

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ОДНОМАССОВОЙ ВИБРОМАШИНЕ С ИНЕРЦИОННЫМ ПРИВОДОМ И УПРУГОЙ МУФТОЙ

С.Л. Букин, В.П. Кондрахин, В.Н. Беловодский, В.Н. Хоменко  
Донецкий национальный технический университет  
83000, г. Донецк, ул. Артема, 58, Украина  
E-mail: S.Bukin08@gmail.com

Работа посвящена изучению возможностей возбуждения полигармонических колебаний в одномассовой инерционной вибромашине. Разработана математическая модель колебательной системы с учетом упругого звена в приводе дебалансного вибровозбудителя. Исследована область рабочих режимов, спектральный состав и влияние основных конструктивных параметров системы на динамические показатели вибромашин. Установлен заметный вклад супергармонических колебаний в полигармонический спектр на определенных частотах в зависимости от величины жесткости упругого элемента муфты, соединяющей вибровозбудитель с электродвигателем привода вращения.

Ключевые слова: Вибромашина, дебалансный вибровозбудитель, трансмиссия, упругая муфта, спектр, супергармонические колебания

### **1. Постановка проблемы и ее связь с важными научными и практическими заданиями.**

Инерционные вибромашин, вынужденные колебания рабочих органов которых создаются центробежными вибровозбудителями, нашли предпочтительное распространение в различных отраслях промышленности и, прежде всего, в угольной, горнорудной, химической. Среди них наиболее широко представлены одномассовые вибромашин с далекозарезонансным режимом работы.

В последнее время внимание исследователей вибрационных машин привлекает использование полигармонических колебаний, как одно из перспективных направлений интенсификации разнообразных технологических процессов [1-3], например, в обогащении полезных ископаемых. Полигармонический спектр колебаний рабочего органа существенно улучшает условия технологической обработки разнообразных материалов, повышая как качественные, так и количественные показатели назначения вибромашин.

### **2. Анализ последних достижений и публикаций.**

Полигармонические колебания могут возбуждаться разнообразными способами в линейных динамических системах или за счет использования нелинейных колебаний.

Область применения нелинейных колебаний в настоящее время весьма ограничена, но исследования в этом направлении активно ведутся во многих странах.

В последние годы все большее развитие получают вибромашин с возбуждением суб- и супергармонических устойчивых резонансных колебаний, в которых используют нелинейные возмущения и нелинейно-параметрические свойства упругих элементов [4].

Известно, что при действии гармонической вынуждающей силы на систему с нелинейной восстанавливающей силой кроме гармонических колебаний с частотой возбуждения  $\omega$  одновременно происходят колебаний с частотами  $m\omega$  кратными частоте возбуждения

(супергармонические колебания) или с частотами  $\omega/n$  (субгармонические колебания), где  $m$  и  $n$  - целые числа [5].

Функционирование супергармонического центробежного вибропривода может быть основано на надлежащем образом усиленной неравномерности вращения дебалансов.

Так, в работах И.И. Быховского и ряда других авторов установлено, что в реальных условиях угловая скорость вращения центробежных вибровозбудителей не остается постоянной в цикле колебаний. Неравномерность вращения дебалансов может быть вызвана тремя факторами: непостоянством момента силы тяжести дебаланса относительно оси вращения, если эта ось не вертикальна; ускорением оси вращения дебаланса, которая движется вместе с корпусом; изменением сопротивления вращению дебаланса. Угловая скорость дебаланса представляет собой сумму постоянной составляющей (среднего значения) и бесконечного ряда четных гармоник, а ускорения корпуса – сумму бесконечного ряда нечетных гармоник. Амплитуда гармоник быстро убывает с ростом их номера. У обычных вибровозбудителей амплитуды этих гармоник малы. Так, амплитуда третьей гармоники ускорения (наибольшей из амплитуд высших гармоник) обычно в сотни или десятки раз меньше амплитуды первой [5].

Необходимо отметить, что практически во всех работах отечественных и зарубежных авторов связь между ротором электродвигателя и валом дебалансного вибровозбудителя предполагалась абсолютно жесткая, исходя из чего их угловые скорости принимались одинаковыми. Но этому допущению соответствуют только центробежные вибровозбудители типа «мотор-вибратор». Если в систему привода включена, например, упругая муфта, то для полного описания движения элементов вибромашины необходимо добавить не только дифференциальное уравнение двигателя соответствующего типа, но и уравнение, описывающее движение соответствующего типа муфты [6].

По мнению авторов, наличие как инерционных, так и обоснованно выбранных упругих элементов в трансмиссии центробежного вибропривода позволяет усилить супергармонические колебания вращающегося дебалансного вибровозбудителя и достичь эффективного вклада высших частот в спектр полигармонических колебаний рабочего органа.

**3. Цель и задачи работы** – определение условий возбуждения полигармонических колебаний в инерционных вибромашинах с дебалансным вибровозбудителем и упругой муфтой в приводе.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие первоочередные задачи:

- разработать математическую модель колебательной системы с учетом упругого звена в приводе дебалансного вибровозбудителя;
- исследовать область рабочих режимов, спектральный состав и оценить условия возбуждения полигармонических колебаний;
- исследовать влияние основных конструктивных параметров системы на динамические показатели вибромашины.

#### **4. Основное содержание и результаты работы.**

Рассмотрим динамическую схему одномассовой вибрационной машины (рис. 1).

Вибромашина (рис. 1) состоит из рабочего органа 1 (например, короба инерционного грохота), установленного (или подвешенного) на опорных виброизоляторах 2, на котором закреплен центробежный вибровозбудитель 3 дебалансного типа, вращающийся в подшипниках 4. Вибровозбудитель приводится во вращение электродвигателем 5 через упругую муфту 6.

Принципиальная схема трансмиссии вибропривода инерционной вибромашины приведена на рис. 2. Электродвигатель 3 приводит во вращение дебалансный вал 1 центробежного вибровозбудителя посредством карданного вала 2 и упругой муфты, состоящей из обоймы 4, закрепленной на валу электродвигателя, упругого элемента 6 и вала 5, соединенного с карданным валом.

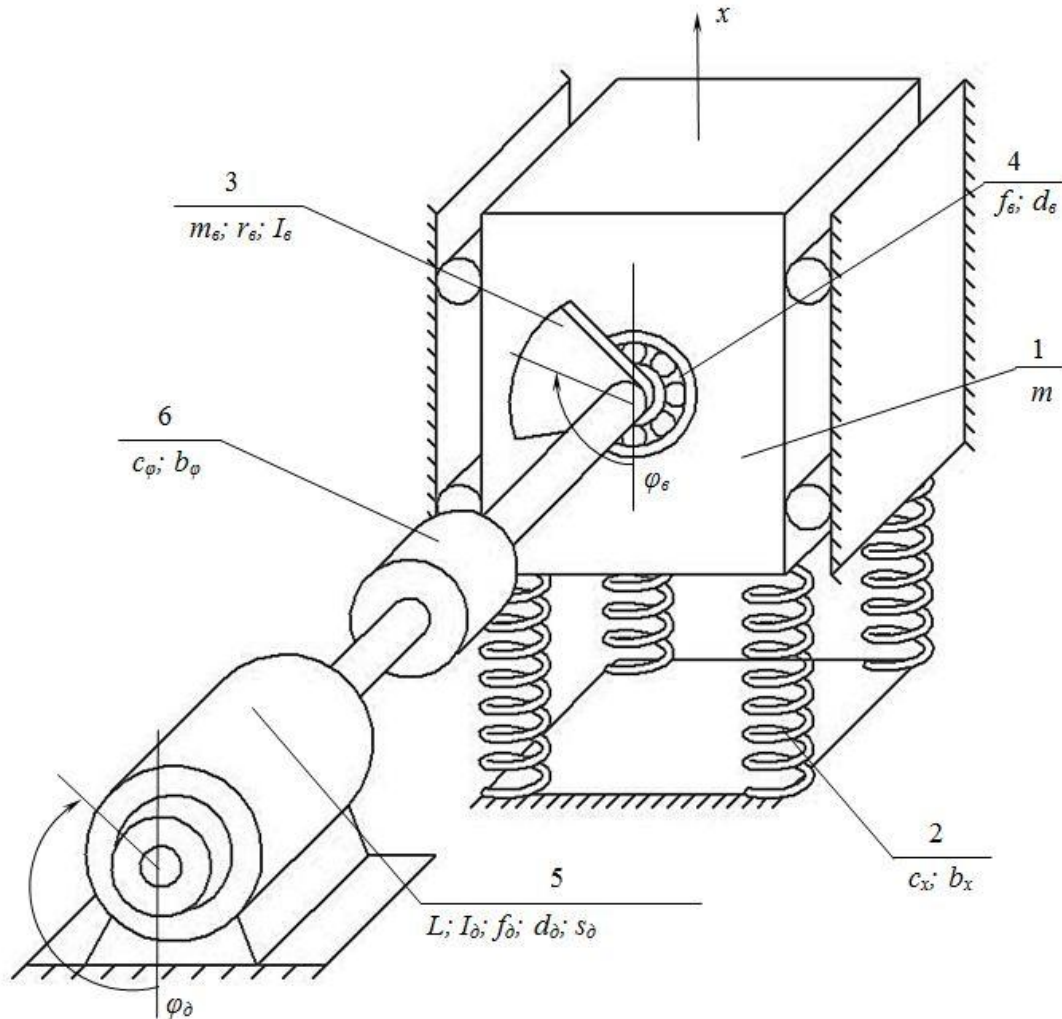


Рис. 1 – Расчетная схема вибромашины:

- 1 – рабочий орган; 2 – опорные виброизоляторы; 3 - дебаланс вибровозбудителя;
- 4 – подшипник вибровозбудителя; 5 – электродвигатель привода вибровозбудителя;
- 6 – упругая муфта

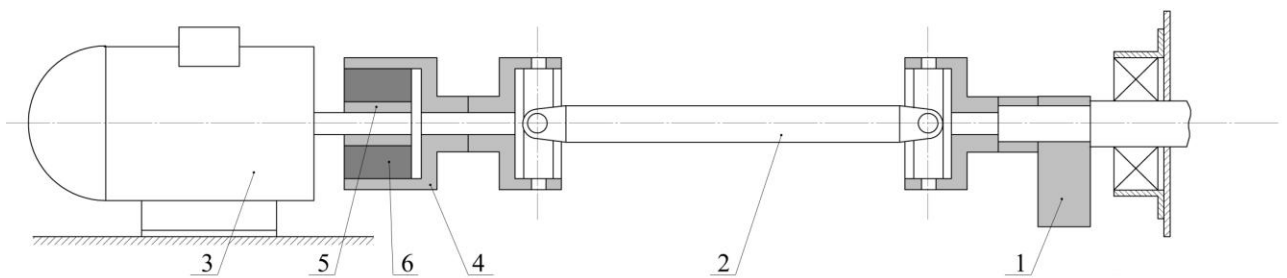


Рис. 2 – Принципиальная схема трансмиссии привода вибровозбудителя:

- 1 – дебалансный вибровозбудитель; 2 – карданный вал; 3 – электродвигатель;
- 4 – обойма; 5 – втулка; 6 – упругий элемент муфты

При составлении расчетной схемы и уравнений движения подвижных масс вибромашины приняты традиционные допущения:

- рабочий орган считаем абсолютно твердым телом;
- ось вращения дебалансов вибровозбудителя горизонтальна;
- деформация упругих элементов происходит по линейной зависимости;
- учет внутренних сопротивлений в упругих элементах основывается на гипотезе вязкого трения;
- жесткостью муфты в поперечном направлении из-за малости величины пренебрегаем.

Введем следующие обозначения:

$m$  - масса рабочего органа;

$m_e, I_e$  - масса и момент инерции неуравновешенных частей вибровозбудителя соответственно;

$I_d$  - центральный момент инерции ротора электродвигателя привода вибровозбудителя;

$r_e$  - эксцентриситет дебалансного вибровозбудителя (расстояние от оси вращения до центра неуравновешенных масс - дебалансов).

$c_x$  - суммарный коэффициент жесткости опорных виброизоляторов в направлении оси  $x$ ;

$c_\varphi$  - коэффициент жесткости упругой муфты в направлении оси  $\varphi$  (на кручение);

$b_x, b_\varphi$  - коэффициенты вязких сопротивлений опорных виброизоляторов и упругой муфты.

Текущее положение рабочего тела будем определять абсолютным смещением  $x$  его центра масс от положения в статическом равновесии, положение дебаланса центробежного вибровозбудителя - углом отклонения  $\varphi_e$  вектора-эксцентриситета  $\vec{r}_e$  центра массы дебаланса от положения устойчивого равновесия, угол закручивания упругой муфты  $\varphi_d - \varphi_e$ . За обобщенные координаты  $q_i$  принимаем абсолютные координаты:  $q_1 = x, q_2 = \varphi_e, q_3 = \varphi_d$ .

Уравнения движения системы составляем в форме уравнений Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_{q_i},$$

где  $T, \Pi, \Phi$  - соответственно кинетическая, потенциальная энергии и диссипативная функция рассеяния энергии;

$q_i, \dot{q}_i, Q_i$  - соответственно обобщенные координаты, скорости, силы;

$i = 1, 2, 3$  - порядковый номер обобщенной координаты.

Кинетическая энергия системы может быть представлена в виде

$$T = \frac{1}{2} \left( M \dot{x}^2 + I \dot{\varphi}_e^2 + I_d \dot{\varphi}_d^2 \right) + m_e r_e \dot{\varphi}_e \dot{x} \sin \varphi_e,$$

где:  $M = m + m_e; I = I_e + m_e r_e^2$ .

Потенциальная энергия системы состоит из энергии деформации упругих опор, энергии закручивания упругой муфты и энергии положения дебалансов вибровозбудителя. Выражение для потенциальной энергии, отсчитываемой от положения статического равновесия, может быть записано в форме

$$\Pi = \frac{1}{2} \left[ c_x x^2 + c_\varphi (\varphi_\partial - \varphi_\varepsilon)^2 \right] + g m_\varepsilon r_\varepsilon (1 - \cos \varphi_\varepsilon),$$

где  $g$  - ускорение свободного падения.

Диссипативная функция рассеяния энергии Рэлея равна

$$\Phi = \frac{1}{2} \left[ b_x \dot{x}^2 + b_\varphi (\dot{\varphi}_\partial - \dot{\varphi}_\varepsilon)^2 \right],$$

где  $b_x = \mu_x c_x$ ,  $b_\varphi = \mu_\varphi c_\varphi$ ;

$\mu_x$ ,  $\mu_\varphi$  - коэффициент сопротивления материала, из которого изготовлены упругие элементы опорных виброизоляторов и упругой муфты.

Обобщенные силы по координатам  $x$ ,  $\varphi_\varepsilon$ ,  $\varphi_\partial$  соответственно равны:

$$Q_x = 0, \quad Q_{\varphi_\varepsilon} = -R_\varepsilon(\dot{\varphi}_\varepsilon), \quad Q_{\varphi_\partial} = L(\dot{\varphi}_\partial) - R_\partial(\dot{\varphi}_\partial),$$

где  $L(\dot{\varphi}_\partial)$  - момент, развиваемый электродвигателем привода вибровозбудителя.

Считая, что эксцентриситет дебалансного вибровозбудителя значительно больше амплитуды колебаний рабочего органа и учитывая постоянство знака угловой скорости, момент сил трения в подшипниках вибровозбудителя можно определить по известной зависимости

$$R_\varepsilon(\dot{\varphi}_\varepsilon) = 0,5 f_\varepsilon m_\varepsilon r_\varepsilon d_\varepsilon \dot{\varphi}_\varepsilon^2,$$

где  $f_\varepsilon$  - приведенный к внутреннему диаметру подшипника вибровозбудителя коэффициент трения;

$d_\varepsilon$  - диаметр внутреннего кольца подшипника вибровозбудителя.

Момент сил трения в подшипниках электродвигателя привода вибровозбудителя равен

$$R_\partial(\dot{\varphi}_\partial) = 0,5 f_\partial s_\partial d_\partial \dot{\varphi}_\partial^2,$$

где  $f_\partial$  - коэффициент трения, приведенный к внутреннему диаметру подшипника электродвигателя,

$s_\partial$  - остаточная неуравновешенность (статический момент массы) ротора электродвигателя;

$d_\partial$  - диаметр внутреннего кольца подшипника электродвигателя.

Асинхронные электродвигатели с короткозамкнутыми роторами находят предпочтительное применение в качестве привода центробежных вибровозбудителей вибрационных машин инерционного типа. Способ задания вращающего момента электродвигателя привода вибровозбудителя определяет степень идеализации двигателя и область изучаемых режимов вибромашины.

Известно, что статические характеристики асинхронного электродвигателя привода центробежного вибровозбудителя могут быть использованы для исследования движения колеблющихся масс вибромашины вблизи стационарного режима.

Так как в данной работе не предполагается изучение пусковых режимов, то воспользуемся классической моделью асинхронного электродвигателя, основанной на формуле Клосса [7]:

$$L(\dot{\varphi}_\delta) = \frac{2L_\kappa}{\frac{s}{s_\kappa} + \frac{s_\kappa}{s}},$$

где  $s = (\omega_c - \dot{\varphi}_\delta)/\omega_c$ ,  $s_\kappa = (\omega_c - \omega_\kappa)/\omega_c$  - соответственно текущее и критическое скольжение ротора электродвигателя;

$\omega_c$ ,  $\omega_\kappa$  - синхронная и критическая угловые скорости вращения ротора двигателя соответственно;

$L_\kappa$  - максимальный (критический) момент двигателя;

$\dot{\varphi}_\delta$  - скорость вращения ротора двигателя, близкая к номинальной  $\omega_n$ .

Критический момент  $L_\kappa$  и критическое скольжение  $s_\kappa$ , соответствующие критической скорости вращения  $\omega_\kappa$ , определяются через каталожные данные двигателя

$$L_\kappa = b_\kappa L_n, \quad s_\kappa = s_n (b_\kappa + \sqrt{b_\kappa^2 + 1}),$$

где  $b_\kappa$  - кратность максимального момента двигателя;

$s_n$  - номинальное скольжение;

$L_n$  - номинальный момент двигателя.

Тогда рассматриваемая колебательная система может быть описана следующими дифференциальными уравнениями

$$M\ddot{x} + c_x (\mu_x \dot{x} + x) = -m_\delta r_\delta (\ddot{\varphi}_\delta \sin \varphi_\delta + \dot{\varphi}_\delta^2 \cos \varphi_\delta),$$

$$I_\delta \ddot{\varphi}_\delta + c_\varphi [\mu_\varphi (\dot{\varphi}_\delta - \dot{\varphi}_\delta) + (\varphi_\delta - \varphi_\delta)] = -m_\delta r_\delta [(\ddot{x} + g) \sin \varphi_\delta + 0,5 f_\delta d_\delta \dot{\varphi}_\delta^2],$$

$$I_\delta \ddot{\varphi}_\delta + c_\varphi [\mu_\varphi (\dot{\varphi}_\delta - \dot{\varphi}_\delta) + (\varphi_\delta - \varphi_\delta)] = L(\dot{\varphi}_\delta) - 0,5 f_\delta s_\delta d_\delta \dot{\varphi}_\delta^2.$$

Расчет математических моделей динамических процессов исследуемой колебательной системы проводился в программном пакете MATLAB (рис. 3).

Рассмотрим движение рабочего органа ( $m=2000$  кг;  $c_x=0.2$  МН/м;  $\mu_x=8 \cdot 10^{-4}$  с), возбуждаемого дебалансным валом ( $I_\delta=0.14$  кг·м<sup>2</sup>;  $m_\delta=50$  кг;  $r_\delta=0.24$  м;  $\mu_\varphi=2 \cdot 10^{-4}$  с;  $f_\delta=0.003$ ;  $d_\delta=0.1$  м), соединенного либо жесткой связью либо через упругую муфту с валом электродвигателя привода ( $f_\delta=0.0013$ ;  $s_\delta=0.0001$  кг·м;  $d_\delta=0.04$  м;  $I_\delta=0.065$  кг·м<sup>2</sup>;  $P_n=5$  кВт;  $\omega_n=93.2$  рад/с;  $L_n=53.6$  Н·м;  $L_\kappa=126.2$  Н·м;  $s_n=0.11$ ;  $s_\kappa=0.853$ ).

На рис. 3,а приведены виброграммы перемещений, скоростей и ускорений движения рабочего органа, угловых скоростей вращения дебалансов вибровозбудителя и ротора электродвигателя, а также момента, развиваемого асинхронным электродвигателем привода вибровозбудителя для случая жесткой связи валов вибровозбудителя и электродвигателя.

Амплитудный спектр виброперемещения (рис. 3, б) позволяет эффективно выделять из спектра колебаний рабочего органа низкочастотные субгармонические составляющие. Спектр по виброскорости подчеркивает колебания в области основной гармонике, а по виброускорению – высокочастотные супергармонические составляющие. Следовательно, для анализа высокочастотных составляющих колебаний целесообразно применять амплитудный спектр виброускорения.

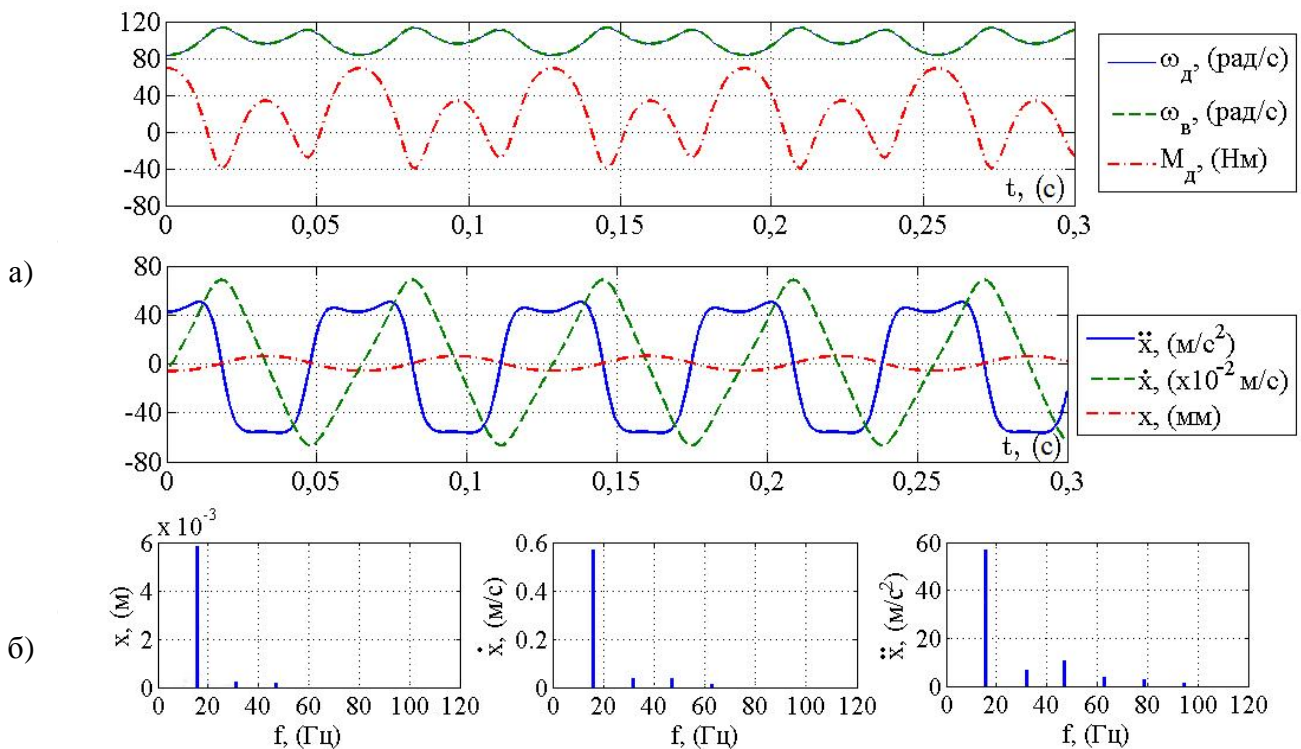


Рис. 3 – Виброграмма, полученная в результате моделирования установившегося режима работы при жесткой связи валов двигателя и возбудителя ( $c_\varphi \rightarrow \infty$ ) (а) и амплитудный спектр виброперемещения, виброскорости и виброускорения рабочего органа (б)

Выполненный частотный анализ колебаний рабочего органа позволил установить, что в спектре частот кроме основной частоты возбуждения 15.8 Гц (рис. 3, б) наблюдаются супергармонические (31.6 Гц; 47.4 Гц; 63.2 Гц и т.д.) составляющие. Однако величины амплитуд колебаний составляют не более 12 % (вторая гармоника с частотой 31.6 Гц) и 19 % (третья гармоника 47.4 Гц) от амплитуды основной гармоники. Вклад более высоких гармоник в спектр колебаний рабочего органа еще менее значителен.

На рис. 4 приведены результаты спектрального анализа при различной жесткости упругого элемента муфты трансмиссии привода вибровозбудителя  $c_\varphi$ . Следует отметить заметное возрастание вклада супергармонических колебаний в полигармонический спектр на определенных частотах в зависимости от величины жесткости. Так, при  $c_\varphi = 350$  Н·м/рад (рис. 4, а) амплитуда колебаний второй гармоники составила 92 %, а третьей 39 % от амплитуды первой гармоники. При жесткости упругого элемента муфты  $c_\varphi = 787.5$  Н·м/рад (рис. 4, б)

амплитуда колебаний второй гармоники составила 15 %, а третьей 69 % от амплитуды первой гармоники.

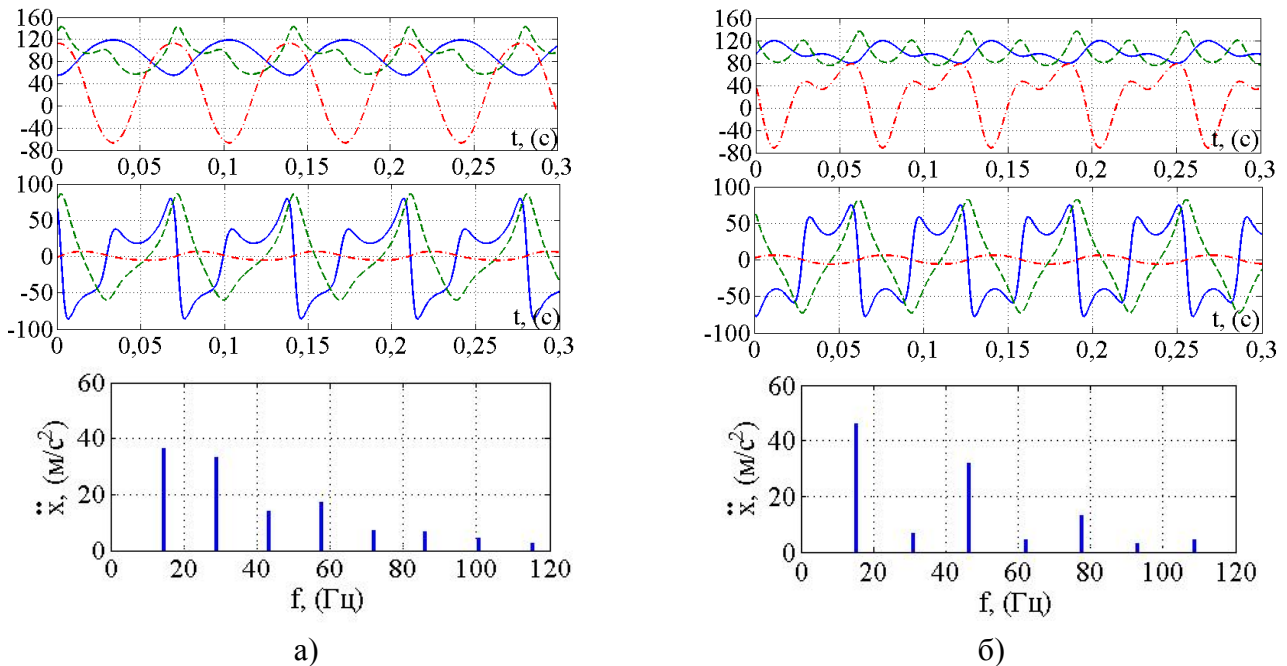


Рис. 4 – Виброграммы и амплитудные спектры виброускорения рабочего органа при различной величине коэффициента жесткости муфты: а)  $c_\varphi = 350 \text{ Н*м/рад}$  ; б)  $c_\varphi = 787.5 \text{ Н*м/рад}$  (обозначения графиков – на рис. 3)

Таким образом, возможна механическая настройка спектрального состава колебаний исполнительного органа вибромашины путем использования упругих муфт с разной жесткостью упругого слоя на кручение в трансмиссии привода центробежного вибровозбудителя. В качестве материала для изготовления упругого слоя целесообразно использовать резину. В этом случае статическая жесткость упругого элемента, работающего на коаксиальное кручение, может быть определена как для резинометаллического шарнира [5]:

$$c_\varphi^{cm} = \frac{4\pi\sigma l r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – максимальный и минимальный радиусы резинового слоя соответственно;

$l$  – длина резинового слоя;

$\sigma$  – модуль сдвига резины.

Динамическую жесткость, используемую в исходных данных при моделировании процесса, для диапазона частот 150...180 рад/с рекомендуют определять как [5]

$$c_\varphi = 1.1c_\varphi^{cm}.$$

Необходимую жесткость упругого элемента муфты в трансмиссии дебалансного вибровозбудителя инерционной одномассовой вибромашины, можно получить изменением



геометрических размеров (одного или нескольких) упругого слоя муфты для одной и той же марки резины или использованием разных марок резины при одинаковых размерах муфты.

## **5. Выводы.**

В результате выполненных теоретических исследований:

- разработана математическая модель одномассовой колебательной системы с инерционным вибровозбудителем дебалансного типа с упругой муфтой в трансмиссии вибропривода;

- установлено, что при определенных жесткостных и инерционных параметрах элементов трансмиссии возможно получить эффективный вклад супергармонических колебаний в общий спектр колебаний рабочего органа вибромашины;

- полученные закономерности могут быть использованы при создании новых и модернизации существующих вибрационных машин, например для угольной и горнорудной промышленности (грохоты, дробилки, мельницы, сепараторы, конвейеры, питатели и др.).

Дальнейшим развитием данного направления являются экспериментальные исследования в лабораторных и промышленных условиях.

Выполненные исследования послужили основой для подачи заявки на предполагаемое изобретение.

## **Список литературы**

**1. Букин С.Л.** Интенсификация технологических процессов вибромашин путем реализации бигармонических режимов работы / С.Л. Букин, С.Г. Маслов, А.П. Лютый, Г.Л. Резниченко // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2009. – Вип. 36 (77) - 37 (78). – С. 81-89.

**2. Шевченко Г.А.** Поличастотные грохоты для разделения тонких сыпучих материалов / Г.А. Шевченко, В.Г. Шевченко, А.Р. Кадыров / Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2009. – Вип. 36 (77) - 38 (79). – С. 44-50.

**3. Гончаревич И.Ф.** О повышении производительности и рентабельности промышленных нанотехнологий. М.: РИА. Секция «Горное дело». - 2010.[электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.slaviza.ru/mashinostroenie/>

**4.** Практическое использование нелинейных эффектов в вибрационных машинах / С.Л. Цыфанский, В.И. Бересневич, А.Б. Окс: Под ред. **К.М. Рагульскиса**. – СПб.: Политехника, 1992. – 95 с.

**5.** Вибрации в технике: Справочник. Т.4. Вибрационные процессы и машины / Под ред. **Э.Э. Лавендела**. - М.: Машиностроение, 1981.- 509 с.

**6. Гончаревич И.Ф.** Динамика горных машин с упругими связями / И.Ф. Гончаревич, А.В. Докукин // - М.: Недра, 1975. – 212 с.

**7. Сипайлов Г.А.** Электрические машины (специальный курс) / Г.А. Сипайлов, Е.В. Кононенко, К.А. Хорьков. – М.: Высшая школа, 1987. - 287 с.