

## АНАЛИЗ СПОСОБОВ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ВАХ

Хохлова А.В., студентка; Корощенко А.В., доц., к.т.н.

(Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина)

Методы анализа и расчёта нелинейных электрических цепей постоянного тока используют ВАХ резисторов, которые могут быть представлены в форме графиков, таблично или аналитически. Известно несколько способов аналитического представления ВАХ [1-3], однако сравнение этих способов не выполнено.

**Целью работы** является сравнение возможностей различных способов аналитического описания ВАХ и выбор рационального способа при выполнении будущих расчётов нелинейных цепей.

Исходя из реально существующих резистивных элементов, можно выделить 6 вариантов типичных зависимостей  $y(x)$  (рис. 1).

В случае аналитического представления нелинейных характеристик возможно использование степенного полинома ( $y=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\dots+a_nx^n$ ), экспоненциального полинома ( $y=a_1e^{b_1x}+a_2e^{b_2x}+\dots+a_ne^{b_nx}$ ), а также специальных функций и их комбинаций [1].

Использование трансцендентных функций очень ограничено по следующим причинам: использование только одной функции не позволяет аппроксимировать функции третьего-шестого типов и обычно не даёт достаточной точности, а использование комбинации нескольких функций приводит к значительным усложнениям при определении коэффициентов. Нахождение коэффициентов экспоненциального полинома является непростой задачей. Таким образом, наиболее подходящей формой аппроксимации является применение степенного полинома. Эта функция универсальная, то есть с помощью степенного полинома можно аппроксимировать с достаточной точностью подавляющее большинство реально существующих характеристик, а система уравнений для определения коэффициентов полинома оказывается алгебраической. Универсальность функции оказывается к месту, при необходимости трансформировать вольтамперную характеристику  $U(I)$  в ампервольтную  $I(U)$ . Ещё одной возможностью аппроксимации нелинейных характеристик является использование вмонтированных в математический редактор MathCAD линейной и сплайновой интерполяций.

Для нахождения коэффициентов аппроксимирующей функции (степенного полинома) предлагаются два метода: метод выбранных точек (МВТ) и метод наименьших квадратов (МНК). Характерно следующее: с увеличением количества точек для нахождения коэффициентов точность аппроксимации возрастает. И наоборот, с уменьшением числа слагаемых в формуле возрастает погрешность. В методе выбранных точек их количество должно быть равно количеству слагаемых. Метод наименьших квадратов может оперировать с любым количеством точек, но количество слагаемых может оказаться ограниченным, поскольку матрица коэффициентов при большом количестве слагаемых (7-9) становится сингулярной (вырожденной) или коэффициенты матрицы достигают слишком больших значений, вследствие чего её обратная матрица не вычисляется. Тут перевес на стороне метода выбранных точек.

Методика линейной (МЛИ) и сплайн-интерполяции (МСИ), которая используется в системе MathCAD, удобна в применении, но она не даёт формулы в явном виде, что

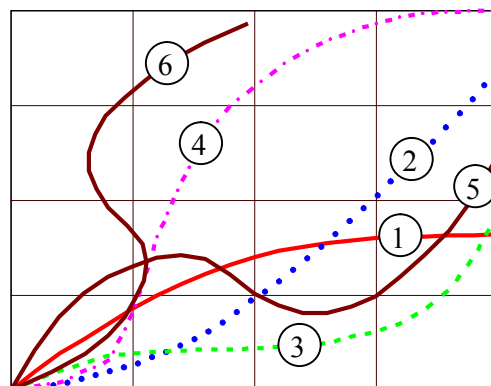


Рисунок 1 – Варианты графиков

может ограничить возможности последующего анализа полученных результатов. При использовании линейной и сплайн-интерполяции фактически используется метод выбранных точек.

В работе выполнена оценка указанных четырёх методик при аппроксимации графиков, представленных на рис. 1. Любая аппроксимация выполняется для заранее заданного рабочего участка характеристики. Будем считать точность достаточной, если среднеквадратическое отклонение аппроксимирующей функции от заданной по отношению к наибольшему значению функции на рабочем участке не превышает 5%. Причём расчёт среднеквадратического отклонения в методе наименьших квадратов выполняется для всех точек, координаты которых использованы при вычислении коэффициентов. В трёх других методах, по определению, характеристика проходит через выбранные точки. Поэтому относительное среднеквадратическое отклонение вычисляется для точек посередине каждого отрезка между выбранными точками.

В случае характеристики первого типа ( $f(x)=a \cdot \text{th}(\alpha x)=2 \cdot \text{th}(0,1 \cdot x)$ ) все методы дали приемлемые результаты при разных наклонах кривой как при равномерном, так и при неравномерном шаге изменения аргумента. При увеличении насыщения функции погрешность увеличивается, но остаётся в приемлемых границах (меньше 1%). Наиболее точным оказался метод выбранных точек

Функция пятого типа моделировалась путём комбинации трансцендентных функций:  $f(x) = 40 \cdot \text{th}(0,08x) + 0,01 \cdot \text{sh}(0,5x) - 40 \cdot \text{tg}(0,05x)$ . Качество аппроксимации всеми методами зависит от неравномерности шага изменения аргумента, ухудшаясь с ростом неравномерности. Но и в этих условиях погрешность для всех четырёх способов остаётся незначительной.

График функции при условии её резкого возрастания на отдельном участке (четвёртый график рис. 1.1) был задан таблично. При условии равномерного шага изменения функции (равномерного шага аргумента) получены следующие результаты в отношении погрешности: МНК –  $p=6,357(4,615)\%$ ; МВТ –  $p=2,5 \cdot 10^5(29,5)\%$  (аппроксимация не состоялась); МСИ –  $p=14,4(5,305)\%$ ; МЛИ –  $p=2,2(1,5)\%$ .

На рис. 2 показаны результаты последней аппроксимации.

#### Выводы.

1. Все четыре рассмотренных метода являются приемлемыми для аппроксимации реальных ВАХ резисторов.
2. Если количество точек невелико (5-8), а характеристика несложная по характеру, то при аппроксимации следует использовать МВТ и МСИ. В случае большого количества точек (20 и больше) – МНК.
3. В случае характеристики со сложным характером и большого количества точек самым простым с достаточной точностью становится МЛИ.

#### ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Филиппов Е. Нелинейная электротехника. Пер. с нем. Под ред. А.Б.Тимофеева. Изд. 2-е, перераб. и доп. М., «Энергия», 1976.
2. Нелінійні електричні та магнітні кола в усталених і перехідних режимах: Навч. Посібник / М.П.Рибалко, В.О.Есауленко. – К.: ІСДО, 1994. – 196с.
3. Белецкий А.Ф., Дмитриков В.Ф., Лыпарь Ю.И. Анализ нелинейных резистивных электрических цепей: Учебн. Пособие для студентов специальностей 2305, 2306, 2307/ ЛЭИС. – Л., 1990.

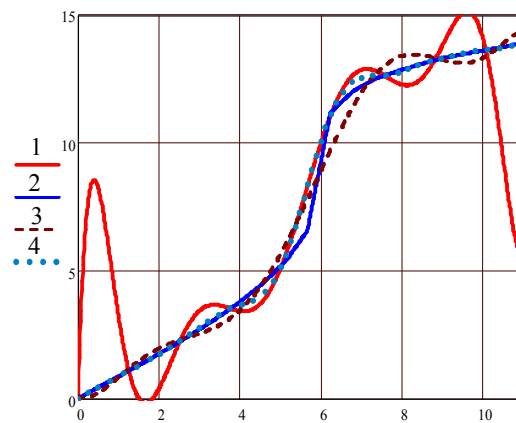


Рисунок 2 – Аппроксимация функции четвертого варианта. 1) МВТ; 2) МЛИ; 3) МНК; 4) МСИ

## АНОТАЦІЯ

За допомогою комп'ютерної математичної системи MathCAD виконане порівняння наступних методик аналітичного опису ВАХ: метод найменших квадратів, метод обраних точок (за умови використання ступеневого поліному), метод лінійної інтерполяції, метод сплайн-інтерполяції. Зроблена оцінка методів для різних типів ВАХ.