

Д.О. Толкачёв, аспирант,
ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет»

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ

Рассмотрен процесс проведения анализа с помощью метода главных компонент. Проанализирована возможность применения метода главных компонент для определения конкурентоспособности предприятия с помощью метода «сломанной трости», критерия «каменистой осыпи».

Ключевые слова: конкурентоспособность предприятия, метод главных компонент, метод «сломанной трости», критерий «каменистой осыпи».

Постановка проблемы в общем виде. В настоящее время существует несколько групп методов оценки конкурентоспособности предприятия: табличный, матричный, графический, интегральный. Однако только последний из них предполагает вычисление результирующего показателя, что позволяет повысить точность оценки и как следствие улучшить её качество.

Анализ последних исследований и публикаций. Наиболее полное отражение математический аппарат оценки конкурентоспособности предприятия нашёл в работах таких учёных, как Р.А. Фатхутдинов [1], А.С. Шальминова [2], В.А. Мошнов [3], И. Максимов [4], Д.С. Воронов [5]. Однако, ввиду определённых недостатков, присущих вышеперечисленным работам (ограниченное число факторов конкурентоспособности, использование субъективных оценок, математическая необоснованность), возникла необходимость разработки нового метода оценки конкурентоспособности предприятия.

Цель статьи. Оценить возможность применения метода главных компонент для определения конкурентоспособности предприятия.

Основная часть. Множество критериев определения конкурентоспособности предприятия привели к необходимости найти математически обоснованный критерий для уменьшения количества показателей, т.е. получить множество меньшей размерности.

С помощью метода главных компонент можно:

- аппроксимировать данные линейными многообразиями меньшей размерности;
- найти подпространства меньшей размерности, в ортогональной проекции на которые разброс данных (т.е. среднеквадратичное отклонение от среднего значения) максимален;
- найти подпространства меньшей размерности, в ортогональной проекции на которые среднеквадратичное расстояние между точками максимально;
- для данной многомерной случайной величины построить такое ортогональное преобразование координат, что в результате корреляции между отдельными координатами обратятся в ноль.

Задача — найти такое ортогональное преобразование в новую систему координат, для которого были бы верны следующие условия:

- выборочная дисперсия данных вдоль первой координаты максимальна (эту координату называют первой главной компонентой);
- выборочная дисперсия данных вдоль второй координаты максимальна при условии ортогональности первой координате (вторая главная компонента).

Векторы главных компонент для задач о наилучшей аппроксимации и о поиске ортогональных проекций с наибольшим рассеянием — это ортонормированный набор $\{a_1, \dots, a_n\}$ собственных векторов эмпирической ковариационной матрицы C , расположенных в порядке убывания собственных значений $\lambda : \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$. Эти векторы служат оценкой для

собственных векторов ковариационной матрицы $cov(X_i, X_j)$. В базисе из собственных векторов ковариационной матрицы она, естественно, диагональная, и в этом базисе коэффициент ковариации между различными координатами равен нулю.

Математическое содержание метода главных компонент — это спектральное разложение ковариационной матрицы C , то есть представление пространства данных в виде суммы взаимно ортогональных собственных подпространств C , а самой матрицы C — в виде линейной комбинации ортогональных проекторов на эти подпространства с коэффициентами λ_i .

Матрица A преобразования данных к главным компонентам строится из векторов главных компонент: $A = \{a_1, \dots, a_n\}^T$. Здесь a_i — ортонормированные векторы-столбцы главных компонент, расположенные в порядке убывания собственных значений, верхний индекс T означает транспонирование.

После преобразования большая часть вариации данных будет сосредоточена в первых координатах, что даёт возможность отбросить оставшиеся и рассмотреть пространство уменьшенной размерности.

Как только получена информация о том, сколько дисперсии выделил каждый фактор, можно переходить к вопросу о том, сколько факторов следует оставить. По своей природе это решение произвольно. Однако имеются некоторые общеупотребительные рекомендации.

Для определения количества необходимых компонент можно использовать метод определения относительной погрешности.

При замене векторов данных x_i на их проекцию на первые K главных компонент вносится средний квадрат ошибки в расчете на один вектор данных:

$$\sum_{l=k+1}^n \lambda_l \quad (1)$$

где $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$ собственные значения эмпирической ковариационной матрицы C , расположенные в порядке убывания, с учетом кратности.

Эта величина называется остаточной дисперсией.

$$\sum_{l=1}^n \lambda_l \quad (2)$$

Величина(2) называется объяснённой дисперсией. Их сумма равна выборочной дисперсии. Соответствующий квадрат относительной ошибки — это отношение остаточной дисперсии к выборочной дисперсии (то есть доля необъяснённой дисперсии):

$$\delta_k^2 = \frac{\lambda_{k+1} + \lambda_{k+2} + \dots + \lambda_n}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n} \quad (3)$$

Для определения возможности определения конкурентоспособности предприятий, уменьшив число исследуемых параметров с помощью МГК, была проанализирована работа пяти машиностроительных предприятия Украины.

Проанализировав работы [1-5] можно заключить, что основными факторами, влияющими на конкурентоспособность предприятия, являются: конкурентоспособность товара, финансовое состояние предприятия, организация сбыта товара.

Для отражения этих аспектов были использованы следующие финансово-экономические показатели: X1 – рентабельность активов, X2 – текущая ликвидность, X3 – коэффициент финансовой автономии, X4 – оборотность активов, X5 – коэффициент обеспеченности оборота собственными оборотными средствами[6].

Определены собственные значения λ_i эмпирической ковариационной матрицы, остаточную и объяснённую дисперсии, а также квадрат относительной ошибки при числе главных компонент K. Результаты расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1 Расчет относительной погрешности при различном числе главных компонент.

К	λ_i	$\sum_{l=k+1}^n \lambda_l$	$\sum_{l=1}^n \lambda_l$	δ_k^2
1	4,074	5	1,559	0,185
2	0,712	0,926	1,559	0,043
3	0,195	0,214	1,559	0,004
4	0,019	0,019	1,559	0,000

По относительной ошибке оценивается применимость метода главных компонент с проецированием на первые компоненты. Таким образом, при включении в исследование только одной главной компоненты квадрат относительной ошибки составляет 0,185, двух первых компонент – 0,043 и т.д.

Целевой подход к оценке числа главных компонент по необходимой доле объяснённой дисперсии формально применим всегда, однако неявно он предполагает, что нет разделения на "сигнал" и "шум", и любая заранее заданная точность имеет смысл. Поэтому часто более продуктивна иная эвристика, основывающаяся на гипотезе о наличии "сигнала" (сравнительно малая размерность, относительно большая амплитуда) и "шума" (большая размерность, относительно малая амплитуда). С этой точки зрения метод главных компонент работает как фильтр: сигнал содержится, в основном, в проекции на первые главные компоненты, а в остальных компонентах пропорция шума намного выше.

Вопрос, как оценить число необходимых главных компонент, если отношение "сигнал/шум" заранее неизвестно? Одним из наиболее популярных эвристических подходов является правило сломанной трости (англ. Broken stick model) [7]. Этот критерий предложен Кайзером (Kaiser, 1960), и является, вероятно, наиболее широко используемым. Набор нормированных собственных чисел $(\lambda_i / trC, i = 1, n)$ сравнивается с

распределением длин обломков трости единичной длины, сломанной в (n-1)-й случайно выбранной точке (точки разлома выбираются независимо и распределены равномерно по длине трости). Пусть L_i ($i=1,n$) - длины полученных кусков трости, занумерованные в порядке убывания длины: $L_1 \geq L_2 \geq \dots \geq L_n$.

По правилу сломанной трости K -й собственный вектор (в порядке убывания собственных чисел) сохраняется в списке главных компонент, если выполняется условие (4)

$$\frac{\lambda_1}{trC} > l_1; \frac{\lambda_2}{trC} > l_2; \dots \frac{\lambda_k}{trC} > l_k; \quad (4)$$

В нашем случае имеем 4-мерного пространство:

$$l_1=(1+1/2+1/3+1/4)/4; l_2=(1/2+1/3+1/4)/4; l_3=(1/3+1/4)/4; l_4=(1/4)/4.$$

В таблице 2 приводится расчет по методу «сломанной трости»

Таблица 2 Расчет по методу «сломанной трости»

К	$\frac{\lambda_i}{trC}$	l_i	сравнение
1	2,613	0,521	$\frac{\lambda_1}{trC} > l_1;$
2	0,457	0,271	$\frac{\lambda_2}{trC} > l_2;$
3	0,125	0,146	$\frac{\lambda_3}{trC} < l_3;$
4	0,012	0,063	$\frac{\lambda_4}{trC} < l_4;$

По правилу сломанной трости для первой главной компоненты $\frac{\lambda_1}{trC}$ почти в 5 раз больше l_1 , для второй главной компоненты $\frac{\lambda_2}{trC}$ примерно в 1,5 раза больше l_2 . В связи с этим в исследование следует включить либо 1, либо 2 главные компоненты.

Другим популярным подходом определения числа необходимых главных компонент является критерий каменистой осыпи. Критерий каменистой осыпи - графический метод, впервые предложенным Р.Кэттелем (Cattell, 1966) [8].

Кэттель предложил найти такое место на графике собственных значений матрицы корреляций, где убывание собственных значений слева направо максимально замедляется. Предполагается, что справа от этой точки находится только "факториальная осыпь" - "осыпь" является геологическим термином, обозначающим обломки горных пород, скапливающиеся в нижней части скалистого склона.

На рис. 1 показаны собственные значения матрицы корреляций и вклад каждого фактора в общую дисперсию. В соответствии с этим критерием можно оставить в этом примере 1 или 2 фактора.

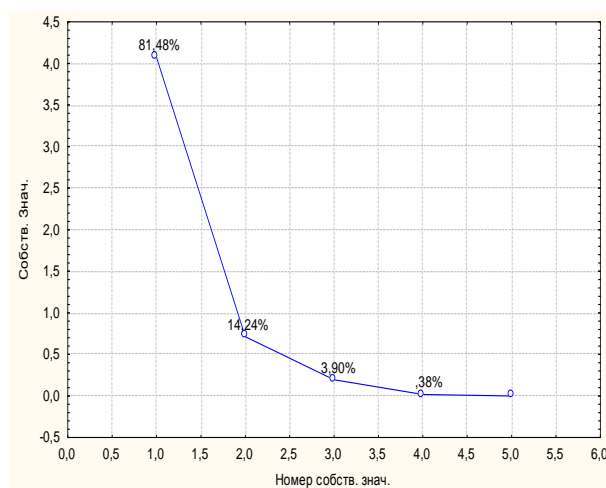


Рис. 1 Собственные значения матрицы корреляций

Из рис.1 видно, что 81,48% общей дисперсии обусловлено изменением первой главной компоненты, и только 14,24% - изменением второй компоненты т.е. заменив 5 исследуемых фактора одной (первой) главной компонентой мы включаем в исследования 81,48% варьирования всех 5 показателей конкурентоспособности.

Для наглядности возможности перехода от переменных X_i к главным компонентам (факторам) на факторной плоскости (X – первая главная

компонента, Y- вторая главная компонента) на рис. 2 изображаем проекции переменных X_i , а также составляем таблицу 5 факторных координат переменных

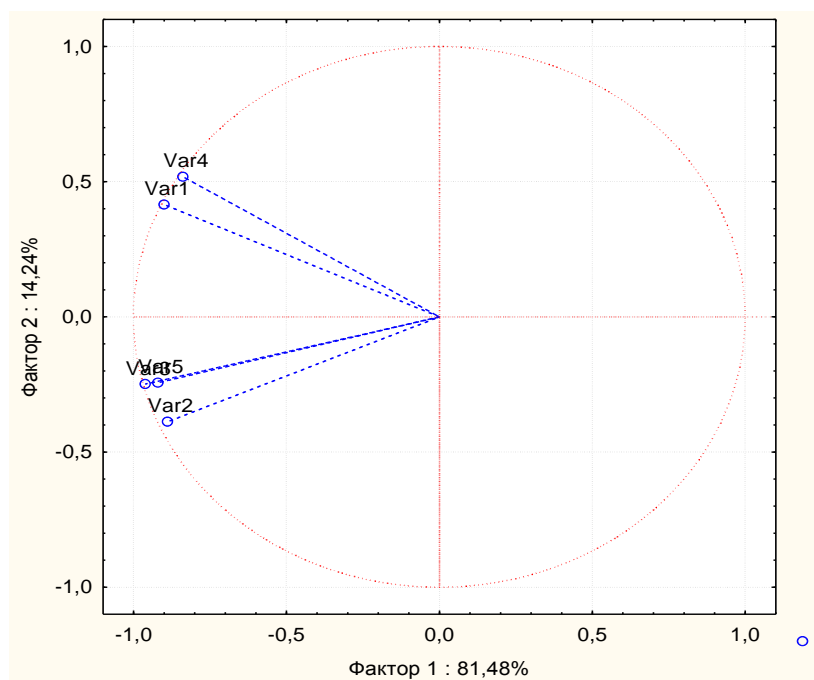


Рис. 2 Проекция переменных на факторную плоскость

Таблица 3 Координаты переменных на первые 2 главные компоненты (факторы)

Переменная	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Координата Фактора 1	-0.900	-0.889	-0.961	-0.838	-0.921
Координата Фактора 2	0,415	-0,388	-0,249	0,518	-0,243

Из рисунка 2 и таблицы 3 видно, что все переменные сгруппированы в проекции на фактор 1 от -0,961 до -0,838, т.е. в интервале 0,123. Для второго фактора переменные разбросаны в интервале от -0,388 до 0,518, т.е. довольно в большом интервале 0,906. Поэтому для исследования целесообразно использовать только одну первую главную компоненту.

Вклад всех пяти переменных в первую компоненту примерно равноценный и колеблется от 17,2% (для четвертой переменной) до 22,7% (для третьей переменной). На второго фактора существенное влияние оказывают только 3 переменные, на третий – две переменные, а четвертый

на 67,8% зависит от третьей переменной (таблица 4). Это также показывает, что при исследовании конкурентоспособности предприятия целесообразно использовать только одну (первую) главную компоненту.

Таблица 4 Вклад переменных в факторы

	Фактор 1	Фактор 2	Фактор 3	Фактор 4
X1	0,199	0,242	0,093	0,020
X2	0,194	0,211	0,287	0,168
X3	0,227	0,087	0,013	0,627
X4	0,172	0,377	0,143	0,046
X5	0,208	0,083	0,465	0,140

Выводы и направления дальнейших исследований. В статье было исследована возможность применения метода главных компонент для определения конкурентоспособности предприятия с помощью 5 факторов (рентабельность активов, текущая ликвидность, коэффициент финансовой автономии, оборотность активов, коэффициент обеспеченности оборота собственными оборотными средствами). При исследовании с помощью метода «сломанной трости» и критерия «каменистой осыпи» было выявлено, что метод главных компонент можно применять для исследования конкурентоспособности предприятия по первой главной компоненте.

Перспективами дальнейших исследований является выявление возможности автоматизации определения конкурентоспособности предприятий с помощью разработанного метода.

Список использованных источников

1. Фатхутдинов Р.А. Управление конкурентоспособностью организации [Текст] / Р.А. Фатхутдинов – 2-е изд., испр. и доп – М.: Эксмо, 2005. – 544 с.
2. Фасхиев В.А. Как измерить конкурентоспособность предприятия? [Электронный ресурс] / В.А. Фасхиев // Журнал «Маркетинг в России и за рубежом» – Режим доступа : URL: <http://www.mavriz.ru/articles/2003/4/97.html>.

3. Мошнов В.А. Комплексная оценка конкурентоспособности предприятия [Электронный ресурс] / В.А. Мошнов // Корпоративный менеджмент – Режим доступа URL: http://www.cfin.ru/management/strategy/estimate_competitiveness.shtml.

4. Максимов И. Оценка конкурентоспособности промышленного предприятия [Текст]/ Маркетинг. – 1996. - №3. – с. 51-56.

5. Воронов Д.С. Предлагаемая методика оценки конкурентоспособности предприятия [Электронный ресурс] / Д.С. Воронов // Конкурентоспособность предприятия: оценка, анализ, пути повышения – Режим доступа URL: <http://vds1234.narod.ru/>.

6. Костенко Т.Д. Економічний аналіз і діагностика стану сучасного підприємства[Текст]: Навч. посібник / Т.Д. Костенко, Є.О. Підгора, В.С. Рижиков та Ін.; вид. 2ге перер. та допов. – К.: Центр учбової літератури, 2007 – 400 с.

7. Cangelosi R. , Goriely A., Component retention in principal component analysis with application to cDNA microarray data, Biology Direct 2007, 2:2.

8. Главные компоненты и факторный анализ. – StatSoft [Электронный ресурс] / Электронный учебник. – Режим доступа URL: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stfacan.html#index>.

Толкачов Д.О. *О можливості визначення конкурентоспроможності підприємства за допомогою методу головних компонент.*

Розглянуто процес проведення аналізу за допомогою методу головних компонент. Проаналізовано можливість застосування методу головних компонент для визначення конкурентоспроможності підприємства за допомогою методу «зламаною тростини», критерію «кам'янистого осипу».

Ключові слова: конкурентоспроможність підприємства, метод головних компонент, метод «зламаною тростини», критерій «кам'янистого осипу».

Tolkachov Dmitriy. *Applying principal component analysis to determine the competitiveness of enterprises.*

The process of analysis using principal component was shown. The feasibility of applying principal component analysis to determine the competitiveness of enterprises using the "broken stick model" test and the criterion of "scree."

Key words: competitiveness of enterprises, the principal component analysis, a method of " broken stick model ", the criterion of "scree."

Толкачѳв Д.О. *О возможности определения конкурентоспособности предприятия с помощью метода главных компонент*

Рассмотрен процесс проведения анализа с помощью метода главных компонент. Проанализирована возможность применения метода главных компонент для определения конкурентоспособности предприятия с помощью метода «сломанной трости», критерия «каменистой осыпи».

Ключевые слова: конкурентоспособность предприятия, метод главных компонент, метод «сломанной трости», критерий «каменистой осыпи».