МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Директор АДІ ДВНЗ «ДонНТУ»
М. М. Чальцев
21.08.2012 р.

Кафедра «Загальнонаукові дисципліни»

МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ І ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ІЗ ЗАГАЛЬНОГО КУРСУ ФІЗИКИ. РОЗДІЛИ «ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ» ТА «ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ». ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ 0701 «ТРАНСПОРТ І ТРАНСПОРТНА ІНФРАСТРУКТУРА» ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.070106 «АВТОМОБІЛЬНИЙ ТРАНСПОРТ», ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ 0601 «БУДІВНИЦТВО ТА АРХІТЕКТУРА», НАПРЯМ ПІДГОТОВКИ 6.060101 «БУДІВНИЦТВО», ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ 0401 «ПРИРОДНИЧІ НАУКИ», НАПРЯМ ПІДГОТОВКИ 6.040106 «ЕКОЛОГІЯ, ОХОРОНА НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА ТА ЗБАЛАНСОВАНЕ ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ»

15/46-2012-13

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Навчально-методична
комісія факультету
«Автомобільний транспорт»
Протокол № 9 від 15.05.2012 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Кафедра «Загальнонаукові дисципліни»
Протокол № 10 від 03.05.2012 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Навчально-методична
комісія факультету
«Автомобільні дороги»
Протокол № 9 від 16.05.2012 р.

Горлівка – 2012

УДК 538(07)

Методичний посібник до практичних занять організації самостійної роботи студентів із загального курсу фізики. Розділи «Електростатика. Постійний електричний струм» та «Електромагнетизм». Галузь знань 0701 «Транспорт і транспортна інфраструктура» для студентів напряму підготовки 6.070106 «Автомобільний транспорт», галузь знань 0601 «Будівництво та архітектура», напрям підготовки 6.060101 «Будівництво», галузь знань 0401 «Природничі науки», напрям підготовки 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування» [Електронний ресурс] / укладач : А. М. Галіахметов. – Електрон. дані. – Горлівка: ДВНЗ «ДонНТУ» АДІ, 2012. – 1 електрон. опт. диск (CD-R); 12 см. – Систем. вимоги: Pentium; 32 MB RAM; WINDOWS 98/2000/NT/XP; MS Word 2000. – Назва з титул. екрану.

Наведено основні формули, методичні вказівки до розв'язку задач та приклади їх розв'язку, контрольні завдання щодо самопідготовки та самоконтролю; довідкові таблиці.

Укладач: Галіахметов А. М., к.ф.-м.н., доц.

Відповідальний за випуск: Галіахметов А. М., к.ф.-м.н., доц.

Рецензент: Карпинець А. П., к.х.н., доц.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Необхідною умовою розуміння фізичних законів є грамотне застосування їх під час розв'язку задач. Основна мета цього навчально-методичного посібника – надати допомогу студентам факультетів «Автомобільний транспорт» та «Автомобільні дороги» під час самостійного розв'язання задач загального курсу фізики.

Передбачається, що, працюючи з даним посібником, читач буде користуватися рекомендованою літературою загального курсу фізики. Тому, на початку кожного розділу розташований лише короткий перелік формул, що пов'язані з розв'язанням задач, які наведені в даному розділі.

Слідом за списком формул поміщені методичні вказівки до розв'язку задач на тему даного розділу. У методичних вказівках наводяться методи та приклади розв'язання конкретних задач. При цьому, акцент зроблено на фізичному боці питання, перевірці розмірності кінцевих формул, методах обчислення.

У посібнику розглянуті найбільш характерні й типові завдання по кожному розділу загального курсу фізики. Завдання підібрані так, що розв'язання вимагає не просто механічної підстановки початкових даних в готові рівняння, а передусім осмислення самого явища, розуміння фізичних законів. У кінці кожного розділу наводяться завдання для самостійного розв'язання. При повному опрацюванні попереднього матеріалу ці завдання не повинні викликати ускладнення. Для контролю правильності розв'язання наводяться відповіді. Якщо розв'язання деяких із них викликають ускладнення, необхідно повернутися до відповідних місць матеріалу, що раніше були опрацьовані.

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

1. Умови завдань треба переписати повністю без скорочень. Для зауважень викладача на сторінках зошита залишити поля.

2. Розв'язання завдань слід супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями; у тих випадках, коли це можливо, дати креслення, що виконане за допомогою креслярського приладдя.

3. Розв'язувати завдання треба в загальному вигляді, тобто висловити шукану величину в буквених позначеннях величин, що задані в умові завдання. При такому способі розв’язування не проводять обчислення проміжних величин.

4. Після отримання розрахункової формули для перевірки правильності її слід підставити в праву частину формули замість символів величин позначення одиниць цих величин, провести з ними необхідні дії й упевнитися в тому, що отримана при цьому одиниця відповідає шуканій величині. Якщо такої відповідності немає, то це означає, що завдання виконано невірно.

5. Числові значення величин при підстановці їх в розрахункову формулу слід подавати тільки в одиницях СІ. Як виняток, допускається виражати в будь-яких, але однакових одиницях числові значення однорідних величин, що стоять у чисельнику та знаменнику дробу й мають однакові ступені.

6. Під час підстановки в розрахункову формулу, а також під час запису відповіді числові значення величин слід записувати як добуток десяткового дробу з однією значущою цифрою перед комою на відповідний ступінь десяти. Наприклад, замість 3520 треба записати $3{,}52 \cdot 10^{3}$, замість 0,00129 записати $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ і т. д.

7. Обчислення за розрахунковою формулою треба проводити з дотриманням правил наближених обчислень (див. у «Задачнике по физике» А. Г. Чертова, А. А. Воробьева. Приложение о приближенных вычислениях). Як правило, остаточну відповідь слід записувати з трьома значущими цифрами. Це відноситься й до випадку, коли результат отриманий із застосуванням калькулятора.

1 ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

1.1 Основні формули

Закон Кулона:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \tag{1.1}$$

де F – сила взаємодії точкових зарядів Q_1 та Q_2;
r – відстань між зарядами;
ε – діелектрична проникність;
ε_0 – електрична постійна.

Напруженість електричного поля й потенціал:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}; \qquad \varphi = \frac{\Pi}{Q}, \tag{1.2}$$

де Π – потенційна енергія точкового позитивного заряду Q, що знаходиться в даній точці поля (за умови, що потенційна енергія заряду, віддаленого в нескінченність, дорівнює нулю).

Сила, яка діє на точковий заряд, що знаходиться в електричному полі, і потенційна енергія цього заряду:

$$\vec{F} = Q\vec{E}; \qquad \Pi = Q\varphi. \tag{1.3}$$

Напруженість і потенціал поля, які створені системою точкових зарядів (принцип суперпозиції електричних полів):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i; \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i, \tag{1.4}$$

де $\vec{E}_i$, φ_i – напруженість і потенціал у цій точці поля, які створені i-м зарядом.

Напруженість і потенціал поля, що створені точковим зарядом:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}; \qquad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}, \tag{1.5}$$

де r – відстань від заряду Q до точки, в якій визначаються напруженість і потенціал.

Напруженість і потенціал поля, що створює провідна заряджена сфера радіуса R на відстані r від центра сфери:

а) при $r < R$:

$$E = 0; \qquad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R}; \qquad (1.6)$$

б) при $r = R$:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R^2}; \qquad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R}; \qquad (1.7)$$

в) при $r > R$:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}; \qquad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}, \qquad (1.8)$$

де Q – заряд сфери.

Лінійна густина заряду:

$$\tau = Q / l, \qquad (1.9)$$

де l – довжина лінії, на якій розподілений заряд Q.

Поверхнева щільність заряду:

$$\sigma = Q / S, \qquad (1.10)$$

де S – площа поверхні, на якій розподілений заряд Q.

Якщо заряд рівномірно розподілений уздовж лінії з лінійною щільністю τ, то на лінії виділяється мала ділянка довжиною dl із зарядом $dQ = \tau dl$. Такий заряд можна розглядати як точковий і застосовувати формули:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}; \qquad d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}, \qquad (1.11)$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, що спрямований від виділеного елемента dl до точки, в якій обчислюється напруженість.

Використовуючи принцип суперпозиції електричних полів, знаходимо інтегруванням напруженість $\vec{E}$ і потенціал φ поля, які створені розподіленими зарядами:

$$E=\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_l \frac{dl}{r^2}\frac{\vec{r}}{r};\qquad \varphi=\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_l \frac{dl}{r}. \tag{1.12}$$

Інтегрування ведеться вздовж всієї довжини l зарядженої лінії (див. приклади 5 і 8).

Напруженість поля, яке створене нескінченною прямою рівномірно зарядженою лінією або нескінченно довгим циліндром:

$$E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}, \tag{1.13}$$

де r – відстань від нитки або осі циліндра до точки, напруженість поля в якій визначається.

Напруженість поля, яке створене нескінченною рівномірною зарядженою площиною:

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \tag{1.14}$$

Зв'язок потенціалу з напруженістю:

а) у загальному випадку:

$$\vec{E}=-grad\varphi \quad \text{або} \quad \vec{E}=-\left(\vec{i}\,\frac{\partial\varphi}{dx}+\vec{j}\,\frac{\partial\varphi}{dy}+\vec{k}\,\frac{\partial\varphi}{dz}\right); \tag{1.15}$$

б) у випадку однорідного поля:

$$E=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{d}; \tag{1.16}$$

в) у разі поля, що володіє центральною або осьовою симетрією:

$$E=-\frac{d\varphi}{dr}. \tag{1.17}$$

Електричний момент диполя:

$$\vec{p}=|Q|\vec{l}, \tag{1.18}$$

де Q – заряд;

$\vec{l}$ – плече диполя (векторна величина, що спрямована від негативного заряду до позитивного й чисельно дорівнює відстані між зарядами).

Робота сил поля з переміщення заряду Q з точки поля з потенціалом φ_1 у точку з потенціалом φ_2:

$$A_{12} = Q(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (1.19)$$

Електроємність:

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad \text{або} \quad C = \frac{Q}{U}, \qquad (1.20)$$

де φ – потенціал провідника (за умови, що в нескінченності потенціал провідника приймається рівним нулю);

U – різниця потенціалів пластин конденсатора.

Електроємність плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \qquad (1.21)$$

де S – площа пластини (однієї) конденсатора;

d – відстань між пластинами.

Електроємність батареї конденсаторів:

а) при послідовному з'єднанні:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}; \qquad (1.22)$$

б) при паралельному з'єднанні:

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i, \qquad (1.23)$$

де N – число конденсаторів у батареї.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{QU}{2}; \quad W = \frac{CU^2}{2}; \quad W = \frac{Q^2}{2C}. \qquad (1.24)$$

Сила постійного струму:

$$I = \frac{Q}{t}, \qquad (1.25)$$

де Q – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час t.

Щільність струму:

$$j = \frac{I}{S}, \qquad (1.26)$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Зв'язок щільності струму із середньою швидкістю $\langle \upsilon \rangle$ направленого руху заряджених частинок:

$$j = Qn\langle \upsilon \rangle, \qquad (1.27)$$

де Q – заряд частинки;

n – концентрація заряджених частинок.

Закон Ома:

а) для ділянки кола, що не містить ЕРС:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}, \qquad (1.28)$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – різниця потенціалів (напруга) на кінцях ділянки кола;

R – опір ділянки;

б) для ділянки кола, яке містить ЕРС:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R}, \qquad (1.29)$$

де ε – ЕРС джерела струму;

R – повний опір ділянки (сума зовнішніх і внутрішніх опорів);

в) для замкнутого (повного) ланцюга:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_i}, \qquad (1.30)$$

де R – зовнішній опір кола;

R_i – внутрішній опір ланцюга.

Закони Кірхгофа:

а) перший закон:

$$\sum I_i = 0, \qquad (1.31)$$

де $\sum I_i$ – алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі;

б) другий закон:

$$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i , \tag{1.32}$$

де $\sum I_i R_i$ – алгебраїчна сума добутків сил струмів на опору ділянок;
$\sum \varepsilon_i$ – алгебраїчна сума ЕРС.
Опір R і провідність G провідника:

$$R = \frac{\rho l}{S}; \qquad G = \frac{\gamma S}{l}, \tag{1.33}$$

де ρ – питомий опір;
γ – питома провідність;
l – довжина провідника;
S – площа поперечного перерізу провідника.
Опір системи провідників:
а) при послідовному з'єднанні:

$$R = \sum R_i ; \tag{1.34}$$

б) при паралельному з'єднанні:

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i} , \tag{1.35}$$

де R_i – опір i-го провідника.
Робота струму:

$$A = IUt; \qquad A = I^2 Rt; \qquad A = \frac{U^2 t}{R}. \tag{1.36}$$

Перша формула справедлива для будь-якої ділянки ланцюга, на кінцях якого підтримується напруга U, останні дві – для ділянки, що не містить ЕРС.

Потужність струму:

$$P = IU; \qquad P = I^2 R; \qquad P = \frac{U^2}{R}. \tag{1.37}$$

Закон Джоуля – Ленца:

$$Q = I^2 Rt . \tag{1.38}$$

Закон Ома в диференційній формі:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \qquad (1.39)$$

де γ – питома провідність;

$\vec{E}$ – напруженість електричного поля;

$\vec{j}$ – щільність струму.

Зв'язок питомої провідності γ з рухливістю b заряджених частинок (іонів):

$$\gamma = Qn(b_+ + b_-), \qquad (1.40)$$

де Q – заряд іона;

n – концентрація іонів;

b_+ і b_- – рухливості позитивних і негативних іонів.

1.2 Методичні вказівки до розділу «Електростатика. Постійний електричний струм»

У задачах на знаходження напруженості E електричного поля:

а) поле утворене одним або кількома точковими зарядами. У цьому випадку використовують формули (1.1), (1.2) та принципи суперпозиції електричних полів (формула (1.4));

б) поле утворене зарядами, які рівномірно розподілені по сферичним, циліндричним або плоским поверхням. Тоді застосовують формули (1.6) – (1.8), (1.13), (1.14), відповідно, які виведені за допомогою теореми Остроградського – Гауса. Нескінченно довгим циліндром (або ниткою) можна вважати будь-який реальний циліндр (або нитку) для таких точок, відстань від яких до осі циліндра (нитки) значно менша, ніж до його кінців. Те ж саме справедливо для визначення нескінченої площини;

в) якщо заряджене тіло не є ні сферою, ні нескінченно довгим циліндром, ні нескінченою площиною, то для визначення напруженості поля необхідно розбити тіло на нескінченно малі елементи, знайти за формулою (1.5) напруженість $d\vec{E}$ поля, що створена в цій точці кожним елементом, а потім підсумувати всі елементарні напруженості.

Для обчислення потенціалу поля, яке створене одним або кількома точковими зарядами, застосовують формулу (1.5), а також принцип суперпозиції полів (формула (1.4)).

Під час розрахунку з’єднань конденсаторів слід мати на увазі, що паралельним називається таке з'єднання конденсаторів, при якому на обкладинках конденсаторів встановлюється однакова різниця потенціалів, а заряд системи дорівнює сумі зарядів кожного конденсатора окремо. Послідовне з'єднання таке, при якому заряди конденсаторів рівні між собою, а різниці потенціалів сумуються.

Для обчислення сили струму та щільності струму, а також розрахунку опорів при наявності однорідних провідників застосовують закон Ома в інтегральній (1.28) або диференціальній (1.39) формі.

Застосовуючи закон Ома (1.29) для ділянки ланцюга, що містить ЕРС, необхідно дотримуватися наступних правил:

а) накреслити схему та позначити на ній полюси всіх джерел, а також напрямок струму в ланцюзі (якщо він невідомий, то треба вказати напрямок);

б) ЕРС вважати позитивною на ділянці 1 – 2, якщо вона підвищує потенціал у напрямку від точки 1 до точки 2, тобто при уявному русі вздовж шляху 1 – 2 спочатку зустрічається від'ємний полюс джерела, а потім позитивний.

Під час розв'язку задачі на роботу та потужність електричного струму, слід мати на увазі, що формули (3.36) та (3.38) залишаються виправданими в будь-якому випадку, незалежно від наявності або відсутності ЕРС на даній ділянці.

Закон Джоуля – Ленца у вигляді (3.38) справедливий для постійного струму. Якщо сила струму в провіднику змінюється, необхідно користувуватися диференціальною формою цього закону:

$$dQ = I^2 R dt\,.$$

1.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Два точкових заряди $9Q$ і $-Q$ закріплені на відстані $l = 50$ см один від одного. Третій заряд Q_1 може переміщатися тільки вздовж прямої, що проходить через заряди. Визначити положення заряду Q_1, при якому він буде знаходитися в рівновазі. При якому знаку заряду Q_1 рівновага буде стійкою?

Розв'язок. Заряд Q_1 знаходиться в рівновазі в тому випадку, якщо геометрична сума сил, що діють на нього, дорівнює нулю. Це означає, що на заряд Q_1 повинні діяти дві сили, рівні по модулю й протилежні за напрямком. Розглянемо, на якому з трьох ділянок I, II, III (рис. 1.1) може бути виконана ця умова. Для визначеності будемо вважати, що заряд Q_1 – позитивний.

На ділянці I (рис. 1.1, a) на заряд Q_1 будуть діяти дві протилежно спрямовані сили: $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$, яка діє з боку заряду $9Q$, в будь-якій точці цієї ділянки більше сили $\vec{F}_2$, яка діє з боку заряду $-Q$, тому що

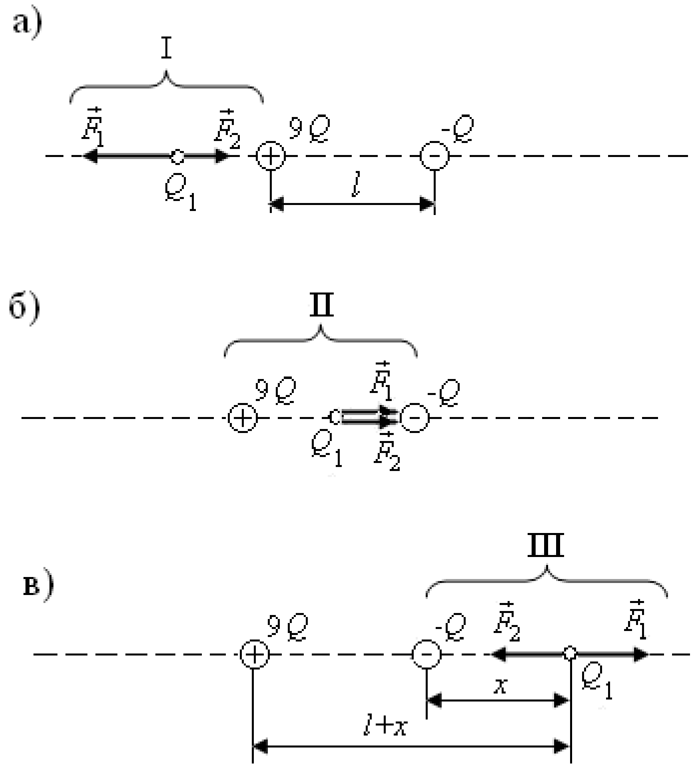

Рисунок 1.1 – Взаємодія трьох зарядів

більший заряд $9Q$ знаходиться завжди ближче до заряду Q_1, чим менший (по модулю) заряд $-Q$. Тому рівновага на цій ділянці неможлива.

На ділянці II (рис. 1.1, б) обидві сили $\vec{F}_1$ та $\vec{F}_2$ спрямовані в один бік до заряду $-Q$. Отже, і на другій ділянці рівновага неможлива.

На ділянці III (рис. 1.1, в) сили $\vec{F}_1$ та $\vec{F}_2$ спрямовані в протилежні сторони, так само як і на ділянці I, але на відміну від неї менший заряд – Q завжди знаходиться ближче до заряду Q_1, ніж більший заряд $9Q$. Це означає, що можна знайти таку точку на прямій, де сили $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ будуть однакові за модулем, тобто:

$$F_1 = F_2. \tag{1}$$

Нехай x та $l + x$ – відстань від меншого й більшого зарядів до заряду Q_1. Виразивши в рівності (1) F_1 та F_2 відповідно до закону Кулона, отримаємо:

$$\frac{9Q \cdot Q_1}{4\pi\varepsilon_0 (l + x)^2} = \frac{Q \cdot Q_1}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

або

$$l+x=\pm 3x,$$

звідки

$$x_1=+\frac{l}{2}; \qquad x_2=-\frac{l}{4}.$$

Корінь x_2 не задовольняє фізичній умові завдання (у цій точці сили $\vec{F}_1$ та $\vec{F}_2$ хоча й рівні за модулем, але співнапрямлені).

Визначимо знак заряду Q_1, при якому рівновага буде стійкою. Рівновага називається стійкою, якщо при зміщенні заряду від положення рівноваги виникають сили, що повертають його в положення рівноваги. Розглянемо зсув заряду Q_1 у двох випадках: коли заряд позитивний і негативний.

Якщо заряд Q_1 позитивний, то при зміщенні його вліво обидві сили F_1 та F_2 зростають. Оскільки сила F_1 зростає повільніше, то результуюча сила, що діє на заряд Q_1, буде направлена до тієї ж сторони, до якої зміщений цей заряд, тобто вліво. Під дією цієї сили заряд Q_1 буде віддалятися від положення рівноваги. Те ж відбувається й при зміщенні заряду вправо. Сила F_2 спадає швидше, ніж F_1. Геометрична сума сил у цьому випадку спрямована вправо. Заряд під дією цієї сили також буде переміщатися вправо, тобто віддалятися від положення рівноваги. Таким чином, у разі позитивного заряду рівновага є нестійкою.

Якщо заряд Q_1 негативний, то його зміщення вліво викличе збільшення сил $\vec{F}_1$ та $\vec{F}_2$, але сила $\vec{F}_1$ зростає повільніше, ніж $\vec{F}_2$, тобто $\left|\vec{F}_2\right|>\left|\vec{F}_1\right|$. Результуюча сила буде спрямована вправо. Під її дією заряд Q_1 повертається до положення рівноваги. При зсуві Q_1 праворуч сила $\vec{F}_2$ спадає швидше, ніж $\vec{F}_1$, тобто $\left|\vec{F}_1\right|>\left|\vec{F}_2\right|$, результуюча сила спрямована вліво й заряд Q_1 знову буде повертатися до стану рівноваги. При негативному заряді рівновага є стійкою. Величина самого заряду Q_1 несуттєва.

Приклад 2. Три точкових заряди $Q_1=Q_2=Q_3=1$ нКл розташовані у вершинах рівностороннього трикутника. Який заряд Q_4 потрібно помістити в центрі трикутника, щоб зазначена система зарядів перебувала в рівновазі?

Розв'язок. Усі три заряди, які розташовані на вершинах трикутника, перебувають в однакових умовах. Тому досить з'ясувати, який заряд слід помістити в центрі трикутника, щоб який-небудь один із трьох зарядів, наприклад Q_1, знаходився в рівновазі. Заряд Q_1 буде знаходитися в рівновазі, якщо векторна сума діючих на нього сил дорівнює нулю (рис. 1.2):

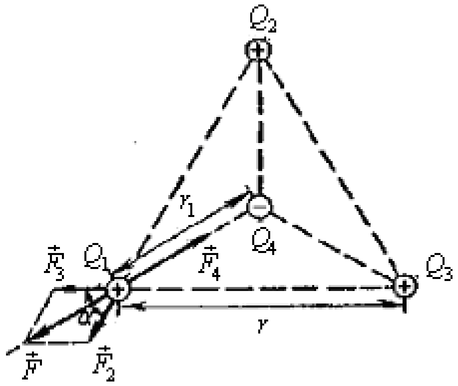

Рисунок 1.2 – Рівновага системи чотирьох зарядів

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \quad (1)$$

де $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ – сили, з якими відповідно діють на заряд Q_1 заряди Q_2, Q_3, Q_4;

$\vec{F}$ – рівнодіюча сил $\vec{F}_2$ та $\vec{F}_3$.

Оскільки сили $\vec{F}$ і $\vec{F}_4$ направлені по одній прямій в протилежні сторони, то векторну рівність (1) можна замінити скалярною: $F - F_4 = 0$, звідки $F_4 = F$. Визначивши в останньої рівності F через F_2 і F_3 та враховуючи, що $F_3 = F_2$, отримаємо:

$$F_4 = F_2\sqrt{2(1 + cos\ \alpha)}.$$

Застосувавши закон Кулона й маючи на увазі, що $Q_2 = Q_3 = Q_1$, знайдемо:

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{2(1 + cos\ \alpha)},$$

звідки

$$Q_4 = \frac{Q_1^2 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1 + cos\ \alpha)}. \quad (2)$$

З геометричних побудов у рівносторонньому трикутнику випливає, що:

$$r_1 = \frac{r/2}{cos(\alpha/2)} = \frac{r}{2\ cos\ 30°} = \frac{r}{\sqrt{3}}; \qquad cos\ \alpha = cos\ 60° = 1/2.$$

З урахуванням цього формула (2) набуде вигляду:

$$Q_4 = Q_1 / \sqrt{3}.$$

Зробимо обчислення:

$$Q_4 = 10^{-9} / \sqrt{3} \text{ Кл} = 5,77 \cdot 10^{-10} \text{Кл} = 577 \text{ пКл}.$$

Слід зазначити, що рівновага системи зарядів буде нестійкою.

Приклад 3. Два точкових електричних заряди $Q_1 = 1$ нКл і $Q_2 = -2$ нКл знаходяться в повітрі на відстані $d = 10$ см один від одного. Визначити напруженість $\vec{E}$ та потенціал φ поля, яке створене цими зарядами в точці A, що віддалена від заряду Q_1 на відстань $r_1 = 9$ см та від заряду Q_2 – на $r_2 = 7$ см.

Розв'язок. Згідно з принципом суперпозиції електричних полів, кожен заряд створює поле незалежно від присутності в просторі інших зарядів. Тому напруженість $\vec{E}$ електричного поля в точці, яку шукаємо може бути знайдена як геометрична сума напруженостей $\vec{E}_1$ та $\vec{E}_2$ полів, які створені кожним зарядом окремо: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Напруженості електричного поля, яке створюється в повітрі ($\varepsilon = 1$) зарядами Q_1 та Q_2:

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}; \qquad (1)$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (2)$$

Вектор $\vec{E}_1$ (рис. 1.3) спрямований по силовій лінії від заряду Q_1, тому що цей заряд позитивний; вектор $\vec{E}_2$ направлено також по силовій лінії, але до заряду Q_2, тому що цей заряд негативний.

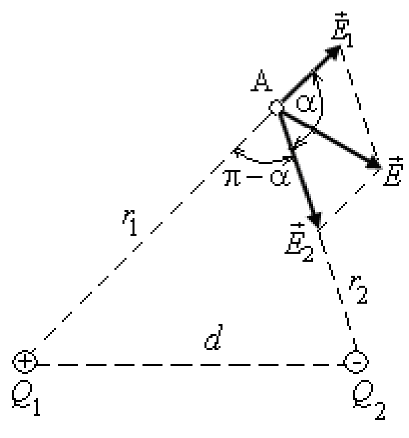

Рисунок 1.3 – Визначення вектора $\vec{E}$ у точці А

Модуль вектора $\vec{E}$ знайдемо за теоремою косинусів:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha}, \tag{3}$$

де α – кут між векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, який може бути знайдений з трикутника зі сторонами r_1, r_2 та d:

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}.$$

У даному випадку, щоб уникнути громіздких записів зручно значення $\cos\alpha$ обчислити окремо:

$$\cos\alpha = \frac{(0{,}1)^2 - (0{,}09)^2 - (0{,}07)^2}{2\cdot 0{,}09\cdot 0{,}07} = -0{,}238.$$

Підставляючи вираз E_1 з (1) і E_2 з (2) в (3) та виносячи загальний множник $1/(4\pi\varepsilon_0)$ за знак кореня, отримаємо:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}. \tag{4}$$

Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів потенціал φ результуючого поля, яке створене двома зарядами Q_1 та Q_2, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \tag{5}$$

Потенціал електричного поля, яке створене у вакуумі точковим зарядом Q на відстані r від нього, виражається формулою:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{6}$$

У нашому випадку відповідно до формул (5) і (6) отримаємо:

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

або

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right).$$

Зробимо обчислення:

$$E = \frac{1}{4\pi/\left(4\pi\cdot 9\cdot 10^9\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{\left(10^{-9}\right)^2}{\left(0,09\right)^4} + \frac{\left(2\cdot 10^{-9}\right)^2}{\left(0,07\right)^4} + 2\frac{10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{\left(0,09\right)^2\cdot\left(0,07\right)^2}\left(-0,238\right)}\ \text{В/м} =$$

$$= 3,58\cdot 10^3\ \text{В/м} = 3,58\ \text{кВ/м};$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi/\left(4\pi\cdot 9\cdot 10^9\right)}\left(\frac{10^{-9}}{0,09} + \frac{-2\cdot 10^{-9}}{0,07}\right)\text{В} = -157\ \text{В}.$$

Приклад 4. По тонкому кільцю рівномірно розподілений заряд $Q = 40$ нКл з лінійною щільністю $\tau = 50$ нКл/м. Визначити напруженість $\vec{E}$ електричного поля, яке створене цим зарядом у точці А, що лежить на осі кільця й віддалена від його центру на відстань, рівну половині радіуса.

Розв'язок. Поєднаємо координатну площину xOy з площиною кільця, а вісь Oz – з віссю кільця (рис. 1.4).

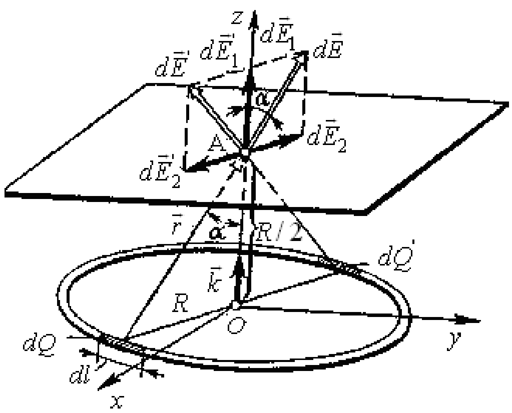

Рисунок 1.4 – Визначення вектора $\vec{E}$ в точці А

На кільці виділимо малу ділянку довжиною dl. Так як заряд $dQ = \tau dl$, що знаходиться на цій ділянці можна вважати точковим, то напруженість $d\vec{E}$ електричного поля, яке створене цим зарядом, може бути записана у вигляді:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, що спрямований від елемента dl до точки A.

Розкладемо вектор $d\vec{E}$ на дві складові: $d\vec{E}_1$, перпендикулярно площині кільця (співнапрямлену з віссю Oz), і $d\vec{E}_2$, паралельну площині кільця (площині xOy), тобто:

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2.$$

Напруженість $\vec{E}$ електричного поля в точці A знайдемо інтегруванням:

$$\vec{E} = \int_L \vec{E}_1 + \int_L \vec{E}_2,$$

де інтегрування ведеться по всіх елементах зарядженого кільця. Зауважимо, що для кожної пари зарядів dQ, та $dQ'(dQ = dQ')$, що розташовані симетрично щодо центру кільця, вектори $d\vec{E}_2$ та $d\vec{E}'_2$ в точці A рівні по модулю й протилежні за напрямком: $d\vec{E}_2 = -d\vec{E}'_2$. Тому векторна сума (інтеграл) $\int_L d\vec{E}_2 = 0$. Оскільки складові $d\vec{E}_1$ для всіх елементів кільця співнапрямлені з віссю Oz (одиничним вектором $\vec{k}$), тобто $d\vec{E}_1 = \vec{k}dE_1$,

тоді

$$\vec{E} = \vec{k}\int_L dE_1.$$

Так як

$$dE_1 = dE\, cos\,\alpha; \qquad dE = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2};$$

$$r = \sqrt{R^2(R/2)^2} = \sqrt{5}R/2; \qquad cos\,\alpha = (R/2)r = 1/\sqrt{5},$$

то

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\tau}{5R^2\sqrt{5}}dl = \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

Таким чином:

$$\vec{E} = \vec{k}\int_0^{2\pi R} \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 R^2} = \vec{k}\,\frac{2\tau}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 R}.$$

Зі співвідношення $Q = 2\pi R\tau$ визначимо радіус кільця:

$$R = Q/(2\pi\tau),$$

тоді:

$$\vec{E} = \vec{k}\,\frac{2\tau 2\pi\tau}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q} = \vec{k}\,\frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q}.$$

Модуль напруженості:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q}. \qquad (1)$$

Перевіримо, чи дає права частина отриманої рівності одиницю напруженості (В/м):

$$\frac{\left[\tau^2\right]}{\left[\varepsilon_0\right]\left[Q\right]} = \frac{(1\ \text{Кл/м})^2}{1\ \text{Ф/м}\cdot 1\ \text{Кл}} = \frac{1\ \text{Кл}}{1\ \text{Ф}\cdot 1\ \text{м}} = 1\ \text{В/м}.$$

Виразимо фізичні величини, що входять до формули (1), в одиницях СІ $\left(\tau = 5\cdot 10^{-8}\,\text{Кл/м},\ Q = 4\cdot 10^{-8}\,\text{Кл},\ \varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\text{Ф/м}\right)$ і зробимо обчислення:

$$E = \frac{4\cdot 3{,}14\cdot (5\cdot 10^{-8})^2}{5\sqrt{5}\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 4\cdot 10^{-8}}\ \text{В/м} = 7{,}92\ \text{кВ/м}.$$

Приклад 5. Дві концентричні провідні сфери радіусами $R_1 = 6$ см і $R_2 = 10$ см несуть відповідно заряди $Q_1 = 1$ нКл і $Q_2 = -\,0{,}5$ нКл. Знайти напруженість E поля в точках, що віддалені від центру сфер на відстанях $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см, $r_3 = 15$ см. Побудувати графік $E(r)$.

Розв'язок. Зауважимо, що точки, в яких потрібно знайти напруженості електричного поля, лежать у трьох областях (рис. 1.5): області I $(r_1 < R_1)$, області II $(R_1 < r_2 < R_2)$, області III $(r_3 > R_2)$.

1. Для визначення напруженості E_1 в області I проведемо гауссову поверхню S_1 радіусом r_1 і скористаємося теоремою Остроградського – Гауса:

$$\Phi_E = \oint_{S_1} E_n dS = 0,$$

(оскільки сумарний заряд, що знаходиться всередині гауссової поверхні, дорівнює нулю). З міркувань симетрії $E_n = E_1 = \text{const}$.

Відтак, $\Phi_E = 0$ та E_1 (напруженість поля в області I) в усіх точках, які відповідають умові $r_1 < R_1$, буде дорівнювати нулю.

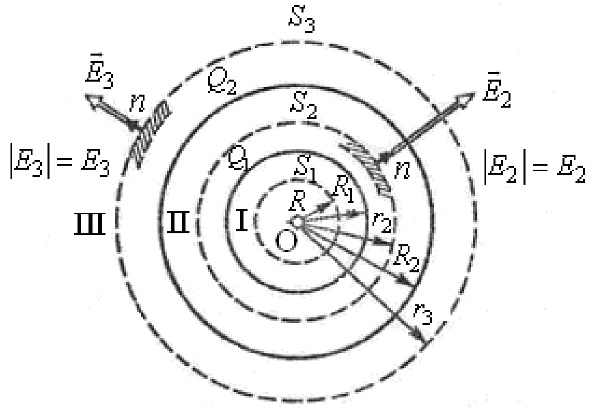

Рисунок 1.5 – Гауссові поверхні для двох концентричних сфер

2. В області II гауссову поверхню проведемо радіусом r_2. У цьому випадку (діелектричну проникність ε середовища будемо вважати рівною одиниці (вакуум)):

$$\Phi_E = Q_1 / \varepsilon_0,$$

(оскільки всередині гауссової поверхні знаходиться тільки заряд Q_1).

Так як $E_n = E = \text{const}$, то E можна винести за знак інтеграла:

$$\Phi_E = Q_1 / \varepsilon_0 \qquad \text{або} \qquad ES_2 = Q_1 / \varepsilon_0.$$

Позначивши напруженість E для області II через E_2, отримаємо:

$$E_2 = Q_1 / (\varepsilon_0 S_2),$$

де $S_2 = 4\pi r_2^2$ – площа гауссової поверхні, тоді:

$$E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \tag{1}$$

3. В області III гауссова поверхня проводиться радіусом r_3. Позначимо напруженість E області III через E_3 та врахуємо, що в цьому випадку гауссову поверхню охоплює обидві сфери і, отже, сумарний заряд буде дорівнювати $Q_1 + Q_2$, тоді:

$$E_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}.$$

Помітивши, що $Q_2 < 0$, цей вираз можна переписати у вигляді:

$$E_3 = \frac{Q_1 - |Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}. \tag{2}$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності (1) і (2) дає одиницю напруженості:

$$\frac{|Q|}{|\varepsilon_0||r^2|} = \frac{1\ \text{Кл}}{1\ \text{Ф/м} \cdot 1\ \text{м}^2} = \frac{1\ \text{Кл}}{1\ \text{Ф} \cdot 1\ \text{м}} = 1\ \text{В/м}.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ ($Q_1 = 10^{-9}$ Кл; $Q_2 = -\,0{,}5 \cdot 10^{-9}$ Кл; $r_1 = 0{,}09$ м; $r_2 = 0{,}15$ м; $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф) та зробимо обчислення:

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{10^9}{(0{,}09)^2}\ \text{В/м} = 1{,}11\ \text{кВ/м};$$

$$E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{(1 - 0{,}5)10^{-9}}{(0{,}15)^2}\ \text{В/м} = 200\ \text{В/м}.$$

Побудуємо графік $E(r)$. В області I ($r_1 > R_1$) $E = 0$. В області II ($R_1 \le r < R_2$) $E_2(r)$ змінюється за законом $1/r^2$. У точці $r = R_1$ напруженість $E_2(R_1) = Q_1/(4\pi\varepsilon_0 R_1^2) = 2{,}5$ кВ/м. У точці $r = R_2$ (r прагне до R_2 зліва) $E_2(R_2) = Q_1/(4\pi\varepsilon_0 R_2^2) = 0{,}9$ кВ/м. В області III ($r > R_2$) $E_3(r)$ змінюється за законом $1/r^2$, причому в точці $r = R_2$ (r прагне до R_2 праворуч) $E_3(R_2) = (Q_1 - |Q_2|)/(4\pi\varepsilon_0 R_2^2) = 0{,}45$ кВ/м. Таким чином, функція $E(r)$ у точках $r = R_1$ та $r = R_2$ зазнає розрив.

Графік залежності E_r представлений на рис. 1.6.

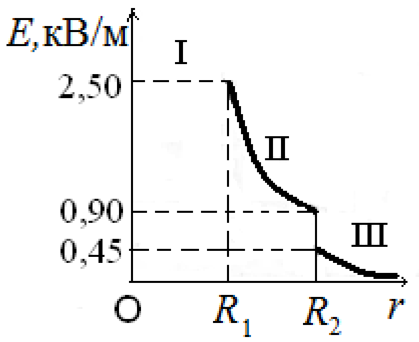

Рисунок 1.6 – Графік залежності $E(r)$

Приклад 6. Точковий заряд $Q = 25$ нКл перебуває в полі, яке створене прямим нескінченним циліндром радіусом $R = 1$ см, рівномірно зарядженим з поверхневою щільністю $\sigma = 0,2$ нКл/см^2. Визначити силу $\vec{F}$, яка діє на заряд, якщо його відстань від осі циліндра $r = 10$ см.

Розв'язок. Значення сили $\vec{F}$, яка діє на точковий заряд Q, що знаходиться в полі, визначається за формулою:

$$F = QE, \tag{1}$$

де E – напруженість поля.

Як відомо, напруженість поля нескінченно довгого рівномірно зарядженого циліндра:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}, \tag{2}$$

де τ – лінійна щільність заряду.

Виразимо лінійну щільність τ через поверхневу щільність σ. Для цього виділимо елемент циліндра довжиною l і виразимо заряд, що знаходиться на ньому Q, двома способами: $Q = \sigma S = \sigma 2\pi Rl$; $Q = \tau l$. Прирівнявши праві частини цих формул і скоротивши отриману рівність на l, знайдемо $\tau = 2\pi R\sigma$. З урахуванням цього формула (2) набуде вигляду: $E = R\sigma / (\varepsilon_0 r)$. Підставивши вираз E в (1), отримаємо:

$$F = \frac{Q\sigma R}{\varepsilon_0 r}.$$

Зробимо обчислення:

$$F = \frac{2{,}5\cdot 10^{-8}\cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot 1}{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 10}\ \text{Н} = 5{,}65\cdot 10^{-4}\,\text{Н} = 565\ \text{мкН}.$$

Сила $\vec{F}$ співнапрямлена з напруженістю $\vec{E}$, яка в силу симетрії (циліндр нескінченно довгий) перпендикулярна поверхні циліндра.

Приклад 7. По тонкій нитці, яка зігнута по дузі кола, рівномірно розподілений заряд із лінійною щільністю $\tau = 10$ нКл/м. Визначити напруженість $\vec{E}$ та потенціал φ електричного поля, яке створене таким розподіленим зарядом у точці, яка співпадає з центром кривизни дуги. Довжина l нитки становить $^{1}/_{3}$ довжини кола й дорівнює 15 см.

Розв'язок. Виберемо осі координат так, щоб початок координат співпадав з центром кривизни дуги, а вісь Оу була б симетрично розташована щодо кінців дуги (рис. 1.7). На нитці виділимо елемент довжини dl. Заряд $dQ = \tau dl$, що знаходиться на виділеній ділянці, можна вважати точковим.

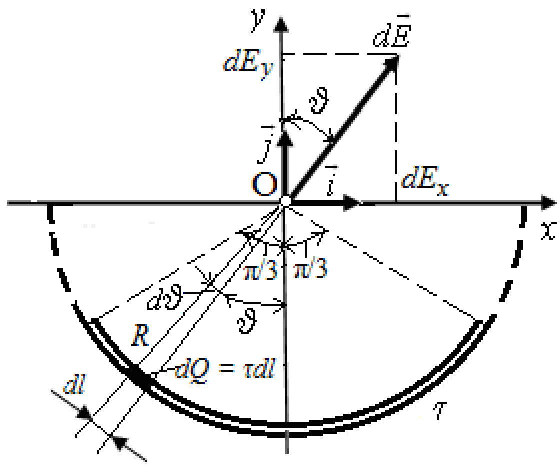

Рисунок 1.7 – Напруженість $d\vec{E}$ поля, яке створене зарядом dQ

Визначимо напруженість електричного поля в точці O. Для цього знайдемо спочатку напруженість $d\vec{E}$ поля, що створюється зарядом dQ:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, що спрямований від елемента dl до точки, в якій обчислюється напруженість.

Виразимо вектор $d\vec{E}$ через проекції dE_x і dE_y на осі координат:

$$d\vec{E} = \vec{i}dE_x + \vec{j}dE_y,$$

де $\vec{i}$ і $\vec{j}$ – одиничні вектори напрямків (орти).

Напруженість $\vec{E}$ знайдемо інтегруванням:

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} = \vec{i}\int_l dE_x + \vec{j}\int_l dE_y.$$

Інтегрування ведеться вздовж дуги довжиною l. У силу симетрії $\int_l dE_x = 0,$ тоді:

$$\vec{E} = \vec{j}\int_l dE_y, \qquad (1)$$

де $dE_y = dE\ cos\ J = \tau dl\ cos\ J / (4\pi\varepsilon_0 r^2).$ Так як $r = R = \text{const};$ $dl = Rd\vartheta$, то:

$$dE_y = \frac{\tau R d\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} cos\ \vartheta = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R} cos\ \vartheta d\vartheta.$$

Підставимо вираз dE_y в (1) і, прийнявши до уваги симетричне розташування дуги щодо осі Оу, межі інтегрування візьмемо від 0 до $\pi/3$, а результат подвоїмо:

$$\vec{E} = \vec{j}\frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi/3} cos\ \vartheta d\vartheta = j\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}\sqrt{3}/2. \qquad (2)$$

Виразимо радіус R через довжину l нитки ($3l = 2\pi R$), отримаємо:

$$\vec{E} = \vec{j}\frac{\tau}{6\varepsilon_0 l}\sqrt{3}.$$

З цієї формули видно, що напруженість поля в напрямку збігається з віссю Оу.

Знайдемо потенціал електричного поля в точці О. Спочатку знайдемо потенціал $d\varphi$, який створений точковим зарядом dQ у точці О:

$$d\varphi = \tau dl / (4\pi\varepsilon_0 r).$$

Замінимо r на R і проведемо інтегрування:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Так як $l = 2\pi R / 3,$ то:

$$\varphi = \tau / (6\varepsilon_0). \qquad (3)$$

Зробимо обчислення за формулами (2) та (3):

$$E = \frac{10^{-8} \cdot 1,73}{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,15} \text{ В/м} = 2,18 \text{ кВ/м};$$

$$\varphi = \frac{10^{-8}}{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \text{ В} = 188 \text{ В}.$$

Приклад 8. На тонкому стрижні довжиною l рівномірно розподілений заряд з лінійною щільністю $\tau = 10$ нКл/м. Знайти потенціал φ, що створений розподіленим зарядом у точці A, яка розташована на осі стрижня та віддаленої від його найближчого кінця на відстань l.

Розв'язок. У задачі розглядається поле, яке створене розподіленим зарядом. У цьому випадку діють наступним чином. На стрижні виділяють малу ділянку довжиною dx. Тоді на цій ділянці буде зосереджений заряд $dQ = \tau dx$, який можна вважати точковим. Потенціал $d\varphi$, який створений цим точковим зарядом у точці A (рис. 1.8), можна визначити за формулою:

$$d\varphi = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x}.$$

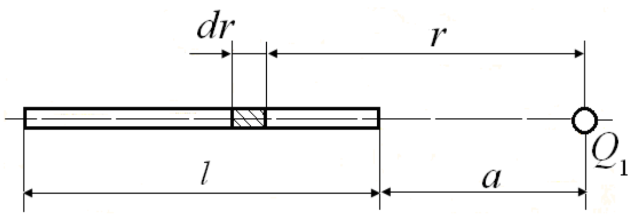

Рисунок 1.8 – Визначення потенціалу $d\varphi$ в точці А

Згідно з принципом суперпозиції електричних полів, потенціал електричного поля, яке створене зарядженим стрижнем у точці A, знайдемо інтегрування цього виразу:

$$\varphi = \int_l^{2l} \frac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_l^{2l}\frac{dx}{x}.$$

Зробимо інтегрування:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} ln\, x \Big|_{l}^{2l} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} ln\ 2.$$

Підставимо числові значення фізичних величин у СІ ($\tau = 10 \cdot 10^{-9}$ Кл/м; $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф) і зробимо обчислення:

$$\varphi = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}693 \text{ В} = 62{,}4 \text{ В}.$$

Приклад 9. На пластинах плоского конденсатора знаходиться заряд $Q = 10$ нКл. Площина S кожної пластини конденсатора дорівнює 100 см^2, діелектрик – повітря. Визначити силу F, з якою притягуються пластини. Поле між пластинами вважати однорідним.

Розв'язок. Заряд Q однієї пластини перебуває в полі напруженості E, яке створене зарядом іншої пластини конденсатора. Відтак, на перший заряд діє сила (рис. 1.9):

$$F = QE. \qquad (1)$$

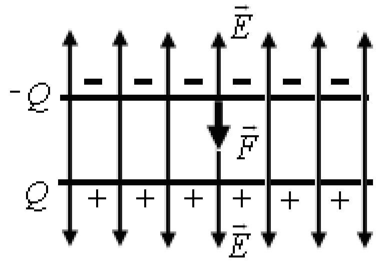

Рисунок 1.9 – Визначення сили F, з якою притягуються пластинки

Оскільки:

$$E = \sigma / (2\varepsilon_0) = Q / (2\varepsilon_0 S),$$

де σ – поверхнева щільність заряду пластини, то формула (1) набуде вигляду:

$$F = Q^2 / (2\varepsilon_0 S).$$

Зробимо обчислення:

$$F = \frac{10^{-16}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}} \text{ Н} = 5{,}65 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = 565 \text{ мкН}.$$

Приклад 10. Електричне поле створене довгим циліндром радіусом $R = 1$ см, рівномірно зарядженим із лінійною щільністю $\tau = 20$ нКл/м. Визначити різницю потенціалів двох точок цього поля, що знаходяться на відстані $a_1 = 0,5$ см та $a_2 = 2$ см від поверхні циліндра, в середній його частині.

Розв'язок. Для визначення різниці потенціалів скористаємося співвідношенням між напруженістю поля й зміною потенціалу: $\vec{E} = -grad\varphi$. Для поля з осьовою симетрією, яким є поле циліндра, це співвідношення можна записати у вигляді:

$$E = -d\varphi / dr \qquad \text{або} \qquad d\varphi = -Edr.$$

Інтегруючи цей вираз, знайдемо різницю потенціалів двох точок, що віддалені на відстанях r_1 та r_2 від осі циліндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} Edr. \qquad (1)$$

Оскільки циліндр довгий і точки взяті поблизу його середньої частини, то для вираження напруженості поля можна скористатися формулою напруженості поля, яке створене нескінченно довгим циліндром:

$$E = \tau/\left(2\pi\varepsilon_0 r\right).$$

Підставивши вираз E в (1), отримаємо:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\ \frac{r_2}{r_1}$$

або

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\tau / 2\pi\varepsilon_0) ln\ (r_2 / r_1). \qquad (2)$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що величини r_1 та r_2, які входять до формули (2) у вигляді відношення, можна виразити у сантиметрах ($r_1 = R + a_1 = 1,5$ см; $r_2 = R + a_2 = 3$ см):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1,8 \cdot 10^{10} ln\ (3/1,5) =$$

$$= 3,6 \cdot 10^{2} \cdot 2,3\ ln\ 2\ \text{В} = 250\ \text{В}.$$

Приклад 11. Електричне поле створюється двома зарядами $Q_1 = 4$ мкКл і $Q_2 = -2$ мкКл, що знаходяться на відстані $a = 0,1$ м один від одного. Визначити роботу $A_{1,2}$ сил поля з переміщення заряду $Q = 50$ нКл з точки 1 в точку 2 (рис. 1.10).

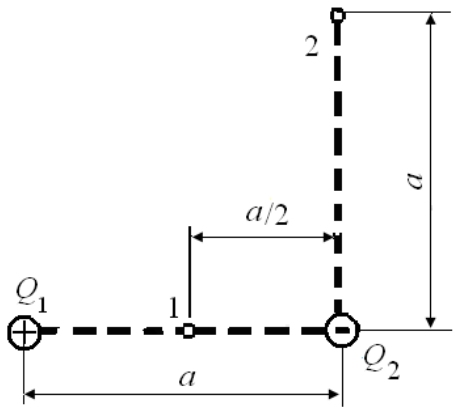

Рисунок 1.10 – Розташування точок 1 та 2 для прикладу 10

Розв'язок. Для визначення роботи $A_{1,2}$ сил поля скористаємося співвідношенням:

$$A_{1,2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2)\,.$$

Застосовуючи принцип суперпозиції електричних полів, визначимо потенціали φ_1 та φ_2 точок 1 і 2 поля:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a/2} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a/2} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\varepsilon_0 a};$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{Q_1/\sqrt{2} + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a},$$

тоді:

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[2(Q_1 + Q_2) - (Q_1/\sqrt{2} + Q_2)\right]$$

або

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[Q_1\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + Q_2\right].$$

Перевіримо, чи дає права частина рівності одиницю роботи (Дж):

$$\frac{[Q][Q_1]}{[\varepsilon_0][a]}=\frac{1\ \text{Кл}\cdot 1\ \text{Кл}}{1\ \text{Ф/м}\cdot 1\ \text{м}}=1\ \text{Кл}\cdot 1\ \text{В}=1\ \text{Дж}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин у СІ ($Q=50\cdot 10^{-9}$ Кл; $Q_1=4\cdot 10^{-6}$ Кл; $Q_2=2\cdot 10^{-6}$ Кл; $a=0{,}1$ м; $1/(4\pi\varepsilon_0)=9\cdot 10^9$ м/Ф) і зробимо обчислення:

$$A_{1,2}=\frac{50\cdot 10^{-9}\cdot 9\cdot 10^{9}}{0{,}1}\left[4(2-1/\sqrt{2})-2\right]\cdot 10^{-6}\ \text{Дж}=14{,}3\ \text{мДж}.$$

Приклад 12. Визначити прискорюючу різницю потенціалів U, яку повинен пройти в електричному полі електрон, що має швидкість $\upsilon_1=10^6$ м/с, щоб швидкість його зросла у $n=2$ рази.

Розв'язок. Прискорюючу різницю потенціалів можна знайти, обчисливши роботу A сил електростатичного поля. Ця робота визначається добутком елементарного заряду e на різницю потенціалів U:

$$A=eU. \qquad (1)$$

Робота сил електростатичного поля в даному випадку дорівнює зміні кінетичної енергії електрона:

$$A=T_2-T_1=\frac{m\upsilon_2^2}{2}-\frac{m\upsilon_1^2}{2}, \qquad (2)$$

де T_1 та T_2 – кінетична енергія електрона до й після проходження прискорюючого поля;

m – маса електрона;

υ_1 і υ_2 – його початкова та кінцева швидкості.

Прирівнявши праві частини рівностей (1) і (2), отримаємо:

$$eU=\frac{m\upsilon_2^2}{2}-\frac{m\upsilon_1^2}{2}=\frac{mn^2\upsilon_1^2}{2}-\frac{m\upsilon_1^2}{2},$$

де $n=\upsilon_2/\upsilon_1$.

Звідси така різниця потенціалів:

$$U=\frac{m\upsilon_1^2(n^2-1)}{2e}.$$

Зробимо обчислення:

$$U = \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot\left(10^{6}\right)^{2}}{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}(2^2-1)\ \text{В} = 8{,}53\ \text{В}.$$

Приклад 13. Конденсатор ємністю $C_1 = 3$ мкФ був заряджений до різниці потенціалів $U_1 = 40$ В. Після відключення від джерела струму конденсатор з'єднали паралельно з іншим незарядженим конденсатором ємністю $C_2 = 5$ мкФ. Яка енергія W' витратиться на утворення іскри в момент приєднання другого конденсатора?

Розв'язок. Енергія, яка витрачена на утворення іскри:

$$W' = W_1 - W_2, \tag{1}$$

де W_1 – енергія, яку мав перший конденсатор до приєднання до нього другого конденсатора;

W_2 – енергія, яку має батарея, складена з двох конденсаторів.

Енергія зарядженого конденсатора визначається за формулою:

$$W = {}^1/_2\, CU^2, \tag{2}$$

де C – ємність конденсатора або батареї конденсаторів.

Виразимо у формулі (1) енергії W_1 та W_2 за формулою (2) і, взявши до уваги, що загальна ємність паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів, отримаємо:

$$W' = {}^1/_2\, C_1U_1^2 - {}^1/_2\, (C_1 + C_2)U_2^2 \tag{3}$$

де U_2 – різниця потенціалів на затискачах батареї конденсаторів.

Враховуючи, що заряд після приєднання другого конденсатора залишається тим самим, виразимо різницю потенціалів U_2 наступним чином:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1U_1}{C_1 + C_2}. \tag{4}$$

Підставивши вираз U_2 в (3), знайдемо:

$$W' = \frac{C_1U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2)C_1^2U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}$$

або

$$W' = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

Зробимо обчислення:

$$W' = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}} \cdot 1600 \text{ Дж} = 1{,}5 \text{ мДж}.$$

Приклад 14. Потенціометр опором $R = 100$ Ом підключений до батареї з ЕРС $\varepsilon = 150$ В і внутрішнім опором $R_i = 50$ Ом. Визначити: 1) показання вольтметра опором $R_\text{v} = 500$ Ом, що сполучений з однією з клем потенціометра й рухомим контактом, що встановлений посередині потенціометра; 2) різницю потенціалів між тими ж точками потенціометра при відключенні вольтметра.

Розв'язок. 1. Показання вольтметра, що підключений до точок А і В (рис. 1.11), визначимо за формулою:

$$U_1 = I_1 R_1,$$

де R_1 – опір паралельно з'єднаних вольтметра й половини потенціометра;

I_1 – сумарна сила струму в гілках цього з'єднання (вона дорівнює силі струму в нерозгалуженій частині ланцюга).

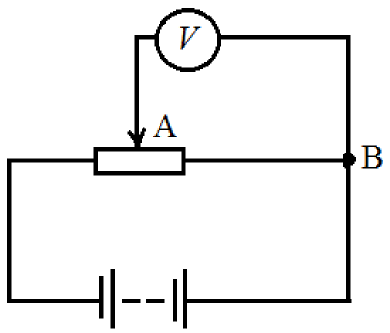

Рисунок 1.11 – Електрична схема для прикладу 14

Силу струму I_1 знайдемо за законом Ома для повного кола:

$$I_1 = \varepsilon / (R_e + R_i), \tag{1}$$

де R_e – опір зовнішнього ланцюга. Це опір є сумою двох опорів:

$$R_e = R / 2 + R_1. \tag{2}$$

Опір R_1 знайдемо за формулою паралельного з'єднання провідників $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R/2}$, звідки:

$$R_1 = \frac{RR_v}{R + 2R_v}.$$

Підставивши в (1) вираз R_e по (2), знайдемо:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R/2 + R_1 + R_i}.$$

У даному випадку розв'язання задачі в загальному вигляді було б гро-міздким. Тому зручно обчислення величин провести окремо:

$$R_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500}\ \text{Ом} = 45{,}5\ \text{Ом};$$

$$I_1 = \frac{150}{50 + 45{,}5 + 50}\ \text{А} = 1{,}03\ \text{А};$$

$$U_1 = 1{,}03 \cdot 45 \cdot 5\ \text{В} = 46{,}9\ \text{В}.$$

1. Різниця потенціалів між точками A і B при відключеному вольт-метрі дорівнює добутку струму I_2 на половину опору потенціометра:

$$U_2 = I_2 \cdot R/2, \qquad (3)$$

де I_2 – сила струму в ланцюзі при відключеному вольтметрі. Її визначимо за формулою:

$$I_2 = \varepsilon / (R + R_i).$$

Підставивши вираз I_2 в (3), знайдемо:

$$U_2 = \varepsilon R / 2(R + R_i).$$

Зробимо обчислення:

$$U_2 = \frac{150}{100 + 50} \cdot \frac{100}{2}\ \text{В} = 50\ \text{В}.$$

Приклад 15. Сила струму в провіднику опором $R = 20$ Ом наростає протягом часу $\Delta t = 2$ с за лінійним законом від $I_0 = 0$ до $I = 6$ А (рис.1.12). Визначити теплоту Q_1, яка виділилася в цьому провіднику за першу секунду, і Q_2 – за другу, а також знайти відношення Q_2 / Q_1.

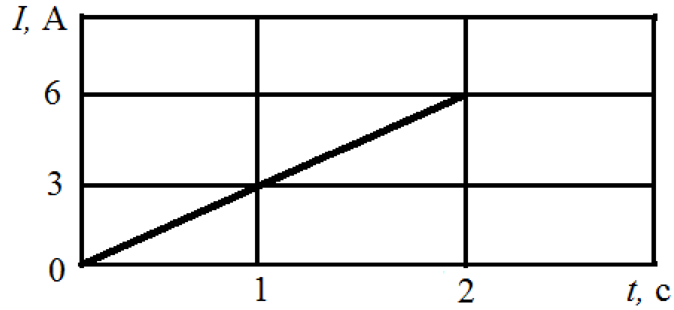

Рисунок 1.12 – Графік $I(t)$

Розв'язок. Закон Джоуля – Ленца у вигляді $Q = I^2 Rt$ справедливий для постійного струму ($I = \text{const}$). Якщо сила струму в провіднику змінюється, то зазначений закон справедливий для нескінченно малого інтервалу часу й записується у вигляді:

$$dQ = I^2 R dt. \qquad (1)$$

Тут сила струму I є деякою функцією часу. У даному випадку:

$$I = kt, \qquad (2)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, що характеризує швидкість зміни сили струму:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} \text{ А/с} = 3 \text{ А/с}.$$

З урахуванням (2) формула (1) набуде вигляду:

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \qquad (3)$$

Для визначення теплоти, що виділилася за кінцевий інтервал часу Δt, вираз (3) треба проінтегрувати в межах від t_1 до t_2:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

Зробимо обчислення:

$$Q_1 = (1/3)\cdot 3^2 \cdot 20(1-0)\ \text{Дж} = 60\text{Дж};$$
$$Q_2 = (1/3)\cdot 3^2 \cdot 20(8-1)\ \text{Дж} = 420\ \text{Дж}.$$

Відтак:

$$Q_2 / Q_1 = 420/60 = 7,$$

тобто за другу секунду виділиться теплоти в сім разів більше, ніж за першу.

Приклад 16. Визначити ЕРС і внутрішній опір акумулятора, якщо при силі струму $I_1 = 4$ А він віддає в зовнішній ланцюг $P_1 = 9$ Вт, а при $I_2 = 6$ А він віддає $P_2 = 13$ Вт.

Розв'язок. Напруга на затисках акумулятора

$$U = \varepsilon - Ir, \tag{1}$$

де ε – ЕРС акумулятора;
I – сила струму;
r – внутрішній опір акумулятора.

Потужність P, що виділяється у зовнішньому ланцюзі,

$$P = IU,$$

звідки

$$U = P/I. \tag{2}$$

З (1) й (2) маємо

$$\varepsilon - Ir = P/I. \tag{3}$$

Для двох токів I_1 й I_2 отримаємо

$$\varepsilon - I_1 r = \frac{P_1}{I_1}, \tag{4}$$

$$\varepsilon - I_2 r = \frac{P_2}{I_2}. \tag{5}$$

З (4) – (5) знайдемо

$$\left(I_2 - I_1\right) r = \frac{P_1}{I_1} - \frac{P_2}{I_2},$$

звідки

$$r = \frac{P_1 / I_1 - P_2 / I_2}{I_2 - I_1}. \qquad (6)$$

Зробимо обчислення:

$$r = \frac{9/4 - 13/6}{6-4} \text{ Ом} \approx 0,042 \text{ Ом}.$$

З (4) знаходимо ε:

$$\varepsilon = 4 \cdot 0,042 + \frac{9}{4} = 2,42 \text{ В}.$$

Приклад 17. Акумуляторна батарея перед зарядкою мала ЕРС $\varepsilon_1 = 90$ В, після зарядки $\varepsilon_2 = 98$ В. Сила струму на початку зарядки дорівнювала 10 А. Яка була сила струму в кінці зарядки, якщо внутрішній опір батареї під час зарядки можна вважати постійним і рівним 2 Ом, а напруга, що подається зарядним пристроєм, постійна?

Розв'язок. Сила струму I_1 на початку зарядки

$$I_1 = \frac{U - \varepsilon_1}{r}, \qquad (1)$$

де U – напруга, що подається;

ε_1 – ЕРС акумуляторной батареї перед зарядкою;

r – внутрішній опір акумулятора.

З (1) знаходимо U:

$$U = \varepsilon_1 + I_1 r. \qquad (2)$$

Сила струму I_2 в кінці зарядки

$$I_2 = \frac{U - \varepsilon_2}{r}. \qquad (3)$$

Підставивши (2) в (3), отримаємо:

$$I_2 = I_1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r}. \qquad (4)$$

Зробимо обчислення:

$$I_2 = 10 + \frac{90 - 98}{2} = 6\ \text{А}.$$

Приклад 18. Акумуляторна батарея з ЕРС 12 Вольт і внутрішнім опором $r = 0{,}8$ Ом живить зовнішній ланцюг опором 2 Ом. Розрахувати корисну потужність, повну потужність, що розвивається батареєю і ККД батареї. У якому випадку повна потужність буде максимальною?

Розв'язок. Сила струму I в ланцюзі

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \tag{1}$$

де ε – ЕРС батареї;

R – опір зовнішнього ланцюга;

r – внутрішній опір акумуляторної батареї.

Корисна потужність

$$P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}. \tag{2}$$

Зробимо обчислення:

$$P = \frac{12^2 \cdot 2}{(2 + 0{,}8)^2} = 36{,}73\ \text{Вт}.$$

Повна потужність, що розвивається батареєю:

$$P_\varepsilon = I\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R + r}. \tag{3}$$

Підставимо числові значення:

$$P_\varepsilon = \frac{12^2}{2 + 0{,}8} = 51{,}43\ \text{Вт}.$$

ККД батареї

$$\eta = \frac{P}{P_\varepsilon} = \frac{R}{R + r}. \tag{4}$$

Зробимо обчислення:

$$\eta = \frac{2}{2+0,8} \approx 0,71.$$

Максимальну потужність знайдемо з умови, що перша похідна від потужності P, яка визначається виразом (2), буде дорівнювати нулю $P_R' = 0$:

$$P_R' = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2} - \frac{2\varepsilon^2 R}{(R+r)^3} = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^3}\left[R + r - 2R\right] = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^3}(r - R) = 0,$$

звідки маємо $R = r$. Перевіремо, що це значення R відповідає максимальному значенню P. Для цього візьмемо другу похідну по R:

$$P_{RR}'' = -\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^3_{R\,=\,r}} = -\frac{\varepsilon^2}{8r^3} < 0.$$

Оскільки $P_{RR}'' < 0$, то значення $R = r$, дійсно відповідає максимальній потужності.

Максимальне значення корисної потужності для нашої задачі

$$P_{\max} = \frac{12^2}{4 \cdot 0,8} = 45 \text{ Вт}.$$

1.4 Задачі для самостійного розв'язання

1. Дві кульки масою m = 1 г кожна підвішені на нитках, верхні кінці яких з'єднані разом. Довжина кожної нитки l = 10 см. Які однакові заряди потрібно додати кулькам, щоб нитки розійшлися на кут α = 60°? [79 нКл].

2. Відстань між зарядами $Q_1 = 100$ нКл й $Q_2 = -50$ нКл дорівнює $d = 10$ см. Визначити силу F, яка діє на заряд $Q_3 = 1$ мкКл, яка знаходиться на відстані $r_1 = 12$ см від заряду Q_1 й на $r_2 = 10$ см від заряду Q_2. [51 мН].

3. Тонкий довгий стрижень рівномірно заряджений з лінійною щільністю τ = 1,5 нКл/см. На продовженні осі стрижня на відстані d = 12 см від його кінця знаходиться точковий заряд Q = 0,2 мкКл. Визначити силу взаємодії зарядженого стрижня й точкового заряду. [2,25 мН].

4. Довгий прямий тонкий дріт несе рівномірно розподілений заряд. Обчислити лінійну щільність τ заряду, якщо напруженість поля на відстані $r = 0,5$ м від дроту проти її середини $E = 2$ В/см. [5,55 нКл/м].

5. З якою силою, що доводиться на одиницю площі, відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченно протяжні площини з однаковою поверхневою щільністю заряду $\sigma = 2$ мкКл/м^2? $\left[0,23\ \text{Н/м}^2\right]$.

6. Яку прискорюючу різницю потенціалів U повинен пройти електрон, щоб отримати швидкість $\upsilon = 8$ Мм/с? $[182\ \text{В}]$.

7. Заряд рівномірно розподілений по нескінченній площині з поверхневою щільністю $\sigma = 10$ нКл/м^2. Визначити різницю потенціалів двох точок поля, одна з яких знаходиться на площині, а інша віддалена від неї на відстань $a = 10$ см. $[56,6\ \text{В}]$.

8. Електрон із початковою швидкістю $\upsilon = 3$ Мм/с влетів в однорідне електричне поле напруженістю $E = 150$ В/м. Вектор початкової швидкості перпендикулярний лініям напруженості електричного поля. Визначити: 1) силу, що діє на електрон; 2) прискорення, що придбалося електроном; 3) швидкість електрона через $t = 0{,}1$ с. $\left[24\ \text{аН};\ 26{,}4\ \text{Тм/с}^2;\ 4\ \text{Мм/с}\right]$.

9. До батареї з ЕРС $\varepsilon = 300$ В підключені два плоскі конденсатори ємностями $C_1 = 2$ пФ й $C_2 = 3$ пФ. Визначити заряд Q і напругу U на пластинках конденсаторів при послідовному й паралельному з'єднаннях. $[1)\ 0{,}36\ \text{нКл};\ 180\ \text{В};\ 120\ \text{В};\ 2)\ 0{,}6\ \text{нКл};\ 0{,}9\ \text{кКл};\ 300\ \text{В}]$.

10. Конденсатор ємністю $C_1 = 600$ пФ зарядили до різниці потенціалів $U_1 = 1{,}5$ кВ і відключили від джерела напруги. Потім до нього паралельно приєднали незаряджений конденсатор ємністю $C_2 = 400$ пФ. Визначити енергію, що витрачена на утворення іскри, що проскочила при з'єднанні конденсаторів. $[0{,}27\ \text{мДж}]$.

11. На кінцях мідного дроту завдовжки $l = 5$ м підтримується напруга $U = 1$ В. Визначити щільність струму j в дроті. $\left[1{,}18 \cdot 10^7\ \text{А/м}^2\right]$.

12. Резистор опором $R_1 = 5$ Ом, вольтметр і джерело струму сполучені паралельно. Вольтметр показує напругу $U_1 = 10$ В. Якщо замінити резистор іншим з опором $R_2 = 12$ Ом, то вольтметр покаже напругу $U_2 = 12$ В. Визначити ЕРС і внутрішній опір джерела струму. Струмом через вольтметр нехтувати. $[14\ \text{В};\ 2\ \text{Ом}]$.

13. Визначити електричний заряд, що пройшов через поперечний переріз дроту опором $R = 3$ Ом при рівномірному наростанні напруги на кінцях дроту від $U_1 = 2$ В до $U_2 = 4$ В за час $t = 20$ с. $[20\ \text{Кл}]$.

14. Визначити силу струму в ланцюзі, який складається з двох елементів з ЕРС $\varepsilon_1 = 1{,}6$ В й $\varepsilon_2 = 1{,}2$ В і внутрішніми опорами $R_1 = 0{,}6$ Ом та $R_2 = 0{,}4$ Ом, які з'єднані однойменними полюсами. $[0{,}4\ \text{А}]$.

15. Гальванічний елемент дає на зовнішній опір $R_1 = 0{,}5$ Ом силу струму $I_1 = 0,2$ А. Якщо зовнішній опір замінити на $R_2 = 0,8$ Ом, то елемент дає силу струму $I_2 = 0,15$ А. Визначити силу струму короткого замикання. $\left[0,45\ \text{А}\right]$.

16. До джерела струму з ЕРС $\varepsilon = 12$ В приєднано навантаження. Напруга U на клемах джерела стала при цьому рівною 8 В. Визначити ККД джерела струму. $\left[68\ \%\right]$.

17. Зовнішній ланцюг джерела струму споживає потужність $P = 0,75$ Вт. Визначити силу струму в ланцюзі, якщо ЕРС джерела струму $\varepsilon = 2$ В і внутрішній опір $R = 1$ Ом. $\left[0,5\ \text{й}\ 1,5\ \text{А}\right]$.

18. Яка найбільша корисна потужність $P_{\max}$ може бути отримана від джерела струму з ЕРС $\varepsilon = 12$ В і внутрішнім опором $R = 1$ Ом? $\left[36\ \text{Вт}\right]$.

19. Під час вимкнення джерела струму сила струму в ланцюзі зменшується згідно із законом $I = I_0 e^{-\alpha t}$ ($I_0 = 10$ А, $\alpha = 5 \cdot 10^2$ с$^{-1}$). Визначити кількість теплоти, яка виділиться в резисторі опором $R = 5$ Ом після вимкнення джерела струму. $\left[0,5\ \text{Дж}\right]$.

20. ЕРС акумулятора 2 В, його внутрішній опір 0,4 Ом, опір зовнішнього ланцюга 1 Ом. Визначити різницю потенціалів на затисках акумулятора. $\left[1,48\ \text{В}\right]$.

21. Акумуляторна батарея розряджена до 12 В та підключена для зарядки до мережі 15 В. Який додатковий опір має бути включений в ланцюг для того, щоб сила зарядного струму не перевищувала 1 А? Внутрішній опір батареї – 2 Ом.

2 ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

2.1 Основні формули

Зв'язок магнітної індукції $\vec{B}$ з напруженістю $\vec{H}$ магнітного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \tag{2.1}$$

де μ – магнітна проникність ізотропного середовища;

μ_0 – магнітна постійна. У вакуумі $\mu = 1$, і тоді магнітна індукція у вакуумі:

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H}. \tag{2.2}$$

Закон Біо – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\left[d\vec{l}\vec{r}\right]\frac{I}{r^3} \quad \text{або} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{r^2}dl, \tag{2.3}$$

де $d\vec{B}$ – магнітна індукція поля, яке створене елементом проводу довжиною dl зі струмом I;

$\vec{r}$ – радіус-вектор, що спрямований від елемента провідника до точки, в якій визначається магнітна індукція;

α – кут між радіус-вектором і напрямком струму в елементі проводу.

Магнітна індукція в центрі кругового струму:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}, \tag{2.4}$$

де R – радіус кругового витка.

Магнітна індукція на осі кругового струму:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, \tag{2.5}$$

де h – відстань від центру витка до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція поля прямого струму:

$$B = \mu\mu_0 I / \left(2\pi r_0\right) \tag{2.6}$$

де r_0 – відстань від осі проводу до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція поля, яке створене відрізком проводу зі струмом (див. рис. 2.13, а та приклад 1):

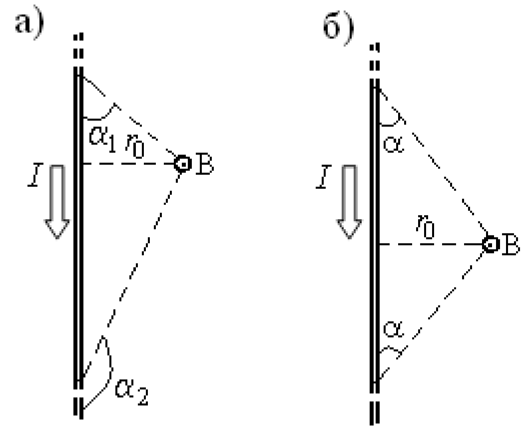

Рисунок 2.13 – Визначення вектора $\vec{B}$ для: а) несиметричного та б) симетричного випадків

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r_0}(cos\ \alpha_1 - cos\ \alpha_2). \qquad (2.7)$$

Позначення ясні з рисунка. Напрямок вектора магнітної індукції $\vec{B}$ позначено крапкою – це означає, що $\vec{B}$ направлений перпендикулярно до площини креслення, до нас.

При симетричному розташуванні решт проводу відносно точки, в якій визначається магнітна індукція (рис. 2.13, б), $-cos\ \alpha_2 = cos\ \alpha_1 = cos\ \alpha$, тоді:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r_0}cos\ \alpha. \qquad (2.8)$$

Магнітна індукція поля довгого соленоїда:

$$B = \mu\mu_0 nI, \qquad (2.9)$$

де n – відношення числа витків соленоїда до його довжини.

Сила, що діє на дріт зі струмом у магнітному полі (закон Ампера):

$$\vec{F} = I\left[\vec{l}\vec{B}\right] \quad \text{або} \quad F = IBl\ \sin\alpha, \qquad (2.10)$$

де l – довжина дроту;

α – кут між напрямком струму в дроті й вектором магнітної індукції $\vec{B}$.

Цей вираз справедливий для однорідного магнітного поля й прямого відрізка дроту. Якщо поле неоднорідне й дрот не є прямим, то закон Ампера можна застосовувати до кожного елементу дроту окремо:

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}\vec{B}\right]. \tag{2.11}$$

Магнітний момент плоского контуру зі струмом:

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS, \tag{2.12}$$

де $\vec{n}$ – одиничний вектор нормалі (позитивної) до площини контуру;

I – сила струму, що протікає по контуру;

S – площа контуру.

Механічний (обертальний) момент, який діє на контур зі струмом, що вміщений в однорідне магнітне поле:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m\vec{B}\right] \quad \text{або} \quad M = p_m B\, sin\,\alpha, \tag{2.13}$$

де α – кут між векторами $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$.

Потенційна енергія (механічна) контуру зі струмом у магнітному полі:

$$\Pi_{мех} = -\vec{p}_m\vec{B} \quad \text{або} \quad \Pi_{мех} = -p_m B\, cos\,\alpha. \tag{2.14}$$

Відношення магнітного моменту p_m до механічного L (моменту імпульсу) зарядженої частинки, що рухається по колу:

$$\frac{p_m}{L} = \frac{1}{2}\frac{Q}{m}, \tag{2.15}$$

де Q – заряд частинки;

m – маса частинки.

Сила Лоренца:

$$\vec{F} = Q\left[\vec{v}\vec{B}\right] \quad \text{або} \quad F = Q\upsilon B\, sin\,\alpha, \tag{2.16}$$

де $\vec{v}$ – швидкість зарядженої частинки;

α – кут між векторами $\vec{v}$ і $\vec{B}$.

Магнітний потік:

а) у разі однорідного магнітного поля й плоскої поверхні:

$$\Phi = BS\ cos\ \alpha \qquad \text{або} \qquad \Phi = B_n S, \tag{2.17}$$

де S – площа контуру;

α – кут між нормаллю до площини контуру й вектором магнітної індукції;

б) у випадку неоднорідного поля й довільної поверхні:

$$\Phi = \int_S B_n dS \tag{2.18}$$

(інтегрування ведеться по всій поверхні).

Потокозчеплення (повний потік):

$$\psi = N\Phi. \tag{2.19}$$

Ця формула вірна для соленоїда й тороїда з рівномірним намотуванням щільно прилеглих один до одного N витків.

Робота по переміщенню замкнутого контуру в магнітному полі:

$$A = I\Delta\Phi. \tag{2.20}$$

ЕРС індукції:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}. \tag{2.21}$$

Різниця потенціалів на кінцях дроту, що рухається зі швидкістю $\vec{\mathrm{v}}$ у магнітному полі:

$$U = Bl\upsilon\ sin\ \alpha, \tag{2.22}$$

де l – довжина дроту;

α – кут між векторами $\vec{\mathrm{v}}$ і $\vec{B}$.

Заряд, що протікає по замкнутому контуру при зміні магнітного потоку, який пронизує цей контур:

$$Q = \Delta\Phi / R \qquad \text{або} \qquad Q = N\Delta\Phi / R = \Delta\psi / R, \tag{2.23}$$

де R – опір контуру.

Індуктивність контуру:

$$L = \Phi / I. \tag{2.24}$$

ЕРС самоіндукції:

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (2.25)$$

Індуктивність соленоїда:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V, \qquad (2.26)$$

де n – відношення числа витків соленоїда до його довжини;

V – об'єм соленоїда.

Миттєве значення сили струму в ланцюзі, що має опір R та індуктивність L:

а) при замиканні ланцюга:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-Rt/L}), \qquad (2.27)$$

де ε – ЕРС джерела струму;

t – час, що минув після замикання ланцюга;

б) при розмиканні ланцюга:

$$I = I_0 e^{-Rt/L}, \qquad (2.28)$$

де I_0 – сила струму в колі при $t = 0$;

t – час, що минув з моменту розмикання ланцюга.

Енергія магнітного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \qquad (2.29)$$

Об'ємна щільність енергії магнітного поля (відношення енергії магнітного поля соленоїда до його об'єму):

$$\omega = BH/2 \quad \text{або} \quad \omega = B^2/(2\mu\mu_0), \quad \text{або} \quad \omega = \mu\mu_0 H^2/2, \qquad (2.30)$$

де B – магнітна індукція;

H – напруженість магнітного поля.

2.2 Методичні вказівки до розділу «Електромагнетизм»

При знаходженні індукції магнітного поля методом суперпозиції з використанням або безпосередньо закону Біо – Савара – Лапласа, або формул, що виведені раніше з цього закону, слід мати на увазі, що цей закон справедливий тільки для лінійних струмів, тобто для провідників, попе-речні розміри яких пренебрежимо малі в порівнянні з відстанню від провідника до заданої точки поля. Відсутність будь-яких даних про поперечні перерізи провідників в умові задачі є неявною вказівкою на лінійність струму.

Напрямок сили Ампера можна визначити або за правилом лівої руки, або безпосередньо у напрямку векторного добутка. Рух заряджених частинок в електричному й магнітному полях відбуваються під дією електричної сили $\vec{F}_{ел} = q\vec{E}$ і магнітної (лоренцевої) сили $F_л = q\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right]$. На частинки діє також сила тяжіння $F_m = mG$, де G – напруженість гравітаційного поля, але, як показують розрахунки, для заряджених мікрочастинок, що рухаються навіть у слабких електричних і магнітних полях, величиною F_m можна знехтувати. Так як сила Лоренца $F_л$ нормальна до вектора $\vec{\upsilon}$, вона змінює лише напрям швидкості, але не його модуль, тобто вона обумовлює нормальне прискорення зарядженої частинки. Це означає, що заряджена частинка рухається в магнітному полі по дузі кола.

Розрахунок роботи сил поля слід проводити за формулою $A = I\Delta\varPhi$, де $\Delta\varPhi = \varPhi_2 - \varPhi_1$ – кінцеве прирощення магнітного потоку, що пронизує контур. При русі прямого провідника в полі під величиною $\Delta\varPhi$ слід розуміти абсолютне значення магнітного потоку, яке пересічене провідником при його русі. У цьому випадку знак роботи слід визначати за напрямом руху провідника. Якщо напрямок його руху збігається з напрямком сили Ампера, то $A = I\Delta\varPhi$, в іншому випадку $A = -I\Delta\varPhi$.

У явищах електромагнітної індукції магнітний потік крізь контур змінюється як при русі контуру або окремих його ділянок, так і при зміні в часі магнітного потоку. В обох випадках для визначення ЕРС індукції користуються законом Фарадея (2.21).

Знак ЕРС індукції так само, як і напрямок індукційованого струму, може бути визначений безпосередньо з наведеної формули або за допомогою правила Ленца. У першому випадку слід вибрати який-небудь напрямок нормалі. Це визначить знак магнітного потоку й знак його похідної. Якщо в результаті застосування формули (2.21) індукований струм у контурі (або ЕРС індукції) виявиться величиною позитивною, то це означає, що напрямок нормалі вибрано правильно, тобто якщо дивитися з кінця вектора нормалі на контур, струм буде йти проти годинникової стрілки.

Якщо прямолінійний провідник рухається в однорідному полі, причому, швидкість його руху й вектор індукції поля взаємно перпендикулярні, то можна скористатися виразом $\varepsilon_i = B\upsilon l$. У загальному випадку:

$$\varepsilon_i = \int_l \left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right] d\vec{l}\ .$$

2.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 1. По відрізку прямого дроту довжиною $l = 80$ см тече струм $I = 50$ А. Визначити магнітну індукцію $\vec{B}$ поля, що створене цим струмом, у точці A, яка рівновіддалена від кінців відрізка дроту й яка знаходиться на відстані $r_0 = 30$ см від його середини (рис. 2.14).

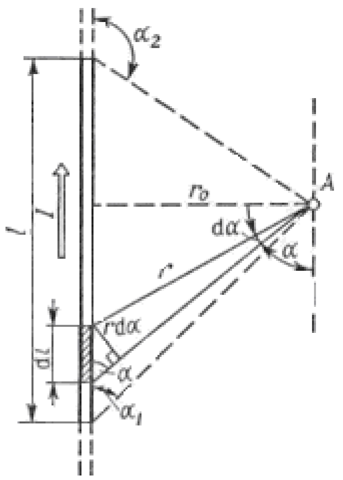

Рисунок 2.14 – Розташування точки A відносно відрізку прямого дроту з постійним струмом

Розв'язок. Для вирішення завдань скористаємося законом Біо – Савара – Лапласа й принципом суперпозиції магнітних полів. Закон Біо – Савара – Лапласа дозволяє визначити магнітну індукцію $d\vec{B}$, що створюється елементом струму $Id\vec{l}$. Зауважимо, що вектор $d\vec{B}$ у точці A спрямований за площину креслення. Принцип суперпозиції дозволяє для визначення $\vec{B}$ скористатися геометричним підсумовуванням (інтегруванням):

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}, \tag{1}$$

де символ l означає, що інтегрування поширюється на всю довжину дроту.

Запишемо закон Біо – Савара – Лапласа у векторній формі:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^3}\left[d\vec{l}\vec{r}\right],$$

де $d\vec{B}$ – магнітна індукція, що створюється елементом дроту довжиною dl з струмом I в точці, яка визначається радіусом-вектором $\vec{r}$;

μ_0 – магнітна постійна;

μ – магнітна проникність середовища, в якій знаходиться дріт (у нашому випадку $\mu = 1$). Зауважимо, що вектори $d\vec{B}$ від різних елементів струму співнапрямлені (рис. 2.14), тому вираз (1) можна переписати у скалярній формі:

$$B = \int_l dB,$$

де

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin\alpha}{r^2} dl.$$

У скалярному виразі закону Біо – Савара – Лапласа кут α є кут між елементом струму $Id\vec{l}$ і радіусом-вектором $\vec{r}$. Таким чином:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\sin\alpha}{r^2} dl. \qquad (2)$$

Перетворимо фундаментальний вираз так, щоб була одна змінна – кут α. Для цього виразимо довжину елемента дроту dl через кут $d\alpha$: $dl = rd\alpha / \sin\alpha$ (рис. 2.14).

Тоді підінтегральний вираз $\frac{\sin\alpha}{r^2} dl$ запишемо у вигляді $\frac{\sin\alpha}{r^2} \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{d\alpha}{r}$. Зауважимо, що змінна r також залежить від α, $(r = r_0 / \sin a)$, отже:

$$\frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin\alpha}{r_0} d\alpha.$$

Таким чином, вираз (2) можна переписати у вигляді:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha,$$

де α_1 и α_2 – межі інтегрування.

Зробимо інтегрування:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\,\alpha_1 - \cos\,\alpha_2). \qquad (3)$$

Зауважимо, що при симетричному розташуванні точки А щодо відрізка дроту $\cos\,\alpha_2 = -\cos\,\alpha_1$. З урахуванням цього формула (3) набуде вигляду:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}\cos\,\alpha_1. \qquad (4)$$

З рис. 2.14 маємо:

$$\cos\,\alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

Підставивши вираз $\cos\alpha_1$ у формулу (4), отримаємо:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}\frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \qquad (5)$$

Провівши обчислення за формулою (5), знайдемо:

$$B = 26{,}7 \text{ мкТл}.$$

Напрямок вектора магнітної індукції $\vec{B}$ поля, що створене прямим струмом, можна визначити за правилом свердлика (правило правого ґвинта). Для цього проводимо магнітну силову лінію (штрихова лінія на рис. 2.15) та по дотичній до неї в точці, що нас цікавить, проводимо вектор $\vec{B}$. Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ в точці А (рис. 2.14) направлений перпендикулярно до площини креслення від нас.

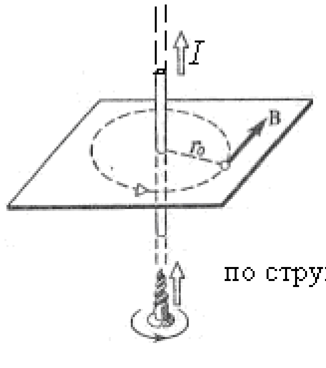

Рисунок 2.15 – Дія правила правого ґвинта

Приклад 2. Два паралельних нескінченно довгих дроти D та C, по яких течуть в одному напрямку електричні струми силою $I = 60$ A, розташовані на відстані $d = 10$ см один від одного. Визначити магнітну індукцію $\vec{B}$ поля, що створене провідниками зі струмом у точці A (рис. 2.16), що віддалена від осі одного провідника на відстані $r_1 = 5$ см, від іншого – $r_2 = 12$ см.

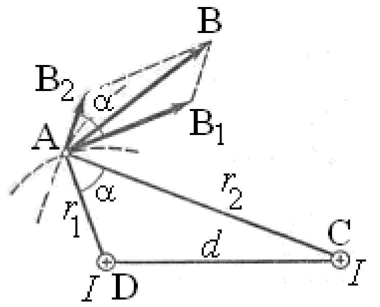

Рисунок 2.16 – Визначення вектора індукції $\vec{B}$, який створюється двома паралельними нескінченно довгими дротами D та C

Розв'язок. Для знаходження магнітної індукції $\vec{B}$ в точці A скористаємося принципом суперпозиції магнітних полів. Для цього визначимо напрямки магнітних індукцій $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ полів, що створені кожним провідником зі струмом окремо, і складемо їх геометрично:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Модуль вектора $\vec{B}$ може бути знайдений за теоремою косинусів:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}, \tag{1}$$

де α – кут між векторами $\vec{B}_1$ та $\vec{B}_2$.

Магнітні індукції $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ виражаються відповідно через силу струму I і відстані r_1 и r_2 від проводів до точки A:

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1); \qquad B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2).$$

Підставляючи вирази B_1 та B_2 у формулу (1) і виносячи $\mu_0 I / (2\pi)$ за знак кореня, отримаємо:

$$B = (\mu_0 I / 2\pi)\sqrt{r_1^{-2} + r_2^{-2} + 2(r_1 r_2)^{-1} \cos \alpha}. \tag{2}$$

Обчислимо $\cos\alpha$. Помітивши, що $\alpha = \angle DAC$ (як кути з відповідно перпендикулярними сторонами), по теоремі косинусів запишемо:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \; cos\ \alpha,$$

де d – відстань між дротами. Звідси:

$$cos\ \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r^2}; \qquad cos\ \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Підставимо у формулу (2) числові значення фізичних величин і зробимо обчислення:

$$B = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3{,}14} \sqrt{\frac{1}{(0{,}05)^2} + \frac{1}{(0{,}12)^2} \cdot \frac{2}{0{,}05 \cdot 0{,}12} \cdot \frac{23}{40}}\ \text{Тл} = 308\ \text{мкТл}.$$

Приклад 3. По тонкому провідному кільцю радіусом $R = 10$ см тече струм I = 80 А. Знайти магнітну індукцію $\vec{B}$ в точці А, яка рівновіддалена від усіх точок кільця на відстань $r = 20$ см.

Розв'язок. Для вирішення завдання скористаємося законом Біо – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \mu_0 I \left[d\vec{l}\vec{r} \right] / 4\pi r^2,$$

де $d\vec{B}$ – магнітна індукція поля, що створене елементом струму $Id\vec{l}$ в точці, яка визначається радіусом-вектором $\vec{r}$.

Виділимо на кільці елемент $d\vec{l}$ і від нього в точку А проведемо радіус-вектор $\vec{r}$ (рис. 2.17). Вектор $d\vec{B}$ направимо відповідно до правила свердлика.

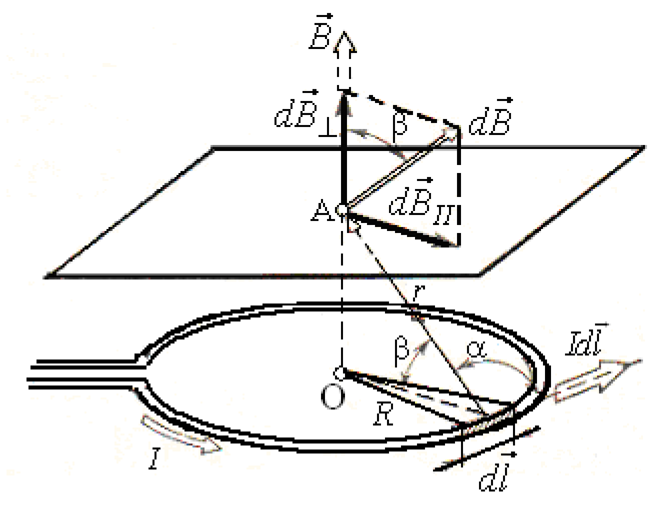

Рисунок 2.17 – Розташування точки А відносно кільця

Згідно з принципом суперпозиції магнітних полів, магнітна індукція

$\vec{B}$ в точці А визначається інтегруванням:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B},$$

де інтегрування ведеться по всіх елементах dl кільця.

Розкладемо вектор $d\vec{B}$ на дві складові: $d\vec{B}_\perp$, перпендикулярну площині кільця, і $d\vec{B}_{II}$, паралельну площині кільця, тобто:

$$d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_{II},$$

тоді

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}_\perp + \int_l d\vec{B}_{II}.$$

Помітивши, що $\int_l d\vec{B}_{II} = 0$ з міркувань симетрії та що вектори $d\vec{B}_\perp$ від різних елементів dl співнапрямлені, замінимо векторне підсумовування (інтегрування) скалярним:

$$B = \int_l dB_\perp,$$

де $dB_\perp = dB\, cos\ \beta$ та $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$ (оскільки $d\vec{l}$ перпендикулярний $\vec{r}$ і, отже, $\sin\alpha = 1)$. Таким чином:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2} cos\ \beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0\ cos\ \beta \cdot 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

Після скорочення на 2π і заміни $cos\ \beta$ на R/r (рис. 2.17) отримаємо:

$$B = \mu_0 I R^2 / 2r^3.$$

Перевіримо, чи дає права частина рівності одиницю магнітної індукції (Тл):

$$\frac{[\mu_0][I]\left[R^2\right]}{\left[r^3\right]} = \frac{1\ \text{Гн} \cdot 1\ \text{А} \cdot 1\ \text{м}^2}{\text{м} \cdot 1\ \text{м}^3} = \frac{1\ \text{Гн} \cdot 1\ \text{А}^2}{1\ \text{А} \cdot 1\ \text{м}^2} = \frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{А} \cdot 1\ \text{м}^2} = \frac{1\ \text{Н} \cdot 1\ \text{м}}{1\ \text{А} \cdot 1\ \text{м}^2} = 1\ \text{Тл}.$$

Тут ми скористалися визначальною формулою для магнітної індукції:

$$B = M_{\max} / p.$$

Тоді:

$$1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}^2}.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ і зробимо обчислення:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot (0,1)^2}{2 \cdot (0,2)^3} \text{ Тл} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$$

або $B = 62,8$ мкТл.

Вектор $\vec{B}$ спрямований по осі кільця (пунктирна стрілка на рис. 2.17) у відповідність із правилом свердлика.

Приклад 4. Довгий дріт зі струмом $I = 50$ А зігнутий під кутом $\alpha = 2\pi / 3$. Визначити магнітну індукцію $\vec{B}$ в точці А (рис. 2.18). Відстань $d = 5$ см.

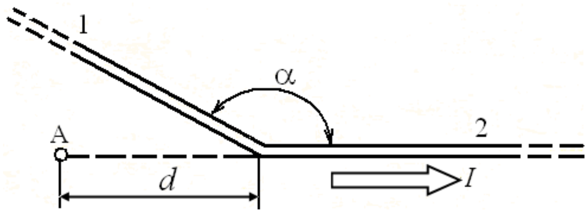

Рисунок 2.18 – Розташування точки А відносно зігнутого дроту

Розв'язок. Вигнутий дріт можна розглядати як два довгих дроти, кінці яких з'єднані у точці О (рис. 2.19). Відповідно до принципу суперпозиції магнітних полів магнітна індукція $\vec{B}$ в точці А буде дорівнює геометричній сумі магнітних індукцій $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ полів, які створені відрізками довгих дротів 1 і 2, тобто $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Магнітна індукція $\vec{B}_2$ дорівнює нулю. Це випливає із закону Біо – Савара – Лапласа, згідно з яким у точках, що лежать на осі дроту, $d\vec{B} = 0$ ($\left[d\vec{l}\vec{r} \right] = 0$).

Магнітну індукцію B_1 знайдемо, скориставшись співвідношенням (3), яке знайдено у прикладі 1:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(cos\ \alpha_1 - cos\ \alpha_2),$$

де r_0 – найкоротша відстань від дроту l до точки А (рис. 2.19)

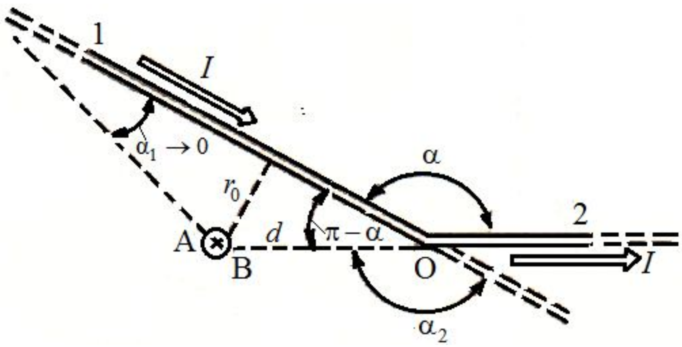

Рисунок 2.19 – Допоміжні побудування щодо прикладу 4

У нашому випадку $\alpha_1 \to 0$ (дріт довгий), $\alpha_2 = \alpha = 2\pi / 3$ $(cos\ \alpha_2 = cos(2\pi / 3) = -1/2)$. Відстань $r_0 = d\ sin\ (\pi - \alpha) = d\ sin\ (\pi / 3) = d\sqrt{3} / 2$. Тоді магнітна індукція:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d\sqrt{3} / 2}(1 + 1/2).$$

Так як $B = B_1$ $(B_2 = 0)$, то:

$$B = \sqrt{3}\mu_0 I / 4\pi d.$$

Вектор $\vec{B}$ співнапрямлений з вектором $\vec{B}_1$ і визначається правилом правого ґвинта. На рис. 2.19 цей напрямок зазначено хрестиком в кружечку (перпендикулярно площині креслення, від нас).

Перевірка одиниць аналогічна виконаній в прикладі 3. Зробимо обчислення:

$$B = \frac{\sqrt{3} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}}\ \text{Тл} = 3{,}46 \cdot 10^{-5}\,\text{Тл} = 34{,}6\ \text{мкТл}.$$

Приклад 5. Два нескінченно довгих дроти схрещені під прямим кутом (рис. 2.20). По проводам течуть струми $I_1 = 80$ А та $I_2 = 60$ А. Відстань d між дротами дорівнює 10 см. Визначити магнітну індукцію $\vec{B}$ в точці А, що однаково віддалена від обох дротів.

Розв'язок. Відповідно до принципу суперпозиції магнітних полів магнітна індукція $\vec{B}$ поля, що створене струмами I_1 та I_2, визначається виразом $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, де $\vec{B}_1$ – магнітна індукція поля, яке створене в точці А струмом I_1; $\vec{B}_2$ – магнітна індукція поля, яке створене в точці А струмом I_2.

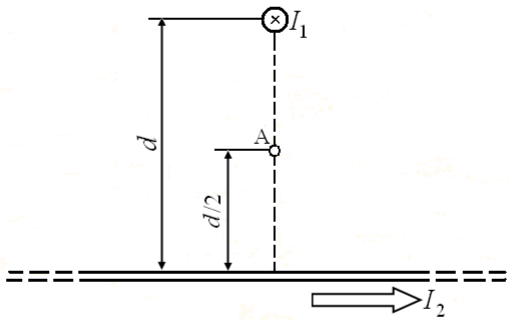

Рисунок 2.20 – Розташування точки А відносно проводів зі струмами I_1 та I_2

Зауважимо, що вектори $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ взаємно перпендикулярні (їх напрями знаходяться за правилом свердлика й зображені у двох проекціях на рис. 2.21). Тоді модуль вектора $\vec{B}$ можна визначити за теоремою Піфагора:

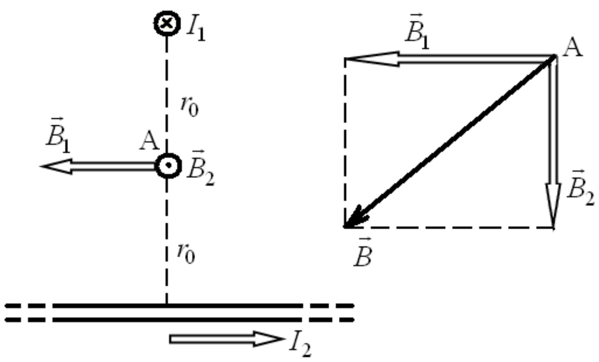

Рисунок 2.21 – Визначення напрямку вектора магнітної індукції $\vec{B}$ в точці А

$$B = \left|\vec{B}\right| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2},$$

де B_1 та B_2 – визначаються за формулами розрахунку магнітної індукції для нескінченно довгого прямолінійного дроту зі струмом:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0} \quad \text{і} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_0}.$$

У нашому випадку $r_0 = d/2$, тоді:

$$B = \frac{\mu_0}{\pi d}\sqrt{I_1^2 + I_2^2}.$$

Перевірка одиниць величин аналогічна виконаній у прикладі 3.

Зробимо обчислення:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 10^{-1}} \sqrt{80^2 + 60^2} \text{ Тл} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Тл} = 400 \text{ мкТл}.$$

Приклад 6. По двох паралельних прямих дротах довжиною $l = 2{,}5$ м кожен, що знаходяться на відстані $d = 20$ см один від одного, течуть однакові струми $I = 1$ кА. Обчислити силу взаємодії струмів.

Розв'язок. Взаємодія двох дротів, по яких течуть струми, здійснюється через магнітне поле. Кожен струм створює магнітне поле, яке діє на інший дріт.

Припустимо, що обидва струми (позначимо їх для зручності I_1 та I_2) течуть в одному напрямку. Струм I_1 створює в місці розташування другого дроту (зі струмом I_2) магнітне поле.

Проведемо лінію магнітної індукції (пунктир на рис. 2.22) через другий дріт і по дотичній до неї – вектор магнітної індукції $\vec{B}_1$. Модуль магнітної індукції $\vec{B}_1$ визначається співвідношенням:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}. \qquad (1)$$

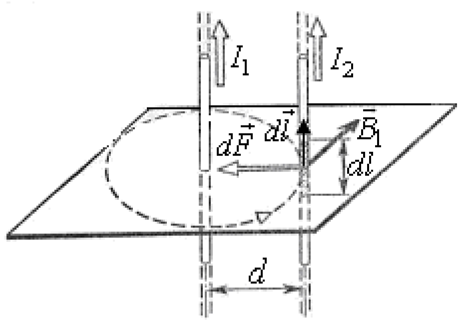

Рисунок 2.22 – Визначення напрямку дії сили Ампера $d\vec{F}$, яка діє на елемент $d\vec{l}$ дроту

Відповідно до закону Ампера, на кожен елемент другого дроту зі струмом I_2 довжиною dl діє в магнітному полі сила:

$$dF = I_2 B_1 dl \; sin(d\vec{1}\,\widehat{\,}\,\vec{B}).$$

Оскільки вектор $d\vec{l}$ перпендикулярний вектору $\vec{B}_1$ то $sin(d\vec{1}\,\widehat{\,}\,\vec{B}) = 1$ і тоді:

$$dF = I_2 B_1 dl.$$

Підставивши в цей вираз B_1 згідно з (1), отримаємо:

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

Силу F взаємодії дротів із струмом знайдемо інтегруванням:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l.$$

Помітивши, що $I_1 = I_2 = I,$ отримаємо:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю сили (Н):

$$\frac{[\mu_0]\left[I^2\right][l]}{[d]} = \frac{1\ \text{Гн/м} \cdot (1\ \text{А})^2 \cdot 1\ \text{м}}{1\ \text{м}} = \frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{м}} = 1\ \text{Н}.$$

Зробимо обчислення:

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2}\ \text{Н} = 2,5\ \text{Н}.$$

Сила $\vec{F}$ співнапрямлена із силою $d\vec{F}$ (рис. 2.22) і визначається (у даному випадку простіше) правилом лівої руки.

Приклад 7. Нескінченно довгий дріт зігнутий так, як це зображено на рис. 2.23. Радіус R дуги кола дорівнює 10 см. Визначити магнітну індукцію $\vec{B}$ поля, що створюється в точці О струмом $I = 80$ А, який тече по цьому дроту.

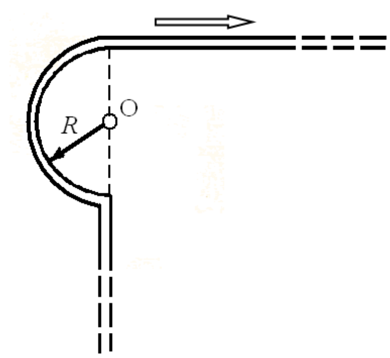

Рисунок 2.23 – Розташування точки О відносно дрота зі струмом

Розв'язок. Магнітну індукцію $\vec{B}$ в точці О знайдемо, використовуючи принцип суперпозиції магнітних полів: $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$. У нашому випадку дріт можна розбити на три частини (рис. 2.24): два прямолінійних дроти (1 і 3), одним кінцем що йдуть у нескінченність, і дугу півкола (2) радіуса R, тоді:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3,$$

де $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ і $\vec{B}_3$ – магнітні індукції в точці О, які створені струмом, що тече відповідно на першій, другій і третій ділянках дроту.

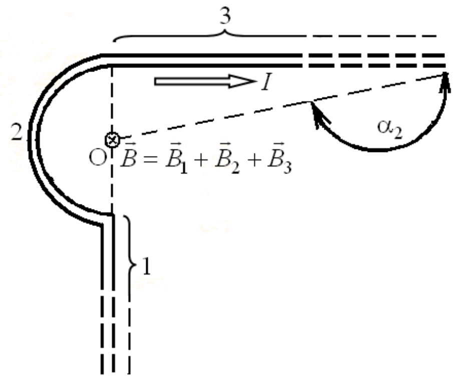

Рисунок 2.24 – Визначення напрямку вектора магнітної індукції $\vec{B}$ в точці О

Оскільки точка О лежить на осі дроту 1, то $\vec{B}_1 = 0$ і тоді:

$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3.$$

Враховуючи, що вектори $\vec{B}_2$ і $\vec{B}_3$ направлені відповідно до правила свердлика перпендикулярно площині креслення від нас, то геометричне підсумовування можна замінити алгебраїчним:

$$B = B_2 + B_3.$$

Магнітну індукцію B_2 знайдемо, скориставшись виразом для магнітної індукції в центрі кругового струму:

$$B = \mu_0 I / 2R.$$

У нашому випадку магнітне поле в точці О створюється лише половиною такого кругового струму, тому:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Магнітну індукцію B_3 знайдемо, скориставшись співвідношенням (3), що виведено в прикладі 1:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(cos\ \alpha_1 - cos\ \alpha_2).$$

У нашому випадку $r_0 = R$, $\alpha_1 = \pi/2$ $(cos\ \alpha_1 = 0)$, $\alpha_2 \to \pi$ $(cos\ \alpha_2 = -1)$, тоді:

$$B_3 = \mu_0 I / 4\pi R.$$

Використовуючи знайдені вирази для B_2 і B_3, отримаємо:

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

або

$$B = \mu_0 I(\pi + 1) / 4\pi R.$$

Перевірка одиниць величин аналогічна виконаній в прикладі 3.

Зробимо обчислення:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80}{4\pi \cdot 0{,}1}(\pi + 1) \text{ Тл} = 3{,}31 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$$

або

$$B = 331 \text{ мкТл}.$$

Приклад 8. Протон, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U = 600$ В, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0{,}3$ Тл і почав рухатися по колу (рис. 2.25). Обчислити радіус R кола.

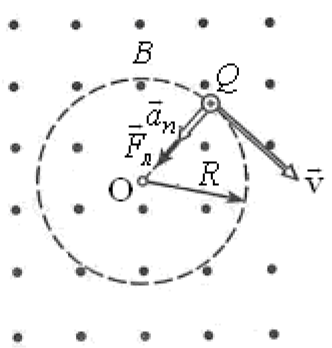

Рисунок 2.25 – Рух протона в магнітному полі з індукцією B

Розв'язок. Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі буде відбуватися по колу тільки в тому випадку, коли частка влетить в магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції $\vec{v} \perp \vec{B}$. Оскільки сила Лоренца перпендикулярна вектору $\vec{v}$, то вона надає частці (протону) нормальне прискорення $\vec{a}_n$.

Згідно з другим законом Ньютона:

$$\vec{F}_л = m\vec{a}_n, \tag{1}$$

де m – маса протона.

На рис. 2.25 суміщена траєкторія протона з площиною креслення й надано (довільно) напрям вектора $\vec{v}$. Силу Лоренца направимо перпендикулярно вектору $\vec{v}$ до центра кола (вектори $\vec{a}_n$ та $\vec{F}_л$ співнапрямлені). Використовуючи правило лівої руки, визначимо напрямок магнітних силових ліній (напрям вектора $\vec{B}$).

Перепишемо вираз (1) у скалярній формі (у проекції на радіус):

$$F_л = ma_n. \tag{2}$$

У скалярній формі $F_л = Q\upsilon B \sin\alpha$. У нашому випадку $\vec{v} \perp \vec{B}$ та $\sin\alpha = 1$, тоді $F_л = Q\upsilon B$. Так як нормальне прискорення $a_n = \upsilon^2 / R$, то вираз (2) перепишемо так:

$$Q\upsilon B = m\upsilon^2 / R.$$

Звідси знаходимо радіус кола:

$$R = m\upsilon / (QB).$$

Помітивши, що $m\upsilon$ є імпульс протона (p), цей вираз можна записати у вигляді:

$$R = p / (QB). \tag{3}$$

Імпульс протона знайдемо, скориставшись зв'язком між роботою сил електричного поля й зміною кінетичної енергії протона, тобто:

$$A = \Delta T$$

або

$$Q(\varphi_1 - \varphi_2) = T_2 - T_1,$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ – прискорююча різниця потенціалів (або прискорююча напруга U);

T_1 і T_2 – початкова та кінцева кінетичні енергії протона.

Нехтуючи початковою кінетичною енергією протона ($T_1 \approx 0$) і виразивши кінетичну енергію T_2 через імпульс p, отримаємо:

$$QU = p^2 / (2m).$$

Знайдемо з цього виразу імпульс $p = \sqrt{2mQU}$ і підставимо його у формулу (3):

$$R = \frac{\sqrt{2mQU}}{QB}$$

або

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{2mU / Q}. \tag{4}$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю довжини (м):

$$\frac{\left[m^{1/2}\right]\left[U^{1/2}\right]}{[B]\left[Q^{1/2}\right]} = \frac{1}{1\text{Тл}}\left(\frac{1\text{ кг}\cdot 1\text{ В}}{1\text{ Кл}}\right)^{1/2} = \frac{(1\text{ кг})^{1/2}\,1\text{ А}\cdot\text{м}^2(1\text{ Дж})^{1/2}}{1\text{ Дж}\cdot 1\text{ Кл}} =$$

$$= \frac{(1\text{ кг})^{1/2}\cdot\text{м}^2}{(1\text{ Дж})^{1/2}\cdot 1\text{ с}} = \frac{(1\text{ кг})^{1/2}\cdot\text{м}^2}{(1\text{ кг})^{1/2}\cdot\text{м/с}\cdot\text{с}} = 1\text{ м}.$$

Підставимо у формулу (4) числові значення фізичних величин і зробимо обчислення:

$$R = \frac{1}{0,3}\sqrt{\frac{2\cdot 1,67\cdot 10^{-27}\cdot 600}{1,6\cdot 10^{-19}}}\text{ м} = 0,0118\text{ м} = 11,8\text{ мм}.$$

Приклад 9. Електрон, який влетів в однорідне магнітне поле ($B = 0,2$ Тл), став рухатися по колу радіуса $R = 5$ см. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного кругового струму.

Розв'язок. Електрон починає рухатися по колу, якщо він влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції. На рис. 2.26 лінії магнітної індукції перпендикулярні площини креслення й спрямовані від нас (позначені хрестиками).

Рух електрона по колу еквівалентно круговому току, який в даному випадку визначається виразом:

$$I_{екв} = \frac{|e|}{T},$$

де e – заряд електрона;

T – період його звернення.

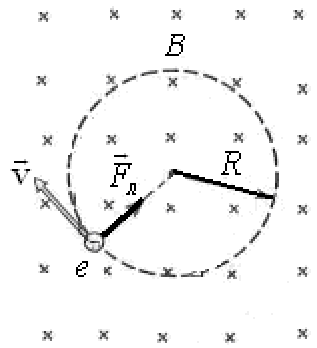

Рисунок 2.26 – Рух електрона в магнітному полі з індукцією B

Період обертання можна виразити через швидкість електрона υ і шлях, який проходить електрон за період $T = \upsilon / (2\pi R)$. Тоді:

$$I_{екв} = |e| \upsilon / (2\pi R). \qquad (1)$$

Знаючи $I_{екв}$, знайдемо магнітний момент еквівалентного кругового струму. За визначенням, магнітний момент контуру зі струмом виражається співвідношенням:

$$p_m = I_{екв} S, \qquad (2)$$

де S – площа, що обмежена колом, що описується електроном ($S = \pi R^2$).

Підставивши $I_{екв}$ з (1) у вираз (2), отримаємо:

$$p_m = \frac{|e|\upsilon}{2\pi R} \pi R^2.$$

Скоротимо на πR і перепишемо цей вираз у вигляді:

$$p_m = \frac{1}{2} |e| \upsilon R. \qquad (3)$$

В отриманому виразі відомою є швидкість електрона, яка пов'язана з радіусом R кола, по якій він рухається, співвідношенням $R = m\upsilon / (QB)$ (див. приклад 8). Змінивши Q на $|e|$, знайдемо цікаву для нас швидкість $\upsilon = |e| BR / m$ і підставимо її у формулу (3):

$$p_m = \frac{\left|e^2\right| B R^2}{2m}.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю магнітного моменту $(\text{А} \cdot \text{м}^2)$:

$$\frac{\left[e^2\right]\left[B\right]\left[R^2\right]}{\left[m\right]} = \frac{\left(1\ \text{Кл}\right)^2 \cdot 1\ \text{Тл} \cdot (1\text{м})^2}{1\ \text{кг}} = \frac{(1\ \text{Кл})^2 \cdot 1\ \text{Н}}{1\ \text{кг} \cdot 1\ \text{А} \cdot \text{м}} =$$

$$= \frac{(1\ \text{А})^2 \cdot \text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2}{1\ \text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^2} = 1\ \text{А} \cdot \text{м}^2.$$

Зробимо обчислення:

$$p_m = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 0,2 \cdot (0,05)^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}\ \text{А} \cdot \text{м}^2 = 7,03 \cdot 10^{-12}\ \text{А} \cdot \text{м}^2 =$$

$$= 7,03\ \text{пА} \cdot \text{м}^2.$$

Приклад 10. Електрон рухається в однорідному магнітному полі ($B = 10$ мТл) по ґвинтовій лінії, радіус R котрої дорівнює 1 см та крок $h = 6$ см. Визначити період T обертання електрона та його швидкість υ.

Розв'язок. Електрон буде рухатися по ґвинтовій лінії, якщо він влітає в однорідне магнітне поле під деяким кутом $(\alpha \neq \pi/2)$ до ліній магнітної індукції. Розкладемо, як це показано на рис. 2.27, швидкість $\vec{\text{v}}$ електрона на дві складові: паралельну вектору $\vec{B}$ $(\vec{\text{v}}_{\text{II}})$ й перпендикулярну йому $(\vec{\text{v}}_{\perp})$.

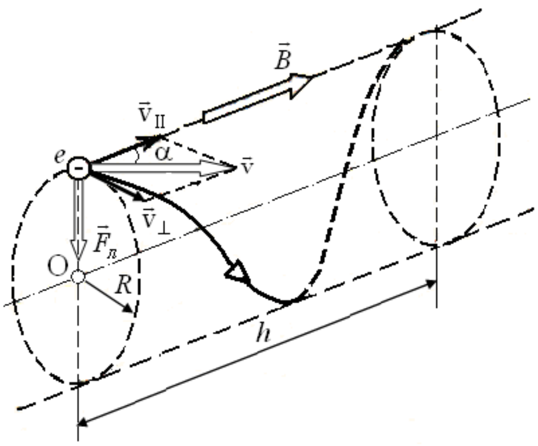

Рисунок 2.27 – Рух електрона по ґвинтовій лінії в однорідному магнітному полі

Швидкість $\vec{\text{v}}_{\text{II}}$ в магнітному полі не змінюється й забезпечує переміщення електрона вздовж силової лінії. Швидкість $\vec{\text{v}}_{\perp}$ в результаті дії сили Лоренца буде змінюватися лише за напрямком ($\vec{F}_л \perp \vec{v}_\perp$) (за відсутності паралельної складової ($\vec{v}_{II} = 0$) рух електрона відбувався б по колу в площині, яка перпендикулярна магнітним силовим лініям). Таким чином, електрон буде брати участь одночасно в двох рухах: рівномірному переміщенні зі швидкістю υ_{II} й рівномірному русі по колу зі швидкістю $\upsilon_\perp$.

Період обертання електрона пов'язаний з перпендикулярною складовою швидкості співвідношенням:

$$T = 2\pi R / \upsilon_\perp. \qquad (1)$$

Знайдемо відношення $R/\upsilon_\perp$. Для цього скористаємося тим, що сила Лоренца повідомляє електрону нормальне прискорення $a_n = \upsilon_\perp^2 / R$. Згідно з другим законом Ньютона можна написати:

$$F_л = ma_n$$

або

$$|e|\upsilon_\perp B = m\upsilon_\perp^2 / R, \qquad (2)$$

де $\upsilon_\perp = \upsilon \sin\alpha$.

Скоротивши (2) на $\upsilon_\perp$, виразимо співвідношення $R/\upsilon_\perp$ ($R/\upsilon_\perp = m/|e|B$) і підставимо його у формулу (1):

$$T = 2\pi m / |e|B.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю часу ($с$):

$$\frac{[m]}{[e][B]} = \frac{1\ \text{кг}}{1\ \text{Кл} \cdot 1\ \text{Тл}} = \frac{1\ \text{кг} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2}{1\ \text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{1\ \text{кг} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}^2}{1\ \text{с} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2} = 1\ \text{с}.$$

Зробимо обчислення:

$$T = \frac{2\pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}\ \text{с} = 3{,}57 \cdot 10^{-9}\ \text{с} = 3{,}57\ \text{нс}.$$

Модуль швидкості υ, як це видно з рис. 2.27, можна виразити через $\upsilon_\perp$ та υ_{II}:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_\perp^2 + \upsilon_{II}^2}.$$

З формули (2) виразимо перпендикулярну складову швидкості:

$$\upsilon_{\perp} = \frac{|e|BR}{m}.$$

Паралельну складову швидкості υ_{II} знайдемо з наступних міркувань. За час, що дорівнює періоду обертання T, електрон пройде вздовж силової лінії відстань, яка дорівнює кроку ґвинтової лінії, тобто $h = T\upsilon_{II}$, звідки:

$$\upsilon_{II} = h/T.$$

Підставивши замість T праву частину виразу (2), отримаємо:

$$\upsilon_{II} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}.$$

Таким чином, модуль швидкості електрона:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_{\perp}^2 + \upsilon_{II}^2} = \frac{|e|B}{m}\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю швидкості (м/с). Для цього зауважимо, що R та h мають однакову одиницю – метр (м). Тому в квадратних дужках поставимо тільки одну з величин (наприклад, R):

$$\frac{[e][B]}{[m]}\left[R^2\right]^{1/2} = \frac{1\ \text{Кл}\cdot 1\ \text{Тл}}{1\ \text{кг}}(\text{м}^2)^{1/2} = \frac{1\ \text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}{\text{кг}\cdot\text{А}\cdot\text{м}^2} = \frac{1\ \text{Н}\cdot\text{с}}{1\ \text{кг}} =$$

$$= \frac{1\ \text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}}{1\ \text{кг}\cdot\text{с}^2} = 1\ \text{м/с}.$$

Зробимо обчислення:

$$\upsilon = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10\cdot 10^{-3}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\left[\left(0{,}01\right)^2 + \left(\frac{0{,}06}{2\pi}\right)^2\right]^{1/2}\ \text{м/с} = 2{,}46\cdot 10^{7}\ \text{м/с}$$

або $24{,}6\cdot 10^{7}$ Мм/с.

Приклад 11. Альфа-частинка пройшла прискорючу різницю потенціалів $U = 104$ В і влетіла в схрещені під прямим кутом електричне ($E = 10$ кВ/м) і магнітне ($B = 0{,}1$ Тл) поля. Знайти відношення заряду альфа-частинки до її маси, якщо, рухаючись перпендикулярно до обох полів, частка не відчуває відхилень від прямолінійної траєкторії.

Розв'язок. Для того, щоб знайти відношення заряду Q альфа-частинки до її маси m, скористаємося зв'язком між роботою сил електричного поля й зміною кінетичної енергії частинки:

$$QU = m\upsilon^2 / 2,$$

звідки

$$Q / m = \upsilon^2 / (2U). \qquad (1)$$

Швидкість υ альфа-частинки знайдемо з наступних міркувань. У схрещених електричному й магнітному полях на рухому заряджену частинку діють дві сили:

а) сила Лоренца $\vec{F}_л = Q\left[\vec{v}\vec{B}\right]$, що спрямована перпендикулярно швид-кості $\vec{v}$ й вектору магнітної індукції $\vec{B}$;

б) кулонівська сила $\vec{F}_к = Q\vec{E}$, що співнапрямлена з вектором напруженості $\vec{E}$ електростатичного поля ($Q > 0$). На рис. 2.28 направимо вектор магнітної індукції $\vec{B}$ уздовж осі Oz, швидкість $\vec{v}$ – у позитивному напрямку осі Ox, тоді $\vec{F}_л$ і $\vec{F}_к$ будуть спрямовані так, як показано на рисунку.

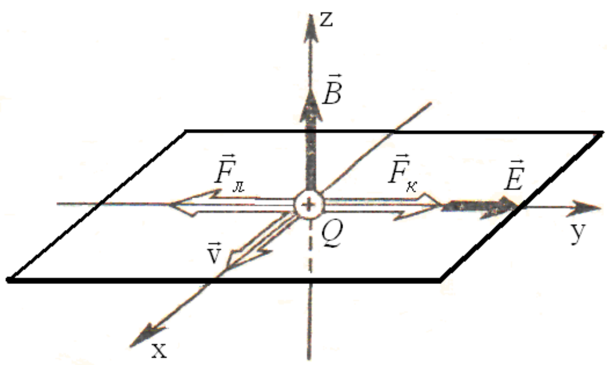

Рисунок 2.28 – Рух альфа-частинки в схрещених полях

Альфа-частинка не буде відчувати відхилення, якщо геометрична сума сил $\vec{F}_л = \vec{F}_к$ буде дорівнювати нулю. У проекції на вісь Oy отримаємо наступну рівність (при цьому враховано, що $\vec{v} \perp \vec{B}$ і $\sin\alpha = 1$):

$$QE - Q\upsilon B = 0,$$

звідки

$$\upsilon = E / B.$$

Підставивши цей вираз швидкості у формулу (1), отримаємо:

$$Q/m = E^2 \big/ (2UB^2).$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю питомого заряду (Кл/кг):

$$\frac{\left[E^2\right]}{[U]\left[B^2\right]} = \frac{(1\ \text{В/м})^2}{1\ \text{В}\cdot(1\ \text{Тл})^2} = \frac{(1\ \text{В}\cdot\text{А})^2}{1\ \text{В}\cdot(1\ \text{Н})^2} = \frac{1\ \text{Дж}\cdot\text{Кл}}{(1\ \text{Н}\cdot\text{с})^2} = \frac{1\ \text{Кл}\cdot\text{м}}{1\ \text{Н}\cdot\text{с}^2} = 1\ \text{Кл/кг}.$$

Зробимо обчислення:

$$\frac{Q}{m} = \frac{(10^4)^2}{2\cdot 104(0,1)^2}\ \text{Кл/кг} = 4,81\cdot 10^7\ \text{Кл/кг} = 48,1\ \text{МКл/кг}.$$

Приклад 12. Коротка катушка, яка містить $N = 10^3$ витків, рівномірно обертається з частотою $n = 10\ \text{с}^{-1}$ щодо осі AB, що лежить у площині катушки й перпендикулярних лініях однорідного магнітного поля ($B = 0,04$ Тл) (рис. 2.29). Визначити миттєве значення ЕРС індукції для тих моментів часу, коли площина катушки складає кут $\alpha = 60°$ з лініями поля. Площа S катушки дорівнює 100 см^2.

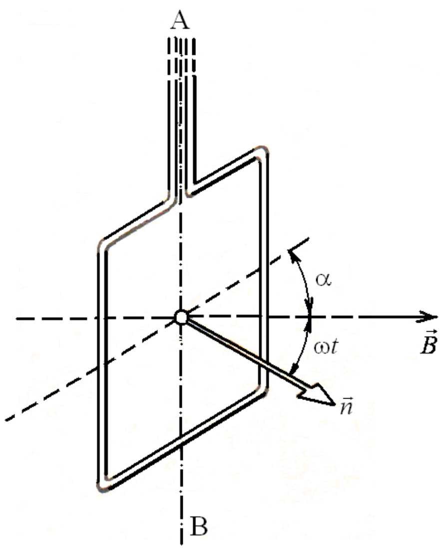

Рисунок 2.29– Катушка у магнітному полі

Розв'язок. Миттєве значення ЕРС індукції ε_1 визначається основним рівнянням електромагнітної індукції Фарадея – Максвелла:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\psi}{dt}. \qquad (1)$$

Потокозчеплення $\psi = N\Phi$, де N – число витків катушки, які пронизані магнітним потоком Φ. Підставивши вираз ψ у формулу (1), отримаємо:

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (2)$$

При обертанні катушки магнітний потік Φ, що пронизує катушку в момент часу t, змінюється за законом:

$$\Phi = BS\ cos\ \omega t,$$

де B – магнітна індукція;
S – площа катушки;
ω – кутова швидкість катушки.

Підставивши у формулу (2) вираз магнітного потоку Φ і продиференціюювавши за часом, знайдемо миттєве значення ЕРС індукції:

$$\varepsilon_i = NBS\omega\ sin\ \omega t.$$

Помітивши, що кутова швидкість ω пов'язана з частотою обертання n катушки співвідношенням $\omega = 2\pi n$ і що кут $\omega t = \pi / 2 - \alpha$ (рис. 2.29), отримаємо (враховано, що $\sin(\pi / 2 - \alpha) = cos\ \alpha$):

$$\varepsilon_i = 2\pi nNBS\ cos\ \alpha.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю ЕРС (В):

$$[n][B][S] = \frac{1\ \text{Тл} \cdot 1\ \text{м}^2}{1\ \text{с}} = \frac{1\ \text{Н} \cdot \text{м}^2}{1\ \text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{Кл}} = 1\ \text{В}.$$

Зробимо обчислення:

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0{,}04 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}5\ \text{В} = 25{,}1\ \text{В}.$$

Приклад 13. Квадратна дротяна рамка зі стороною $a = 5$ см та опором $R = 10$ мОм знаходиться в однорідному магнітному полі ($B = 40$ мТл). Нормаль до площини рамки складає кут $\alpha = 30°$ з лініями магнітної індукції. Визначити заряд Q, який пройде по рамці, якщо магнітне поле вимкнути.

Розв'язок. При виключенні магнітного поля відбудеться зміна магнітного потоку. Внаслідок цього в рамці виникне ЕРС індукції, яка визначається основним законом електромагнітної індукції:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Виникла ЕРС індукції викличе в рамці індукційний струм, миттєве значення якого можна визначити, скориставшись законом Ома для повного кола $I_i = \varepsilon_i / R$, де R – опір рамки, тоді:

$$I_i R = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Оскільки миттєве значення сили індукційного струму $I_i = \dfrac{dQ}{dt}$, то цей вираз можна переписати у вигляді:

$$\frac{dQ}{dt}R = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \text{звідки} \quad dQ = -\frac{d\Phi}{R}. \tag{1}$$

Проінтегрувавши вираз (1), знайдемо:

$$\int_0^Q dQ = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi \quad \text{або} \quad Q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

Помітивши, що при вимкненому полі (кінцевий стан) $\Phi_2 = 0$, остання рівність перепишеться у вигляді:

$$Q = \Phi_1 / R. \tag{2}$$

Знайдемо магнітний потік Φ_1. За визначенням магнітного потоку маємо:

$$\Phi_1 = BS\cos\alpha,$$

де S – площа рамки.

У нашому випадку (рамка квадратна) $S = a^2$, тоді:

$$\Phi_1 = Ba^2\cos\alpha. \tag{3}$$

Підставивши (3) в (2), отримаємо:

$$Q = \frac{Ba^2}{R} cos\ \alpha\ .$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю заряду (Кл):

$$\frac{[B]\left[a^2\right]}{[R]} = \frac{1\ \text{Тл}\cdot(1\text{м})^2}{1\ \text{Ом}} = \frac{1\ \text{Н}\cdot\text{м}^2}{1\ \text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{Ом}} = \frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{В}} = 1\ \text{Кл}.$$

Зробимо обчислення:

$$Q = \frac{0,04\cdot 25\cdot 10^{-4}\sqrt{3/2}}{0,01}\ \text{Кл} = 8,67\cdot 10^{-3}\ \text{Кл} = 8,67\ \text{мКл}.$$

Приклад 14. Плоский квадратний контур зі стороною $a = 10$ см, по якому тече струм $I = 100$ А, вільно встановився в однорідному магнітному полі ($B = 1$Тл). Визначити роботу *A*, яка здійснюється зовнішніми силами при повороті контуру відносно осі, що проходить через середину його протилежних сторін, на кут: 1) $\varphi_1 = 90°$; 2) $\varphi_2 = 3°$. При повороті контуру сила струму в ньому підтримується незмінною.

Розв'язок. Як відомо, на контур зі струмом у магнітному полі діє момент сили (рис. 2.30):

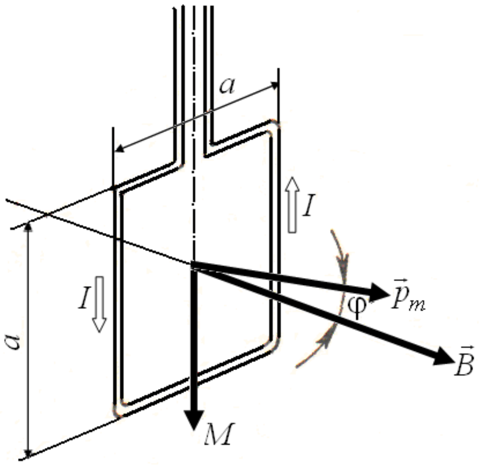

Рисунок 2.30 – Дія момента сили *M* на контур зі струмом у магнітному полі

$$M = p_m B\ sin\ \varphi, \tag{1}$$

де $p_m = IS = Ia^2$ – магнітний момент контуру;

B – магнітна індукція;

φ – кут між векторами $\vec{p}_m$ (спрямований по нормалі до контуру) і $\vec{B}$.

За умовою завдання в початковому положенні контур вільно встановився в магнітне поле. При цьому момент сили дорівнює нулю $(M = 0)$, а значить, $\varphi = 0$, тобто вектори $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$ співнапрямлені. Якщо зовнішні сили виведуть контур з положення рівноваги, то момент сил, що виник [див. (1)] буде прагнути повернути контур у вихідне положення. Проти цього моменту й буде відбуватися робота зовнішніми силами. Оскільки момент сил змінний (залежить від кута повороту φ), то для підрахунку роботи застосуємо формулу роботи в диференційній формі $dA = Md\varphi$. Враховуючи формулу (1), отримуємо:

$$dA = IBa^2 sin\ \varphi\ d\varphi.$$

Взявши інтеграл від цього виразу, знайдемо роботу при повороті на кінцевий кут:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} sin\ \varphi\ d\varphi. \qquad (2)$$

Робота при повороті на кут $\varphi_1 = 90°$:

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} sin\ \varphi\ d\varphi = IBa^2 \left| \left(-cos\ \varphi\right) \right|_0^{\pi/2} = IBa^2. \qquad (3)$$

Виразимо числові значення величин в одиницях СІ ($I = 100$ А; $B = 1$ Тл; $a = 10$ см $= 0{,}1$ м) та підставимо в (3):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0{,}1)^2 \text{ Дж} = 1 \text{ Дж}.$$

Робота при повороті на кут $\varphi_2 = 3°$. У цьому випадку, враховуючи, що кут φ_2 малий, замінимо у виразі (2) $sin\ \varphi \approx \varphi$:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi\ d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. \qquad (4)$$

Виразимо кут φ_2 в радіанах. Після підстановки числових значень величин в (4) знайдемо:

$$A_2 = \frac{1}{2}100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,0523)^2 \text{ Дж} = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,37 \text{ мДж.}$$

Завдання можна вирішити й іншими способами:

1. Робота зовнішніх сил по переміщенню контуру зі струмом у магнітному полі дорівнює добутку сили струму в контурі на зміну магнітного потоку, що пронизує контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

де Φ_1 – магнітний потік, який пронизує контур до переміщення;

Φ_2 – те ж, після переміщення.

Якщо $\varphi_1 = 90°$, то $\Phi_1 = BS$; $\Phi_2 = 0$. Отже:

$$A = IBS = IBa^2,$$

що збігається з (3).

2. Скористаємося виразом для механічної потенційної енергії контуру зі струмом у магнітному полі:

$$\Pi(\varphi) = -p_m B \cos \varphi .$$

Тоді робота зовнішніх сил:

$$A = \Delta\Pi = \Pi_2 - \Pi_1$$

або

$$A = p_m B(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2).$$

Так як $p_m = Ia^2$; $\cos \varphi_1 = I$ і $\cos \varphi_2 = 0$, то:

$$A = IBa^2,$$

що також збігається з (3).

Приклад 15. Соленоїд із сердечником із немагнітного матеріалу містить $N = 1200$ витків проводу, що щільно прилягають один до одного. При силі струму $I = 4$ А магнітний потік $\Phi = 6$ мкВб. Визначити індуктивність L соленоїда й енергію W магнітного поля соленоїда.

Розв'язок. Індуктивність L пов'язана з потокозчепленням ψ і силою струму I співвідношенням:

$$\psi = LI. \qquad (1)$$

Потокозчеплення, у свою чергу, може бути визначено через потік Φ і число витків N (за умови, що витки щільно прилягають один до одного):

$$\psi = N\Phi. \tag{2}$$

З формул (1) і (2) знаходимо індуктивність соленоїда:

$$L = N\Phi / I. \tag{3}$$

Енергія магнітного поля соленоїда:

$$W = {}^1/_2 LI^2.$$

Виразивши згідно з (3), отримаємо:

$$W = {}^1/_2 N\Phi I. \tag{4}$$

Підставимо у формули (3) і (4) значення фізичних величин та зробимо обчислення:

$$L = \frac{1{,}2\cdot 10^3 \cdot 6\cdot 10^{-6}}{4}\text{ Гн} = 1{,}8\cdot 10^{-3}\text{ Гн} = 1{,}8\text{ мГн};$$

$$W = \frac{1}{2}\cdot 1{,}2\cdot 10^3 \cdot 6\cdot 10^{-6}\cdot 4\text{ Дж} = 1{,}44\cdot 10^{-2}\text{ Дж} = 14{,}4\text{ мДж}.$$

2.4 Задачі для самостійного розв'язання

1. Напруженість магнітного поля $H = 100$ А/м. Обчислити магнітну індукцію B цього поля у вакуумі. $[126 \text{ мкТл}]$.

2. По двох довгих паралельних дротах течуть в однаковому напрямі струми $I_1 = 10$ А й $I_2 = 15$ А. Відстань між дротами $A = 10$ см. Визначити напруженість H магнітного поля в точці, що віддалена від першого дроту на $r_1 = 8$ см і від другого на $r_2 = 6$ см. $[44{,}5 \text{ А/м}]$.

3. Вирішити завдання **2** за умови, що струми течуть у протилежних напрямах, точка віддалена від першого дроту на $r_1 = 15$ см і від другого на $r_2 = 10$ см. $[17{,}4 \text{ А/м}]$.

4. По тонкому провіднику, що зігнутий у вигляді правильного шестикутника із стороною $a = 10$ см, йде струм $I = 20$ А. Визначити магнітну індукцію B в центрі шестикутника. $[138 \text{ мкТл}]$.

5. Обмотка соленоїда містить два шари щільно прилеглих один до одного витків дроту діаметром $d = 0{,}2$ мм. Визначити магнітну індукцію

B на осі соленоїда, якщо по дроту йде струм $I = 0,5$ А. $[6,28\ \text{мТл}]$.

6. В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,01$ Тл поміщений прямий провідник завдовжки $l = 20$ см (дроти, що підводять, знаходяться поза полем). Визначити силу F, що діє на провідник, якщо по ньому тече струм $I = 50$ А, а кут φ між напрямом струму й вектором магнітної індукції рівний 30^0. $[50\ \text{мН}]$.

7. Рамка зі струмом $I = 5$ А містить $N = 20$ витків тонкого дроту. Визначити магнітний момент p_m рамки з током, якщо її площа $S =$ 10 см^2. $\left[0,1\ \text{А}\cdot\text{м}^2\right]$.

8. По витку радіусом $R = 10$ см тече струм $I = 50$ А. Виток розташований в однорідному магнітному полі $(B = 0,2\ \text{Тл})$. Визначити момент сили M, що діє на виток, якщо площина витка складає кут $\varphi = 60^{\ 0}$ з лініями індукції. $[0,157\ \text{Н}\cdot\text{м}]$.

9. Протон влетів у магнітне поле перпендикулярно лініям індукції й описав дугу радіусом $R = 10$ см. Визначити швидкість υ протона, якщо магнітна індукція $B = 1$ Тл. $[9,57\ \text{Мм/с}]$.

10. Визначити частоту n обертання електрона по круговій орбіті в магнітному полі $(B = 1\ \text{Тл})$. $\left[2,8\cdot 10^{10}\ \text{с}^{-1}\right]$.

11. Електрон в однорідному магнітному полі рухається по ґвинтовій лінії радіусом $R = 5$ см і кроком $h = 20$ см. Визначити швидкість υ електрона, якщо магнітна індукція $B = 0,1$ Тл. $\left[1,04\cdot 10^6\ \text{м/с}\right]$.

12. Кільце радіусом $R = 10$ см знаходиться в однорідному магнітному полі $(B = 0,318\ \text{Тл})$. Площина кільця складає з лініями індукції кут $\varphi = 30^{\ 0}$. Обчислити магнітний потік Φ, що пронизує кільце. $[5\ \text{мВб}]$.

13. По провідникові, що зігнутий у вигляді квадрата зі стороною $a = 10$ см, тече струм $I = 20$ А. Площина квадрата перпендикулярна магнітним силовим лініям поля. Визначити роботу A, яку необхідно виконати для того, щоб видалити провідник за межі поля. Магнітна індукція $B = 0,1$ Тл. Поле вважати однорідним. $[0,02\ \text{Дж}]$.

14. Провідник довжиною $l = 1$ м рухається зі швидкістю $\upsilon = 5$ м/с перпендикулярно лініям індукції однорідного магнітного поля. Визначити магнітну індукцію B, якщо на кінцях провідника виникає різниця потенціалів $U = 0,02$ В. $[4\ \text{мТл}]$.

15. Рамка площею $S = 50$ см^2, що містить $N = 100$ витків, рівномірно обертається в однорідному магнітному полі $B = 40$ мТл. Визначити максимальну ЕРС індукції ε_{max}, якщо вісь обертання лежить у площині рамки й перпендикулярна лініям індукції, а рамка обертається з частотою $n = 960$ об/хв. $[2{,}01\ \text{В}]$.

16. Кільце з дроту опором $R = 1$ мОм знаходиться в однорідному магнітному полі $(B = 0{,}4\ \text{Тл})$. Площина кільця складає з лініями індукції кут $\varphi = 90^{\,0}$. Визначити заряд Q, який протече по кільцю, якщо його висмикнути з поля. Площа кільця $S = 10\ \text{см}^2$. $[0{,}4\ \text{Кл}]$.

17. Соленоїд містить $N = 4000$ витків дроту, по якому тече струм $I = 20\ \text{А}$. Визначити магнітний потік Φ і потокозчеплення Ψ, якщо індуктивність $L = 0{,}4\ \text{Гн}$. $[2\ \text{мВб};\ 8\ \text{Вб}]$.

18. На картонний каркас завдовжки $l = 50$ см і площею перерізу $S = 4\ \text{см}^2$ намотаний в один шар дріт діаметром $d = 0{,}2$ мм так, що витки щільно прилягають один до одного (товщиною ізоляції знехтувати). Визначити індуктивність L соленоїда, що вийшов. $[6{,}28\ \text{мГн}]$.

19. Визначити силу струму в ланцюзі через $t = 0{,}01$ с після її розмикання. Опір ланцюга $R = 20$ Ом та індуктивність $L = 0{,}1\ \text{Гн}$. Сила струму до розмикання ланцюга $I_0 = 50\ \text{А}$. $[6{,}75\ \text{А}]$.

20. По обмотці соленоїда індуктивністю $L = 0{,}2$ Гн тече струм $I = 10\ \text{А}$. Визначити енергію W магнітного поля соленоїда. $[10\ \text{Дж}]$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

Основна:

1. Воробьев А. А. Физика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов (включая сельскохозяйственные вузы) / А. А. Воробьев, В. П. Иванов, В. Г. Кондакова, А. Г. Чертов – М.: Высш. шк., 1987. – 208 с.
2. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики/ В. С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1979. – 462 с.
3. Детлаф А. А. Курс физики. / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский, Л. Б. Милковская. – М.: Высшая школа, 1973–1979. – Т. 1. – 384 с.
4. Зисман Г. А. Курс общей физики / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – М.: Наука, 1972–1974. – Т. 1. – 336 с.
5. Савельев И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1977–1979.– Т 1. –517 с.
6. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1985. – 560 с.
7. Чертов А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М.: Высшая школа, 1981. – 491 с.
8. Фирганг Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физике / Е. В. Фирганг. – М.: Высшая школа, 1977. – 352 с.
9. Новодворская Е. М. Методика проведения упражнений по физике во втузе / Е. М. Новодворская, Э. М. Дмитриев. – 3-е изд., перераб. и доп.– М.: Высшая школа, 1981. – 368 с.

Додаткова:

10. Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности / Л. А Сена. – М. Наука, 1977. – 304 с.
11. Сивухин Д. В. Общий курс физики / Д. В. Сивухин. – М.: Наука, 2002, Т. 1. – 559 с.
12. Чертов А. Г. Единицы физических величин / А. Г. Чертов – М.: Высшая школа, 1977. – 287 с.

ДОДАТОК А

Таблиця А.1 – Основні фізичні постійні (округлені значення)

Фізична стала	Позначення	Значення
Нормальне прискорення вільного падіння	g	$9{,}81$ м/с^2
Гравітаційна стала	G	$6{,}67\cdot10^{-11}\,\text{м}^3/(\text{кг}\cdot\text{с}^2)$
Постійна Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}\,\text{моль}^{-1}$
Постійна Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Елементарний заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Швидкість світла у вакуумі	c	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Електрична постійна	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнітна константа	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

Таблиця А.2 – Щільність твердих тіл

Тверде тіло	Щільність, кг/м^3	Тверде тіло	Щільність, кг/м^3
Алюміній	$2{,}70\cdot10^3$	Мідь	$8{,}9\cdot310^3$
Барій	$3{,}50\cdot10^3$	Нікель	$8{,}90\cdot10^3$
Ванадій	$6{,}02\cdot10^3$	Свинець	$11{,}3\cdot10^3$
Вісмут	$9{,}8\cdot10^3$	Срібло	$10{,}5\cdot10^3$
Залізо	$7{,}88\cdot10^3$	Цезій	$1{,}90\cdot10^3$
Літій	$0{,}53\cdot10^3$	Цинк	$7{,}15\cdot10^3$

Таблиця А.3 – Щільність рідин

Рідина	Щільність, кг/м^3	Рідина	Щільність, кг/м^3
Вода (при 4 °С)	$1{,}00\cdot10^3$	Сірковуглець	$1{,}26\cdot10^3$
Гліцерин	$1{,}26\cdot10^3$	Спирт	$0{,}80\cdot10^3$
Ртуть	$13{,}6\cdot10^3$		

Таблиця А.4 – Діелектрична проникність

Речовина	Проникливість	Речовина	Проникливість
Вода	81	Парафін	2,0
Масло трансформаторне	2,2	Скло	7,0

Таблиця А.5 – Питомий опір металів

Метал	Питомий опір, $Ом \cdot м$	Метал	Питомий опір, $Ом \cdot м$
Залізо	$9{,}8 \cdot 10^{-8}$	Ніхром	$1{,}1 \cdot 10^{-6}$
Мідь	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$	Срібло	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$

Таблиця А.6 – Енергія іонізації

Речовина	E_i, Дж	E_i, еВ
Водень	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелій	$3{,}94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Літій	$1{,}21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1{,}66 \cdot 10^{-18}$	10,4

Таблиця А.7 – Рухливість іонів у газах, $м^2/(В \cdot с)$

Газ	Позитивні іони	Негативні іони
Азот	$1{,}27 \cdot 10^{-4}$	$1{,}81 \cdot 10^{-4}$
Водень	$5{,}4 \cdot 10^{-4}$	$7{,}4 \cdot 10^{-4}$
Повітря	$1{,}4 \cdot 10^{-4}$	$1{,}9 \cdot 10^{-4}$
Цинк	$6{,}4 \cdot 10^{-19}$	4,0

Таблиця А.8 – Маса й енергія спокою деяких часток

Частка	m		E_0	
	кг	а.о.м	Дж	МеВ
Електрон	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8{,}16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1{,}50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1{,}51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35 \cdot 10^{-27}$	2,01335	$3{,}00 \cdot 10^{-10}$	1876
α-частка	$6{,}64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5{,}96 \cdot 10^{-10}$	3733
π-мезон	$2{,}41 \cdot 10^{-28}$	0,14498	$2{,}16 \cdot 10^{-11}$	135

Таблиця А.9 – Одиниці СІ, що мають спеціальні найменування

Величина		Одиниця		
Найменування	Розмір-ність	Назва	Позна-чення	Вираз через основні й додаткові одиниці
1	2	3	4	5
Основні одиниці				
Довжина	L	метр	м	
Маса	M	кілограм	кг	
Час	T	секунда	с	
Сила електричного току	I	ампер	А	
Довільні одиниці				
Енергія, робота, кількість тепла	$\mathrm{L^2MI^{-2}}$	джоуль	Дж	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2}$
Потужність, потік енергії	$\mathrm{L^2MT^{-3}}$	ватт	Вт	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3}$
Кількість електрики (елек. заряд)	TI	кулон	Кл	$с \cdot А$
Електрична ємкість	$\mathrm{L^{-2}M^{-1}T^4I^2}$	фарад	Ф	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^4 \cdot А^2$
Електричний опір	$\mathrm{L^2MT^{-3}I^{-2}}$	Ом	Ом	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-2}$
Електрична провідність	$\mathrm{L^{-2}M^{-1}T^3I^2}$	сименс	См	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^3 \cdot А^{-1}$
Електрична напруга, електричний потенціал, різниця електричних потенціалів, ЕРС	$\mathrm{L^2MT^{-3}I^{-1}}$	вольт	В	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-1}$
Магнітний потік	$\mathrm{L^2MT^{-2}I^{-1}}$	вебер	Вб	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Магнітна індукція	$\mathrm{MT^{-2}I^{-1}}$	тесла	Тл	$кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$

Таблиця А.10 – Множники й приставки для утворення десяткових кратних і часткових одиниць та їх найменування

Приставка		Множник	Приставка		Множник
Найменування	Позначення		Найменування	Позначення	
1	2	3	4	5	6
екса	Е	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пета	П	10^{15}	санті	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	міллі	м	10^{-3}
гіга	Г	10^{9}	мікро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кіло	к	10^{3}	піко	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

Таблиця А.11 – Грецький алфавіт

Позначення літер		Назви літер	Позначення літер		Назви літер
Α	α	альфа	Ν	ν	ню
Β	β	бета	Ξ	ξ	ксі
Γ	γ	гама	Ο	ο	омікрон
Δ	δ	дельта	Π	π	Пи
Ε	ε	епсілон	Ρ	ρ	ро
Ζ	ς	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	ета	Τ	τ	тау
Θ	ϑ	тета	ϒ	υ	іпсилон
J	ι	йота	Φ	φ	фі
Κ	x	каппа	Χ	χ	хі
Λ	λ	лямбда	Ψ	ψ	псі
Μ	μ	ми	Ω	ω	омега

ЕЛЕКТРОННЕ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

Галіахметов Алмаз Мансурович

МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ І ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ІЗ ЗАГАЛЬНОГО КУРСУ ФІЗИКИ. РОЗДІЛИ «ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ» ТА «ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ». ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ 0701 «ТРАНСПОРТ І ТРАНСПОРТНА ІНФРАСТРУКТУРА» ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.070106 «АВТОМОБІЛЬНИЙ ТРАНСПОРТ», ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ 0601 «БУДІВНИЦТВО ТА АРХІТЕКТУРА», НАПРЯМ ПІДГОТОВКИ 6.060101 «БУДІВНИЦТВО», ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ 0401 «ПРИРОДНИЧІ НАУКИ», НАПРЯМ ПІДГОТОВКИ 6.040106 «ЕКОЛОГІЯ, ОХОРОНА НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА ТА ЗБАЛАНСОВАНЕ ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ»

Підписано до випуску 21.08.2012 р. Гарнітура Times New Roman.
Умов. друк. арк. 5,1 . Зам. № 240

Державний вищий навчальний заклад
«Донецький національний технічний університет»
Автомобільно-дорожній інститут
84646, м. Горлівка, вул. Кірова, 51
E-mail:druknt@rambler.ru

Редакційно-видавничий відділ

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 2982 від 21.09.2007 р.