

10 ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

10.1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ

Перехідні процеси (ПП) в нелінійних електричних колах носять значно складніший і різноманітніший характер, ніж в лінійних, оскільки нелінійність характеристик елементів може призводити як до кількісних змін показників ПП, так і до виникнення якісно нових явищ, принципово недосяжних в лінійних колах. ПП в нелінійних колах описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Оскільки не знайдено загального методу розв'язання таких рівнянь, то не можна вказати загального аналітичного методу розрахунку ПП в нелінійному колі довільної конфігурації. Існує багато окремих методів, направлених на розв'язання конкретних задач розрахунку ПП в нелінійних колах. У посібнику розглядаються наступні методи.

1. **Метод умовної лінеаризації.** Його суть полягає в тому, що характеристика нелінійного елемента (НЕ) замінюється прямою лінією, що проходить через початкову і кінцеву точки перехідного процесу на характеристиці НЕ. Рівняння цієї прямої підставляється в диференціальне рівняння, яке описує ПП, внаслідок чого воно стає лінійним і його розв'язання значно спрощується.

2. **Метод аналітичної апроксимації.** Ідея методу полягає в наближеному виразі характеристики НЕ деякою аналітичною функцією, яка підставляється в диференціальне рівняння, що описує ПП, і проводиться його розв'язання. Успішність застосування цього методу залежить не тільки від того, наскільки точно виражена характеристика НЕ, але ще і від того, наскільки просто розв'язується отримане рівняння.

3. **Метод кусково-лінійної апроксимації.** За цим методом характеристика НЕ замінюється відрізками прямих ліній (ламаною лінією), рівняння яких підставляються в нелінійні диференціальні рівняння, які описують ПП. При цьому системі вихідних нелінійних відповідей сукупність систем лінійних диференціальних рівнянь, розв'язання яких може бути знайдено відомими методами. Постійні інтегрування, які з'являються при розв'язанні системи лінійних диференціальних рівнянь, визначаються шляхом узгодження розв'язань, отриманих на сусідніх лінійних ділянках.

4. **Метод послідовних інтервалів.** Метод базується на запропонованому Ейлером наближеному способі розв'язання нелінійного диференціального рівняння. При цьому розглядається ряд достатньо малих інтервалів Δt , якими замінюється dt в рівнянні. Це дозволяє на кожному інтервалі визначати приріст однієї з величин, які характеризують НЕ. Допущення про те, що інша величина, яка характеризує НЕ, має значення, яке відповідає попередній ділянці, дозволяє здійснювати перехід від одного інтервалу до іншого і провести розрахунок ПП від початкового стану до його практичного завершення.

5. **Метод графічного інтегрування.** Його сутність: у вихідному диференціальному рівнянні потрібно розділити змінні, при цьому похідну однієї з них, наприклад, за часом t виразити у вигляді деякої функції. Тоді відповідь для цієї змінної буде інтегралом від вказаної функції. Оскільки значення

інтеграла дорівнює площі, обмеженою функцією, від якої береться інтеграл, то, задаючись різними значеннями верхньої межі інтеграла, можна кожного разу визначати відповідне значення шуканої змінної і отримати залежність між цими величинами протягом всього перехідного процесу.

10.2 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 10.1. В схемі рис. 10.1, яка містить джерело синусоїдного струму

$$j(t) = 0,5 \sin(500t + \psi) \text{ A},$$

два однакові активні опори $r_0 = r = 10 \text{ кОм}$ і вариконд $C(u)$, виникає перехідний процес при увімкненні рубильника. КВХ вариконда подана в табл. 10.1.

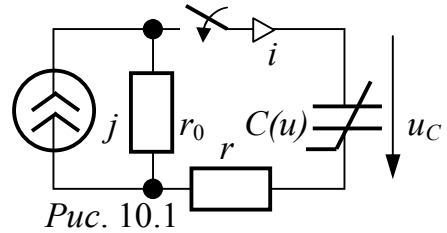


Рис. 10.1

Таблиця 10.1

$q, \text{ мКл}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	1
$u_C, \text{ В}$	0	3	7	11	16	20	25	32	45,5	76	143	250

Виконати наступне: із застосуванням методу умовної лінеаризації визначити, у скільки разів напруга на вариконді під час найважчого перехідного процесу перевищуватиме його амплітуду в усталеному режимі.

Розв'язання

До комутації коло $r, C(u)$ було вимкнене, тому заряд і напруга вариконда при $t = 0$ матимуть нульові значення $q(0) = 0, u_C(0) = 0$.

В усталеному режимі стан кола визначається рівнянням за другим законом Кірхгофа $i_y(r + r_0) + u_{Cy} = jr_0$.

Вважатимемо, що в цьому режимі $i_y(r + r_0) \gg u_{Cy}$ (надалі покажемо, що це співвідношення виконується). Тоді

$$i_y = \frac{r_0}{r + r_0} j = 0,25 \cdot \sin(500t + \psi) \text{ A}.$$

Усталене значення заряду вариконда

$$q_y = \int i_y dt = \frac{-0,25}{500} \cdot \cos(500t + \psi) = -0,5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(500t + \psi) \text{ Кл}.$$

За даними табл. 10.1 будуємо КВХ вариконда (рис. 10.2) і за амплітудним значенням його усталеного заряду $q_{ym} = 0,5 \text{ мКл}$ визначаємо точку A усталеного режиму. Цій точці відповідає амплітудне значення усталеної напруги $U_{Cm} = 20 \text{ В}$.

Згідно з методом умовної лінеаризації замінимо КВХ вариконда прямою лінією, яка проходить через точку A ; її рівняння $q = C \cdot u$, (10.1)

де $C = \frac{q_{ym}}{U_{Cm}} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{20} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 25 \text{ мкФ}$ – ємність вариконда у точці A .

Опір конденсатора ємністю C

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \cdot 25 \cdot 10^{-6}} = 80 \text{ Ом},$$

тобто співвідношення $i_y(r + r_0) \gg u_{Cy}$ дійсно виконується.

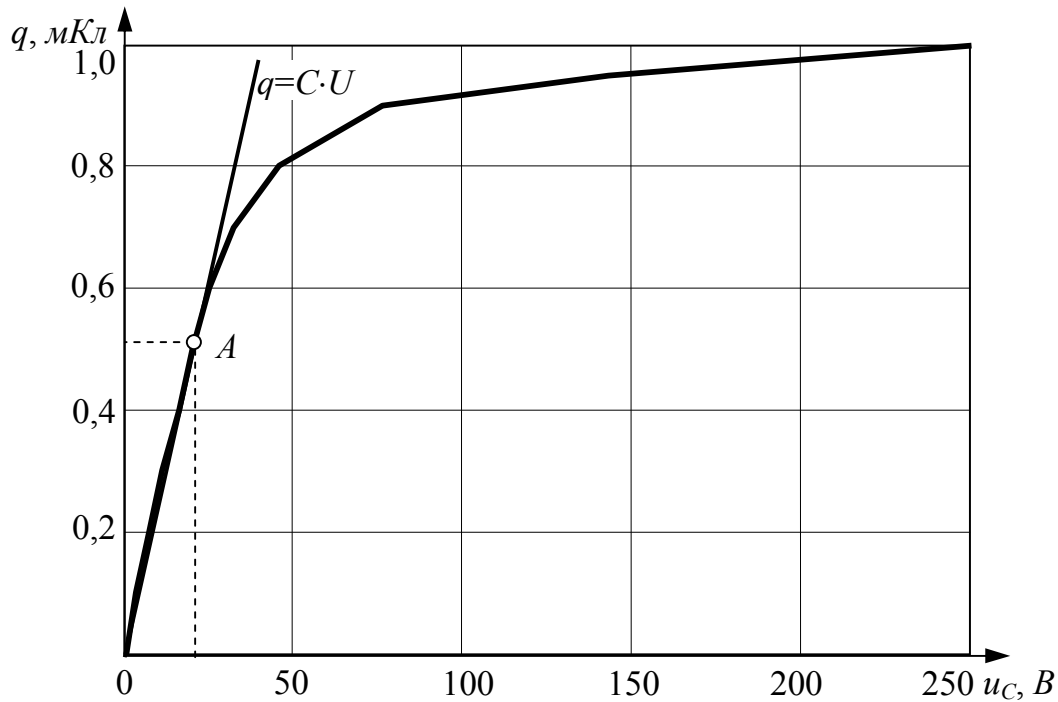


Рис. 10.2

Перехідний процес у колі описується рівнянням

$$i(r + r_0) + u_C = jr_0, \quad (10.2)$$

причому $i = \frac{dq}{dt}$, а з (10.1) $u_C = \frac{q}{C}$. (10.3)

Підставляючи (10.3) в (10.2), одержуємо $C(r + r_0) \frac{dq}{dt} + q = jCr_0$. (10.4)

Розв'язання (10.4)

$$q = q_y + q_e = -0,5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(500t + \psi) + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (10.5)$$

де: $\tau = C(r + r_0)$ – стала часу кола;

B – постійна інтегрування, яку визначимо з умови, що при $t=0$ $q(0)=0$.

З (10.5) одержуємо, що $B = 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(\psi)$. Тоді остаточна відповідь для заряду вариконда

$$q = q_y + q_e = -0,5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(500t + \psi) + 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(\psi) \cdot e^{-\frac{t}{C(r+r_0)}}. \quad (10.6)$$

Аналізуючи (10.6), приходимо до висновку, що найважчий перехідний процес матиме місце при $\psi = 0$; при цьому максимальне значення заряду q_{max} під час ПП матиме місце через півперіоду після увімкнення. З (10.6) одержуємо

$$\begin{aligned} q_{max} &= -0,5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(\pi) + 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega C(r+r_0)}} = \\ &= 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot (1 + e^{-\frac{\pi}{500 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot (10+10) \cdot 10^3}}) = 0,994 \cdot 10^{-3} \text{ Кл} = 0,994 \text{ мКл}. \end{aligned}$$

За КВХ вариконда визначаємо максимальне значення напруги на ньому під час ПП, яке відповідає величині q_{max} : $u_{Cmax} = 250 \text{ В}$.

Таким чином, $\frac{u_{C \max}}{U_{Cm}} = \frac{250}{20} = 12,5$.

Нагадаємо, що у колі з лінійною ємністю вказане перевищення не може бути більше двох.

ЗАДАЧА 10.2. В схемі рис. 10.3, яка містить резистивний нелінійний елемент (НЕ), виникає перехідний процес при вимкненні рубильника. Характеристика НЕ задана в табл. 10.2.

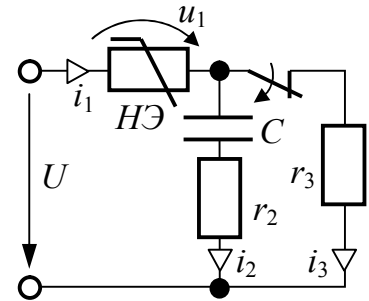


Рис. 10.3

Таблиця 10.2

u_1, B	0	9	15	17,5	19	20,5	21,8	23	24	25	26	27	28
i_1, A	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,4	2	2,6

Апроксимувавши характеристику НЕ двома відрізками прямих, визначити закон зміни струму в НЕ і напруги на ємності C . По результатах розрахунку побудувати графіки залежності шуканих величин від часу, якщо

$$U = 100 B, r_2 = 5 Ом, r_3 = 52,9 Ом, C = 200 мкФ.$$

Розв'язання

За даними табл. 10.2 будуємо графік $u_1(i_1)$ (ВАХ НЕ), який поданий на рис. 10.4.

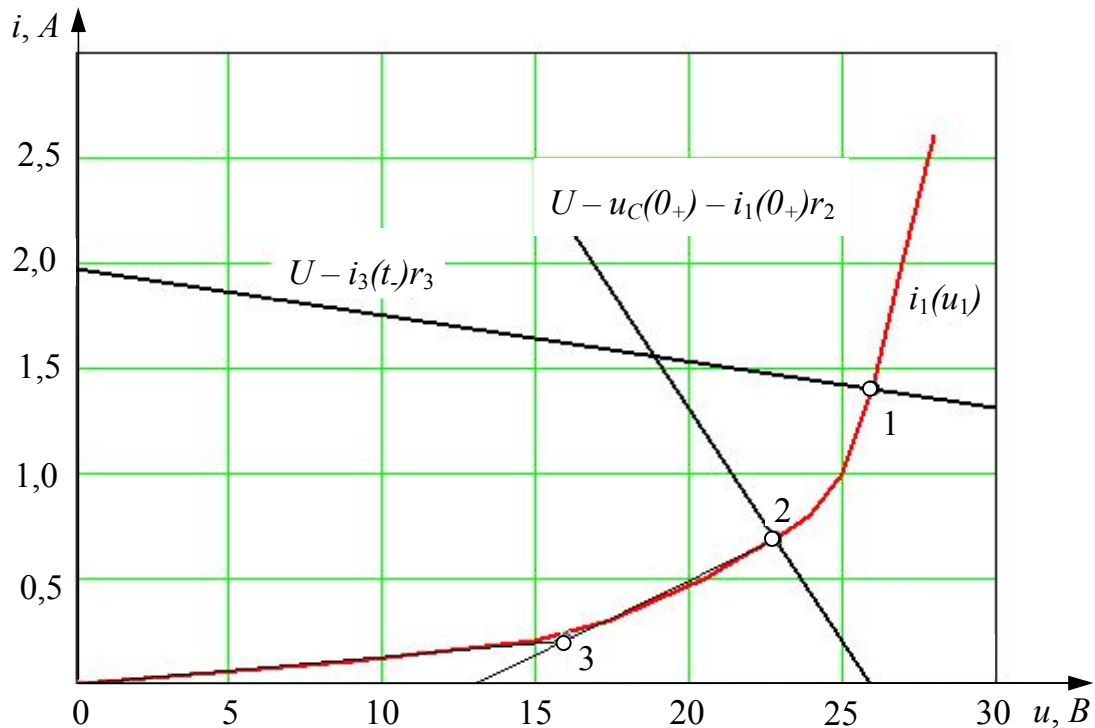


Рис. 10.4

До комутації маємо $i_2(t) = 0$ (ємність не пропускає постійний струм), отже, $i_1(t) = i_3(t)$, тому точку (1) усталеного режиму до комутації визначимо графічним шляхом відповідно до рівняння

$$u_1(t) + r_3 i_3(t) = U.$$

З графіку рис. 10.4 одержуємо

$$i_1(t) = i_3(t) = 1,4 \text{ A}, \quad u_C(t) = r_3 i_3(t) = 52,9 \cdot 1,4 = 74 \text{ B}.$$

У момент комутації u_C збереже своє значення відповідно до другого закону комутації, тобто $u_C(0) = 74 \text{ B}$.

Після закінчення перехідного процесу струмів у колі не буде через наявність ємності, тобто на ВАХ НЕ точка усталеного режиму знаходиться на початку координат, а усталене значення напруги на C буде

$$u_{Cy} = U = 100 \text{ B}.$$

У момент комутації робоча точка (точка 2) на ВАХ НЕ переміститься відповідно до виразу

$$u_1(0_+) + u_C(0) + i_1(0_+)r_2 = U \quad \text{або} \quad u_1(0_+) + i_1(0_+)r_2 = 26.$$

З графіку рис. 10.4 одержуємо:

$$i_1(0_+) = i_1^{(2)} = 0,67 \text{ A}; \quad u_1(0_+) = u_1^{(2)} = 22,7 \text{ B}.$$

Робочу ділянку ВАХ НЕ апроксимуємо двома прямолінійними ділянками: 2-3 і 3-0. Координати точки 3: $i_1^{(3)} = 0,18 \text{ A}$, $u_1^{(3)} = 15,8 \text{ B}$.

Аналітичні вирази ділянок 2-3 і 3-0: $u_1 = 13,3 + i_1 r_{\partial 1}$, $u_1 = i_1 r_{\partial 2}$, де диференціальні опори $r_{\partial 1}$ і $r_{\partial 2}$

$$r_{\partial 1} = \frac{u_1^{(2)} - u_1^{(3)}}{i_1^{(2)} - i_1^{(3)}} = \frac{22,7 - 15,8}{0,67 - 0,18} = 14,08 \text{ Ом}; \quad r_{\partial 2} = \frac{u_1^{(3)}}{i_1^{(3)}} = \frac{15,8}{0,18} = 87,8 \text{ Ом}.$$

Для розрахунку ПП складемо диференціальні рівняння кола після комутації

$$u_1 + u_C + i_1 r_2 = U; \quad i_1 = C \frac{du_C}{dt} \quad \text{або} \quad u_1 + u_C + C r_2 \cdot \frac{du_C}{dt} = U. \quad (10.7)$$

Під час роботи НЕ на ділянці 2-3 ВАХ рівняння (10.7) приймає вид

$$13,3 + i_1 r_{\partial 1} + u_C + i_1 r_2 = U; \quad \text{або} \quad u_C + C(r_2 + r_{\partial 1}) \cdot \frac{du_C}{dt} = U - 13,3. \quad (10.8)$$

Розв'язання рівняння (10.8) має вигляд

$$u_C = U - 13,3 + A_1 e^{p_1 t},$$

де корінь характеристичного рівняння

$$p_1 = -\frac{1}{(r_2 + r_{\partial 1}) \cdot C} = -\frac{1}{(5 + 14,08) \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = -262 \text{ c}^{-1}.$$

Постійну інтегрування A_1 визначимо з умови, що при $t=0$ $u_C(0) = 74 \text{ B}$, тобто

$$A_1 = u_C(0) - U + 13,3 = 74 - 86,7 = -12,7 \text{ B}.$$

Остаточні відповіді для u_C і струму в колі при роботі НЕ на ділянці 2-3

$$u_C = 86,7 - 12,7 \cdot e^{-262t} \text{ B},$$

$$i = \square \frac{du_C}{dt} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot (-12,7) \cdot (-262) \cdot e^{-262t} = 0,67 \cdot e^{-262t} \text{ A}. \quad (10.9)$$

Під час роботи НЕ на ділянці 3-0 ВАХ рівняння (10.7) приймає вид

$$i_1 r_{\partial 2} + u_C + i_1 r_2 = U; \quad \text{або} \quad u_C + C(r_2 + r_{\partial 2}) \cdot \frac{du_C}{dt} = U. \quad (10.10)$$

Розв'язання рівняння (10.10) має вигляд

$$u_C = u_{Cy} + A_2 e^{p_2(t-t_1)}, \quad (10.11)$$

де корінь характеристичного рівняння

$$p_2 = -\frac{1}{(r_2 + r_{\partial 2}) \cdot C} = -\frac{1}{(5 + 87,8) \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = -53,9 \text{ c}^{-1},$$

а t_1 – момент часу, коли відбувається перехід з ділянки 2-3 на ділянку 3-0.

Визначимо t_1 з умови, що при $t = t_1$ (10.9) повинне дати результат $i^{(3)} = 0,18 \text{ A}$, тобто

$$0,18 = 0,67 \cdot e^{-262t_1},$$

звідки
$$t_1 = \frac{\ln \frac{0,67}{0,18}}{262} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ c} = 5,0 \text{ мс}.$$

Постійну інтегрування A_2 визначимо з умови, що при $t = t_1$ (10.9) і (10.11) для u_C повинні дати однаковий результат, тобто

$$86,7 - 12,7 \cdot e^{-262 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 100 + A_2,$$

звідки
$$A_2 = 86,7 - 12,7 \cdot e^{-262 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} - 100 = -16,7 \text{ В}.$$

Остаточні відповіді для u_C і струму в колі при роботі НЕ на ділянці 3-0

$$u_C = 100 - 16,7 \cdot e^{-53,9(t-t_1)} \text{ В},$$

$$i = \square \frac{du_C}{dt} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot (-16,7) \cdot (-53,9) \cdot e^{-53,9(t-t_1)} = 0,18 \cdot e^{-53,9(t-t_1)} \text{ А}. \quad (10.12)$$

За (10.9) і (10.12) побудовані необхідні графіки з використанням системи MathCAD, які подані на рис. 10.5.

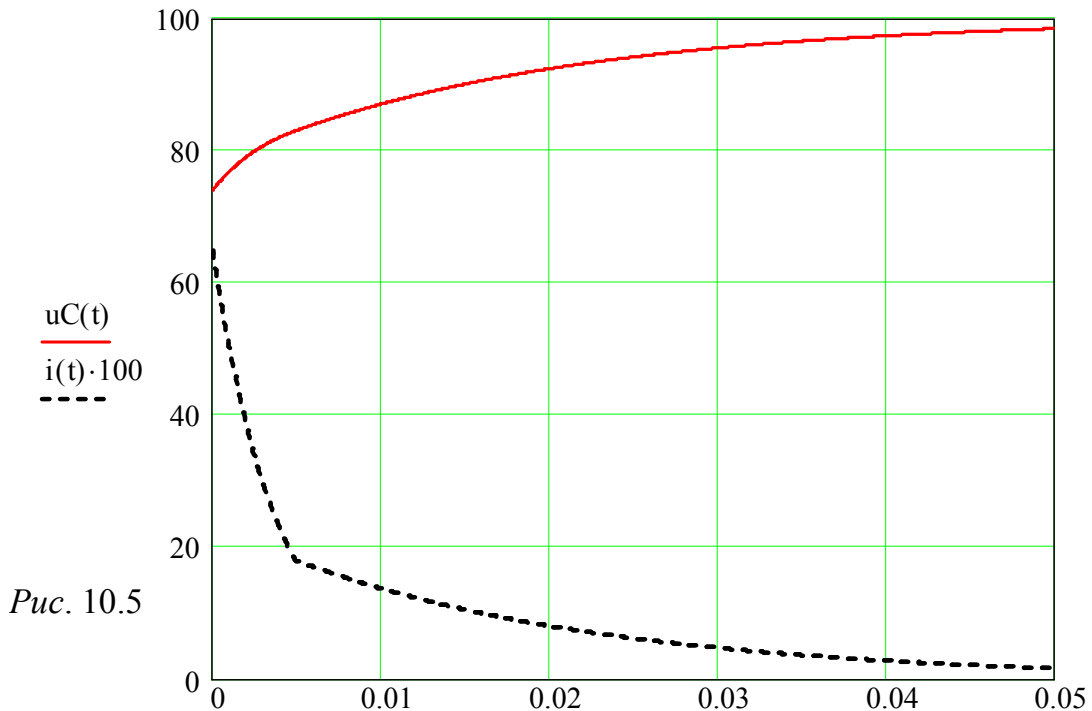


Рис. 10.5

ЗАДАЧА 10.3. В схемі рис. 10.6 визначити закон зміни струму діода під час перехідного процесу, якщо $J = 10 \text{ mA}$, $C = 5 \text{ мкФ}$ і ВАХ діода задана табл. 10.3. Знайти також час t_1 з умови $u(t_1) = 0,8 \text{ В}$.

Таблиця 10.3

i, mA	0	0,2	0,6	1	2,5	3,4	6	10
u, B	0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	1

Розв'язання

Застосуємо метод аналітичної апроксимації, а саме: характеристику діода виразимо параболою $i = ku^2$. За схемою $u_C = u$. Згідно з другим законом комутації $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$. Отже, початкова точка роботи діода $u(0_+) = 0$, $i(0_+) = 0$ – початок координат. Кінцева точка його роботи $i_y = J = 10 \text{ mA}$, $u_y = 1 \text{ B}$. Через кінцеву точку повинна проходити апроксимуюча парабола, тобто

$$i_y = J = ku_y^2, \quad k = \frac{J}{u_y^2} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1^2} = 10^{-2} \text{ A/B}^2.$$

Після комутації

$$i_C = C \frac{du}{dt}; \quad J = i_C + i = C \frac{du}{dt} + ku^2;$$

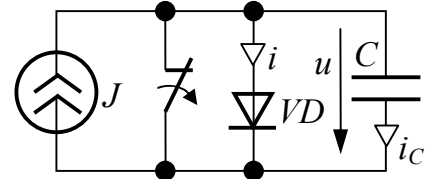


Рис. 10.6

$$\frac{J - ku^2}{C} = \frac{du}{dt}; \quad dt = \frac{Cdu}{J - ku^2} = \frac{C}{J} \cdot \frac{du}{1 - \frac{k}{J}u^2} = \frac{C}{J} \cdot \frac{du}{1 - \left(\frac{u}{u_y}\right)^2} = \frac{Cu_y}{J} \cdot \frac{du/u_y}{1 - \left(\frac{u}{u_y}\right)^2}.$$

$$\text{Позначимо } \tau_E = \frac{Cu_y}{J} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{10 \cdot 10^{-3}} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ c.}$$

Врахуємо, що $\int \frac{dx}{1-x^2} = \text{Arth}(x)$, отримаємо

$$t = \tau_E \cdot \text{Arth}\left(\frac{u}{u_y}\right); \quad u = u_y \cdot \text{th}\left(\frac{t}{\tau_E}\right); \quad i = ku^2 = i_y \cdot \text{th}^2\left(\frac{t}{\tau_E}\right).$$

Знайдемо t_1 з умови $u(t_1) = 0,8 \text{ B}$: $t_1 = \tau_E \cdot \text{Arth}(0,8) = 0,549 \cdot 10^{-3} \text{ c.}$

ЗАДАЧА 10.4. Розв'язати задачу 10.3 методом послідовних інтервалів. Отриманий результат порівняти з розв'язанням задачі 10.3.

Розв'язання

Вихідне рівняння для розрахунку

$$C \frac{du}{dt} + i = J \quad \text{або} \quad \frac{du}{dt} = \frac{1}{C}(J - i).$$

Замінивши dt на Δt , отримаємо вираз для приросту напруги на k -му інтервалі $\Delta u_k = \frac{\Delta t}{C}(J - i_{k-1})$.

Струм на початку k -ого інтервалу вважатимемо рівним струму в кінці $(k-1)$ -го інтервалу. Це дозволить переходити від одного інтервалу до іншого.

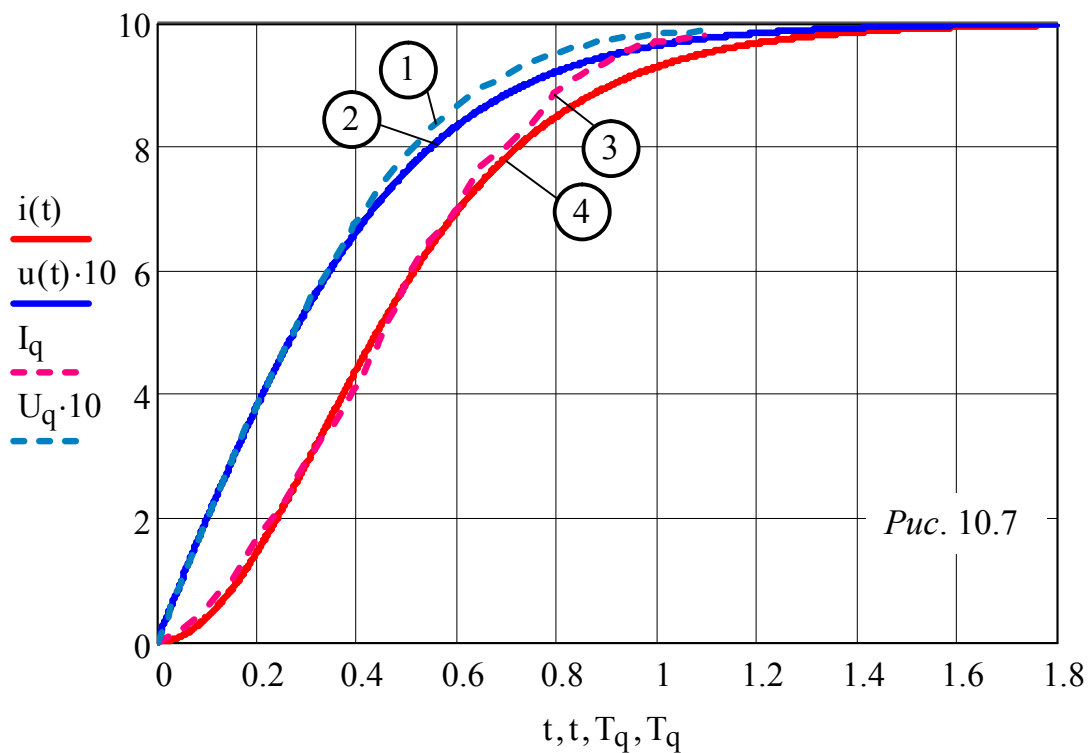
Виберемо Δt . Його рекомендують брати в діапазоні $(0,1 \div 0,2)\tau_E$. Прийmemo $\Delta t = 0,1\tau_E = 5 \cdot 10^{-5} \text{ c} = 50 \text{ мкс}$.

Стан кола у момент комутації: $u(0) = 0$, $i(0) = 0$.

Результати розрахунків за наведеними формулами зведемо до табл. 10.4.

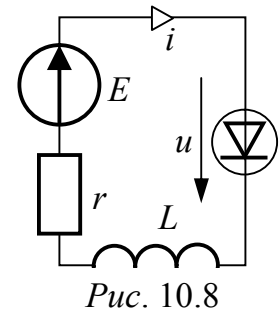
Таблиця 10.4

k	$t, мс$	$i_{k-1}, мА$	$\Delta u_k, В$	$u_k = u_{k-1} + \Delta u_k, В$	$i_k, мА$
0	0	-	-	0	0
1	0,05	0	0,1	0,1	0,2
2	0,1	0,2	0,098	0,198	0,58
3	0,15	0,58	0,094	0,292	0,98
4	0,2	0,98	0,09	0,382	1,7
5	0,25	1,7	0,083	0,465	2,2
6	0,3	2,2	0,078	0,543	2,95
7	0,35	2,95	0,071	0,614	3,5
8	0,4	3,5	0,065	0,679	4,1
9	0,45	4,1	0,059	0,738	4,9
10	0,5	4,9	0,051	0,789	5,9
11	0,55	5,9	0,041	0,83	6,5
12	0,6	6,5	0,035	0,865	7
13	0,65	7	0,03	0,895	7,7
14	0,7	7,7	0,023	0,918	8
15	0,75	8	0,02	0,938	8,4
16	0,8	8,4	0,016	0,954	8,9
17	0,85	8,9	0,011	0,965	9,2
18	0,9	9,2	0,008	0,973	9,4
19	0,95	9,4	0,006	0,979	9,6
20	1,0	9,6	0,004	0,983	9,7
21	1,05	9,7	0,002	0,985	9,75
22	1,1	9,75	0,0015	0,9865	9,8



За даними табл. 10.4 на рис. 10.7 у системі MathCAD побудовані графіки $u(t)$ (крива 1) і $i(t)$ (крива 3). Там же наведені ці ж залежності, але отримані в задачі 10.3 (криві 2 і 4, відповідно).

ЗАДАЧА 10.5. В схемі рис. 10.8 характеристику НЕ, яким є тунельний діод, апроксимовано відрізками прямих, як показано на рис. 10.9. Координати точок рис. 10.9: 1(100;10); 2(342;2); 3(500;10). Визначити стійкість положення точки рівноваги, розрахувати період автоколивань, побудувати графіки $i(t)$ і $u_L(t)$, якщо $E=0,3\text{ В}$; $r=10\text{ Ом}$; $L=20\text{ мГн}$.

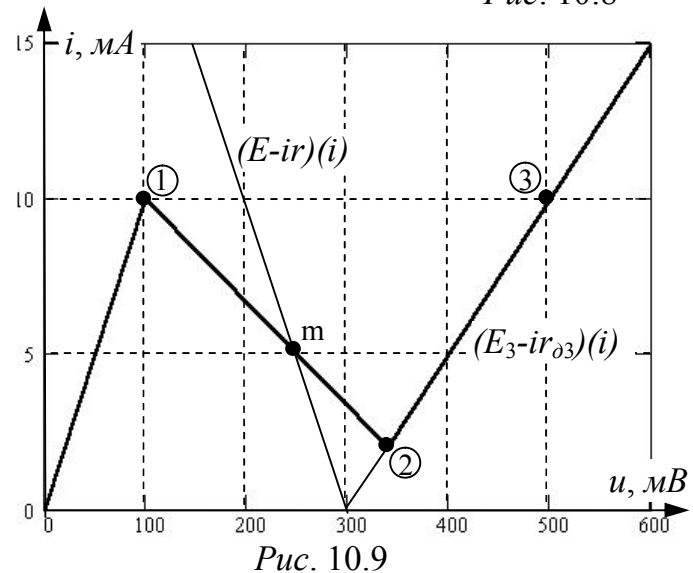


Розв'язання

Згідно з другим законом Кірхгофа стан кола визначається рівнянням

$$u + ir + L \frac{di}{dt} = E.$$

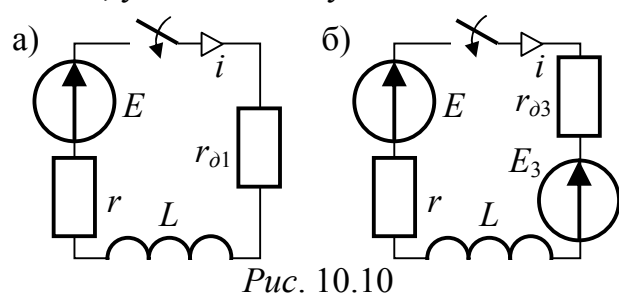
Стан рівноваги кола постійного струму визначається відсутністю зміни струму в часі, тому положення точки рівноваги m (рис. 10.9) визначимо як точку перетину характеристики НЕ з характеристикою активного двополюсника,



що складається з E і r . Як видно з рис. 10.9, точка рівноваги є нестійкою, оскільки в її околиці позитивний приріст струму супроводжується негативним приростом напруги і навпаки. Отже, у колі виникнуть автоколивання.

Після увімкнення кола в інтервалі часу $0 \leq t \leq t_1$ НЕ працює на ділянці 0-1 своєї ВАХ, а струм змінюється у відповідності до схеми рис. 10.10, а, де $r_{01} = \frac{u_1}{i_1} = 10 \square \square$

– диференціальний опір НЕ на цій ділянці. Для цієї схеми



$$i = i_y + i_g = \frac{E}{r + r_{01}} - \frac{E}{r + r_{01}} e^{-\frac{t}{\tau_1}}; \quad \tau_1 = \frac{L}{r + r_{01}}.$$

Після підстановки цифр і обчислень одержуємо $i = 15 \cdot (1 - e^{-1000t}) \text{ мА}$. Це і буде вираз для струму при $0 \leq t \leq t_1$.

У момент часу $t = t_1$ струм досягає значення $i_1 = 10 \text{ мА}$, тобто $10 = 15 \cdot (1 - e^{-1000t_1})$, звідки $t_1 = 10^{-3} \cdot \ln(15/5) = 1,099 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

У цей же момент процес лавиноподібно переходить в т. 3 ВАХ НЕ і розрахункова схема перехідного процесу приймає вигляд рис. 10.10,б. В цій

схемі $i(t) = \frac{E - E_3}{r + r_{\partial 3}} + B \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_2}}$; $r_{\partial 3} = \frac{u_3 - u_2}{i_3 - i_2} = 19,75 \text{ Ом}$; $\tau_2 = \frac{L}{r + r_{\partial 3}}$. Оскільки

струм не може змінюватися стрибком, то при $t = t_1$ формула для струму повинна дати значення, рівне i_1 . Виходячи з цієї умови, визначаємо постійну інтегрування B і з урахуванням того, що $E_3 = E$ (див. рис. 10.9), одержуємо відповідь $i = 10 \cdot e^{-1500(t-t_1)} \text{ мА}$ для інтервалу часу $t_1 \leq t \leq t_2$. У момент часу t_2 робота НЕ на ділянці 3-2 припиняється і струм приймає значення $i_2 = 2 \text{ мА}$, тобто

$$2 = 10 \cdot e^{-1500(t_2 - t_1)},$$

звідки $t_2 = t_1 + \frac{\ln(10/2)}{1500} = 2,17 \cdot 10^{-3} \text{ с}$; $\Delta t_2 = t_2 - t_1 = 1,073 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

В цей же момент відбувається повернення роботи кола на ділянку 0-1 ВАХ НЕ і до схеми рис. 10.10,а, але не при нульовому значенні струму, а при значенні $i_2 = 2 \text{ мА}$. Тому струм описується формулою

$$i = \frac{E}{r + r_{\partial 1}} + D e^{-(t-t_2)/\tau_2},$$

причому на підставі вже сказаного $D = -13 \text{ мА}$. Таким чином, при $t_2 \leq t \leq t_3$ $i = 15 - 13 e^{-1000(t-t_2)} \text{ мА}$. У момент часу $t = t_3$ струм досягає значення,

рівного $i_1 = 10 \text{ мА}$, тобто $10 = 15 - 13 e^{-1000(t_3 - t_2)}$, звідки

$$\Delta t_3 = t_3 - t_2 = 10^{-3} \cdot \ln(13/5) = 0,956 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

Далі процес повторюватиметься в тій же послідовності, тому період і частота автоколивань будуть

$$T = \Delta t_2 + \Delta t_3 = 2,029 \cdot 10^{-3} \text{ с}; \quad f = 1/T = 493 \text{ Гц}.$$

На підставі отриманих виразів у системі MathCAD побудований графік $i(t)$, поданий на рис. 10.11.

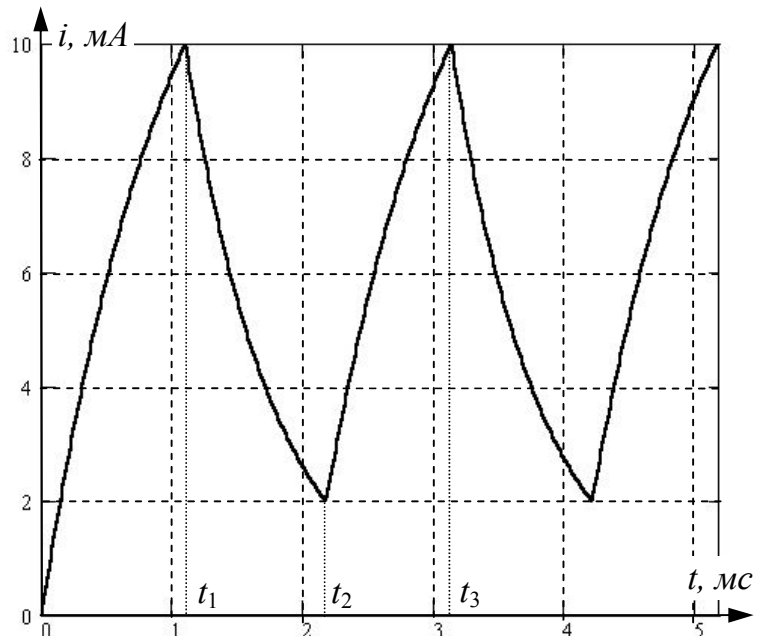


Рис. 10.11

10.3 ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

ЗАДАЧА 10.6. Конденсатор ємністю C був заряджений до напруги U , а потім замкнений на напівпровідниковий діод (рис. 10.12), вольт-амперна характеристика якого приблизно описується рівнянням $i = \alpha u^2$.

1. Знайти аналітичну залежність напруги на діоді і конденсаторі від часу.

2. Порівняти її з рівнянням розрядки конденсатора на постійний опір, рівний диференціальному опорі діода на початку розрядки

$$r_{\text{диф}0} = du/di = 1/(2\alpha U).$$

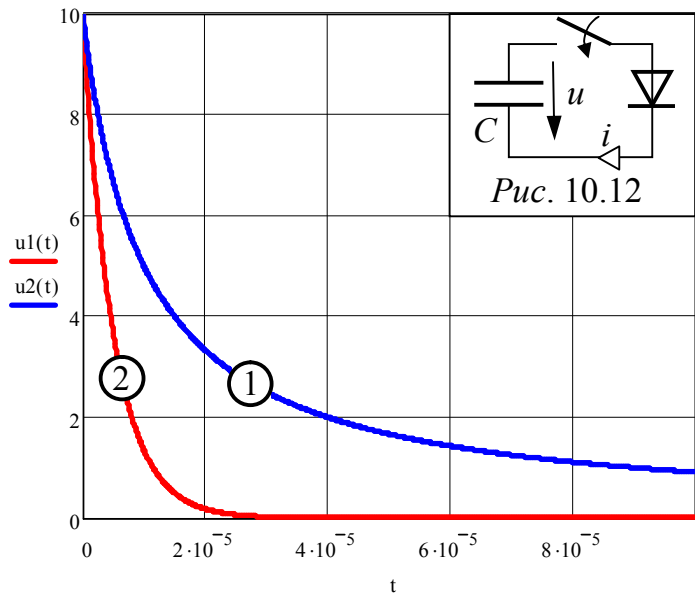
Відповіді і коментарі:

$$i = -Cdu/dt = \alpha u^2; -Cdu/dt = \alpha u^2$$

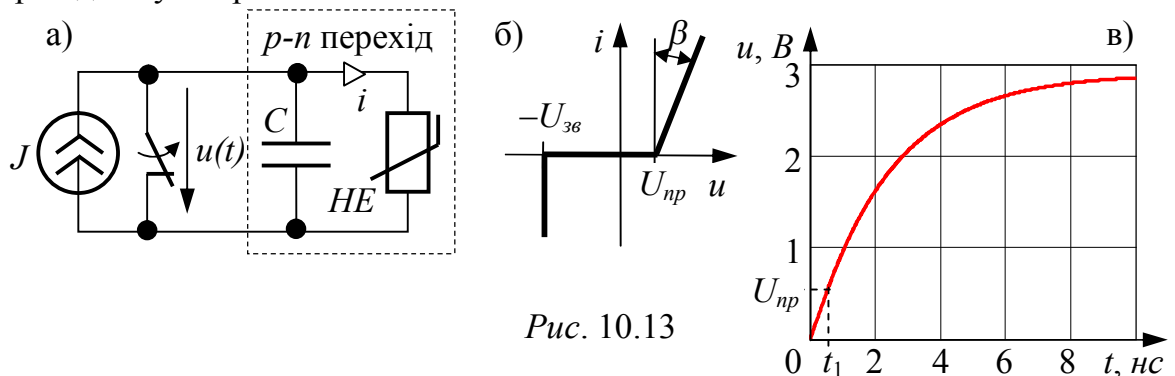
або $-\frac{C}{\alpha} \frac{du}{u^2} = dt; t = \frac{C}{\alpha u} + A = \frac{C}{\alpha u} - \frac{C}{\alpha U}$ і в першому випадку $u_1(t) = \frac{U}{1 + U \frac{\alpha t}{C}}$.

У другому випадку $u_2(t) = Ue^{-\frac{t}{\tau}} = Ue^{-\frac{t}{Cr_{\text{диф}0}}} = Ue^{-\frac{2\alpha U}{C}t}$, розрядка йде швидше, оскільки в першому випадку з убуттям напруги опір діода збільшується.

Для наочності на рис. 10.12 побудовані графіки $u_1(t)$ і $u_2(t)$ при наступних значеннях величин: $U = 10 \text{ В}$, $\alpha = 0,01 \text{ А/В}^2$, $C = 10^{-6} \text{ Ф}$.



ЗАДАЧА 10.7. Рубильник, який шунтує джерело струму $J = 200 \text{ мА}$, розмикається, і джерело виявляється з'єднаним послідовно з напівпровідниковим $p-n$ переходом (рис. 10.13,а), схема заміщення якого приблизно представлена постійною ємністю $C = 200 \text{ нФ}$, увімкненою паралельно з нелінійним опором, ВАХ якого наведена на рис. 10.13,б ($U_{np} = 0,5 \text{ В}$; $r_d = m_r \cdot \text{tg}\beta = 12 \text{ Ом}$). Визначити закон зміни напруги на $p-n$ переході за умови увімкнення його у провідному напрямі.



Відповіді і коментарі: $u(0) = 0$; $u_{\infty} = U_{np} + r_d \cdot J = 2,9 \text{ В}$.

Розрахунок ПП процесу виконується методом КЛІА. На інтервалі $0 \div t_1$

$$r_{\partial} = \infty, \quad u < U_{np}, \quad u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t J dt = 10^9 t \text{ B}; \quad u(t_1) = U_{np}, \quad t_1 = \frac{U_{np}}{10^9} = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ c.}$$

$$\text{На інтервалі } t > t_1 \quad u(t) = u_{\infty} + A e^{p(t-t_1)}, \quad p = \frac{-1}{r_{\partial} C} = -417 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1},$$

$$A = u(t_1) - u_{\infty} = -2,4; \quad u(t) = 2,9 - 2,4 e^{-417 \cdot 10^6 (t - 0,5 \cdot 10^{-9})} \text{ B.}$$

$$\text{Остаточно маємо: } u(t) = \begin{cases} 10^9 t \text{ B} & \text{при } 0 \leq t \leq t_1 = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ c,} \\ 2,9 - 2,4 e^{-417 \cdot 10^6 (t - t_1)} \text{ B} & \text{при } t \geq t_1. \end{cases}$$

Графік напруги $u(t)$ поданий на рис. 10.13,в.

Таблиця 10.5

ЗАДАЧА 10.8. У колі рис. 10.14,а $U = 60 \text{ B}$, $r_1 = 30 \text{ Ом}$, $r_2 = 20 \text{ Ом}$, $L = 0,2 \text{ Гн}$, ВАХ НЕ задана табл. 10.5.

$U_3, \text{ B}$	0	18	30	40
$I_3, \text{ A}$	0	0,5	1	1,6

Розрахувати струми ПП у колі методом умовної лінеаризації.

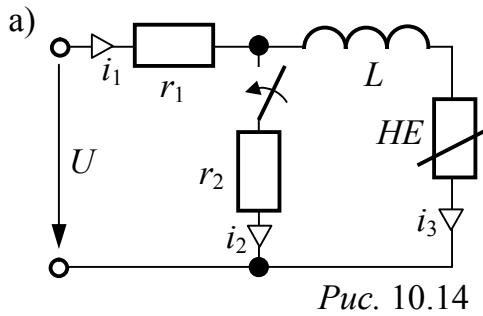


Рис. 10.14

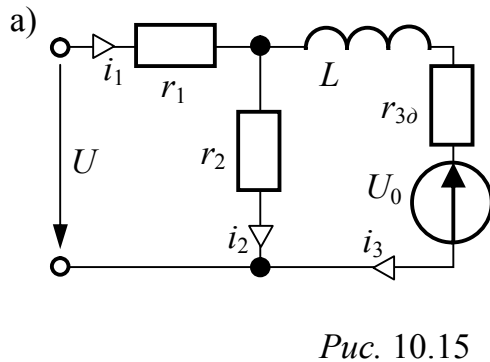
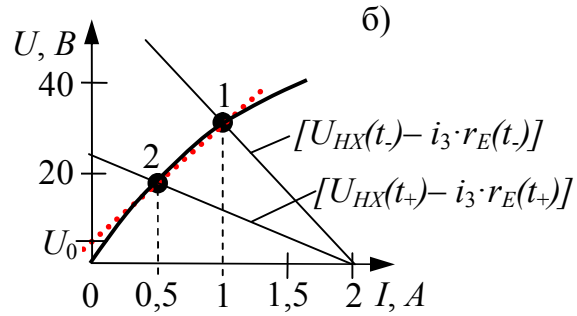
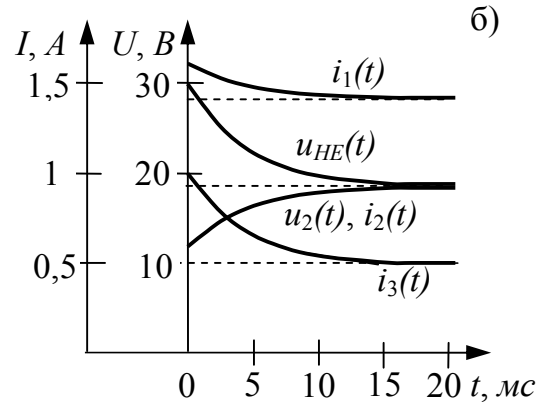


Рис. 10.15



Відповіді і коментарі: усталений режим до і після комутації розраховується методом еквівалентного генератора графічним способом. Лінійна частина кола представляється еквівалентним генератором, який до комутації мав наступні параметри:

$$U_{HX}(t_-) = U = 60 \text{ B}, \quad r_E(t_-) = r_1 = 30 \text{ Ом}, \quad I_{K3}(t_-) = U_{HX}(t_-) / r_E(t_-) = 2 \text{ A.}$$

$$\text{Для точки 1 (рис. 10.14,б): } i_3(t_-) = i_3(0_+) = 1 \text{ A}, \quad u_3(t_-) = u_3(0_+) = 30 \text{ B.}$$

У післякомутаційному усталеному режимі

$$U_{HX}(t_+) = U \frac{r_2}{r_1 + r_2} = 24 \text{ B}, \quad r_E(t_+) = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = 12 \text{ Ом}, \quad I_{K3}(t_+) = 2 \text{ A.}$$

$$\text{Для точки 2: } i_{3\infty} = 0,5 \text{ A}, \quad u_{3\infty} = 18 \text{ B.}$$

Лінійна ВАХ через точки 1 і 2: $r_{3\partial} = \Delta u / \Delta i = 24 \text{ Ом}$.

Для розрахункової схеми, поданої на рис. 10.15,а: $i_3(t) = i_{3\infty} + Ae^{pt}$.

$$p = - \frac{r_{3\partial} + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}}{L} = -180 \text{ c}^{-1}, \quad A = i_3(0) - i_{3\infty} = 0,5.$$

Таким чином, $i_3(t) = 0,5 + 0,5 \cdot e^{-180t} \text{ А}$, $u_L(t) = L \frac{di_3}{dt} = -18e^{-180t} \text{ В}$.

Решта струмів і напруг: $u_{HE}(t)$ визначаємо графічним способом, скориставшись графіком $i_3(t)$ і ВАХ HE; $u_2(t) = u_{HE} + u_L$; $i_2(t) = u_2/r_2$; $i_1(t) = i_2 + i_3$.

Всі графіки представлені на рис. 10.15,б.

10.4 РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПЕОМ

ЗАДАЧА 10.9. В схемі рис. 10.16 методом графічного інтегрування розрахувати струм i перехідного процесу в котушці із сталлю, побудувати його графік, якщо в колі діє джерело постійного струму $J = 10 \text{ А}$, $r = 1 \text{ Ом}$, довжина середньої магнітної лінії $l = 50 \text{ см}$, переріз осердя (сталь 1512) $S = 100 \text{ см}^2$, а число витків котушки $w = 490$. Поток розсіяння і втратами в сталі знехтувати.

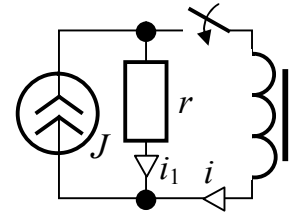


Рис. 10.16

Розв'язання

При вказаних припущеннях перехідний процес описується рівняннями

$$J = i + i_1; \quad \frac{d\Psi}{dt} - i_1 r = 0 \quad \text{або} \quad \frac{d\Psi}{dt} = (J - i)r, \quad \text{звідки} \quad dt = \frac{d\Psi}{(J - i)r}.$$

В усталеному режимі $\frac{d\Psi}{dt} = 0$, тому струм $I_y = J$, а потокозчеплення

визначаємо за вебер-амперною характеристикою котушки.

На підставі отриманого виразу для t , задаючись різними значеннями Ψ , які не перевищують Ψ_y , визначаємо відповідне t і одержуємо залежність $\Psi(t)$. Скориставшись характеристикою котушки, легко отримати залежність $i(t)$.

Саме розв'язання задачі, у тому числі побудова графіків, виконане в системі MathCAD і подано нижче.

ЗАДАЧА 10.10. Котушка, яка має 200 витків, навитих на осердя із сталі 1512, вмикається на напругу $u = 2000 \sin(100\pi \cdot t) \text{ В}$. Довжина середньої магнітної лінії складає 50 см , а переріз осердя – 200 см^2 . Активний опір проводу обмотки складає 1 Ом . Виконати наступне: нехтуючи втратами в сталі і потоком розсіяння, розрахувати потокозчеплення і струм ПП, побудувати їх графіки; визначити ступінь перевищення максимальним струмом перехідного процесу амплітуди струму усталеного режиму.

Розв'язання задачі проведено методом аналітичної апроксимації в системі MathCAD і подано нижче.

С. 480-483 – див. файл «Розділ 10. Додаток» MathCAD.