

## 5.2 ЧАСТОТНІ ЕЛЕКТРИЧНІ ФІЛЬТРИ

### 5.2.1 Основні теоретичні положення

Електричними фільтрами (ЕФ) називають чотириполосники, які пропускають до приймача сигнали певного діапазону частот.

Принцип роботи ЕФ базується на залежності від частоти опорів індуктивних і ємнісних елементів:  $x_L = \omega L$ ,  $x_C = \frac{1}{\omega C}$ , а будь-який фільтр повинен містити хоч би один реактивний елемент. У ідеалі, ЕФ складається лише з реактивних елементів. В цьому випадку він називається *фільтром без втрат*.

Найпростішими конструктивними схемами фільтрів є симетричні *T*- і *Π*-схеми (рис. 5.41, а і б), в яких подовжні параметри задані як подовжній опір  $Z_1$  або  $\frac{1}{2}Z_1$ , а поперечні – визначаються через провідність  $Y_2 = Z_2^{-1}$  або  $\frac{1}{2}Y_2$ , що дозволяє для обох схем визначити сталу передачі за однією формулою:

$$ch \Gamma = ch(a + jb) = 1 + \frac{1}{2}Z_1 Y_2,$$

а характеристичні опори таким чином:

$$Z_{CT} = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_2}} \sqrt{1 + \frac{Z_1 Y_2}{4}}, \quad Z_{CP} = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_2}} \frac{1}{\sqrt{1 + Z_1 Y_2 / 4}}.$$

Найпростіші несиметричні фільтри збираються за *Γ*-схемою (рис. 5.41, в), в якій два характеристичні опори:  $Z_{C1} = Z_{CT}$  і  $Z_{C2} = Z_{CP}$ , а коефіцієнти згасання  $a_\Gamma$  і фази  $b_\Gamma$  удвічі менші, ніж в *T*- і *Π*-подібних схем.

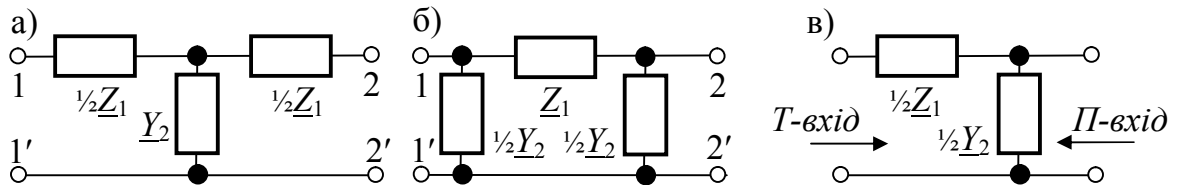


Рис. 5.41

Основними характеристиками фільтрів є частотні характеристики  $a(\omega)$ ,  $b(\omega)$ ,  $Z_C(\omega)$ , якщо для аналізу використовуються рівняння чотириполосника з характеристичними параметрами, або  $H(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$ , якщо для аналізу залучаються передатні функції.

Відмітимо, що для ідеальних фільтрів (фільтрів без втрат) діапазон частот, у якому коефіцієнт згасання  $a = 0$ , називають *зоною пропускання* (прозорості); решта частот утворюють зону *непропускання* (згасання або непрозорості).

По співвідношенню параметрів розрізняють реактивні фільтри типу  $k$ , для яких  $Z_1 \cdot Z_2 = k^2$  – дійсне число, і фільтри типу  $m$ , які є похідними (певним чином перетворені) від фільтрів типу  $k$ .

### 5.2.2 Фільтри типу $k$

Коефіцієнт  $k = \rho = \sqrt{L/C}$  носить назву «*номінальний характеристичний опір*» або «*параметр навантаження*». Формули для розрахунку основних характеристик фільтрів НЧ і ВЧ типу  $k$  наведені у табл. 5.4. Тут  $\xi = \omega/\omega_0$  – відносна частота.

Таблиця 5.4

Параметри	ФНЧ	ФВЧ
Гранична частота	$\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$	$\omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$
Стала передачі $\underline{\Gamma} = a + jb$	$ch\underline{\Gamma} = 1 - 2\xi^2$	$ch\underline{\Gamma} = 1 - \frac{2}{\xi^2}$
Коефіцієнт згасання	$a = 0 \quad (\omega < \omega_0);$ $cha = 2\xi^2 - 1 \quad (\omega > \omega_0)$	$cha = \frac{2}{\xi^2} - 1 \quad (\omega < \omega_0);$ $a = 0 \quad (\omega > \omega_0)$
Коефіцієнт фази	$cosb = 1 - 2\xi^2 \quad (\omega < \omega_0);$ $b = +\pi \quad (\omega > \omega_0)$	$b = -\pi \quad (\omega < \omega_0);$ $cosb = 1 - \frac{2}{\xi^2} \quad (\omega > \omega_0)$
Характеристичний опір	$\underline{Z}_{CT} = \rho \cdot \sqrt{1 - \xi^2};$ $\underline{Z}_{СП} = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \xi^2}}$	$\underline{Z}_{CT} = \rho \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\xi^2}};$ $\underline{Z}_{СП} = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \frac{1}{\xi^2}}}$

Смугові (СФ) і загороджувальні (ЗФ) фільтри призначені для пропускання або непропускання однієї або декількох смуг частот  $\omega_1 \div \omega_2$  сигналу. Смугові фільтри формують із каскадно з'єднаних ФНЧ і ФВЧ, причому  $\omega_{ФНЧ} > \omega_{ФВЧ}$ . ЗФ формують паралельним з'єднанням ФНЧ і ФВЧ, причому  $\omega_{ФВЧ} > \omega_{ФНЧ}$ . Параметри елементів фільтрів, що входять до складу СФ або ЗФ, підбирають так, щоб  $L_1C_1 = L_2C_2$  (див. задачу 5.51).

Тоді резонансна частота і хвильовий опір в обох фільтрів будуть:

$$\omega_1 \cdot \omega_2 = \omega_0^2; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}; \quad \rho = Z_C(\omega_0) = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}.$$

Відносна (або нормована) частота  $\Omega$  тут позначається і визначається трохи інакше, ніж в інших фільтрах:

$$\Omega = \sqrt{\left| \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2} \right|} \quad \text{або} \quad \Omega = \frac{f/f_m - f_m/f}{f_2/f_m - f_m/f_2}, \quad f_m = \sqrt{f_1 f_2}.$$

Граничні частоти смуги пропускання, характеристичний опір і елементи смугового фільтру визначаються виразами:

$$f_{1,2} = \frac{1}{2\pi} \left[ \sqrt{\frac{1}{L_1C_2} + \frac{1}{L_1C_1}} \pm \frac{1}{\sqrt{L_1C_2}} \right]; \quad \underline{Z}_C(\Omega) = \pm \frac{\rho}{\sqrt{1 - \Omega^2}}.$$

$$L_1 = \frac{\rho}{\pi(f_2 - f_1)}; \quad L_2 = \frac{\rho(f_2 - f_1)}{4\pi \cdot f_2 \cdot f_1};$$

$$C_1 = \frac{(f_2 - f_1)}{4\pi \cdot \rho \cdot f_2 \cdot f_1}; \quad C_2 = \frac{1}{\pi \cdot \rho \cdot (f_2 - f_1)}.$$

Граничні частоти смуги непропускання, характеристичні опори і елементи загороджувального фільтру визначаються виразами:

$$f_{1,2} = \frac{1}{8\pi} \left[ \sqrt{\frac{1}{L_2 C_1} + \frac{16}{L_1 C_1}} \pm \frac{1}{\sqrt{L_2 C_1}} \right]; \quad \underline{Z}_C(\Omega) = \pm \frac{\rho}{\sqrt{1 - \Omega^{-2}}};$$

$$L_1 = \frac{\rho(f_2 - f_1)}{\pi \cdot f_2 \cdot f_1}; \quad L_2 = \frac{\rho}{4\pi(f_2 - f_1)};$$

$$C_1 = \frac{1}{4\pi \cdot \rho \cdot (f_2 - f_1)}; \quad C_2 = \frac{f_2 - f_1}{\pi \cdot \rho \cdot f_1 f_2}.$$

**ЗАДАЧА 5.44.** Фільтр низької частоти складається з двох котушок з індуктивністю  $L_1 = 0,5 \text{ Гн}$  і одного конденсатора ємністю  $C_2 = 10 \text{ мкФ}$ . Напряга на вході фільтру несинусоїдна  $u_1(t) = 100 \cdot \sin 314t - 33,3 \cdot \sin 3 \cdot 314t \text{ В}$ .

Розрахувати миттєве значення напруги на виході за умови, що на всіх гармоніках фільтр узгоджений з навантаженням. Яким при цьому має бути опір навантаження?

#### Розв'язання

З двох індуктивностей і однієї ємності можна скласти лише  $T$ -схему низькочастотного фільтру (рис. 5.42). При цьому розрахункові параметри фільтру  $C = C_2 = 10 \text{ мкФ}$ ,  $\frac{1}{2}L = L_1 = 0,5 \text{ Гн}$ ,  $L = 2L_1 = 1 \text{ Гн}$ .

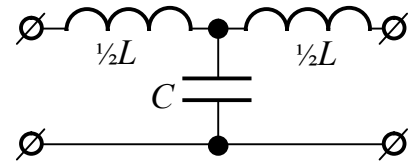


Рис. 5.42

Гранична частота фільтру  $\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}} = \frac{2 \cdot 10^3}{\sqrt{1 \cdot 10}} = 632,5 \text{ рад/с}$ .

У режимі узгодженого навантаження

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 e^{\Gamma} = \underline{U}_2 e^{a \cdot e^{jb}}, \quad \underline{Z}_H = \underline{Z}_{CT} = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{1 - \xi^2},$$

де  $\xi = \frac{\omega}{\omega_0}$  – відносна частота.

На частоті першої гармоніки  $\xi = \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{314}{632,5} = 0,4965$ ,

характеристичний опір (він же опір навантаження в узгодженому режимі)

$$\underline{Z}_{H1} = \sqrt{\frac{1}{10 \cdot 10^{-6}}} \sqrt{1 - 0,4965^2} = 274,5 \text{ Ом} - \text{активний опір. Відмітимо, що на цій}$$

частоті параметр навантаження

$$k = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{1}{10^{-5}}} = 316 \text{ Ом} > \underline{Z}_{H1} = 274,5 \text{ Ом}.$$

Частота першої гармоніки  $\omega_1 < \omega_0$  і ця гармоніка належить зоні прозорості, в якій

$$a_1 = 0, \quad \text{а} \quad b_1 = \arccos(1 - 2\xi^2) = \arccos(1 - 2 \cdot 0,4964^2) = 59,5^\circ.$$

Напряга на вході  $\underline{U}_{1m} = U_{1m} \cdot e^{j \psi_{u1}} = 100 \text{ В}$ , тоді

$$\underline{U}_{2m} = \underline{U}_{1m} \cdot e^{-\Gamma} = 100e^{-j59,5^\circ} \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги першої гармоніки на виході

$$u_2^{(1)}(t) = \text{Im}(\underline{U}_{2m} \cdot e^{j\omega t}) = 100 \cdot \sin(314t - 59,5^\circ) \text{ В.}$$

$$\text{Для третьої гармоніки } \xi = \frac{\omega_3}{\omega_0} = \frac{3\omega_1}{\omega_0} = \frac{3 \cdot 314}{632,5} = 1,49.$$

Сигнал цієї частоти знаходиться в зоні згасання ФНЧ, коефіцієнт фази при цьому  $b_3 = \pi = 180^\circ$ , коефіцієнт згасання

$$a_3 = \text{Arch}(2\xi^2 - 1) = \text{Arch}(2 \cdot 1,49^2 - 1) = 1,906 \text{ Нн.}$$

Комплексна амплітуда напруги на виході

$$\underline{U}_{2m} = \underline{U}_{1m} \cdot e^{-\Gamma} = -33,3e^{-1,906} \cdot e^{-j180^\circ} = 4,95 \text{ В,}$$

миттєве значення напруги на виході

$$u_2^{(3)}(t) = \text{Im}(\underline{U}_{2m} \cdot e^{j3\omega t}) = 4,95 \cdot \sin(3\omega t) \text{ В.}$$

Характеристичний опір фільтру на третій гармоніці

$$\underline{Z}_{\text{НЗ}} = \sqrt{\frac{1}{10^{-5}}} \sqrt{1 - 1,49^2} = j349 \text{ Ом.}$$

Напруга на виході фільтру при узгодженому опорі навантаження як на частоті  $\omega$ , так і частоті  $3\omega$ ,

$$u_2(t) = u_2^{(1)} + u_2^{(3)} = 100 \cdot \sin(\omega t - 59,5^\circ) + 4,95 \cdot \sin(3\omega t) \text{ В.}$$

Ця напруга практично синусоїдна, оскільки третя гармоніка зменшена:

$$U_{2m}^{(3)} = 4,95\% U_{2m}^{(1)}.$$

**ЗАДАЧА 5.45.** Визначити розрахункові і конструктивні параметри П-схеми низькочастотного фільтру типу  $k$ , що працює на активне навантаження  $r_H = 200 \text{ Ом}$  і має граничну частоту  $f_0 = 150 \text{ Гц}$ . При  $U_1 = 100 \text{ В}$  побудувати графіки залежності  $U_2 = f(\xi)$  для випадку узгодження фільтру з навантаженням у всьому діапазоні частот, а також при  $r_H = 200 \text{ Ом} = \text{const}$ .

#### Розв'язання

$$\text{Приймаємо } k = \sqrt{\frac{L}{C}} = r_H, \quad \omega_0 = 2\pi f_0 = 6,28 \cdot 150 = 942 \text{ с}^{-1} = \frac{2}{\sqrt{LC}},$$

отримуємо розрахункові параметри фільтру

$$L = \frac{2r_H}{\omega_0} = \frac{2 \cdot 200}{942} = 0,425 \text{ Гн,}$$

$$C = \frac{2}{r_H \cdot \omega_0} = \frac{2}{200 \cdot 942} = 1,06 \cdot 10^{-5} \text{ Ф} = 10,6 \text{ мкФ.}$$

П-схема фільтру низької частоти наведена на рис. 5.43. Конструктивні параметри фільтру

$$L = 0,425 \text{ Гн, } \frac{1}{2}C = 10,6/2 = 5,3 \text{ мкФ.}$$

В режимі узгодженого навантаження  $\underline{U}_1 = \underline{U}_2 e^{\Gamma} = \underline{U}_2 e^a \cdot e^{jb}$ , звідки  $\underline{U}_2 = \underline{U}_1 e^{-a} \cdot e^{-jb}$ , причому в зоні прозорості  $a = 0$ , а  $\cos b = 1 - 2\xi^2$ . В зоні ж згасання  $\cosh a = 2\xi^2 - 1$ , а  $e^{-jb} = 1$ . Згідно з цими формулами виконаний розрахунок напруги  $U_2$ , результати якого наведені в табл. 5.5.

У випадку  $r_H = k = const$  напругу  $\underline{U}_2$  раціонально визначати з виразу  $\underline{U}_1 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2$ , де  $\underline{A}$  і  $\underline{B}$  – коефіцієнти фільтра як чотириполюсника. Звідси маємо

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{A} + \underline{B} / r_H}.$$

Для фільтра, що розглядається,  $\underline{A} = 1 - 2\xi^2$ ,  $\underline{B} = j\omega L$ ,  $r_H = \sqrt{\frac{L}{C}}$ . Тоді

$$\frac{\underline{B}}{r_H} = j\omega\sqrt{LC} = j2\xi, \text{ оскільки } \sqrt{LC} = \frac{2}{\omega_0}.$$

Остаточно маємо

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1}{1 - 2\xi(\xi - j)}.$$

За цим виразом виконаний розрахунок напруги  $U_2$ , результати якого також наведені в табл. 5.5.

Таблиця 5.5

$\xi$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1	1,2	1,4	1,6
Узгоджений режим	100	100	100	100	100	100	100	28,8	17,7	12,3
$r_H = \sqrt{\frac{L}{C}}$	100	99,7	95,2	81,2	61,6	52,6	44,7	32,8	24,7	19,2

За даними табл. 5.5 на рис. 5.43 побудовані необхідні графіки.

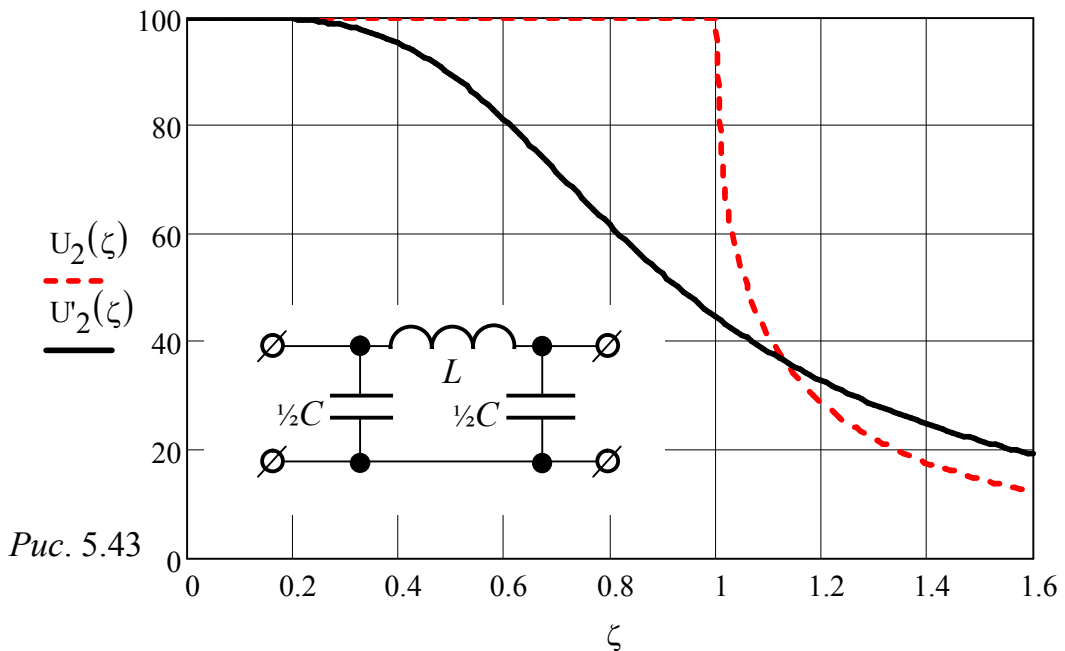


Рис. 5.43

**ЗАДАЧА 5.46.** Для  $T$ - і  $\Pi$ -схем ФВЧ отримати формули залежності  $U_2 = f(\xi)$  при  $r_H = k = const$  і заданій напрузі  $U_1$ .

Відповіді: П-схема –  $\underline{A} = 1 - \frac{2}{\xi^2}$ ,  $\underline{B} = \frac{1}{j\omega C}$ ,  $\underline{U}_2 = \frac{U_1}{1 - \frac{2}{\xi^2} - \frac{j2}{\xi}}$ ;

T-схема –  $\underline{A} = 1 - \frac{2}{\xi^2}$ ,  $\underline{B} = \frac{1}{j\omega C} \left( 1 - \frac{1}{\xi^2} \right)$ ,  $\underline{U}_2 = \frac{U_1}{1 - \frac{2}{\xi^2} - \frac{j2}{\xi} \left( 1 - \frac{1}{\xi^2} \right)}$ .

**ЗАДАЧА 5.47.** ФВЧ складається з двох котушок індуктивністю  $L_2 = 0,13 \text{ Гн}$  і одного конденсатора ємністю  $C_1 = 10 \text{ мкФ}$ . Фільтр увімкнений у мережу з несинусоїдною напругою  $u_1(t) = 100 \cdot \sin \omega t - 33,3 \cdot \sin 3\omega t \text{ В}$ , де  $\omega = 314 \text{ рад/с}$ .

Навести схему ФВЧ, розрахувати вихідну напругу за умови, що на всіх гармоніках фільтр узгоджений з навантаженням.

Відповідь: рис. 5.44,  $u_2(t) = -7,35 \cdot \sin \omega t - 33,3 \cdot \sin(3\omega t + 90^\circ) \text{ В}$ .

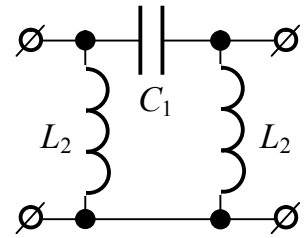


Рис. 5.44

**ЗАДАЧА 5.48.** При використанні розподільної мережі (до  $1000 \text{ В}$  при частоті  $50 \text{ Гц}$ ) для системи зв'язку передавну і приймальну апаратуру захищають від напруги мережі збалансованим T-подібним ФВЧ типу  $k$  (рис. 5.45) (передача сигналів зв'язку здійснюється модульованими коливаннями на високій несучій частоті).

Ємність кожного конденсатора  $C_1 = 0,15 \text{ мкФ}$ , характеристичний опір фільтру на високій несучій частоті складає  $r = 600 \text{ Ом}$ . Знайти граничну частоту фільтру і коефіцієнт згасання на частоті мережі.

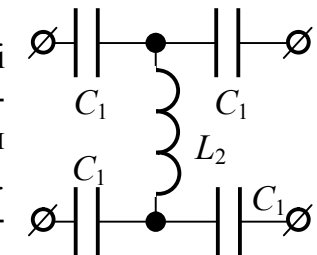


Рис. 5.45

### Розв'язання

Визначимо розрахунковий параметр фільтру  $C$ : при послідовному з'єднанні двох ємностей одного плеча T-схеми чотириполюсника

$$C_E = \frac{1}{2} C_1,$$

що відповідає  $2C$  типової схеми високочастотного фільтру, звідки розрахункова величина  $C = \frac{1}{2} C_E = \frac{1}{4} C_1 = 0,15/4 = 0,0375 \text{ мкФ}$ .

Параметр навантаження  $k = \sqrt{\frac{L}{C}} = r$ , звідки розрахункова індуктивність фільтру  $L = r^2 \cdot C = 600^2 \cdot 0,0375 \cdot 10^{-6} = 13,5 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ .

Гранична частота фільтру

$$\omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{4\pi\sqrt{13,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,0375 \cdot 10^{-6}}} = 3,54 \cdot 10^3 \text{ Гц}.$$

Коефіцієнт згасання на частоті мережі

$$a = \text{Arch}\left(\frac{2}{\xi^2} - 1\right) = \text{Arch}\left(2 \frac{f_0^2}{f^2} - 1\right) = \text{Arch}\left(2 \frac{(3,54 \cdot 10^3)^2}{50^2} - 1\right) = 9,906 \text{ Нн}.$$

При напрузі мережі  $U_1 = 1000 \text{ В}$  частотою  $f = 50 \text{ Гц}$  і узгодженому з фільтром навантаженні  $U_2 = \frac{U_1}{e^a} = \frac{1000}{e^{9,906}} = 0,05 \text{ В}$ .

**ЗАДАЧА 5.49.** Для фільтру низьких частот типу  $k$  відомо, що його номінальний характеристичний опір  $k = 600 \text{ Ом}$ , а згасання на частоті  $f = 5,6 \text{ кГц}$  повинно бути  $20 \text{ дБ}$  ( $1 \text{ дБ} = 0,115 \text{ Нн}$ ).

Визначити граничну частоту і конструктивні параметри  $T$ - і  $\Pi$ -схем ФНЧ.

*Відповіді:*  $f_0 = 3,22 \text{ кГц}$ ; розрахункові параметри  $L = 59,3 \text{ мГн}$ ;  $C = 0,165 \text{ мкФ}$ .

**ЗАДАЧА 5.50.** Для зменшення збурення на частоті  $64 \text{ кГц}$  і пропускання сигналів вищих частот застосований  $\Pi$ -подібний фільтр типу  $k$  з граничною частотою  $96 \text{ кГц}$ . Для фільтру вибраний конденсатор ємністю  $4 \cdot 10^3 \text{ нФ}$ . Якої індуктивності мають бути котушки?

Чи досить одного фільтру для ослаблення сигналу збурення на  $40 \text{ дБ}$ ? Скільки ланок для цього повинен містити фільтр?

*Відповіді:* Дві котушки по  $0,344 \text{ мГн}$ . Недостатньо. Три ланки.

**ЗАДАЧА 5.51.** До лінії високої напруги (вище  $1000 \text{ В}$ ) при частоті мережі  $50 \text{ Гц}$  вмикають апаратуру диспетчерського зв'язку для передачі сигналів через *смуговий фільтр* (рис. 5.46,а). Параметри фільтру  $C_1 = C_2 = 1100 \text{ нФ}$ ,  $L_1 = L_2 = 4,84 \text{ мГн}$ . Визначити коефіцієнт зв'язку котушок, при якому смуга пропускання сигналу фільтром становить  $55 \div 110 \text{ кГц}$ .

#### Розв'язання

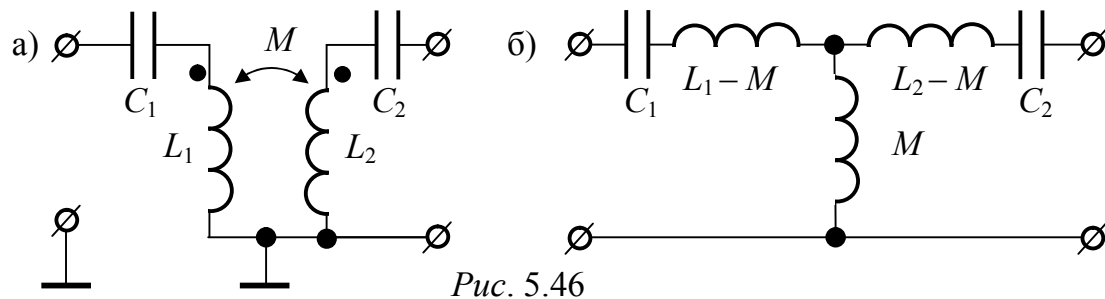


Рис. 5.46

Усунувши індуктивний зв'язок котушок, отримаємо  $T$ -подібну схему заміщення (рис. 5.46,б). Оскільки  $L_1 = L_2$ , то це – симетрична схема  $T$ -фільтру рис. 5.2,а, для якої

$$ch\underline{\Gamma} = \underline{A} = 1 + \frac{Z_{1T}}{Z_0} = 1 + \frac{j\omega(L-M) + \frac{1}{j\omega C}}{j\omega M},$$

де  $C_1 = C_2 = C = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ нФ}$ ,  $L_1 = L_2 = L = 4,84 \text{ мГн}$ ,  $M = k_{36} \sqrt{L_1 L_2} = k_{36} L$ ,  $k_{36}$  – шуканий коефіцієнт зв'язку.

У смугі пропускання згасання становить  $a = 0$ ,

$$ch\underline{\Gamma} = ch(jb) = \cos b = 1 - \frac{1 - \omega^2 CL(1 - k_{36})}{\omega^2 k_{36} LC}.$$

Межі зони прозорості смугового фільтру визначаються за умови  $\cos b = \pm 1$ .

Поклавши  $\cos b = +1$ , отримаємо праву межу зони прозорості

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC(1 - k_{3\phi})}};$$

при  $\cos b = -1$  отримаємо ліву межу зони прозорості  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC(1 + k_{3\phi})}}$ .

$$\text{Тоді } 1 - k_{3\phi} = \frac{1}{\omega_2^2 CL} = \frac{10^{12}}{4\pi^2 110^2 10^6 1,1 \cdot 4,84} = 0,394,$$

$$1 + k_{3\phi} = \frac{1}{\omega_1^2 CL} = \frac{10^{12}}{4\pi^2 55^2 10^6 1,1 \cdot 4,84} = 1,574,$$

$$k_{3\phi} = (1,574 - 0,394)/2 = 0,59.$$

**ЗАДАЧА 5.52.** Граничні частоти  $\Pi$ -подібного смугового фільтру типу  $k$  (рис. 5.47)

$f_1 = 12 \text{ кГц}$ ,  $f_2 = 15,2 \text{ кГц}$ ,  
номінальний характеристичний опір  $\rho = 600 \text{ Ом}$ .

Знайти параметри елементів фільтру і побудувати його частотні характеристики у функції нормованої (відносної) частоти  $\Omega$ , тобто криві  $a(\Omega)$ ,  $b(\Omega)$ ,  $\underline{Z}_c(\Omega)$ , порівнявши їх з характеристиками у функції  $f$ -частоти:  $a(f)$ ,  $b(f)$ ,  $\underline{Z}_c(f)$ .

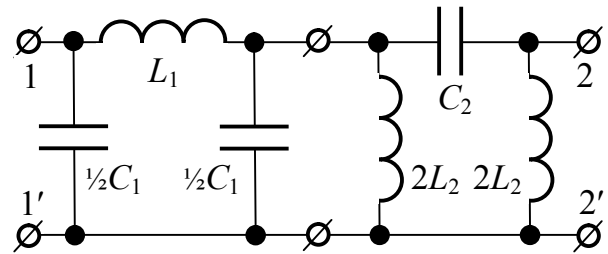


Рис. 5.47

### Розв'язання

Розраховуємо параметри елементів фільтру:

$$L_1 = \frac{\rho}{\pi(f_2 - f_1)} = \frac{600}{\pi(15,2 - 12) \cdot 10^3} = 0,06 \text{ Гн};$$

$$L_2 = \frac{\rho(f_2 - f_1)}{4\pi \cdot f_2 \cdot f_1} = \frac{600(15,2 - 12) \cdot 10^3}{4\pi \cdot 15,2 \cdot 12 \cdot 10^6} = 0,84 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 0,84 \text{ мГн};$$

$$C_1 = \frac{(f_2 - f_1)}{4\pi \cdot \rho \cdot f_2 \cdot f_1} = \frac{(15,2 - 12) \cdot 10^3}{4\pi \cdot 600 \cdot 15,2 \cdot 12 \cdot 10^6} = 2,33 \cdot 10^{-9} \text{ Ф} = 2,33 \text{ нФ};$$

$$C_2 = \frac{1}{\pi \cdot \rho \cdot (f_2 - f_1)} = \frac{1}{\pi \cdot 600 \cdot (15,2 - 12) \cdot 10^3} = 0,167 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 0,167 \text{ мкФ}.$$

У діапазоні частот від 0 до  $\infty$  смугові фільтри мають спочатку зону згасання, потім зону пропускання і знов зону згасання сигналу. Тому робочі характеристики тут будують вліво і вправо від резонансної частоти  $\omega_0$ , а не від нуля, як прийнято при побудові характеристик у функції частоти  $f$ . Відносна (або нормована) частота  $\Omega$  тут визначається за виразами



$$\Omega = \frac{f/f_m - f_m/f}{f_2/f_m - f_m/f_2}, \text{ де } f_m = \sqrt{f_1 f_2} = \sqrt{12 \cdot 15,2} = 13,5 \text{ кГц.}$$

Формули для побудови робочих характеристик смугового фільтру:

- у зоні прозорості  $a = 0; \quad b = 2 \arcsin \Omega;$
- у зоні згасання  $a = 2 \operatorname{Arch} |\Omega|; \quad b = \pi;$

- вираз  $Z_C(\Omega) = \pm \frac{\rho}{\sqrt{1 - \Omega^2}}$  справедливий у всьому діапазоні частот.

Розрахунки, пов'язані з побудовою частотних характеристик, зводимо до табл. 5.6.

Графіки характеристик  $a(\Omega)$ ,  $b(\Omega)$ ,  $Z_C(\Omega)$  подані на рис. 5.48. У характеристиках  $a(\Omega)$ ,  $b(\Omega)$ ,  $Z_C(\Omega)$  відлік  $\pm\Omega$  йде в обидві сторони від лінії  $\omega_0$ . У графіках залежностей  $a(f)$ ,  $b(f)$ ,  $Z_C(f)$  частота  $f$  відлічується від нуля і лише в позитивну сторону. Ці графіки можна побудувати самостійно. Але вони мають звичний, типовий вигляд і практично не відрізняються від наведених, якщо в думках перенести вісь відліку в початок координат.

Таблиця 5.6

Зона	$f$ , кГц	$\Omega$	$a$ , Нп	$b$ , град	$Z_C$ , Ом
Згасання	0	$-\infty$	$\infty$	$-180^\circ$	0
	4	-13	6,52	$-180^\circ$	$j46,1$
	8	-4,65	4,44	$-180^\circ$	$j132$
Пропускання	12	-1,0	0	$-180^\circ$	$\infty$
	13	-0,316	0	$-37^\circ$	632
	13,5	0	0	$0^\circ$	600
	14	+0,316	0	$+37^\circ$	632
Згасання	15,2	1,0	0	$+180^\circ$	$\infty$
	18	2,46	3,1	$+180^\circ$	$-j268$
	20	3,4	3,8	$+180^\circ$	$-j185$

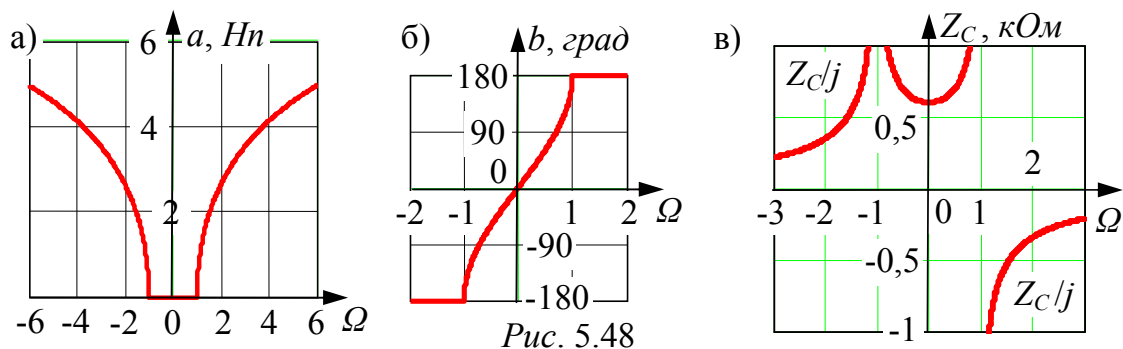


Рис. 5.48

### 5.2.3 Фільтри типу $m$

Фільтри типу  $m$  мають поліпшену характеристику опору  $Z_C(\omega)$  у зоні пропускання фільтру і підвищену крутість характеристики  $a(\omega)$  поблизу

граничної частоти. Фільтри типу  $m$  отримують з фільтрів типу  $k$  додаванням послідовної або паралельної ланки, що корегує  $L_k$  або  $C_k$ . Щоб при цьому зберігалася гранична частота вихідного  $k$ -фільтру, одночасно змінюють решту елементів фільтру.

При *послідовній* корекції в  $m$ -разів змінюється подовжній опір фільтру:

$$Z_{1m} = m \cdot Z_{1k}.$$

Поперечна вітка фільтру містить два послідовно з'єднаних елементи, які

розраховуються за формулою 
$$Z_{2m} = \frac{Z_{2k}}{m} + Z_{1k} \cdot \frac{1-m^2}{4m}.$$

Послідовна корекція впливає на частотну залежність характеристичного опору  $\Pi$ -схеми і робить його майже незмінним в зоні пропускання фільтру:  $Z_{СП}(\omega) \approx \rho$ .

При *паралельній* корекції в  $m$  разів змінюється провідність поперечної вітки фільтру:  $Y_{2m} = m \cdot Y_{2k}.$

Подовжня вітка фільтру містить два паралельно з'єднаних елементи,

провідність яких розраховується за формулою 
$$Y_{1m} = \frac{Y_{1k}}{m} + Y_{2k} \cdot \frac{1-m^2}{4m}.$$

Паралельна корекція впливає на характеристичний опір  $T$ -схеми і робить його майже незмінним в зоні пропускання фільтру:  $Z_{СТ}(\omega) \approx \rho.$

**ЗАДАЧА 5.53.**  $T$ -схема низькочастотного фільтру типу  $k$  (рис. 5.49,а) має розрахункові параметри  $L = 9,63 \text{ Гн}$ ,  $C = 26,74 \text{ мкФ}$ . Розрахувати і побудувати його частотні характеристики  $a_k(\xi)$ ,  $b_k(\xi)$ ,  $Z_{СТk}(\xi)$ , де  $\xi = \frac{\omega}{\omega_0}$  – відносна частота.

Розрахувати параметри  $T$ -схеми фільтру типу  $m$  з поліпшеними властивостями щодо узгодження фільтру з навантаженням в зоні прозорості і побудувати для нього частотні характеристики  $a_m(\xi)$ ,  $b_m(\xi)$ ,  $Z_{СТm}(\xi)$ . Параметр перетворення прийняти рівним  $m = 0,8$ .

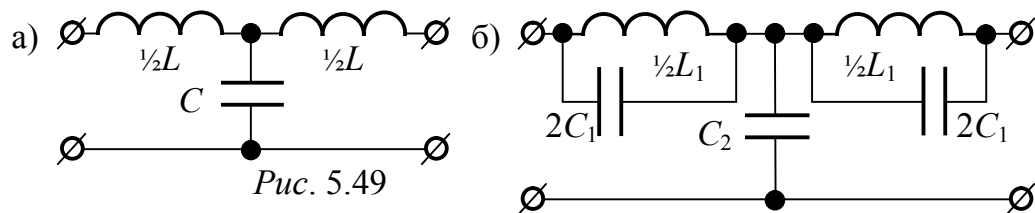


Рис. 5.49

### Розв'язання

Для вихідного фільтру типу  $k$  (рис. 5.49,а)

гранична частота

$$\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}} = \frac{2 \cdot 10^3}{\sqrt{9,63 \cdot 26,74}} = 124,6 \text{ с}^{-1},$$

параметр навантаження

$$k = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{9,63}{26,74 \cdot 10^{-6}}} = 600 \text{ Ом},$$

характеристичний опір  $Z_{CTk} = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{1 - \xi^2}$  – для всіх частот;

коефіцієнт згасання  $a_k = 0$  при  $\xi \leq 1$ ,  $a_k = \text{Arch}(2\xi^2 - 1)$  при  $\xi > 1$ ,

коефіцієнт фази  $b_k = \arccos(1 - 2\xi^2)$  при  $\xi \leq 1$ ,  $b_k = +\pi = +180^\circ$  при  $\xi > 1$ .

Поперечна провідність перетвореного фільтру

$$Y_{2m} = m \cdot Y_{2k} = m \cdot j\omega C = j\omega C_2,$$

розрахункова ємність фільтру типу  $m$  (рис. 5.49,б)

$$C_2 = m \cdot C = 0,8 \cdot 26,74 = 21,39 \text{ мкФ}.$$

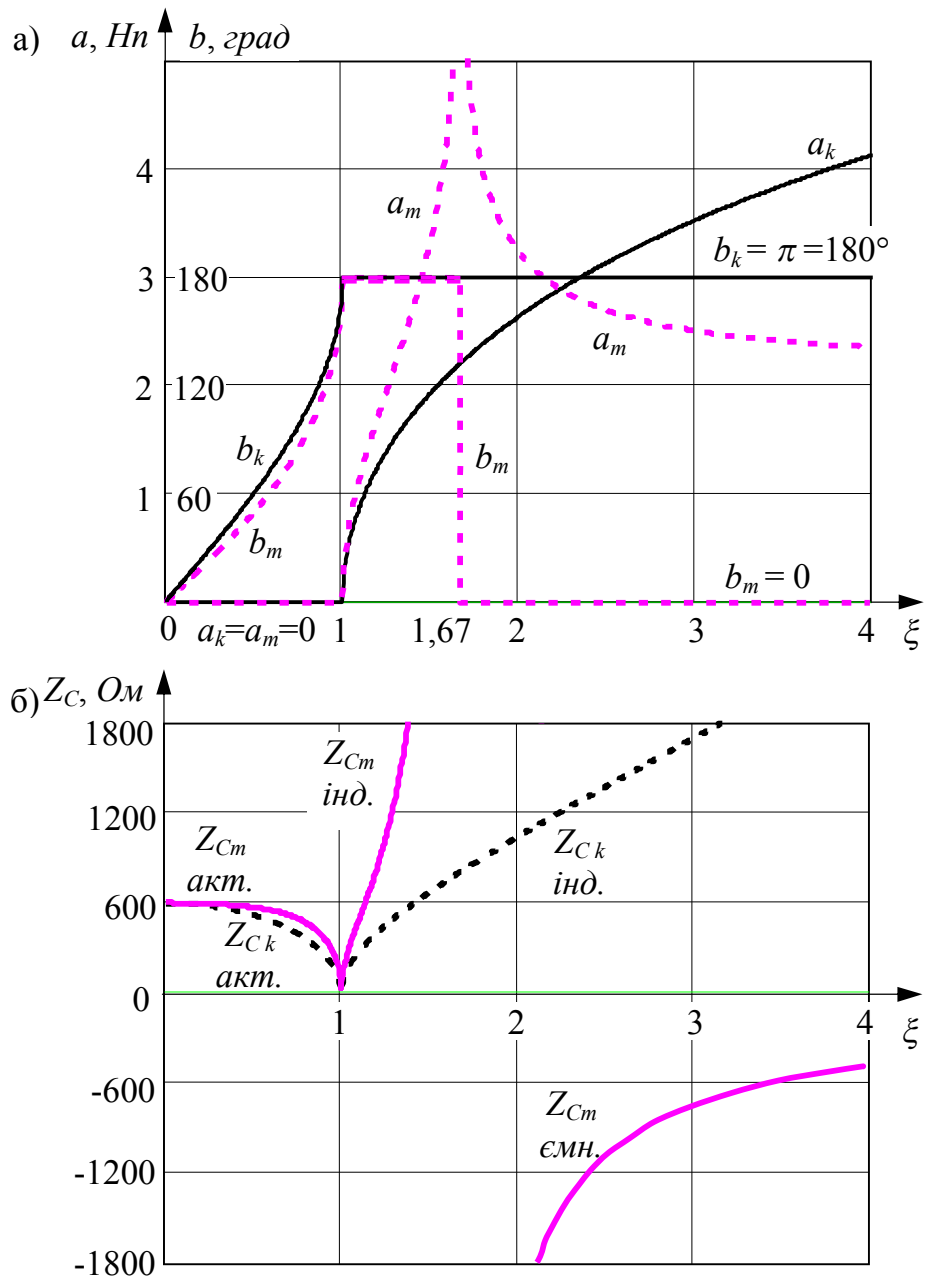


Рис. 5.50

Розрахункова провідність паралельного контуру фільтру типу  $m$  (рис.

$$5.49,б) \quad \underline{Y}_{1m} = \frac{Y_{1k}}{m} + \frac{1-m^2}{4m} \underline{Y}_{2k} = \frac{1}{m \cdot j\omega L} + \frac{1-m^2}{4m} \cdot j\omega C = \frac{1}{j\omega L_1} + j\omega C_1,$$

звідки нове значення індуктивності  $L_1 = mL = 0,8 \cdot 9,63 = 7,704 \text{ Гн}$ ,

$$\text{ємності} \quad C_1 = \frac{1-m^2}{4m} C = \frac{1-0,8^2}{4 \cdot 0,8} \cdot 26,74 = 3 \text{ мкФ},$$

резонансна частота паралельного контуру без втрат (рис. 5.49,б)

$$\omega_0' = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{10^3}{\sqrt{7,704 \cdot 3}} = 208 \text{ с}^{-1}, \quad \xi = \frac{\omega_0'}{\omega_0} = \frac{208}{124,6} = 1,67$$

безумовно належить зоні згасання.

Оскільки на цій частоті опір паралельного контуру без втрат нескінченно великий, коефіцієнт згасання на цій частоті також нескінченно великий.

Розрахунок частотних характеристик фільтру типу  $m$  виконаємо на підставі спільних співвідношень для  $T$ -схеми фільтру:

$$ch \underline{\Gamma}_m = ch(a_m + jb_m) = 1 + \frac{Y_2}{2Y_1}, \quad \underline{Z}_{CTm} = \sqrt{\frac{1}{Y_1 \cdot Y_2}} \sqrt{1 + \frac{Y_2}{4Y_1}},$$

$$\text{де} \quad \underline{Y}_1 = \frac{1}{j\omega L_1} + j\omega C_1, \quad \underline{Y}_2 = j\omega C_2.$$

Результати розрахунків характеристик фільтрів  $k$  і  $m$  зведені до спільної табл. 5.7. На рис. 5.50,а наведені характеристики  $a(\xi)$ ,  $b(\xi)$ ; на рис. 5.50,б – характеристики  $\underline{Z}_C(\xi)$ .

**ЗАДАЧА 5.54.** Розрахувати параметри  $\Pi$ -схеми низькочастотного фільтру типа  $m$  с поліпшеними властивостями, узявши за основу схему рис. 5.43 фільтру типу  $k$  і його розрахункові параметри

$$L = 0,425 \text{ Гн}, \quad C = 10,6 \text{ мкФ}.$$

Прийняти коефіцієнт перетворення  $m = 0,6$ .

Навести схему фільтру типу  $m$ . Визначити ста-

лу передачі фільтру на частоті  $\omega = 1,1\omega_0$ .

Відповіді: рис. 5.51 ( $L_1 = 0,255 \text{ Гн}$ ,  $C_2 = 6,36 \text{ мкФ}$ ,

$L_2 = 0,113 \text{ Гн}$ ),  $a = 1,563 \text{ Нн}$ ,  $b = \pi = 180^\circ$ .

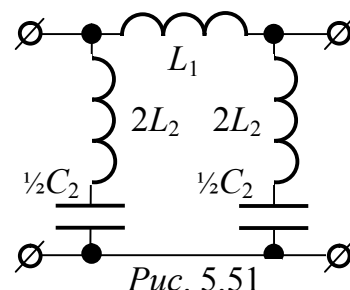


Рис. 5.51

**ЗАДАЧА 5.55.** Розрахувати конструктивні параметри високочастотного послідовно перетвореного фільтру типу  $m$ , що має граничну частоту  $f_0 = 100 \text{ Гц}$  і навантаженого опором  $r_H = 200 \text{ Ом}$ . Параметр перетворення  $m = 0,8$ .

Навести схему фільтру, розрахувати і побудувати його робочі характеристики.

### Розв'язання

Оскільки фільтри типу  $m$  є перетвореними із фільтрів  $k$ , то на першому етапі розрахунку визначимо розрахункові параметри симетричного фільтру типу  $k$ .

Таблица 5.7  
Файл «Album»

Для високочастотного фільтру типу  $k$   $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = r_H$ ,  $f_0 = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}}$ ,

звідки розрахункові параметри

$$L = \frac{r_H}{4\pi f_0} = \frac{200}{4\pi \cdot 100} = 0,159 \text{ Гн}, \quad C = \frac{1}{4\pi f_0 r_H} = \frac{10^6}{4\pi \cdot 100 \cdot 200} = 3,98 \text{ мкФ}.$$

$\Pi$ -схема фільтру  $m$  при послідовному перетворенні має поліпшені властивості щодо узгодження з навантаженням, її подовжній опір

$$\underline{Z}_{1m} = m\underline{Z}_1 = m \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega \frac{C}{m}} = \frac{1}{j\omega C_1},$$

звідки для фільтру  $m$   $C_1 = \frac{C}{m} = \frac{3,98}{0,8} = 4,98 \text{ мкФ}.$

Поперечний опір фільтру  $m$  при послідовному перетворенні

$$\underline{Z}_{2m} = \frac{\underline{Z}_2}{m} + \frac{1-m^2}{4m} \underline{Z}_1,$$

звідки для високочастотного фільтру  $\underline{Z}_{2m} = \frac{j\omega L}{m} + \frac{1-m^2}{4m} \frac{1}{j\omega C} = j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}$ ,

а числові значення  $L_2 = L/m = 0,159/0,8 = 0,199 \text{ Гн},$

$$C_2 = \frac{4m}{1-m^2} C = \frac{4 \cdot 0,8}{1-0,8^2} \cdot 3,98 = 35,4 \text{ мкФ}.$$

На рис. 5.52,а подана  $\Pi$ -схема фільтру  $k$ , а на рис. 5.52,б –  $\Pi$ -схема послідовно перетвореного фільтру типа  $m$ . Конструктивні параметри цих схем: для фільтру  $k$  –  $C = 3,98 \text{ мкФ}$ ,  $2L = 0,318 \text{ Гн}$ ;

для фільтру  $m$  –  $C_1 = 4,98 \text{ мкФ}$ ,  $\frac{1}{2}C_2 = 17,7 \text{ мкФ}$ ,  $2L_2 = 0,398 \text{ Гн}.$

Додаткова резонансна частота

$$\omega_0' = \omega_0 \sqrt{1-m^2} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = \frac{10^3}{\sqrt{0,199 \cdot 35,4}} = 376,8 \text{ с}^{-1},$$

$$f_0' = \frac{\omega_0'}{2\pi} = \frac{376,8}{2\pi} = 60 \text{ Гц}.$$

Результати розрахунку робочих характеристик зведені до табл. 5.8, причому розрахунки виконані за формулами

$$ch\underline{\Gamma} = ch(a + jb) = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2}, \quad \underline{Z}_{сп} = \sqrt{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}}}.$$

Ці формули справедливі як для фільтру  $k$ , так і для фільтру  $m$ , якщо  $\underline{Z}_1$  – подовжній розрахунковий опір,  $\underline{Z}_2$  – поперечний розрахунковий опір.

Робочі характеристики  $a(\xi)$ ,  $b(\xi)$  побудовані на рис. 5.53,а,  $Z_C(\xi)$  – на рис. 5.53,б.

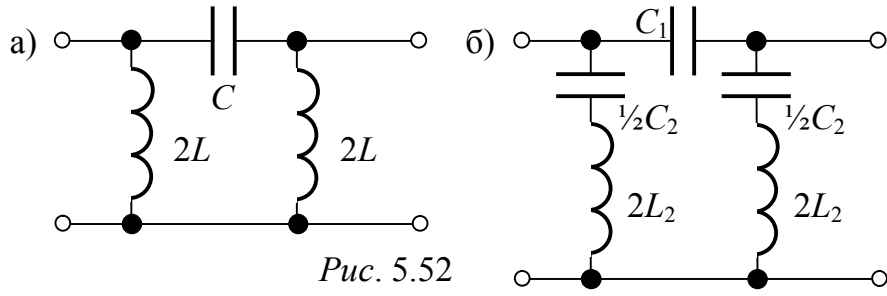


Рис. 5.52

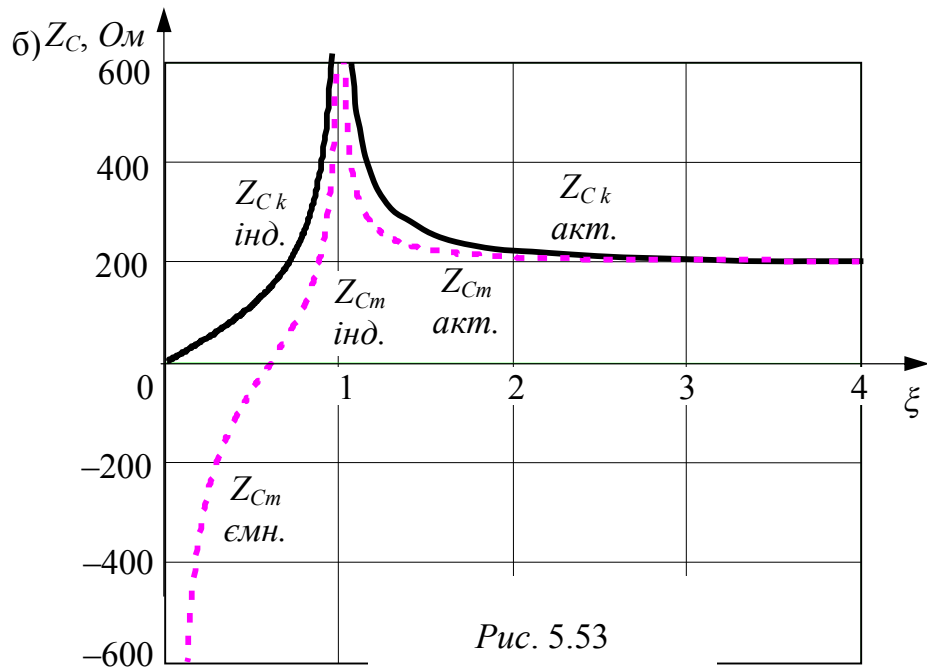
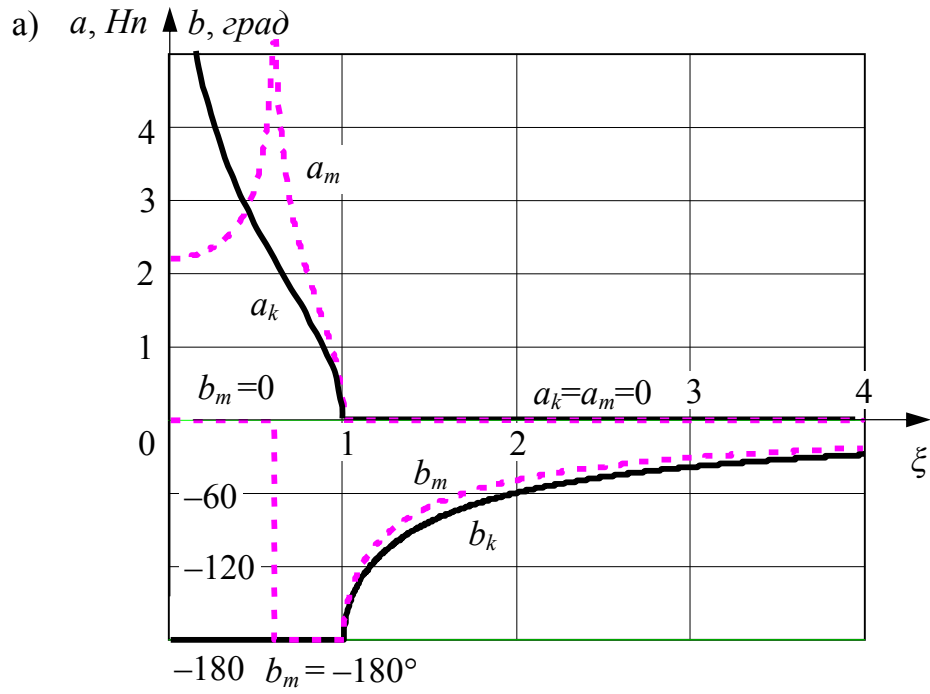


Рис. 5.53

Таблица 5.8  
Файл «Album»



Звертаємо увагу на те, що  $Z_{1m}$  і  $Z_{2m}$  у діапазоні частот від нуля до  $f_0' = 60 \text{ Гц}$  мають однаковий знак і  $ch\underline{\Gamma} = ch(a + jb) = 1 + \frac{Z_{1m}}{2Z_{2m}} > 0$ , що відповідає  $\cos b = 1$ ,  $b = 0$ .

При  $f > f_0'$  знак  $Z_{2m}$  змінюється на зворотний,  $\cos b = -1$ ,  $b = -\pi$  – відбувається перевертання фази (зміна її стрибком на  $\pi$  або  $180^\circ$ ).

**ЗАДАЧА 5.56.** Для вихідної  $T$ -схеми високочастотного фільтру (рис. 5.54,а), що має граничну частоту  $f_0 = 100 \text{ Гц}$  і параметр навантаження  $k = 200 \text{ Ом}$ , визначити розрахункові параметри, навести схему фільтру.

Навести схему ФВЧ типу  $m$  з паралельною корекцією, розрахувати параметри фільтру при  $m = 0,8$ .

Відповіді: рис. 5.54,б;  $L = 0,159 \text{ Гн}$ ,  $C = 3,98 \text{ мкФ}$ ,

$L_1 = 1,41 \text{ Гн}$ ,  $C_1 = 4,975 \text{ мкФ}$ ,  $L_2 = 0,199 \text{ Гн}$ .

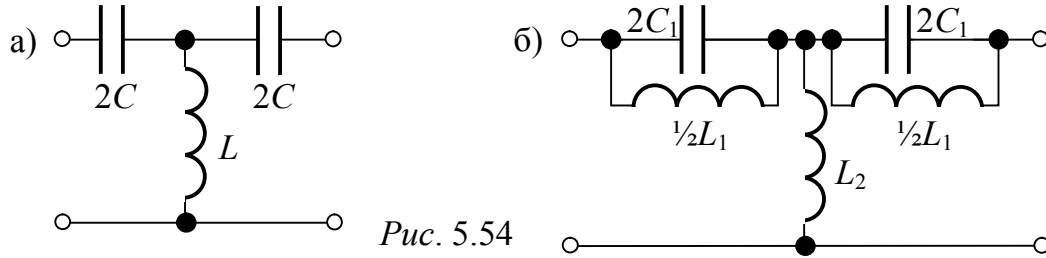


Рис. 5.54

#### 5.2.4 Пасивні $R$ - $C$ фільтри

Принцип роботи  $RC$ -фільтрів базується на залежності опору ємності від частоти. Як гранична приймається частота, на якій опори подовжньої і поперечної віток відповідної  $\Gamma$ -схеми фільтру однакові:

$$\omega_{ФНЧ} = \frac{4}{rC}; \quad \omega_{ФВЧ} = \frac{1}{4rC}.$$

Вирази робочих характеристик  $a(\omega)$ ,  $b(\omega)$ ,  $Z_C(\omega)$  отримують аналізом коефіцієнтів  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{D}$  відповідної схеми фільтру-чотириполюсника. З формули  $ch\underline{\Gamma} = ch(a + jb) = cha \cdot \cos b + jsha \cdot \sin b = M + jN$

$$\text{отримують } cha = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{(M+1)^2 + N^2} + \sqrt{(M-1)^2 + N^2} \right]; \quad (5.4)$$

$$\cos b = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{(M+1)^2 + N^2} - \sqrt{(M-1)^2 + N^2} \right]. \quad (5.5)$$

Характеристичні опори

$$Z_{C1} = \sqrt{\frac{\underline{AB}}{\underline{CD}}} = \sqrt{Z_{1X} Z_{1K}}; \quad Z_{C2} = \sqrt{\frac{\underline{DB}}{\underline{CA}}} = \sqrt{Z_{2X} Z_{2K}}.$$

**ЗАДАЧА 5.57.** Для  $\Gamma$ -подібного  $R$ - $C$  фільтру високих частот (рис. 5.55) з граничною частотою  $f_0 = 100 \text{ Гц}$  вибраний конденсатор ємністю  $10 \text{ мкФ}$ . Визначити  $r$  фільтру, а також розрахувати коефіцієнти згасання і фази і опір  $Z_{2C}$  на частотах  $50 \text{ Гц}$ ,  $100 \text{ Гц}$ ,  $150 \text{ Гц}$ .

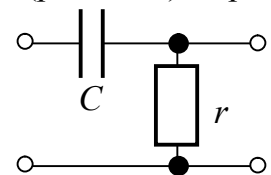


Рис. 5.55

#### Розв'язання

1. За визначенням, граничною частотою  $R$ - $C$  фільтру вважається частота, при якій однакові подовжній і поперечний опори фільтру, тобто

$$r = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 100 \cdot 10} = 159,2 \text{ Ом.}$$

2. Для здобуття характеристик згасання  $a(\omega)$  і фази  $b(\omega)$ , необхідно дослідити величину  $ch \underline{\Gamma} = ch(a + jb)$ , яка в разі несиметричного чотириполюсника визначається за формулою  $ch \underline{\Gamma} = \sqrt{AD}$ .

Коефіцієнти  $\underline{A}$  і  $\underline{D}$   $\Gamma$ -схеми визначаємо за формулами

$$\underline{A} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2} = 1 + \frac{1}{j\omega Cr}, \quad \underline{D} = 1.$$

Тоді  $ch \underline{\Gamma} = \sqrt{AD} = \sqrt{1 - j \frac{1}{\omega Cr}} = \sqrt{1 - j \frac{1}{\xi}}$ , де  $\xi = \omega/\omega_0$ .

Комплексну величину  $ch \underline{\Gamma}$  представляємо у алгебричній формі  $ch \underline{\Gamma} = M + jN$ , після чого можна обчислити  $cha$  і  $cos b$  за формулами (5.4) і (5.5).

Характеристичний опір  $\underline{Z}_{2C}$  знаходимо таким чином:

$$\underline{Z}_{2HX} = r, \quad \underline{Z}_{2K3} = r/(1 + j\omega Cr);$$

$$\underline{Z}_{2C} = \sqrt{\underline{Z}_{2HX} \underline{Z}_{2K3}} = \frac{r}{\sqrt{1 + j\omega Cr}} = \frac{r}{\sqrt{1 + j/\xi}}.$$

Результати розрахунків характеристик  $\Gamma$ -фільтру зводимо до табл. 5.9.

Таблиця 5.9

$f, \text{Гц}$	$\xi$	$a, \text{дБ}$	$b, \text{град}$	$\underline{Z}_{2C}, \text{Ом}$
50	0,5	1,061	-38,1	106,5 $\angle$ -31,72°
100	1	0,764	-32,75	133,9 $\angle$ -22,5°
150	1,5	0,619	-28,8	145,2 $\angle$ -16,85°
$\infty$	$\infty$	0	0	159,2 $\angle$ 0°

**ЗАДАЧА 5.58.** Скласти ФНЧ за симетричною  $T$ -схемою з граничною частотою  $f_0 = 20 \text{ Гц}$  для роботи на активне навантаження  $r_H = 630 \text{ Ом}$ .

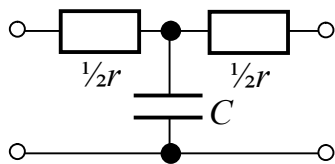


Рис. 5.56

На частотах  $f_1 = 0,5f_0$ ,  $f_2 = f_0$ ,  $f_3 = 2f_0$  визначити коефіцієнти згасання і фази фільтру, а також його характеристичний опір.

**Розв'язання**

На рис. 5.56 представлена схема симетричного  $T$ -подібного ФНЧ. Розрахунковий опір фільтру  $r$  визначається за умови передачі максимуму потужності з входу на вихід при частоті  $f = 0$ , що відповідає рівності  $r = r_H = 630 \text{ Ом}$ .

Конструктивний параметр  $1/2r$  фільтру рис. 5.56  $1/2r = 630/2 = 315 \text{ Ом}$ .

Гранична частота  $R$ - $C$  фільтру визначається рівністю подовжнього і поперечного опорів  $\Gamma$ -подібної півланки:  $1/2r = \frac{1}{\omega_0 C/2}$ , звідки  $\omega_0 = \frac{4}{rC}$  і

розрахункова ємність фільтру  $C = \frac{4}{\omega_0 r} = \frac{4}{2\pi \cdot 20 \cdot 630} = 50,53 \text{ мкФ}$ .

Коефіцієнти згасання  $a$  і фази  $b$  для  $R$ - $C$  фільтру розраховуються на підставі загального виразу для коефіцієнта  $\underline{A}$  симетричної  $T$ - або  $\Pi$ -схеми чотириполосника з півпараметрами  $\Gamma$ -подібної ланки:

$$ch\Gamma = \underline{A} = 1 + \frac{1}{2}\underline{Z}_1\underline{Y}_2 = 1 + \frac{1}{2}r \cdot j\omega C = 1 + j2\xi,$$

де  $\xi = \omega/\omega_0$  – відносна частота.

З іншого боку,  $ch\Gamma = ch(a + jb) = cha \cdot \cos b + jsha \cdot \sin b = M + jN$ , де  $M = Re(ch\Gamma) = 1$ ,  $N = Im(ch\Gamma) = 2\xi$ ;  $a$  і  $b$  визначаємо за формулами (5.4) і (5.5).

Характеристичний опір симетричної  $T$ -схеми

$$\underline{Z}_{CT} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Y}_2}} \sqrt{1 + \frac{\underline{Z}_1\underline{Y}_2}{4}} = \sqrt{\frac{r}{j\omega C}} \sqrt{1 + \frac{rj\omega C}{4}} = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{1 + j\xi}{j\xi}} = \frac{r}{2} \sqrt{1 - j\frac{1}{\xi}}.$$

Результати розрахунку характеристик подані в табл. 5.10.

Таблиця 5.10

$\omega$	$\xi$	$M$	$N$	$cha$	$a, \text{Hn}$	$\cos b$	$b, \text{град}$	$\underline{Z}_C, \text{Ом}$
$\omega = 0,5\omega_0$	0,5	1	1	1,62	1,063	0,618	51,83	704 $\angle$ -31,72°
$\omega = \omega_0$	1	1	2	2,41	1,527	0,414	65,54	445 $\angle$ -26,56°
$\omega = 2\omega_0$	2	1	4	4,24	2,123	0,236	76,35	352 $\angle$ -13,28°

**ЗАДАЧА 5.59.** З двох резисторів 200 Ом і одного конденсатора 4 мкФ склали високочастотний симетричний фільтр. Розрахувати його граничну частоту.

Відповідь:  $f_0 = 24,87$  Гц.

**ЗАДАЧА 5.60.** Для  $\Gamma$ -схеми ФНЧ рис. 5.27,а задачі 5.37 на підставі логарифмічної амплітудної частотної характеристики рис. 5.29,а визначити граничну частоту фільтру.

Відповідь:  $\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{rC} = \frac{10^6}{50 \cdot 40} = 500 \text{ c}^{-1}$ .

**ЗАДАЧА 5.61.**  $\Gamma$ -схема ФНЧ попереднього завдання навантажена постійним опором  $r_H$  як показано на рис. 5.32 задачі 5.39. Розрахувати граничну частоту фільтру на підставі передатної функції. Порівняти з неробочим режимом попередньої задачі.

Відповідь: гранична частота фільтру, що навантажений незмінним опором

$$r_H = 150 \text{ Ом}, \quad \omega_1 = \frac{1}{\tau_1} = \frac{r_H + r}{r_H r C} = \frac{150 + 50}{150 \cdot 50 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = 667 \text{ c}^{-1} > \omega_0.$$

**ЗАДАЧА 5.62.** Симетричний  $T$ -фільтр рис. 5.56 задачі 5.58 навантажений незмінним опором  $r = \rho = 630$  Ом. Скласти передатну функцію фільтру за напругою, визначити з її допомогою граничну частоту фільтру, порівняти її з розрахунковою.

Відповідь:  $H(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega\tau_1}$ , де  $k = \frac{\rho}{\rho + r} = 0,5$ ,  $\tau_1 = \frac{r}{4} \left( \frac{r + 2\rho}{r + \rho} C \right) = 11,94 \cdot 10^{-3} \text{ c}$ ,

гранична частота фільтру  $\omega_1 = \frac{1}{\tau_1} = \frac{10^3}{11,94} = 83,77 \text{ c}^{-1}$ ,  $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{83,77}{6,28} = 13,33$  Гц.

### 5.2.5 Активні фільтри R-C

Активні фільтри побудовані на основі операційного підсилювача (ОП) напруги, що працює з негативним зворотним зв'язком (НЗЗ). Принципова схема такого чотирьохполосника наведена на рис. 5.57,а, відповідна розрахункова схема – на рис. 5.57,б.

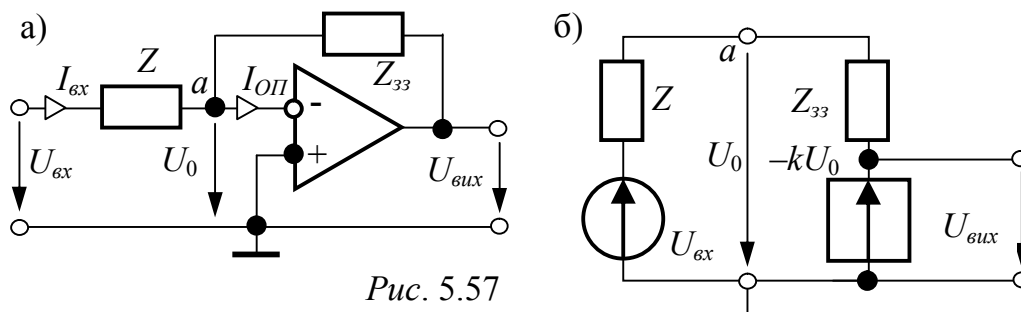


Рис. 5.57

Диференціальний вхід (-) ... (+) підсилювача має дуже великий вхідний опір, для ідеального ОП цей опір  $R_{вх} = \infty$ , а тому струм на вході  $I_{ОП} = 0$ .

Опір виходу ОП є малим і для ідеального ОП  $R_{вих} = 0$ , тому напруга на виході  $U_{вих}$  не залежить від струму навантаження і  $U_{вих} = -kU_0$ , де  $k$  – коефіцієнт підсилення ОП.

Знак (-) враховує ту обставину, що із-за подачі сигналу на вхід, який інвертує, полярність вихідної напруги протилежна полярності напруги  $U_0$  на диференціальному вході ОП.

Розрахуємо передатну функцію активного чотирьохполосника за схемою

рис. 5.57,б. За методом вузлової напруги 
$$U_0 = \frac{\frac{U_{вх}}{Z} - \frac{kU_0}{Z_{зз}}}{\frac{1}{Z} + \frac{1}{Z_{зз}}},$$
 звідки 
$$U_0 \cdot (Z + Z_{зз}) = U_{вх}Z_{зз} - kU_0Z \quad \text{і} \quad U_0 = \frac{U_{вх}Z_{зз}}{Z_{зз} + (1+k)Z},$$

$$\text{а} \quad U_{вих} = -kU_0 = -\frac{U_{вх}kZ_{зз}}{Z_{зз} + (1+k)Z}.$$

Передатна функція за напругою

$$H(j\omega) = \frac{U_{вих}(j\omega)}{U_{вх}(j\omega)} = \frac{-kZ_{зз}}{Z_{зз} + (1+k)Z},$$

на основі якої вивчаються властивості активних електричних фільтрів.

**ЗАДАЧА 5.63.** Розрахувати і побудувати асимптотичну логарифмічну амплітудну частотну характеристику передатної функції за напругою підсилювача, що інтегрує (рис. 5.58,а), при наступних параметрах:  $r = 4,3 \text{ кОм}$ ,  $C = 0,3 \text{ мкФ}$ ,  $k = 25$ . Зробити висновки щодо можливості застосування розглянутої схеми у якості електричного фільтру. Знайти граничну частоту активного фільтру.

#### Розв'язання

Передатна функція за напругою чотирьохполосника рис. 5.58,а

$$H(j\omega) = \frac{-kZ_{33}}{Z_{33} + (1+k)Z} = \frac{-k(j\omega C)^{-1}}{(j\omega C)^{-1} + (1+k)r} = \frac{-k}{1 + j\omega\tau_I},$$

де стала часу реальної ланки, яка інтегрує,

$$\tau_I = (1+k)rC = (1+25) \cdot 4,3 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 10^{-6} = 33,54 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Амплітудна частотна характеристика передатної функції

$$H(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2\tau_I^2}}, \quad \text{її ЛАЧХ} \quad L(\omega) = 20\lg H(\omega) = 20\lg k - 10\lg(1 + \omega^2\tau_I^2),$$

причому  $20\lg k = 20\lg 25 = 28 \text{ дБ}$ ,

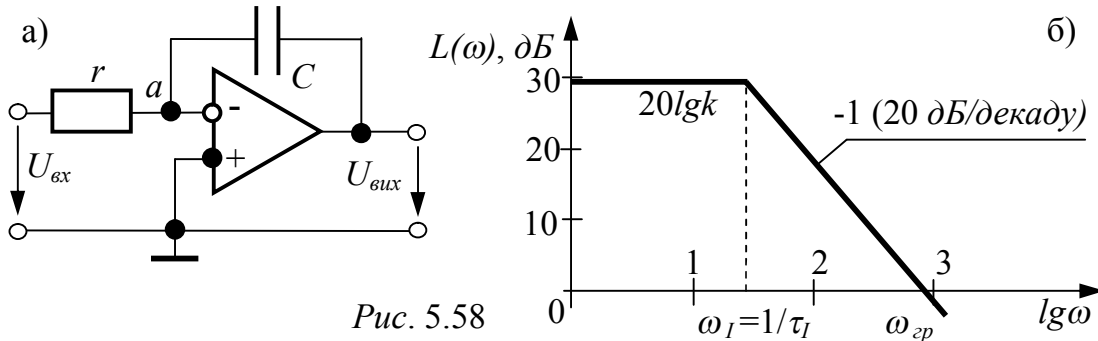


Рис. 5.58

частота сполучення  $\omega_I = \tau_I^{-1} = \frac{10^3}{33,54} = 29,82 \text{ с}^{-1}$ ,  $\lg \omega_I = \lg 29,82 = 1,475$ .

$L(\omega)$  наведена на рис. 5.58,б.

Висновок: схема інтегруючого підсилювача є активним фільтром низької частоти з граничною частотою  $\omega_{cp} = 750 \text{ с}^{-1}$  ( $\lg \omega_{cp} = 2,875$ ). Відмітимо, що в цього фільтру є діапазон частот  $\omega(0 \dots \omega_I)$ , для якого ослаблення практично дорівнює нулю і вихідна напруга підсилена:  $U_{вих} = kU_{вх}$ .

**ЗАДАЧА 5.64.** Розрахувати і побудувати логарифмічну амплітудну частотну характеристику передатної функції за напругою підсилювача, який диференціює, рис. 5.59,а при наступних параметрах:  $r = 64,5 \text{ кОм}$ ,  $C = 0,02 \text{ мкФ}$ , коефіцієнт підсилення ОП  $k = 25$ .

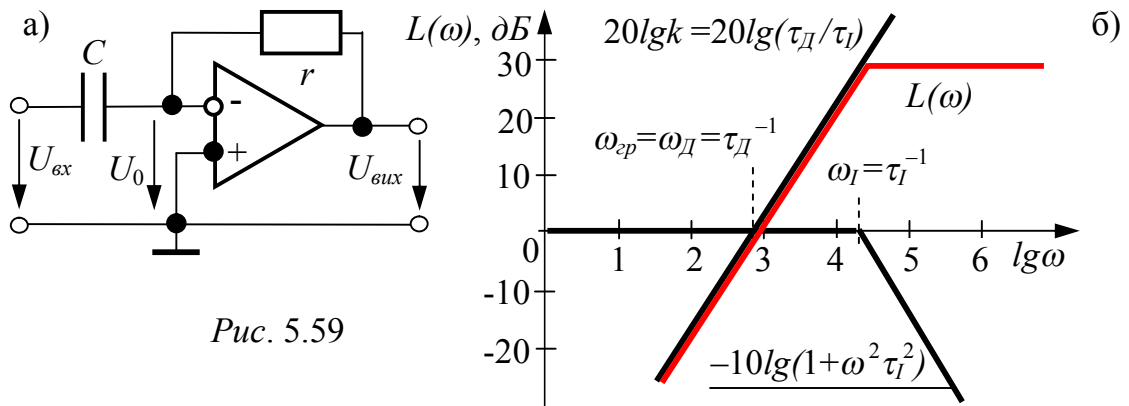


Рис. 5.59

Зробити виводи щодо можливості застосування даної схеми у якості електричного фільтра. Знайти граничну частоту активного фільтра.

Відповіді:  $H(j\omega) = -\frac{j\omega\tau_D}{1+j\omega\tau_I}$ , де  $\tau_I = \frac{rC}{1+k}$ ,  $\tau_D = \frac{krC}{1+k}$ ,  $\tau_D/\tau_I = k$ .

Асимптотичні ЛАЧХ наведені на рис. 5.60,б.

Висновок: це фільтр високої частоти з граничною частотою  $\omega_{zp} = \omega_D = \tau_D^{-1} = 806 \text{ c}^{-1}$ ,  $lg\omega_{zp} = 2,9$ .

У діапазоні частот  $\omega(\omega_I \dots \infty)$  згасання сигналу практично відсутнє, вихідний сигнал підсилений  $U_{вих} \approx kU_{ex}$ .

**ЗАДАЧА 5.65.** Розрахувати і побудувати логарифмічну амплітудну частотну характеристику передатної функції за напругою височастотного активного фільтру рис. 5.60,а при наступних параметрах:  $r = 4,3 \text{ кОм}$ ,  $C = 0,02 \text{ мкФ}$ ,  $k = 25$ ,  $n = 15$ .

Знайти граничну частоту фільтру  $\omega_{zp}$ . Визначити ослаблення сигналу на двох частотах:  $\omega_1 = 30 \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_2 = 300 \text{ c}^{-1}$ .

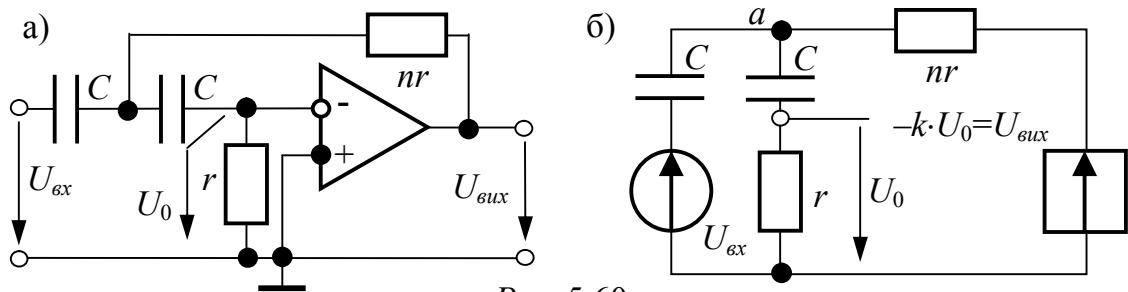


Рис. 5.60

### Розв'язання

Розрахункова схема пристрою рис. 5.60,а наведена на рис. 5.60,б, звідки

$$\varphi_a = \frac{\underline{U}_{ex} j\omega C - \frac{k\underline{U}_0}{nr}}{j\omega C + \frac{1}{r + 1/j\omega C} + \frac{1}{nr}} = \frac{(\underline{U}_{ex} j\omega r C n - k\underline{U}_0)(1 + j\omega C r)}{(j\omega)^2 nr^2 C^2 + j\omega r C(2n+1) + 1}$$

$$\underline{U}_0 = \frac{\varphi_a}{r + 1/j\omega C} \cdot r = \frac{(\underline{U}_{ex} j\omega r C n - k\underline{U}_0) j\omega r C}{(j\omega)^2 nr^2 C^2 + j\omega r C(2n+1) + 1}, \quad \underline{U}_{вих} = -k \cdot \underline{U}_0,$$

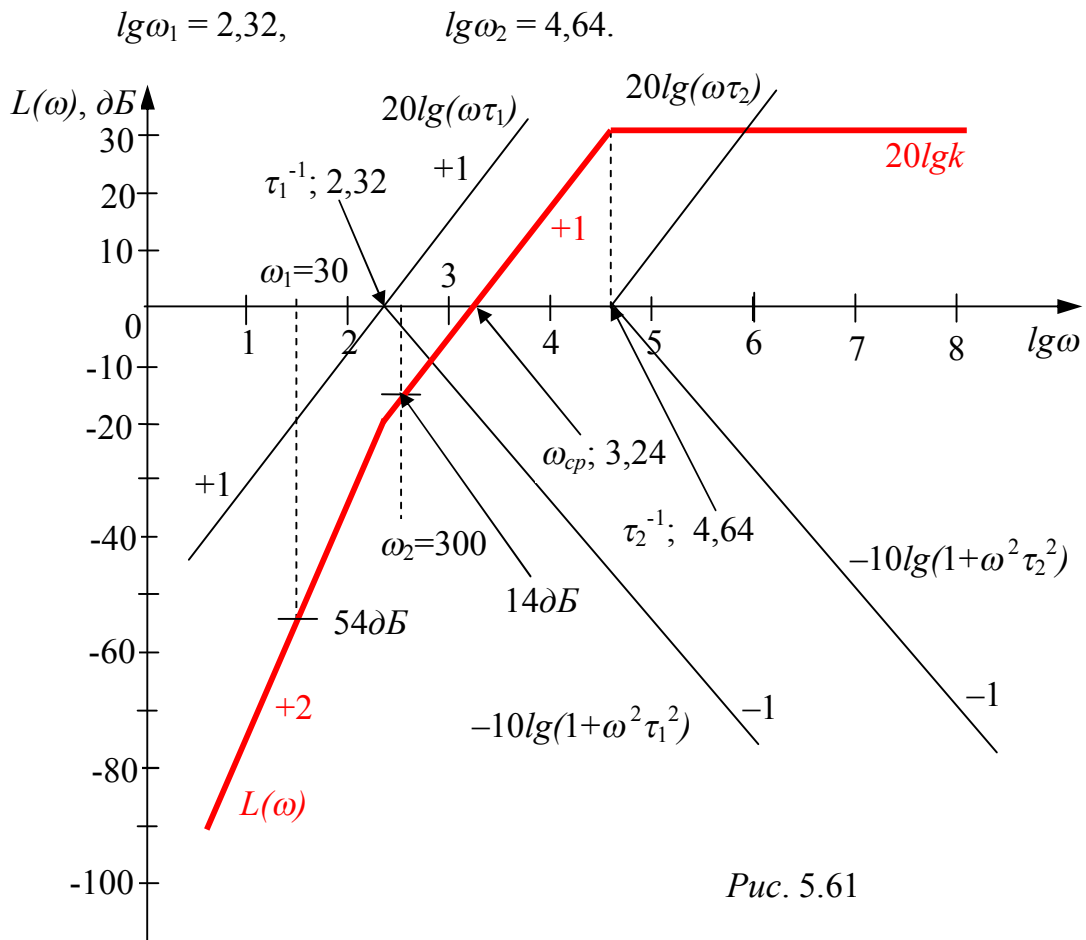
$$H(j\omega) = \frac{-k(j\omega)^2 nr^2 C^2}{(j\omega)^2 nr^2 C^2 + j\omega r C(2n+1+k) + 1} \quad \text{або}$$

$$H(j\omega) = \frac{-k\tau_1\tau_2(j\omega)^2}{(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2)}, \quad \text{де}$$

$$\tau_1\tau_2 = nr^2 C^2 = 15 \cdot 4,3^2 \cdot 10^6 \cdot 0,02^2 \cdot 10^{-12} = 1109,4 \cdot 10^{-10},$$

$$\tau_1 + \tau_2 = (2n+1+k)rC = (30+1+25) \cdot 4,3 \cdot 10^3 \cdot 0,02 \cdot 10^{-6} = 481,6 \cdot 10^{-5},$$

звідки  $\tau_1 = 479,3 \cdot 10^{-5} \text{ c}$ ,  $\tau_2 = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ c}$ ,  
 $\omega_{\tau_1} = \tau_1^{-1} = 208,6 \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_{\tau_2} = \tau_2^{-1} = 43200 \text{ c}^{-1}$ ,



Логарифмічна амплітудна частотна характеристика функції подана на рис. 5.61, причому

$$L(\omega) = 20\lg k + 20\lg(\omega\tau_1) + 20\lg(\omega\tau_2) - 10\lg[1 + \omega^2\tau_1^2] - 10\lg[1 + \omega^2\tau_2^2].$$

Гранична частота фільтра відповідно до рис. 5.61

$$\omega_{cp} = 10^{3,24} = 1738 \text{ c}^{-1}, \quad f_{cp} = 276,6 \text{ Гц}.$$

При частоті  $\omega_1 = 30 \text{ c}^{-1}$

ослаблення сигналу за амплітудою  $a_1 = 54 \text{ дБ} = 6,21 \text{ Hn}$ ,

при частоті  $\omega_2 = 300 \text{ c}^{-1}$  —  $a_2 = 14 \text{ дБ} = 1,61 \text{ Hn}$ .

**ЗАДАЧА 5.66.** Розрахувати і побудувати логарифмічну амплітудну частотну характеристику передатної функції активного фільтра низької частоти рис. 5.62,а при наступних параметрах:

$$r = 4,3 \text{ кОм}, \quad C = 0,02 \text{ мкФ},$$

$$k = 25, \quad n = 15.$$

Визначити граничну частоту фільтра  $\omega_{cp}$ . Визначити граничну частоту  $\omega_1$ , до якої зберігається пропорційність між реакцією і впливом у сигналів частот  $\omega(0 \dots \omega_1) - U_{вих} \approx kU_{вх}$ .

*Відповіді:*

$$\omega_{cp} = 741 \text{ c}^{-1}; \quad \omega_1 = 29,5 \text{ c}^{-1}.$$

КПФ наступна: 
$$H(j\omega) = \frac{-k}{1 - n(\omega rc)^2 + j\omega rc(1 + n(k + 2))};$$

АЧХ: 
$$H(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - n(\omega rc)^2)^2 + (\omega rc(1 + n(k + 2)))^2}};$$

графік ЛАЧХ  $L(\omega) = 20\lg H(\omega)$  наведений на рис. 5.62,б.

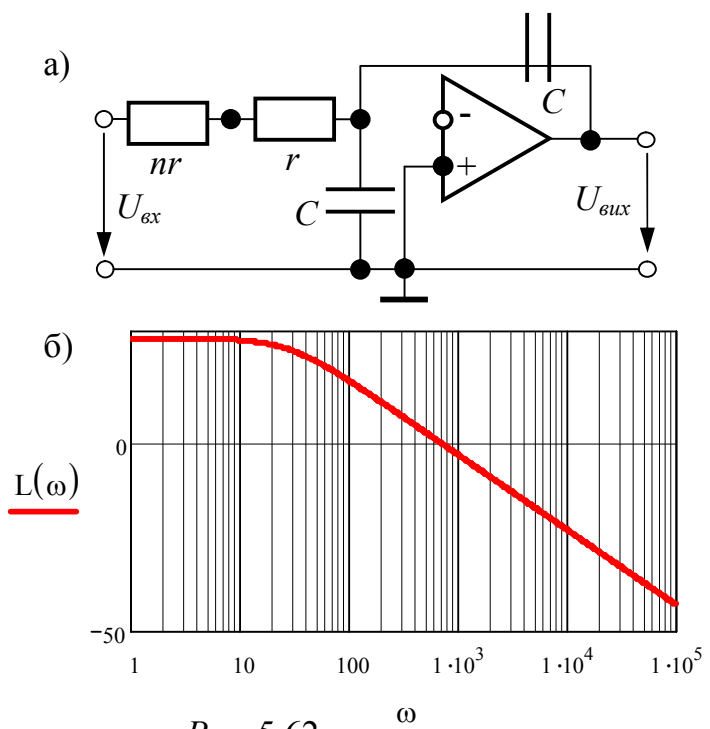


Рис. 5.62