МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ
ДЕРЖАВНОГО ВИЩОГО НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

ДонНТУ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до практичних занять
з дисципліни
«Математичні засоби штучного інтелекту»**

для студентів спеціальності
«Економічна кібернетика»

Горлівка 2010

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ
ДЕРЖАВНОГО ВИЩОГО НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять
з дисципліни
«Математичні засоби штучного інтелекту»

для студентів спеціальності
«Економічна кібернетика»

Затверджено
на засіданні навчально-методичної комісії факультету «Економіка і управління»
Протокол № 3 від 16.12. 2009 р.

Затверджено
на засіданні кафедри «Інформаційні системи в економіці»
Протокол № 5 від 10.12. 2009 р.

Горлівка 2010

УДК 681.32 (07)

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Математичні засоби штучного інтелекту» для студентів спеціальності «Економічна кібернетика» / укл: Ніколаєнко В.Л., Ніколаєнко Дм.В. – Горлівка: АДІ ДВНЗ Дон НТУ, 2010 – 42 с.

Складена за програмою дисципліни «Математичні засоби штучного інтелекту».

Укладачі: В. Л. Ніколаєнко, к.т.н., доцент
Д. В. Ніколаєнко, асистент

Рецензент: Л.П. Вовк, д.т.н., пофесор
зав. кафедрою «Виша математика»

Відповідальний за випуск: В. Л. Ніколаєнко, к.т.н., доцент
зав. кафедрою «Інформаційні системи в економіці»

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Ніколаєнко В.Л., Ніколаєнко Д.В.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять
з дисципліни
«Математичні засоби штучного інтелекту»
для студентів спеціальності «Економічна кібернетика»

Підписано до друку 06.04.02010 р. Формат 70x90/16. Гарнітура Times New Roman.
Друк - різографія. Тираж 50 прим. Умов. друк. арк. 2,63 . Зам. № 46

Автомобільно-дорожній інститут
Державного вищого навчального закладу
«Донецький національний технічний університет»
84646, м. Горлівка, вул. Кірова,51

Редакційно-видавничий відділ

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 2982 від 21.09.2007р.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

ФАЛ	формула алгебри логіки
ДНФ	диз'юнктивна нормальна форма
КНФ	кон'юнктивна нормальна форма
ДДНФ	досконала диз'юнктивна нормальна форма
ДКНФ	досконала кон'юнктивна нормальна форма
АКП	алгебра кінцевих предикатів
ФАП	формула алгебри предикатів
ФАКП	формула алгебри кінцевих предикатів
КАО	кінцевий алфавітний оператор
АО	алфавітний оператор
СРАП	система рівнянь алгебри предикатів
ТабЗн	таблиця значень
ТабІстін	таблиця істинності

ВСТУП

Метою вивчення дисципліни «Математичні засоби штучного інтелекту» є надбання необхідних знань спеціальних розділів математики – математичної логіки, алгебри предикатів і, нарешті, алгебри кінцевих предикатів, які використовуються при побудові математичних моделей станів, сценаріїв і прецедентів економічних систем у вигляді рівнянь алгебри кінцевих предикатів, вирішення яких змістовно інтерпретуються як елементи потоку керування системи, реалізація яких переводить систему з одного стану в інший.

Предметом вивчення є явища економічних систем, представлені у вигляді рівнянь алгебри кінцевих предикатів.

При виконанні контрольних завдань студенти набувають практичних навичок математичного моделювання шляхом використання математичного апарату алгебри кінцевих предикатів.

В результаті виконання індивідуальних контрольних завдань студенти повинні засвоїти основні поняття математичної логіки, алгебри кінцевих предикатів. Вміти використовувати набуті знання при побудові математичних моделей станів, сценаріїв і прецедентів економічних систем, отриманні розв'язків і їх змістовної інтерпретації.

1 ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБІТ ТА ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ

Вимоги до змісту звіту

Звіт практичних робіт складається з титульного аркуша і сукупності задач, які включають наступні структурні елементи:

1. назва роботи;
2. варіант, умова;
3. розв'язок (приводиться рішення задачі із необхідними короткими поясненнями);
4. відповідь.

План відповіді при вирішенні завдань повинен мати вигляд, приведений нижче.

Завдання *Номер завдання «Умовна назва завдання»*

Умова

Варіант *Номер варіанту*

Словесна постановка завдання

Рішення

Викладення розв'язку і пояснення ходу розв'язку .

Відповідь

Приводиться отримана відповідь

Оформлення звіту

Практичні роботи виконують «від руки» в шкільному зошиті.

В кінці семестру практичні роботи оформлюють в електронному вигляді і здають викладачеві (роздруковується «жорстка копія» звіту), а сам звіт надається у вигляді файла Report MatSrII Ek_00a Sidorov_F.P..doc.

2. АЛГЕБРА ЛОГІКИ

2.1 Теоретичні відомості

2.1.1 Таблиці істинності логічних операцій

Заперечення

A	¬A (не а)
0	1
1	0

Кон'юнкція

A	B	A∧B (A і B)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Наступність

A	B	A→B (якщо A, то B)
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Диз'юнкція

A	B	A∨B (A або B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Еквівалентність

A	B	A↔B (A еквівалентно B)
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2.1.2 Пріоритет операцій

1. Заперечення ¬
2. Кон'юнкція ∧
3. Диз'юнкція ∨
4. Наступність →
5. Еквівалентність ↔

2.1.3 Тотожності алгебри логіки

1 Закон тотожності $X \equiv X$	(2.1)
2 Закон суперечності $X \wedge \overline{X} \equiv 0$	(2.2)
3 Закон виключення третього $X \vee \overline{X} \equiv 1$	(2.3)
4 Закон подвійного заперечення $\overline{\overline{X}} \equiv X$	(2.4)
5 Закони ідемпотентності a) $X \wedge X \equiv X$ b) $X \vee X \equiv X$	(2.5)
6 Закони комутативності a) $X \wedge Y \equiv Y \wedge X$ b) $X \vee Y \equiv Y \vee X$	(2.6)
7 Закони асоціативності a) $(X \wedge Y) \wedge Z \equiv X \wedge (Y \wedge Z)$ b) $(X \vee Y) \vee Z \equiv X \vee (Y \vee Z)$	(2.7)
8 Закони дистрибутивності a) $(X \wedge Y) \vee Z \equiv (X \vee Z) \wedge (Y \vee Z)$ b) $(X \vee Y) \wedge Z \equiv (X \wedge Z) \vee (Y \wedge Z)$	(2.8)
9 Закони де Моргана a) $\overline{X \wedge Y} \equiv \overline{Y} \vee \overline{X}$ b) $\overline{X \vee Y} \equiv \overline{Y} \wedge \overline{X}$	(2.9)
10 Закони нуля та одиниці a) $X \wedge 1 \equiv X$ b) $X \wedge 0 \equiv 0$ c) $X \vee 1 \equiv 1$ d) $X \vee 0 \equiv X$	(2.10)
11 Закони поглинання a) $X \wedge (X \vee Y) \equiv X$ b) $X \vee (X \wedge Y) \equiv X$	(2.11)
12 Закони склеювання a) $(X \vee Y) \wedge (\overline{X} \vee Y) \equiv Y$ b) $(X \wedge Y) \vee (\overline{X} \wedge Y) \equiv Y$	(2.12)
13 Закони вираження імплікації a) $(X \to Y) \equiv \overline{X} \vee Y$ b) $(X \to Y) \equiv \overline{\overline{X} \wedge Y}$	(2.13)
14 Закони вираження еквівалентності a) $X \leftrightarrow Y \equiv (\overline{X} \vee Y) \wedge (\overline{Y} \vee X)$ b) $X \leftrightarrow Y \equiv (\overline{\overline{X} \wedge Y}) \wedge (\overline{\overline{Y} \wedge X})$	(2.14)

2.1.4 Визначення ДНФ

ДНФ – це конструкція, що має наступний вигляд: $C_1 \vee C_2 \vee ... \vee C_m$, де Сі або змінна, або її заперечення, або кон'юнкція змінних або їх заперечень.

Використовуючи тотожність алгебри логіки, всяку ФАЛ можна привести до ДНФ.

2.1.5 Визначення ДДНФ

ДДНФ – це ДНФ, що має наступні ознаки:

Ознаки ДДНФ:
1 Всі кон'юнкції різні;
2 Жодна кон'юнкція не містить змінну і її заперечення одночасно;
3 Кожна кон'юнкція містить всі змінні.

2.1.6 Алгоритм отримання ДДНФ

1 Приводимо ФАЛ до ДНФ, використовуючи тотожності алгебри логіки (п. 2.1.3);

2 Видаляємо кон'юнкції, що містять змінну і її заперечення відповідно до (2.2) і (2.10);

3 З декількох однакових кон'юнкцій залишаємо одну, ґрунтуючись на законі ідемпотентності (2.5);

4 Якщо кон'юнкція не містить змінну, то кон'юнктивно додаємо її (п. 2.1.10);

5 Повертаємося до кроку 2.

2.1.7 Визначення КНФ

Пригадаємо, що використовуючи тотожності алгебри логіки, всяку ФАЛ можна звести до КНФ, тобто до вигляду: $D_1 \wedge D_2 \wedge ... \wedge D_m$, де Di або змінна, або її заперечення, або диз'юнкція змінних або їх заперечень».

2.1.8 Визначення ДКНФ.

ДКНФ – це КНФ, що має наступні ознаки:

Ознаки ДКНФ:
1 Всі диз'юнкції різні;
2 Жодна диз'юнкція не містить змінну і її заперечення одночасно;
3 Кожна диз'юнкція містить всі змінні.

2.1.9 Алгоритм отримання ДКНФ

1 Приводимо ФАЛ до КНФ, використовуючи тотожності алгебри логіки (п. 2.1.3).

2 Видаляємо диз'юнкції, що містять змінну і її заперечення відповідно до (2.3) і (2.10).

3 З декількох однакових диз'юнкцій залишаємо одну, ґрунтуючись на законі ідемпотентності (2.5).

4 Якщо диз'юнкція не містить змінну, то диз'юнктивно додаємо її (п. 2.1.11).

5 Повертаємося до кроку 2.

2.1.10 Кон'юнктивне додавання бракуючої змінної

З (2.10) витікає, що $A \wedge 1 \equiv A$ а, зважаючи на закон виключення третього (2.3), 1 можна представити як $X \vee \overline{X}$. Відповідно істинним буде запис виду: $A \equiv A \wedge 1 \equiv A \wedge \left(X \vee \overline{X}\right)$. Розкривши дужки відповідно до закону дистрибутивності, (2.8) отримаємо: $A \wedge \left(X \vee \overline{X}\right) \equiv A \wedge X \vee A \wedge \overline{X}$. Під A розуміємо кон'юнкцію ДНФ із бракуючою змінною.

2.1.11 Диз'юнктивне додавання бракуючої змінної

З (2.10) витікає, що, $A \vee 0 \equiv A$ а, зважаючи на закон суперечності (2.2), 0 можна представити як $X \wedge \overline{X}$. Відповідно істинним буде запис виду: $A \equiv A \vee 0 \equiv A \vee \left(X \wedge \overline{X}\right)$. Розкривши дужки відповідно до закону дистрибутивності (2.8) отримаємо $A \vee \left(X \wedge \overline{X}\right) \equiv (A \vee X) \wedge (A \vee \overline{X})$. Під A розуміємо диз'юнкцію КНФ із бракуючою змінною.

2.2 Приклади вирішення задач алгебри логіки

2.2.1 Приклад 1 «Побудова вимовлювальної форми»

Вказівки до рішення задачі

У розв'язанні слід дотримуватися наступного плану:

1 Побудова рівнянь меж областей

2 Складання системи нерівностей, вирішенням якої є задана область

3 Запис вимовлювальної форми

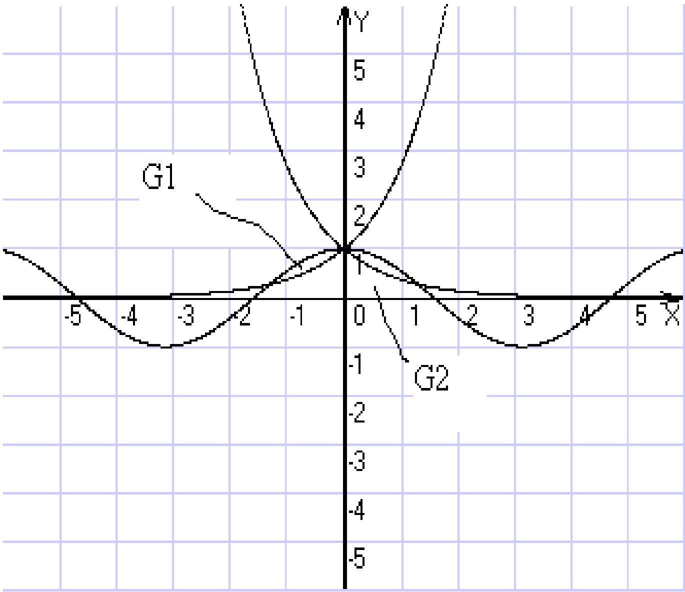
Для вирішення задачі потрібне знання:

- логічних операцій алгебри логіки;
- пріоритету логічних операцій;
- рівнянь функцій.

Примітка. *Важливо не забувати, що рівняння слід записувати не в канонічній формі, а з урахуванням зсувів стиснення і інших відхилень відбитих в умові. Запис рівняння функції у канонічному вигляді, якщо на графіку вона йому не відповідає вважається невірним.*

Умова:

Дана область G, що складається з двох частин G_1 і G_2



Побудувати вимовлювальну форму, істинну, коли крапка належить області G.

Рішення:

1 Побудуємо рівняння меж областей

Складемо рівняння меж області G_1:

$y=2^x$; y=Cos(x)

Примітка. *Cos(x) є періодична функція і представлення розв'язання у вигляді:*

$$\begin{cases} Y \geq 2^x \\ Y \leq Cos(x) \end{cases}$$

дає також і область -(5π)/2≤x≤-(3π)/2 і так надалі які не входять до виделених областей G1 та G2, а тому слід ввести додаткове обмеження значень x.

Складемо рівняння меж області G_2
$y=2^{-x}$; y=Cos(x); y=0; x=0

2 Складемо систему нерівностей, вирішенням якої є задана область:

$$G = \left[\begin{array}{l} \begin{cases} Y \geq 2^{x} \\ Y \leq \mathrm{Cos}(x) \\ -\pi/2 \leq x \leq 0 \end{cases} \\ \\ \begin{cases} Y \leq \mathrm{Cos}(x) \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ Y \leq 2^{-x} \end{cases} \end{array}\right.$$

3 Запишемо вимовлювальну форму:

$$(y \geq 2^{x} \wedge y \leq \mathrm{Cos}(x) \wedge -\pi/2 \leq x \leq 0) \vee (y \leq \mathrm{Cos}(x) \wedge y \geq 0 \wedge x \geq 0 \wedge Y \leq 2^{-x})$$

2.2.2 Приклад 2 «Текст у ФАЛ»

Вказівки до рішення задачі.

При вирішенні задачі необхідно в умові виділити елементарні вислови (складові частини) між якими є (або можна з певною долею упевненості поставити) знаки логічних операцій.

Для вирішення задачі потрібне знання:
- логічних операцій алгебри логіки;
- пріоритету логічних операцій.

Умова:

Для заданого вислову побудувати формулу алгебри логіки.

«*1. Встановити, що спрощена система оподаткування, обліку і звітності запроваджується для наступних суб'єктів малого підприємництва: — фізичних осіб, які здійснюють підприємницьку діяльність без створення юридичної особи і в трудових відносинах з якими, включаючи членів їх сімей, протягом року перебувають не більше 10 осіб і об'єм виручки яких від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг) за рік не перевищує 500 тис. гривень*"

Рішення:

Розіб'ємо вислів на елементарні вислови.

x – суб'єкт малого підприємництва;

y – фізична особа;

t – що здійснюють підприємницьку діяльність;

m – створення юридичної особи;

u – в трудових відносинах з якими включаючи членів їх сімей, протягом року перебувають більше 10 осіб;

v – об'єм виручки від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг) перевищує 500 тис. грн;

z – спрощена система оподаткування, обліку і звітності встановлюється.

Тоді можна записати наступну формулу алгебри логіки:

$$\left(x \leftrightarrow y \wedge t \wedge \overline{m} \wedge \overline{u} \wedge \overline{v}\right) \rightarrow z$$

Примітка. *Важливо правильно розставляти дужки враховуючи пріоритет логічних операцій, аби розв'язок був вірним.*

Розв'язок слід будувати так, щоб зворотне приведення формули в текст давало однозначний результат тотожній з вихідним завданням.

2.2.3 Приклад 3 «ФАЛ в текст»

Вказівки до рішення задачі

1. Побудований вислів не обов'язково має бути логічним.
2. Побудований вислів повинен в точності відповідати умові.
3. Побудованому вислову не повинні одночасно відповідати дві формули алгебри логіки.
4. Побудований вислів повинен враховувати пріоритет операцій в заданій ФАЛ.

Для вирішення задачі потрібні знання:

- логічних операцій алгебри логіки;
- пріоритету логічних операцій.

Умова:

Для формули алгебри логіки побудувати тотожний до неї вислів.

$$\overline{x} \rightarrow y \vee \overline{x \wedge y} \leftrightarrow z$$

Рішення:

Поставимо у відповідність змінним деякі елементарні вислови:

x – прибуток; y – збитки;

z – ненормальне функціонування організації.

В результаті отримаємо:

Збитки підприємства (y), або одночасна відсутність прибутку і збитків ($\overline{x \wedge y}$), що, в сукупності, є наслідком відсутності прибутку ($\overline{x}$), по суті являють собою ненормальне функціонування організації (z).

2.2.4 Приклад 4 «ФАЛ в ТаблІстин»

Вказівки до рішення задачі

При вирішенні задачі необхідно:

1. Визначити пріоритет операцій;
2. Побудувати «шапку» таблиці відповідно до виявленого пріоритету;
3. Користуючись таблицями істинності відповідних операцій, визначати набутих значень при заданих початкових значеннях змінних.

Для вирішення задачі потрібні знання:

- логічних операцій алгебри логіки;
- пріоритету логічних операцій.

Умова:

Побудувати таблицю істинності для заданої ФАЛ.

$\overline{x} \to y \vee \overline{x \wedge y} \leftrightarrow z$

Рішення:

1. Виявимо пріоритет операцій для заданої формули:

1. заперечення x;
3. кон'юнкція x і y;
4. заперечення кон'юнкції x і y;
5. диз'юнкція y і заперечення кон'юнкції x і y;
2. наступність з не x диз'юнкції y і заперечення кон'юнкції x і y;
6. еквівалентність наступності і z, тобто значення формули F.

2. Будуємо таблицю істинності, ґрунтуючись на таблицях істинностей логічних операцій, запишемо набутих значень:

x	y	z	$\overline{x}$	$x \wedge y$	$\overline{x \wedge y}$	$y \vee \overline{x \wedge y}$	$\overline{x} \to y \vee \overline{x \wedge y}$	F
1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1	0

В результаті отримаємо: F: 1,0,1,0,1,0,1,0

2.2.5 Приклад 5 «ТаблІстин в ДДНФ»

Вказівки до рішення задачі

Визначивши необхідні рядки таблиці, формуються кон'юнкції відповідних змінних так, щоб вони дорівнювали одиниці.

Для вирішення задачі потрібні знання:

- пріоритету операцій;
- таблиць істинності логічних операцій.

Умова:

Для таблиці істинності, отриманої в задачі 2 отримати ДДНФ.

Рішення:

Маємо таблицю істинності:

x	y	z	F	
1	1	1	1	*
1	1	0	0	
1	0	1	1	*
1	0	0	0	
0	1	1	1	*
0	1	0	0	
0	0	1	1	*
0	0	0	0	

1. Відзначимо *-кой рядки з одиницею в стовпці F;
2. Складемо для цих рядків яку-небудь кон'юнкцію використовуючи змінні або їх заперечення так, щоб отримана кон'юнкція дорівнювала одиниці;
3. Утворивши диз'юнкцію отриманих кон'юнкцій отримаємо ДДНФ.

Для даної задачі ДДНФ матиме наступний вигляд:

$$xyz \vee x\overline{y}z \vee \overline{x}yz \vee \overline{x}\overline{y}z$$

Примітка. *Відмітимо, що запис* xyz *тотожній запису* $x \wedge y \wedge z$ *але в цілях скорочення знак кон'юнкції можна опускати.*

2.2.6 Приклад 6 «ТаблІстин в ДКНФ»

Вказівки до рішення задачі

Визначивши необхідні рядки таблиці формуються диз'юнкції відповідних змінних так, щоб вони дорівнювали нулю.

Для вирішення задачі потрібні знання:

- пріоритету операцій;
- таблиць істинності логічних операцій.

Умова:

Для таблиці істинності, отриманої в задачі 2 отримати ДКНФ.

Рішення:

Маємо таблицю істинності:

x	y	z	F	
1	1	1	1	
1	1	0	0	*
1	0	1	1	
1	0	0	0	*
0	1	1	1	
0	1	0	0	*
0	0	1	1	

1. Відзначимо *-кой рядки з нулем в стовпці F.
2. Складемо для цих рядків яку-небудь диз'юнкцію використовуючи змінні або їх заперечення так, щоб отримана диз'юнкція дорівнювала нулю.
3. Утворивши кон'юнкцію отриманих диз'юнкцій отримаємо ДКНФ.

Для даної задачі ДКНФ матиме наступний вигляд:

$$(\overline{x}\vee\overline{y}\vee z)\wedge(\overline{x}\vee y\vee z)\wedge(x\vee\overline{y}\vee z)\wedge(x\vee y\vee z)$$

2.2.7 Приклад 7 «ФАЛ в ДДНФ»

Вказівки до рішення задачі

Для вирішення задачі потрібні знання:

- тотожностей алгебри логіки;
- визначення ДНФ;
- визначення ДДНФ;
- алгоритму отримання ДДНФ з ФАЛ;
- принципу кон'юнктивного додавання змінних.

Умова:

Для формули алгебри логіки $\bar{x} \to y \lor \overline{x \land y} \leftrightarrow z$ отримати ДДНФ.

Рішення:

Ґрунтуючись на алгоритмі отримання ДДНФ з ФАЛ (п. 2.1.6):

1. Приведемо формулу алгебри логіки ДНФ замінивши наступність, еквівалентність і заперечення декількох змінних одночасно, використовуючи тотожності алгебри логіки (п. 2.1.3);

2. Видалимо кон'юнкції, що містять змінну і її заперечення (2.2), (2.10) і утворюємо з декількох однакових кон'юнкцій одну (2.5);

3. Кон'юнктивно додамо бракуючих змінних (п. 2.1.10) і знову видаливши кон'юнкції, що повторюються (2.5), отримаємо ДДНФ.

Примітка. *Для спрощення рішення слід перед отриманням ДДНФ з формули алгебри логіки правильно визначити пріоритет операцій і розставити додаткові дужки.*

Після визначення пріоритету операцій і розстановки дужок ФАЛ прийме вигляд: $\left(\bar{x} \to \left(y \lor \left(\overline{x \land y}\right)\right)\right) \leftrightarrow z$

Насамперед слід позбавитися від заперечення $x \land y$ відповідно до закону де Моргана (2.9). Після цього можна прибрати внутрішні дужки, оскільки $y \lor (\bar{x} \lor \bar{y}) \equiv y \lor \bar{x} \lor \bar{y}$. Застосувавши закони (2.6), (2.3) і (2.10), отримаємо $y \lor \bar{x} \lor \bar{y} \equiv y \lor \bar{y} \lor \bar{x} \equiv 1 \lor \bar{x} \equiv 1$. В результаті ФАЛ прийме вигляд $\left(\bar{x} \to 1\right) \leftrightarrow z$. Скориставшись законом виразу імплікації (2.13) отримаємо $\bar{x} \to 1 \equiv x \lor 1 \equiv 1$. Розклавши отриману ФАЛ за (2.14), отримаємо $1 \leftrightarrow z \equiv (0 \lor z) \land (1 \lor \bar{z}) \equiv z$.

Таким чином, був виконаний перший пункт алгоритму отримання ДДНФ з формули алгебри логіки (п. 2.1.6). Додавши не вистачаючі змінні (п. 2.1.10), отримаємо ДДНФ:

$$xyz \lor x\bar{y}z \lor \bar{x}yz \lor \bar{x}\bar{y}z$$

Примітка. *Існує скільки завгодно велика кількість шляхів отримання ДДНФ з формули алгебри логіки.*

Отримана ДДНФ з формули алгебри логіки на основі тотожностей алгебри логіки (п. 2.2.7) повинна відповідати ДДНФ, отриманої з тієї самої формули алгебри логіки на основі таблиці істинності (п. 2.2.4), (п. 2.2.5).

2.2.8 Приклад 8 «ФАЛ в ДКНФ»

Вказівки до рішення задачі

Для вирішення задачі потрібні знання:

- тотожностей алгебри логіки;
- визначення КНФ;
- визначення ДКНФ;
- алгоритму отримання ДКНФ з формули алгебри логіки;
- принципу диз'юнктивного додавання змінній.

Умова:

Для формули алгебри логіки $\bar{x} \to y \vee \overline{x \wedge y} \leftrightarrow z$ отримати ДКНФ.

Рішення:

Ґрунтуючись на алгоритмі отримання ДКНФ з формули алгебри логіки (п. 2.1.9):

1. Приведемо формулу алгебри логіки до КНФ, замінивши наступність, еквівалентність і заперечення, використовуючи тотожності алгебри логіки (п. 2.1.3);
2. Видалимо диз'юнкції, що містять змінну і її заперечення (2.3), (2.10) і утворимо з декількох однакових кон'юнкцій одну (2.5);
3. Диз'юнктивно додамо бракуючих змінних (п. 2.1.10) і знову видаливши диз'юнкції, що повторюються (2.5), отримаємо ДКНФ.

Виконуючи крок 1 алгоритму отримання ДКНФ з формули алгебри логіки (п. 2.1.9), отримаємо КНФ засобом, аналогічним п. 2.2.7. Диз'юнктивно додавши ті, що не дістають змінні (п. 2.1.11), отримаємо ДКНФ:

$$(\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (x \vee y \vee z).$$

Примітка. *При отриманні КНФ слід розкривати дужки відповідно до (2.8) таким чином, щоб в результаті виходила кон'юнкція диз'юнкцій. Наприклад, нехай в результаті перетворень формула алгебри логіки має вигляд* $((x \vee y) \wedge xy) \vee z$ *. Тут слід прийняти A =* $x \vee y$ *, B=* xy *, тоді за (2.8)* $(A \wedge B) \vee z \equiv (A \vee z) \wedge (B \vee z)$ *, тобто отримана кон'юнкція двох елементів. Підставивши A і B, отримаємо* $(A \vee z) \wedge (B \vee z) \equiv (x \vee y \vee z) \wedge (xy \vee z)$ *, як видно, в другій дужці присутня кон'юнкція і диз'юнкція. Розклавши її за (2.8), отримаємо КНФ:*

$$(x \vee y \vee z) \wedge (xy \vee z) \equiv (x \vee y \vee z) \wedge ((x \vee z) \wedge (y \vee z)) \equiv (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee z) \wedge (y \vee z)$$

3 АЛГЕБРА КІНЦЕВИХ ПРЕДИКАТІВ

3.1 Теоретичні відомості

Не всі вимовлювальні форми можуть бути описані засобами алгебри логіки.

Алгебра кінцевих предикатів є розширенням алгебри логіки, тобто, включаючи всі поняття алгебри логіки і доповнюючи їх новими поняттями, дозволяє описувати ширший круг вимовлювальних форм (ВФ).

Розглянемо вимовлювальну форму Cos(x)=1. Кожному $x \in R$ ця вимовлювальна форма ставить у відповідність вислів тим самим одне із значень множини {і, х} (істина, хибність) або {1,0}.

Бачимо, що вимовлювальна форма задає відображення множини R на множину {і, х}.

R – множина визначення функції.

{і, х}- множина значень функції.

Функцію, значення якої належать множині {і, х}, називають *предикатом*.

3.1.1 Способи завдання предикатів

Спосіб 1 «Вимовлювальна форма»

Приклади:

a) $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$;

b) $|x| < 1$;

c) Річка х впадає в Каспій

Спосіб 2 «Табличний»

x	a	b	c	d	e
f	1	0	0	1	0

Мається на увазі деякий предикат, заданий на множині {a,b,c,d,e} із значеннями {1,0,0,1,0}.

3.1.2 Визначення алфавітного оператора

Нехай дана множина $A=\{a_1, a_2, \dots a_k\}$, назвемо її алфавітом, а її елементи – буквами. Наприклад:

- російська мова – 33 букви;
- 10 арабських цифр – це алфавіт - {0,1,2..9};
- сплатиЄдПодаток, сплатиЕлЕнергію, сплатиАрендПриміщ - $\{e_1, e_2, e_3\}$ алфавіт функціональності ЧП в зрізі податкових зобов'язань.

Слово – будь-яка послідовність букв алфавіту.

Слово з однієї букви – також слово.

Порожнє слово – також слово.

Всі слова алфавіту утворюють деяку множину М.

Мова – це підмножина множини М.

Таким чином, якщо А алфавіт. М - множина всіх його слів, то:

Алфавітний оператор (АО) – це функція Y=F(X), що відбиває слова X з множини М в слова Y множини М.

Область визначення алфавітного оператора – це множина можливих значень X.

X - вхідне слово.

Y - вихідне слово.

Область значень алфавітного оператора – це множина можливих значень Y.

3.1.3 Визначення кінцевого алфавітного оператора

Кінцевий алфавітний оператор (САО) - це алфавітний оператор, у якого множина можливих слів М кінцева і слова мають однакову довжину m.

Число всіляких слів множини М дорівнює $c=k^m$ – скільки різних m-разрядних к-ічных числових кодів.

Всього існує c^c різних кінцевих алфавітних операторів, заданих на множині М.

3.1.4 Визначення кінцевого предиката

Нехай А – кінцевий алфавіт, що складається з k букв $a_1,a_2,...,a_k$.

Σ – множина з елементів 0 і 1, тобто «Істина» і «Хибність».

Змінну, задану на множині А називають буквеною змінною, а змінну, задану на множині Σ називають логічною.

Кінцевим n - місцевим предикатом (СП) над алфавітом А називають будь-яку функцію $t=f(x_1,x_2,...,x_n)$ від n буквених змінних $x_1,x_2,...,x_n$, задану на множині А, що набуває логічного значення t.

3.1.5 Табличне завдання кінцевого предиката

Нехай двомісний предикат $t=f(x_1,x_2)$ над алфавитом $A=\{e_1,e_2,e_3\}$ заданий у вигляді таблиці

x_1	e_1	e_1	e_1	e_2	e_2	e_2	e_3	e_3	e_3
x_2	e_1	e_2	e_3	e_1	e_2	e_3	e_1	e_2	e_3
t	1	0	0	1	1	1	0	0	1

З таблиці можна зробити висновок, що, наприклад, на наборі e_3,e_1 змінна t набуває значення 0, а на наборі e_2,e_3 – значення 1.

3.1.6 Представлення алфавітних операторів у вигляді кінцевих предикатів

Будь-якому алфавітному операторові можна поставити у відповідність кінцевий предикат.

Нехай $y_1,y_2,...,y_n = F(x_1,x_2,...,x_n)$ алфавітний оператор, що перетворює вхідне слово $x_1,x_2,...,x_n$ у вихідне слово $y_1,y_2,...,y_n$.

Побудуємо 2n місцевий кінцевий предикат $f(x_1,x_2,...,x_n,y_1,y_2,...,y_n)$ над алфавітом А за правилом:

$$f(x_1,x_2,...,x_n,y_1,y_2,...,y_n)=\begin{cases}1, \text{ якщо } y_1,y_2,...,y_n = f(x_1,x_2,...,x_n)\\ 0, \text{ якщо } y_1,y_2,...,y_n \neq f(x_1,x_2,...,x_n).\end{cases}$$

Або, що те саме, у вигляді рівняння:

$$f(x_1,x_2,...,x_n,y_1,y_2,...,y_n) = 1$$

Воно зв'язує змінні $x_1,x_2,...,x_n$ та $y_1,y_2,...,y_n$ деяким відношенням.

Підставляючи в рівняння букви вхідного слова $x_1,x_2,...,x_n$, отримаємо його рішення у вигляді букв вихідного слова $y_1,y_2,...,y_n$.

Примітка. *Заміна алфавітного оператора на кінцевий предикат дозволяє перейти від змінних X,Y, значеннями яких є слова* $X = x_1,x_2,...,x_n$ *та* $Y = y_1,y_2,...,y_n$ *до змінних* $x_1,x_2,...,x_n,y_1,y_2,...,y_n$*, що пробігають буквені значення, що дає зручний математичний апарат для опису функцій інтелекту економічних систем.*

Буквені змінні було б неможливо використовувати, якби заздалегідь не було б введено поняття кінцевого алфавітного оператора, що задається на кінцевій множині слів вхідної мови.

Іншим обмеженням, що забезпечує використання АСП для моделювання функцій інтелекту ЕС, є вимога кінцівки слів вхідної мови.

3.1.7 Кінцевий алфавітний оператор і кінцевий предикат

Умова

Нехай наданий кінцевий алфавітний оператор Y=FX, що перетворює двобуквені слова $X = x_1,x_2$ російського алфавіту в однобуквені слова російського алфавіту $Y = y_1$.

Нехай кінцевий алфавітний оператор наданий таблицею

X	до	ре	ми	ля
Y	а	б	в	г

Розглянемо предикат t - $f(x_1,x_2,x_3)$ описуваний таблицею

x_1	д	р	м	л
x_2	с	є	и	я
y	а	б	в	[illegible]
t	1	1	1	1

у якій приведені лише стовпці із значенням 1 предиката. Всього ж стовпців повинно бути приблизно 30 000, оскільки $33^3 \approx 30000$.

Проте, кінцеві предикати допускають лаконічний математичний запис, схожий з записом формул алгебри логіки.

3.1.8 Визначення формули АКП

Нехай $A=\{a_1,a_2,...,a_k\}$ алфавіт букв та $B=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ множина змінних.

Формула алгебри кінцевих предикатів (ФАКП) будується з букв $a_1,a_2,...,a_k$, змінних $x_1,x_2,...,x_n$, знаків операцій кон'юнкції - $\wedge$, диз'юнкції - $\vee$, констант 1 та 0, званих «Істина» і «Хибність», круглих дужок.

Формула алгебри кінцевих предикатів індуктивно визначається за допомогою наступних правил:

1) 0 і 1 – це формули;

2) вирази вигляду $x_j^{a_i}$ – формула (i=1..k, j=1..n);

3) якщо A та B формула, то $A \wedge B$ формула;

4) якщо A та B формула, то $A \vee B$ формула.

Кожну формулу розглядають як позначення кінцевого предиката $f(x_1,x_2,...,x_n)$ заданого над алфавітом букв $\{a_1,a_2,...,a_k\}$.

Формулу $x_j^{a_i}$ розглядають як одномісний предикат залежний лише від x_j і визначимо його таким чином:

$$x_j^{a_i} = \begin{cases} 1, & x_j = a \\ 0, & x_j \neq a \end{cases}$$

Тобто предикат як би «впізнає» одну букву a_i.

Приклад ФАП

Нехай k=3, n=4 безліч букв є A={а, м, п}, безліч змінних є X={x,y,z,t}, тоді, наприклад

$$y^а t^а (x^м z^м \vee x^п z^п)$$

є формула алгебри кінцевих предикатів, тобто предикат f(x,y,z,), де змінні x,y,z,t пробігають значення букв алфавіту A={а, м, п}.

Всіляких комбінацій вхідних наборів аргументів буде 3*3*3*3 = 3^4 = 81.

Таблиця істинності цієї формули матиме вигляд:

X	y	Z	t	F
A	a	A	a	(
A	a	A	м	(
.				..
M	a	M	a	1
.				..
I	a	I	a	1
.				..

3.1.8 Обчислення значення формули алгебри кінцевих предикатів

Обчислимо значення формули для наборів {а,а,а,а} {а,а,а,м} {м,а,м,а} {п,а,п,а}

Для набору {а, а, а, а} отримаємо:

$$a^a a^a (a^м a^м \vee a^п a^п) = 1 \cdot 1 \cdot (0 \cdot 0 \vee 0 \cdot 0) = 1 \cdot (0 \vee 0) = 1 \cdot 0 \vee 1 \cdot 0 = 0$$

Для набору {а,а,а,м} отримаємо:

$$a^a м^a (a^м a^м \vee a^п a^п) = 1 \cdot 0 \cdot (0 \cdot 0 \vee 0 \cdot 0) = 0 \cdot (0 \vee 0) = 0 \cdot 0 \vee 0 \cdot 0 = 0$$

Для набору {м,а,м,а} отримаємо:

$$a^a a^a (м^м м^м \vee м^п м^п) = 1 \cdot 1 \cdot (1 \cdot 1 \vee 0 \cdot 0) = 1 \cdot (1 \vee 0) = 1 \cdot 1 \vee 1 \cdot 0 = 1$$

Для набору {п,а,п,а} отримаємо:

$$a^a a^a (п^м п^м \vee п^п п^п) = 1 \cdot 1 \cdot (0 \cdot 0 \vee 1 \cdot 1) = 1 \cdot (0 \vee 1) = 1 \cdot 0 \vee 1 \cdot 1 = 1$$

Таким чином предикат «впізнає» два слова «мама» і «папа».

3.1.9 Тотожності алгебри кінцевих предикатів

1 Комутативність

$$A \vee B \equiv B \vee A \qquad A \wedge B \equiv B \wedge A \tag{3.1}$$

2 Асоціативність

$$(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C) \qquad (A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C) \tag{3.2}$$

3 Дистрибутивність

$$(A \vee B) C \equiv A \wedge C \vee B \wedge C \qquad A \wedge B \vee C \equiv (A \vee C) \wedge (B \vee C) \tag{3.3}$$

4 Ідемпотентність

$$A \vee A \equiv A \qquad A \wedge A \equiv A \tag{3.4}$$

5 Поглинання (Элімінація)

$$A \vee A \wedge B \equiv A \qquad A \wedge (A \vee B) \equiv A \tag{3.5}$$

6 Закони нуля та одиниці

$$A \vee 1 \equiv 1 \qquad A \vee 0 \equiv A \qquad A \wedge 0 \equiv 0 \qquad A \wedge 1 \equiv A \tag{3.6}$$

7 Закон істинності

$$x^{a_1} \vee x^{a_2} \vee \ldots x^{a_k} \equiv 1 \tag{3.7}$$

8 Закон хибності

$$x^{a} \vee x^{b} \equiv 0 \tag{3.8}$$

3.1.10 Визначення елементарної кон'юнкції

Елементарна кон'юнкція – це кон'юнкція впізнавань різних змінних, узятих з довільними фіксованими показниками, наприклад $x^a y^b z^c$.

За однакові вважаються кон'юнкції, що відрізняються між собою лише порядком кон'юнктивних членів $x^a y^b z^c$ и $y^b x^a z^c$.

3.1.11 Визначення диз'юнктивної нормальної форми

Диз'юнктивна нормальна форма (ДНФ) - це диз'юнкція елементарних кон'юнкцій, наприклад $x_1^a x_2^b \vee x_1^a x_2^c x_3^d \vee x_1^b x_3^a$.

3.1.12 Визначення конституенти одиниці

Конституента одиниці - це елементарна кон'юнкція, в якій є всі змінні алгебри, що набуває значення 1 (істина) лише на єдиному наборі показників впізнавання $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n$

$$x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \ldots x_n^{\sigma_n} \equiv \bigwedge_{i=1}^{n} x_i^{\sigma_i} ,$$

$\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n$ - деякі фіксовані букви алфавіту.

3.1.13 Визначення досконалої диз'юнктивної нормальної форми

Досконала диз'юнктивна нормальна форма (ДДНФ) – це диз'юнкція конституент одиниці

$$\bigvee_{i=1}^{m} \bigwedge_{j=1}^{n} x_i^{\sigma_{ij}} = (x_1^{\sigma_{11}} x_2^{\sigma_{12}} \ldots x_n^{\sigma_{1n}}) \vee (x_1^{\sigma_{21}} x_2^{\sigma_{22}} \ldots x_n^{\sigma_{2n}}) \vee \ldots \vee (x_1^{\sigma_{m1}} x_2^{\sigma_{m2}} \ldots x_n^{\sigma_{mn}}).$$

3.1.14 Теорема про диз'юнктивний розклад

Будь-який предикат може бути представлений у вигляді:

$$f(x_1, x_2, \ldots x_k, x_{k+1}, \ldots x_n) \equiv$$

$$\equiv \bigvee_{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_k} x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \ldots x_k^{\sigma_k} f(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_k, x_{k+1}, \ldots x_n).$$

Наслідок 1

Будь-який предикат може бути представлений у вигляді:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv x_1^{a_1} f(a_1, x_2, \ldots, x_n) \vee x_1^{a_2} f(a_2, x_2, \ldots, x_n) \vee \ldots \vee x_1^{a_k} f(a_k, x_2, \ldots, x_n).$$

Наслідок 2

Будь-який предикат може бути представлений у вигляді:

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) \equiv \bigvee_{f(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n)=1} x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \ldots x_n^{\sigma_n}.$$

3.1.15 Отримання ДДНФ з ДНФ

Оскільки ДДНФ це ДНФ, в якій в якості кон'юнкцій виступає конституента одиниці, тобто кон'юнкція всіх змінних алгебри, то отримання ДДНФ з ДНФ полягає в додаванні бракуючих в кон'юнкції змінних аналогічно п. 2.1.10.

Нехай є множина змінних B={x_1,x_2,x_3} і алфавіт букв A={a,b,c}. Оскільки відповідно до (3.6) $A \wedge 1 \equiv A$, а відповідно до (3.7) $x_k^a \vee x_k^b \vee x_k^c \equiv 1$, то $A \equiv A \wedge 1 \equiv A \wedge (x_k^a \vee x_k^b \vee x_k^c) \equiv Ax_k^a \vee Ax_k^b \vee Ax_k^c$, де під A розуміється кон'юнктивний член ДНФ з бракуючою змінною x_k.

3.2 Приклади вирішення задач з алгебри кінцевих предикатів

3.2.1 Приклад 9 «ФАП в ДДНФ»

Вказівки до рішення задачі

Для вирішення задачі потрібне знання тотожностей алгебри кінцевих предикатів і алгоритму отримання ДДНФ з ДНФ.

Умова

Нехай алфавіт букв є A={a,b} і множина змінних є B={x_1,x_2,x_3}. Нехай формула алгебри предикатів (ФАП) є: $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1^a \vee x_2^b)(x_1^a \vee x_1^b x_3^a)$. Отримати ДДНФ для даної ФАП.

Рішення

Скориставшись такою тотожністю АСП (п. 3.1.9), як дистрибутивність, комутативність, ідемпотентність, законами нуля та одиниці, істинності і хибності приведемо ФАП до ДДНФ, розкривши дужки так, щоб в результаті вийшла ДНФ. Потім, скориставшись алгоритмом отримання ДДНФ з ДНФ (п. 3.1.15), отримаємо ДДНФ, яка в результаті перетворень, для даного завдання набере вигляду:

$$f(x_1, x_2, x_3) \equiv (x_1^a \vee x_2^b)(x_1^a \vee x_1^b x_3^a) \equiv \ldots \equiv$$
$$\equiv x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_1^a x_2^a x_3^b \vee x_1^a x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^b x_2^b x_3^a$$

Примітка. *Слід звернути увагу, що при розкритті дужок згідно (3.3) в якості A або B може виступати як сам предикат впізнавання, наприклад* x_1^a*, так і їхня кон'юнкція* $x_1^b x_2^b x_3^a$.

3.2.2 Приклад 10 «ДДНФ_СП в ТабЗнач»

Вказівки до рішення задачі

Для вирішення задачі потрібне знання тотожностей алгебри кінцевих предикатів.

Умова:

Нехай алфавіт букв є A={a,b,c} і множина змінних є B={x1,x2}. Нехай предикат заданий у вигляді ДДНФ: $t = x_1^a x_2^b \vee x_1^a x_2^c \vee x_1^b x_2^a$.

Отримати таблицю значень предиката (таблицю істинності).

Рішення:

1) Будуємо таблицю, де кожен рядок відповідає змінним.

2) У стовпцях для кожної змінної перебираємо всі можливі показники впізнавання так, щоб не було 2-х однакових конституент одиниці:

$x_1^a x_2^a$

$x_1^a x_2^b$

...

$x_1^c x_2^c$.

3) У рядок t заноситься одиниця для тих наборів змінних x_1, x_2, для яких в ДДНФ є конституенти одиниці.

4) У рядок t заноситься нуль для решти наборів змінних x_1, x_2.

Рядок t - це значення предиката для даного набору показників впізнавання.

x_1	a	a	a	b	b	b	c	c	c
x_2	a	b	c	a	b	c	a	b	c
t	0	1	1	1	0	0	0	0	0

3.2.3 Приклад 11 «ДНФ_СП в ТабЗнач»

Вказівки до рішення задачі

Для вирішення **задачі** потрібне знання тотожностей алгебри кінцевих предикатів.

Умова:

Нехай даний алфавіт букв A={a,b} і множина змінних B={x_1,x_2,x_3}. Отримати таблицю значень для заданої ДНФ: $x_1^a x_2^b \vee x_1^b x_3^a$

Рішення:

1) Будуємо таблицю, де кожен рядок відповідає змінній.

2) У стовпцях для кожної змінної перебираємо всі можливі показники впізнавання так, щоб не було 2-х однакових конституент одиниці:

$x_1^a x_2^a x_3^a$

$x_1^a x_2^a x_3^b$

...

$x_1^b x_2^b x_3^b$

3) У рядку t проставляємо одиницю для тих наборів значень змінних, в які входять набори показників впізнавань елементарних кон'юнкцій ДНФ.

Для решти наборів значень змінних в рядку t проставляємо нуль.

Рядок t - це значення диз'юнктивної нормальної форми.

x_1	a	a	a	a	b	b	b	b
x_2	a	a	b	b	a	a	b	b
x_3	a	b	a	b	a	b	a	b
t	0	0	1	1	1	0	1	0

3.2.4 Приклад 12 «Спростити ДНФ_СП »

Вказівки до рішення задачі

Для вирішення задачі потрібне знання тотожностей алгебри кінцевих предикатів, зокрема:

- закон комутативності;

- перший закон поглинання;
- дистрибутивність;
- закони істинності і хибності.

Умова:

Спростити задану ДНФ

$$x_1^a \vee x_1^a x_2^b \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_2^a x_3^a$$

Рішення:

Проаналізувавши умову відмітимо, що застосувавши до 1-ої та 26-ої кон'юнкцій, а також до 5-ої та 6-ої закон поглинання, де в 1-ій і 2-ій кон'юнкції в якості А виступає x_1^a, а в якості В x_2^b, а в 5-ій і 6-ій кон'юнкціях $x_2^a x_3^a$ та x_1^a відповідно.

В результаті отримаємо:

$$x_1^a \vee x_1^a x_2^b \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_2^a x_3^a \equiv$$
$$\equiv x_1^a \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_2^a x_3^a.$$

Застосувавши закон комутативності для 2-ої і 3-ої кон'юнкцій перемістимо 3-ю кон'юнкцію на 2-е місце, і застосувавши для неї і 1-ої кон'юнкції закон поглинання отримаємо:

$$x_1^a \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_2^a x_3^a \equiv$$
$$\equiv x_1^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_2^a x_3^a \equiv$$
$$\equiv x_1^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_2^a x_3^a \equiv x_1^a \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_2^a x_3^a.$$

3.2.5 Приклад 13 «Спростити ФАП Слідство 1»

Вказівки до рішення задачі

Для вирішення задачі потрібне знання законів нуля і одиниці і наслідку 1 теореми про диз'юнктивний розклад.

Умова

Спростити формулу алгебри кінцевих предикатів (ФАКП), використовуючи наслідок 1 теореми про диз'юнктивне розкладання.

Заданий алфавіт букв - A={a,b} і множина змінних - B={x_1,x_2,x_3}.

Спростити формулу АСП:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1^a \vee x_2^b)(x_1^a \vee x_1^b x_3^a) \vee (x_1^a \vee x_2^a)(x_2^b x_3^b \vee x_2^a x_3^a).$$

Рішення:

Для вирішення задачі необхідно розкласти формулу за змінною x1, тобто отримати $f(a, x_2, x_3)$ та $f(b, x_2, x_3)$ підставивши як змінну x_1 спочатку 1-й елемент з набору показників впізнавання (алфавіту букв А) – «a», а потім 2-й – «b».

Для першого випадку, якщо в заданій формулі змінна x_1 стоїть з показником впізнавання «a», то, підставивши в якості x_1 «a», отримаємо 1, інакше – 0. Для другого випадку 1 отримаємо тоді, коли змінна x_1 стоїть з показником впізнавання «b» і 0 в іншому випадку.

Скориставшись законами нуля і одиниці спростимо формулу, видаливши з неї отримані 0 і 1.

Розклавши таким чином задану формулу за змінною $x_{1,}$ використовуючи 1-й елемент множини А, знаходимо:

$$f(a, x_2, x_3) \equiv (a^a \vee x_2^b)(a^a \vee a^b x_3^a) \vee (a^a \vee x_2^a)(x_2^b x_3^b \vee x_2^a x_3^a) \equiv$$
$$\equiv (1 \vee x_2^b)(1 \vee 0 x_3^a) \vee (1 \vee x_2^a)(x_2^b x_3^b \vee x_2^a x_3^a) \equiv 1.$$

Аналогічно виконавши перетворення для другого елемента множини А, отримаємо:

$$f(b, x_2, x_3) \equiv (b^a \vee x_2^b)(b^a \vee b^b x_3^a) \vee (b^a \vee x_2^a)(x_2^b x_3^b \vee x_2^a x_3^a) \equiv x_3^a.$$

Застосувавши основний принцип слідства 1, який в даному випадку набере вигляду: $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^a f(a, x_2, x_3) \vee x_1^b f(b, x_2, x_3)$, отримаємо:

$$f(x_1, x_2, x_3) \equiv x_1^a f(a, x_2, x_3) \vee x_1^b f(b, x_2, x_3) \equiv$$
$$\equiv x_1^a 1 \vee x_1^b x_3^a \equiv x_1^a \vee x_1^b x_3^a.$$

Примітка. *Здійснювати розкладання можна за будь-якої із змінних що належать до множини змінних В. Краще для розкладання приймати ту змінну, яка зустрічається у ФАП частіше за інші змінні.*

3.2.6 Приклад 14 «ФАП в ДДНФ Слідство 2»

Вказівки до рішення задачі

Для вирішення задачі потрібне знання законів нуля і одиниці і наслідку 2 теореми про диз'юнктивне розкладання.

Умова:

Спростити ФАП, використовуючи наслідок 2 теореми про диз'юнктивне розкладання.

Заданий алфавіт букв - A={a,b} і алфавіт змінних - B={x_1,x_2,x_3}.

Задана ФАП: $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1^a \vee x_2^b)(x_1^a \vee x_1^b x_3^a) \vee (x_1^a \vee x_2^a)(x_2^b x_3^b \vee x_2^a x_3^a)$. Отримати ДДНФ для даної ФАП.

Рішення:

Для вирішення необхідно обчислити значення функції f для всіх можливих наборів показників впізнавання підставлених в якості відповідних змінних (аналогічно п.3.1.8), тобто набори:

$f(a,a,a)$,

$f(a,a,b)$,

...,

$f(b,b,b)$.

Обчислимо значення функції за заданими наборами (п. 3.1.8):

$f(a,a,a) \equiv 1$

$f(a,a,b) \equiv 1$

$f(a,b,a) \equiv 1$

$f(a,b,b) \equiv 1$

$f(a,a,b) \equiv 1$

$f(b,a,a) \equiv 1$

$f(b,a,b) \equiv 0$

$f(b,b,a) \equiv 1$

$f(b,b,b) \equiv 0$.

Утворивши кон'юнкції змінних для тих наборів, значення функції для яких дорівнює 1, отримаємо конституенту одиниці, а об'єднавши їх диз'юнкцією отримаємо ДДНФ:

$$f(x_1,x_2,x_3) \equiv x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_1^a x_2^a x_3^b \vee x_1^a x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^b x_2^a x_3^a \vee x_1^b x_2^b x_3^a.$$

4. ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

4.1 Теоретичні відомості

При побудові математичних моделей станів системи вводяться:

- алфавіт букв

$A = \left\{a_{1,1}^{1}, a_{2,1}^{1}, ..., a_{m,1}^{1}, a_{1,2}^{1}, a_{2,2}^{1}, ..., a_{m,n}^{1}, a_{1,1}^{2}, ..., a_{m,n}^{2}, a_{m,n}^{k}\right\}$, елементи якого асоційовані із станами об'єктів системи.

$a_{m,n}^{k}$ - стан об'єкта системи,

де m – номер стану системи;

n – номер об'єкта системи;

k – номер сценарію системи.

Тобто $a_{15,6}^{3}$ - 15-й стан 6-го об'єкта в 3-му сценарії.

Примітка. *Індекси у елементах алфавіту букв та надалі слід розділяти комами аби уникнути можливих помилок у разі великої кількості об'єктів або станів.*

- множина змінних $B = \left\{x_1, x_2, ..., x_n\right\}$, елементи якої асоційовані з об'єктами системи.

x_n - змінна, що асоційована з n-м об'єктом системи,

де n – номер об'єкта системи.

Тобто x_6 - змінна, відповідна 6-му об'єкту системи.

При побудові математичних моделей сценаріїв системи вводяться:

- алфавіт букв

$C = \left\{c_{1,1}, c_{2,1}, ..., c_{m,1}, c_{1,2}, c_{2,2}, ..., c_{m,k}\right\}$, елементи якого асоційовані з математичними моделями станів системи.

де $c_{m,k}$ - математична модель m-го стану к-го сценарію системи;

m – номер стану системи;

k – номер сценарію системи.

- множина змінних

$M = \left\{X_1, X_2, ..., X_m\right\}$, елементи якої асоційовані із станами системи.

де X_m - змінна, що асоціюється з m-м станом системи;

m – номер стану системи.

При побудові математичних моделей прецеденту вводяться:

- алфавіт букв

$S=\{S_1,S_2,...,S_k\}$, елементи якого асоційовані з математичними моделями сценаріїв системи.

S_k - математична модель k-го сценарію системи

k – номер сценарію системи

При побудові математичних моделей станів системи вказуються області визначення введених змінних для всіх сценаріїв прецеденту:

$$x_1 \in \{a^1_{1,1}, a^1_{2,1},..., a^1_{m,1}, a^2_{1,1}, a^2_{2,1},..., a^2_{m,1},..., a^k_{m,1}\};$$

$$x_2 \in \{a^1_{1,2}, a^1_{2,2},..., a^1_{m,2}, a^2_{1,2}, a^2_{2,2},..., a^2_{m,2},..., a^k_{m,2}\};$$

$$...$$

$$x_n \in \{a^1_{1,n}, a^1_{2,n},..., a^1_{m,n}, a^2_{1,n}, a^2_{2,n},..., a^2_{m,n},..., a^k_{m,n}\}.$$

В даному випадку змінна x_i може набувати будь-якого значення із заданої множини станів для і-го об'єкта.

При побудові математичних моделей сценаріїв системи вказуються області визначення введених змінних:

$$X_1 \in \{c_{1,1}, c_{1,2},...c_{1,k}\};$$

$$X_2 \in \{c_{2,1}, c_{2,2},...c_{2,k}\};$$

$$...$$

$$X_m \in \{c_{m,1}, c_{m,2},...c_{m,k}\}.$$

В даному випадку змінна x_i може набувати будь-якого значення із заданої множини математичних моделей.

При побудові математичних моделей станів системи для кожного сценарію вказуються закони істинності введених змінних для кожного сценарію:

Закони істинності для 1-го сценарію в розгорненому вигляді:

$$\begin{cases} x_1^{a^1_{1,1}} \vee x_1^{a^1_{2,1}} \vee ... \vee x_1^{a^1_{m,1}} = 1; \\ x_2^{a^1_{1,2}} \vee x_2^{a^1_{2,2}} \vee ... \vee x_2^{a^1_{m,2}} = 1; \\ ... \\ x_n^{a^1_{1,n}} \vee x_n^{a^1_{2,n}} \vee ... \vee x_n^{a^1_{m,n}} = 1. \end{cases}$$

Закони істинності для 1-го сценарію в стислому вигляді:

$$\begin{cases} \bigvee_{i=1}^{m} x_1^{a_{i,1}^1} = 1; \\ \dots \\ \bigvee_{i=1}^{m} x_n^{a_{i,n}^1} = 1. \end{cases}$$

Примітка. *Закони істинності, що вводяться, накладають обмеження на область визначення змінних вказуючи на те, що деяка змінна на даному етапі побудови математичних моделей станів систем може приймати тільки одне із значень множини* $\{a_{1,1}^1, a_{2,1}^1, \dots, a_{m,1}^1\}$, *що є підмножиною множини A.*

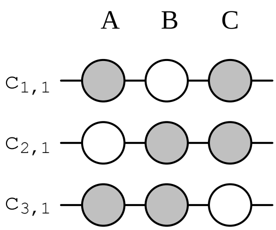
При вирішенні завдань слід дотримуватися стислого запису законів істинності.

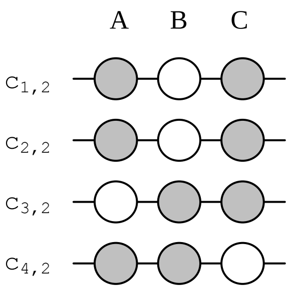
4.2 Приклади побудови математичних моделей

4.2.1 Приклад 15 «МатМодСтанів»

Умова:

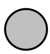
Дана проекція системи в простір станів (діаграма станів системи) двох сценаріїв – основного і альтернативного:

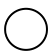




де A,B,C– об'єкти системи;

$c_{i,j}$- стани системи;

 - активний стан об'єкта системи;

 - пасивний стан об'єкта системи.

Завдання:

Побудувати математичні моделі станів системи.

Рішення:

Виходячи з аналізу проекцій системи в простір станів, визначаємо кількість об'єктів системи n=3, кількість станів системи для основного сценарію m=3, для альтернативного m=4, кількість сценаріїв k=2.

Вводимо алфавіт букв: $A = \{a^1_{1,1}, a^1_{2,1}, a^1_{3,1}, a^1_{4,1}, a^1_{1,2}, a^1_{2,2}, ..., a^1_{4,3}, a^2_{1,1}, ..., a^2_{4,3}\}$

Елементи алфавіту букв асоційовані зі станами об'єктів системи в кожному сценарії.

Примітка. *Так, наприклад, якщо:*

$a^1_{1,1}$ - *стан передачі договору на перевірку в бухгалтерію,*

$a^1_{3,1}$ - *стан передачі договору на перевірку в юридичну службу,*

$a^2_{2,1}$ - *стан виправлення помилок, виявлених бухгалтерією,*

$a^1_{2,2}$ - *стан перевірки договору юридичною службою.*

То змінна x_1*, асоційована з об'єктом «Служба постачання», може знаходитися в будь-якому з описаних станів, крім стану* $a^1_{2,2}$ *, оскільки він не входить в область визначення даної змінної, тобто стан перевірки договору юридичною службою не є одним з можливих станів такого об'єкта як «Служба постачання».*

Примітка. *Кількість станів в сценаріях може бути різною, з причини цього кількість можливих станів об'єктів для кожної змінної має бути рівною (а у разі нерівності – приведеною до такого) кількості станів в сценарії з максимальним їх числом. Кількість об'єктів системи є постійною для кожного сценарію на відміну від кількості станів системи.*

У даному прикладі в першому сценарії m=3 а в другому m=4, проте, при введенні алфавіту букв для першого сценарію, вводяться також стани об'єктів $a^1_{4,1}, a^1_{4,2}, a^1_{4,3}$, відповідні деяким пасивним станам об'єктів.

Вводимо множину змінних $B = \{x_1, x_2, x_3\}$ відповідно об'єктам системи.

Вказуємо області визначення для введених змінних.

$$x_1 \in \{a^1_{1,1}, a^1_{2,1}, a^1_{3,1}, a^1_{4,1}, a^2_{1,1}, a^2_{2,1}, a^2_{3,1}, a^2_{4,1}\};$$
$$x_1 \in \{a^1_{1,2}, a^1_{2,2}, a^1_{3,2}, a^1_{4,2}, a^2_{1,2}, a^2_{2,2}, a^2_{3,2}, a^2_{4,2}\};$$
$$x_1 \in \{a^1_{1,2}, a^1_{2,2}, a^1_{3,2}, a^1_{4,2}, a^2_{1,2}, a^2_{2,2}, a^2_{3,2}, a^2_{4,2}\}.$$

Побудова математичних моделей станів системи для основного сценарію.

Запишемо закони істинності для введених змінних відповідно даному сценарію:

$$\begin{cases} \bigvee\limits_{i=1}^{4} x_1^{a^1_{i,1}} = 1; \\ \bigvee\limits_{i=1}^{4} x_2^{a^1_{i,2}} = 1; \\ \bigvee\limits_{i=1}^{4} x_3^{a^1_{i,3}} = 1. \end{cases}$$

Утворюємо кон'юнкції змінних для активних станів об'єктів і, дорівнявши їх до одиниці, отримаємо математичні моделі станів системи у вигляді рівнянь АСП. Для основного сценарію:

$$\begin{cases} x_1^{a^1_{1,1}} x_3^{a^1_{1,3}} = 1; \\ x_2^{a^1_{2,2}} x_3^{a^1_{2,3}} = 1; \\ x_1^{a^1_{3,1}} x_2^{a^1_{3,2}} = 1. \end{cases}$$

Аналіз ДНФ лівих частин показує, що результат для першого стану системи буде «істина» у тому випадку, коли змінна x_1 набуде значення $a^1_{1,1}$ і, одночасно з цим, змінна x_3 набуде значення $a^1_{1,3}$. Тобто перший об'єкт буде в своєму 1-му стані $a^1_{1,1}$, а, одночасно з цим, третій об'єкт буде в своєму першому стані $a^1_{1,3}$. Тобто вираз $x_1^{a^1_{2,1}} = x_2^{a^1_{1,2}} = x_3^{a^1_{1,3}}$ буде дорівнювати нулеві для першого стану системи. Слід також зауважити, що $a^1_{1,2} = a^1_{4,2} = a^1_{0,2}$, тобто всі пасивні стани другого об'єкта слід розглядати як рівні, та позначимо їх деяким нульовим (пасивним) станом $a_{0,2}^{1}$. Тобто, виходячи з цього, можна говорити, що математична модель стану системи є конституентою одиниці.

З урахуванням цього, математичні моделі станів системи з лівою частиною у вигляді ДДНФ наберуть наступного вигляду.

Для основного сценарію:

$$\begin{cases} x_1^{a_{1,1}^{1}} x_2^{a_{1,2}^{1}} x_3^{a_{1,3}^{1}} = 1; \\ x_1^{a_{2,1}^{1}} x_2^{a_{2,2}^{1}} x_3^{a_{2,3}^{1}} = 1; \\ x_1^{a_{3,1}^{1}} x_2^{a_{3,2}^{1}} x_3^{a_{3,3}^{1}} = 1. \end{cases}$$

Розв'язками даних рівнянь будуть набори показників впізнавань для кожної математичної моделі станів системи де, як зазначалось вищє, $a_{0,n}^{k}$ - деякий пасивний стан.

Так для основного сценарію розв'язки рівнянь будуть наступними:

$$a_{1,1}^{1}, a_{0,1}^{1}, a_{1,3}^{1};$$

$$a_{0,1}^{1}, a_{2,2}^{1}, a_{2,3}^{1};$$

$$a_{3,1}^{1}, a_{3,2}^{1}, a_{0,3}^{1}.$$

Побудова математичних моделей станів системи для альтернативного сценарію.

Діючи аналогічно випадку основного сценарію, запишемо закони істинності для альтернативного сценарію:

$$\begin{cases} \bigvee_{i=1}^{4} x_1^{a_{i,1}^{2}} = 1; \\ \bigvee_{i=1}^{4} x_2^{a_{i,2}^{2}} = 1; \\ \bigvee_{i=1}^{4} x_3^{a_{i,3}^{2}} = 1. \end{cases}$$

Отримаємо математичні моделі станів системи у вигляді рівнянь АСП для альтернативного сценарію:

$$\begin{cases} x_1^{a_{1,1}^1} x_3^{a_{1,3}^1} = 1; \\ x_1^{a_{2,1}^1} x_3^{a_{2,3}^1} = 1; \\ x_2^{a_{3,2}^1} x_3^{a_{3,3}^1} = 1; \\ x_1^{a_{4,1}^1} x_2^{a_{4,2}^1} = 1. \end{cases}$$

Отримаємо математичні моделі станів системи у вигляді ДДНФ для альтернативного сценарію:

$$\begin{cases} x_1^{a_{1,1}^2} x_2^{a_{1,2}^2} x_3^{a_{1,3}^2} = 1; \\ x_1^{a_{2,1}^2} x_2^{a_{2,2}^2} x_3^{a_{2,3}^2} = 1; \\ x_1^{a_{3,1}^2} x_2^{a_{3,2}^2} x_3^{a_{3,3}^2} = 1; \\ x_1^{a_{4,1}^2} x_2^{a_{4,2}^2} x_3^{a_{4,3}^2} = 1. \end{cases}$$

Для альтернативного сценарію розв'язки рівнянь будуть наступними:

$$a_{1,1}^2, a_{0,1}^2, a_{1,3}^2;$$
$$a_{2,1}^2, a_{0,2}^2, a_{2,3}^2;$$
$$a_{0,1}^2, a_{3,2}^2, a_{3,3}^2;$$
$$a_{4,1}^2, a_{4,2}^2, a_{0,3}^2.$$

Отримані розв'язки змістовно інтерпретуються як елементи потоку керування, послідовна реалізація якого переводить систему з одного стану в інший.

4.2.2 Приклад 16 «МатМодСценаріїв»

Умова:

Нехай прецедент системи вичерпується двома сценаріями – Основним і Альтернативним. Дани проекції системи в простір станів для Основного і Альтернативного сценаріїв (діаграми Станів системи прикладу 15). Побудувати математичні моделі сценаріїв системи.

Рішення:

Введемо алфавіт букв $C = \{c_{1,1}, c_{2,1}, c_{3,1}, c_{4,1}, c_{1,2}, c_{2,2}, c_{3,2}, c_{4,2}\}$, елементи якого асоційовані з математичними моделями станів системи (отриманими в п.4.2.1).

Примітка. *Слід зазначити, що кількість математичних моделей в основному сценарії дорівнює кількості станів в основному сценарії (m=3), проте, при введенні алфавіту букв, при побудові математичних моделей сценаріїв, число букв для кожного сценарію, вводиться рівним кількості математичних моделей в сценарії з максимальним їх числом.*

Таким чином, для даної задачі $c_{4,1}$ буде асоційовано з деякою математичною моделлю деякого пасивного стану першого (Основного) сценарію системи.

Введемо множину змінних $M = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, елементи якого асоційовані зі станами системи. Кількість змінних дорівнює кількості станів системи сценарію з максимальним їх числом.

Вкажемо області визначення для введених змінних:

$$X_1 \in \{c_{1,1}, c_{1,2}\}$$
$$X_2 \in \{c_{2,1}, c_{2,2}\}$$
$$X_3 \in \{c_{3,1}, c_{3,2}\}$$
$$X_4 \in \{c_{4,1}, c_{4,2}\}$$

Утворюємо кон'юнкцію змінних, що приймають значення з алфавіту букв С і, дорівнявши їх до одиниці, отримаємо математичні моделі сценаріїв системи у вигляді рівнянь АСП. Математична модель основного сценарію:

$$X_1^{c_{1,1}} \wedge X_2^{c_{2,1}} \wedge X_3^{c_{3,1}} = 1.$$

Математична модель альтернативного сценарію:

$$X_1^{c_{1,2}} \wedge X_2^{c_{2,2}} \wedge X_3^{c_{3,2}} \wedge X_4^{c_{4,2}} = 1.$$

Міркуючи аналогічно п. 4.1.4, приведемо отримані рівняння до ДДНФ. Математичні моделі основного і альтернативного сценаріїв у вигляді ДДНФ наберуть вигляду:

$$X_1^{c_{1,1}} \wedge X_2^{c_{2,1}} \wedge X_3^{c_{3,1}} \wedge X_4^{c_{4,1}} = 1;$$

$$X_1^{c_{1,2}} \wedge X_2^{c_{2,2}} \wedge X_3^{c_{3,2}} \wedge X_4^{c_{4,2}} = 1.$$

де $c_{4,1}$, як згадувався раніше деякий пасивний стан системи.

З наведених рівнянь виходить, що значення лівої частини рівняння дорівнюватиме «істині», якщо змінна X_1 набуде значення $c_{1,1}$ та, одночасно з цим, змінна X_2 набуде значення $c_{2,1}$ і так далі.

Примітка. *Слово «одночасно» слід трактувати в даному випадку не як «в той самий момент часу» а як «при виконанні того самого сценарію».*

4.2.3 Приклад 17 «МатМодПрецеденту»

Умова:

Для умов задачі прикладу 15 «МатМодСост» і отриманих математичних моделей сценаріїв в задачі прикладу 16 «МатМодСцен» побудувати математичну модель прецеденту системи.

Рішення:

Введемо алфавіт букв $S = \{S_1, S_2\}$, елементи якого асоційовані з математичними моделями сценаріїв системи.

Утворивши диз'юнкцію елементів алфавіту букв S і, прирівнявши її до одиниці, отримаємо математичну модель прецеденту у вигляді рівняння алгебри кінцевих предикатів:

$S_1 \vee S_2 = 1$.

Оскільки елементи алфавіту букв S асоційовані з математичними моделями сценаріїв системи, то дане рівняння запишемо у вигляді:

$$\left(X_1^{c_{1,1}} \wedge X_2^{c_{2,1}} \wedge X_3^{c_{3,1}} \wedge X_4^{c_{4,1}}\right) \vee \left(X_1^{c_{1,2}} \wedge X_2^{c_{2,2}} \wedge X_3^{c_{3,2}} \wedge X_4^{c_{4,2}}\right) = 1 .$$

Отримане рівняння у вигляді ДДНФ є математична модель прецеденту записана у вигляді рівняння АСП.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Про що наука логіка?
2. Історія математичної логіки.
3. Що є вислів?
4. Що є вимовлювальна форма?
5. Що є елементарний вислів?
6. Що є складений вислів?
7. Логічні операції.
8. Пріоритет логічних операцій.
9. Таблиця істинності заперечення.
10. Таблиця істинності кон'юнкції.

11. Таблиця істинності диз'юнкції.
12. Таблиця істинності наступності.
13. Таблиця істинності еквівалентності.
14. Тотожності алгебри логіки.
15. Алфавіт алгебри логіки.
16. Що є формула алгебри логіки?
17. Що є ДНФ?
18. Що є КНФ?
19. Що є рівність та тотожність?
20. Суть кон'юнктивного додавання бракуючої змінної.
21. Суть диз'юнктивного додавання бракуючої змінної.
22. Що є ДДНФ?
23. Що є ДКНФ?
24. Алгоритм отримання ДДНФ.
25. Алгоритм отримання ДКНФ.
26. Визначення алфавітного оператора.
27. Визначення кінцевого алфавітного оператора.
28. Суть кінцевого алфавітного оператора.
29. Суть АКП щодо економічних систем.
30. Визначення кінцевого предиката.
31. Представлення алфавітного оператора кінцевим предикатом.
32. Достойність заміни алфавітного оператора кінцевим предикатом.
33. Поняття формули АСП.
34. Визначення предиката пізнавання.
35. Тотожність АСП.
36. Що є елементарна кон'юнкція?
37. Що є ДНФ?
38. Що є ДДНФ?
39. Що є ДКНФ?
40. Теорема про диз'юнктивне розкладання.
41. Наслідок 1 теореми про диз'юнктивне розкладання.
42. Використання наслідку 1 теореми про диз'юнктивне розкладання.
43. Слідство 2 теореми про диз'юнктивне розкладання.
44. Використання слідства 2 теореми про диз'юнктивне розкладання.
45. Що є алгебра?
46. Що є предикат та конституента одиниці?
47. Економічна суть алфавіту літер.
48. Економічна суть безлічі змінних.
49. З чим асоціюються елементи алфавіту літер?
50. З чим асоціюються елементи безлічі змінних?

ЛІТЕРАТУРА

1. Никольская И.Л. Математическая логика: учебник / И.Л. Никольская. – М.: Высш.шк., 1981. – 127 с.
2. Шабанов-Кушнаренко Ю.П. Теория интеллекта / Ю.П. Шабанов-Кушнаренко. – Х.: Вища шк.,1984. – 144с.
3. Уилсон Р. Введение в теорию графов / Р. Уилсон – М.: Мир,1997. – 204 с.
4. Кундышева Е.С. Математическое моделирование в экономике / Е.С. Кундышева. – М.: Данилов и Ко, 2004. –352 с.
5. Телькоф Ю.Ф. Интеллектуальные ИС в экономике: уч.пособие / Ю.Ф. Телькоф. – М.: Синтез, 2002. –251 с.
6. Нильсон, Нияс. Принципы искусственного интеллекта / Нияс Нильсон. – М.: Радио и связь 1985. – 376 с.
7. Руденко О.Т. Штучний інтелект нейронних мереж: навчальний посібник / О.Т. Руденко. – К.: ТОВ "Компанія СМІТ", 2006. – 404 с.
8. Катунев А.Н. Математические методы в системах принятия решений: учебное пособие / А.Н. Катунев, Н.А. Северцев. – М.: Высш. шк., 2005. – 311 с.
9. Гноенский А.С. Математические основы теории управляемых систем / А.С. Гноенский, Г.А. Каменский, А.Э Эльсгольц. – М.: Физматгиз, 1969. – 265 с.