdot e^{j33,7^\circ} = 36,70 + j24,51 \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_3} = \frac{-80,89 + j21,09}{6} = 13,93 \cdot e^{j165,4^\circ} = -13,48 + j3,52 \text{ А}.$$

3. Система рівнянь для контурних струмів з урахуванням $\underline{I}_{III} = \underline{J}$:

$$\begin{cases} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) \cdot \underline{I}_I + \underline{Z}_3 \cdot \underline{I}_{II} = \underline{E}_1 - \underline{Z}_3 \cdot \underline{J}; \\ \underline{Z}_3 \cdot \underline{I}_I + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) \cdot \underline{I}_{II} = -\underline{E}_2 - \underline{Z}_3 \cdot \underline{J}. \end{cases} \begin{cases} (10 - j14,29 + 6) \cdot \underline{I}_I + 6 \cdot \underline{I}_{II} = 380 - 6 \cdot (7,07 + j7,07); \\ 6 \cdot \underline{I}_I + (j3,3 + 6) \cdot \underline{I}_{II} = -j100 - 6 \cdot (7,07 + j7,07). \end{cases}$$

Розв'язання системи дає: $\underline{I}_I = 26,45 \cdot e^{j52,4^\circ} \text{ А}$; $\underline{I}_{II} = -44,13 \cdot e^{j33,7^\circ} \text{ А}$.

Струми віток обчислимо через контурні струми:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_I = 26,45 \cdot e^{j52,4^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = -\underline{I}_{II} = 44,13 \cdot e^{j33,7^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_I + \underline{I}_{II} + \underline{J} = 16,14 + j20,96 - 36,70 - j24,51 + 7,07 + j7,07 = -13,49 + j3,52 \text{ А}.$$

4. Комплексна потужність джерел:

$$\begin{aligned} \underline{S}_r &= \underline{E}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{E}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{ab} \cdot \underline{J}^* = 380 \cdot (16,14 + j20,96) + \\ &+ j100 \cdot (36,70 + j24,51) + (-80,89 + j21,09) \cdot (7,07 - j7,07) = 8162 - j3573 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Активна і реактивна потужності приймачів:

$$P_{II} = \underline{I}_1^2 \cdot r_1 + \underline{I}_3^2 \cdot r_3 = 26,45^2 \cdot 10 + 13,93^2 \cdot 6 = 8160 \text{ Вт};$$

$$Q_{II} = \underline{I}_1^2 \cdot (-x_1) + \underline{I}_2^2 \cdot x_2 = -26,45^2 \cdot 14,29 + 44,13^2 \cdot 3,3 = -3571 \text{ вар}.$$

Оскільки $P_{II} \approx \text{Re}(\underline{S}_r)$ і $Q_{II} \approx \text{Im}(\underline{S}_r)$, то баланс потужностей виконується.

5. Обчислимо значення комплексів потенціалів різних точок кола.

Прийmemo $\varphi_b = 0$, тоді $\varphi_a = \underline{U}_{ab} = -80,89 + j21,09 \text{ В}$.

Решта потенціалів $\varphi_c = \varphi_a + \underline{E}_2 = -80,82 + j121,09 \text{ В}$;

$$\varphi_e = \varphi_a - \underline{E}_1 = -460,89 + j21,09 \text{ В};$$

$$\varphi_d = -\underline{I}_1 \cdot (-jx_1) = 378,0 \cdot e^{j142,4^\circ} \text{ В}.$$

Діаграма наведена на рис. 3.34.

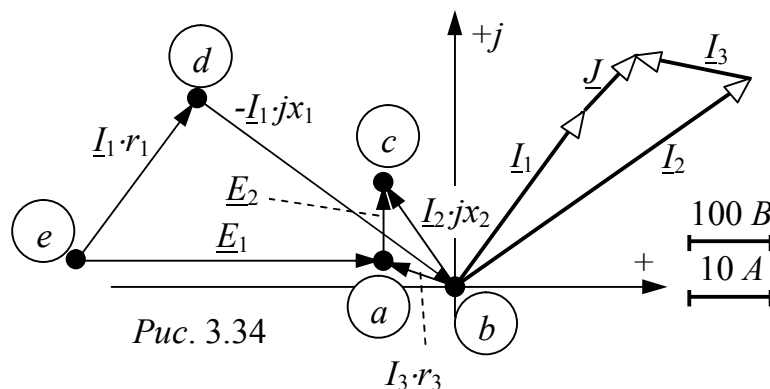


Рис. 3.34

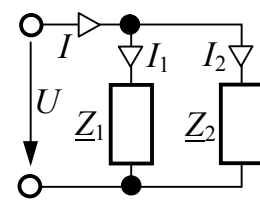


Рис. 3.35

3.4.2 Задачі для самостійного розв'язання

ЗАДАЧА 3.35. Символічним методом розв'язати задачу 3.3.

ЗАДАЧА 3.36. Визначити струми у всіх вітках кола рис. 3.35, якщо

$$U = 130 \text{ В}; \quad \underline{Z}_1 = 6 + j8 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_2 = 5 - j12 \text{ Ом}.$$

Відповіді: $\underline{I} = 11,71 \cdot e^{-j5,73^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_1 = 13 \cdot e^{-j53,1^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_2 = 10 \cdot e^{j67,4^\circ} \text{ А}.$

ЗАДАЧА 3.37. Два електродвигуни з номінальними даними $P_{1н} = 20 \text{ кВт}; U_{1н} = 220 \text{ В}; \cos\varphi_{1н} = 0,8 (\varphi_{1н} > 0); P_{2н} = 30 \text{ кВт}; U_{2н} = 220 \text{ В}; \cos\varphi_{2н} = 0,6 (\varphi_{2н} < 0);$ увімкнені паралельно та живляться через лінію електропередачі, яка має комплексний опір $\underline{Z}_л = 3 + j4 \text{ Ом}.$ Двигуни номінально навантажені. Потрібно визначити напругу і повну потужність джерела живлення за умови, що напруга на двигунах номінальна.

Відповіді: $U_{Г} = 217 \text{ В}; S_{Г} = 57,84 \text{ кВА}.$

ЗАДАЧА 3.38. У схемі рис. 3.36 потрібно визначити всі струми та вхідну напругу, якщо вольтметр показує $50 \text{ В},$ а параметри кола:

$$r_1 = x_{C2} = 5 \text{ Ом}; \quad x_{C1} = r_2 = x_{L1} = x_{L2} = 10 \text{ Ом}.$$

Відповідь: якщо по осі дійсних чисел направити вектор напруги вольтметра, то

$$\underline{I}_1 = 10 + j10 \text{ А}; \quad \underline{I}_2 = 10 \text{ А}; \quad \underline{I}_3 = j10 \text{ А}; \\ \underline{I}_4 = 5 + j5 \text{ А}; \quad \underline{I}_5 = -5 + j5 \text{ А}; \quad U = 100 \text{ В}.$$

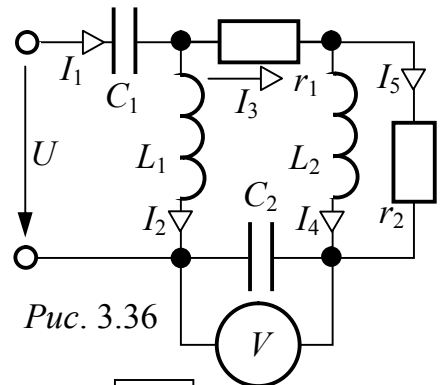


Рис. 3.36

ЗАДАЧА 3.39. У схемі рис. 3.37 визначити покази приладів, побудувати ВД, перевірити баланс потужностей. Задачу розв'язати методами провідностей і символічним. Відомо:

$$u(t) = 6\sqrt{10} \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{4}) \text{ В}, \quad L = 0,06 \text{ Гн},$$

$$r_3 = 6 \text{ Ом}, \quad r_2 = 10 \text{ Ом}, \quad C = 833 \text{ мкФ}.$$

Відповіді: $\underline{Z}_3 = 6\sqrt{5} \cdot e^{-j63,4^\circ} \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{23} = 6 - j3 \text{ Ом}; \quad \underline{Z} = 6 + j3 \text{ Ом};$

$$\underline{I}_1 = 2 \cdot e^{j18,4^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_2 = 0,6\sqrt{5} \cdot e^{-j8,2^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_3 = 1 \cdot e^{j55,3^\circ} \text{ А}; \quad P_W = 24 \text{ Вт}.$$

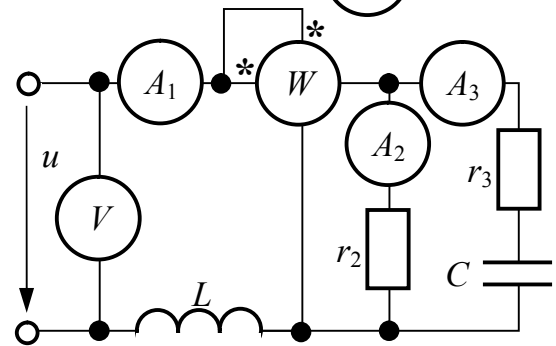


Рис. 3.37

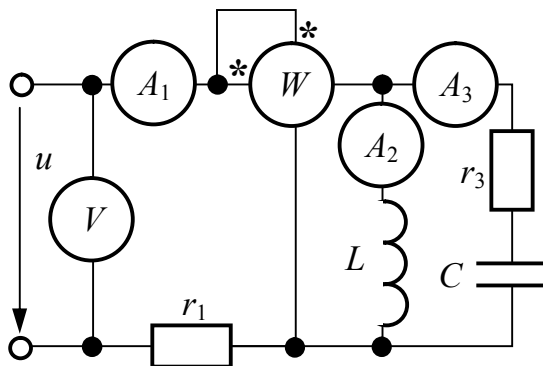


Рис. 3.38

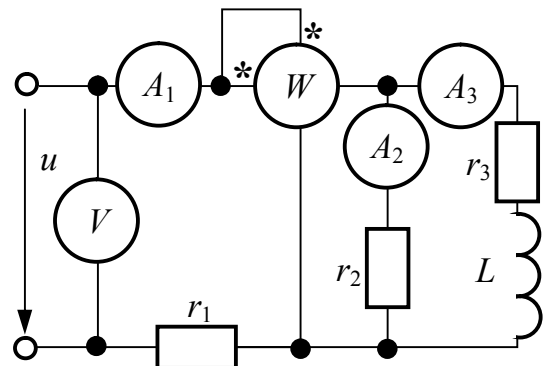


Рис. 3.39

ЗАДАЧА 3.40. У схемі рис. 3.38 визначити покази приладів, побудувати ВД, перевірити баланс потужностей. Задачу розв'язати методами провідностей і символічним. Відомо:

$$u(t) = 40\sqrt{10} \cdot \sin(100t + 45^\circ) \text{ В}, \quad L = 0,1 \text{ Гн}, \quad r_1 = r_3 = 10 \text{ Ом}, \quad C = 1000 \text{ мкФ}.$$

Відповіді: $Z_3 = 10\sqrt{10} \cdot e^{-j45^\circ} \text{ Ом}; \quad Z_{23} = 10 + j10 \text{ Ом}; \quad Z = 20 + j10 \text{ Ом};$
 $I_1 = 4 \cdot e^{j18,4^\circ} \text{ А}; \quad I_2 = 4\sqrt{2} \cdot e^{-j26,6^\circ} \text{ А}; \quad I_3 = 4 \cdot e^{j108,4^\circ} \text{ А}; \quad P_W = 160 \text{ Вт}.$

ЗАДАЧА 3.41. У схемі рис. 3.39 визначити покази приладів, побудувати векторну діаграму, перевірити баланс потужностей. Задачу розв'язати методами провідностей і символічним. Відомо:

$$u(t) = 12\sqrt{5} \cdot \sin(100t + 90^\circ) \text{ В}, \quad L = 0,12 \text{ Гн}, \quad r_1 = 3 \text{ Ом}, \quad r_2 = 10 \text{ Ом}, \quad r_3 = 6 \text{ Ом}.$$

Відповіді: $Z_3 = 6\sqrt{5} \cdot e^{j63,4^\circ} \text{ Ом}; \quad Z_{23} = 6 + j3 \text{ Ом}; \quad Z = 9 + j3 \text{ Ом};$
 $I_1 = 2 \cdot e^{j71,7^\circ} \text{ А}; \quad I_2 = 0,6\sqrt{5} \cdot e^{j98,1^\circ} \text{ А}; \quad I_3 = 1 \cdot e^{j34,7^\circ} \text{ А}; \quad P_W = 24 \text{ Вт}.$

ЗАДАЧА 3.42. У схемі рис. 3.40 визначити струми, побудувати топографічну діаграму всього кола, поєднану із ВД струмів, перевірити баланс потужностей. Параметри кола:

$$J = 10 \text{ А}; \quad x_1 = x_2 = x_3 = r_4 = 10 \text{ Ом}; \quad r_5 = 5 \text{ Ом}.$$

Відповідь: якщо по осі дійсних чисел направити вектор струму джерела, то

$$I_1 = -j30 \text{ А}; \quad I_2 = -j10 \text{ А}; \quad I_3 = 10 + j30 \text{ А};$$

$$I_4 = 10 + j10 \text{ А}; \quad I_5 = -j20 \text{ А}.$$

ЗАДАЧА 3.43. У схемі рис. 3.41 визначити струми, побудувати топографічну діаграму кола, поєднану з векторною діаграмою струмів, знайти показ ватметра та визначити його фізичний зміст.

Параметри кола: $e_1(t) = 200\sqrt{2} \sin \omega t \text{ В},$

$$e_2(t) = 200\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ В};$$

$$r_1 = x_2 = x_3 = 20 \text{ Ом}.$$

Відповіді: $I_1 = -30 \text{ А}; \quad I_2 = -10 - j20 \text{ А};$

$$I_3 = j20 \text{ А}; \quad P_W = -4000 \text{ Вт}.$$

Ватметр вимірює активну потужність, що надходить з першої вітки в інші. Знак «мінус» у потужності означає, що напрям потужності зворотний, тобто від решти віток у першу.

ЗАДАЧА 3.44. Визначити струми у всіх вітках і показ ватметра в схемі рис. 3.42, якщо $E = 100\sqrt{2} \text{ В}$ і вона випереджає J на 45° за фазою;

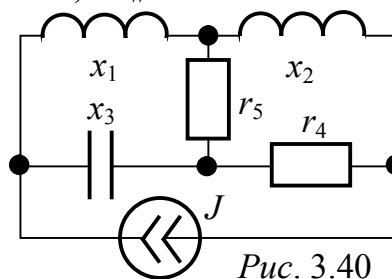


Рис. 3.40

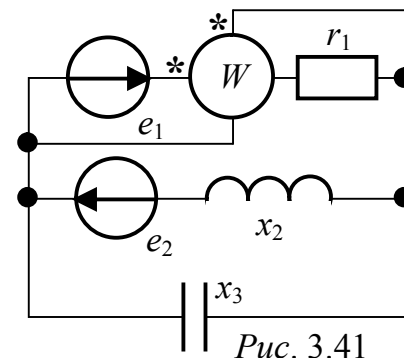


Рис. 3.41

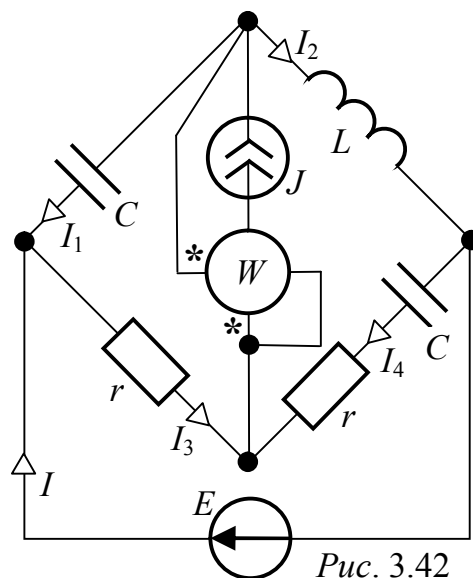


Рис. 3.42

$$J = 10 \text{ A}; x_L = r = 10 \text{ Ом}; x_C = 20 \text{ Ом}.$$

Відповідь: якщо по осі дійсних чисел направити вектор \underline{J} , то $\underline{I} = 7,5 + j12,5 \text{ A}$; $\underline{I}_1 = -j10 \text{ A}$; $\underline{I}_2 = 10 + j10 \text{ A}$; $\underline{I}_3 = 7,5 + j2,5 \text{ A}$; $\underline{I}_4 = -2,5 + j2,5 \text{ A}$; $P_W = -1250 \text{ Вт}$.

3.4.3 Застосування ПЕОМ для розв'язання задач комплексним методом

ЗАДАЧА 3.45. Розв'язати задачу 3.28 комплексним методом за допомогою ПЕОМ.

Програма розв'язання задачі в системі MathCAD

Вихідні дані

$$U := 200 \quad r_1 := 2 \quad r_2 := 2 \quad r_3 := 4 \quad r_4 := 20 \quad x_{C1} := 8 \quad x_{C2} := 8 \quad x_L := 6 \quad j := \sqrt{-1}$$

Визначаємо комплексні опори віток

$$Z_1 := r_1 - j \cdot x_{C1} \quad Z_2 := r_2 + j \cdot x_L \quad Z_3 := r_3 - j \cdot x_{C2} \quad Z_4 := r_4$$

$$\text{Еквівалентний опір паралельних віток} \quad Z_e := (Z_2^{-1} + Z_3^{-1} + Z_4^{-1})^{-1}$$

$$\text{Струми у вітках} \quad I_1 := \frac{U}{Z_1 + Z_e} \quad I_2 := I_1 \cdot \frac{Z_e}{Z_2} \quad I_3 := I_1 \cdot \frac{Z_e}{Z_3} \quad I_4 := I_1 \cdot \frac{Z_e}{Z_4}$$

Відповіді для струмів, A

$$I_1 = 16 + 12i \quad I_2 = 19.2 - 5i \quad I_3 = -6.8 + 12i \quad I_4 = 3.6 + 5.2i$$

Комплексна потужність джерела, $ВА$

$$S_T := U \cdot \overline{I_1} \quad S_T = 3.2 \times 10^3 - 2.4i \times 10^3$$

Активна і реактивна потужності приймачів, $Вт$ і $вар$

$$P_{II} := (|I_1|^2 \cdot r_1 + |I_2|^2 \cdot r_2 + |I_3|^2 \cdot r_3 + |I_4|^2 \cdot r_4) \quad P_{II} = 3.2 \times 10^3$$

$$Q_{II} := (|I_1|^2 \cdot \text{Im}(Z_1) + |I_2|^2 \cdot \text{Im}(Z_2) + |I_3|^2 \cdot \text{Im}(Z_3) + |I_4|^2 \cdot \text{Im}(Z_4)) \quad Q_{II} = -2.4 \times 10^3$$

Отже, баланси потужностей збігаються.

ЗАДАЧА 3.46. У схемі рис. 3.43 визначити струми у всіх вітках і покази ватметрів, якщо $\underline{E}_1 = 380 \text{ В}$, $\underline{E}_2 = 220 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В}$, $\underline{J} = 10 \cdot e^{j120^\circ} \text{ А}$,

$$r_1 = 10 \text{ Ом}, r_2 = 20 \text{ Ом}, L = 50 \text{ мГн}, C = 150 \text{ мкФ}.$$

Програма розв'язання задачі в системі MathCAD

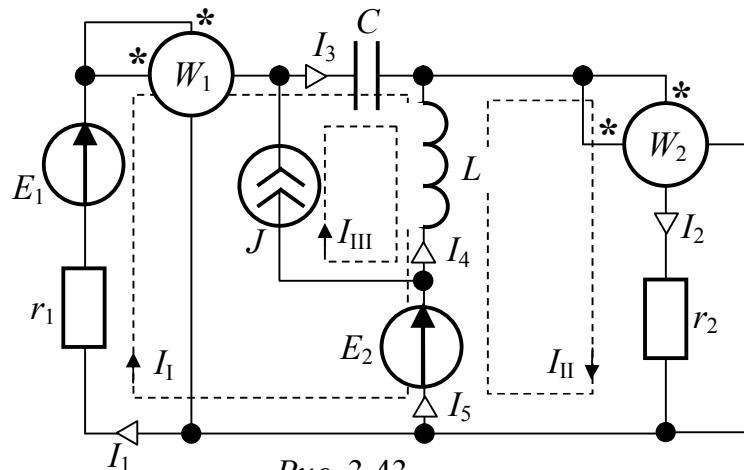


Рис. 3.43

Вихідні дані

$$j := \sqrt{-1} \quad E_1 := 380 \quad E_2 := 220 \cdot e^{-j120 \cdot \text{deg}} \quad J := 10 \cdot e^{j120 \cdot \text{deg}} \\ r_1 := 10 \quad r_2 := 20 \quad L := 0.05 \quad C := 15 \cdot 10^{-5} \quad \text{ORIGIN} := 1$$

Визначимо величини реактивних опорів, Ом

$$\omega := 100 \cdot \pi \quad xL := \omega \cdot L \quad xC := \frac{1}{\omega \cdot C} \quad xL = 15.708 \quad xC = 21.221$$

Розрахунок струмів проведемо методом контурних струмів (див. рис. 3.43) з урахуванням того, що третій контурний струм дорівнює струму джерела J .

Матриці контурних опорів і контурних ЕРС

$$Zk := \begin{bmatrix} r1 + j \cdot (xL - xC) & -j \cdot xL \\ -j \cdot xL & r2 + j \cdot xL \end{bmatrix} \quad Ek := \begin{bmatrix} E1 - E2 - j \cdot J \cdot (xL - xC) \\ E2 + j \cdot J \cdot xL \end{bmatrix}$$

$$\text{Контурні струми, } A \quad Ik := Zk^{-1} \cdot Ek \quad Ik = \begin{pmatrix} 20.595 + 10.082i \\ -11.184 + 11.506i \end{pmatrix}$$

Струми віток, A

$$I1 := Ik_1 \quad I2 := Ik_2 \quad I3 := J + Ik_1 \quad I4 := -J - Ik_1 + Ik_2 \quad I5 := -Ik_1 + Ik_2$$

$$I1 := 20.595 + 10.082i \quad I2 = -11.184 + 11.506i \quad I3 := 15.595 + 18.742i$$

$$I4 := -26.779 - 7.237i \quad I5 := -31.779 + 1.423i$$

Покази ватметрів, W

$$U1 := E1 - I1 \cdot r1 \quad P1 := \text{Re}(U1 \cdot \overline{I1}) \quad P1 = 2.568 \times 10^3$$

$$U2 := I2 \cdot r2 \quad P2 := \text{Re}(U2 \cdot \overline{I2}) \quad P2 = 5.149 \times 10^3$$