

УДК 004.3

Матричная реализация автомата Мура с расширением кодов состояний перехода

А. А. Баркалов, Р. В. Мальчева, К. А. Солдатов
Донецкий национальный технический университет
raisa@cs.dgtu.donetsk.ua

Abstract

Barkalov A.A., Malcheva R.V., Soldatov K.A. Matrix Realization of Moore Finite State Machine with an Extension of State Codes. The paper offers a method based on representation of the next state code as a concatenation of codes for class of pseudoequivalent states and collection of microoperations.

Введение

Модель микропрограммного автомата (МПА) Мура [1] часто используется при реализации устройств управления цифровых систем [2,3]. Прогресс в области микроэлектроники привел к появлению разнообразных программируемых логических устройств [4,5], используемых при реализации схемы МПА. Однако при массовом производстве изделий микроэлектроники по-прежнему широко используются заказные схемы типа ASIC (Application-Specified Integrated Circuits) [6]. При этом, как правило, схемы МПА реализуются в виде матричных структур, использующих принцип распределенной логики [7].

Одной из важных проблем, возникающих при реализации схемы МПА на заказных матрицах, является уменьшение площади кристалла, занимаемой схемой. Одним из путей решения этой проблемы является оптимальное кодирование состояний [8]. Однако этот подход не позволяет оптимизировать схему формирования выходных сигналов.

В настоящей работе мы предлагаем метод оптимизации, основанный на представлении кода состояния МПА в виде конкатенации кодов класса псевдоэквивалентных состояний и кода набора микроопераций (микрокоманды). Такой подход позволяет уменьшить аппаратные затраты в комбинационных блоках МПА и не приводит к потере быстродействия.

Целью исследования является оптимизация схемы МПА Мура за счет нестандартного представления кодов состояний.

Задачей исследования является разработка метода синтеза МПА Мура, позволяющего уменьшить площадь матриц в схеме автомата. При этом алгоритм управления представляется в виде граф-схемы алгоритма (ГСА) [1].

Общие положения и основная идея предлагаемого метода

Пусть автомат Мура задан прямой структурной таблицей (ПСТ) со столбцами [1]: $a_m, K(a_m), a_s, K(a_s), X_h, \Phi_h, h$. Здесь a_m - исходное состояние МПА; $K(a_m)$ - код состояния $a_m \in A$ разрядности $R_A = \lceil \log_2 M \rceil$, для кодирования состояний используются внутренние переменные из множества $T = \{T_1, \dots, T_{R_A}\}$; $a_s, K(a_s)$ - соответственно состояние перехода и его код; X_h - входной сигнал, определяющий переход $\langle a_m, a_s \rangle$, и равный конъюнкции некоторых элементов (или их отрицаний) множества логических условий $X = \{x_1, \dots, x_L\}$; Φ_h - набор функций возбуждения триггеров памяти МПА, принимающих единичное значение для переключения памяти из $K(a_m)$ в $K(a_s)$, $\Phi_h \subseteq \Phi = \{\phi_1, \dots, \phi_{R_A}\}$; $h = 1, \dots, H$ - номер перехода. В столбце a_m записывается набор микроопераций Y_q , формируемых в состоянии $a_m \in A$, где $Y_q \subseteq Y = \{y_1, \dots, y_N\}$, $q = 1, \dots, Q$. Эта таблица является основой для формирования систем функций

$$\Phi = \Phi(T, X), \quad (1)$$

$$Y = Y(T), \quad (2)$$

задающих логическую схему МПА. Системы (1)-(2) определяют матричную схему МПА Мура U_1 , состоящую из четырех матриц (Рис. 1).

В автомате U_1 конъюнктивная матрица M_1 реализует систему термов $F = \{F_1, \dots, F_H\}$; дизъюнктивная матрица M_2 реализует систему (1); конъюнктивная матрица M_3 реализует термы $A_m (m=1, \dots, M)$, соответствующие состоянием МПА; дизъюнктивная матрица M_4 реализует функции системы (2). Регистр RG служит для хранения кодов состояний и управляется сигналами Start (обнуление) и Clock (изменение содержимого в зависимости от функции Φ). Матрицы M_1 и M_2 определяют блок функций возбуждения памяти (БФП), а

матриці M_3 і M_4 – блок мікрооперацій (БМО). Для зменшення площі блока БФП може використовуватися метод оптимального кодування состояний [8], позволяющий зменшити число термов в системі (1) до H_0 . Здесь H_0 – число переходов еквівалентного автомата Мили. Площа блок БМО може бути зменшена за счет уточненого кодування состояний [9]. В пределі кожна мікрооперація $y_n \in Y$ виражається однією кон'юнкцією матриці M_3 і матриця M_4 відсутнює. Для оптимального і уточненого кодування може використовуватися, наприклад, відомий алгоритм ESPRESSO [3]. Однак обидва ці методи не можуть бути використані одночасно, тобто кодування состояний позволяє зменшити площу або БФП, або БМО.

В нинішній роботі пропонується метод, позволяющий зменшити площу матричної реалізації для обох блоків МПА Мура.

Однією з особливостей МПА Мура є наявність псевдоеквівалентних состояний [8], тобто состояний з однаковими переходами під впливом однакових входніх сигналів. Такі состояння відповідають операторним вершинам [1] алгоритму управління, виходи яких пов'язані з входом однієї і тієї ж вершини алгоритму.

Пусть $\Pi_A = \{V_1, \dots, V_l\}$ – розбиття множини A на класи псевоеквівалентних состояний. Закодуємо класи $V_i \in \Pi_A$ двоичними кодами $K(V_i)$ розрядності

$$R_B = \lceil \log_2 I \rceil. \quad (3)$$

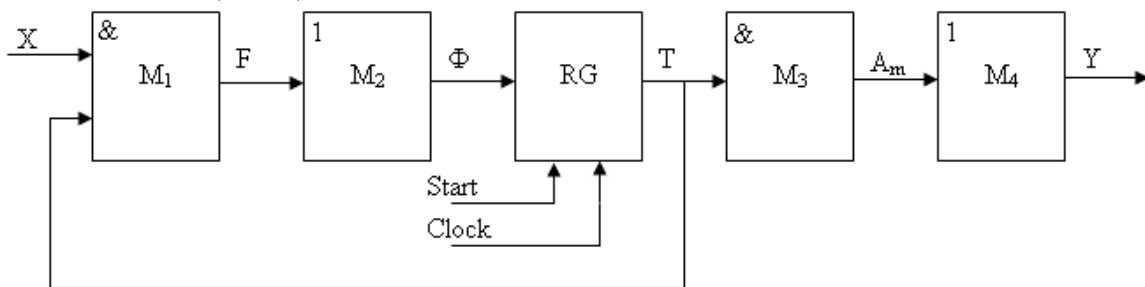


Рисунок 1 – Матрична реалізація автомата Мура U_1

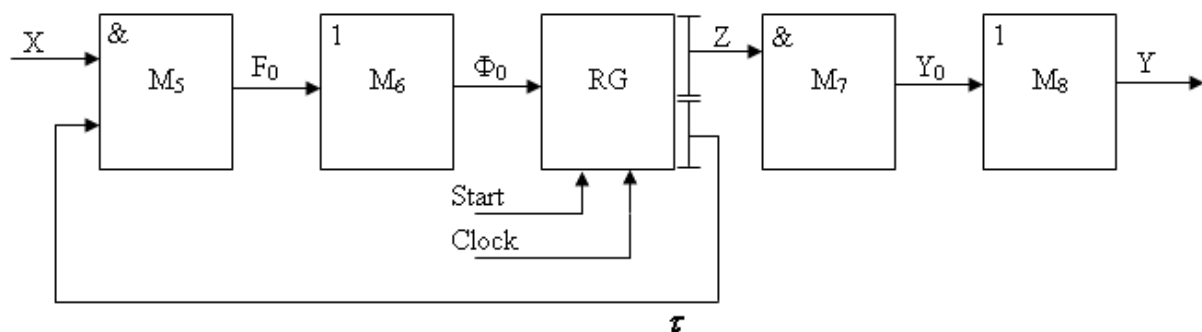


Рисунок 2 – Матрична реалізація автомата Мура U_2

Пусть исходная ГСА Γ включает Q парно различных наборов мікрооперацій (НМО) $Y_q \subseteq Y$. Закодуємо набір Y_q двоичним кодом $K(Y_q)$ розрядності

$$R_Y = \lceil \log_2 Q \rceil. \quad (4)$$

Пусть операторная вершина b_i ГСА Γ соответствует состоянию $a_m \in B_i$ и пусть в ней записан набор мікрооперацій Y_q . Тогда код состояния $a_m \in A$ можно представить в виде конкатенации кодов

$$K(a_m) = K(B_i) * K(Y_q), \quad (5)$$

где * – знак конкатенации.

Представление кодов состояний в форме (5) позволяет перейти к матричной реалізації МПА Мура U_2 (Рис. 2)

$$K(a_m) = K(B_i) * K(Y_q), \quad (5)$$

где * – знак конкатенации.

Представление кодов состояний в форме (5) позволяет перейти к матричной реалізації МПА Мура U_2 (Рис. 2)

В автомате U_2 матрица M_5 реализует систему термов F_0 , соответствующих строкам ПСТ, матрица M_6 реализует систему функций возбуждения памяти Φ_0 , матрица M_7 реализует термы Y_0 , входящие в систему функций $y_n \in Y$; матрица M_8 реализует систему мікрооперацій $y_n \in Y$.

Матрица M_5 и M_6 образуют блок БФП, реализующий функции

$$\Phi_0 = \Phi_0(\tau, X). \quad (6)$$

Матрицы M_7 и M_8 образуют блок БМО, реализующий функции

$$Y = Y(Z). \quad (7)$$

При этом элементы множества $\tau = \{\tau_1, \dots, \tau_{R_B}\}$ используются для кодирования классов $V_i \in P_A$, а элементы множества $Z = \{z_1, \dots, z_{R_Y}\}$ используются для кодирования наборов микроопераций.

Предлагаемый подход имеет ряд положительных качеств:

1. Коды классов не зависят от кодов микроопераций (и наоборот). Поэтому классы можно закодировать так, чтобы упростить схему БМО.

2. Число строк таблицы переходов МПА U_2 всегда равняется N_0 и не зависит от метода кодирования состояний.

Как было отмечено, для кодирования состояний МПА U_1 достаточно

$$R_A = \lceil \log_2 M \rceil \quad (8)$$

разрядов. Очевидным недостатком МПА U_2 является увеличение числа функций Φ , которое определяется суммой R_B и R_Y . Однако этот недостаток компенсируется значительным уменьшением площади блоков БФП и БМО по сравнению с моделью U_1 .

Метод синтеза автомата Мура с расширенными кодами состояний и оценка сложности реализации схемы

В данной работе предлагается метод синтеза МПА Мура U_2 по граф-схеме алгоритма Г.

Метод включает следующие этапы:

1. Отметка ГСА Г и формирование множества состояний А.

2. Разбиение множества А на классы псевдоэквивалентных состояний.

3. Кодирование классов $V_i \in P_A$.

4. Кодирование наборов микроопераций $Y_q \subseteq Y$.

5. Формирование преобразованной прямой структурной таблицы МПА.

6. Формирование системы термов F_0, Y_0 и функций Φ_0 и Y на их основе.

7. Реализация матриц M_5 - M_8 .

Первый этап выполняется по известной методике [1], когда каждая операторная вершина отмечается отдельным состоянием.

Второй этап выполняется тривиальным образом, используя определение псевдоэквивалентных состояний [8]. Напомним, что состояния $a_m, a_s \in A$, называются

псевдоэквивалентными, если отмеченные ими операторные вершины ГСА связаны со входом одной и той же вершины.

Кодирование классов $V_i \in P_A$ не влияет на длину ПСТ, так как она гарантировано равна N_0 .

Поэтому коды $K(V_i)$ могут быть выбраны произвольным образом. Кодирование наборов микроопераций необходимо выполнить так, чтобы максимально уменьшить число термов в системе Y_0 . В пределе этот параметр равен числу микроопераций N . Для кодирования наборов микроопераций можно использовать известные методы из [1] или алгоритм ESPRESSO [3].

Сложность матричной реализации определяется суммарной площадью матриц в схеме МПА [1]. При этом площадь матриц оценивается как произведение числа ее входов на число ее выходов. Эта оценка носит теоретический характер, так как не учитывает размеры элементов матрицы [1]. Однако такой оценки вполне достаточно для сравнения разных моделей МПА, реализующих один и тот же алгоритм управления. Пусть $S(M_i)$ – площадь матрицы M_i ($i=1, \dots, 8$), тогда матрицы для моделей U_1 и U_2 оцениваются следующим образом:

$$S(M_1) = 2 * (L + R_A) * N; \quad (9)$$

$$S(M_2) = N * R_A; \quad (10)$$

$$S(M_3) = 2 * R_A * M; \quad (11)$$

$$S(M_4) = M * N; \quad (12)$$

$$S(M_5) = 2 * (L + R_B) * N_0; \quad (13)$$

$$S(M_6) = N_0 * (R_B + R_Y); \quad (14)$$

$$S(M_7) = 2 * R_Y * N_0; \quad (15)$$

$$S(M_8) = N_0 * N. \quad (16)$$

Для конъюнктивных матриц используются как прямые, так и инверсные значения входных переменных. Поэтому в формулах (9), (11), (13) и (15) фигурирует коэффициент 2.

Очевидно, что $S(M_1)+S(M_2)$ определяет площадь блока БФП, а $S(M_3)+S(M_4)$ – площадь блока БМО модели U_1 . Сумма формул (9)-(12) дает общую площадь, занимаемую схемой МПА U_1 для конкретного алгоритма управления. Аналогично определяются площади для блоков и схемы в целом в случае модели U_2 .

Пример применения предложенного метода

Рассмотрим пример синтеза МПА Мура $U_2(\Gamma_1)$, заданного ГСА Γ_1 (рис.3). В общем случае символ $U_i(\Gamma_j)$ обозначает, что ГСА Γ_j интерпретируется моделью автомата U_i . Как следует из ГСА Γ_1 множество А включает $M=8$ элементов, которые включены в $I=4$ класса разбиения P_A .

Это разбиение включает классы $V_1 = \{a_1\}$,

$$B_2 = \{a_2, a_3, a_4\}, B_3 = \{a_5, a_6\}, B_4 = \{a_7, a_8\}$$

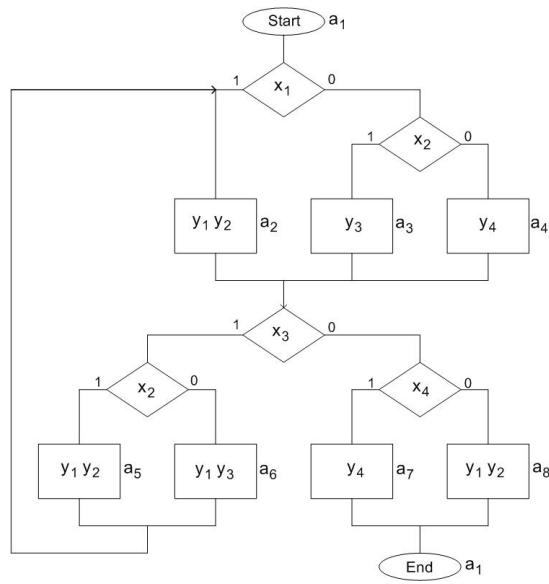


Рисунок 3 – Исходная ГСА Γ_1

Для кодирования классов $B_i \in \Pi_A$ достаточно $R_B = 2$ переменных, т.е. $\tau = \{\tau_1, \tau_2\}$. В вершинах ГСА Γ_1 находится $Q = 5$ различных наборов микроопераций: $Y_1 = 0$, $Y_2 = \{y_1, y_2\}$, $Y_3 = \{y_3\}$, $Y_4 = \{y_4\}$, $Y_5 = \{y_1, y_3\}$. Для кодирования этих наборов достаточно $R_Y = 3$ переменных, т.е. $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$. Используем принцип частотного кодирования [1] для классов псевдоэквивалентных состояний: чем больше состояний включает класс, тем меньше единиц содержит его код. В нашем случае этот подход отражается в следующих кодах: $K(B_1) = 11$, $K(B_2) = 00$, $K(B_3) = 01$, $K(B_4) = 10$.

Закодируем наборы микроопераций так, чтобы уменьшить максимальным образом число термов N_0 . Один из вариантов кодирования показан в карте Карно (Рис. 4).

	$Z_2 Z_3$		
Z_1	00	01	11
0	Y_2	Y_4	*
1	Y_5	Y_3	*

Рисунок 4 – Коды наборов микроопераций автомата $U_2(\Gamma_1)$

Из рис. 3 и 4 можно получить следующую систему формул:

$$\begin{aligned} y_1 &= Y_2 \vee Y_5 = \overline{z_2 z_3} = \Delta_1; \\ y_1 &= Y_2 = z_1 z_2 z_3 = \Delta_2; \\ y_1 &= Y_3 \vee Y_5 = z_1 = \Delta_3; \\ y_1 &= Y_4 = \overline{z_1 z_3} = \Delta_4. \end{aligned} \quad (17)$$

Коды классов $B_i \in \Pi_A$ и наборов

микроопераций $Y_q \subseteq Y$ позволяет получить расширенные коды состояний перехода (5). Например, $K(a_1) = K(B_1) * K(Y_1) = 11010$, $K(a_2) = K(B_2) * K(Y_2) = 00000$ и так далее.

Преобразованная ПСТ содержит столбцы B_i , $K(B_i)$, a_s , $K(a_s)$, X_h , Φ_h , h . Назначение этих столбцов очевидно из преобразованной ПСТ МПА Мура $U_2(\Gamma_1)$, имеющей $N_0 = 9$ строк (Табл. 1).

Таблица 1. Преобразованная ПСТ автомата Мура $U_2(\Gamma_1)$

B_i	$K(B_i)$	a_s	$K(a_s)$	X_h	Φ_h	h
B_1	11	a_2	00000	x_1	-	1
		a_3	00101	$\overline{x_1 x_2}$	$D_3 D_5$	2
		a_4	00001	$\overline{x_1 x_2}$	D_5	3
B_2	00	a_5	01000	$x_3 x_2$	D_2	4
		a_6	01100	$\overline{x_3 x_2}$	$D_2 D_3$	5
		a_7	10001	$\overline{x_3 x_4}$	$D_1 D_5$	6
		a_8	10000	$\overline{x_3 x_4}$	D_1	7
B_3	01	a_2	00000	1	-	8
B_4	10	a_1	11010	1	$D_1 D_2 D_5$	9

Термы F_h этой таблицы определяются как

$$F_h = \bigwedge_{r=1}^{R_B} J_r^{1r_h} \cdot X_h, \quad (h=1, \dots, N_0), \quad (18)$$

где $1_{r_h} \in \{0,1\}$ – значение r -го разряда кода $K(B_i)$ из h -й строки таблицы, $\tau_r^0 = \overline{\tau_r}, \tau_r^1 = \tau_r (r=1, \dots, R_B)$.

Из этой таблицы формируется система (6), термы $F_h \in F_0$ определяются выражением (18).

Из Табл. 1 имеем термы $F_h \in F_0$, например,

$$F_1 = \tau_1 \tau_2 x_1, F_2 = \tau_1 \tau_2 \overline{x_1 x_2}, \dots, F_9 = \tau_1 \tau_2.$$

Функции $D_r \in \Phi_0$

$$D_r = \bigvee_{h=1}^{N_0} C_{rh} F_h \quad (r=1, \dots, R_B + R_Y), \quad (19)$$

где C_{rh} – булева переменная, равная единице, если и только если $D_r=1$ для h -й строки преобразованной ПСТ ($h=1, \dots, N_0$). Так из Табл. 1 имеем, например, $D_1 = F_6 \vee F_7 \vee F_9$.

Анализ системы (17) показывает, что $Y_0 = \{\Delta_1, \dots, \Delta_4\}$ и каждая функция $y_n \in Y$ представляется одним термом. В формулу (17) не

входит переменная z_2 , следовательно, матрица M_7 имеет 5 входов и 4 выхода.

Определим площадь, занимаемую матрицами МПА $U_2(\Gamma_1)$: $S(M_5)=2*(4+2)*9=108$, $S(M_6)=9*(2+3)=45$, $S(M_7)=5*4=20$, $S(M_8)=0$. Отметим, что матрица M_8 в данном случае отсутствует, так как $N_0=N$ [1]. Итак, для реализации схемы МПА $U_2(\Gamma_1)$ требуется 173 условных единиц площади и схема имеет три уровня матриц. Для автомата $U_1(\Gamma_1)$ можно найти, что $N=19$ и $S(M_1)=2*(4+3)*19=166$, $S(M_2)=19*3=57$, $S(M_3)=2*3*7=42$, $S(M_4)=4*7=28$. Итак, схема МПА $U_1(\Gamma_1)$ занимает 293 условных единиц площади и имеет 4 уровня матриц. Таким образом, расширение кодов состояний перехода позволило в 1,7 раза уменьшить площадь и в 1,3 раза повысить быстродействие комбинационной схемы автомата Мура.

Заключение

Предлагаемый в работе метод представления кодов состояний ориентирован на уменьшение площади матричной реализации микропрограммного автомата Мура. Этот подход позволяет уменьшить число термов в системе функций возбуждения памяти МПА Мура до соответствующего параметра эквивалентного

автомата Мили. Кроме того предлагаемый метод позволяет уменьшить число термов в системе микроопераций в силу независимости кодов состояний и кодов наборов микроопераций.

Исследование эффективности предложенного метода на стандартных примерах [10] показали, что предлагаемый метод позволяет в среднем уменьшить площадь реализации до 52%. При этом в 86% случаев быстродействие МПА увеличивалось, благодаря отсутствию матрицы M_8 .

Научная новизна предложенного метода заключается в использовании особенностей автомата Мура (наличие классов псевдоэквивалентных состояний) для уменьшения площади матричной схемы автомата.

Практическая значимость метода заключается в уменьшении площади кристалла, занимаемой комбинационной схемой МПА, что позволяет получить схемы, которые обладают меньшей стоимостью, чем известные из литературы аналоги.

Дальнейшие направления работы связаны с исследованием возможности применения предложенного метода для случая реализации устройства управления в базисе FPGA.

Литература

1. Baranov S. Logic Synthesis for Control Automata. – Kluwer Academic Publishers, 1994. – 312 pp.
2. Соловьев В.В. Проектирование цифровых схем на основе программируемых логических интегральных схем. – М.: Горячая линия - ТЕЛЕКОМ, 2001. – 636 с.
3. DeMicheli G/ Synthesis and Optimization of Digital Circuits. – McGraw-Hill, 1994. – 636 pp.
4. Грушницкий Р.И. Проектирование систем с использованием микросхем программируемой логики / Р.И. Грушницкий, А.Х. Мурзаев, Е.П. Угрюмов. – СПб.: БХВ. - Петербург, 2002. –608 с.
5. Maxfield C. The Design Warrior's Guide to FPGAs. – Amsterdam: Elseveir, 2004. – 541 pp.
6. Smith M. Application=Specific Integrated Circuits. – Boston: Addison-Wesley, 1997. – 836 pp.
7. Nababi Z. Emvedded Core Design with FPGA. – NY: McGraw-Hill, 2008, - 618pp.
8. Баркалов А.А. Принципы оптимизации логической схемы микропрограммного автомата Мура // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – № 1. – С. 65-72.
9. Баркалов А.А. Уменьшение аппаратных затрат в схеме микропрограммного автомата Мура на CPLD/ Баркалов А.А., Титаренко Л.А., Цололо С.А. // Радіоелектронні та комп'ютерні системи. – 2008. - №7(34).-с.118-123
10. Yang S. Logic Synthesis and Optimization Benchmarks user guide. Technical report, №1991 – IWLS-UG-Saryang.-Microelectronics center of North Carolina.

Поступила в редакцию 15.03.2010