МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Директор АДІ ДВНЗ «ДонНТУ»
М. М. Чальцев
31.07.2012 р.

Кафедра «Загальнонаукові дисципліни»

МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ І ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ІЗ ЗАГАЛЬНОГО КУРСУ ФІЗИКИ. РОЗДІЛИ «КЛАСИЧНА МЕХАНІКА» І «МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА». ГАЛУЗІ ЗНАНЬ 0701 «ТРАНСПОРТ І ТРАНСПОРТНА ІНФРАСТРУКТУРА» (ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.070106 «АВТОМОБІЛЬНИЙ ТРАНСПОРТ», ГАЛУЗІ ЗНАНЬ 0601 «БУДІВНИЦТВО І АРХІТЕКТУРА» НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.060101 «БУДІВНИЦТВО», ГАЛУЗІ ЗНАНЬ 0401 «ПРИРОДНИЧІ НАУКИ» НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.040106 «ЕКОЛОГІЯ, ОХОРОНА НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА ТА ЗБАЛАНСОВАНЕ ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ»)

15/45-2012-13

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Навчально-методична
комісія факультету
«Автомобільний транспорт»
Протокол № 9 від 15.05.2012 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Кафедра «Загальнонаукові дисципліни»
Протокол № 10 від 03.05.2012 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Навчально-методична
комісія факультету
«Автомобільні дороги»
Протокол № 9 від 16.05.2012 р.

Горлівка – 2012

УДК 538 (07)

Методичний посібник до практичних занять і організації самостійної роботи студентів із загального курсу фізики. Розділи «Класична механіка» і «Молекулярна фізика та термодинаміка». Галузі знань 0701 «Транспорт і транспортна інфраструктура» (для студентів напряму підготовки 6.070106 «Автомобільний транспорт», галузі знань 0601 «Будівництво, і архітектура» напряму підготовки 6.060101 «Будівництво» галузі знань 0401 «Природничі науки» напряму підготовки 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування») [Електронний ресурс] / укладач А. М. Галіахметов. – Електрон. дані. – Горлівка: ДВНЗ «ДонНТУ» АДІ, 2012. – 1 електрон. опт. диск (CD-R); 12 см. – Систем. вимоги: Pentium; 32 MB RAM; WINDOWS 98/2000/NT/XP; MS Word 2000. – Назва з титул. екрану.

Наведено основні формули, методичні вказівки до розв'язку задач та приклади їх розв'язку, контрольні завдання щодо самопідготовки та самоконтролю; довідкові таблиці.

Укладач: Галіахметов А. М., к.ф.-м. н., доц.

Відповідальний за випуск: Галіахметов А. М., к.ф.-м. н., доц.

Рецензент: Карпинець А. П., к.х.н., доц.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Необхідною умовою розуміння фізичних законів є грамотне застосування їх під час розв'язку задач. Основна мета цього навчально-методичного посібника – надати допомогу студентам факультетів «Автомобільний транспорт» та «Автомобільні дороги» під час самостійного рішення задач загального курсу фізики.

Передбачається, що, працюючи з даним посібником, читач буде користуватися рекомендованою літературою загального курсу фізики. Тому, на початку кожного розділу розташований лише короткий перелік формул, що пов'язані з рішенням задач, які наведено в даному розділі.

Слідом за списком формул поміщені методичні вказівки до розв'язку задач на тему даного розділу. У методичних вказівках наводяться методи та приклади розв'язання конкретних задач. При цьому, акцент зроблено на фізичному боці питання, перевірці розмірності кінцевих формул, методах обчислення.

У посібнику розглянуто найбільш характерні й типові завдання по кожному розділу загального курсу фізики. Завдання підібрані так, що рішення вимагає не просто механічної підстановки початкових даних в готові рівняння, а передусім осмислення самого явища, розуміння фізичних законів. У кінці кожного розділу наводяться завдання для самостійного рішення. При повному опрацюванні попереднього матеріалу ці завдання не повинні викликати ускладнення. Для контролю правильності рішення наводяться відповіді. Якщо рішення деяких з них викликають ускладнення, необхідно повернутися до відповідних місць матеріалу, що раніше були опрацьовані.

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

1. Умови завдань треба переписати повністю без скорочень. Для зауважень викладача на сторінках зошита залишати поля.

2. Рішення завдань слід супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями; у тих випадках, коли це можливо, дати креслення, що виконане за допомогою креслярського приладдя.

3. Розв'язувати завдання треба в загальному вигляді, тобто висловити шукану величину в буквених позначеннях величин, що задані в умові завдання. При такому способі розв'язування не проводять обчислення проміжних величин.

4. Після отримання розрахункової формули для перевірки правильності її слід підставити в праву частину формули замість символів величин позначення одиниць цих величин, провести з ними необхідні дії й упевнитися в тому, що отримана при цьому одиниця відповідає шуканій величині. Якщо такої відповідності немає, то це означає, що завдання виконано невірно (див. приклад 4 на с. 49).

5. Числові значення величин при підстановці їх у розрахункову формулу слід подавати тільки в одиницях СІ. Як виняток, допускається виражати в будь-яких, але однакових одиницях числові значення однорідних величин, що стоять у чисельнику та знаменнику дробу й мають однакові ступені (див. приклад 10 на с. 24).

6. Під час підстановки в розрахункову формулу, а також під час запису відповіді числові значення величин слід записувати як добуток десяткового дробу з однією значущою цифрою перед комою на відповідний ступінь десяти. Наприклад, замість 3520 треба записати $3{,}52\cdot10^3$, замість 0,00129 записати $1{,}29\cdot10^{-3}$ і т. д.

7. Обчислення за розрахунковою формулою треба проводити з дотриманням правил наближених обчислень (див. у «Задачнике по физике» А. Г. Чертова, А. А. Воробьева. Приложение о приближенных вычислениях). Як правило, остаточну відповідь слід записувати з трьома значущими цифрами. Це відноситься й до випадку, коли результат отриманий із застосуванням калькулятора.

1 КЛАСИЧНА МЕХАНІКА

1.1 Основні формули

Кінематичне рівняння руху матеріальної точки (центру мас твердого тіла) вздовж осі x:

$$x = f(t), \tag{1.1}$$

де $f(t)$ – деяка функція часу.

Проекція середньої швидкості на вісь x:

$$\langle \upsilon_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \tag{1.2}$$

Середня шляхова швидкість:

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \tag{1.3}$$

де Δs – шлях, що пройдений точкою за інтервал часу Δt. Шлях Δs на відміну від різниці координат $\Delta x = x_2 - x_1$ не може спадати й приймати негативні значення, тобто $\Delta s \geq 0$.

Проекція миттєвої швидкості на вісь x:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}. \tag{1.4}$$

Проекція середнього прискорення на вісь x:

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta \upsilon_x}{\Delta t}. \tag{1.5}$$

Проекція миттєвого прискорення на вісь x:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}. \tag{1.6}$$

Для прямолінійного рівнозмінного руху вздовж осі x:

$$\upsilon_x = \upsilon_{ox} + a_x t; \tag{1.7}$$

$$\Delta S = \upsilon_{ox} t + \frac{a_x t^2}{2}, \tag{1.8}$$

де υ_x та υ_{ox} – кінцева та початкова швидкості, відповідно.

Кінематичне рівняння руху матеріальної точки по колу:

$$\varphi = f(t); \qquad r = R = \text{const.} \tag{1.9}$$

Модуль кутової швидкості:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \tag{1.10}$$

Модуль кутового прискорення:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}. \tag{1.11}$$

Формули рівнозмінного обертального руху тіла навколо нерухомої осі:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t, \tag{1.12}$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \tag{1.13}$$

де ω та ω_0 – кінцева та початкова кутова швидкість, відповідно.

Зв'язок між модулями лінійних та кутових величин, що характеризують рух точки по колу:

$$\upsilon = \omega R, \qquad a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \varepsilon R, \qquad a_n = \omega^2 R, \tag{1.14}$$

де υ – модуль лінійної швидкості;

a_τ та a_n – модулі тангенціального й нормального прискорень;

ω – модуль кутової швидкості ;

ε – модуль кутового прискорення;

R – радіус кола.

Модуль повного прискорення:

$$a = \sqrt{a_n{}^2 + a_\tau{}^2} \qquad \text{або} \qquad a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \tag{1.15}$$

Кут між повним a й нормальним a_n прискореннями:

$$\alpha = arccos\left(a_n / a\right). \tag{1.16}$$

Імпульс матеріальної точки з масою m, що рухається зі швидкістю υ:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}. \qquad (1.17)$$

Другий закон Ньютона:

$$d\vec{p} = \vec{F}dt, \qquad (1.18)$$

де $\vec{F}$ – вислідна сила, що діє на матеріальну точку.

Сили, що розглядаються в механіці:

а) сила пружності:

$$F = -kx, \qquad (1.19)$$

де k – коефіцієнт пружності (у разі пружини – жорсткість);

x – абсолютна деформація;

б) сила тяжіння:

$$\vec{F} = m\vec{g};$$

в) сила гравітаційної взаємодії:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (1.20)$$

де G – гравітаційна постійна;

m_1 і m_2 – маси взаємодіючих тіл;

r – відстань між тілами (тіла розглядаються як матеріальні точки).

У разі гравітаційної взаємодії силу можна виразити також через напруженість G гравітаційного поля:

$$\vec{F} = m\vec{G}; \qquad (1.21)$$

г) сила тертя (ковзання):

$$\vec{F} = f\vec{N}, \qquad (1.22)$$

де f – коефіцієнт тертя;

$\vec{N}$ – сила нормального тиску.

Закон збереження імпульсу:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \mathrm{const} \qquad (1.23)$$

або для двох тіл ($i = 2$):

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2, \qquad (1.24)$$

де $\vec{\upsilon}_1$ та $\vec{\upsilon}_2$ – швидкості тіл у момент часу, що прийнятий за початковий;

$\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ – швидкості тих самих тіл у момент часу, що прийнятий за кінцевий.

Механічна робота

$$A = \int F ds\ cos\ \alpha, \qquad (1.25)$$

де F – сила;
ds – диференціал переміщення;
α – кут між векторами сили та переміщення.
Потужність

$$N = dA / dt. \qquad (1.26)$$

Кінетична енергія тіла, що рухається поступально:

$$T = \frac{m\upsilon^2}{2} \quad \text{або} \quad T = \frac{p^2}{2m}. \qquad (1.27)$$

Потенційна енергія:
а) пружно-деформованої пружини:

$$\Pi = kx^2/2, \qquad (1.28)$$

де k – жорсткість пружини;
x – абсолютна деформація;
б) гравітаційної взаємодії:

$$\Pi = -Gm_1m_2 / r, \qquad (1.29)$$

де G – гравітаційна постійна;
m_1 та m_2 – маси тіл, які взаємодіють;
r – відстань між ними (тіла розглядаються як матеріальні точки);
в) тіла, що знаходиться в однорідному полі сили тяжіння:

$$\Pi = mgh, \qquad (1.30)$$

де g – прискорення вільного падіння;

h – висота тіла над рівнем, що прийнятий за нульовий (формула справедлива за умови $h \ll R$, де R – радіус Землі).

Закон збереження механічної енергії:

$$E = T + \Pi = \text{const}\,. \tag{1.31}$$

Робота A, що здійснена вислідною силою, визначається як міра зміни кінетичної енергії матеріальної точки:

$$A = T_2 - T_1\,. \tag{1.32}$$

Основне рівняння динаміки обертального руху відносно нерухомої осі z:

$$M_z = J_z \varepsilon\,, \tag{1.33}$$

де M_z – вислідний момент зовнішніх сил відносно осі z, що діють на тіло;

ε – кутове прискорення;

J_z – момент інерції відносно осі обертання.

Моменти інерції деяких тіл масою m відносно осі z, що проходить через центр мас:

а) стрижня довжиною l відносно осі, що перпендикулярна стрижню:

$$J_z = ml^2/12; \tag{1.34}$$

б) обруча (тонкостінного циліндра) щодо осі, що перпендикулярна площині обруча (що збігається з віссю циліндра):

$$J_z = mR^2\,, \tag{1.35}$$

де R – радіус обруча (циліндра);

в) диска радіусом R відносно осі, що перпендикулярна площині диска:

$$J_z = mR^2/2\,. \tag{1.36}$$

Проекція на вісь z моменту імпульсу тіла, що обертається відносно нерухомої осі z :

$$L_z = J_z \omega\,, \tag{1.37}$$

де ω – кутова швидкість тіла.

Закон збереження моменту імпульсу систем тіл, що обертаються навколо нерухомої осі z:

$$J_z \omega = \text{const}\,, \tag{1.38}$$

де J – момент інерції системи тіл відносно осі z;

ω – кутова швидкість обертання тіл системи навколо осі z.

Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі z:

$$T = J_z \omega^2 / 2 \qquad \text{або} \qquad T = L_z^2 / \left(2J_z\right). \tag{1.39}$$

Тиск

$$P = \frac{F cos\alpha}{S}, \tag{1.40}$$

де F – величина діючої сили;

S – площа, на яку діє сила;

α – кут між вектором сили та вектором нормалі до площини, на яку діє ця сила.

Сила Архімеда (сила, що виштовхує)

$$F_в = \rho g V, \tag{1.41}$$

де ρ – щільність рідини (або газу);

g – прискорення вільного падіння;

V – об'єм частини тіла, що занурена.

Формула Стокса

$$F = 6\pi\eta r\upsilon, \tag{1.42}$$

де F – сила опору, яку випробовує кулька, що падає у в'язкої рідині (або в газ);

η – коефіцієнт динамічної в'язкості;

r – радіус кульки;

υ – його швидкість.

Рівняння Бернуллі

$$\rho g h + \frac{\rho\upsilon^2}{2} + p = \text{const}, \tag{1.43}$$

де ρ – щільність рідини;

h – висота;

υ – швидкість рідини;

p – тиск рідини.

1.2 Методичні вказівки до розділу «Класична механіка»

Для вирішення завдань по **кінематиці прямолінійного руху** необхідно чітко уявляти фізичний зміст формул шляху й швидкості цього руху. Запис законів руху виробляється в координатній формі. Вибір системи координат довільний; вибирати її необхідно таким чином, щоб математичне рішення було спрощено. Наприклад, під час руху тіла, кинутого під кутом до горизонту, зручно вісь y направити вертикально, а вісь x – по горизонталі, так як рух уздовж осі x буде рівномірним, а вздовж осі y – рівнозмінним.

У завданнях на рівномірний прямолінійний рух двох тіл зручно перейти до системи відліку, пов'язану з одним із тіл.

Для вирішення завдань по **кінематиці обертального руху** необхідно мати на увазі, що в формулах (1.12) та (1.13) величини φ, ω_0, ω та ε – алгебраїчні. Знак φ визначається напрямком повороту тіла за час t, а знаки ω та ω_0 – напрямком обертання тіла у відповідні моменти часу. Величини ω та ε мають однакові знаки при прискореному обертанні й протилежні – при сповільненому. При вирішенні завдань будь-яке з двох напрямків обертання можна прийняти за позитивне.

Якщо тіло одночасно бере участь у двох обертальних рухах з кутовими швидкостями $\vec{\omega}_1$ та $\vec{\omega}_2$ щодо двох пересічних осей, то вислідний рух буде також обертальним з кутовою швидкістю, що дорівнює $\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2$.

Для розв'язання задач **динаміки поступального руху** необхідно застосовувати II закон Ньютона. Доцільно дотримуватися наступного порядку дій:

а) зробити рисунок до задачі;

б) указати всі сили, які діють на кожне тіло системи;

в) записати II закон Ньютона у векторній формі для кожного тіла системи;

г) вибрати зручні вісі координат;

д) записати II закон Ньютона в скалярній формі для кожного тіла системи;

е) розв'язати отриману систему рівнянь.

Якщо тіла пов'язані ниткою, масою якої можна знехтувати, то силу натягу нитки вважають однаковою по всій її довжині.

Закон збереження імпульсу та механічної енергії слід застосовувати в тих випадках, коли обчислення сил або ускладнене, або не потрібне за умовою задачі. У тому випадку, коли сили, що діють на дане тіло, виявляються залежними від часу, закон руху визначається за допомогою інтегрального числення. Застосування законів збереження дозволяє обійти механічні труднощі.

При використанні законів збереження перш за все, необхідно з'ясувати можливість застосування цих законів у конкретній задачі. **Закон збереження імпульсу**, точно кажучи, застосовується тільки для замкнутих систем, тобто до таких систем тіл, на які не діють зовнішні сили чи їх векторна сума дорівнює нулю. Однак, цей закон можна застосувати й для незамкнутих систем, якщо:

а) внутрішніх сил у багато разів більше, ніж зовнішніх. Наприклад, при розриві летючого снаряду;

б) проекція вислідної зовнішньої сили на будь-який напрямок під час взаємодії дорівнює нулю. Уздовж цього напрямку справедливий закон збереження імпульсу.

При складанні рівняння на підставі закону збереження імпульсу слід звертати увагу на те, що швидкості всіх розглянутих тіл мають обов'язково відраховуватися щодо однієї й тієї ж системи відліку, а так само на векторний характер закону.

Система тіл, механічна енергія яких постійна, називається консервативною. Умова консервативності – відсутність переходу механічної енергії в інші види енергії та обміну механічною енергією між тілами, що належать до даної системи, і зовнішніми тілами. Перша умова виконується для консервативних сил, які, за визначенням, не залежать від координат взаємодіючих тіл, або коли робота внутрішніх консервативних сил дорівнює нулю. Не консервативними силами є, наприклад, сила тертя, сили, що виникають при не пружному ударі. Друга умова виконується в тих випадках, коли алгебраїчна сума робіт зовнішніх сил, що діють на систему, дорівнює нулю.

Методика рішення задач по обертальному руху принципово не відрізняється від методики вирішення завдань поступального руху. У завданнях цього розділу зазвичай розглядають обертання твердого тіла лише навколо нерухомої вісі або вісі, що переміщається в просторі паралельно самій собі. У цьому випадку всі псевдовектори, що характеризують обертальний рух тіла: $\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon}$, $\vec{M}$, $\vec{L}$ – спрямовані вздовж осі обертання. Це дозволяє вибрати вісь обертання за вісь проекції.

Складний плоский рух, наприклад рух тіла, яке котиться, слід розглядати як суму двох рухів – обертальний навколо вісі, що проходить через центр мас, і поступальний рух зі швидкістю центру мас. Для вирішення завдання слід користуватися одночасно рівнянням динаміки обертального руху:

$$I\vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_i$$

та II законом Ньютона:

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i .$$

Кінетична енергія тіла, яке котиться по площині без прослизання, дорівнюватиме сумі кінетичної енергії обертального й поступального рухів:

$$T = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

Під час рішення задач для тіл, що знаходяться в рідинах або газах, необхідно вказати сили, які діють на тіла й застосувати другий закон Ньютона.

У **рівнянні Бернуллі** p називається статичним тиском рідини, а величина $\rho\frac{\upsilon^2}{2}$ – динамічним тиском. Сума динамічного та статичного тиску називається повним тиском. У горизонтально розташованій трубі змінного перерізу повний тиск залишається величиною сталою.

1.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Рівняння руху матеріальної точки вздовж осі має вигляд $x = A + Bt + Ct^3$, де A = 2 м, B = 1 м/с, C = – 0,5 м/с^3. Знайти координату x, швидкість υ_x та прискорення a_x точки в момент часу $t = 2$ с.

Розв'язок. Координату x знайдемо підставивши в рівняння руху числові значення коефіцієнтів A, B, C та часу t:

$$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3)\ \text{м} = 0 .$$

Миттєва швидкість відносно віі x є перша похідна від координати за часом:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Прискорення точки знайдемо взявши першу похідну від швидкості за часом:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = 6Ct.$$

У момент часу $t = 2$ с:

$$\upsilon_x = \left(1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2\right) \text{ м/с} = -5 \text{ м/с},$$

$$a_x = 6(-0,5) \cdot 2 \text{ м/с}^2 = -6 \text{ м/с}^2.$$

Приклад 2. З якої висоти впало тіло, якщо в останню секунду падіння воно пройшло шлях, рівний 80 м?

Розв'язок. Висота падіння h визначається виразом

$$h = gt^2 / 2, \tag{1}$$

де g – прискорення вільного падіння;

t – час падіння.

За час $t - t_1$, де $t_1 = 1$ с, тіло проходить шлях:

$$h - s = g \cdot (t - t_1)^2 / 2, \tag{2}$$

де $s = 80$ м.

Зрівнявши (1) та (2), маємо:

$$gt^2 / 2 \, - \, \text{s} = g\left(t^2 - 2t \cdot t_1 + t_1^2\right) / 2,$$

звідки

$$t = \frac{s + gt_1^2 / 2}{gt_1}. \tag{3}$$

Підставивши (3) в (1), отримаємо:

$$h = \frac{(s + gt_1^2 / 2)^2}{2gt_1^2}. \tag{4}$$

Переконаємось, що права частина рівняння (4) надасть одиницю шляху:

$$\frac{\left([s] + [g] \cdot \left[t_1^2\right]\right)^2}{[g] \cdot \left[t_1^2\right]} = \frac{\left(1 \text{ м} + 1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{с}^2\right)^2}{1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{с}^2} = 1 \ \frac{\text{м}^2}{\text{м}} = 1 \text{ м}.$$

Зробимо обчислення:

$$h = \frac{\left(80 + 9,81 \cdot 1 / 2\right)^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 1} = 367,4 \text{ м}.$$

Приклад 3. Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де A = 10 рад, B = 20 рад/с, $C = -2$ рад/с^2. Знайти повне прискорення точки, що знаходиться на відстані r = 0,1 м від осі обертання, для моменту часу t = 4 с.

Розв'язок. Повне прискорення $\vec{a}$ точки, що рухається по кривій лінії, може бути знайдено, як геометрична сума тангенціального прискорення $\vec{a}_\tau$, що спрямоване по дотичній до траєкторії, і нормального прискорення $\vec{a}_n$, спрямованого до центру кривини траєкторії (рис. 1.1):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n .$$

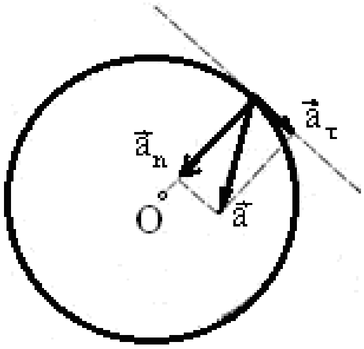

Рисунок 1.1. – Повне прискорення точки, що рухається по кривій лінії

Так як вектори $\vec{a}_\tau$ та $\vec{a}_n$ взаємно перпендикулярні, то модуль повного прискорення:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} . \qquad (1)$$

Модулі тангенціального та нормального прискорення точки тіла, що обертається виражаються формулами:

$$a_\tau = \varepsilon r; \qquad a_n = \omega^2 r ,$$

де ω – модуль кутової швидкості тіла;

ε – модуль його кутового прискорення.

Підставляючи вирази $\vec{a}_\tau$ та $\vec{a}_n$ у формулу (1), знаходимо:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} . \qquad (2)$$

Кутову швидкість ω знайдемо взявши першу похідну кута повороту за часом:

$$\omega = d\varphi/dt = B + 2Ct.$$

У момент часу t = 4 с модуль кутової швидкості:

$$\omega = \left[20 + 2(-2)4\right] \text{ рад/с} = 4 \text{ рад/с}.$$

Кутове прискорення знайдемо, взявши першу похідну від кутової швидкості за часом:

$$\varepsilon = d\omega/dt = 2C = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Підставляючи значення ω, ε і r у формулу (2), отримуємо:

$$a = 0{,}1 \cdot \sqrt{(-4)^2 + 4^4} \text{ м/с}^2 = 1{,}65 \text{ м/с}^2.$$

Приклад 4. Порожньому причепу тягач додає прискорення $a_1 = 0{,}3$ м/с^2, а навантаженому $a_2 = 0{,}1$ м/с^2. Яке прискорення додасть тягач обом причепам, які з'єднані разом? Силу тяжіння тягача вважати у всіх випадках однаковою.

Розв'язок. Запишемо другий закон Ньютона для порожнього причепа, навантаженого причепа та причепів, з'єднаних разом

$$F = m_1 a_1, \tag{1}$$

$$F = m_2 a_2, \tag{2}$$

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a_3. \tag{3}$$

З (1) та (2) маємо

$$m_1 = F / a_1, \qquad m_2 = F / a_2. \tag{4}$$

Підставимо (4) в (3)

$$F = \left(\frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2}\right) \cdot a_3,$$

звідки

$$a_3 = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}.$$

Зробимо обчислення:

$$a_3 = \frac{0,1 \cdot 0,3}{0,1 + 0,3} = \frac{0,03}{0,4} = 0,075 \ \left(\text{м/с}^2\right).$$

Приклад 5. Автомобіль масою 1020 кг рухається з вимкненим мотором з постійною швидкістю $\upsilon = 54$ км/год під гору з ухилом 4 м на кожні 100 м шляху. Яку потужність N повинен розвивати двигун автомобіля, щоб автомобіль рухався з тією ж швидкістю вгору?

Розв'язок. Під час руху під гору на автомобіль діє три сили: $m\vec{g}$ – сила тяжіння, $\vec{N}$ – сила реакції опори та $F_{тр}$ – сила тертя.

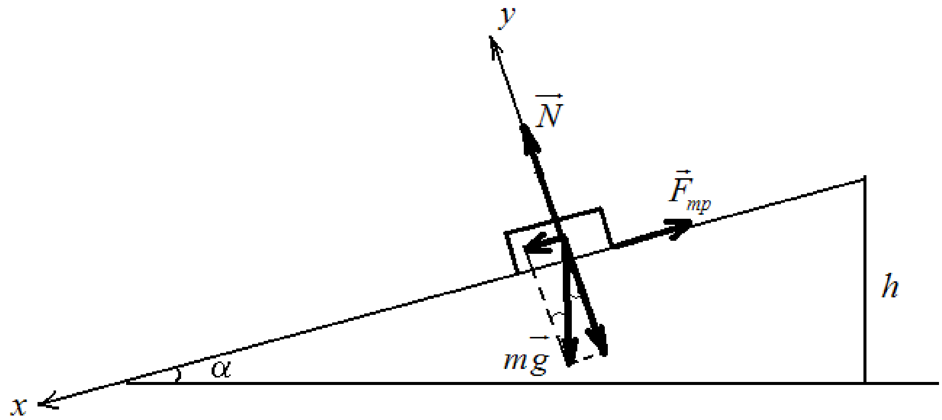

Рисунок 1.2 – Рух автомобіля під гору

Рівняння другого закону Ньютона в проекції на вісь x має вигляд

$$mg\ sin\ \alpha - F_{тр} = 0. \tag{1}$$

За другим законом Ньютона для осі y маємо

$$N = mg\ cos\ \alpha\,. \tag{2}$$

За визначенням сили тертя:

$$F_{тр} = \mu \cdot N\,, \tag{3}$$

де μ – коефіцієнт тертя.

З (1) – (3) отримаємо

$$mg\ sin\ \alpha = \mu mg\ cos\ \alpha\,,$$

Звідки

$$\mu = tg\ \alpha. \tag{4}$$

Під час руху вгору на автомобіль додатково діє сила тяжіння двигуна F_m.

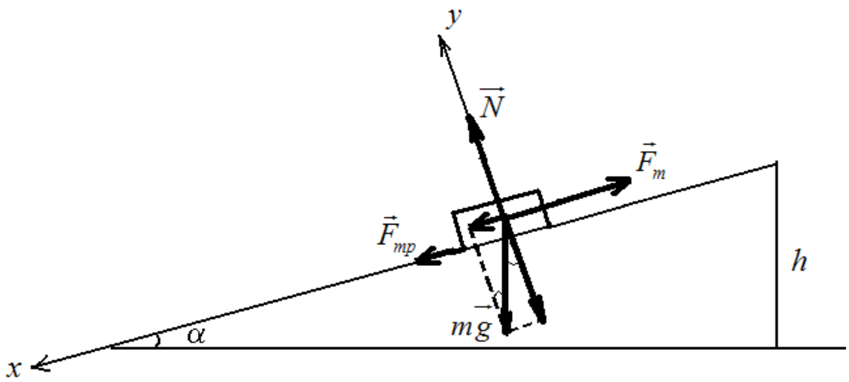

Рисунок 1.3 – Рух автомобіля вгору

У проекції на вісь *x* рівняння другого закону Ньютона має вигляд:

$$F_m - mg\ sin\ \alpha - F_{mp} = 0,$$

звідки

$$F_m = mg\ sin\ \alpha + F_{mp} = mg\ sin\ \alpha + \mu mg\ cos\ \alpha = 2mg\ sin\ \alpha. \qquad (5)$$

З даних завдання виразимо $sin\ \alpha$:

$$sin\ \alpha = \frac{h}{l}, \qquad (6)$$

де h – висота;
l – відстань.
З (5) та (6) знаходимо F_m:

$$F_m = \frac{2mgh}{l}. \qquad (7)$$

Потужність, що розвивається двигуном, дорівнює:

$$N = F_m \upsilon = \frac{2mgh\upsilon}{l}. \qquad (8)$$

Переконаємось, що права частина (8) надає одиницю потужності:

$$\frac{[m][g][h][\upsilon]}{[l]} = \frac{1\ \text{кг} \cdot 1\ \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1\ \text{м} \cdot 1\ \text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{м}} = \frac{1\ \text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}}{1\ \text{с}} = 1\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}} = 1\frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 1\ \text{Вт}.$$

Зробимо обчислення:

$$N = \frac{2 \cdot 1020 \cdot 9{,}81 \cdot 4 \cdot 15}{100} = 12 \text{ кВт.}$$

Приклад 6. Автомобіль вагою P рухається з постійною швидкістю υ: 1) рухається по горизонтальному плоскому мосту; 2) по опуклому мосту; 3) по увігнутому мосту. Радіус кривизни мосту в останніх двох випадках R. Який тиск p чинить машина на міст в кожному з цих випадків, коли вона проїздить через середину моста?

Розв'язок. На автомобіль діє дві сили: сила ваги P (вектор $\vec{P}$ спрямований вертикально вниз) та сила реакції опори N (вектор $\vec{N}$ спрямований вертикально вниз).

1. Під час руху по горизонтальному плоскому мосту за другим законом Ньютона

$$P - N_1 = 0 \qquad \text{або} \qquad P = N_1, \tag{1}$$

тобто тиск автомобіля на міст $P = N_1$ дорівнює вазі автомобіля.

2. Під час руху по опуклому мосту, рівняння другого закону Ньютона приймає вигляд:

$$P - N_2 = \frac{m\upsilon^2}{R}, \tag{2}$$

де m – маса автомобіля;

υ – його швидкість;

R – радіус кривизни мосту.

З (2) отримаємо

$$N_2 = P - \frac{P\upsilon^2}{gR},$$

тобто тиск автомобіля на міст $P = N_2$ менший за вагу автомобіля.

3. Час руху по увігнутому мосту, рівняння другого закону Ньютона має вигляд

$$N_3 - P = \frac{m\upsilon^2}{R},$$

звідки

$$N_3 = P + \frac{m\upsilon^2}{R}, \tag{3}$$

тобто тиск автомобіля на міст $P = N_3$ більший за вагу автомобіля

Приклад 7. Ящик масою m_1 = 20 кг зісковзує по ідеально гладенькій дощечці довжиною l = 2 м на нерухомий візок з піском і застряє в ньому. Візок з піском масою $m_2 = 80$ кг може вільно (без тертя) переміщуватись по рейках в горизонтальному напрямку. Визначити швидкість u візка з ящиком, якщо дощечка нахилена під кутом $\alpha = 30$ ° до рейок.

Розв'язок. Візок та ящик можна розглядати як систему двох не пружних взаємодіючих тіл. Але ця система не замкнута, так як на неї діють зовнішні сили: сили тяжіння $m_1\vec{g}$ та $m_2\vec{g}$ і сила реакції $\vec{N}_1$ (рис. 1.4). Тому застосувати закон збереження імпульсу до системи ящик – візок не можна. Але так як проекції зазначених сил на напрям осі x, що збігається з напрямком рейок, дорівнюють нулю, то проекцію імпульсу системи на цей напрям можна вважати сталою, тобто:

$$p_{1x} + p_{2x} = p'_{1x} + p'_{2x}, \tag{1}$$

де p_{1x} і p_{2x} – проекції імпульсу ящика й візка з піском у момент падіння ящика на візок;

p'_{1x} і p'_{2x} – ті ж величини після падіння ящика.

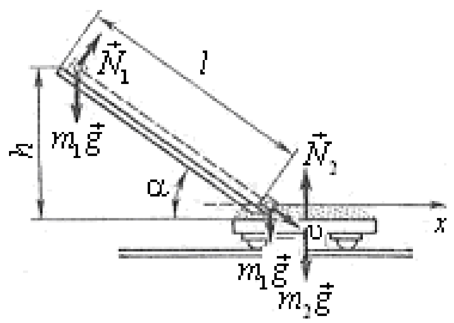

Рисунок 1.4 – Схема взаємодії ящика з візком

Розглядаючи тіла системи як матеріальні точки, виразимо в рівності (1) імпульси тіл через їх маси й швидкості, враховуючи, що p_{2x} = 0 (візок до взаємодії з ящиком знаходився у спокої), а також що після взаємодії обидва тіла системи рухаються з однієї тією ж швидкістю u:

$$m_1\upsilon_{1x} = (m_1 + m_2)u$$

або

$$m_1\upsilon_1\ cos\ \alpha=\left(m_1+m_2\right)u,$$

де υ_1 – модуль швидкості ящика перед падінням на візок;
$\upsilon_{1x}=\upsilon_1\cos\alpha$ – проекція цієї швидкості на вісь x.
Звідси:

$$u=m_1\upsilon_1\ cos\ \alpha/\left(m_1+m_2\right). \qquad (2)$$

Модуль швидкості υ_1 визначимо з закону збереження енергії:

$$m_1gh=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2,$$

де $h=l\sin\alpha$, звідки

$$\upsilon_1=\sqrt{2gl\ sin\ a}.$$

Підставивши вираз υ_1 у формулу (2), отримаємо:

$$u=\frac{m_1\sqrt{2gl\ sin\ \alpha}\ cos\ \alpha}{m_1+m_2}.$$

Після обчислень знайдемо:

$$u=\frac{20\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 2\ sin\ 30^0}}{20+80}cos\ 30^0\ \text{м/с}=$$
$$=0{,}2\sqrt{19{,}6}\cdot 0{,}867\,\text{м/с}=0{,}767\ \text{м/с}.$$

Приклад 8. При пострілі з пружинного пістолета вертикально вгору куля масою $m=20$ г піднялася на висоту $h=5$ м. Визначити жорсткість пружини пістолета, якщо вона була стиснута на x = 10 см. Масою пружини й силами тертя знехтувати.

Розв'язок. Розглянемо систему пружина – куля. Так як на тіла системи діють лише консервативні сили, то для вирішення задачі можна застосувати закон збереження енергії в механіці. Згідно з ним повна механічна енергія E_1 системи в початковому стані (у даному випадку перед пострілом) дорівнює повній енергії E_2 в кінцевому стані (коли куля піднялася на висоту h), тобто:

$$E_1=E_2 \qquad \text{або} \qquad T_1+\Pi_1=T_2+\Pi_2, \qquad (1)$$

де T_1, T_2, Π_1 і Π_2 – кінетичні та потенційні енергії системи в початковому й кінцевому станах.

Так як кінетичні енергії кулі в початковому й кінцевому станах дорівнюють нулю, то рівність (1) набуде вигляду:

$$П_1 = П_2 \cdot \qquad (2)$$

Візьмемо потенційну енергію кулі в полі сил тяжіння Землі, коли куля знаходиться у спокої на стиснутій пружині, рівною нулю, а висоту підйому кулі будемо відраховувати від торця стиснутої пружини. Тоді енергія системи в початковому стані буде дорівнювати потенційній енергії стиснутої пружини, тобто $П_1 = \frac{kx^2}{2}$, а в кінцевому стані – потенційна енергія кулі на висоті *h*, тобто $П_2 = mgh$.

Підставивши вирази $П_1$ і $П_2$ у формулу (2), отримаємо $\frac{kx^2}{2} = mgh$, звідки

$$k = \frac{2mgh}{x^2}. \qquad (3)$$

Перевіримо, чи дає отримана формула одиницю жорсткості *k*. Для цього в праву частину формули (3) замість величин підставимо їх одиниці:

$$\frac{[m][g][h]}{\left[x^2\right]} = \frac{1\ кг \cdot 1 м \cdot с^{-2} \cdot 1\ м}{1\ м^2} = \frac{1\ кг \cdot м \cdot с^{-2}}{1\ м} = 1\ Н/м.$$

Переконавшись, що отримана одиниця є одиницею жорсткості $(1\ Н/м)$, підставляємо у формулу (3) значення величин і зробимо обчислення:

$$k = \frac{2 \cdot 0{,}02 \cdot 9{,}81 \cdot 5}{(0{,}1)^2}\ Н/м = 196\ Н/м.$$

Приклад 9. Куля масою m_1, що рухається горизонтально з деякою швидкістю υ_1, зіткнулася з нерухомою кулею масою m_2. Кулі абсолютно пружні, удар прямий, центральний. Яку частку ε своєї кінетичної енергії перша куля передає іншій?

Розв'язок. Частка енергії, що передана першою кулею іншій, виразиться співвідношенням:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 \upsilon_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{\upsilon_1}\right)^2, \qquad (1)$$

де T_1 – кінетична енергія першої кулі до удару;

u_2 та T_2 – швидкість і кінетична енергія другої кулі після удару.

Як видно з формули (1), для визначення ε треба знайти u_2. Згідно з умовою задачі, імпульс системи двох куль щодо горизонтального напрямку не змінюється й механічна енергія куль в інші види не переходить. Користуючись цим, знайдемо:

$$m_1\upsilon_1 = m_1u_1 + m_2u_2; \tag{2}$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = \frac{m_2u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}. \tag{3}$$

Розв'яжемо спільно рівняння (2) і (3):

$$u_2 = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}.$$

Підставивши цей вираз u_2 у формулу (1) й скоротивши на υ та m_1, отримаємо:

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2m_1\upsilon_1}{\upsilon_1\left(m_1 + m_2\right)}\right]^2 = \frac{4m_1m_2}{\left(m_1 + m_2\right)^2}.$$

Із знайденого співвідношення видно, що частка переданої енергії залежить тільки від мас куль, які взаємодіють.

Приклад 10. Через блок у вигляді суцільного диска, що має масу $m = 80$ г (рис. 1.5), перекинута тонка гнучка нитка, до кінців якої підвішені вантажі з масами $m_1 = 100$ г і $m_2 = 200$ г. Визначити прискорення, з яким будуть рухатися вантажі, якщо їх надати самим собі. Тертям і масою нитки знехтувати.

Розв'язок. Розглянемо сили, що діють на кожен вантаж і на блок окремо. На кожен вантаж діють дві сили: сила тяжіння й сила пружності (сила натягу нитки). Направимо вісь x вертикально вниз і напишемо для кожного вантажу рівняння руху (другий закон Ньютона) в проекціях на цю вісь.

Для першого вантажу:

$$m_1g - T_1 = -m_1a; \tag{1}$$

для другого вантажу:

$$m_2g - T_2 = m_2a. \tag{2}$$

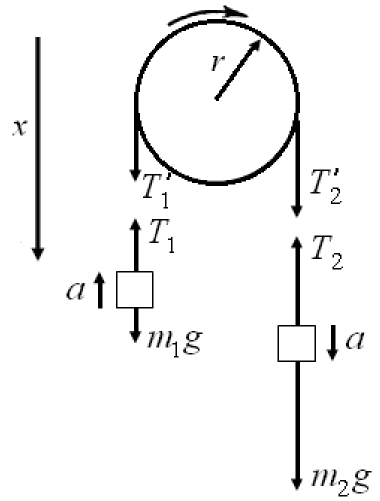

Рисунок 1.5 – Система блок – вантажі

Під дією моментів сил T_1' і T_2' щодо осі z, перпендикулярної площині креслення й спрямованої за креслення, блок набуває кутове прискорення. Згідно з основним рівнянням динаміки обертального руху:

$$T_2'r - T_1'r = J_z\varepsilon, \qquad (3)$$

де $\varepsilon = a/r$;

$J_z = mr^2/2$ – момент інерції блоку (суцільного диска) щодо осі z.

Згідно з третім законом Ньютона, з урахуванням невагомості нитки $T_1' = T_1$, $T_2' = T_2$. Скориставшись цим, підставимо в рівняння (3) замість T_1' та T_2' вираз T_1 і T_2, отримавши їх попередньо з рівнянь (1) і (2):

$$(m_2g - m_2a)r - (m_1g + m_1a)r = mr^2a/(2r).$$

Після скорочення на r і перегрупування членів знайдемо:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2}g. \qquad (4)$$

Формула (4) дозволяє маси m_1, m_2 та m виразити в грамах, як вони дані в умові завдання, а прискорення – в одиницях СІ. Після підстановки числових значень у формулу (4) отримаємо:

$$a = \frac{(200-100)\ \text{г}}{(200+100+80/2)\ \text{г}} \cdot 9{,}81\ \text{м/с}^2 = 2{,}88\ \text{м/с}^2.$$

Приклад 11. Автомобіль рухається по горизонтальній дорозі зі швидкістю $\upsilon_0 = 54$ км/год. З вимкненим мотором та увімкненими гальмами він зупиняється, проїхавши $l = 60$ м. Визначити коефіцієнт тертя μ між колесами автомобіля й дорогою.

Розв'язок. Робота сили тертя

$$A = -F_{mp} l = -\mu mgl, \tag{1}$$

де F_{mp} – сила тертя;

l – відстань, яку проїхав автомобіль;

m – маса автомобіля,

що витрачається на зміну кінетичної енергії автомобіля:

$$\Delta E_k = E_{k_2} - E_{k_1}, \tag{2}$$

де

$$E_{k_1} = \frac{m\upsilon_0^2}{2}, \qquad E_{k_2} = 0, \tag{3}$$

де υ_0 – початкова швидкість автомобіля.

З (1) та (3) маємо

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \mu mgl,$$

звідки

$$\mu = \frac{\upsilon_0^2}{2gl}. \tag{4}$$

Переконаємось, що права частина (4) надає безрозмірну одиницю:

$$\frac{\left[\upsilon_0^2\right]}{[g][l]} = \frac{1\ \text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{1\ \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{м}} = 1.$$

Зробимо обчислення:

$$\mu = \frac{15^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 60} = 0{,}19.$$

Приклад 12. Крутень у вигляді суцільного диска радіусом $R = 0{,}2$ м та масою $m = 50$ кг розкручений до частоти обертання $n_1 = 480\ \text{хв}^{-1}$ і наданий самому собі. Під дією сил тертя крутень зупинився через $t = 50$ с. Знайти момент M сил тертя.

Розв'язок. Для розв'язку завдання скористаємося основним рівнянням динаміки обертального руху у вигляді:

$$dL_z = M_z dt, \tag{1}$$

де dL_z – зміна проекції на вісь z моменту імпульсу крутня, що обертається щодо осі z, збігається з геометричною віссю крутня, за інтервал часу dt;

M_z – момент зовнішніх сил (у даному випадку момент сил тертя), що діють на крутень щодо осі z.

Момент сил тертя можна вважати незмінним із плином часу $\left(M_z = \text{const}\right)$, тому інтегрування рівняння (1) призводить до виразу:

$$\Delta L_z = M_z \Delta t. \tag{2}$$

При обертанні твердого тіла відносно нерухомої вісі відбувається зміна проекції моменту імпульсу:

$$\Delta L_z = J_z \Delta\omega, \tag{3}$$

де J_z – момент інерції крутня щодо осі z;

$\Delta\omega$ – зміна кутової швидкості крутня.

Прирівнявши праві частини рівностей (2) та (3), отримаємо:

$$M_z \Delta t = J_z \Delta\omega,$$

звідки

$$M_z = J_z \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \tag{4}$$

Момент інерції крутня у вигляді суцільного диска визначається за формулою

$$J_z = {}^1/_2 mR^2.$$

Зміну кутової швидкості $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ виразимо через кінцеву n_2 та початкову n_1 частоти обертання, користуючись співвідношенням $\omega = 2\pi n$:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi\left(n_2 - n_1\right).$$

Підставивши у формулу (4) вирази J_z та $\Delta\omega$, отримаємо:

$$M_z = \pi m R^2 \left(n_2 - n_1\right) \big/ \Delta t. \tag{5}$$

Перевіримо, чи дає розрахункова формула одиницю моменту сили (Н·м). Для цього в праву частину формули замість символів величин підставимо їх одиниці:

$$\frac{[m]\left[R^2\right][n]}{[t]} = \frac{1\ \text{кг} \cdot 1\ \text{м}^2 \cdot 1\ \text{с}^{-1}}{1\ \text{с}} = 1\ \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1\ \text{м} = 1\ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Підставимо в (5) числові значення величин і зробимо обчислення, враховуючи, що $n_1 = 480\ \text{хв}^{-1} = 460/60\,\text{с}^{-1} = 8\ \text{с}^{-1}$.

$$M_z = \frac{3{,}14 \cdot 50 \cdot (0{,}2)^2 \cdot (0-8)}{50}\ \text{Н} \cdot \text{м} = -1\ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Знак мінус показує, що момент сил тертя чинить крутню опір.

Приклад 13. Платформа у вигляді суцільного диска радіусом $R = 1{,}5$ м та масою $m = 180$ кг обертається навколо вертикальної осі з частотою $n = 10\ \text{хв}^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина масою $m = 60$ кг. Яку лінійну швидкість υ щодо підлоги приміщення має людина, якщо вона перейде на край платформи?

Розв'язок. Згідно з умовою задачі, момент зовнішніх сил відносно всі обертання z, що збігається з геометричною віссю платформи, можна вважати рівним нулю. При цій умові проекція L_x моменту імпульсу системи платформа – людина залишається сталою:

$$L_z = J_z \omega = \text{const}, \tag{1}$$

де J_z – момент інерції платформи з людиною щодо вісі z;

ω – кутова швидкість платформи.

Момент інерції системи дорівнює сумі моментів інерції тіл, що входять до складу системи, тому в початковому стані $J_z = J_1 + J_2$, а в кінцевому стані $J'_z = J'_1 + J'_2$.

З урахуванням цієї рівності (1) вираз набуде вигляду:

$$\left(J_1 + J_2\right)\omega = \left(J'_1 + J'_2\right)\omega', \tag{2}$$

де значення моментів інерції J_1 та J_2 платформи та людини в початковому стані системи; J'_1 та J'_2 – у кінцевому.

Момент інерції платформи щодо осі під час переходу людини не змінюється: $J_1 = J_1' = m_1 R^2 / 2$. Момент інерції людини щодо тієї ж осі буде змінюватися. Якщо розглядати людину як матеріальну точку, то його момент інерції J_2 в початковому стані (в центрі платформи) можна вважати рівним нулю. У кінцевому стані (на краю платформи) момент інерції людини:

$$J_2' = m_2 R^2 / 2.$$

Підставимо у формулу (2) вираження моментів інерції, початкової кутової швидкості обертання платформ з людиною ($\omega = 2\pi n$) і кінцевої кутової швидкості ($\omega' = \upsilon / R$, де υ – швидкість людини відносно підлоги):

$$\left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + 0\right) 2\pi n = \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_2 R^2\right) \upsilon / R.$$

Після скорочення на R^2 і простих перетворень знаходимо швидкість:

$$\upsilon = 2\pi n R m_1 / \left(m_1 + 2m_2\right).$$

Зробимо обчислення:

$$\upsilon = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1{,}5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} \text{ м/с} = 1 \text{ м/с}.$$

Приклад 14. Ракета встановлена на поверхні Землі для запуску у вертикальному напрямку. При якій мінімальній швидкості υ_1 заданій ракеті при запуску, вона віддалиться від поверхні на відстань, яка рівна радіусу Землі $\left(R = 6{,}37 \cdot 10^6 \text{ м}\right)$? Усіма силами, крім сили гравітаційної взаємодії ракети й Землі, знехтувати.

Розв'язок. З боку Землі на ракету діє сила тяжіння, що є потенційною силою. При непрацюючому двигуні під дією потенційної сили механічна енергія ракети змінюватися не буде. Отже:

$$T_1 + П_1 = T_2 + П_2, \qquad (1)$$

де T_1, $П_1$ і T_2 , $П_2$ – кінетична й потенційна енергії ракети після вимкнення двигуна в початковому (у поверхні Землі) й кінцевому (на відстані, рівному радіусу Землі) станах.

Відповідно до визначення кінетичної енергії:

$$T_1 = m\upsilon_1^2/2.$$

Потенційна енергія ракети в початковому стані (потенційна енергія гравітаційної взаємодії тіл, які нескінченно віддалені одне від одного, приймається рівною нулю):

$$\Pi_1 = -\,GmM/R,$$

тому що потенційна енергія гравітаційної взаємодії тіл, нескінченно віддалених одне від одного, приймається рівною нулю. При віддаленні ракети від поверхні Землі її потенційна енергія зростає, а кінетична – спадає. У кінцевому стані кінетична енергія T_2 стане рівною нулю, а потенційна – досягне максимального значення:

$$\Pi_1 = -\,GmM/(2R).$$

Підставивши вирази T_1, Π_1, T_2 і Π_2 в (1), отримаємо:

$$m\upsilon_1^2/2 \;-\; GmM/R = -\,GmM/(2R),$$

звідки

$$\upsilon_1 = \sqrt{GM/R}.$$

Помітивши, що $GM/R^2 = g$ (g – прискорення вільного падіння біля поверхні Землі), перепишемо цю формулу у вигляді:

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR},$$

що збігається з виразом для першої космічної швидкості.

Зробимо обчислення:

$$\upsilon_1 = \sqrt{9{,}8\cdot 6{,}37\cdot 10^6}\ \text{м/с} = 7{,}9\ \text{км/с}.$$

Приклад 15. Надводна частина айсберга має об'єм $V_н = 600\ \text{м}^3$. Визначити об'єм айсберга. Щільність льоду $\rho_л = 920\ \text{кг/м}^3$, щільність морської води $\rho_в = 1{,}03\cdot 10^{-3}\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Розв'язок. Айсберг плаває за умови, що його вага P скомпенсована виштовхуючою силою $F_в$:

$$P = F_в. \qquad (1)$$

Використовуємо визначення

$$P = \rho_л V g, \tag{2}$$

$$F_в = \rho_в \left(V - V_н\right) g, \tag{3}$$

де V – об'єм айсберга;

$V_н$ – об'єм його надводної частини.

З (1) – (3) маємо

$$\rho_л V = \rho_в \left(V - V_н\right),$$

звідки

$$V = \frac{\rho_в}{\rho_в - \rho_л} \cdot V_н. \tag{4}$$

Зробимо обчислення:

$$V = \frac{1,03}{1,03 - 0,92} \cdot 600 \text{ м}^3 = 5618 \text{ м}^3.$$

Приклад 16. Якої найбільшої швидкості може досягнути дощова крапля діаметром $d = 0,3$ мм, якщо динамічна в'язкість повітря дорівнює $\eta = 1,2 \cdot 10^{-5}$ Па $\cdot$ с?

Розв'язок. На краплю діють дві сили, що спрямовані вгору: виштовхуюча сила $F_в$ й сила Стокса F_c, та одна сила, що направлена вниз – сила тяжіння. Швидкість краплі буде найбільшою, якщо сила, яка діє вгору, буде скомпенсована силою, що діє вниз:

$$F_в + F_c = mg, \tag{1}$$

де m – маса краплі.

Скористаємося визначеннями сил $F_в$ та F_c:

$$F_в = \rho_1 V g, \tag{2}$$

$$F_c = 6\pi\eta r \upsilon, \tag{3}$$

де ρ_1 – щільність повітря;

V – об'єм краплі;

η – динамічна в'язкість повітря;

υ – швидкість падіння краплі.

Виражаючи об'єм V й радіус r через діаметр d краплі

$$V = \frac{\pi d^3}{6}, \qquad r = \frac{d}{2},$$

для (2) й (3) отримаємо

$$F_в = \rho_1 \frac{\pi d^3}{6} g, \tag{4}$$

$$F_c = 3\pi\eta d \upsilon. \tag{5}$$

Підставивши (4) й (5) в (1), отримаємо:

$$\rho_1 \frac{\pi d^3}{6} g + 3\pi\eta d\upsilon = \rho_2 \frac{\pi d^3}{6} g, \tag{6}$$

де ρ_2 – щільність води.

З (6) отримаємо вираз для υ:

$$\upsilon = \left(\rho_1 - \rho_2\right) \cdot \frac{d^2 g}{18\eta}. \tag{7}$$

Переконаємось, що права частина (7) надасть одиницю швидкості:

$$[\rho]\frac{\left[d^2\right][g]}{[\eta]} = 1\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \frac{1\ \text{м}^2 \cdot 1\ \text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{1\ \text{Н} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3 \cdot \text{Н}} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Підставимо в (7) числові значення величин й зробимо обчислення, враховуючи, що $\rho_1 = 1,29$ кг/м^3, $\rho_2 = 10^3$ кг/м^3, $d = 3 \cdot 10^{-4}$ м:

$$\upsilon = \left(1000 - 1,29\right) \cdot \frac{\left(3 \cdot 10^{-4}\right)^2 \cdot 9,81}{18 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}} = 4,08\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Приклад 17. У посудину ллється вода, причому за 1 с наллється 0,2 л води. Яким повинен бути діаметр d отвору дна посудини, щоб вода в ньому трималась на постійному рівні $h = 8,3$ см?

Розв'язок. Вода в посудині буде триматися на постійному рівні, якщо швидкість зниження υ_1 рівня води в посудині буде дорівнювати швидкості υ поступання води в посудину:

$$\upsilon_1 = \upsilon. \tag{1}$$

Відповідно до рівняння Бернуллі

$$\rho\frac{\upsilon_1^2}{2} + \rho g h = \rho\frac{\upsilon_2^2}{2}, \tag{2}$$

де ρ – щільність води;

h – висота рівня води;

υ_2 – швидкість витікання води з отвору.

З (2) маємо

$$\upsilon_1^2 + 2gh = \upsilon_2^2. \tag{3}$$

У силу нерозривності струменя

$$\upsilon_1 S_1 = \upsilon_2 S_2, \tag{4}$$

де S_1 – площа поперечного перетину посудини;

S_2 – площа поперечного перетину отвору.

З (4) виразимо υ_2:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 S_1 / S_2. \tag{5}$$

Підставимо (5) в (3):

$$\upsilon_1^2 + 2gh = (S_1^2 / S_2^2) \cdot \upsilon_1^2,$$

звідки

$$\upsilon_1 = \frac{S_2\sqrt{2gh}}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}}. \tag{6}$$

Виражаючи S через діаметри:

$$S_1 = \pi D^2 / 4, \qquad S_2 = \pi d^2 / 4, \tag{7}$$

де D – діаметр посудини;

d – діаметр отвору,

то отримаємо:

$$\upsilon_1 = \frac{d^2\sqrt{2gh}}{\sqrt{D^4 - d^4}}. \tag{8}$$

Враховуючи, що $d^4 d^4 \ll D^4$, отримаємо

$$\upsilon_1 = \frac{d^2}{D^2}\sqrt{2gh}. \quad (9)$$

Швидкість поступання υ рідини в посудину

$$\upsilon = \frac{V}{S \cdot t} = \frac{4V}{\pi D^2 \cdot t}, \quad (10)$$

де $V -$ об'єм води, що поступає;
$t =$ 1 с.
З (1), (9) й (10) маємо

$$\frac{4V}{\pi D^2 \cdot t} = \frac{d^2}{D^2}\sqrt{2gh},$$

звідки

$$d = 2\sqrt{\frac{V}{\pi t}}\left(2gh\right)^{-1/4}. \quad (11)$$

Переконаємося, що права частина (11) надає одиницю довжини

$$\frac{\left[V^{1/2}\right]\left[t^{-1/2}\right]}{\left[\left(gh\right)^{1/4}\right]} = \frac{1\text{ м}^{3/2} \cdot \text{с}^{-1/2}}{1\text{ м}^{1/4} \cdot \text{с}^{-1/2} \cdot \text{м}^{1/4}} = 1\text{ м}.$$

Враховуючи, що $V = 0,2\text{ л} = 2 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3$, $h = 8,3\text{ см} = 8,3 \cdot 10^{-2}\text{ м}$, зробимо обчислення:

$$d = 2\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{3,14 \cdot 1}} \cdot \left(2 \cdot 9,81 \cdot 8,3 \cdot 10^{-2}\right)^{-1/4}\text{ м} = 1,4 \cdot 10^{-2}\ \left(\text{м}\right) = 1,4\text{ см}.$$

1.4 Завдання для самостійного вирішення

1. Точка рухається по колу радіусом $R = 4$ м. Закон її руху виражається рівнянням $s = A + Bt^2$, де $A = 8$ м, $B = -2$ м/с^2. Визначити момент часу t, коли нормальне прискорення a_n точки дорівнює 9 м/с^2. Знайти швидкість υ, тангенціальне a_τ та повне a прискорення точки в той же момент часу t. [1,5 с; – 6 м/с; – 4 м/с^2; 9,84 м/с^2].

2. Дві матеріальні точки рухаються відповідно до рівнянь $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ та $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, де $A_1 = 4$ м/с, $B_1 = 8$ м/с^2, $C_1 = -16$ м/с^3, $A_2 = 2$ м/с, $B_2 = -4$ м/с^2, $C_2 = 1$ м/с^3. В який момент часу t прискорення цих точок будуть однакові? Знайти швидкості υ_1 та υ_2 точок у цей момент. [0,235 с; 5,1 м/с; 0,286 м/с].

3. Куля масою $m_1 = 10$ кг стикається з кулею масою $m_2 = 4$ кг. Швидкість першої кулі $\upsilon_1 = 4$ м/с, другої – $\upsilon_2 = 12$ м/с. Знайти загальну швидкість u куль після удару в двох випадках: 1) мала куля наганяє велику кулю, що рухається в тому ж напрямку; 2) кулі рухаються назустріч одна одній. Удар вважати прямим, центральним, непружним. [6,28 м/с; – 0,572 м/с].

4. У човні масою M = 240 кг стоїть людина масою $m = 60$ кг. Човен пливе зі швидкістю υ = 2 м/с. Людина стрибає з човна в горизонтальному напрямку зі швидкістю u = 4 м/с (відносно човна). Знайти швидкість човна після стрибка людини: 1) уперед по руху човна; 2) у бік, протилежний руху човна. [1 м/с; 3 м/с].

5. Людина, що стоїть у човні, зробила шість кроків уздовж нього й зупинилася. На скільки кроків пересунувся човен, якщо маса човна в два рази більше (менше) маси людини? [2 кроки; 4 кроки].

6. З пружинного пістолета вистрілили кулькою, маса якої $m = 5$ г. Жорсткість пружини k = 1,25 кН/м. Пружина була стиснута на Δt = 8 см. Визначити швидкість кульки під час вильоту її з пістолета. [40 м/с].

7. Куля масою m_1 = 200 г, що рухається зі швидкістю $\upsilon_1 = 10$ м/с, стикається з нерухомою кулею масою m_2 = 800 г . Удар прямий, центральний, абсолютно пружний. Визначити швидкості куль після зіткнення. [–6 м/с; 4 м/с].

8. Куля, що рухається горизонтально, зіткнулася з нерухомою кулею та передала їй 64 % своєї кінетичної енергії. Кулі абсолютно пружні, удар прямий, центральний. У скільки разів маса другої кулі більша за масу першої? [У 4 рази]

9. Циліндр, що розташований горизонтально, може обертатися навколо вісі, що збігається з віссю циліндра. Маса циліндра m_1 = 12 кг. На циліндр намотали шнур, до якого прив'язали гирю масою m_2 = 1 кг. З яким прискоренням буде опускатися гиря? Яка сила натягу шнура під час руху гирі? [1,4 м/с^2; 8,4 Н].

10. Через блок, що виконаний у вигляді колеса, перекинута нитка, до кінців якої прив'язані тягірці масами $m_1 = 100$ г та m_2 = 300 г. Масу колеса M = 200 г вважати рівномірно розподіленою по обіду, масою спиць знехтувати. Визначити прискорення, з яким будуть рухатися тягірці, і сили натягу нитки по обидві сторони блоку. [3,27 м/с^2; 1,31 Н; 1,96 Н].

11. Двом однаковим крутням, що знаходяться в спокої, повідомили однакову кутову швидкість ω = 63 рад/с та надали їх самим собі. Під дією сил тертя крутень зупинився через одну хвилину, а другий зробив до повної зупинки N = 360 обертів. В якого крутня гальмуючий момент був більше й у скільки разів? [У першого більше у 1,2 рази].

12. Куля скочується з похилої площини висотою h = 90 см. Яку лінійну швидкість буде мати центр кулі в той момент, коли куля скотиться з похилої площини? [3,55 м/с].

13. На верхній поверхні горизонтального диска, який може обертатися навколо вертикальної осі, прокладені по колу радіусом $r = 50$ см рейки іграшкової залізниці. Маса диска M = 10 кг, його радиус R = 60 см. На рейки нерухомого диска був поставлений заводний паровозик масою $m =$ 1 кг і випущений з рук. Він почав рухатися відносно рейок зі швидкістю υ = 0,8 м/с. З якою кутовою швидкістю буде обертатися диск? [0,195 рад/с].

14. Платформа у вигляді диска обертається за інерцією близько вертикальної осі з частотою $n_1 = 14$ хв$^{-1}$. На краю платформи стоїть людина. Коли людина перейшла в центр платформи, частота зросла до n_2 = 25 хв$^{-1}$. Маса людини $m =$ 70 кг. Визначити масу платформи. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки. [210 кг].

15. Штучний супутник обертається навколо Землі по круговій орбіті на висоті H = 3200 км над поверхнею Землі. Визначити лінійну швидкість супутника. [6,45 км/с].

16. Яка висота берега річки, якщо камінь, що впав з берега, досягає поверхні води через 3,6 с? [63,6 м].

17. Автомобіль масою 1020 кг зупиняється під час гальмування за 6 с, при цьому проходить шлях 30 м. Знайти початкову швидкість й силу гальмування. [10 м/с, –1700 Н].

18. З яким прискоренням треба піднімати вантаж на мотузці, щоб сила тяжіння мотузки була у 1,8 рази більше ваги вантажа? [0,8 g].

19. Ящик тягнуть рівномірно по горизонтальній поверхні. Мотузка, за допомогою якої тягнуть ящик, утворює з горизонталлю кут 30 ^{0}. Сила натягування мотузки 30 Н. Яка робота виконана при переміщенні ящика на відстань 50 м? [1,3 кДж].

20. Який має бути діаметр труби, щоб при швидкості течії 0,4 м/с через трубу протікало 14 л/с бензину? [21 см].

21. Визначити щільність однорідного тіла, вага якого в повітрі $P_1 = 280$ Г, а у воді $P_2 = 169$ Г. Втратою ваги в повітрі знехтувати. [$\rho = 2{,}5$ г/см^3].

2 МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА. ТЕРМОДИНАМІКА

2.1 Основні формули

Кількість речовини (кількість речовини – число структурних елементів (молекул, атомів, іонів і т. д.), які містяться в тілі або системі. Кількість речовини виражається в молях. Моль дорівнює кількості речовини системи, що містить стільки ж структурних елементів, скільки міститься атомів у вуглецю-12, масою 0,012 кг) тіла (системи):

$$\nu = N / N_A, \tag{2.1}$$

де N – кількість структурних елементів (молекул, атомів, іонів і т. д.), що складають тіло (систему);

N_A – постійна Авогадро ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$).

Молярна маса речовини:

$$M = m / \nu, \tag{2.2}$$

де m – маса однорідного тіла (системи);

ν – кількість речовини цього тіла.

Відносна молекулярна маса речовини:

$$M_r = \sum n_i A_{r,i}, \tag{2.3}$$

де n_i – число атомів i-го хімічного елемента, що входять до складу молекули даної речовини;

$A_{r,i}$ – відносна атомна маса цього елемента.

Відносні атомні маси наведено в таблиці Д. І. Менделєєва (див. також табл. 9 додатка).

Зв'язок молярної маси M з відносною молекулярною масою речовини:

$$M = M_r k, \tag{2.4}$$

де $k = 10^{-3}$ кг/моль.

Кількість речовини суміші газів:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = N_1 / N_A + N_2 / N_A + \ldots + N_n / N_A$$

або

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + ... + \frac{m_n}{M_n}, \tag{2.5}$$

де ν_i, N_i, m_i, M_i– відповідно кількість речовини, число молекул, маса, молярна маса i-го компонента суміші.

Рівняння Менделєєва – Клапейрона (рівняння стану ідеального газу):

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT, \tag{2.6}$$

де m – маса газу;

M – молярна маса газу;

R – молярна газова постійна;

ν – кількість речовини;

T – термодинамічна температура.

Досвідчені газові закони, що є окремими випадками рівняння Менделєєва – Клапейрона для ізопроцесів:

а) закон Бойля – Маріотта (ізотермічний процес: $T = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$pV = \text{const} \tag{2.7}$$

або для двох станів газу:

$$p_1V_1 = p_2V_2; \tag{2.8}$$

б) закон Гей-Люссака (ізобарний процес: $p = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$\frac{V}{T} = \text{const} \tag{2.9}$$

або для двох станів:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; \tag{2.10}$$

в) закон Шарля (ізохорний процес: $V = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$\frac{p}{T} = \text{const} \tag{2.11}$$

або для двох станів:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}; \tag{2.12}$$

г) об'єднаний газовий закон (m =const):

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \quad \text{або} \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \tag{2.13}$$

де p_1, V_1, T_1 – тиск, об'єм і температура газу в початковому стані; p_2, V_2, T_2 – ті ж величини в кінцевому стані.

Закон Дальтона, що визначає тиск суміші газів:

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n, \tag{2.14}$$

де p_i – парціальні тиску компонентів суміші;

n – число компонентів суміші.

Парціальним тиском називається тиск газу, який виробляв би цей газ, якщо б тільки він один знаходився в посудині, зайнятий сумішшю.

Молярна маса суміші газів:

$$M = \frac{m_1 + m_2 + ... + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + ... + \nu_n}, \tag{2.15}$$

де m_i – маса i-го компонента суміші;

$\nu_i = \dfrac{m_i}{M_i}$ – кількість речовини i-го компонента суміші;

n – число компонентів суміші.

Масова частка i-го компонента суміші газу (в частках одиниці або відсотках):

$$\omega_i = \frac{m_i}{m}, \tag{2.16}$$

де m – маса суміші.

Концентрація молекул:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M}, \tag{2.17}$$

де N – число молекул, що містяться в даній системі;

ρ – щільність речовини;

V – об'єм системи.

Формула справедлива не лише для газів, але й для будь-якого агрегатного стану речовини.

Основне рівняння кінетичної теорії газів:

$$p = {}^2/_3 n \ \langle \varepsilon_n \rangle, \tag{2.18}$$

де $\langle \varepsilon_n \rangle$ – середня кінетична енергія поступального руху молекули.

Середня кінетична енергія поступального руху молекули:

$$\langle \varepsilon_n \rangle = {}^3/_2 kT, \tag{2.19}$$

де k – постійна Больцмана.

Середня повна кінетична енергія молекули:

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{i}{2} kT, \tag{2.20}$$

де i – число ступенів свободи молекули.

Залежність тиску газу від концентрації молекул і температури:

$$p = nkT. \tag{2.21}$$

Швидкості молекул:

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} - \text{ середня квадратична;} \tag{2.22}$$

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} - \text{ середня арифметична;} \tag{2.23}$$

$$\upsilon_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} - \text{ найбільш вірогідна,} \tag{2.24}$$

де m_1 – маса однієї молекули.

Відносна швидкість молекули:

$$u = \upsilon / \upsilon_в, \tag{2.25}$$

де υ – швидкість даної молекули.

Середнє число $\langle z \rangle$ зіткнень за час $t = 1$ с:

$$\langle z \rangle = \frac{\langle \upsilon \rangle}{\langle l \rangle}, \tag{2.26}$$

де $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу молекули:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}, \tag{2.27}$$

де σ – ефективний діаметр молекули.

Питомі теплоємності газу при постійному об'ємі (c_{v}) й постійному тиску (c_p):

$$c_{\text{v}} = \frac{i}{2}\frac{R}{M}; \qquad c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}. \tag{2.28}$$

Зв'язок між питомою c та молярною C теплоємностями:

$$c = C/M; \qquad C = cM. \tag{2.29}$$

Рівняння Майера:

$$C_p - C_{\text{v}} = R. \tag{2.30}$$

Внутрішня енергія ідеального газу:

$$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \frac{m}{M}C_{\text{v}}T. \tag{2.31}$$

Перший початок термодинаміки:

$$Q = \Delta U + A, \tag{2.32}$$

де Q – теплота, що повідомляється системі (газу);
ΔU – зміна внутрішньої енергії системи;
A – робота, що здійснена системою проти зовнішніх сил.
Робота розширення газу:
а) у загальному випадку:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV; \tag{2.33}$$

б) при ізобаричному процесі:

$$A = p(V_2 - V_1); \tag{2.34}$$

в) при ізотермічному процесі:

$$A = \frac{m}{M} RTln\frac{V_2}{V_1}; \qquad (2.35)$$

г) при адіабатному процесі:

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_{\text{v}} \Delta T \quad \text{або} \quad A = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right], \qquad (2.36)$$

де $\gamma = c_p / c_{\text{v}}$ – показник адіабати.

Рівняння Пуассона, що зв'язують параметри ідеального газу при адіабатному процесі:

$$pV^{\gamma} = \text{const}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}; \qquad (2.37)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}. \qquad (2.38)$$

Термічний ККД циклу:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \qquad (2.39)$$

де Q_1 – теплота, що отримана робочим тілом від тепловіддавача;
Q_2 – теплота, що передана робочим тілом теплоприймачу.

Термічний ККД циклу Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \qquad (2.40)$$

де T_1 та T_2 – термодинамічні температури тепловіддавача й теплоприймача.

Зміна ентропії в будь-якому оборотньому процесі:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}; \qquad (2.41)$$

а) для плавлення:

$$\Delta S = \lambda_m / T_{пл}, \qquad (2.42)$$

де λ – питома теплота плавлення;

m – маса тіла;

$T_{пл}$ – температура плавлення;

б) для конденсації (паротворення):

$$S = rm / T_к, \qquad (2.43)$$

де r – питома теплота паротворення;

$T_к$ – температура конденсації (кипіння);

в) для нагріву:

$$\Delta S = cm \cdot ln\left(T_2 / T_1\right), \qquad (2.44)$$

де c – питома теплоємність речовини;

m – маса речовини.

Коефіцієнт поверхневого натягу:

$$\alpha = F / l \quad \text{або} \quad \alpha = \Delta E / \Delta S, \qquad (2.45)$$

де F – сила поверхневого натягу, яка діє на контур l, що обмежує поверхню рідини;

ΔE – зміна вільної енергії поверхневої плівки рідини, що пов'язана, зі зміною площі ΔS поверхні цієї плівки.

Формула Лапласа, яка виражає тиск p, що створюється сферичною поверхнею рідини:

$$p = 2\alpha / R, \qquad (2.46)$$

де R – радіус сферичної поверхні.

Висота підйому рідини в капілярній трубці:

$$h = 2\alpha \cos \theta / \rho g R, \qquad (2.47)$$

де θ – крайовий кут (θ = 0 при повному змочуванні стінок трубки рідиною; $\theta = \pi$ при повному незмочуванні);

R – радіус каналу трубки;

ρ – щільність рідини;

g – прискорення вільного падіння.

Висота підйому рідини між двома близькими й паралельними один одній площинами:

$$h = 2\alpha \cos \theta / \rho g d, \qquad (2.48)$$

де d – відстань між площинами.

2.2 Методичні вказівки до розділу «Молекулярна фізика. Термодинамика»

Під час вирішення задач на газові законі, необхідно мати на увазі, що ці закони є окремими випадками рівняння Менделєєва – Клапейрона. Розпочинаючи вирішення завдань з цієї теми, перш за все необхідно з'ясувати, які параметри газу залишаються незмінними. Потім необхідно записати рівняння Менделєєва – Клапейрона для кожного стану газу, привласнюючи індекси тільки для змінних величин.

У кінетичній теорії, яка розглядає газ як сукупність великого числа молекул, що хаотично рухаються, вживаються різні типи швидкостей молекул: середня квадратична $\langle \upsilon_{кв} \rangle$, середня арифметична $\langle \upsilon \rangle$ та найбільш імовірна $\upsilon_{в}$. Середню квадратичну швидкість використовують в тих випадках, коли необхідно розрахувати будь-яку величину, пропорційну квадрату швидкості, наприклад кінетичну енергію поступального руху молекул газу, тиск газу.

Середня арифметична швидкість дозволяє визначити значення таких величин, які характеризують властивості газу, у формулу яких швидкість входить в першому ступені, наприклад, середнє число зіткнень молекули за одиницю часу, середній час вільного пробігу. Найбільш імовірною швидкістю $\upsilon_{в}$ користуються у задачах, пов′язаних із застосуванням закону розподілу молекул за швидкостями.

Під час вирішення завдань на I початок термодинаміки необхідно мати на увазі, що зміна внутрішньої енергії ΔU однозначно визначається початковим та кінцевим станом газу, у той час як кількість теплоти Q та робота A суттєво залежать від способу, за допомогою якого газ переходить з одного стану в інший. Рішення термодинамічної задачі суттєво полегшується, якщо попередньо побудувати термодинамічну діаграму досліджуваного процесу.

У завданнях, пов'язаних з розрахунком зміни ентропії необхідно використати властивості ентропії : 1) ентропія є функцією стану; ентропія складної системи дорівнює сумі ентропій її частин. Розраховуючи зміну ентропії тіла по формулі, (2.41) слід мати на увазі, що dQ означає кількість теплоти, отриману тілом. Тому, якщо тіло віддає тепло, величину dQ слід брати в (2.41) зі знаком «мінус».

При розрахунку зміни ентропії ідеального газу необхідно використати рівняння Менделєєва – Клапейрона й з'ясувати характер процесів, що протікають в газах.

Під час розрахунку сил поверхневого натягу слід враховувати, що ці сили діють уздовж будь-якого контуру, що лежить на поверхні рідини. При цьому сила поверхневого натягу, яка прикладена до кожного елемента цього контуру, перпендикулярна йому та спрямована по дотичній до поверхні.

Яким би тонким не був шар рідини (наприклад, у мильній бульбашці), він завжди має дві поверхні – зовнішню та внутрішню, вздовж кожної з яких діють сили поверхневого натягу.

2.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Визначити для сірчаної кислоти: 1) відносну молекулярну масу M_r; 2) молярну масу M.

Розв'язок. 1. Відносна молекулярна маса речовини дорівнює сумі відносних атомних мас усіх елементів, атоми яких входять до складу молекули даної речовини, і визначається за формулою:

$$M_r = \sum n_i A_{r,i}, \qquad (1)$$

де n_i – число атомів i-го елемента, що входять в молекулу;

$A_{r,i}$ – відносна атомна маса i-го елемента.

Хімічна формула сірчаної кислоти має вигляд H_2SO_4. Оскільки до складу молекули сірчаної кислоти входять атоми трьох елементів, то сума що стоїть у правій частині рівняння (1), буде складатися з трьох додатків і ця формула набуде вигляду:

$$M_r = n_1 A_{r,1} + n_2 A_{r,2} + n_3 A_{r,3}. \qquad (2)$$

З формули сірчаної кислоти далі випливає, що $n_1 = 2$ (два атоми водню), $n_2 = 1$ (один атом сірки) та $n_3 = 4$ (чотири атома кисню).

Значення відносних атомних мас водню, сірки та кисню знайдемо в таблиці Д. І. Менделєєва або в табл. 14 додатка:

$$A_{r,1} = 1; \qquad A_{r,2} = 32; \qquad A_{r,3} = 16.$$

Підставивши значення n_i та $A_{r,i}$ у формулу (2), знайдемо відносну молекулярну масу сірчаної кислоти:

$$M_r = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 32 + 4 \cdot 16 = 98.$$

2. Знаючи відносну молекулярну масу M_r, знайдемо молярну масу сірчаної кислоти за формулою:

$$M = M_r k, \qquad (3)$$

де $k = 10^{-3}$ кг/моль.

Підставивши в (3) значення величин, отримаємо:

$$M = 98 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Приклад 2. Визначити молярну масу M суміші кисню масою $m_1 = 25$ г та азоту масою $m_2 = 75$ г.

Розв'язок. Молярна маса суміші M є відношення маси суміші m до кількості речовини суміші ν:

$$M = m / \nu. \tag{1}$$

Маса суміші дорівнює сумі мас компонентів суміші:

$$m = m_1 + m_2.$$

Кількість речовини суміші дорівнює сумі кількостей речовини компонентів:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}.$$

Підставивши у формулу (1) вирази m та ν, отримаємо:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{m_1 / M_1 + m_2 / M_2}. \tag{2}$$

Застосувавши метод, використаний в прикладі 1, знайдемо молярні маси кисню M_1 та азоту M_2:

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \quad M_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Підставимо значення величин в (2) та зробимо обчислення:

$$M = \frac{25 \cdot 10^{-3} + 75 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3} / (32 \cdot 10^{-3}) + 75 \cdot 10^{-3} / (28 \cdot 10^{-3})} \text{ кг/моль} = 28{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Приклад 3. У балоні об'ємом 10 л знаходиться гелій під тиском $p_1 = 1$ МПа та при температурі $T_1 = 300$ К. Після того, як з балона було взято $m = 10$ г гелію, температура в балоні знизилася до $T_2 = 290$ К. Визначити тиск p_2 гелію, що залишився в балоні.

Розв'язок. Для вирішення завдання скористаємося рівнянням Менделєєва – Клапейрона, застосувавши його до кінцевого стану газу:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2, \tag{1}$$

де m_2 – маса гелію в балоні в кінцевому стані;
M – молярна маса гелію;
R – молярна газова постійна.
З рівняння (1) виразимо тиск, який необхідно знайти:

$$p_2 = m_2 R T_2 / (MV). \tag{2}$$

Масу m_2 гелію виразимо через масу m_1, яка відповідає початковому стану, і масу m гелію, що був узят із балона:

$$m_2 = m_1 - m. \tag{3}$$

Масу m_1 гелію знайдемо також з рівняння Менделєєва – Клапейрона, застосувавши його до початкового стану:

$$m_1 = M p_1 V / (R T_1). \tag{4}$$

Підставивши вираз маси m_1 у (3) , а потім вираз m_2 в (2) , знайдемо:

$$p_2 = \left(\frac{M p_1 V}{R T_1} - m \right) \frac{R T_2}{MV}$$

або

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \frac{R T_2}{V}. \tag{5}$$

Перевіримо, чи дає формула (5) одиницю тиску. Для цього в її праву частину замість символів величин підставимо їх одиниці. У правій частині формули два доданки. Очевидно, що перший з них дає одиницю тиску, тому що складається з двох множників, перший з яких (T_2 / T_1) – безрозмірний, а другий – тиск. Перевіримо другий доданок:

$$\frac{[m][R][T]}{[M][V]} = \frac{1\text{кг}}{1\text{кг/моль}} \frac{1\text{Дж/(моль}\cdot\text{К)}\cdot 1\text{К}}{1\text{м}^3} = \frac{1\text{кг}\cdot 1\text{моль}}{1\text{кг}} \times$$

$$\times \frac{1\text{Дж}\cdot 1\text{К}}{1\text{м}^3 \cdot 1\text{моль}\cdot 1\text{К}} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{м}^3} = \frac{1\ \text{Н}\cdot\text{м}}{1\text{м}^3} = \frac{1\ \text{Н}}{1\text{м}^2} = 1\ \text{Па}.$$

Паскаль є одиницею тиску. Зробимо обчислення за формулою (5), враховуючи, що $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль :

$$p_2=\left(\frac{290}{300}\cdot 10^6-\frac{10^{-2}}{4\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{8,31}{10^{-2}}\cdot 290\right)\text{ Па}=3,64\cdot 10^5\text{ Па}=0,364\text{ МПа}.$$

Приклад 4. Балон містить $m_1=80$ г кисню та $m_2=320$ г аргону. Тиск суміші $p=1$ МПа, температура $T=300$ К. Приймаючи дані гази за ідеальні, визначити об'єм V балона.

Розв'язок. За законом Дальтона, тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять до складу суміші. Відповідно до рівняння Менделєєва – Клапейрона парціальні тиски p_1 кисню та p_2 аргону виражаються формулами:

$$p_1=m_1RT/(M_1V); \qquad p_2=m_2RT/(M_2V).$$

Отже, за законом Дальтона, тиск суміші газів:

$$p=p_1+p_2 \qquad \text{або} \qquad p=\left(\frac{m_1}{M_1}+\frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V},$$

звідки об'єм балона:

$$V=\left(\frac{m_1}{M_1}+\frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{p}.$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що $M_1=32\cdot 10^{-3}$ кг/моль; $M_2=40\cdot 10^{-3}$ кг / моль:

$$V=\left(\frac{0,08}{32\cdot 10^{-3}}+\frac{0,32}{40\cdot 10^{-3}}\right)\cdot\frac{8,31\cdot 300}{10^6}\text{ м}^3=0,0262\text{ м}^3=26,2\text{ л}.$$

Приклад 5. Знайти середню кінетичну енергію $\langle\varepsilon_{об}\rangle$ обертального руху однієї молекули кисню при температурі $T=350$ К, а також кінетичну енергію E_k обертального руху всіх молекул кисню масою $m=4$ г.

Розв'язок. На кожну ступінь свободи молекули газу припадає однакова середня енергія $\langle\varepsilon_1\rangle=\frac{1}{2}kT$, де k – постійна Больцмана; T – термодинамічна температура газу. Так як обертальному руху двоатомної молекули (молекула кисню – двохатомна) відповідають два ступені свободи, то середня енергія обертального руху молекули кисню:

$$\langle \varepsilon_{об} \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT. \qquad (1)$$

Кінетична енергія обертального руху всіх молекул газу:

$$E_k = \langle \varepsilon_{об} \rangle N. \qquad (2)$$

Число всіх молекул газу:

$$N = N_A \nu, \qquad (3)$$

де N_A – постійна Авогадро;
ν – кількість речовини.

Якщо врахувати, що кількість речовини $\nu = m / M$, де m – маса газу; M – молярна маса газу, то формула (3) набуде вигляду:

$$N = N_A \frac{m}{M}.$$

Підставивши вираз N у формулу (2), отримаємо:

$$E_k = N_A m \langle \varepsilon_{об} \rangle / M. \qquad (4)$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що для кисню $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$\langle \varepsilon_{об} \rangle = kT = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 \text{ Дж} = 4{,}83 \cdot 10^{-21} \text{Дж};$$

$$E_k = 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4{,}83 \cdot 10^{-21} \text{Дж} = 364 \text{ Дж}.$$

Приклад 6. Обчислити питомі теплоємності при постійному об'ємі й при постійному тиску неону та водню, приймаючи ці гази за ідеальні.

Розв'язок. Питомі теплоємності ідеальних газів виражаються формулами:

$$c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}; \qquad (1)$$

$$c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M}, \qquad (2)$$

де i – число ступенів свободи молекули газу;
M – молярна маса.

Для неону (одноатомний газ) $i = 3$ та $M = 20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Зробимо обчислення:

$$c_V = \frac{3}{2} \cdot \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 6,24 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж / (кг} \cdot \text{К)} = 1,04 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Для водню (двоатомний газ) $i = 5$ і $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Тоді:

$$c_V = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 1,04 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$c_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 1,46 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Приклад 7. Обчислити питомі теплоємності c_V та c_p суміші неону й водню, якщо масові частки неону та водню складають $\omega_1 = 80\%$ та $\omega_2 = 20\%$. Значення питомих теплоємностей газів взяти з попереднього прикладу.

Розв'язок. Питому теплоємність c_V суміші при постійному об'ємі знайдемо наступним способом. Теплоту, необхідну для нагрівання суміші на ΔT, виразимо двома способами:

$$Q = c_V (m_1 + m_2)\ \Delta T; \qquad (1)$$

$$Q = (c_{V,1} m_1 + c_{V,2} m_2) \Delta T, \qquad (2)$$

де $c_{V,1}$ – питома теплоємність неону;

$c_{V,2}$ – питома теплоємність водню.

Прирівнявши праві частини (1) і (2) та розділивши обидві частини отриманої рівності на ΔT, отримаємо $c_V (m_1 + m_2) = c_{V,1} m_1 + c_{V,2} m_2$. Звідси:

$$c_V = c_{V,1} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_{V,2} \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

або

$$c_V = c_{V,1} \omega_1 + c_{V,2} \omega_2,$$

де $\omega_1 = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}$ та $\omega_2 = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2}$.

Міркуючи так само, отримаємо формулу для обчислення питомої теплоємності суміші при постійному тиску:

$$c_p = c_{p,1}\omega_1 + c_{p,2}\omega_2.$$

Зробимо обчислення:

$$c_{\text{v}} = (6,24 \cdot 10^2 \cdot 0,8 + 1,04 \cdot 10^4 \cdot 0,2)\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} =$$

$$= 2,58 \cdot 10^3\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 2,58\ \text{кДж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$c_p = (1,04 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 1,46 \cdot 10^4 \cdot 0,2)\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} =$$

$$= 3,75 \cdot 10^3\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 3,75\ \text{кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Приклад 8. Кисень масою $m = 2$ кг займає об'єм $V_1 = 1$ м^3 та знаходиться під тиском $p_1 = 0,2$ МПа. Газ був нагрітий спочатку при постійному тиску до об'єму $V_2 = 3$ м^3, а потім при постійному об'ємі до тиску $p_2 = 0,5$ МПа (рис. 2.1). Знайти зміну ΔU внутрішньої енергії газу, роботу, яка ним виконана A та теплоту Q, що передана газу. Побудувати графік процесу.

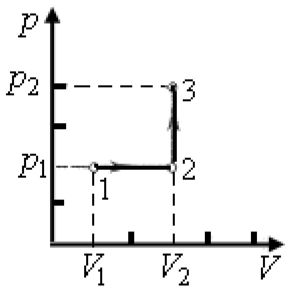

Рисунок 2.1 – Термодинамічна діаграма

Розв'язок. Зміна внутрішньої енергії газу:

$$\Delta U = c_{\text{v}} m \Delta T = \frac{i}{2}\frac{R}{M} m \Delta T, \qquad (1)$$

де i – число ступенів свободи молекул газу (для двохатомних молекул кисню $i = 5$);

$\Delta T = T_3 - T_1$ – різниця температур газу в кінцевому (третьому) й початковому станах.

Початкову й кінцеву температуру газу знайдемо з рівняння Менделєєва – Клапейрона $pV = \frac{m}{M} RT$, звідки:

$$T = pVM / (mR).$$

Робота розширення газу при постійному тиску виражається формулою:

$$A_1 = \frac{m}{M} R\Delta T = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1). \qquad (2)$$

Робота газу, що нагрівається при постійному об'ємі дорівнює нулю:

$$A_2 = 0.$$

Отже, повна робота, що здійснюється газом:

$$A = A_1 + A_2 = A_1.$$

Відповідно до першого початку термодинаміки, тепло Q, яке передане газу, дорівнює сумі зміни внутрішньої енергії ΔU та роботи A:

$$Q = \Delta U + A.$$

Зробимо обчислення, врахувавши, що для кисню $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 385 \text{ К};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 1155 \text{ К};$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 2887 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{8,31 \cdot 2 \cdot (1155 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 0,400 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 0,4 \text{ МДж};$$

$$A = A_1 = 0,4 \text{ МДж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \frac{8,31 \cdot 2(2887 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 3,24 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,24 \text{ МДж};$$

$$Q = (3,24 + 0,4) \text{ МДж} = 3,64 \text{ МДж}.$$

Графік процесу наведено на рисунку 2.1.

Приклад 9. У циліндрі під поршнем знаходиться водень масою

$m = 0,02$ кг при температурі $T_1 = 300$ К. Водень спочатку розширився адіабатно, збільшивши свій об'єм у $n_1 = 5$ разів, а потім був стиснутий ізотермічно, причому об'єм газу зменшився в $n_2 = 5$ разів (рис. 2.2). Знайти температуру в кінці адіабатного розширення й роботу, яка виконана газом при цих процесах. Зобразити процес графічно.

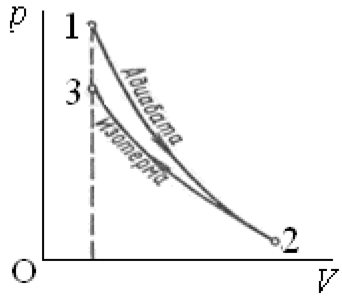

Рисунок 2.2 – Графік процесу щодо приклада 9

Розв'язок. Температури та об'єми газу, що здійснюють адіабатний процес, пов'язані між собою співвідношенням:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \text{або} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

де γ – відношення теплоємності газу при постійному тиску й сталому об'ємі:

$$n_1 = V_2 / V_1.$$

Звідси отримуємо такий вираз для кінцевої температури:

$$T_2 = T_1 / n_1^{\gamma-1}.$$

Робота A_1 газу при адіабатному розширенні може бути визначена за формулою:

$$A_1 = \frac{m}{M} C_{\mathrm{v}} (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2),$$

де C_{v} – молярна теплоємність газу при постійному об'ємі. Робота газу при ізотермічному процесі може бути виражена у вигляді:

$$A_2 = \frac{m}{M} R T_2 ln \frac{V_3}{V_2} \quad \text{або} \quad A_2 = \frac{m}{M} R T_2 ln \frac{1}{n_2},$$

де $n_2 = V_2 / V_3$.

Зробимо обчислення, враховуючи, що для водню як для двоатомного газу $\gamma = 1,4$, $i = 5$, $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}}\ K = \frac{300}{5^{0,4}}\ K.$$

Так як $5^{0,4} = 1,91$ (знаходиться під логарифмуванням), то:

$$T_2 = \frac{300}{1,91}\ \text{К} = 157\ \text{К};$$

$$A_1 = \frac{0,02 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2}\left(300 - 157\right)\ \text{Дж} = 29,8\ \text{кДж};$$

$$A_2 = \frac{0,02 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 157 \cdot ln\ \frac{1}{5}\ \text{Дж} = -21\ \text{кДж}.$$

Знак мінус показує, що при стисненні робота газу відбувається над газом зовнішніми силами.

Графік процесу наведено на рис. 2.2.

Приклад 10. Теплова машина працює за оборотним циклом Карно. Температура тепловіддавача $T_1 = 500$ К. Визначити термічний ККД η циклу й температуру T_2 теплоприймача теплової машини, якщо за рахунок кожного кілоджоуля теплоти, що отримана від тепловіддавача, машина здійснює роботу $A = 350$ Дж.

Розв'язок. Термічний ККД теплової машини показує, яка частка теплоти, що отримана від тепловіддавача, перетворюється на механічну роботу. Термічний ККД виражається формулою:

$$\eta = A / Q_1,$$

де Q_1 – теплота, що отримана від тепловіддавача;

A – робота, яка виконана робочим тілом теплової машини.

Знаючи ККД циклу, можна за формулою $\eta = (T_1 - T_2) / T_1$ визначити температуру охолоджувача T_2 :

$$T_2 = T_1(1 - \eta).$$

Зробимо обчислення:

$$\eta = 350 / 1000 = 0,35; \qquad T_2 = 500(1 - 0,35)\ \text{К} = 325\ \text{К}.$$

Приклад 11. На скільки кілометрів шляху вистачить автомобілю 40 л бензину, якщо маса автомашини 3600 кг, загальний опір руху складає 0,05 ваги, ККД двигуна 36 %? Рух вважати рівномірним.

Розв'язок. ККД двигуна визначається відношенням корисної роботи A_n до енергії, що виділяється при згорянні бензину W:

$$\eta = \frac{A_n}{W} \cdot 100\ \%. \tag{1}$$

За визначенням

$$A_n = F_m S, \tag{2}$$

де F_m – сила тяги двигуна;

S – пройдена відстань.

Енергія, яка виділяється при згорянні бензину, дорівнює

$$W = q m_б, \tag{3}$$

де $m_б$ – маса бензину;

q – теплотворна здатність бензину ($q = 46{,}2 \cdot 10^6$ Дж/кг).

З (1) – (3) отримаємо

$$F_m S = \frac{\eta q m_б}{100\ \%}. \tag{4}$$

При рівномірному русі сила тяги компенсує загальну силу опору

$$F_m = F_{оп} = 0{,}05 mg, \tag{5}$$

де m – маса автомобіля;

g – прискорення вільного падіння.

Маса бензина

$$m_б = \rho_б V_б, \tag{6}$$

де $\rho_б$ – щільність бензину;

$V_б$ – об'єм бензину.

Підставляємо (5) й (6) в (4)

$$0{,}05 mgS = \frac{\eta q \rho_б V_б}{100\ \%},$$

звідки

$$S = \frac{\eta q \rho_б V_б}{5\ \%\ mg}. \tag{7}$$

Перевіримо, чи дає права частина (7) одиницю шляху:

$$\frac{[\eta][q][\rho_б][V_б]}{[m][g]} = \frac{1\ \cdot Дж \cdot кг^{-1} \cdot 1\ кг \cdot м^{-3} \cdot 1\ м^3}{1\ кг \cdot 1\ м \cdot с^{-2}} = \frac{1\ Дж}{1 кг \cdot м \cdot с^{-2}} =$$

$$= \frac{1\ Н \cdot м}{1\ кг \cdot м \cdot с^{-2}} = \frac{1\ кг \cdot м \cdot с^{-2}}{1\ кг \cdot с^{-2}} = 1\ м.$$

Зробимо обчислення, враховуючи що $V = 40\ л = 40 \cdot 10^{-3}\ м^3$:

$$S = \frac{36\ \% \cdot 46{,}2 \cdot 10^6 \cdot 0{,}7 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{5\ \% \cdot 3{,}6 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81}\ м = 263{,}7 \cdot 10^3\ м = 263{,}7\ км.$$

Приклад 12. Цикл карбюраторного й газового чотирьохтактного двигуна внутрішнього згоряння зображений на рис. 2.3:

а) при першому ході поршня в циліндр всмоктується пальне (у карбюраторних двигунах горюча суміш є сумішшю пари бензину з повітрям, що готується в карбюраторах; у газових двигунах робоча суміш газ – повітря поступає з газогенератоного пристрою), при цьому $P_1 = \text{const}$ й об'єм зростає від V_2 до V_1 (АВ – всмоктуванння);

б) при другому ході поршня (ВС – стискання) пальне адиабатично стискається від V_1 до V_2, а температура підвищується від T_1 до T_2 й тиск від P_1 до P_2;

в) далі відбувається запалення (вибух) пального від іскри, при цьому тиск зростає від P_2 до P_3 при $V_2 = \text{const}$ (CD);

г) третій хід поршня – адіабатичне розширення пального від V_2 до V_1 (DE), температура падає до T_3;

д) при крайньому положенні поршня (точка Е) відкривається випускний хлипак, тиск падає при $V_1 = \text{const}$ до P_1 (EB);

е) четвертий хід поршня – ізобаричне стискування (ВА – вихлип – виштовхування відпрацьованого газу).

Знайти ККД циклу, якщо ступінь стискування $\varepsilon = V_1 / V_2 = 5$ й показник адиабати $\gamma = 1{,}33$.

Розв'язок. Для теплових двигунів ККД характеризується відношенням повної роботи A за цикл до теплоти Q_1, що отримана робочим тілом:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}, \qquad (1)$$

де $A = \oint PdV$.

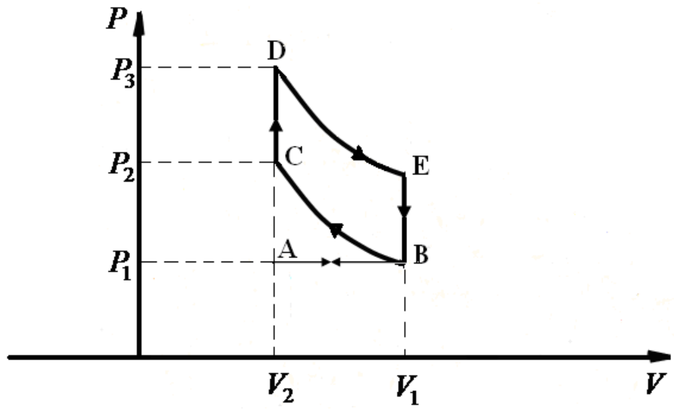

Рисунок 2.3 – Цикл карбюраторного й газового чотирьохтактного двигуна внутрішнього згоряння

З I закона термодинамики для циклічних процесів маємо

$$\oint PdV = \oint dQ - \oint dU. \qquad (2)$$

Оскільки внутрішня енергія системи U є функцією стану системи, то з (2) отримаємо

$$\oint PdV = \oint dQ = Q_1 - Q_2, \qquad (3)$$

де Q_2 – теплота, що віддана системою.

З (1) й (3) отримаємо

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \qquad (4)$$

Теплоту Q_1 робоче тіло отримає на ділянці CD:

$$Q_1 = \frac{m}{M} C_\mathrm{v} (T_3 - T_2), \qquad (5)$$

де m – масса робочого тіла;

M – його молярна масса;

C_v – молярна теплоємність газу при постійному об'ємі;

T_2 – температура суміші у точці C;

T_3 – температура суміши в точці D.

Теплоту Q_2 робоче тіло віддасть на ділянці EB:

$$Q_2 = \frac{m}{M} C_{\text{v}} (T_4 - T_1), \tag{6}$$

де T_4 – температура суміші в точці E;

T_1 – температура суміші в точці B.

Підставивши (5) й (6) в (1), маємо

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}. \tag{7}$$

Для перетворення (7) скористаємося рівнянням адіабати для ідеального газу в змінних T й V. Для адіабати DE справедливо:

$$T_3 V_2^{\gamma - 1} = T_4 V_1^{\gamma - 1}, \tag{8}$$

де γ – показник адіабати.

З (8) отримаємо

$$T_3 = T_4 \varepsilon^{\gamma - 1}, \tag{9}$$

де $\varepsilon = V_1 / V_2$.

Для адіабати BC маємо

$$T_2 V_2^{\gamma - 1} = T_1 V_1^{\gamma - 1}. \tag{10}$$

З (9) й (10) отримаємо

$$T_3 - T_2 = \left(T_4 - T_1\right) \varepsilon^{\gamma - 1}. \tag{11}$$

З (7) й (11) знаходимо

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma - 1}}. \tag{12}$$

Зробимо обчислення:

$$\eta = 1 - \frac{1}{5^{0,33}} = 0,412.$$

Приклад 13. Цикл чотирьохтактного двигуна Дизеля зображений на рис. 2.4:

а) АВ – у циліндри засмоктується повітря;

б) ВС – повітря адіабатично стискається до тиску P_2;

в) у кінці такту стискування в циліндри впорскує паливо, яке запалюється в гарячому повітрі й згорає, при цьому поршень рухається праворуч, спочатку ізобарично (CD), а потім адіабатично (DE);

г) у кінці адіабатичного розширення відкривається випускний клапан, тиск падає до P_1 (ЕВ);

д) при русі поршня ліворуч суміш видаляється з циліндрів (ВА). Знайти ККД. двигуна Дизеля.

Розв'язок. ККД теплового двигуна визначається виразом

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \tag{1}$$

де Q_1 – кількість теплоти, яка виділилась під час згорання палива; Q_2 – кількість теплоти, яка віддана середовищу.

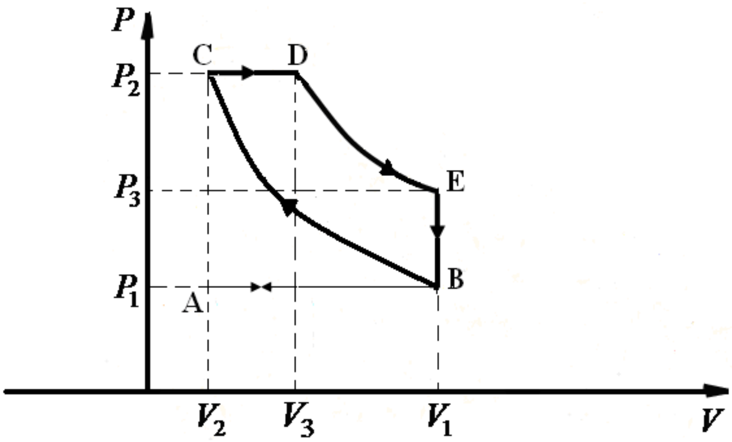

Рисунок 2.4 – Цикл чотирьохтактного двигуна Дизеля

Для Q_1 й Q_2 маємо

$$Q_1 = \frac{m}{M} C_p \left(T_3 - T_2 \right), \tag{2}$$

$$Q_2 = \frac{m}{M} C_{\text{v}} \left(T_4 - T_1 \right), \tag{3}$$

де C_p й C_{v} – молярні теплоємності при постійному тиску й об'ємі; T_1, T_2, T_3, T_4 – температури суміші в точках B, C, D, E, відповідно. Підставивши (2) й (3) в (1), отримаємо

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{\gamma\left(T_3 - T_2\right)}, \tag{4}$$

де $\gamma = C_p / C_\text{v}$.

Для ізобарного процесу (CD) маємо

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3},$$

звідки

$$T_3 = \frac{V_3}{V_2} T_2 = \beta T_2, \tag{5}$$

де $\beta = V_3 / V_2$.

Запишемо рівняння адіабати ВС у змінних T й V:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1},$$

звідки

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{\gamma-1}, \tag{6}$$

де $\varepsilon = V_1 / V_2$.

З (5) й (6) маємо

$$T_3 - T_2 = \left(\beta - 1\right) T_2 = \left(\beta - 1\right) T_1 \varepsilon^{\gamma-1}. \tag{7}$$

Для ізохорного процесу (ЕВ) справедливо

$$\frac{P_3}{T_4} = \frac{P_1}{T_1},$$

звідки

$$T_4 = \frac{P_3}{P_1} T_1. \tag{8}$$

Рівняння адіабатних процесів DE й СВ у змінних P та V мають вигляд, відповідно:

$$P_2 V_3^{\gamma} = P_3 V_1^{\gamma}, \tag{9}$$

$$P_2V_2^{\gamma} = P_1V_1^{\gamma}, \qquad (10)$$

звідки

$$\beta^{\gamma} = \frac{P_3}{P_1}, \qquad (11)$$

де $\beta = V_3 / V_2$.

З (8) й (11) маємо

$$T_4 - T_1 = \left(\frac{P_3}{P_1} - 1\right)\cdot T_1 = \left(\beta^{\gamma} - 1\right)\cdot T_1. \qquad (12)$$

Підставивши (7) й (12) в (4), отримаємо:

$$\eta = 1 - \frac{\beta^{\gamma} - 1}{\gamma\left(\beta - 1\right)\cdot \varepsilon^{\gamma - 1}}. \qquad (13)$$

Приклад 14. Деяка кількість води при температурі T_1 змішується з рівною по масі кількістю води при температурі T_2. Покажіть, що ентропія кінцевого стану, який виходить після вирівнювання температур, більше ентропії початкового стану цієї системи.

Розв'язок. Зміна ентропії ΔS системи

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2, \qquad (1)$$

де ΔS_1 – зміна ентропії води з первинною температурою T_1;

ΔS_2 – зміна ентропії води з первинною температурою T_2.

Оскільки змішуються рівні кількості води, то температура суміші

$$T = \left(T_1 + T_2\right)/2. \qquad (2)$$

Для ΔS_1 отримаємо

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T} \frac{cmdT}{T} = cm\, ln\frac{T}{T_1}, \qquad (3)$$

де c – питома теплоємність води;

m – її маса.

Для ΔS_2 маємо

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{T} \frac{dQ}{T} = \int_{T_2}^{T} \frac{cmdT}{T} = cm\ ln\frac{T}{T_2}. \tag{4}$$

З (1) – (3) знайдемо

$$\Delta S = cm \cdot \left(ln\frac{T}{T_1} + ln\frac{T}{T_2} \right) = cm \cdot ln\frac{T^2}{T_1 T_2} = cm \cdot ln\frac{\left(T_1 + T_2\right)^2}{4T_1 T_2}. \tag{5}$$

Перетворимо аргумент логарифма

$$\frac{\left(T_1 + T_2\right)^2}{4T_1 T_2} = \frac{T_1^2 + 2T_1 T_2 + T_2^2}{4T_1 T_2} = \frac{4T_1 T_2 + \left(T_1 - T_2\right)^2}{4T_1 T_2} = 1 + \frac{\left(T_1 - T_2\right)^2}{4T_1 T_2}.$$

Оскільки величина, яка стоїть під знаком логарифма, більша за одиницю, то

$$\Delta S = \Delta S_1 - \Delta S_2 > 0.$$

Приклад 15. Шматок заліза масою $m = 100$ г, що нагрітий до $t_2^{\text{o}} = 300\ {}^{\text{o}}\text{C}$, опускають у воду з температурою $t_0^{\text{o}} = 27\ {}^{\text{o}}\text{C}$. Питома теплоємність заліза $c_1 = 500$ Дж/(кг · К). Знайдіть сумарну зміну ентропії заліза й води, припускаючи, що води досить багато та стисливість даних речовин при атмосферному тиску дорівнює нулю.

Розв'язок. Зміна ентропії системи ΔS дорівнює

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2, \tag{1}$$

де ΔS_1 – зміна ентропії заліза;

ΔS_2 – зміна ентропії води.

Для ΔS_1 справедливо

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T} \frac{c_1 m_1 dT}{T} = c_1 m_1\ ln\frac{T}{T_1}, \tag{2}$$

де c – питома теплоємність заліза;

m – маса заліза;

T – кінцева температура;

T_1 – початкова температура заліза.

Для ΔS_2 маємо

$$\Delta S_2 = \int_{T_0}^{T} \frac{dQ}{T} = \int_{T_0}^{T} \frac{cmdT}{T} = cm\ ln\frac{T}{T_0}, \tag{3}$$

де c − питома теплоємність води;

m − маса води.

T_0 − початкова температура води.

Для знаходження кінцевої температури T складаємо рівняння теплового балансу

$$c_1 m_1 \cdot \left(T_1 - T\right) = cm \cdot \left(T - T_0\right),$$

звідки

$$T = \frac{c_1 m_1 T_1 + cmT_0}{cm + c_1 m_1}. \tag{4}$$

Розпишемо вираз T / T_0

$$\frac{T}{T_0} = \frac{c_1 m_1 T_1 + cmT_0}{T_0(cm + c_1 m_1)} = \frac{T_0(cm + c_1 m_1) + c_1 m_1\left(T_1 - T_0\right)}{T_0(cm + c_1 m_1)} =$$

$$= 1 + \frac{c_1 m_1}{cm} \cdot \frac{\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right)}{\left(1 + \frac{c_1 m_1}{cm}\right)}. \tag{5}$$

Оскільки за умовою задачі маса води значно більше маси шматка заліза, то $c_1 m_1 / cm \ll 1$, й вираз (5) можна розкласти в ряд

$$\frac{T}{T_0} \approx 1 + \frac{c_1 m_1}{cm}\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right). \tag{6}$$

Тоді

$$ln\frac{T}{T_0} \approx \frac{c_1 m_1}{cm}\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right). \tag{7}$$

У силу (7) з (3) отримуємо

$$\Delta S_2 = c_1 m_1\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right). \tag{8}$$

За тією же причиною температура T мало відрізняється від T_0, тому

$$\Delta S_1 \approx c_1 m_1 \; ln\frac{T_0}{T_1}. \tag{9}$$

З (1), (8) й (9) маємо

$$\Delta S = c_1 m_1 \left(ln\frac{T_0}{T_1} + \frac{T_1}{T_0} - 1 \right). \tag{10}$$

Виразимо величини в одиницях СІ:

$m_1 = 100$ г $= 0{,}1$ кг; $T_1 = 300\ ^0\text{C} = 573$ К; $T_0 = 27\ ^0\text{C} = 300$ К.

Зробимо обчислення:

$$\Delta S = 500 \cdot 0{,}1 \cdot \left(ln\frac{300}{573} + \frac{573}{300} - 1 \right) = 50 \cdot \left(-0{,}6471 + 1{,}91 - 1 \right) = 13{,}5 \text{ Дж/К}.$$

Приклад 16. Визначте приріст ентропії одного кіломоля ідеального газу в результаті здійснення їм оборотного процесу, що складається з двох послідовних процесів: ізохоричного, в якому тиск міняється від P_1 до $P_2 = P_1 / 2$, та ізобаричного процесу, в якому об'єм міняється від V_1 до $V_2 = 2V_1$.

Розв'язок. Побудуємо термодинамічну діаграму (рис. 2.5).

Приріст ентропії ΔS, що шукаємо, рівний

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2, \tag{1}$$

де ΔS_1 − приріст ентропії на ділянці $1 - 2$;

ΔS_2 − приріст ентропії на ділянці $2 - 3$.

Для ΔS_1 маємо

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \frac{m}{M} C_\text{v} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{m}{M} C_\text{v} \; ln\frac{T_2}{T_1}, \tag{2}$$

m − маса газа;

M − його молярна маса;

C_v − молярна теплоємність при постійному об'ємі;

T_1, T_2 − температури в точках 1 й 2, відповідно.

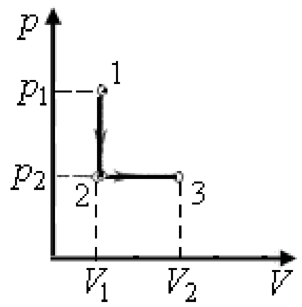

Рисунок 2.5 – Термодинамічна діаграма

Для ізохорного процесу на ділянці $1-2$ справедливо

$$\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2},$$

звідки

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{P_2}{P_1}=\frac{1}{2}. \tag{3}$$

Підставивши (3) у (2), отримаємо

$$\Delta S_1=-\frac{m}{M}C_{\mathrm{v}}\ ln2. \tag{4}$$

Для ΔS_2 знаходимо

$$\Delta S_2=\int_{T_2}^{T_3}\frac{dQ}{T}=\frac{m}{M}C_p\int_{T_2}^{T_3}\frac{dT}{T}=\frac{m}{M}C_p\ ln\frac{T_3}{T_2}, \tag{5}$$

де C_p − молярна теплоємність при постійному тиску;

T_3 − температура в точці 3.

Для ізобарного процесу на ділянці $2-3$ виконується закон

$$\frac{V_1}{T_2}=\frac{V_2}{T_3},$$

звідки

$$\frac{T_3}{T_2}=\frac{V_2}{V_1}=2. \tag{6}$$

Підставивши (6) в (5) отримаємо

$$\Delta S_2 = \frac{m}{M} C_p \ ln 2. \tag{7}$$

З (1), (4) й (7), маємо

$$\Delta S = \frac{m}{M}(C_p - C_v) \ ln 2. \tag{8}$$

Скористаємося законом Майера

$$C_p - C_v = R, \tag{9}$$

де R − газова постійна.
З (8) й (9) отримаємо

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ ln 2. \tag{10}$$

Зробимо обчислення, враховуючи що $\frac{m}{M} = 1$ кмоль, $R = 8,31 \cdot 10^3 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$:

$$\Delta S = 1 \cdot 8,31 \cdot 10^3 \cdot \ ln 2 \text{ Дж / К} = 5,76 \text{ кДж/К}.$$

Приклад 17. Знайти додатковий тиск всередині мильної бульбашки діаметром $d = 10$ см. Яку роботу треба зробити, щоб видути цю бульбашку?

Розв'язок. Плівка мильної бульбашки має дві сферичні поверхні: зовнішню й внутрішню. Обидві поверхні чинять тиск на повітря, укладений всередині бульбашки. Так як товщина плівки надзвичайно мала, то діаметри обох поверхонь практично однакові. Тому додатковий тиск:

$$p = 2\frac{2\alpha}{r},$$

де r − радіус бульбашки. Так як $r = d / 2$, то

$$p = 8\alpha / d.$$

Робота, яку потрібно зробити, щоб, розтягуючи плівку, збільшити її поверхню на ΔS, виражається формулою:

$$A = \alpha \Delta S \quad \text{або} \quad A = \alpha (S - S_0).$$

У даному випадку S – загальна площа двох сферичних поверхонь плівки мильної бульбашки; S_0 – загальна площа двох поверхонь плоскої плівки, яка затягує отвір трубки до видування бульбашки. Нехтуючи S_0, отримаємо:

$$A = \alpha S = 2\pi d^2 \alpha.$$

Зробимо обчислення:

$$p = \frac{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0,1} \text{ Па} = 3,2 \text{ Па};$$

$$A = 2 \cdot 3,14 \cdot (0,1)^2 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \text{ мДж}.$$

2.4. Завдання для самостійного вирішення

1. Обчислити масу m атома азота. $\left[2,33 \cdot 10^{-26} \text{ кг}\right]$.

2. Щільність газу ρ при тиску p = 96 кПа та температурі $t = 0\,°\text{C}$ дорівнює 1,35 г/л. Знайти молярну масу M газу. $\left[32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}\right]$.

3. Визначити тиск p_1 та p_2 газу, який містить $N = 10^9$ молекул і має об'єм V = 1 см^3, при температурах $T_1 = 3$ К та $T_2 = 1000$ К. [41,4 нПа; 13,8 мкПа].

4. При температурі $t = 35^0$ С та тиску $p = 708$ кПа щільність деякого газу $\rho = 12,2$ кг/м^3. Визначити відносну молекулярну масу M_r газу. $\left[44,1\right]$.

5. Який об'єм V займає суміш азоту масою m_1 = 1 кг та гелія масою m_2 = 1 кг при нормальних умовах? $\left[6,4 \text{ м}^3\right]$.

6. У балоні місткістю $M = 15$ л знаходиться суміш, яка містить m_1 = 10 г водню, m_2 = 54 г водяної пари та m_3 = 60 г оксиду вуглецю. Температура суміші $t = 27$ °. Визначити тиск. $\left[1,69 \text{ МПа}\right]$.

7. Знайти повну кінетичну енергію, а також кінетичну енергію обертального руху однієї молекули аміаку NH_3 при температурі $t = 27°$ С. $\left[1,24 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}; 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}\right]$.

8. Визначити питомі теплоємності c_V та c_p газоподібного оксиду вуглецю CO. $\left[743 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}; 1,04 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}\right]$.

9. Суміш газу складається з кисню O_2 з масовою часткою ω_1 = 85 % й озону O_3 з масовою часткою ω_2 = 15 %. Визначити питомі теплоємності c_V та c_p цієї газової суміші. $\left[629 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}; 877 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}\right]$.

10. Газова суміш складається з азоту масою m_1 = 3кг і водяної пари масою m_2=1 кг. Приймаючи ці гази за ідеальні, визначити питомі теплоємності c_V і c_p газової суміші. $\left[902\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)};\ 1{,}24\ \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}\right]$.

11. Молекула газу складається з двох атомів; різниця питомих теплоємкостей газу при постійному тиску й постійному об'ємі дорівнює $260\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}$; Знайти молярну масу газу та його питомі теплоємності c_V та c_p. $\left[32\cdot10^{-3}\ \text{кг/моль};\ 650\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)};\ 910\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}\right]$.

12. Знайти середню довжину $\langle l\rangle$ вільного пробігу молекули водню при $p = 133$ мПа та $t = -173\ ^0$С. $\left[4{,}4\ \text{см}\right]$.

13. Один кіломоль двоатомного ідеального газу здійснює замкнутий цикл, графік якого зображений на рис.2.6. Визначити: 1) теплоту Q_1, що отримана від тепловіддавача; 2) теплоту Q_2, що передана теплоприймачу; 3) роботу A, яку газ здійснює за один цикл; 4) термічний ККД η циклу. $\left[7{,}61\ \text{МДж};\ 7{,}19\ \text{МДж};\ 0{,}4\text{М Дж};\ 5{,}3\ \%\right]$.

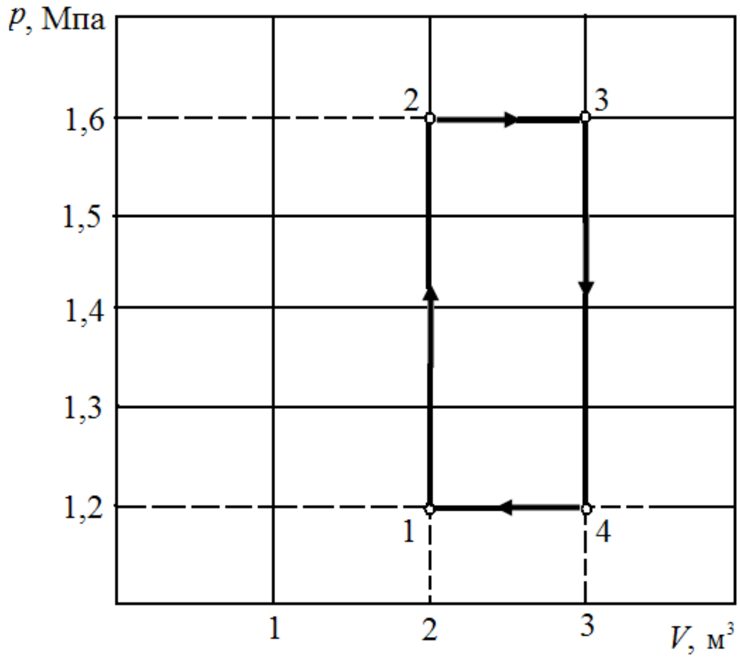

Рисунок 2.6. – Цикл двоатомного ідеального газу

14. Водень займає об'єм $V =$ 10 м^3 при тиску p_1 = 0,1 МПа. Його нагріли при постійному об'ємі до тиску p_2 = 0,3 МПа. Визначити зміну ΔU внутрішньої енергії газу, роботу A, яка ним виконана, та теплоту Q, повідомлену газу. $\left[5\ \text{МДж};\ 0;\ 5\ \text{МДж}\right]$.

15. Кисень при незмінному тиску $p = 80$ кПа нагрівається. Його об'єм збільшується від $V_1 = 1$ м^3 до $V_2 = 3$ м^3. Визначити зміну ΔU внут-

рішньої енергії кисню, роботу A, яка ним виконана при розширенні, а також теплоту Q, повідомлену газу. $\left[400 \text{ кДж; } 160 \text{ кДж; } 560 \text{ кДж}\right]$.

16. У циліндрі під поршнем знаходиться азот, що має масу $m = 0,6$ кг і займає об'єм $V_1 = 1,2$ м^3 при температурі T_1 = 560 К. У результаті нагрівання газ розширився і зайняв об'єм V_2 = 4,2 м^3, причому температура залишилася незмінною. Знайти зміну ΔU внутрішньої енергії газу, роботу A, яка їм виконана й теплоту Q, яка повідомлена газу. $\left[0\text{; } 126 \text{ кДж; } 126 \text{ кДж}\right]$.

17. У бензиновому автомобільному двигуні ступінь стиснення горючої суміші дорівнює 6,2. Суміш засмоктується в циліндр при температурі t_1 = 15 °С. Знайти температуру горючої суміші в кінці такту стиснення. Горючу суміш розглядати як двоатомний ідеальний газ; процес вважати адіабатних. [324 °С].

18. Газ робить цикл Карно. Температура тепловіддавача в три рази вище температури теплоприймача. Тепловіддавач передав газу Q_1 = 41,9 кДж теплоти. Яку роботу здійснив газ? [28,1 кДж].

19. Яка кількість бензину знадобиться для двигуна автомобіля, щоб проїхати 300 км, якщо маса машини 5 т, ККД двигуна 22 %, а опір руху складає 0,05 ваги автомашини? Знайти силу тяги двигуна й потужність, що розвивається при швидкості 108 км/год. [104 л, 2450 Н; 73,5 кВт].

20. Автомобіль потужністю 66,24 кВт рухається зі швидкістю 120 км/год. Скільки бензину знадобиться на пробіг 100 км, якщо ККД мотора 28 %? [15,4 кг].

21. Знайти зміну ентропії під час переходу 8 г кисню від об'єму 10 л при температурі 80 ^{0}С до об'єму 40 л при температурі 300 ^{0}С. [5,4 Дж/К].

22. Знайти приріст ентропії при перетворенні 2 г води при 0 ^{0}С в пару при 100 ^{0}С. [14,8 Дж/К].

23. Яку енергію треба затратити, щоб видути мильну бульбашку діаметром d =12 см? Яким буде додатковий тиск всередині цієї бульбашки? [3,62 мДж; 2,66 Па].

24. На нижньому кінці трубки діаметром d =0,2 см повисла куляста крапля води. Знайти діаметр цієї краплі. [4,42 мм].

25. У посудину з ртуттю частково занурені дві вертикально розташовані й паралельні одна одній скляні пластинки. Відстань між пластинками d = 1 мм. Визначити різницю Δh рівнів ртуті в посудині й між пластинами, крайовий кут прийняти рівним 138°. [–5,57 мм].

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

Основна:

1. Воробьев А. А. Физика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов (включая сельскохозяйственные вузы)/ А. А. Воробьев, В. П.Иванов, В. Г. Кондакова, А. Г. Чертов – М.: Высш. шк., 1987. – 208 с.
2. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики./ В. С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1979. – 462 с.
3. Детлаф А. А Курс физики. / А. А Детлаф, Б. М. Яворский, Л. Б. Милковская.М.: Высшая школа, 1973–1979. – Т. 1. – 384 с.
4. Зисман Г. А. Курс общей физики. / Г. А. Зисман, О. М. Тодес – М.: Наука, 1972–1974. – Т. 1 – 336 с.
5. Савельев И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1977–1979.– Т 1. –517 с..
6. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1985. – 560 с.
7. Чертов А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А Воробьев. – М.: Высшая школа, 1981. – 491 с.
8. Фирганг Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физике / Е. В Фирганг. – М.: Высшая школа, 1977. – 352 с.
9. Новодворская Е. М. Методика проведения упражнений по физике во втузе / Е. М Новодворская, Э. М. Дмитриев. – 3-е изд., перераб. и доп.– М.: Висшая школа, 1981. – 368 с.
10. Серова Ф. Г. Сборник задач по термодинамике / Ф. Г. Серова, А.А. Янкина. – М.: Просвещение, 1976. – 160 с.

Додаткова

1. Кикоин И. К. Молекулярная физика / И. К. Кикоин, А. К. Кикоин. – М.: Наука, 1976. – 480 с.
2. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности /А. Н. Матвеев. – М.: Висшая школа, 1986. – 432 с.
3. Матвеев А. Н. Молекулярная физика / А. Н. Матвеев. – М: Висшая школа, 1981. – 400 с.
4. Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности / Л. А Сена. М. Наука, 1977. – 304 с.
5. Сивухин Д. В. Общий курс физики / Д. В. Сивухин. – М.: Наука, 2002, Т. 1. – 559 с.
6. Чертов А. Г. Единицы физических величин / А. Г. Чертов – М.: Высшая школа, 1977. – 287 с.

ДОДАТОК А

Таблиця А.1 – Основні фізичні постійні (округлені значення)

Фізична стала	Позначення	Значення
Нормальне прискорення вільного падіння	g	$9{,}81$ м/с^2
Гравітаційна стала	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м$^3\big/\left(\text{кг}\cdot\text{с}^2\right)$
Постійна Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярна газова постійна	R	$8{,}31$ Дж/(моль·К)
Стандартний об'єм (молярний об'єм ідеального газу під час нормальних умов)	V_m	$22{,}4\cdot10^{-3}$ м$^3\big/$моль
Постійна Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Швидкість світла у вакуумі	c	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с

Таблиця А.2 – Деякі астрономічні величини

Найменування	Значення
1	2
Радіус Землі	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Маса Землі	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радіус Сонця	$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Маса Сонця	$1{,}98\cdot10^{30}$ кг
Радіус Місяця	$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Маса Місяця	$7{,}33\cdot10^{22}$ кг
Відстань від центру Землі до центру Сонця	$1{,}49\cdot10^{11}$ м
Відстань від центру Землі до центру Місяця	$3{,}84\cdot10^{8}$ м

Таблиця А.3 – Щільність рідин

Рідина	Щільність, кг/м^3	Рідина	Щільність, кг/м^3
Вода (при 4 °С)	$1{,}00\cdot10^3$	Сірковуглець	$1{,}26\ 10^3$
Гліцерин	$1{,}26\cdot10^3$	Спирт	$0{,}80\cdot10^3$
Ртуть	$13{,}6\cdot10^3$		

Таблиця А.4 – Щільність твердих тіл

Тверде тіло	Щільність, кг/м^3	Тверде тіло	Щільність, кг/м^3
Алюміній	$2{,}70\cdot10^3$	Мідь	$8{,}9\cdot310^3$
Барій	$3{,}50\cdot10^3$	Нікель	$8{,}90\cdot10^3$
Ванадій	$6{,}02\cdot10^3$	Свинець	$11{,}3\cdot10^3$
Вісмут	$9{,}8\cdot010^3$	Срібло	$10{,}5\cdot 10^3$
Залізо	$7{,}88\ 10^3$	Цезій	$1{,}90\cdot10^3$
Літій	$0{,}53\cdot10^3$	Цинк	$7{,}15\cdot10^3$

Таблиця А.5 – Щільність газів (за нормальних умов)

Газ	Щільність, кг/м^3	Газ	Щільність, кг/м^3
Водень	0,09	Гелій	0,18
Повітря	1,29	Кисень	1,43

Таблиця А.6 – Коефіцієнт поверхневого натягу рідин

Рідина	Коефіцієнт, мН/м	Рідина	Коефіцієнт, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мильна піна	40	Спирт	22

Таблиця А.7 – Ефективний діаметр молекули

Газ	Діаметр, м	Газ	Діаметр, м
Азот	$3{,}0\cdot10^{-10}$	Гелій	$1{,}9\cdot10^{-10}$
Водень	$2{,}3\cdot10^{-10}$	Кисень	$2{,}7\cdot10^{-10}$

Таблиця А.8 – Одиниці СІ, що мають спеціальні найменування

Величина		Одиниця		
Найменування	Розмірність	Найменування	Позначення	Вираз через основні й додаткові одиниці
1	2	3	4	5
Основні одиниці				
Довжина	L	метр	м	
Маса	M	кілограм	кг	
Час	T	секунда	с	
Термодинамічна температура	Θ	кельвін	К	

Продовження таблиці А.8

1	2	3	4	5
Кількість речовини	ν	моль	моль	
Додаткові одиниці				
Плоский кут	–	радіан	рад	
Довільні одиниці				
Частота	T^{-1}	герц	Гц	$с^{-1}$
Сила, вага	LMT^{-2}	ньютон	Н	$м \cdot кг \cdot с^{-2}$
Тиск,механічна напруга	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	$м^{-1} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Енергія, робота, кількість тепла	$L^{2}MI^{-2}$	джоуль	Дж	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Потужність, потік енергії	$L^{2}MT^{-3}$	ватт	Вт	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-3}$

Таблиця А.9 – Відносні атомні маси (округлені значення) A_r і порядкові номери Z деяких елементів

Елемент	Символ	A_r	Z	Елемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганець	Mn	55	25
Алюміній	Al	27	13	Мідь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молібден	Mo	96	42
Барій	Ba	137	56	Натрій	Na	23	11
Ванадій	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водень	H	1	1	Нікель	N_i	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелій	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Залізо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сіра	S	32	16
Калій	K	39	19	Срібло	Ag	108	47
Кальцій	Ca	40	20	Вуглець	C	12	6
Кисень	O	16	8	Уран	U	238	92
Магній	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

Таблиця А.10 – Грецький алфавіт

Позначення літер		Назви літер	Позначення літер		Назви літер
Α	α	альфа	Ν	ν	ню
Β	β	бета	Ξ	ξ	ксі
Γ	γ	гама	Ο	ο	омікрон
Δ	δ	дельта	Π	π	пи
Ε	ε	епсілон	Ρ	ρ	ро
Ζ	ς	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	ета	Τ	τ	тау
Θ	ϑ	тета	Υ	υ	іпсилон
J	ı	йота	Φ	φ	фі
Κ	æ	каппа	Χ	χ	хі
Λ	λ	лямбда	Ψ	ψ	псі
Μ	μ	мю	Ω	ω	омега

Таблиця А.11 – Множники й приставки для утворення десяткових кратних і часткових одиниць та їх найменування

Приставка		Множник	Приставка		Множник
Найменування	Позначення		Найменування	Позначення	
1	2	3	4	5	6
екса	Е	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пета	П	10^{15}	санті	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	міллі	м	10^{-3}
гіга	Г	10^{9}	мікро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кіло	к	10^{3}	піко	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

ЕЛЕКТРОННЕ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

Галіахметов Алмаз Мансурович

МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ І ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ІЗ ЗАГАЛЬНОГО КУРСУ ФІЗИКИ. РОЗДІЛИ «КЛАСИЧНА МЕХАНІКА» І «МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА». ГАЛУЗІ ЗНАНЬ 0701 «ТРАНСПОРТ І ТРАНСПОРТНА ІНФРАСТРУКТУРА» (ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.070106 «АВТОМОБІЛЬНИЙ ТРАНСПОРТ», ГАЛУЗІ ЗНАНЬ 0601 «БУДІВНИЦТВО І АРХІТЕКТУРА» НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.060101 «БУДІВНИЦТВО», ГАЛУЗІ ЗНАНЬ 0401 «ПРИРОДНИЧІ НАУКИ» НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.040106 «ЕКОЛОГІЯ, ОХОРОНА НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА ТА ЗБАЛАНСОВАНЕ ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ»)

Підписано до випуску 31.07.2012 р. Гарнітура Times New Roman.
Умов. друк. арк. 4,69 . Зам. № 237.

Державний вищий навчальний заклад
«Донецький національний технічний університет»
Автомобільно-дорожній інститут
84646, м. Горлівка, вул. Кірова, 51
E-mail:druknt@rambler.ru

Редакційно-видавничий відділ

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 2982 від 21.09.2007 р.