

## 9 НЕЛІНІЙНІ КОЛА В УСТАЛЕНОМУ РЕЖИМІ

### 9.1 НЕЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ І МАГНІТНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Між величинами, що характеризують електричні і магнітні кола, існує формальна аналогія:

Електричні кола		Магнітні кола	
Струм	$I, A$	Потік	$\Phi, Вб$
ЕРС	$E, В$	МРС	$F=I \cdot w, A$
Опір	$r, Ом$	Магнітний опір	$R_M, 1/Гн$
Напруга	$U, В$	Магнітна напруга	$U_M=H \cdot l, A$

Ця формальна аналогія поширюється на рівняння, що описують стан кіл:

- перший закон Кірхгофа:  $\Sigma I = 0, \quad \Sigma \Phi = 0;$
- другий закон Кірхгофа:  $\Sigma U_r = \Sigma E, \quad \Sigma U_M = \Sigma F;$
- закон Ома:  $U_r = I \cdot r, \quad U_M = \Phi \cdot R_M;$

причому в останніх виразах використовуються статичні опори електричних ( $r$ ) і магнітних ( $R_M$ ) елементів.

Властивості нелінійних елементів визначаються їх характеристиками: електричних – вольт-амперними  $U=f(I)$ , магнітних – вебер-амперними  $\Phi=f(U_M)$ .

Системи рівнянь, що описують стан кіл, складаються за допомогою законів Кірхгофа. З точки зору математики – це нелінійні алгебричні рівняння, для розв'язання яких застосовуються різні наближені методи, які в курсі ТОЕ називають методами розрахунку нелінійних кіл.

Найчастіше застосовують:

- 1) графічні методи;
- 2) графоаналітичні методи;
- 3) числові методи.

#### 9.1.1 Нелінійні електричні кола

Властивості нелінійних елементів визначаються їх вольт-амперними характеристиками (ВАХ), які в задачах аналізу електричних кіл вважаються заданими: або знятими експериментально за допомогою вольтметрів та амперметрів, або визначаються за паспортними даними по каталогах або даних заводів-виробників.

**ЗАДАЧА 9.1.** На рис. 9.1,а наведена вольт-амперна характеристика лампи розжарювання з вольфрамовою ниткою, на рис. 9.1,б – стабілітрона, на рис. 9.1,в – тунельного діода. Для вказаних точок (робочих точок пристрою, точок рівноваги) визначити статичні і диференціальні опори елементів.

#### Розв'язання

Проведемо через вказані точки прямі з початку координат і дотичні. Для рис. 9.1,а отримуємо:

$$r_{cmA} = \frac{U_A}{I_A} = \frac{3}{0,1} = 30 \text{ Ом}, \quad r_{dA} = \frac{dU}{dI} \Big|_A = \lim_{\Delta I} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{10}{0,22} = 45,5 \text{ Ом};$$

$$r_{cmB} = \frac{U_B}{I_B} = \frac{20}{0,24} = 83,3 \text{ Ом}, \quad r_{dB} = \frac{dU}{dI} \Big|_B = \frac{40}{0,16} = 250 \text{ Ом};$$

$$r_{cmC} = \frac{U_C}{I_C} = \frac{50}{0,32} = 156,3 \text{ Ом},$$

$$r_{\partial C} = \left. \frac{dU}{dI} \right|_C = \frac{50}{0,13} = 385 \text{ Ом}.$$

Для рис. 9.1,б одержуємо:

$$r_{cmA} = \frac{2,5}{0,4} = 6,25 \text{ Ом},$$

$$r_{\partial A} = \frac{0,1}{0,4} = 0,25 \text{ Ом};$$

$$r_{cmB} = \frac{-5}{-0} = \infty \text{ Ом},$$

$$r_{\partial B} = \frac{+5}{0} = \infty \text{ Ом};$$

$$r_{cmC} = \frac{-10}{-0,4} = 25 \text{ Ом},$$

$$r_{\partial C} = \frac{0}{0,4} = 0 \text{ Ом}.$$

Для рис. 9.1,в отримуємо:

$$r_{cmA} = \frac{0,04}{3 \cdot 10^{-3}} = 13,3 \text{ Ом},$$

$$r_{\partial A} = \frac{0,04}{3 \cdot 10^{-3}} = 13,3 \text{ Ом} > 0;$$

$$r_{cmB} = \frac{0,3}{2 \cdot 10^{-3}} = 150 \text{ Ом},$$

$$r_{\partial B} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{0,50 - 0}{(0 - 5,2) \cdot 10^{-3}} = -96,2 \text{ Ом} < 0;$$

$$r_{cmC} = \frac{0,8}{0,3 \cdot 10^{-3}} = 267 \text{ Ом},$$

$$r_{\partial C} = \frac{0,3}{3 \cdot 10^{-3}} = 100 \text{ Ом} > 0.$$

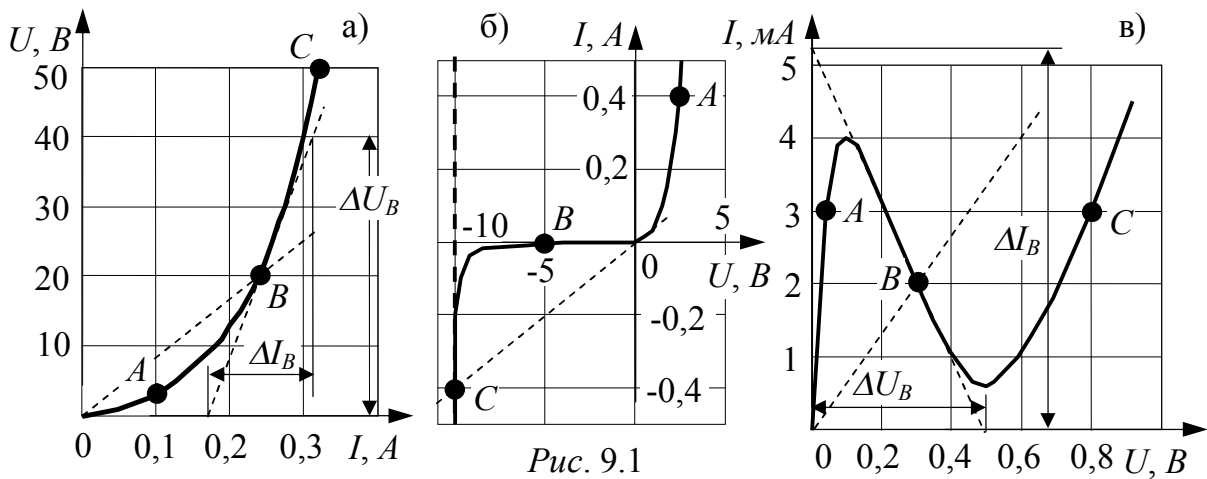


Рис. 9.1

Відмітимо, що на спадаючій ділянці вольт-амперної характеристики диференціальний опір є від'ємним.

**ЗАДАЧА 9.2.** ВАХ нелінійного резистора задана формулою

$$I = 0,1 \cdot U + 0,015 \cdot U^3, \text{ де } U [B], I [A].$$

Визначити статичний і диференціальний опір резистора при  $U = 1 \text{ В}$ .

Відповіді:  $R_{cm} = \frac{U}{I} = \frac{1}{0,115} = 8,7 \text{ Ом}; \quad \frac{dI}{dU} = 0,1 + 0,045 \cdot U^2,$

$$R_{\partial} = \frac{dU}{dI} = \frac{1}{0,1 + 0,045U^2} = \frac{1}{0,145} = 6,9 \text{ Ом}.$$

**ЗАДАЧА 9.3.** Розрахувати струм у колі рис. 9.2, перевірити баланс потужностей, якщо  $U = 100 \text{ В}$ ,  $r_2 = 20 \text{ Ом}$ , ВАХ нелінійних резисторів задані табл. 9.1, 9.2.

Таблиця 9.1

$U_1, B$	0	15	20	23	30
$I_1, A$	0	0,5	1	2	4

Таблиця 9.2

$U_3, B$	0	5	15	40	80
$I_3, A$	0	1	2	3	4

**Розв'язання**

Скористаємося графічним методом розрахунку нелінійного електричного кола, заздалегідь склавши систему розрахункових рівнянь:

за другим законом Кірхгофа  $U_1 + U_2 + U_3 = U$ ,

причому внаслідок послідовного з'єднання резисторів їх струми однакові:  $I_1 = I_2 = I_3 = I$ ,

зв'язки між струмами і напругами ділянок з нелінійними елементами  $U_1 = f_1(I_1)$  – табл. 9.1,  $U_3 = f_2(I_3)$  – табл. 9.2,

а для лінійного елемента – за законом Ома аналітична залежність  $U_2 = I_2 \cdot r_2$ .

Графічні побудови, що відповідають наведеній системі рівнянь, показані на рис. 9.3 і виконані в системі прямокутних координат  $I(U)$ .

Перепишемо перше рівняння, записане за другим законом Кірхгофа, залишивши в лівій частині напругу на нелінійних елементах, а в праву частину перенесемо лінійне співвідношення  $U_2 = I \cdot r_2$ :

$$U_1 + U_3 = U - I \cdot r_2.$$

Побудуємо допоміжні залежності (рис. 9.3)

$(U_1 + U_3)(I)$  та  $(U - I \cdot r_2)(I)$ , точка перетину  $A$  яких визначає розв'язання задачі:

$I = 2,05 A$ ,  $U_1 = 23 B$ ,  $U_3 = 16 B$ .

Перевірка балансу потужностей:

– потужність джерела живлення (генератора)

$$P_{\Gamma} = U \cdot I = 80 \cdot 2,05 = 164 \text{ Вт};$$

– сума потужностей, що споживаються резисторами,

$$\Sigma P_{\Pi} = U_1 \cdot I + U_3 \cdot I + I^2 \cdot r_2 = 23 \cdot 2,05 + 16 \cdot 2,05 + 2,05^2 \cdot 20 = 164 \text{ Вт}.$$

Баланс потужностей  $P_{\Gamma} = \Sigma P_{\Pi}$  збігається, задача розв'язана вірно.

**ЗАДАЧА 9.4.** Графічним методом розрахувати струми в схемі рис. 9.4 та напругу джерела живлення, перевірити баланс потужностей, якщо

$$I_{13} = 5 A, \quad r_3 = 14 \text{ Ом},$$

вольт-амперні характеристики нелінійних резисторів задано у табл. 9.3, 9.4.

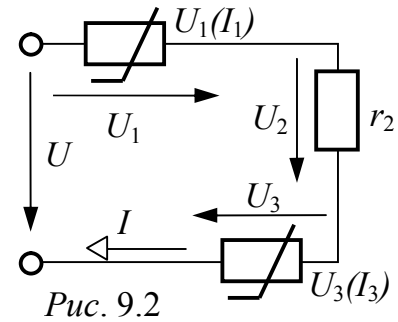


Рис. 9.2

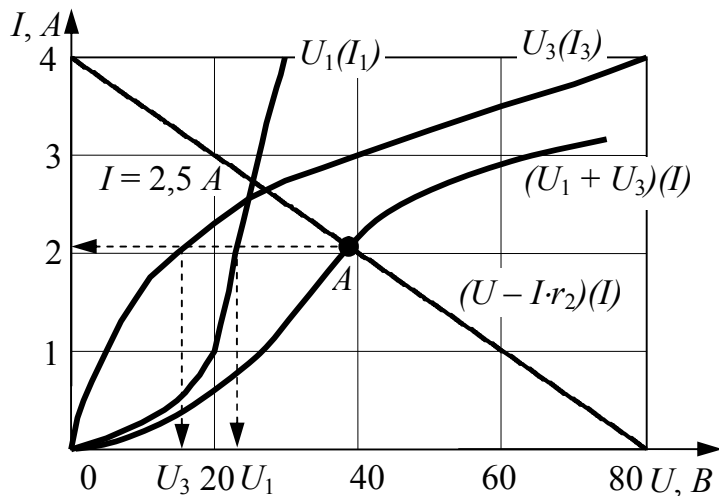


Рис. 9.3

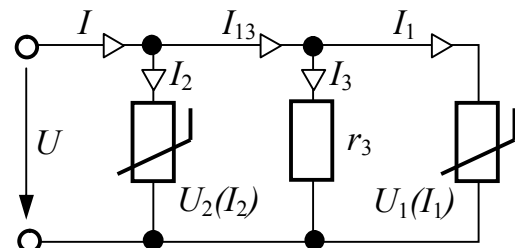


Рис. 9.4

Таблиця 9.3

$U_1, B$	10	20	30	40	50	70
$I_1, A$	2	3	2	1	2	4,8

Таблиця 9.4

$U_2, B$	10	20	40	60	80
$I_2, A$	1,25	2	2,5	3	3,3

## Розв'язання

Для паралельного з'єднання рівняння запишемо за першим законом Кірхгофа, до яких додамо рівняння зв'язків між струмами і напругою ділянок:  $I_{13} = I_1 + I_3$ ,  $I = I_2 + I_{13}$ ,

$$I_1 = f_1(U_1), \quad I_2 = f_2(U_2), \quad U_3 = I_3 \cdot r_3, \quad \text{причому } U = U_1 = U_2 = U_3.$$

Розв'яжемо спочатку перше з наведених рівнянь, переписавши його у вигляді

$$I_1 = I_{13} - \frac{U}{r_3},$$

де зліва – струм нелінійного елементу  $I_1 = f_1(U)$ , заданий табл. 9.3, а справа –

$$\text{лінійна залежність від напруги } U: \quad I_{13} - \frac{U}{r_3} = 5 - \frac{U}{14}.$$

Вказані залежності наведені на рис. 9.5,а разом з розв'язанням першого з поданих рівнянь.

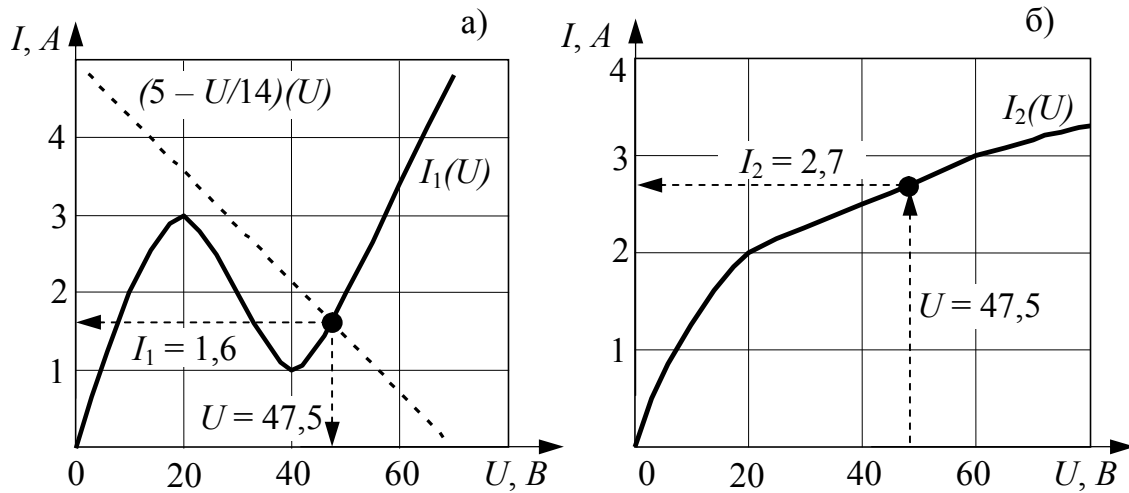


Рис. 9.5

Оскільки графічний розрахунок має значну похибку, виконаємо перевірку розв'язання за рис. 9.5,а: чи дорівнює  $I_1 = I_{13} - \frac{U}{r_3}$ ?

$$1,6 \stackrel{?}{=} (5 - 47,5/14) = (5 - 3,393) = 1,607, \quad \text{де } I_3 = 3,393 \text{ A.}$$

Результат відрізняється у четвертому знаці, що вказує на достатню точність розв'язання.

На рис. 9.5,б показано визначення струму  $I_2$ .

$$\text{Струм генератора } I = I_2 + I_{13} = 2,7 + 5 = 7,7 \text{ A.}$$

$$\text{Потужність генератора } P_G = U \cdot I = 47,5 \cdot 7,7 = 365,8 \text{ Вт};$$

Сума потужностей споживачів

$$\Sigma P_{II} = U \cdot I_2 + I_3^2 \cdot r_3 + U \cdot I_1 = 47,5 \cdot 2,7 + 3,393^2 \cdot 14 + 47,5 \cdot 1,6 = 365,4 \text{ Вт.}$$

$$P_G \approx \Sigma P_{II} - \text{виконується.}$$

**ЗАДАЧА 9.5.** Розрахувати струми, перевірити баланс потужностей в схемі рис. 9.6, якщо  $U = 80 \text{ В}$ ,  $r_2 = 10 \text{ Ом}$ , вольт-амперні характеристики нелінійних резисторів задані табл. 9.5, 9.6.

Таблиця 9.5

$U_1, \text{В}$	20	35	46	50	53	54
$I_1, \text{А}$	2	4	6	8	10	12

Таблиця 9.6

$U_3, \text{В}$	0	5	20	40	60	90
$I_3, \text{А}$	0	2	4	5,2	6	6,5

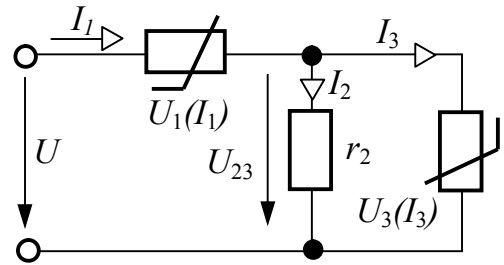


Рис. 9.6

### Розв'язання

У системі координат  $U(I)$  (рис. 9.7) будемо вольт-амперні характеристики паралельно увімкнених елементів  $I_3(U_3)$  і  $U_2 = I_2 \cdot r_2$ , а також допоміжну характеристику  $(I_2 + I_3)(U_{23}) = (I_1)(U_{23})$ , оскільки  $I_1 = I_2 + I_3$ .

За другим законом Кірхгофа  $U_1 + U_{23} = U$  або  $U_{23} = U - U_1$ .

Будемо допоміжну характеристику  $U - U_1 = U - f_1(I_1)$ , яку розраховуємо, задаючись низкою значень струму  $I_1$ . Результати розрахунку зводимо у табл. 9.7.

Таблиця 9.7

$I_1, \text{А}$	0	2	4	6	8	10	12
$U_1, \text{В}$	0	20	35	46	50	53	54
$U - U_1 = 80 - U_1, \text{В}$	80	60	45	34	30	27	26

Точка  $A$  перетину двох допоміжних кривих визначає розв'язання задачі:  $I_1 = 7,75 \text{ А}$ ,  $U_{23} = 30 \text{ В}$ ,  $I_2 = 3 \text{ А}$ ,  $I_3 = 4,75 \text{ А}$ ,  $U_1 = 50 \text{ В}$ .

Перевірка балансу потужностей:

$$P_{\Gamma} = U \cdot I_1 = 80 \cdot 7,75 = 625 \text{ Вт};$$

$$\Sigma P_{\Pi} = U_1 \cdot I_1 + I_2^2 \cdot r_2 + U_{23} \cdot I_3 =$$

$$= 50 \cdot 7,75 + 3^2 \cdot 10 + 30 \cdot 4,75 = 620 \text{ Вт}.$$

**ЗАДАЧА 9.6.** Дві електричні лампи розжарювання з номінальною напругою  $127 \text{ В}$  кожна і потужністю  $40$  і  $70 \text{ Вт}$ , відповідно, увімкнені послідовно в мережу з напругою  $U = 240 \text{ В}$ . За попереднім розрахунком (опори ламп незмінні) напруги на лампах  $U_1 = 152,5 \text{ В}$ ,  $U_2 = 87,5 \text{ В}$ . Насправді ВАХ ламп нелінійні і задані табл. 9.8. Визначити напругу на лампах.

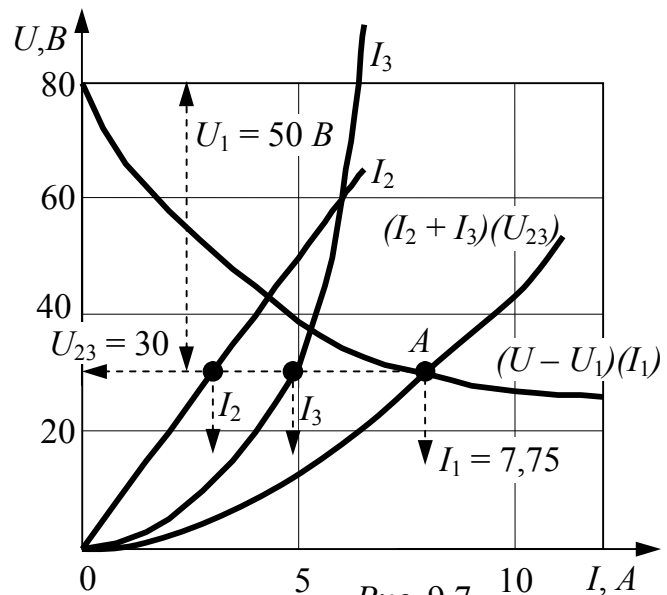


Рис. 9.7

Таблиця 9.8

$U, \text{В}$	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
$I_1, \text{А}$	0,16	0,2	0,24	0,27	0,3	0,33	0,35	0,38	0,41	0,43
$I_2, \text{А}$	0,32	0,38	0,44	0,49	0,54	0,58	0,63	0,68	0,73	0,78

Відповідь:  $U_1 = 180 \text{ В}$ ,  $U_2 = 60 \text{ В}$ .

**ЗАДАЧА 9.7.** Зовнішня характеристика генератора постійного струму (рис. 9.8) визначається даними табл. 9.9.

Таблиця 9.9

$U, \text{В}$	220	212	208	204	200	195	188	180	172	160	133
$I, \text{А}$	0	20	30	40	50	60	70	80	90	100	115

Нелінійний елемент  $r_1(I_1)$  характеризується вольт-амперною характеристикою табл. 9.10.

Таблиця 9.10

$U_1, \text{В}$	0	10	25	60	110	180	260
$I_1, \text{А}$	0	20	40	60	80	90	95

Опір  $r_2 = 6 \text{ Ом}$ . Визначити струми у всіх вітках схеми рис. 9.8.

Відповіді:  $I_1 = 86 \text{ А}$ ,  $I_2 = 24 \text{ А}$ ,  $I = 110 \text{ А}$ .

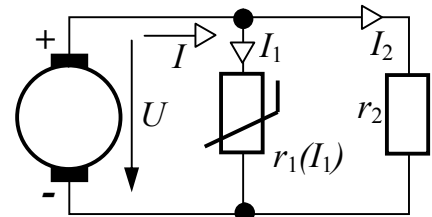


Рис. 9.8

**ЗАДАЧА 9.8.** На рис. 9.9,а зображена схема з трьома однаковими нелінійними елементами, вольт-амперні характеристики яких задано у табл. 9.11. ЕРС джерел напруги  $E_1 = 100 \text{ В}$ ,  $E_2 = 10 \text{ В}$ ,  $E_3 = 20 \text{ В}$ . Визначити струми у всіх вітках схеми, нехтуючи внутрішніми опором джерел.

Таблиця 9.11

$\pm U, \text{В}$	0	5	20	30	50	70	100
$\pm I, \text{мА}$	0	10	30	39	50	55	60

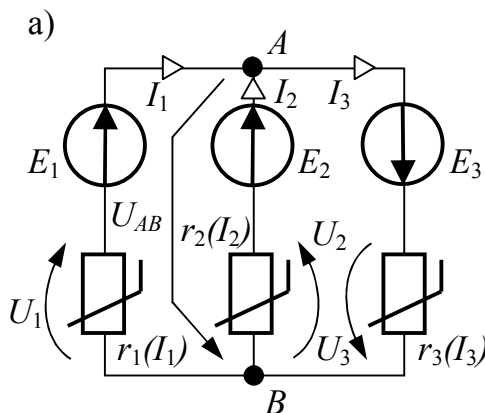
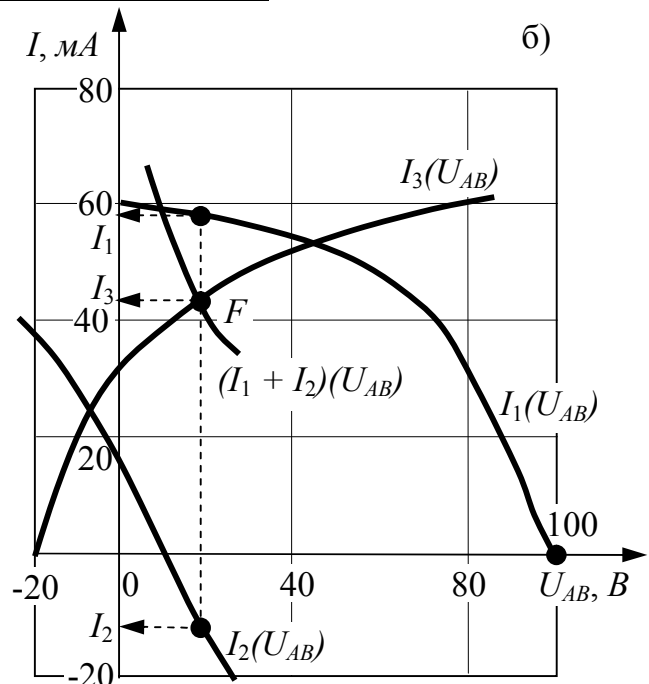


Рис. 9.9

### Розв'язання

Оскільки всі вітки схеми увімкнені паралельно до двох вузлів схеми  $A$  і  $B$ , при розв'язанні задачі скористаємося методом двох вузлів, вибравши довільні напрями струмів у вітках і вузлової напруги  $U_{AB}$  (вказані на схемі).

Для контурів, в кожен з яких входить  $U_{AB}$  і одна з віток, відповідно до другого закону Кірхгофа маємо три рівняння:



$$U_{AB} + U_1 = E_1, \quad U_{AB} + U_2 = E_2, \quad U_{AB} - U_3 = -E_3.$$

З цих рівнянь виразимо  $U_{AB}$ :

$$U_{AB} = E_1 - U_1, \quad U_{AB} = E_2 - U_2, \quad U_{AB} = -E_3 + U_3.$$

На підставі останніх виразів зручно розраховується залежність струму окремої вітки від вузлової напруги у такій послідовності:

– задаємося довільним значенням струму вітки відповідно до вольт-амперної характеристики нелінійного елемента і визначаємо відповідну цьому значенню напругу нелінійного елемента;

– напруга  $U_{AB}$ , при якій у вітці буде вибране значення струму, розраховуємо за відповідним рівнянням другого закону Кірхгофа.

Розраховані залежності  $I_1(U_{AB})$ ,  $I_2(U_{AB})$ ,  $I_3(U_{AB})$  наведено на рис. 9.9,б.

За першим законом Кірхгофа можна записати рівняння  $I_1 + I_2 = I_3$ , яке для даної схеми повинне виконуватися при одному значенні  $U_{AB}$ . Щоб знайти останнє, побудуємо допоміжну криву  $(I_1 + I_2)(U_{AB})$  і знайдемо точку  $F$  перетину цієї кривої із залежністю  $I_3(U_{AB})$ .

Точка  $F$  визначає розв'язання задачі:

$$U_{AB} = 18 \text{ В}, \quad I_1 = 58 \text{ мА}, \quad I_2 = -15 \text{ мА}, \quad I_3 = 43 \text{ мА},$$

напруга на елементах  $U_1 = 82 \text{ В}, \quad U_2 = -8 \text{ В}, \quad U_3 = 38 \text{ В}.$

Алгебрична сума потужностей генераторів

$$\Sigma P_{\Gamma} = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 = 100 \cdot 58 + 10 \cdot (-15) + 20 \cdot 43 = 6510 \text{ мВт};$$

Сума потужностей споживачів енергії

$$\Sigma P_{\Pi} = U_1 \cdot I_1 + U_2 \cdot I_2 + U_3 \cdot I_3 = 82 \cdot 58 + (-8) \cdot (-15) + 38 \cdot 43 = 6510 \text{ мВт}.$$

Баланс потужностей виконується.

**ЗАДАЧА 9.9.** У схемі рис. 9.10 визначити струми віток і перевірити баланс потужностей, якщо  $E_1 = 120 \text{ В}, \quad E_3 = 20 \text{ В}, \quad r_3 = 2 \text{ кОм}$ , вольт-амперна характеристика однакових нелінійних опорів ( $HE$ ) представлена у табл. 9.12.

Таблиця 9.12

$\pm U_{HE}, \text{ В}$	5	20	30	50	70	100	150
$\pm I_{HE}, \text{ мА}$	10	30	40	50	55	60	65

Відповіді:  $I_1 = 58 \text{ мА}, \quad I_2 = -35 \text{ мА},$

$$I_3 = 23 \text{ мА}, \quad \Sigma P = 7420 \text{ мВт}.$$

**ЗАДАЧА 9.10.** Вольт-амперні характеристики нелінійних елементів  $r_1(I_1)$  та  $r_2(I_2)$  кола рис. 9.11, наведено у табл. 2.13.

Таблиця 9.13

$U, \text{ В}$	5	10	20	30	40	50	60	70
$I_1, \text{ А}$	0,2	0,4	0,68	0,86	0,96	1	1	1
$I_2, \text{ А}$	1,12	1,4	1,8	2,14	2,44	2,77	3,5	-

Знайти струми, перевірити баланс потужностей, якщо  $E_1 = 70 \text{ В}, \quad J = 1,5 \text{ А}.$

Відповіді:  $I_1 = 0,9 \text{ А}, \quad I_2 = 2,4 \text{ А}, \quad U_{AB} = 38 \text{ В}, \quad \Sigma P = 120 \text{ Вт}.$

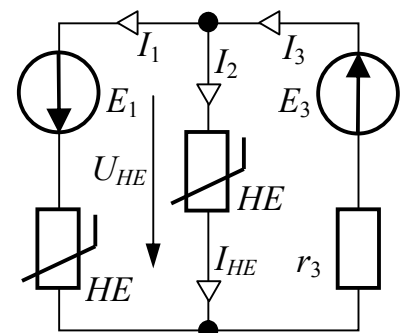


Рис. 9.10

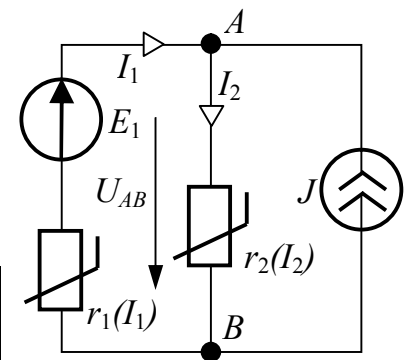


Рис. 9.11

**ЗАДАЧА 9.11.** На рис. 9.12,а наведена схема з нелінійним елементом (*HE*), вольт-амперна характеристика якого задана табл. 9.14.

Таблиця 9.14

$U_4, B$	0	20	40	60	80	100
$I_4, A$	0	2,8	4	4,9	5,4	5,7

Параметри лінійних елементів  $r_1 = r_2 = r_3 = 10 \text{ Ом}$ ,  $E_5 = 50 \text{ В}$ ,  $J_k = 5 \text{ А}$ .

Визначити струми у всіх вітках схеми і перевірити баланс потужностей.

### Розв'язання

Спочатку розрахуємо струм  $I_4$  нелінійного елементу, замінивши лінійну частину схеми по відношенню до затискачів нелінійного елементу (1-4) еквівалентним генератором.

При цьому  $U_{HX} = E_E = I_{3HX} \cdot r_3 + I_{1HX} \cdot r_1$ , де струми з індексом *HX* (неробочій хід) – це струми елементів схеми, які мають місце після розмикання вітки з нелінійним елементом. У отриманій таким чином схемі  $I_{1HX} = J_k = 5 \text{ А}$ , а за методом контурних струмів

$$I_{3HX} = \frac{E_5 + J_k r_2}{r_2 + r_3} = \frac{50 + 5 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ А},$$

$$\text{і } U_{HX} = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 100 \text{ В}.$$

Внутрішній опір еквівалентного генератора дорівнює вхідному опору пасивної лінійної схеми відносно затискачів 1-4:

$$r_E = r_{14\text{ex}} = r_1 + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_2 + r_3} = 10 + \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 15 \text{ Ом}.$$

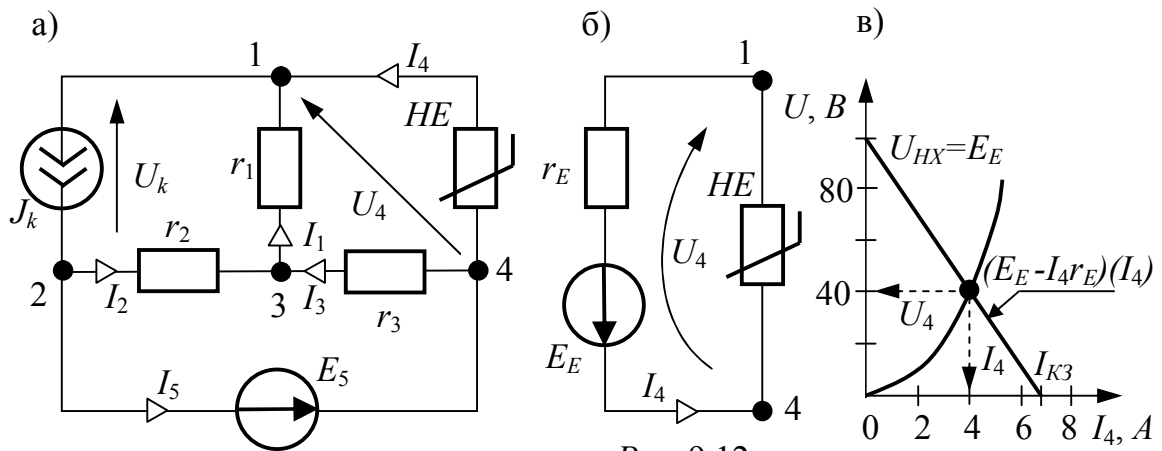


Рис. 9.12

Для еквівалентної схеми (рис. 9.12,б), з одного боку,  $U_4(I_4)$  – ВАХ *HE*, а з іншого боку,  $U_4 = E_E - I_4 \cdot r_E$  – ВАХ активного двополюсника, для побудови якої доцільно визначити  $I_{K3} = U_{HX}/r_E$ .

Графічне розв'язання системи двох останніх рівнянь наведено на рис. 9.12,в, звідки  $U_4 = 40 \text{ В}$ ,  $I_4 = 4 \text{ А}$ .

Повертаємося до первинної схеми рис. 9.12,а і розраховуємо решту струмів за допомогою законів Кірхгофа:



$$I_1 = J_k - I_4 = 5 - 4 = 1 \text{ A},$$

$$I_3 = \frac{U_4 - I_1 r_1}{r_3} = \frac{40 - 1 \cdot 10}{10} = 3 \text{ A},$$

$$I_5 = I_3 + I_4 = 3 + 4 = 7 \text{ A},$$

$$I_2 = I_1 - I_3 = 1 - 3 = -2 \text{ A},$$

напряга на затискачах джерела струму

$$U_k = I_2 \cdot r_2 + I_1 \cdot r_1 = -2 \cdot 10 + 1 \cdot 10 = -10 \text{ B}.$$

Перевірка балансу потужностей:

$$\Sigma P_{\Gamma} = U_k \cdot J_k + E_5 \cdot I_5 = -10 \cdot 5 + 50 \cdot 7 = 300 \text{ Bm};$$

$$\Sigma P_{\Pi} = I_1^2 \cdot r_1 + I_2^2 \cdot r_2 + I_3^2 \cdot r_3 + U_4 \cdot I_4 =$$

$$= 1^2 \cdot 10 + 2^2 \cdot 10 + 3^2 \cdot 10 + 40 \cdot 4 = 300 \text{ Bm}.$$

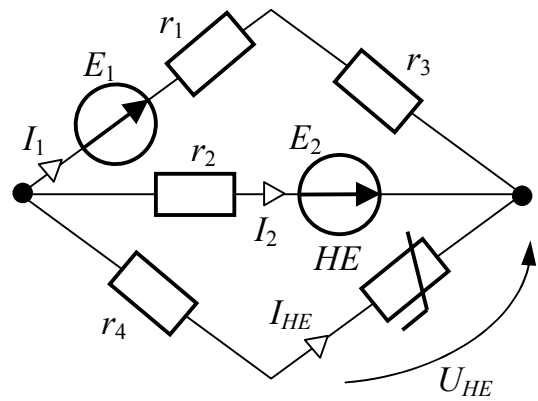


Рис. 9.13

**ЗАДАЧА 9.12.** В схемі рис. 9.13 розрахувати всі струми, якщо  $E_1 = 4 \text{ B}$ ,  $E_2 = 16 \text{ B}$ ,  $r_1 = r_2 = r_3 = 2 \text{ Ом}$ ,  $r_4 = 4 \text{ Ом}$ , вольт-амперна характеристика HE представлена табл. 9.15.

Таблиця 9.15

$\pm U_{HE}, \text{ B}$	0	1	2	4	6	8	10
$\pm I_{HE}, \text{ A}$	0	0,5	0,76	1,2	1,45	1,53	1,65

Відповіді:  $I_1 = -1,56 \text{ A}$ ,  $I_2 = 2,88 \text{ A}$ ,  $I_{HE} = -1,31 \text{ A}$ .

**ЗАДАЧА 9.13.** В схемі рис. 9.14,а визначити струми і перевірити баланс потужностей, якщо  $U = 240 \text{ B}$ ,  $r_1 = 240 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 400 \text{ Ом}$ ,  $r_3 = 600 \text{ Ом}$ , опір міліамперметра  $mA$  –  $160 \text{ Ом}$ , вольт-амперна характеристика нелінійного

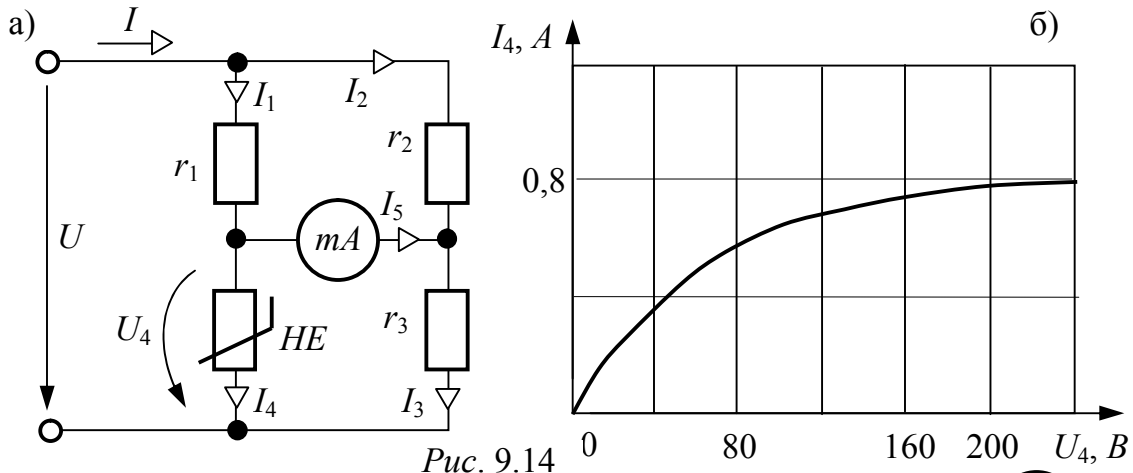


Рис. 9.14

елементу задана рис. 9.14,б.

Відповіді:  $U_4 = 105 \text{ B}$ ,  $I_4 = 0,65 \text{ A}$ ,  $I = 0,85 \text{ A}$ ,  
 $I_1 = 0,56 \text{ A}$ ,  $I_2 = 0,29 \text{ A}$ ,  $I_3 = 0,2 \text{ A}$ ,  
 $I_5 = -0,09 \text{ A}$ ,  $\Sigma P = 204 \text{ Bm}$ .

**ЗАДАЧА 9.14.** Визначити струми, перевірити баланс потужностей схеми рис. 9.15, якщо  $E_1 = 160 \text{ B}$ ,  $E_5 = 180 \text{ B}$ , опори  $r_2 = r_3 = r_4 = 10 \text{ Ом}$ ,  $r_5 = 30 \text{ Ом}$ ,  $r_1 = 40 \text{ Ом}$ , вольт-амперна характеристика симетричного нелі-

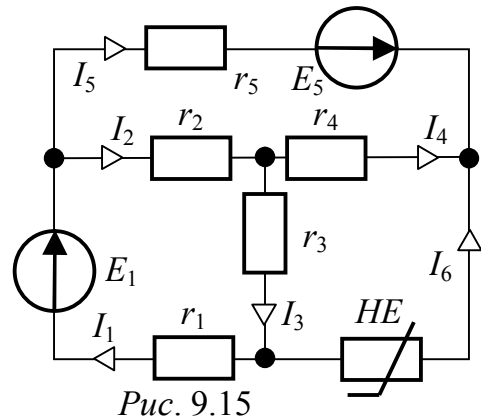


Рис. 9.15

нійного елементу наведена в табл. 9.16.

Таблиця 9.16

$U_6, B$	2	6	25	40	55	67	80
$I_6, A$	1	2	3	3	3	4	6

Відповіді:  $I_1 = 4 A$ ,  $I_2 = -1 A$ ,  $I_3 = 1 A$ ,  
 $I_4 = -2 A$ ,  $I_5 = 5 A$ ,  $I_6 = -3 A$ ,  
 $U_6 = -29,8 B$ ,  $\Sigma P = 1540 Bm$ .

**ЗАДАЧА 9.15.** Визначити струми в схемі рис. 9.16, перевірити баланс потужностей, якщо

$J = 0,4 A$ ,  $r_1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 6 \text{ Ом}$ ,  $r_3 = 24 \text{ Ом}$ ,  
 $r_4 = 16 \text{ Ом}$ , ВАХ  $U(I)$  наведена в табл. 9.17.

Таблиця 9.17

$U, B$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,9	1,1
$I, mA$	30	38	35	32	30	28	27	26

Відповіді:  $U = 0,37 B$ ,  $I = 34 mA$ ,  $I_1 = 20,3 mA$ ,  
 $I_2 = 197 mA$ ,  $I_3 = 169 mA$ ,  $I_4 = 231 mA$ ,  $\Sigma P = 1948 mBm$ .

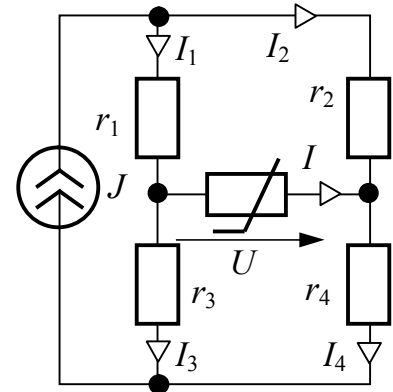


Рис. 9.16

**ЗАДАЧА 9.16.** У схемі рис. 9.17,а  $r_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 20 \text{ Ом}$ , напруга  $U_1 = 24 B$ , вольт-амперна характеристика стабілітрона апроксимована трьома прямолінійними відрізками (рис. 9.17,б). Наведена схема є простим стабілізатором напруги  $U_2$  для навантаження  $r_2$ . Розрахувати струми і напругу навантаження в схемі, визначити коефіцієнт стабілізації напруги.

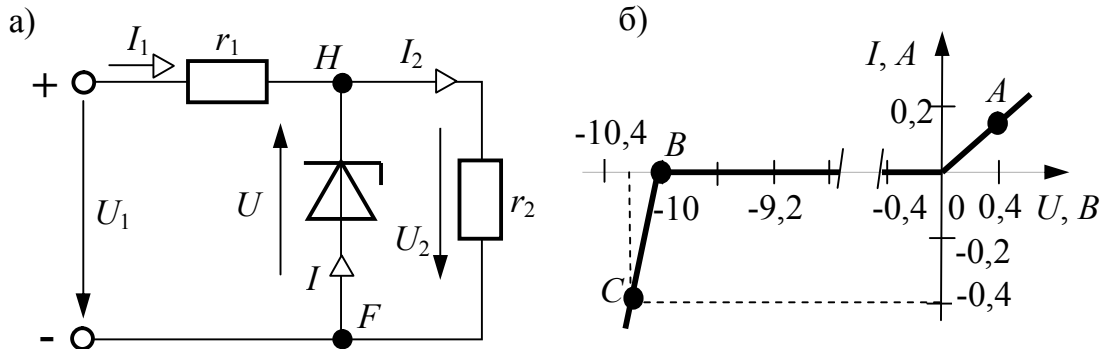


Рис. 9.17

### Розв'язання

Визначимо диференціальний опір стабілітрона на робочій ділянці BC:

$$r_d = \frac{0,2}{0,4} = 0,5 \text{ Ом.}$$

У даній схемі напруга на стабілітроні негативна і, якщо ця напруга менше  $10 B$ , струм стабілітрона  $I = 0$ . Тоді

$$I_1 = I_2 = \frac{U_1}{r_1 + r_2}, \quad U = -U_2 = -\frac{U_1}{r_1 + r_2} \cdot r_2 < -10 B = U_0,$$

звідки знаходимо мінімальну напругу мережі, при якій схема працює як стабілізатор напруги:

$$U_{1min} = -U_0 \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_2} = 10 \cdot \frac{10 + 20}{20} = 15 B.$$

Оскільки задана напруга  $U_1 = 24 \text{ В} > U_{1min}$ , то стабілітрон в схемі працює на ділянці  $BC$ , його схемою заміщення є коло рис. 9.18,а, а розрахункова схема має вигляд рис. 9.18,б, для якої за методом двох вузлів

$$U_2 = \frac{\frac{U_1 + E}{r_1 + r_\partial}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_\partial} + \frac{1}{r_2}} = \frac{\frac{24 + 10}{10 + 0,5}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{0,5} + \frac{1}{20}} = 10,42 \text{ В},$$

$$I_1 = \frac{U_1 - U_2}{r_1} = \frac{24 - 10,42}{10} = 1,358 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{U_2}{r_2} = \frac{10,42}{20} = 0,521 \text{ А},$$

$$I = I_2 - I_1 = -0,837 \text{ А}.$$

Пасивна схема стабілізатора (рис. 9.17,а) для відхилень представлена на рис. 9.19, розраховуючи яку, отримуємо

$$\begin{aligned} \Delta U_2 &= \frac{\Delta U_1}{r_1 + \frac{r_2 \cdot r_\partial}{r_2 + r_\partial}} \cdot \frac{r_2 \cdot r_\partial}{r_2 + r_\partial} = \\ &= \Delta U_1 \cdot \frac{r_2 \cdot r_\partial}{r_1 \cdot r_2 + r_1 \cdot r_\partial + r_2 \cdot r_\partial} = \\ &= \Delta U_1 \cdot \frac{20 \cdot 0,5}{10 \cdot 20 + 10 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,5} = \Delta U_1 \cdot 0,0465. \end{aligned}$$

Коефіцієнт стабілізації стабілізатора напруги

$$k_{cm} = \frac{\Delta U_1 / U_1}{\Delta U_2 / U_2} = \frac{\Delta U_1 / 24}{0,0465 \cdot \Delta U_1 / 10,42} = 9,34.$$

**ЗАДАЧА 9.17.** У чотири плечі моста, який є стабілізатором напруги (рис. 9.20), увімкнені два  $HE1$  і два  $HE2$  так, що протилежні плечі моста однакові. ВАХ  $HE1$  і  $HE2$  можуть бути апроксимовані виразами:

$$U_1(I_1) = 400 \cdot I_1 - 164, \quad U_2(I_2) = 400 \cdot I_2 + 120,$$

де  $U[\text{В}]$ ,  $I[\text{мА}]$ .

Знайти: 1) струм  $I_0$  у діагоналі моста при опорі навантаження  $r_0 = 285 \text{ Ом}$  і напрузі живлення  $U = 140 \text{ В}$ ;

2) ККД моста (відношення потужності в навантаженні до потужності джерела) при  $U = 140 \text{ В}$ ;

3) положення робочих точок на характеристиках НЕ при відхиленні напруги мережі на  $\Delta U = \pm 5\%U$  (див. задачу 9.16);

4) коефіцієнт стабілізації стабілізатора напруги (див. задачу 9.16).

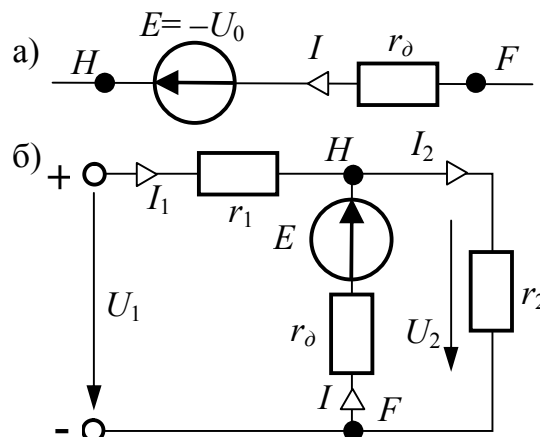


Рис. 9.18

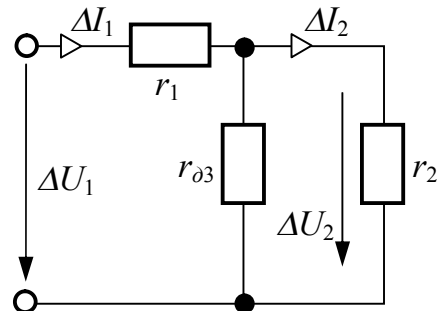


Рис. 9.19

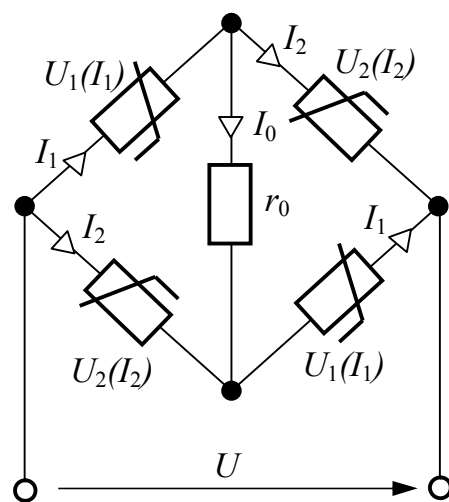


Рис. 9.20

Примітка: при розв'язанні п.3 та п.4 рекомендується скористатися схемою заміщення стабілізатора для відхилень.

Відповіді:  $I_0 = 414 \text{ мА}$ ,  $\eta = 76\%$ ,  $k_{cm} = \infty$ .

**ЗАДАЧА 9.18.** У колі рис. 9.21 крім лінійних опорів  $r_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $r_3 = 1 \text{ Ом}$ ,  $r_5 = 2 \text{ Ом}$  є ще два однакові нелінійні резистори з заданою ВАХ (табл. 9.18).

Таблиця 9.18

$U, \text{В}$	0	1	2	3	4
$I, \text{А}$	0	0,2	0,5	1,0	2,0

ЕРС джерел  $E_1 = 5 \text{ В}$ ,  $E_4 = 3 \text{ В}$ . Знайти струми у всіх вітках схеми.

Примітка: при розв'язанні задачі графічним методом рекомендується одне з паралельних з'єднань спочатку замінити еквівалентною віткою, а потім скористатися методом двох вузлів.

Відповіді:  $I_1 = 1,3 \text{ А}$ ,  $I_2 = 0,7 \text{ А}$ ,  $I_3 = 0,6 \text{ А}$ ,  $I_4 = 0,3 \text{ А}$ ,  $I_5 = 0,9 \text{ А}$ .

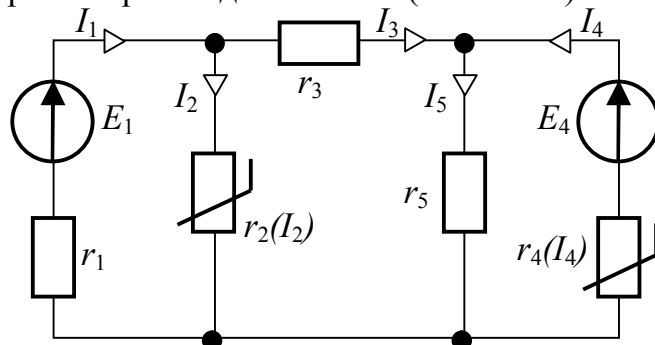


Рис. 9.21

### 9.2.2 Магнітні кола постійного струму

Відмінною рисою розрахунків нелінійних магнітних кіл у порівнянні з нелійними електричними є те, що у задачі немає необхідних для розрахунку вебер-амперних характеристик (ВБАХ) ділянок магнітного кола.

Ділянка магнітного кола (рис. 9.22,а) характеризується довжиною середньої лінії магнітопроводу  $l$ , площею поперечного перерізу осердя  $S$ , кривою намагнічування матеріалу  $B(H)$  (рис. 9.22,б), а вебер-амперна характеристика  $\Phi(I)$  (рис. 9.22,в) розраховується за допомогою  $B(H)$ .

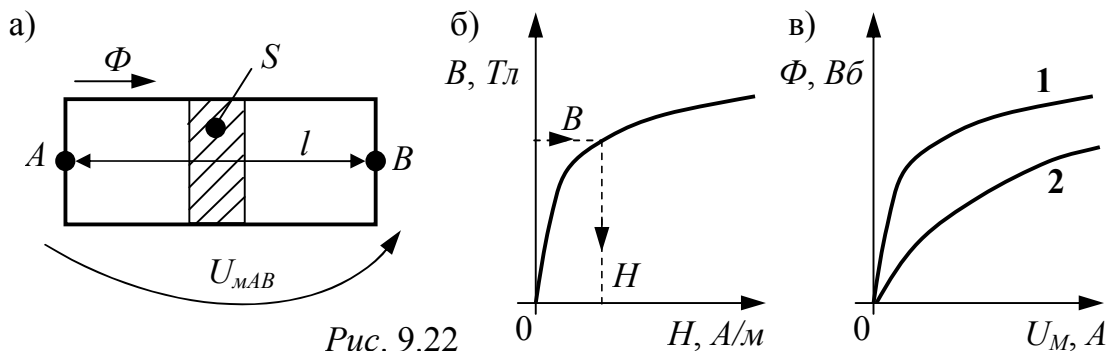


Рис. 9.22

Магнітна індукція ділянки  $B = \frac{\Phi}{S}$ , де  $\Phi[\text{Вб}]$  – магнітний потік,  $B[\text{Тл}]$ .

Магнітна напруга на ділянці  $U_{MAB} = H \cdot l = \Phi \cdot R_M$ , де  $H[\text{А/м}]$  – напруженість магнітного поля ділянки,

$R_M = \frac{l}{\mu \cdot \mu_0 \cdot S}$  [1/Гн] – магнітний опір ділянки, що відповідає статичному

опору нелінійного резистора в електричному колі,

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  – магнітна стала,

$\mu$  – відносна магнітна проникність матеріалу ділянки, яка може нелінійно залежати від магнітної індукції.

При постійних потоках залежність між  $B$  і  $H$  задається кривою намагнічування (рис. 9.22,б) матеріалу осердя, хоча зазвичай виражається формулою  $B = \mu\mu_0 \cdot H$ .

Для повітряних зазорів  $\mu = 1$  і  $B_{\Pi} = \mu_0 \cdot H$ .

Зазвичай розрахунок вебер-амперної характеристики ведуть у наступній послідовності:

- 1) задають довільне значення  $B$ ,
- 2) розраховують відповідне значення потоку  $\Phi = B \cdot S$ ,
- 3) визначають по кривій намагнічування відповідне прийнятому  $B$  значення  $H$  (рис. 9.22,б),
- 4) знаходять  $U_M = H \cdot l$ .

Примітка: за наявності на ділянці повітряного зазору користуються наступною наближеною формулою:

$$H_{\Pi} = \frac{B_{\Pi}}{\mu_0} = \frac{B}{4\pi \cdot 10^{-7}} \approx 0,8 \cdot 10^6 \cdot B_{\Pi}, \quad \text{де } H_{\Pi}[A/m], B_{\Pi}[Tл=Вб/м^2].$$

Тоді  $U_{MAВ} = H \cdot l + H_{\Pi} \cdot l_{\Pi}$ .

Розрахунки повторюють для діапазону зміни індукції від нуля до  $1,5 \div 1,7$  Тл, зводять їх в таблиці і будують вебер-амперні характеристики (рис. 9.22,в), де **1** – ВБАХ за відсутності на ділянці повітряного зазору і МРС,

**2** – ВБАХ за наявності повітряного зазору і відсутності МРС.

Надалі методика розрахунку магнітних кіл збігається з методикою розрахунку нелінійних електричних кіл і для наочності розрахунків можна скласти розрахункову схему заміщення – аналог електричного кола.

**ЗАДАЧА 9.19.** На рис. 9.23,а представлено дросель, що є котушкою з числом витків  $w = 500$ , намотаною на осердя з електротехнічної сталі 1512, крива намагнічування якої наведена в табл. 9.19. Довжина середньої лінії магнітопроводу  $l = 100$  см, переріз сталі  $S = 16$  см<sup>2</sup>. Повітряний зазор відсутній  $l_{\Pi} = 0$ . Розрахувати і побудувати ВБАХ котушки.

Таблиця 9.19. Крива намагнічування сталі 1512

$B, Tл$	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1
$H, A/см$	0,25	0,5	0,65	0,8	0,95	1,15	1,5	2	3

Продовження таблиці 9.19

$B, Tл$	1,2	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,65
$H, A/см$	4,65	7,4	9	12	15	22	33	49	90

### Розв'язання

ВБАХ котушки  $\Phi(I)$  розраховується на підставі кривої намагнічування і геометричних розмірів феромагнітного осердя: прийнявши, наприклад,  $B = 1,2$  Тл з відповідним значенням  $H = 4,65$  А/см, одержуємо

$$\Phi = B \cdot S = 1,2 \cdot 16 \cdot 10^{-4} = 19,2 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}, \quad I = \frac{Hl}{w} = \frac{4,65 \cdot 100}{500} = 0,93 \text{ А.}$$

Результати розрахунку ВБАХ зведемо в табл. 9.20.

Таблиця 9.20

$B, \text{Тл}$	0,4	0,6	0,8	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
$H, \text{А/см}$	0,5	0,8	1,15	2	3	4,65	7,4	12	22	49
$\Phi, \times 10^{-4} \text{Вб}$	6,4	9,6	12,8	16	17,6	19,2	20,8	22,4	24	25,6
$I, \text{А}$	0,1	0,16	0,23	0,4	0,6	0,93	1,48	2,4	4,4	9,8

Вебер-амперна характеристика котушки без повітряного зазору показана на рис. 9.23,б, крива 1.

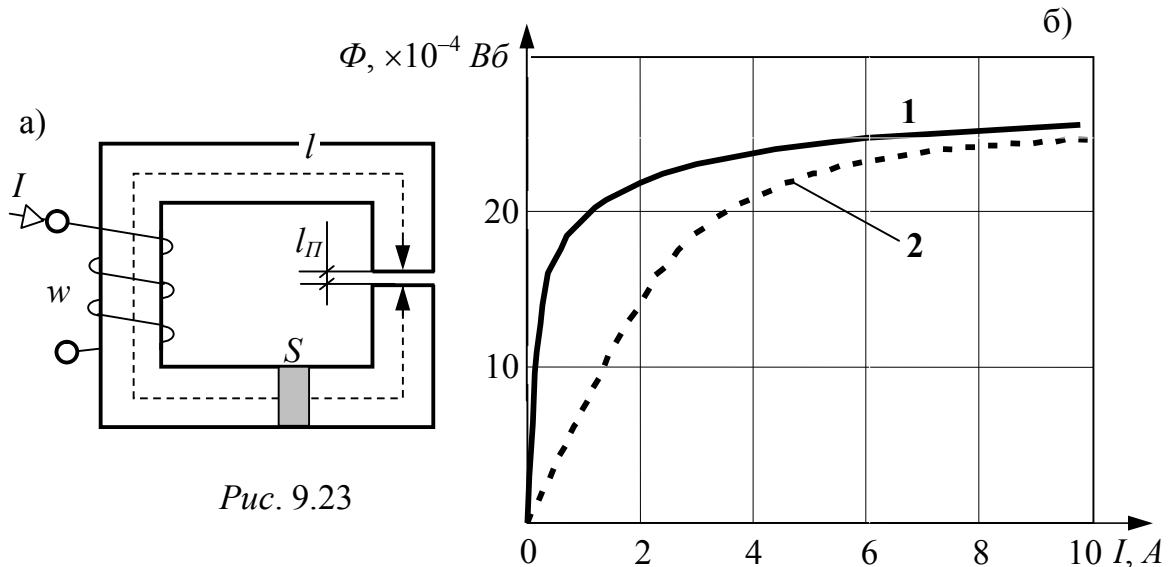


Рис. 9.23

**ЗАДАЧА 9.20.** У осерді котушки задачі 9.18 виконаний повітряний зазор завдовжки  $l_{\text{П}} = 1,2 \text{ мм}$ . Побудувати ВБАХ котушки з повітряним зазором.

### Розв'язання

У порівнянні з попереднім завданням зміниться струм котушки за тих же значень потоку, оскільки відповідно до закону повного струму нове значення струму

$$I = \frac{Hl + H_{\text{П}}l_{\text{П}}}{w}$$

Напруженість магнітного поля в повітряному зазорі

$$H_{\text{П}} = 0,8 \cdot 10^6 \cdot B, \text{ де } H_{\text{П}}[\text{А/м}], B[\text{Тл}]$$

$$\text{або } H_{\text{П}} = 0,8 \cdot 10^4 \cdot B, \text{ де } H_{\text{П}}[\text{А/см}], B[\text{Тл}].$$

Наприклад, для індукції  $B = 1,2 \text{ Тл}$   $H = 4,65 \text{ А/см}$ ,

$$H_{\text{П}} = 0,8 \cdot 10^4 \cdot 1,2 = 9,6 \cdot 10^3 \text{ А/см},$$

новий струм

$$I = \frac{H \cdot l}{w} + \frac{H_{\text{П}} \cdot l_{\text{П}}}{w} = I' + I'' = \frac{4,65 \cdot 100}{500} + \frac{9,6 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-1}}{500} = 0,93 + 2,304 = 3,324 \text{ А}.$$

Аналогічно можна розрахувати струм за інших значень  $\Phi$ , що відображено в табл. 9.21.

Таблиця 9.21

$\Phi, \times 10^{-4} \text{Вб}$	6,4	9,6	12,8	16	17,6	19,2	20,8	22,4	24	25,6
$I, \text{А}$	0,87	1,31	1,77	2,32	2,71	3,32	3,98	5,09	7,28	12,9

Ця вебер-амперна характеристика наведена на рис. 9.23,б, крива 2.

Під час розрахунку магнітних кіл часто використовують магнітний опір ділянки магнітного кола

$$R_M = \frac{U_M}{\Phi} = \frac{Hl}{BS} = \frac{Hl}{\mu \cdot \mu_0 \cdot H \cdot S} = \frac{l}{\mu \cdot \mu_0 \cdot S} [1/\text{Гн}].$$

Для наведеного прикладу магнітний опір ділянки магнітопроводу завдовжки  $l = 100 \text{ см}$ , перерізу  $S = 16 \text{ см}^2$  при  $B = 1,2 \text{ Тл}$ ,  $H = 4,65 \text{ А/см}$

$$R_{MO} = \frac{4,65 \cdot 100}{1,2 \cdot 16 \cdot 10^{-4}} = 24,22 \cdot 10^4 \text{ 1/Гн},$$

а опір повітряного зазору довжиною  $l_{\Pi} = 1,2 \text{ мм}$ , перерізу  $S = 16 \text{ см}^2$  при  $B = 1,2 \text{ Тл}$

$$R_{MPI} = \frac{l_{\Pi}}{\mu_0 \cdot S} = \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 16 \cdot 10^{-4}} = 59,71 \cdot 10^4 \text{ 1/Гн}.$$

Таким чином, при  $B = 1,2 \text{ Тл}$  опір повітряного зазору довжиною  $1,2 \text{ мм}$  магнітному потоку більше опору осердя завдовжки  $1 \text{ м}$  у

$$\frac{R_{MPI}}{R_{MO}} = \frac{59,71}{24,22} = 2,5 \text{ рази.}$$

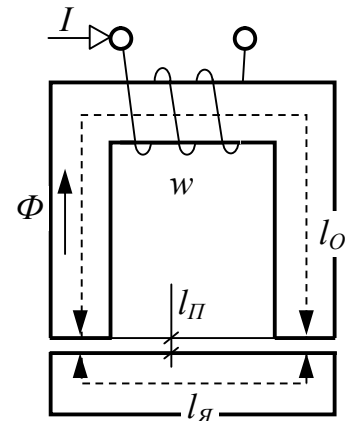


Рис. 9.24

**ЗАДАЧА 9.21.** У повітряному зазорі електромагніту (рис. 9.24) потрібно створити магнітне поле з магнітною індукцією  $B = 1,1 \text{ Тл}$ . Осердя і яркі виконані з електротехнічної сталі 1512, крива намагнічування якої наведена у задачі 9.18, мають однаковий переріз  $S_O = S_{\text{Я}} = S = 20 \text{ см}^2$ . Довжина осердя  $l_O = 80 \text{ см}$ , ярка –  $l_{\text{Я}} = 30 \text{ см}$ . Число витків котушки  $w = 800$ . Довжина одного повітряного зазору  $l_{\Pi} = 0,4 \text{ мм}$ . Визначити:

- струм у обмотці котушки;
- індуктивність котушки;
- силу, з якою яркі притягуються до осердя;
- відривну силу електромагніту.

#### Розв'язання

За законом повного струму необхідна намагнічувальна сила котушки

$$Iw = H_O \cdot l_O + H_{\text{Я}} \cdot l_{\text{Я}} + 2 \cdot H_{\Pi} \cdot l_{\Pi}.$$

Магнітний потік котушки  $\Phi = B \cdot S_{\Pi}$ .

Оскільки  $S_{\Pi} = S_O = S$ , то  $B_{\Pi} = B_O = B$  і за кривою намагнічування при  $B = 1,1 \text{ Тл}$   $H_O = H_{\text{Я}} = 3 \text{ А/см}$ , то

$$H_{\Pi} = 0,8 \cdot 10^4 \cdot B = 0,8 \cdot 10^4 \cdot 1,1 = 8,8 \cdot 10^3 \text{ А/см},$$

$$Iw = 3 \cdot 80 + 3 \cdot 30 + 2 \cdot 8,8 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^{-1} = 1034 \text{ А},$$

струм котушки  $I = \frac{Iw}{w} = \frac{1034}{800} = 1,29 \text{ А}.$

Потокозчеплення котушки  $\Psi = B \cdot S \cdot w = 1,1 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 800 = 1,76 \text{ Вб},$

індуктивність котушки  $L = \frac{\Psi}{I} = \frac{1,76}{1,29} = 1,36 \text{ Гн}.$

Силу тяги електромагніту на один повітряний зазор розрахуємо за методом можливих переміщень (див. курс «Прикладна механіка»). Енергія магнітного поля в повітряному зазорі

$$W_{\Pi} = \frac{B_{\Pi} H_{\Pi}}{2} V_{\Pi} = \frac{B_{\Pi} H_{\Pi}}{2} \cdot S_{\Pi} \cdot l_{\Pi}.$$

При нескінченно малому переміщенні якоря змінюється довжина повітряного зазору при незмінних  $B_{\Pi}$ ,  $H_{\Pi}$ . Сила тяжіння якоря до осердя на один повітряний зазор

$$F_1 = - \frac{dW_{\Pi}}{dl_{\Pi}} = - \frac{B_{\Pi} H_{\Pi}}{2} \cdot S_{\Pi}.$$

Сила тяги електромагніту на два повітряні зазори

$$F = |2 \cdot F_1| = B_{\Pi} H_{\Pi} S_{\Pi} = \frac{B_{\Pi}^2}{\mu_0} \cdot S_{\Pi} = 0,8 \cdot 10^6 \cdot B_{\Pi}^2 \cdot S_{\Pi}.$$

У даному прикладі  $F = 0,8 \cdot 10^6 \cdot 1,1^2 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 1936 \text{ Н} \approx 198 \text{ кГ}$ .

Відривну силу електромагніту визначимо за умови, що при заданій силі намагнічування  $Iw = 1034 \text{ А}$  повітряний зазор відсутній  $l_{\Pi} = 0$ .

Тоді при  $S_O = S_{\text{Я}} = S$  та однорідному матеріалі магнітопровода

$$H_O = H_{\text{Я}} = \frac{Iw}{l_{\text{Я}} + l_O} = \frac{1034}{80 + 30} = 9,4 \text{ А/см}.$$

За кривою намагнічування відповідна магнітна індукція  $B = 1,357 \text{ Тл}$ , відривна сила електромагніту  $F_{\text{від}} = 0,8 \cdot 10^6 \cdot 1,357^2 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 2946 \text{ Н} \approx 300 \text{ кГ}$ .

**ЗАДАЧА 9.22.** Лівий магнітопровід (рис. 9.25) має повітряний зазор  $l_{\Pi} = 0,11 \text{ см}$ , правий – без повітряного зазору. Середні довжини магнітопроводів  $l_1 = l_2 = 60 \text{ см}$ , переріз  $S_1 = S_2 = S_{\Pi} = 6 \text{ см}^2$ . Магнітний потік лівого перерізу  $\Phi_1 = 6,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ . Матеріал магнітопроводів – електротехнічна сталь 1512, криву намагнічування якої задано у табл. 9.19. Визначити МРС обмотки та магнітний потік  $\Phi_2$ .  
Відповіді:  $Iw = 1148 \text{ А}$ ,  $\Phi_2 = 8,88 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ .

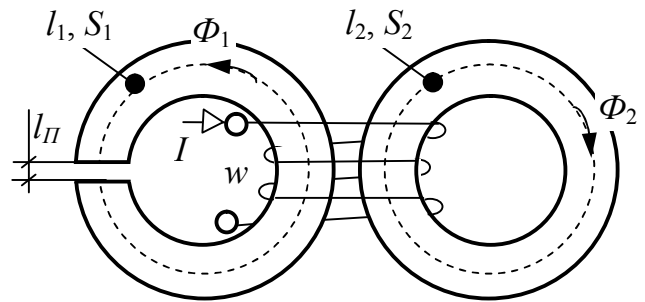


Рис. 9.25

**ЗАДАЧА 9.23.** Осердя нерозгалуженого магнітного кола рис. 9.26,а виконано з електротехнічної сталі 1512, крива намагнічування якої наведена у табл. 9.19. Розміри осердя:  $l_1 = 20 \text{ см}$ ,  $S_1 = 6 \text{ см}^2$ ,  $l_2 = 40 \text{ см}$ ,  $S_2 = S_{\Pi} = 4 \text{ см}^2$ ,  $l_{\Pi} = 1,2 \text{ мм}$ . Число витків котушки  $w = 500$ , струм  $I = 5 \text{ А}$ .

Побудувати еквівалентну електричну схему магнітного кола; розрахувати магнітні індукції кожної ділянки магнітного кола; визначити запас енергії магнітного поля кожної ділянки і сумарний запас енергії кола.

#### Розв'язання

Еквівалентна розрахункова схема котушки з феромагнітним осердям на-



ведена на рис. 9.26,б. Розрахунок магнітного потоку здійснюється методом послідовних наближень. Для першого кроку наближення візьмемо довільне значення  $B_2 = B_{II} = 1,2 \text{ Тл}$ , при якому  $H_2 = 4,65 \text{ А/см}$  на підставі кривої намагнічування

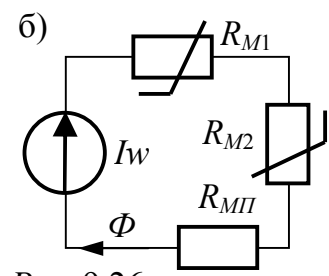
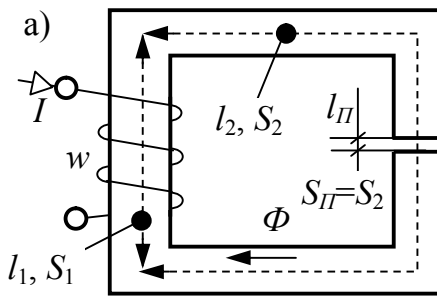


Рис. 9.26

$$H_{II} = 0,8 \cdot 10^4 \cdot B_{II} = 0,8 \cdot 10^4 \cdot 1,2 = 0,96 \cdot 10^4 \text{ А/см.}$$

Магнітний потік котушки при цьому

$$\Phi = B_2 \cdot S_2 = 1,2 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Магнітна індукція і напруженість на першій ділянці осердя

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{4,8 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 0,8 \text{ Тл}, \quad H_1 = 1,15 \text{ А/см.}$$

За законом повного струму визначаємо намагнічувальну силу, яка необхідна для створення потоку  $\Phi = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ :

$$Iw = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_{II} \cdot l_{II} = 1,15 \cdot 20 + 4,65 \cdot 40 + 0,96 \cdot 10^4 \cdot 0,12 = 1241 \text{ А,}$$

що менше заданого значення  $Iw = 5 \cdot 500 = 2500 \text{ А}$ .

Для іншого кроку наближення необхідно збільшити значення  $B_2$ .

Результати розрахунків на кожному кроці зведемо у табл. 9.22. Методом лінійної інтерполяції інтервалу двох кроків з  $\Phi = 6 \cdot 10^{-4}$  і  $6,2 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$  здобуємо значення  $B_2$  для заданої МРС  $F = 2500 \text{ А}$ :  $B_2 = B_{II} = 1,514 \text{ Тл}$ , а решту розрахунку відображає остання колонка наведеної табл. 9.22, дані якої можна прийняти за результати остаточного розрахунку. При цьому відносна похибка розрахунку щодо сили намагнічування

$$\delta \% = \left| \frac{2498 - 2500}{2500} \cdot 100 \right| = 0,1\%.$$

Таблиця 9.22

$B_2 = B_{II}, \text{ Тл}$	1,2	1,4	1,5	1,55	1,514
$H_2, \text{ А/см}$	4,65	12	22	33	0,508
$H_{II}, \times 10^4 \text{ А/см}$	0,96	1,12	1,2	1,24	1,211
$\Phi, \times 10^{-4} \text{ Вб}$	4,8	5,6	6	6,2	6,056
$B_1, \text{ Тл}$	0,8	0,933	1	1,033	1,01
$H_1, \text{ А/см}$	1,15	1,67	2	2,33	2,1
$\Sigma H \cdot l, \text{ А}$	1241	1875	2360	2855	2498

Запас енергії ділянки магнітного кола  $W_M = \frac{BH}{2} \cdot S \cdot l = \frac{1}{2} \Phi \cdot U_M$ .

Для ділянок кола:  $W_{M1} = \frac{1}{2} \cdot 6,056 \cdot 10^{-4} \cdot 2,1 \cdot 20 = 127,2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж};$

$$W_{M2} = \frac{1}{2} \cdot 6,056 \cdot 10^{-4} \cdot 25,08 \cdot 40 = 3038 \cdot 10^{-4} \text{ Дж};$$

$$W_{МП} = \frac{1}{2} \cdot 6,056 \cdot 10^{-4} \cdot 1,211 \cdot 10^4 \cdot 0,12 = 4040 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Сумарний запас енергії магнітного поля досліджуваного кола

$$W_M = W_{M1} + W_{M2} + W_{МП} = 7565 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

**ЗАДАЧА 9.24.** Осердя розгалуженого магнітного кола рис. 9.27,а виконано з електротехнічної сталі 1512. Розміри осердя  $l_1 = 60 \text{ см}$ ,  $S_1 = 6 \text{ см}^2$ ,  $l_2 = 20 \text{ см}$ ,  $S_2 = 12 \text{ см}^2$ ,  $l_3 = 40 \text{ см}$ ,  $S_3 = S_{\Pi} = 8 \text{ см}^2$ ,  $l_{\Pi} = 1 \text{ мм}$ . Число витків котушки  $w = 400$ . У повітряному зазорі потрібно створити магнітне поле інтенсивності  $B_{\Pi} = 1,1 \text{ Тл}$ . Знайти струм котушки.

**Розв'язання**

Для зручності розрахунків наведемо еквівалентну розрахункову схему магнітного кола (рис. 9.27,б).

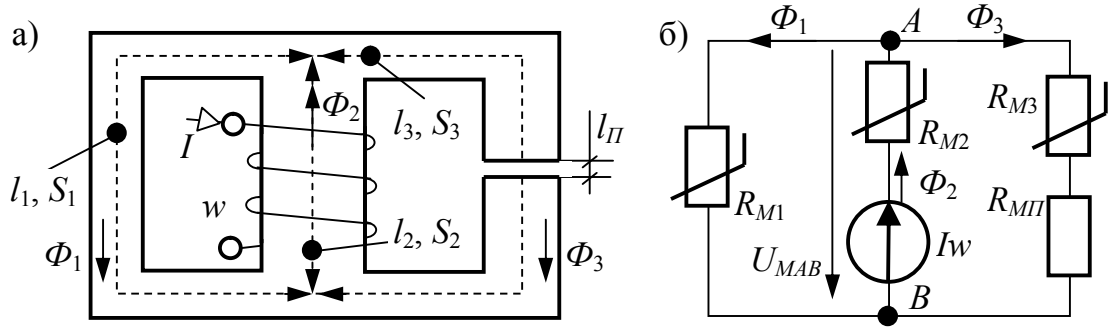


Рис. 9.27

Магнітний потік  $\Phi_3 = B_{\Pi} H_{\Pi} = 1,1 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 8,8 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ ,

магнітна напруга  $U_{MAB} = H_3 \cdot l_3 + H_{\Pi} l_{\Pi}$ .

По кривій намагнічування при  $B_3 = B_{\Pi} = 1,1 \text{ Тл}$   $H_3 = 3 \text{ А/см}$ ,

$$H_{\Pi} = 0,8 \cdot 10^4 \cdot B_{\Pi} = 0,8 \cdot 10^4 \cdot 1,1 = 0,88 \cdot 10^4 \text{ А/см},$$

$$U_{MAB} = 3 \cdot 40 + 0,88 \cdot 10^4 \cdot 0,1 = 1000 \text{ А}.$$

Напруженість магнітного поля першої вітки

$$H_1 = \frac{U_{MAB}}{l_1} = \frac{1000}{60} = 16,7 \text{ А/см},$$

магнітна індукція відповідно до кривої намагнічування  $B_1 = 1,462 \text{ Тл}$ ,

магнітний потік першого стрижня  $\Phi_1 = B_1 \cdot S_1 = 1,462 \cdot 6 \cdot 10^{-4} = 8,77 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ .

Магнітний потік середнього стрижня

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3 = (8,77 + 8,8) \cdot 10^{-4} = 17,57 \cdot 10^{-4} \text{ Вб},$$

його магнітна індукція  $B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{17,57 \cdot 10^{-4}}{12 \cdot 10^{-4}} = 1,464 \text{ Тл}$ ,

а відповідна напруженість поля  $H_2 = 16,96 \text{ А/см}$ .

За законом повного струму  $Iw = H_2 \cdot l_2 + U_{MAB}$ ,

звідки  $I = \frac{16,96 \cdot 20 + 1000}{400} = 3,35 \text{ А}$ .

**ЗАДАЧА 9.25.** В умовах задачі 9.24 замість  $B_{\Pi}$  задано потік  $\Phi_1 = 8,4 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ . Знайти намагнічувальну силу.

Відповідь:  $Iw = 844 \text{ А}$ .

**ЗАДАЧА 9.26.** В умовах задачі 9.24 замість  $B_{\Pi}$  задано потік  $\Phi_2 = 18,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ . Визначити намагнічувальну силу.

*Вказівка.* При розв'язанні задачі рекомендується розрахувати сумарну вебер-амперну характеристику паралельно увімкнених віток №1 і №3.

*Відповідь:*  $Iw = 1710 \text{ A}$ .

**ЗАДАЧА 9.27.** Магнітне коло рис. 9.28,а виконане зі сталі 1512 та має такі розміри:  $l_1 = 40 \text{ см}$ ,  $l_2 = 12 \text{ см}$ ,  $l_3 = 30 \text{ см}$ ,  $S_1 = S_3 = 4 \text{ см}^2$ ,  $S_2 = 2 \text{ см}^2$ . Намагнічувальна сила  $Iw = 1800 \text{ A}$ , потік у першому стрижні  $\Phi_1 = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ . Визначити довжину повітряного зазору  $l_{\Pi}$ .

### Розв'язання

Схема магнітного кола відповідає мішаному з'єднанню віток еквівалентної розрахункової схеми (рис. 9.28,б). На підставі другого закону Кірхгофа  $U_{M23} = Iw - H_1 \cdot l_1$ .

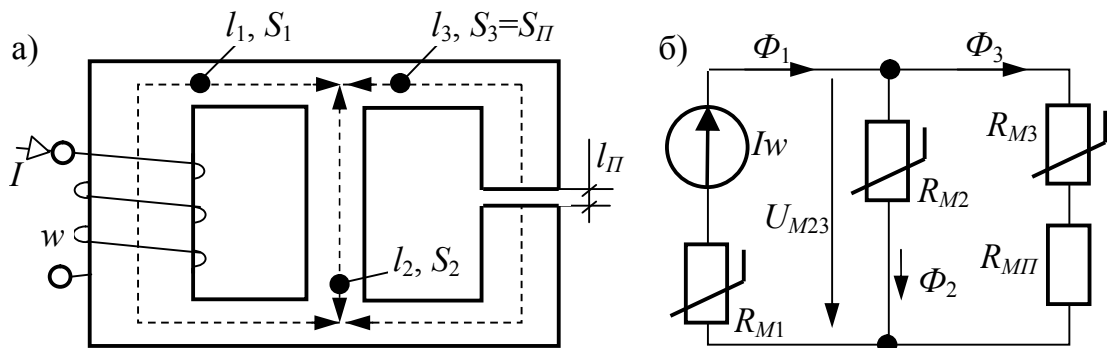


Рис. 9.28

Для визначення  $H_1$  по кривій намагнічування знайдемо

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{5,8 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1,45 \text{ Тл},$$

чому відповідає  $H_1 = 15 \text{ А/см}$ , а  $U_{M23} = 1800 - 15 \cdot 40 = 1200 \text{ A}$ .

З іншого боку,  $U_{M23} = H_2 \cdot l_2$ , звідки  $H_2 = \frac{U_{M23}}{l_2} = \frac{1200}{12} = 100 \text{ А/см}$ ,

і на підставі кривої намагнічування одержуємо  $B_2 = 1,66 \text{ Тл}$ .

Потік  $\Phi_2 = B_2 \cdot S_2 = 1,66 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 3,32 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ .

На підставі першого закону Кірхгофа

$$\Phi_3 = \Phi_1 - \Phi_2 = (5,8 - 3,32) \cdot 10^{-4} = 2,48 \cdot 10^{-4} \text{ Вб},$$

а індукція  $B_3 = B_{\Pi} = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{2,48 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 0,62 \text{ Тл}$ ,

якій відповідає напруженість магнітного поля в третьому стрижні

$$H_3 = 0,83 \text{ А/см},$$

а в повітряному зазорі  $H_{\Pi} = 0,8 \cdot 10^4 \cdot B_{\Pi} = 0,8 \cdot 10^4 \cdot 0,62 = 4960 \text{ А/см}$ .

Падіння магнітної напруги на магнітному опорі повітряного зазору

$$H_{\Pi} \cdot l_{\Pi} = U_{M23} - H_3 \cdot l_3 = 1200 - 0,83 \cdot 30 = 1175 \text{ A},$$

звідки шукана довжина повітряного зазору  $l_{\Pi} = \frac{H_{\Pi} \cdot l_{\Pi}}{H_{\Pi}} = \frac{1175}{4960} = 0,237 \text{ см}$ .

**ЗАДАЧА 9.28.** Магнітне коло, зображене на рис. 9.29,а, виконане з електротехнічної сталі 1512 і має наступні розміри:  $l_1 = 60 \text{ см}$ ,  $l_2 = 20 \text{ см}$ ,  $l_3 = 80 \text{ см}$ ,  $l_{\Pi} = 0,1 \text{ см}$ ,  $S_1 = S_2 = S_3 = 10 \text{ см}^2$ . Магнітні потоки в крайніх стрижнях  $\Phi_1 = 0,25 \text{ мВб}$ ,  $\Phi_3 = 1,3 \text{ мВб}$ . Знайти величини намагнічувальних сил котушок, вказати напрями струмів в обмотках.

*Вказівка.* При розв'язанні задачі зручно скористатися еквівалентною розрахунковою схемою рис. 9.29,б з вказівкою довільних напрямів шуканих намагнічувальних сил, наприклад,  $I_1 w_1$ ,  $I_3 w_3$  догори.

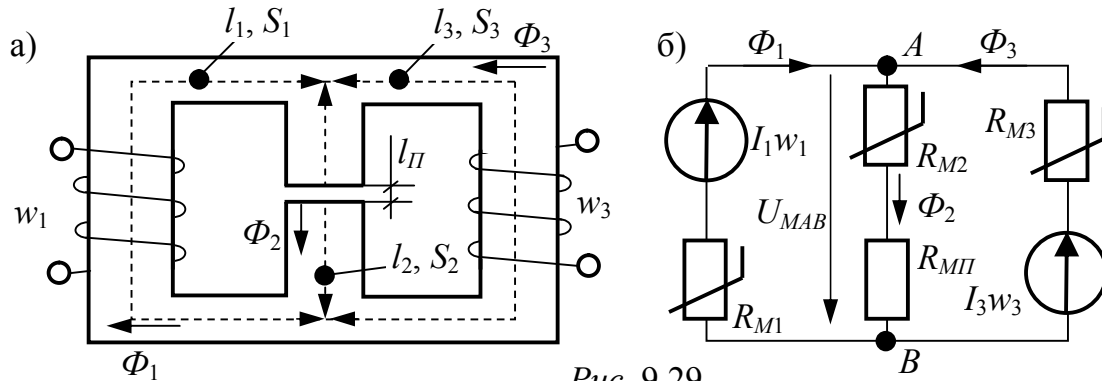


Рис. 9.29

*Відповідь:*  $I_1 w_1 = 1920 \text{ А}$ ,  $I_3 w_3 = 2490 \text{ А}$ ;  
обидва струми входять у верхні  
затискачі котушок.

**ЗАДАЧА 9.29.** Осердя розгалуженого магнітного кола (рис. 9.30) виготовлено з електротехнічної сталі 1512. По обмотках проходить струм  $I = 10 \text{ А}$ , числа витків  $w_1 = 50$ ,  $w_2 = 35$ , розміри кола  $l_1 = l_3 = 30 \text{ см}$ ,  $l_2 = 12 \text{ см}$ ,  $l_{\Pi} = 0,1 \text{ см}$ ,  $S_1 = S_2 = S_3 = S_{\Pi} = 15 \text{ см}^2$ .

Визначити магнітні потоки.

*Відповіді:*  $\Phi_1 = 1,5 \text{ мВб}$ ,  
 $\Phi_2 = 0,7 \text{ мВб}$ ,  $\Phi_3 = 0,8 \text{ мВб}$ .

**ЗАДАЧА 9.30.** Осердя магнітного кола (рис. 9.31) виготовлене з електротехнічної сталі 1512, крива намагнічування якої наведена в задачі 9.19. Розміри осердя  $l_1 = l_3 = 33 \text{ см}$ ,  $l_2 = 11 \text{ см}$ ,  $S_1 = 12 \text{ см}^2$ ,  $S_2 = 24 \text{ см}^2$ ,  $S_3 = 16 \text{ см}^2$ ; повітряний зазор  $l_{\Pi} = 0,1 \text{ см}$ . Намагнічувальні сили  $I_1 w_1 = 500 \text{ А}$ ,  $I_2 w_2 = 1000 \text{ А}$ ,  $I_3 w_3 = 750 \text{ А}$ .

Визначити магнітні потоки на всіх ділянках.

### Розв'язання

Обираємо довільні напрями магнітних потоків і вузлової напруги  $U_M$  і

складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$U_M = I_1 w_1 - H_1 \cdot l_1,$$

$$U_M = -I_2 w_2 + H_2 \cdot l_2 + H_{II} \cdot l_{II},$$

$$U_M = I_3 w_3 - H_3 \cdot l_3.$$

Розрахунок залежностей потоків від вузлової напруги за допомогою цих формул зводимо у табл. 9.23. За даними табл. 9.23 в одній системі координат будуємо графіки  $\Phi_1(U_M)$ ,  $\Phi_2(U_M)$ ,  $\Phi_3(U_M)$  (рис. 9.32). Згідно з першим законом Кірхгофа  $\Phi_1 + \Phi_3 = \Phi_2$ , тому додатково будуємо графік  $(\Phi_1 + \Phi_3)(U_M)$ . Точка перетину  $A$   $(\Phi_1 + \Phi_3)(U_M) = \Phi_2(U_M)$  визначає величину вузлової напруги  $U_M = 400 \text{ A}$  і потік  $\Phi_2 = 35,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ , а точки  $B$  та  $C$  – потоки  $\Phi_1 = 13,2 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$  та  $\Phi_3 = 22,4 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ .

Таблиця 9.23

$B$	$H$	$H_{II}$	$H_1 \cdot l_1 =$ $= H_3 \cdot l_3$	$\Phi_1$	$U_M =$ $I_1 w_1 -$ $- H_1 \cdot l_1$	$\Phi_2$	$U_M = -I_2 w_2$ $+ H_2 \cdot l_2 +$ $+ H_{II} \cdot l_{II}$	$\Phi_3$	$U_M =$ $I_3 w_3 -$ $- H_3 \cdot l_3$
$Tl$	$A/cm$	$\times 10^3$ $A/cm$	$A$	$\times 10^{-4}$ $Bб$	$A$	$\times 10^{-4}$ $Bб$	$A$	$\times 10^{-4}$ $Bб$	$A$
0,4	0,5	3,2	16,5	4,8	484	9,6	-674,5	6,4	734
0,8	1,15	6,4	38	9,6	462	19,2	-347	12,8	712
1	2	8	66	12	434	24	-178	16	684
1,1	3	8,8	99	13,2	401	26,4	-87	17,6	651
1,2	4,65	9,6	153,5	14,4	346	28,8	11	19,2	597
1,3	7,4	10,4	244	15,6	256	31,2	121	20,8	506
1,4	12	11,2	396	16,8	104	33,6	252	22,4	354
1,45	15	11,6	495	17,4	5	34,8	325	23,2	255
1,5	22	12	726	18	-226	36	442	24	24
1,6	49	12,8	1617	19,2	-1117	38,4	819	25,6	-867

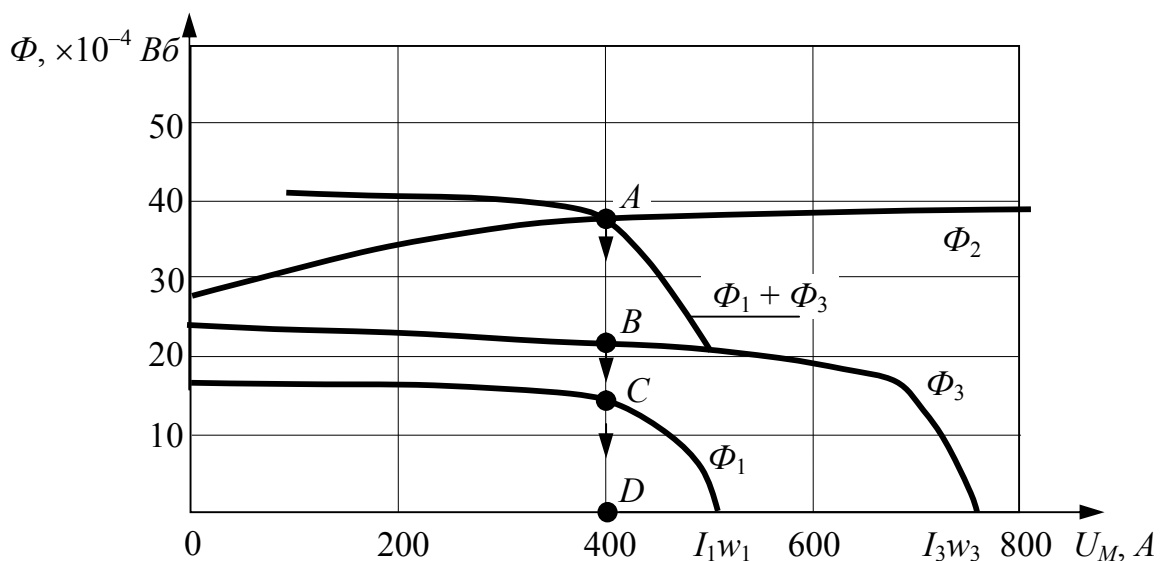


Рис. 9.32

Напруги на опорах віток:

$$U_{M1} = H_1 \cdot l_1 = I_1 w_1 - U_M = 500 - 400 = 100 \text{ A},$$

$$U_{M2} = H_2 \cdot l_2 + H_{II} l_{II} = I_2 w_2 + U_M = 1000 + 400 = 1400 \text{ A},$$

$$U_{M3} = H_3 \cdot l_3 = I_3 w_3 - U_M = 750 - 400 = 350 \text{ A}.$$

Перевірка балансу енергії:

$$\Sigma (I w \cdot \Phi) = (500 \cdot 13,2 + 1000 \cdot 35,6 + 750 \cdot 22,4) \cdot 10^{-4} = 5,9 \text{ Дж},$$

$$\Sigma (U_M \cdot \Phi) = (100 \cdot 13,2 + 1400 \cdot 35,6 + 350 \cdot 22,4) \cdot 10^{-4} = 5,9 \text{ Дж}.$$

Оскільки  $\Sigma (I w \cdot \Phi) = \Sigma (U_M \cdot \Phi)$ , то задача розв'язана вірно.

**ЗАДАЧА 9.31.** Магнітне коло рис. 9.33 виконане з електротехнічної сталі 1512. Розміри осердя  $l_1 = l_3 = 44 \text{ см}$ ,  $l_2 = 22 \text{ см}$ ,  $l_{II} = 0,4 \text{ мм}$ ,  $S_1 = S_3 = 20 \text{ см}^2$ ,  $S_2 = 10 \text{ см}^2$ . Намагнічувальні сили  $I_1 w_1 = 400 \text{ A}$ ,  $I_2 w_2 = 200 \text{ A}$ , а потоки  $\Phi_1 = \Phi_2$ .

Знайти потік  $\Phi_3$  та намагнічувальну силу  $I_3 w_3$ .

*Методичні вказівки до розв'язання задачі.* За методом двох вузлів рекомендується розрахувати і побудувати залежності  $\Phi_1(U_{MAB})$  та  $\Phi_2(U_{MAB})$ , точка їх перетину визначить величину  $U_{MAB}$ , а також  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$ , потім за допомогою другого закону Кірхгофа можна знайти  $I_3 w_3$  (див. рис. 9.34).

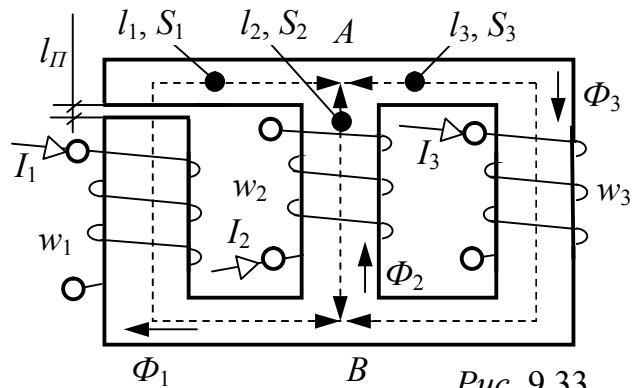


Рис. 9.33

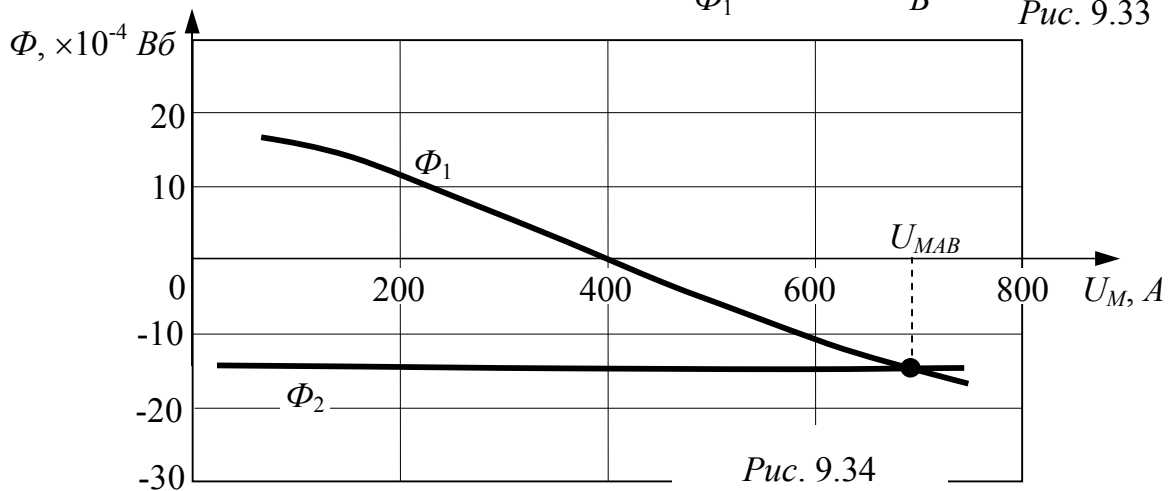


Рис. 9.34

$$U_{MAB} = I_1 w_1 - H_1 \cdot l_1 - H_{II} l_{II}, \quad U_{MAB} = -I_2 w_2 - H_2 \cdot l_2, \quad I_3 w_3 = U_{MAB} - H_3 \cdot l_3.$$

Відповіді:  $\Phi_1 = \Phi_2 = -15,5 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ ,  $\Phi_3 = -31 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ ,  $U_{MAB} = 690 \text{ A}$ ,  
 $I_3 w_3 = 2140 \text{ A}$ .

**ЗАДАЧА 9.32.** Магнітопровід кола рис. 9.35,а виконано із сталі 1512, основна крива намагнічування якої наведена в задачі 9.19. Відомі параметри кола:  $I_1 w_1 = 1500 \text{ A}$ ,  $I_2 w_2 = 2000 \text{ A}$ , розміри осердя і повітряних зазорів  $l_1 = l_5 = l_6 = 40 \text{ см}$ ,  $l_2 = 80 \text{ см}$ ,  $l_3 = l_4 = 60 \text{ см}$ ,  $S_1 = S_2 = 25 \text{ см}^2$ ,  $S_3 = S_4 = S_5 = S_6 = 20 \text{ см}^2$ ,  $l_{II1} = 0,4 \text{ мм}$ ,  $l_{II2} = 0,1 \text{ мм}$ .

Потрібно розрахувати магнітні індукції, потоки та напруженості на всіх ділянках кола.

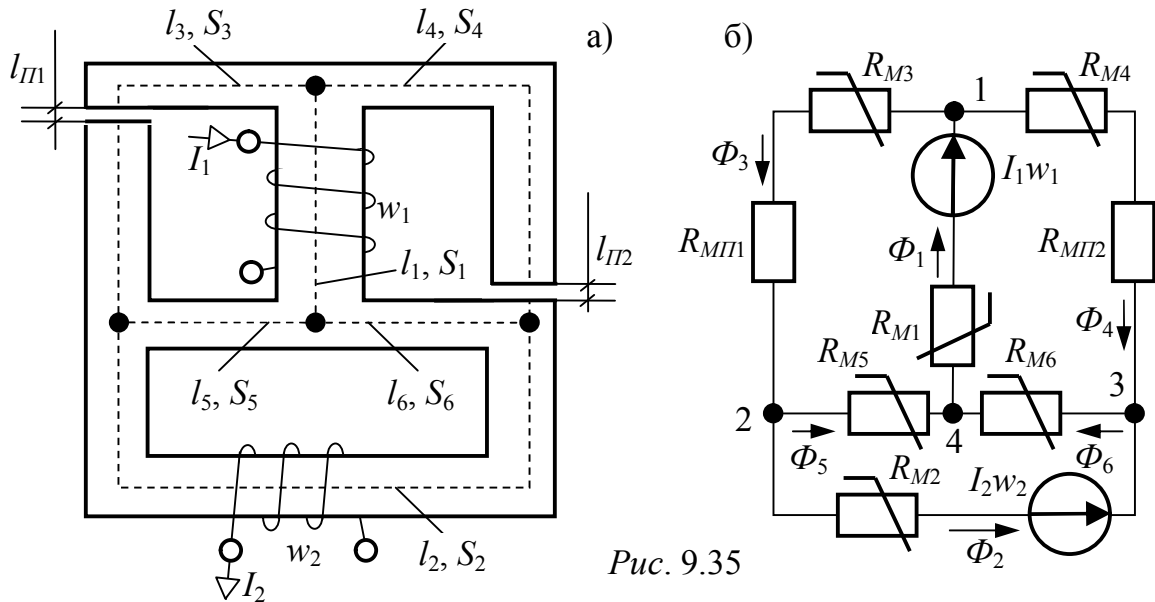


Рис. 9.35

### Розв'язання

Задля наочності складання розрахункових рівнянь, які відображають стан кола, наведемо аналогічну електричну схему рис. 9.35,б. Виберемо і вкажемо на схемі додатні напрями всіх магнітних потоків. Рівняння складемо за законами Кірхгофа:

$$\Phi_1 = \Phi_3 + \Phi_4; \quad \Phi_3 = \Phi_2 + \Phi_5; \quad \Phi_6 = \Phi_2 + \Phi_4;$$

$$H_1 \cdot l_1 + H_3 \cdot l_3 + 8000 \cdot B_3 \cdot l_{III} + H_5 \cdot l_5 = I_1 w_1;$$

$$H_1 \cdot l_1 + H_4 \cdot l_4 + 8000 \cdot B_4 \cdot l_{II2} + H_6 \cdot l_6 = I_1 w_1; \quad H_2 \cdot l_2 - H_5 \cdot l_5 + H_6 \cdot l_6 = I_2 w_2.$$

Розв'язання цих нелінійних рівнянь виконано за допомогою системи MathCAD, причому основна крива намагнічування сталі апроксимована аналітичним виразом. Хід розв'язання і здобуті результати див. у MathCAD-програмі, що наведена далі.

**ЗАДАЧА 9.33.** Магнітопровід кола рис. 9.36,а виконано із сталі 3413, основна крива намагнічування якої наведена нижче в MathCAD-програмі. Магнітопровід має чотири ділянки, які нумеруються згідно з рис. 9.36,а, причому на ділянках 3 і 4 є повітряні зазори. Відомі параметри кола:  $I_1 w_1 = 2000 \text{ A}$ ,  $I_2 w_2 = 3000 \text{ A}$ , розміри осердя і повітряних зазорів  $l_1 = 25 \text{ см}$ ,

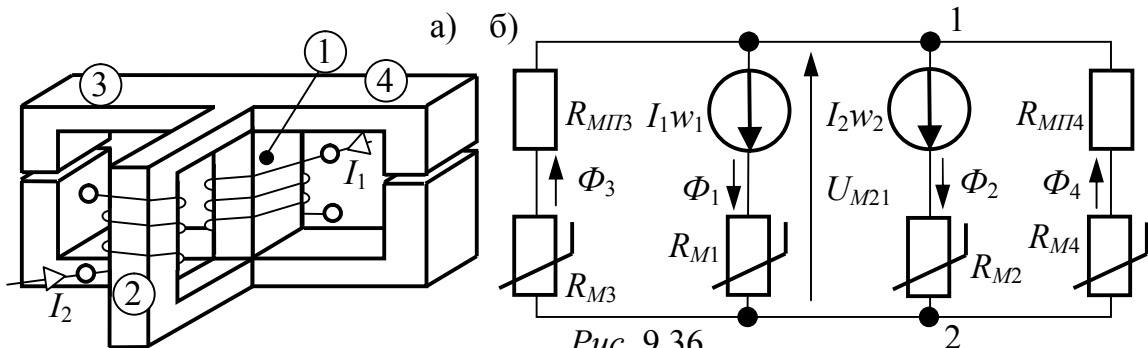


Рис. 9.36

$l_2 = 50 \text{ см}, l_3 = 40 \text{ см}, l_4 = 45 \text{ см}, S_1 = 25 \text{ см}^2, S_2 = 20 \text{ см}^2, S_3 = S_4 = 18 \text{ см}^2,$   
 $l_{ПЗ} = 0,1 \text{ см}, l_{П4} = 0,08 \text{ см}.$

Потрібно розрахувати магнітні індукції, потоки та напруженості на всіх ділянках кола, а також вузлову магнітну напругу.

*Відповіді:* аналогічна електрична схема наведена на рис. 9.36,б. Система рівнянь за законами Кірхгофа:

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_3 + \Phi_4; \quad H_1 \cdot l_1 + U_{M21} = I_1 w_1; \quad H_2 \cdot l_2 + U_{M21} = I_2 w_2;$$
$$H_3 \cdot l_3 + 8000 \cdot B_3 \cdot l_{ПЗ} = U_{M21}; \quad H_4 \cdot l_4 + 8000 \cdot B_4 \cdot l_{П4} = U_{M21}.$$

Хід розв'язання і здобуті результати див. у MathCAD-програмі, що наведена далі.









