

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ ІНСТИТУТ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Директор АДІ ДВНЗ «ДонНТУ»  
проф. М. М. Чальцев

Кафедра «Прикладна математика та інформатика»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО НАВЧАЛЬНОЇ КОМП'ЮТЕРНОЇ ПРАКТИКИ  
ЧАСТИНА 1. «ЕЛЕКТРОННІ ТАБЛИЦІ MS EXCEL»  
УСІХ ФОРМ НАВЧАННЯ**

УДК 681.3.06(07)

Методичні вказівки до навчальної комп'ютерної практики.  
Частина 1. «Електронні таблиці MS Excel»

Методичні вказівки містять відомості, що необхідні під час проходження навчальної комп'ютерної практики, які допомагають студентам: у розвитку навичок формалізації прикладних задач, розробці структури електронної таблиці, відображенні результатів розрахунків, тестуванні електронних таблиць.

Укладачі: Корольов М. Є., к.ф.-м.н., доц.  
Кравченко Р. С.

Відповідальний за випуск: Хребет В. Г., к.ф.-м.н., доц.

Рецензент: Вовк В. П., д.т.н., проф.,  
зав. каф. «Вища математика»

© Державний вищий навчальний заклад  
«Донецький національний технічний університет»  
Автомобільно-дорожній інститут



## ЗМІСТ

ВСТУП .....	5
ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРОВЕДЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ПРАКТИКИ..	6
1 ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ .....	7
1.1 Побудова графіка функції.....	7
1.2 Варіанти завдань до теми «Побудова графіка функції».....	5
1.3 Побудова графіка функції з двома й трьома умовами .....	6
1.4 Варіанти завдань до теми «Побудова графіка функції з двома й трьома умовами» .....	7
1.5 Побудова двох графіків у одній системі координат .....	12
1.6 Варіанти завдань до теми «Побудова двох графіків у одній системі координат» .....	14
1.7 Побудова поверхонь.....	15
1.8 Варіанти завдань до теми «Побудова поверхонь».....	17
1.9 Знаходження коренів рівняння .....	18
1.10 Варіанти завдань до теми «Знаходження коренів рівняння» .....	20
2 РОБОТА З МАСИВАМИ .....	21
2.1 Операції над масивами в MS Excel.....	21
2.2 Варіанти завдань до теми «Робота з масивами» .....	23
3 ПОШУК РОЗВ'ЯЗКУ .....	27
3.1 Елементи діалогового вікна «Поиск решения».....	27
3.2 Транспортна задача .....	29
3.3 Варіанти завдань до теми «Транспортна задача» .....	33
3.4 Розв'язок системи нелінійних рівнянь.....	38
3.5 Варіанти завдань до теми «Система нелінійних рівнянь» .....	40
3.6 Задача про призначення .....	41
3.7 Варіанти завдань до теми «Задача про призначення».....	44
3.8 Рівняння регресії.....	46
3.9 Варіанти завдань до теми «Рівняння регресії».....	51
4 ВИКОРИСТАННЯ VBA В АВТОМАТИЗАЦІЇ ЕКОНОМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ .....	52
4.1 Побудова розподілу замовлень .....	52
4.2 Варіанти завдань до теми «Побудова розподілу замовлень» .....	56
4.3 Прогнозування прибутку .....	58
4.4 Варіанти завдань до теми «Прогнозування прибутку» .....	61
5 ЕКОНОМІЧНІ МОДЕЛІ.....	65
5.1 Задача про оптимальний розкрій .....	65
5.2 Варіанти завдання до теми «Оптимальний розкрій».....	69

5.3 Модель керування запасами .....	70
5.4 Варіанти завдань до теми «Модель керування запасами» .....	71
ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ.....	73
ДОДАТОК А .....	74
ДОДАТОК Б.....	75
Б.1 Загальні вимоги до оформлення звіту з комп'ютерної практики ..	75

## ВСТУП

Навчальна комп'ютерна практика є безпосереднім продовженням курсу дисципліни «Економічна інформатика» («Комп'ютерна техніка і програмування») у поглибленому вигляді:

- з точки зору систематизації студентами знань, професійних умінь і навичок, що одержані в процесі вивчення відповідних дисциплін;

- з точки зору прикладного (техніко-економічного) аспекту формалізації та розв'язку деяких практичних задач (моделей);

- з точки зору алгоритмізації розв'язку задач (моделей), та автоматизації розрахунків за допомогою мови програмування Visual Basic for Application (далі VBA).

Завданням проведення навчальної комп'ютерної практики є:

- оволодіння навичками роботи з сучасним апаратним та програмним забезпеченням;

- набуття досвіду роботи з найпоширенішими пакетами прикладних програм: MS Excel та MS Word, що входить у пакет Microsoft Office;

- формування та розвиток алгоритмічного мислення у студентів;

- використання програмних засобів для формалізації техніко-економічних задач у вигляді математичних моделей, та їх автоматизація;

- вивчення основних етапів розробки програмних продуктів.

Мета методичних вказівок полягає в наданні допомоги студентам під час проходження навчальної комп'ютерної практики, а саме: у розвитку навичок формалізації прикладних задач, розробці структури електронної таблиці, відображення результатів розрахунків, тестування електронних таблиць.

Методичні вказівки складаються з 5 розділів, які охоплюють найбільш важливі теми, опрацювавши які, студенти отримають необхідні практичні навички для професійної роботи з електронними таблицями MS Excel.

Розділ 1 «Побудова графіків функцій» містить відомості про основні інструменти візуалізації даних в MS Excel.

Розділ 2 «Робота з масивами» узагальнює інформацію щодо використання масивів даних в MS Excel для розв'язку систем лінійних рівнянь.

Розділ 3 «Пошук Розв'язку» присвячений використанню надбудови MS Excel для розв'язку оптимізаційних задач.

У Розділі 4 «Використання VBA в автоматизації економічних моделей» викладені відомості щодо застосування мови програмування VBA в MS Excel.

У Розділі 5 «Економічні моделі» розглядаються класичні економічні моделі, та наводяться алгоритми їх з використанням MS Excel.

## ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРОВЕДЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ПРАКТИКИ

«Практика студентів є невід'ємною складовою частиною процесу підготовки спеціалістів в вищих навчальних закладах і проводиться на оснащених відповідним чином базах навчальних закладів, а також на сучасних підприємствах і в організаціях різних галузей господарства, освіти, охорони здоров'я, культури, торгівлі і державного управління» [Наказ МОН від 08.04.1993 р. №93].

Метою практики є оволодіння студентами сучасними методами, формами організації в галузі їх майбутньої професії, формування у студентів на базі одержаних у вищому навчальному закладі знань, професійних умінь і навичок для прийняття самостійних рішень під час конкретної роботи в реальних ринкових і виробничих умовах, виховання потреби систематично поновлювати свої знання та творчо їх застосовувати в практичній діяльності.

Практика студентів передбачає безперервність та послідовність її проведення при одержанні потрібного достатнього обсягу практичних знань і умінь відповідно до різних освітніх та кваліфікаційних рівнів: молодший спеціаліст, бакалавр, спеціаліст, магістр.

До керівництва практикою студентів залучаються досвідчені викладачі кафедр. Керівник практики від вищого навчального закладу:

- повідомляє студентів про систему звітності з практики, прийняту на кафедрі, а саме: подання письмового звіту, виконання кваліфікаційної роботи, вигляду оформлення виконаного індивідуального завдання, підготовка доповіді, повідомлення, виступу тощо;

- забезпечує високу якість її проходження згідно з програмою;

- контролює виконання студентами-практикантами правил внутрішнього трудового розпорядку, веде або організовує ведення табеля відвідування студентами бази практики;

- приймає заліки з практики.

Студенти при проходженні практики зобов'язані:

- до початку практики одержати від керівника практики від учбового закладу консультації щодо оформлення всіх необхідних документів;

- своєчасно прибути на базу практики;

- у повному обсязі виконувати всі завдання, передбачені програмою практики і вказівками її керівників;

- вивчити і суворо дотримуватись правил охорони праці, техніки безпеки і виробничої санітарії;

- нести відповідальність за виконану роботу;

- своєчасно скласти залік з практики.

# 1 ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ

## 1.1 Побудова графіка функції

Приклад 1. Побудувати графік функції  $y = \cos^2(\pi x)$  при  $x \in [0,1]$

Розв'язання. Для побудови графіка функції необхідно спочатку побудувати таблицю її значень при різних значеннях аргументу, причому аргумент змінюється з фіксованим кроком. Крок вибирають невеликим, щоб таблиця значень функції відображала її поведінку на інтервалі табулювання. У нашому випадку будемо вважати, що крок зміни аргументу дорівнює 0,1. Необхідно знайти  $y(0)$ ,  $y(0,1)$ , ...  $y(1)$ . З цією метою в діапазон комірок A1:A11 введемо наступні значення змінної: 0; 0,1; ... 1. Відзначимо, що обрані значення змінної утворюють арифметичну прогресію. Заповнення комірок членами прогресії в Excel здійснюється в такий спосіб: у комірки A1 і A2 вводимо перший і другий члени арифметичної прогресії й виділяємо ці комірки. Після цього встановлюємо курсор миші на маркері заповнення виділеного діапазону й протягуємо його вниз доти, аж поки числовий ряд не досягне потрібної довжини.

У комірку A1 введемо формулу  
 $= \text{COS}(\text{PI}() * \text{A1})^2$

Для того, щоб протабулювати функцію, виділимо комірку A1, встановимо покажчик на маркері заповнення й протягнемо його вниз до комірки B11. Вигляд листа після виконання цих дій показаний на рис. 1.1.

Для побудови графіка функції виділимо діапазон комірок A1:A11, що містить таблицю значень функції та її аргументу, і за допомогою команди: вкладка «Вставка» → «Точечная» будемо базову діаграму.

При виділенні діаграми з'являється група вкладок «Работа с диаграммами» (рис. 1.2).

На вкладці «Конструктор» (рис. 1.3) можна задати загальний вигляд діаграми, вказати дані для її побудови та визначити місце її розміщення.

На вкладці «Макет» (рис. 1.4) можна задати параметри макета основних елементів діаграми.

На вкладці «Формат» (рис. 1.5) можна задати параметри форматування основних елементів діаграми.





	А	В
1	0	1
2	0.1	0.904508
3	0.2	0.654508
4	0.3	0.345492
5	0.4	0.095492
6	0.5	3.75E-33
7	0.6	0.095492
8	0.7	0.345492
9	0.8	0.654508
10	0.9	0.904508
11	1	1

Рисунок 1.1 – Табулювання функції

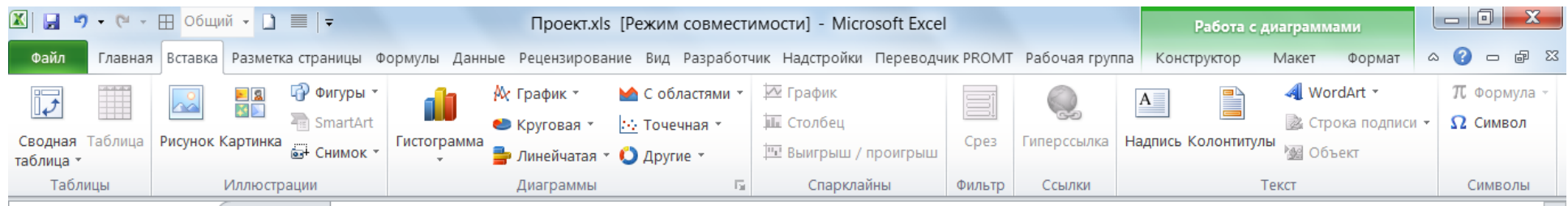


Рисунок 1.2 – Вигляд стрічки при роботі з діаграмами

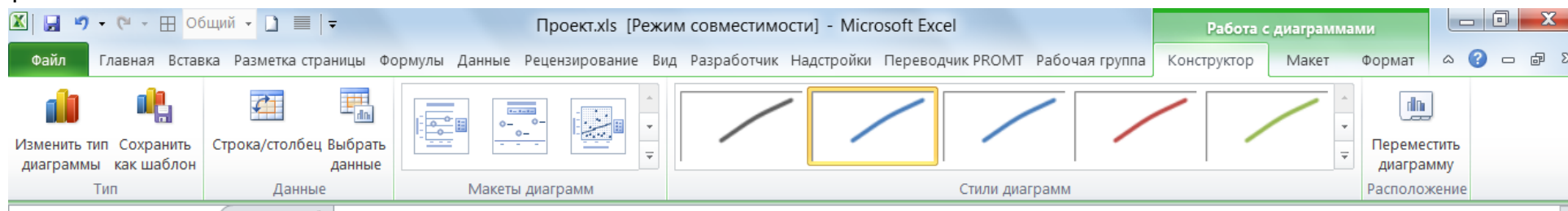


Рисунок 1.3 – Вкладка «Конструктор»

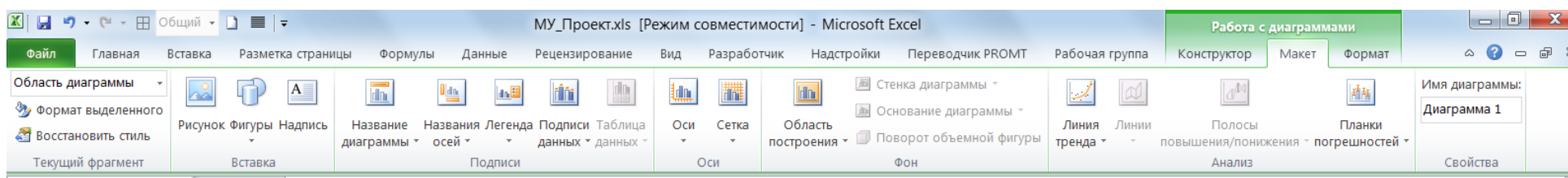


Рисунок 1.4 – Вкладка «Макет»

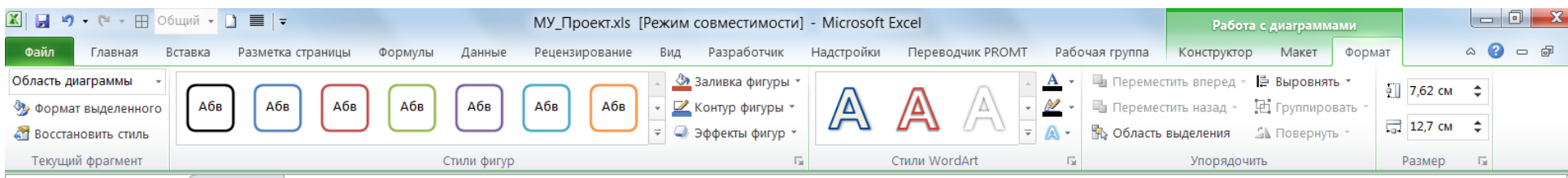


Рисунок 1.5 – Вихідні дані

## 1.2 Варіанти завдань до теми «Побудова графіка функції»

Таблиця 1.1 – Варіанти індивідуальних завдань ( $x \in [-2, 2]$ )

Варі-ант	Функція	Варі-ант	Функція
1	2	3	4
1	$y = \sin(x) \cdot e^{-2x}$	16	$y = \sin(x) \sqrt[3]{e^{\operatorname{tg}(x)}}$
2	$y = \frac{2+3x}{1+x+x^2}$	17	$y = \ln \left  \frac{\sqrt[3]{\sin(x+3)}}{\sqrt[5]{\operatorname{tg}(x+3)}} \right $
3	$y = \frac{1+x^2}{1+2x^2}$	18	$y = \sqrt{\frac{e^x + e^{2x}}{2 + \sin(x)}}$
4	$y = \frac{1+x}{1 + \sqrt{2+x+x^2}}$	19	$y = \frac{2^{\pi x}}{\operatorname{arccctg}(\sqrt{x})}$
5	$y = \frac{2 + \sin^2(x)}{1 + x^2}$	20	$y = \frac{1+x}{1 + \sqrt{ x e^{-x} +  \sin(x) }}$
6	$y = \left[ 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} \right] \operatorname{tg}(e^{\pi x})$	21	$y = \pi^4 \sin(2\pi x) \cos \left[ \frac{x^2}{(x+1)^2} \right]$
7	$y = \frac{1 + xe^{-x}}{2 + \sqrt{x^2 + \sin^2(x)}}$	22	$y = \left[ \sqrt{e^{2\sin(x)} e^{\pi x}} + 3 x^3  \right]$
8	$y = \frac{1 + \cos(x)}{1 + e^{2x}}$	23	$y = \sin^3(3x) + \operatorname{tg}^2(3x)$
9	$y = \sqrt[3]{e^x \operatorname{tg}(e^x)}$	24	$y = \log_{\pi}(e^{\lg(x+3)})$
10	$y = \frac{1 + xe^{-x}}{2 + x^2}$	25	$y = \sqrt{\left  \frac{x^2 + 2x + 3}{e^{x^2 + 2x + 3}} \right }$
11	$y =  \operatorname{arctg} x  \sqrt{\frac{e^{\pi}}{\pi^2}}$	26	$y = \sqrt{2}\pi x - 10 \tan(2 \sin(x))$
12	$y = \sqrt[4]{1 + e^{3x}}$	27	$y = 10^{\ln(2+x)} + \ln^{10}(2+x)$
13	$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	28	$y =  \operatorname{ctg} x^2 -  x  \cos  3x - \pi $

Продовження таблиці 1.1

1	2	3	4
14	$y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \cos(x)$	29	$y = \sin(e^{\sqrt{x}}) + x^{2\text{ctg}(x)}$
15	$y = \frac{1 + x^2}{1 + 2x^2}$	30	$y = \sqrt[4]{1 + \sqrt[3]{1 + \sqrt{1 + x}}}$

### 1.3 Побудова графіка функції з двома й трьома умовами

Приклад 2. Побудувати графік кусково-аналітичної функції (2 області) при  $x \in [0, 1]$ :

$$y = \begin{cases} \frac{1 + |0.2 - x|}{1 + x + x^2}, & x < 0,5 \\ x^{1/3}, & x \geq 0,5 \end{cases}$$

Розв'язання. Цей графік будується так само, як і в першій вправі, за одним винятком – у комірку B1 вводиться формула:

=ЕСЛИ(A1<0.5;(1+ABS(0.2-A1))/(1+A1+A1^2);A1^(1/3))

Синтаксис логічної функції «ЕСЛИ»:

ЕСЛИ (лог\_вираз; значення\_якщо\_істина; значення\_якщо\_хибність)

Функція «ЕСЛИ» повертає значення\_якщо\_істина, якщо лог\_вираз має значення «ІСТИНА», і значення\_якщо\_хибність – якщо лог\_вираз має значення «ХИБНІСТЬ».

Приклад 3. Побудувати графік кусково-аналітичної функції (3 області) при  $x \in [0, 1]$ :

$$y = \begin{cases} 1 + \ln(1 + x), & x < 0,2 \\ \frac{1 + x^{1/2}}{1 + x}, & x \in [0, 2; 0, 8] \\ 2e^{-2x}, & x > 0,8 \end{cases}$$

Розв'язання. Графік будується так само, як і в пункті 2.1, тільки в комірку B1 вводиться формула:

=ЕСЛИ (A1<0,2; 1+LN(1+A1); ЕСЛИ(И(A1>=0,2; A1<0,8); (1+A1^(1/2))/(1+A1);2\*EXP(-2\*A1))).

### 1.4 Варіанти завдань до теми «Побудова графіка функції з двома й трьома умовами»

Побудувати графік кусково-аналітичної функції (2 області) при  $x \in [-2, 2]$ .

Таблиця 1.2 – Варіанти індивідуальних завдань

Варі-ант	Функція	Варі-ант	Функція
1	2	3	4
1	$g = \begin{cases} \frac{1+x^2}{\sqrt{1+x^4}}, x \leq 0 \\ 2x + \frac{\sin^2(x)}{2+x}, x > 0 \end{cases}$	16	$g = \begin{cases} \sqrt{1+2x^2 - \sin^2(x)}, x \leq 0 \\ \frac{2+x}{\sqrt[3]{2+e^{-0,1x}}} \end{cases}$
2	$g = \begin{cases} 3\sin(x) - \cos^2(x), x \leq 0 \\ 3\sqrt{1+x^2}, x > 0 \end{cases}$	17	$g = \begin{cases} \sqrt{1+x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{1+\sqrt[3]{1+e^{-0,2x}}}, x > 0 \end{cases}$
3	$g = \begin{cases} \frac{3x^2}{1+x^2}, x \leq 0 \\ \sqrt{1+\frac{2x}{1+x^2}}, x > 0 \end{cases}$	18	$g = \begin{cases} \sqrt{1+ x }, x \leq 0 \\ \frac{1+3x}{2+\sqrt[3]{1+x}}, x > 0 \end{cases}$
4	$g = \begin{cases} \frac{3+\sin^2(2x)}{1+\cos^2(x)}, x \leq 0 \\ 2\sqrt{1+2x}, x > 0 \end{cases}$	19	$g = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+ x }}{2+ x }, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{2+\cos^3(x)}, x > 0 \end{cases}$
5	$g = \begin{cases} \frac{3+\sin(x)}{1+x^2}, x \leq 0 \\ 2x^2 \cos^2(x), x > 0 \end{cases}$	20	$g = \begin{cases} \sqrt[3]{1+x^2}, x \leq 0 \\ \sin^2(x) + \frac{1+x}{1+\cos^2(x)}, x > 0 \end{cases}$

## Продовження таблиці 1.2

1	2	3	4
6	$y = \begin{cases}  x+3 ^{\sin(x)}, & x < 0 \\ \sin^x(x), & x \geq 0 \end{cases}$	21	$y = \begin{cases} \sqrt{\left x + \frac{\pi x}{\cos(x)+2}\right }, & x < 0 \\ e^x \operatorname{arctg}(\ln(3+x)), & x \geq 0 \end{cases}$
7	$y = \begin{cases} e^x \sin(x), & x < 0 \\ x + x^{2x}, & x \geq 0 \end{cases}$	22	$y = \begin{cases} e^x + e^{-x}, & x < 0 \\ e^x - e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$
8	$y = \begin{cases} \frac{ x ^{\pi+e}}{\pi+e}, & x < 0 \\ \pi^2 + \sin(2x), & x \geq 0 \end{cases}$	23	$y = \begin{cases} \sin(x^2), & x < 0 \\ \cos(x^2), & x \geq 0 \end{cases}$
9	$y = \begin{cases} \ln(10+x^2), & x < 0 \\ \frac{2x^2+3x+5}{\sqrt{3x+5}}, & x \geq 0 \end{cases}$	24	$y = \begin{cases} \frac{\sin(e^x)}{x+10}, & x < 0 \\ \frac{\sqrt[3]{x^3+\pi x}}{e^x}, & x \geq 0 \end{cases}$
10	$y = \begin{cases} \sqrt{\frac{x^4+x^2e^x}{5+6x}}, & x < 0 \\ \operatorname{arctg}(4x+\sin(x)), & x \geq 0 \end{cases}$	25	$y = \begin{cases} \sqrt{ \sin(x)+\cos^2(x) }, & x \leq 0 \\ \frac{e^x + \operatorname{arctg}(e^x)}{e^{\operatorname{arctg}(x)}}, & x > 0 \end{cases}$
11	$y = \begin{cases} \sin(2^{\ln(x^2)})/10, & x < 0 \\ \frac{\arcsin(2x/e^x)}{\sqrt{x+1}}, & x \geq 0 \end{cases}$	26	$y = \begin{cases} \frac{x^{1/2} + x^{3/2}}{e^{x^{1/2}+x^{3/2}}}, & x \geq 0 \\ \sqrt{\frac{x+e^{-x}}{\pi x^2 + \sin(-x)}}, & x < 0 \end{cases}$
12	$y = \begin{cases} \ln \operatorname{arctg}(x) , & x < 0 \\ e^{2x} \frac{\operatorname{arctg}(1+x)}{1+ \arccos(x/2) }, & x \geq 0 \end{cases}$	27	$y = \begin{cases} e^{\sin(x)} \log_{\pi^2}(x+10), & x < 0 \\ \frac{\sqrt{x^3 + \arccos(e^{\sin(x)}/10)}}{\pi^2 + e^2}, & x \geq 0 \end{cases}$
13	$y = \begin{cases} \sin(\cos(x)) + 1, & x < 0 \\ \operatorname{tg}^2(x^3) + e^{4\pi}, & x \geq 0 \end{cases}$	28	$y = \begin{cases} x + \operatorname{arctg}(\sin^2(x)), & x < 0 \\  \sin(2x) ^e + \ln(x+\pi), & x \geq 0 \end{cases}$

Продовження таблиці 1.2

1	2	3	4
14	$y = \begin{cases} \sin^3 \frac{x+\pi}{x-e}, & x < 0 \\ \frac{(x+\pi)^{3\sin(x)}}{50}, & x \geq 0 \end{cases}$	29	$y = \begin{cases} \frac{xe^x +  x \sin(x^2)}{ \operatorname{ctg}(x)  + \pi}, & x < 0 \\ \frac{\cos(e^x)}{x^3 + x^2 + 1}, & x \geq 0 \end{cases}$
15	$y = \begin{cases} x^2 + \frac{\cos(x)}{\arccos(x/\pi)}, & x < 0 \\ \operatorname{tg}^{\cos(\operatorname{tg}(x))}(\arcsin(x/2)), & x \geq 0 \end{cases}$	30	$y = \begin{cases} \operatorname{arcctg}(x+10\pi), & x < 0 \\ \frac{x+e^x}{e^{-x}+x}, & x \geq 0 \end{cases}$

Побудувати графік кусково-аналітичної функції (3 області) при  $x \in [-2, 2]$ .

Таблиця 1.3 – Варіанти індивідуальних завдань

Варіант	Функція	Варіант	Функція
1	2	3	4
1	$z = \begin{cases} \frac{1+ x }{\sqrt[3]{1+x+x^2}}, & x \leq -1 \\ 2\ln(1+x^2), & x \in (-1,0) \\ \sqrt[5]{1+x^3}, & x \geq 0 \end{cases}$	16	$z = \begin{cases} 3x + \sqrt{1+x^2}, & x < 0 \\ 2\cos(x)e^{-2x}, & x \in [0,1] \\ 2\sin(3x), & x > 1 \end{cases}$
2	$z = \begin{cases} \frac{1+x}{\sqrt[3]{1+x^2}}, & x \leq 0 \\ -x + 2e^{-2x}, & x \in (0,1) \\  2-x ^{1/3}, & x \geq 1 \end{cases}$	17	$z = \begin{cases} \sqrt{1 + \frac{x^2}{1+x^2}}, & x < 0 \\ 2\cos^2(x), & x \in [0,1] \\ \sqrt{1 +  2\sin(3x) ^{1/3}}, & x > 1 \end{cases}$



Продовження таблиці 1.3

1	2	3	4
3	$z = \begin{cases} \frac{1+x}{1+\sqrt{2+x+x^2}}, x < 0 \\ \sqrt{1+\frac{2x}{1+x^2}}, x \in [0,1) \\ 2 0.5 + \sin(x) , x \geq 1 \end{cases}$	18	$z = \begin{cases} \frac{1+2x}{1+x^2}, x < 0 \\ \sin^2(x)\sqrt{1+x}, x \in [0,1) \\ \sin^2(x)e^{0.2x}, x \geq 1 \end{cases}$
4	$z = \begin{cases} 1+\frac{3+x}{1+x^2}, x < 0 \\ \sqrt{1+(1-x^2)}, x \in [0,1) \\ \frac{1+x}{1+\cos^2(x)}, x \geq 1 \end{cases}$	19	$z = \begin{cases} \frac{ x }{1+x^2} e^{-2x}, x < 0 \\ \sqrt{1+x^2}, x \in [0,1) \\ \frac{1+\sin(x)}{1+x} + 3x, x \geq 1 \end{cases}$
5	$z = \begin{cases}  x ^{1/3}, x < 0 \\ -2x + \frac{x}{1+x}, x \in [0,1) \\ \frac{ 3-x }{1+x}, x > 1 \end{cases}$	20	$z = \begin{cases} \frac{1+x}{1+x^2}, x < 0 \\ \sqrt{1+\frac{x}{1+x}}, x \in [0,1) \\ 2 \sin(3x) , x \geq 1 \end{cases}$
6	$z = \begin{cases} \pi + \frac{x^2}{3+x}, x < 0 \\ \operatorname{arccctg} \frac{x+1}{x^2+1}, x \in [0,1) \\ \sqrt[3]{\frac{\operatorname{tg}(x)}{e^x}}, x \geq 1 \end{cases}$	21	$z = \begin{cases} \sin(e^x) \frac{x+1}{x^2+2}, x < 0 \\ (1-x)^2 + \frac{(1-x)^3}{3+3\cos(3x)}, x \in [0,1) \\ x - \frac{(1-x^3)}{1+x^2}, x > 1 \end{cases}$
7	$z = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[5]{x-1+\pi}}, x < 0 \\ \sin(\sqrt{1-x^2}), x \in [0,1) \\ \lg \arccos(x/10) , x > 1 \end{cases}$	22	$z = \begin{cases} \sin(x) \frac{x^2+20}{\operatorname{ch}(x)}, x < 0 \\ \operatorname{sh}(x^2+1)\sqrt{x+1}, x \in [0,1) \\ \frac{x^2 +  1-20x^3 }{10x + \pi(x^2-1)}, x > 1 \end{cases}$

Продовження таблиці 1.3

1	2	3	4
8	$z = \begin{cases} \pi^x \cos(\operatorname{tg}(x)), & x < 0 \\ 2\operatorname{arctg}(x^2), & x \in [0,1] \\ \sin(3e^{\pi x}), & x > 1 \end{cases}$	23	$z = \begin{cases} \frac{1-x}{1+x^2} \cos(1+x), & x < 0 \\ e^x \ln \frac{x+1}{ 2-x }, & x \in [0,1] \\ \frac{x+1}{1-x^{\cos(x)}} \operatorname{tg}(x), & x > 1 \end{cases}$
9	$z = \begin{cases} \operatorname{ch}(x^2) - \operatorname{sh}(x), & x < 0 \\ \operatorname{ch}(x^2) + \operatorname{sh}(x), & x \in [0,1] \\ \operatorname{ch}(x^2) \operatorname{sh}(x), & x > 1 \end{cases}$	24	$z = \begin{cases} \sin(x^2 + 1) \cos(x), & x < 0 \\ \cos \frac{e^x}{1+x^2}, & x \in [0,1] \\ e^x \sin(x) \frac{1+x}{x}, & x > 1 \end{cases}$
10	$z = \begin{cases} \frac{\sin(10!)}{\operatorname{arcsin}(x/2)}, & x < 0 \\ \sqrt{ 2x^2 - 3x + 4 }, & x \in [0,1] \\ \frac{2\operatorname{arctg}(\lg x)}{\operatorname{arctg}(\lg(x))}, & x > 1 \end{cases}$	25	$z = \begin{cases} x\sqrt[3]{1+x^2}, & x < 0 \\ \frac{x}{1+x^2} e^{\cos(x)}, & x \in [0,1] \\ \cos(x) \frac{x^2 + x^3}{\lg(\pi x)}, & x > 1 \end{cases}$
11	$z = \begin{cases} \sqrt{\frac{\sqrt{x+10}}{10x^2}}, & x < 0 \\ e^x \cos(e^x), & x \in [0,1] \\ \frac{\operatorname{arctg}(x+5)}{e^{x+5}}, & x > 1 \end{cases}$	26	$z = \begin{cases} \sin(1-x^2) \cos(x), & x < 0 \\ e^x \sin(x) \frac{1+x}{\cos(x^3)}, & x \in [0,1] \\ 0, & x > 1 \end{cases}$
12	$z = \begin{cases} e^{\cos(x)} \frac{x+1}{\sqrt{x+3}}, & x < 0 \\ \sqrt[5]{x^2 + x^3}, & x \in [0,1] \\ 1+x^2 - \frac{x+1}{10x}, & x > 1 \end{cases}$	27	$z = \begin{cases} x \cos(x) + x^2 \sin(x^2), & x < 0 \\ \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1}}{\cos(x)}, & x \in [0,1] \\ \sqrt{\frac{(1-x)^2 + e^x}{\lg x }}, & x > 1 \end{cases}$

Продовження таблиці 1.3

1	2	3	4
13	$z = \begin{cases} \frac{x}{3+x^2}(1+x^3), & x < 0 \\ \frac{\sin(2x)}{x^2+1}, & x \in [0,1] \\ x + \frac{\sqrt{x+x^2}}{1+x^3}, & x > 1 \end{cases}$	28	$z = \begin{cases} \frac{0.5x+0.75x^2}{1+ \pi-x^2 }, & x < 0 \\ \cos(x)e^x\sqrt{1+x^2}, & x \in [0,1] \\ \frac{\sqrt{1+x^2}}{e^{2x}}, & x > 1 \end{cases}$
14	$z = \begin{cases} 1 - \left[ 3\sqrt{\frac{x+10}{ x-10 }} \right]^2, & x < 0 \\ \sin(x/(1+x)), & x \in [0,1] \\ \frac{\sqrt{ (x-1)(x-2) }}{x}, & x > 1 \end{cases}$	29	$z = \begin{cases} x\sqrt{\cos(3x)+2}, & x < 0 \\ x^2/(1+x)e^x, & x \in [0,1] \\ \pi, & x > 1 \end{cases}$
15	$z = \begin{cases} \arcsin \frac{x}{\sqrt{\pi^2-x}}, & x < 0 \\ \pi \log(10-x), & x \in [0,1] \\ \frac{x^2+x^3}{\sin(x)}, & x > 1 \end{cases}$	30.	$z = \begin{cases} \ln \left  \frac{1}{3+x} \right , & x < 0 \\ x + \frac{1+x^2}{\cos(x)}, & x \in [0,1] \\ 2\text{arcctg}(1-x^{-0.2}), & x > 1 \end{cases}$

### 1.5 Побудова двох графіків у одній системі координат

Приклад. Побудувати в одній системі координат при  $x \in [0,3]$  графіки наступних двох функцій:

$$y = 2 \sin(x)$$

$$z = 3 \cos(2x) - \sin(x)$$

Розв'язання. У діапазон комірок A2:A17 вводимо значення змінної  $x$  від 0 до 3 із кроком 0,2. У комірки B2 і C2 вводимо формули:

$$=2*\text{SIN}(A2)$$

$$=3*\text{COS}(2*A2)-\text{SIN}(A2)$$

Виділимо діапазон B2:C2, встановимо показник миші на маркері заповнення цього діапазону й протягнемо його вниз так, щоб заповнити діапазон B2:C17. Робочий лист після цього повинен мати вигляд, як на рис. 1.6.

	A	B	C
1	X	Y	Z
2	0	0,0000	3,0000
3	0,4	0,7788	1,7007
4	0,4	0,7788	1,7007
5	0,6	1,1293	0,5224
6	0,8	1,4347	-0,8050
7	1	1,6829	-2,0899
8	1,2	1,8641	-3,1442
9	1,4	1,9709	-3,8121
10	1,6	1,9991	-3,9945
11	1,8	1,9477	-3,6641
12	2	1,8186	-2,8702
13	2,2	1,6170	-1,7305
14	2,4	1,3509	-0,4130
15	2,6	1,0310	0,8900
16	2,8	0,6700	1,9917
17	3	0,2822	2,7394

Рисунок 1.6 – Робочий лист

Для побудови графіка функції виділимо діапазон комірок A2:C17, що містить таблицю значень функції та її аргументу, і за допомогою команди: вкладка «Вставка» → «Точечная» будемо базову діаграму.

Вид графіка показано на рисунку 1.7.

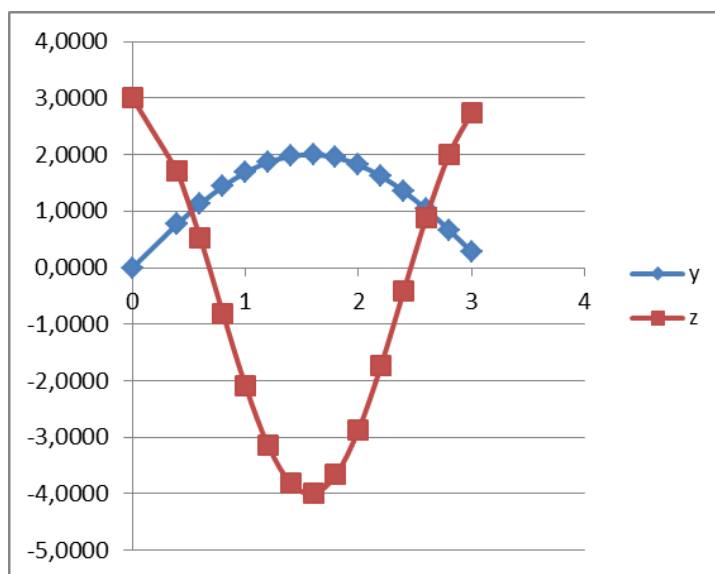


Рисунок 1.7 – Два графіка в одній системі координат

Графік, зовнішній вигляд якого ми хочемо змінити, виділяється й за допомогою групи вкладок «Работа с диаграммами» (рис. 1.2), дозволяє змінювати тип, товщину й колір ліній, а також тип, колір і тіло маркера.

### 1.6 Варіанти завдань до теми «Побудова двох графіків у одній системі координат»

Побудувати в одній системі координат при  $x \in [-2, 2]$ . графіки двох функцій

Таблиця 1.4 – Варіанти індивідуальних завдань

Варіанти	Функція	Варіанти	Функція
1	2	3	4
1	$y = 2 \sin(x) \cos(x)$ $z = 3 \cos^2(2x) \sin(x)$	16	$y = 3 \sin(3\pi x) \cos(2\pi x)$ $z = \cos^3(4\pi x) \sin(\pi x)$
2	$y = 2 \sin(\pi x) - 3 \cos(\pi x)$ $z = \cos^2(2\pi x) - 2 \sin(\pi x)$	17	$y = 2 \sin(2\pi x) \cos(4\pi x)$ $z = \cos^2(3\pi x) - \cos(\pi x) \sin(\pi x)$
3	$y = 5 \sin(5x) - \cos(3\pi x) \sin(\pi x)$ $z = \cos(2\pi x) - 2 \sin^3(\pi x)$	18	$y = \sin(3\pi x) + 2 \sin(2\pi x) \cos(3\pi x)$ $z = \cos(\pi x) - \cos(3\pi x) \sin^2(\pi x)$
4	$y = 3 \sin(2\pi x) \cos(\pi x) - \cos^2(3\pi x)$ $z = 2 \cos^2(2\pi x) - 3 \sin(3\pi x)$	19	$y = \cos(3\pi x) \sin(\pi x) + 2 \sin(3\pi x)$ $z = \cos^2(\pi x) - \cos(3\pi x)$
5	$y = 2 \sin(\pi x) \cos(\pi x)$ $z = \cos^2(\pi x) \sin(3\pi x)$	20	$y = 2 \sin(2\pi x) \cos(\pi x) + \sin(3\pi x)$ $z = \cos(2\pi x) \sin^2(\pi x) - \cos(4\pi x)$
6	$y = \sin^2(2x) - \operatorname{tg}(x/2)$ $z = \operatorname{arccctg}(\sin(x)) \cos(x^2)$	21	$y = \sin(x^2 - \pi x) + \operatorname{arcsin}(\pi^2 x)$ $z = \operatorname{arccctg}(e^{\pi x}) \cos(\pi^2 x)$
7.	$y = \cos(\operatorname{arctg}(x)) e^x$ $z = \sin(2x) \cos(3x + 1)$	22	$y = \sin(\operatorname{sh}(\pi x)) \cos^2(\pi^3 x^3)$ $z = \cos^2(x) \sin(\pi x - \sqrt{ x })$
8	$y = \operatorname{ch}(\sin(x)) + \operatorname{sh}(\cos(x))$ $z = \cos(x^2 + \sin(x))$	23	$y = \operatorname{ch}(\operatorname{sh}(\pi x)) - \operatorname{arccctg}(\pi x)$ $z = x^x - \cos^2(\pi x) \sin(2x)$

Продовження таблиці 1.4

1	2	3	4
9	$y = \cos^2(x) + \sin(2x + 1)$ $z = e^x \cos(x) + e^{-x} \sin(x)$	24	$y = e^{\cos(\pi x)} \cos(\sin(\pi x))$ $z = \cos^2(\pi x) \operatorname{arccotg}(\pi x)$
10	$y = \cos(x - \arccos(2x))$ $z = \sin(x) \cos(2x) + \sin(3x) \cos(4x)$	25	$y = \log( x  + 1) - \arccos(x/2)$ $z = \pi x^2 \cos(\pi x) \sin^2(\pi^2 - x^2)$
11	$y = \cos(x) \sin^3(3x)$ $z = \sin^2(x) \cos^3(3x)$	26	$y = \operatorname{arctg}(\cos(\pi x) - x^2)$ $z = \log x^3 + \pi^2  \cos(e^x)$
12	$y = \arccos(\sin(e^x))$ $z = \pi x \sin(\pi x) + \cos^2(\pi x)$	27	$y = \operatorname{sh}^2(2x) + \operatorname{ch}^2(2x) - 1$ $z = \operatorname{sh}(2x) \operatorname{ch}(\pi x) + \sqrt{e^x}$
13	$y = \cos(\operatorname{tg}(1 - \pi^2 x^2))$ $z = \sin(e^x) \cos(\pi x^3)$	28	$y = \cos(e^x - \pi^2) \sin(\pi x)$ $z = \pi \cos(\pi x) - x^2 \log \pi + x $
14	$y = \operatorname{tg}(\frac{x}{\pi}) \cos(2\pi x) - x^2$ $z = \pi x^2 - \sin^2(\pi x) \cos(2\pi x)$	29	$y = \operatorname{tg}(2x) \cos(x) + \operatorname{ctg}(\pi^2 x)$ $z = \arccos(x/2) + \arcsin^2(x/2)$
15	$y = (\operatorname{tg}^2(\frac{x}{4\pi})) e^x - \sin(x)$ $z = x^3 - \pi^2 \cos(\arcsin(\pi x))$	30	$y = \operatorname{ctg}(e^x / 10) e^x + (1 - x^2)$ $z = \operatorname{tg}^2(x/5) e^x + x^2 \sin(\pi x)$

## 1.7 Побудова поверхонь

Приклад 5. Побудувати поверхню  $z = x^2 - y^2$  при  $x \in [-1, 1]$ ,  $y \in [-1, 1]$ .

Розв'язання. У діапазон комірок B1:L1 введемо послідовність значень: -1; -0,8;...1 змінної  $x$ , а в діапазон комірок A2:A12 – послідовність значень: -1; -0,8;...1 змінної  $y$ . У комірку B2 введемо формулу:

$$=B\$1^2-\$A2^2$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		-1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
2	-1	0,000	-0,360	-0,640	-0,840	-0,960	-1,000	-0,960	-0,840	-0,640	-0,360	0,000
3	-0,8	0,360	0,000	-0,280	-0,480	-0,600	-0,640	-0,600	-0,480	-0,280	0,000	0,360
4	-0,6	0,640	0,280	0,000	-0,200	-0,320	-0,360	-0,320	-0,200	0,000	0,280	0,640
5	-0,4	0,840	0,480	0,200	0,000	-0,120	-0,160	-0,120	0,000	0,200	0,480	0,840
6	-0,2	0,960	0,600	0,320	0,120	0,000	-0,040	0,000	0,120	0,320	0,600	0,960
7	0	1,000	0,640	0,360	0,160	0,040	0,000	0,040	0,160	0,360	0,640	1,000
8	0,2	0,960	0,600	0,320	0,120	0,000	-0,040	0,000	0,120	0,320	0,600	0,960
9	0,4	0,840	0,480	0,200	0,000	-0,120	-0,160	-0,120	0,000	0,200	0,480	0,840
10	0,6	0,640	0,280	0,000	-0,200	-0,320	-0,360	-0,320	-0,200	0,000	0,280	0,640
11	0,8	0,360	0,000	-0,280	-0,480	-0,600	-0,640	-0,600	-0,480	-0,280	0,000	0,360
12	1	0,000	-0,360	-0,640	-0,840	-0,960	-1,000	-0,960	-0,840	-0,640	-0,360	0,000

Рисунок 1.8 – Робочий лист

Після цього потрібно протягнути її на діапазон В2:В12. Потім виділяємо отриманий стовпець В2:В12 і протягнемо його праворуч, заповнюючи діапазон В2:Л12. Лист Excel буде мати вигляд, як на рис. 1.5.

Для того, щоб побудувати поверхню по отриманим даним, необхідно виділити діапазон В2:Л12 і за допомогою команди: вкладка «Вставка» → «Точечная» побудувати базову діаграму; відформатувати її згідно з вимогами. Отримана поверхня показана на рисунку 1.9.

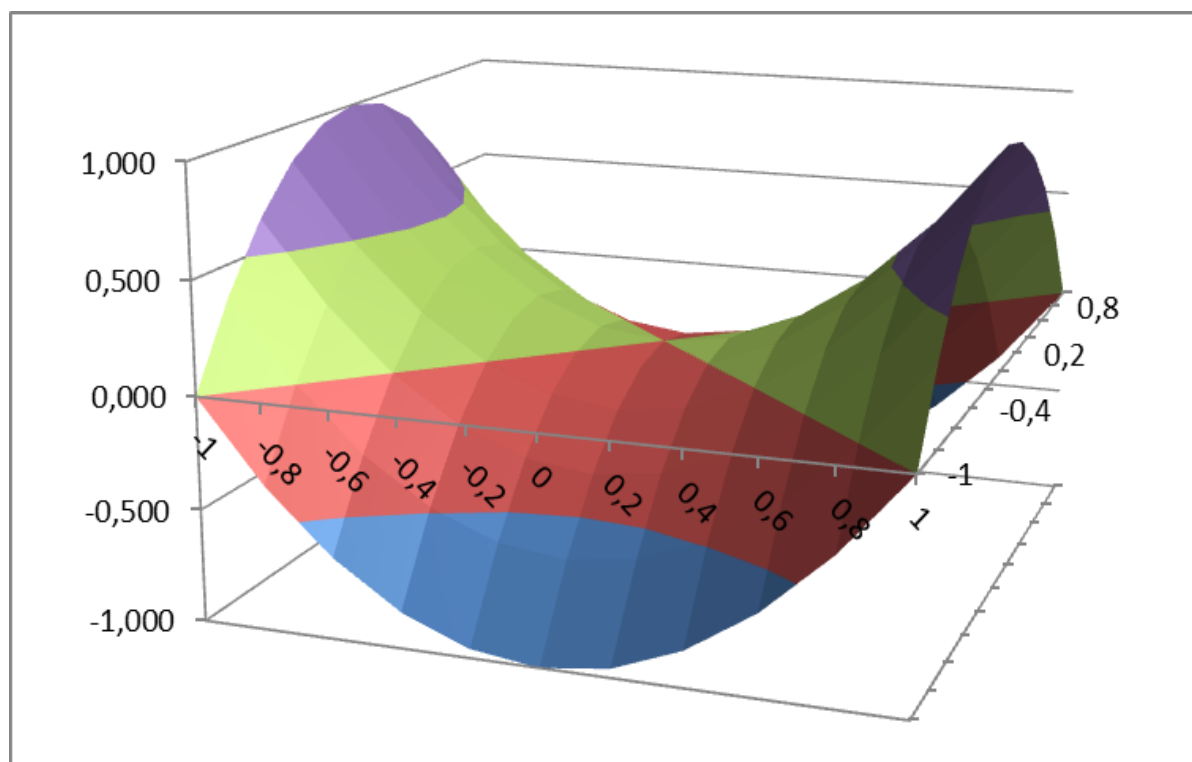


Рисунок 1.9 – Поверхня

## 1.8 Варіанти завдань до теми «Побудова поверхонь»

Побудувати задану поверхню при  $x \in [-1, 1]$ ,  $y \in [-1, 1]$ .

Таблиця 1.5 – Варіанти індивідуальних завдань

Варіанти	Рівняння поверхні	Варіанти	Рівняння поверхні
1	2	3	4
1	$z = x^2 - 2y^2$	2	$z = 2e^{0,2x}x^2 - 2y^4$
3	$z = 3x^2 - 2\sin^2(y)y^2$	4	$z = 2e^{0,2x}x^2 - 2y^4$
5	$z = 5x^2 \cos^2(y) - 2y^2 e^y$	6	$z = \begin{cases} x^2 - 3y^3, & x^2 + y^2 \leq 1 \\ 3x^2 - y^3, & x^2 + y^2 > 1 \end{cases}$
7	$z = \begin{cases} 2x^2 - e^y, &  x + y  < 0,5 \\ xe^{2x} - y, & 0,5 \leq  x + y  < 1 \\ 2e^x - ye^y, & 1 \leq  x + y  \end{cases}$	8	$z = \begin{cases} x - e^{2y}, &  x  +  y  < 0,5 \\ 2x^2 - e^y, & 0,5 \leq  x  +  y  < 1 \\ e^{2x} - y, & 1 \leq  x  +  y  \end{cases}$
9	$z = 2x^2 \cos^2(x) - 2y^2$	10	$z = 3x^2 \sin^2(x) - 5e^{2y}y$
11	$z = (x+2)^{-1} + (y+2)^{-1}$	12	$z = x^3 - y^2 + 5xy$
13	$z = x^2 \cos(x) + y^2 \sin(x)$	14	$z = x \cos(y) + y \cos(x)$
15	$z = e^{-x} \cos(x) + \operatorname{tg}(y^2 / 3)$	16	$z = x^2 \operatorname{sh}(\cos(x)) + e^{xy}$
17	$z = x^2 e^x + y^3 e^{-y}$	18	$z = \operatorname{ch}(\operatorname{sh}(x)) + \pi x^2$
19	$z = \sqrt{x^2 + y^2} \sin(x)$	20	$z = 5x^2 \log( \operatorname{tg}(y)  + 1)$
21	$z = \cos(x^2 + y^2) \log xy $	22	$z = y^{\cos(x)} + \cos^x(y)$
23	$z = \operatorname{sh}^2(x) + \operatorname{ch}^2(y)$	24	$z =  y ^{\cos(x)} +  \cos(y) ^x$
25	$z = e^{xy} \cos(1 - x^2 y^2)$	26	$z = \cos(y^2) + \sin^2(x)$
27	$z = y^2 \arccos(1 - x^2)$	28	$z = (\pi^x +  y ^\pi) \cos(\pi x)$
29	$z = x^2 e^y (\cos(y) + \sin(x))$	30	$z = e^{e+y} \cos(xy) + x^2 \sin(y^2)$



## 1.9 Знаходження коренів рівняння

Приклад 6. Знайти всі корені рівняння

$$x^3 - 0,01x^2 - 0,7044x + 0,139104 = 0$$

Розв'язання. Відомо, що поліном третього ступеня має не більш трьох різних дійсних коренів. Для того, щоб знайти дійсні корені алгебраїчного рівняння, спочатку їх потрібно локалізувати. З цією метою належить побудувати графік функції або її протабулювати. Протабулюємо наш поліном і побудуємо його графік на відрізку  $x \in [-1, 1]$ , із кроком 0,2. Для цього у діапазоні A2:A12 занесемо значення змінної  $x$ : -1; -0,8 ... 1. Потім у комірку B2 записуємо формулу:

$$=A2^3-0,01*A2^2-0,7044*A2+0,139104$$

Протягнемо її на діапазон B2:B12. По отриманим даним побудуємо точковий графік. Таблиця та графік наведені на рисунку 1.10.

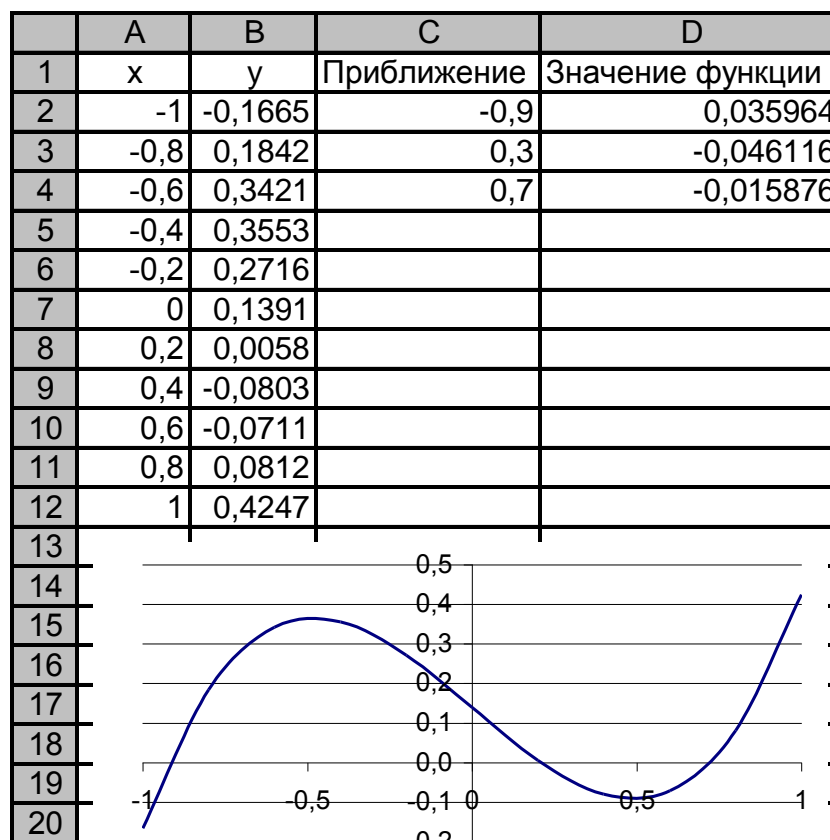


Рисунок 1.10 – Таблиця та графік коренів рівняння

З графіка видно, що крива перетинає вісь  $x$  у трьох точках, виходить, ми локалізували всі три корені. Як початкові наближення до коренів можна взяти будь-які точки з відрізків локалізації коренів. Візьмемо, наприклад, точки -0,9; 0,3; 0,7 і введемо їх у діапазон C2:C4. У комірку D2 введемо формулу:

$$=C2^3-0,01*C2^2-0,7044*C2+0,139104$$

Виділимо цю комірку й за допомогою маркера заповнення протягнемо введену в неї формулу на діапазон D2:D4. Таким чином, у комірках D2:D4 обчислюються значення полінома при значеннях аргументу, введеного в комірки C2:C4, відповідно. Знайдемо корені полінома за допомогою команди: вкладка «Данные→Анализ «что если»→Подбор параметра...». Відносна похибка обчислень і граничне число ітерацій задаються на вкладці «Файл → Параметры → Формулы». Задамо відносну похибку й граничне число ітерацій 0,00001 і 1000, відповідно.

Тепер виконаємо команду: вкладка «Данные→Анализ «что если»→Подбор параметра...», і заповнимо діалогове вікно «Подбор параметра» так, як показано на рисунку 1.10 і натискаємо кнопку Ок. Результат виконання команди показаний на рисунку 1.11. Знайдений корінь команда заносить у комірку D2. Цю же процедуру пошуку кореня повторюємо для комірок D3, C3 і D4, C4.

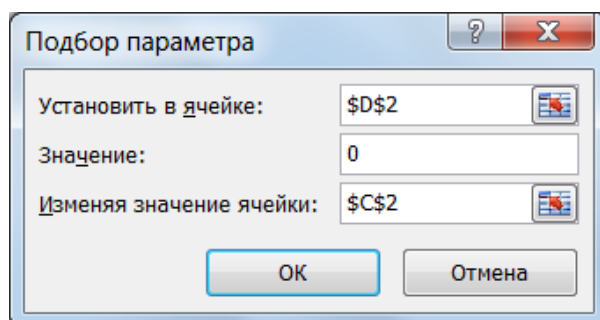


Рисунок 1.11 – Підбір параметра

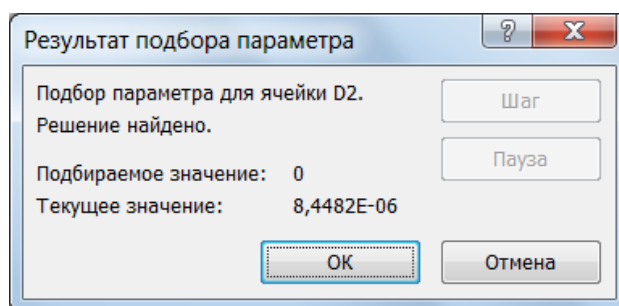


Рисунок 1.12 – Результат підбору параметра

### 1.10 Варіанти завдань до теми «Знаходження коренів рівняння»

Знайти всі дійсні корені рівняння

Таблиця 1.6 – Варіанти індивідуальних завдань

Варіант	Рівняння	Варіант	Рівняння
1	2	3	4
1	$x^3 - 2,92x^2 + 1,4355x + 0,79 = 0$	2	$x^3 - 8,96x^2 - 2,5x + 111,4 = 0$
3	$x^3 - 2,56x^2 - 1,32x + 4,39 = 0$	4	$x^3 + 5x^2 + 0,84x - 5 = 0$
5	$x^3 + 2,84x^2 - 5,60x - 14,76 = 0$	6	$x^3 + 2,89x^2 - 22,88x + 10 = 0$
7	$x^3 + 1,41x^2 - 5,47x - 7,38 = 0$	8	$x^3 - 10x^2 + 11,19x + 81,27 = 0$
9	$x^3 + 10x^2 - 2x - 100 = 0$	10	$x^3 - 3,7x^2 - 43,1x + 69,6 = 0$
11	$x^3 + x^2 - 40x + 0,016 = 0$	12	$x^3 - 4,7x^2 - 23,7x - 21,6 = 0$
13	$x^3 + 0,88x^2 - 10x - 10 = 0$	14	$x^3 + 2,8x^2 - 60,84x - 170 = 0$
15	$x^3 - 0,12x^2 - 1,47x + 0,19 = 0$	16	$x^3 + 12,9x^2 + 36,5x + 3,52 = 0$
17	$x^3 + 0,78x^2 - 2x + 0,146 = 0$	18	$x^3 + 5,4x^2 - 4x - 21,6 = 0$
19	$x^3 + 2,28x^2 - 1,93x - 3,907 = 0$	20	$x^3 + 3,7x^2 - 54x - 56,7 = 0$
21	$x^3 + 0,45x^2 - 12x + 0,125 = 0$	22	$x^3 + 16x^2 + 76x + 96 = 0$
23	$x^3 + 0,415x^2 - 5,6x - 3 = 0$	24	$x^3 + 19x^2 + 111x + 189 = 0$
25	$x^3 + 0,897x^2 - x - 0,5 = 0$	26	$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$
27	$x^3 - 6x^2 - 9x + 54 = 0$	28	$x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = 0$
29	$x^3 - 8,8x^2 - 47,19x + 359 = 0$	30	$x^3 - 5,36x^2 - 64x + 343 = 0$

## 2 РОБОТА З МАСИВАМИ

### 2.1 Операції над масивами в MS Excel

Розглянемо розв'язок наступного прикладу:  
Дано матрицю  $A$  та вектори  $B$  і  $Y$ .

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 4 & 7 \\ 4 & 6 & 8 & 7 \\ 5 & 8 & 7 & 6 \\ 5 & 6 & 8 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Розв'язати системи лінійних рівнянь  $AX = B$ ,  $A^3X = B$  і обчислити квадратичну форму  $z = Y^T A^T A^2 Y$ .

У Excel є наступні спеціальні функції для роботи з матрицями:

МОБР	Обернена матриця
МОПРЕД	Визначник матриці
МУМНОЖ	Матричний добуток двох матриць
ТРАНСП	Транспонована матриця

В усіх випадках при роботі з матрицями перед введенням формули треба виділити область на робочому листку, куди буде виведений результат обчислень. У рядку формул необхідно закінчити введення формули не як звичайно, натисканням клавіші <Enter>, а натисканням клавіш <Ctrl>+<Shift>+<Enter>. У такий спосіб ви повідомите програмі, що необхідно виконати операцію над масивом. При цьому Excel покладе формулу в рядку формул у фігурні дужки.

Знайдемо розв'язок системи лінійних рівнянь  $AX = B$ . Для розв'язання цієї задачі згадаємо, що розв'язання системи, де  $A$  – матриця коефіцієнтів,  $B$  – стовпець (вектор) вільних членів,  $X$  – стовпець (вектор) невідомих, має вигляд  $X = A^{-1}B$ , де  $A^{-1}$  – матриця, обернена відносно  $A$ .

Розіб'ємо розв'язання нашої задачі на кілька етапів:

Введемо в діапазон комірок A2:D7 елементи матриці  $A$ , а в діапазон комірок F2:F5 – елементи стовпця вільних членів  $B$ .

1. Обчислимо матрицю  $A^{-1}$ . Для цього виділимо під зворотну матрицю діапазон A7:D10 і введемо в нього наступну формулу:  
=МОБР(A2:D5)

Клацнемо мишею по рядку формул і наберемо комбінацію клавіш <Ctrl>+<Shift>+<Enter>. З'явиться наступна формула:

{=МОБР(A2:D5)}.

2. У діапазоні A7:D10 з'явиться обчислена матриця  $A^{-1}$ .

3. Результатом розв'язання задачі буде вектор (за правилом множення матриць). Для розв'язання нашої системи рівнянь виділимо під вектор рішень діапазон F7:F10 і введемо в нього наступну формулу:

{=МУМНОЖ(A7:D10;F2:F5)}

Результат наведений на рис. 2.1.

	A	B	C	D	E	F
1	A					B
2	9	5	4	7		0
3	4	6	8	7		6
4	5	8	7	6		3
5	5	6	8	7		7
6	$A^{-1}$					X
7	0,00	-1,00	0,00	1,00		1,00
8	0,01	0,30	0,35	-0,62		-1,46
9	-0,25	-1,08	-0,09	1,41		3,11
10	0,28	1,68	-0,20	-1,65		-2,03

Рисунок 2.1 – Результати розрахунків

Систему лінійних рівнянь  $A^3X = B$  розв'язуємо аналогічно. Розв'язання має вигляд  $X = (A^3)^{-1} \cdot B$ . Для того, щоб не помилитися в написанні вкладених функцій, будемо послідовно, зліва направо, перемножувати матриці. Спочатку обчислимо матрицю  $C = A^2$ , потім  $D = C \cdot A$ , потім  $F = D^{-1}$ , а розв'язок буде мати вигляд:  $X = F \cdot B$ . Схему розв'язання наведено на рис. 2.2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	A					B			
2	9	5	4	7		0			
3	4	6	8	7		6			
4	5	8	7	6		3			
5	5	6	8	7		7			
6	C					D			
7	156	149	160	171		3655	3980	4304	4292
8	135	162	176	167		3578	4057	4404	4304
9	142	165	181	175		3718	4198	4555	4460
10	144	167	180	174		3734	4206	4564	4475
11	F					X			
12	-0,13	-0,97	0,746	0,315		-1,40			
13	0,306	1,893	-0,77	-1,35		-0,39			
14	-0,37	-2,37	1,314	1,323		-1,03			
15	0,192	1,452	-1,24	-0,34		2,59			

Рисунок 2.2 – Схема розв'язання

У комірки введені наступні формули:

Діапазон комірок	Формула
A7:D10	{=МУМНОЖ(A2:D5;A2:D5)}
F7:I10	{=МУМНОЖ(A7:D10;A2:D5)}
A12:D15	{=МОБР(F7:I10)}
F12:F15	{=МУМНОЖ(A12:D15;F2:F5)}

Обчислимо квадратичну форму  $z = Y^T A^T A^2 Y$ . Розв'яжемо її за попередньою схемою. Спочатку обчислимо матриці  $Y^T$ ,  $A^T$ ,  $A^2$ , а потім перемножимо їх зліва направо:  $F = Y^T \cdot A^T$ ,  $D = F \cdot A^2$ ,  $z = D \cdot Y$ . У комірки вводимо наступні формули:

Діапазон комірок	Формула
A7:D7	{=ТРАНСП(F2:F5)}
A9:D12	{=ТРАНСП(A2:D5)}
F8:I11	{=МУМНОЖ(A2:D5;A2:D5)}
K7:N7	{=МУМНОЖ(A7:D7;A9:D12)}
K9:N9	{=МУМНОЖ(K7:N7;F8:I11)}
K12	{=МУМНОЖ(K9:N9;F2:F5)}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	A					Y								
2	9	5	4	7		2								
3	4	6	8	7		6								
4	5	8	7	6		2								
5	5	6	8	7		3								
6	Y <sup>T</sup>										F			
7	2	6	2	3		A <sup>2</sup>				77	81	90	83	
8	A <sup>T</sup>					156	149	160	171		D			
9	9	4	5	5		135	162	176	167		47679	53306	57806	56886
10	5	6	8	6		142	165	181	175					
11	4	8	7	8		144	167	180	174		z			
12	7	7	6	7							701464			

Рисунок 2.3 – Матриці

## 2.2 Варіанти завдань до теми «Робота з масивами»

Розв'язати системи лінійних рівнянь  $AX = B$ ,  $A^3X = B$  і обчислити значення  $z$ . Підрахувати розмірність  $z$ .

**Варіант 1**

$$AX = B, A^3 X = B, z = Y^T A^T A^2 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 4 & 7 \\ 4 & 6 & 8 & 7 \\ 5 & 8 & 7 & 6 \\ 5 & 6 & 8 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Варіант 6**

$$AX = B, A^3 A^T X = B, z = Y^T A^2 A^T A Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 & 4 \\ 4 & 1 & 6 & 2 \\ 8 & 3 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Варіант 2**

$$AX = B, A^2 A^T X = B, z = Y^T A^3 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 & 8 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Варіант 7**

$$AX = B, A^T A^3 X = B, z = Y^T A A^T A^2 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \\ 1 & 9 & 3 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Варіант 3**

$$AX = B, A^2 A^T X = B, z = Y^T A^T A^2 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 2 \\ 5 & 2 & 7 & 5 \\ 4 & 2 & 1 & 7 \\ 7 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Варіант 8**

$$AX = B, A A^T A^2 X = B, z = Y^T A^2 A^T A Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Варіант 4**

$$AX = B, A^2 A^T A X = B, z = Y^T A^T A A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 6 & 8 \\ 3 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Варіант 9**

$$AX = B, A^T A A^T X = B, z = Y^T A A^T A A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 2 & 7 \\ 4 & 9 & 5 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 9 \\ 1 & 5 & 6 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Варіант 5**

$$AX = B, A A^T A^2 X = B, z = Y^T A^3 A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 & 8 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Варіант 10**

$$AX = B, A^2 A^T A X = B, z = Y^T A A^T A A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Варіант 11**

$$AX = B, A^3X = B, z = Y^T A^T A^2 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 4 & 7 \\ 4 & 5 & 8 & 5 \\ 5 & 1 & 7 & 6 \\ 3 & 6 & 7 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Варіант 16**

$$AX = B, A^3 A^T X = B, z = Y^T A^2 A^T A Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 7 & 4 \\ 6 & 1 & 6 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & 9 \\ 4 & 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Варіант 12**

$$AX = B, A^2 A^T X = B, z = Y^T A^3 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 & 8 \\ 3 & 6 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 3 \\ 5 & 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Варіант 17**

$$AX = B, A^T A^3 X = B, z = Y^T A A^T A^2 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 3 & 4 \\ 2 & 6 & 2 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Варіант 13**

$$AX = B, A^2 A^T X = B, z = Y^T A^T A^2 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 5 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 7 & 1 \\ 1 & 5 & 4 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Варіант 18**

$$AX = B, A A^T A^2 X = B, z = Y^T A^2 A^T A Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 7 & 2 \\ 7 & 2 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 9 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Варіант 14**

$$AX = B, A^2 A^T A X = B, z = Y^T A^T A A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 & 4 \\ 4 & 1 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & 6 & 8 \\ 7 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

**Варіант 19**

$$AX = B, A^T A A^T X = B, z = Y^T A A^T A A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 9 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 5 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

**Варіант 15**

$$AX = B, A A^T A^2 X = B, z = Y^T A^3 A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 8 & 3 \\ 6 & 4 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Варіант 20**

$$AX = B, A^2 A^T A X = B, z = Y^T A A^T A A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & 2 \\ 5 & 7 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 6 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$



**Варіант 21**

$$AX = B, A^3 X = B, z = Y^T A^T A^2 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 & 4 \\ 8 & 7 & 6 & 4 \\ 3 & 6 & 7 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Варіант 26**

$$AX = B, A^3 A^T X = B, z = Y^T A^2 A^T A Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 8 & 1 \\ 3 & 2 & 6 & 3 \\ 5 & 3 & 7 & 9 \\ 4 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

**Варіант 22**

$$AX = B, A^2 A^T X = B, z = Y^T A^3 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 4 & 3 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 5 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 6 & 3 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$$

**Варіант 27**

$$AX = B, A^T A^3 X = B, z = Y^T A A^T A^2 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 7 & 4 & 6 \\ 3 & 9 & 5 & 4 \\ 6 & 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Варіант 23**

$$AX = B, A^2 A^T X = B, z = Y^T A^T A^2 Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 7 & 3 \\ 5 & 2 & 7 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 7 \\ 9 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix}$$

**Варіант 28**

$$AX = B, A A^T A^2 X = B, z = Y^T A^2 A^T A Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 1 & 8 \\ 1 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Варіант 24**

$$AX = B, A^2 A^T A X = B, z = Y^T A^T A A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 & 8 \\ 2 & 7 & 1 & 4 \\ 7 & 2 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

**Варіант 29**

$$AX = B, A^T A A^T X = B, z = Y^T A A^T A A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 & 4 \\ 4 & 9 & 7 & 5 \\ 2 & 3 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Варіант 25**

$$AX = B, A A^T A^2 X = B, z = Y^T A^3 A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 2 \\ 7 & 8 & 3 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Варіант 30**

$$AX = B, A^2 A^T A X = B, z = Y^T A A^T A A^T Y$$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & 4 \\ 7 & 6 & 3 & 5 \\ 8 & 3 & 2 & 6 \\ 2 & 7 & 9 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix}$$

## 3 ПОШУК РОЗВ'ЯЗКУ

### 3.1 Елементи діалогового вікна «Поиск решения»

«Поиск решения» є частиною блока задач, який іноді називають аналіз «що-як». Засіб пошуку розв'язання дає змогу знайти оптимальне значення формули у клітинці на аркуші, яка називається клітинкою результату. Ця процедура працює із групою клітинок, прямо або опосередковано зв'язаних із формулою у клітинці результату. Щоб отримати вказаний результат за формулою, яка міститься у клітинці результату, засіб змінює значення у змінних (або впливаючих) клітинках. Щоб звузити множину значень, що використовуються в моделі, застосовуються обмеження. Ці обмеження можуть посилатися на інші клітинки, які впливають на формулу.

Засіб пошуку розв'язання можна використовувати для визначення значення впливаючої клітинки, яке відповідає екстремуму залежної клітинки – наприклад, можна змінити обсяг запланованого бюджету реклами та побачити, як це вплине на проєктовану суму витрат.

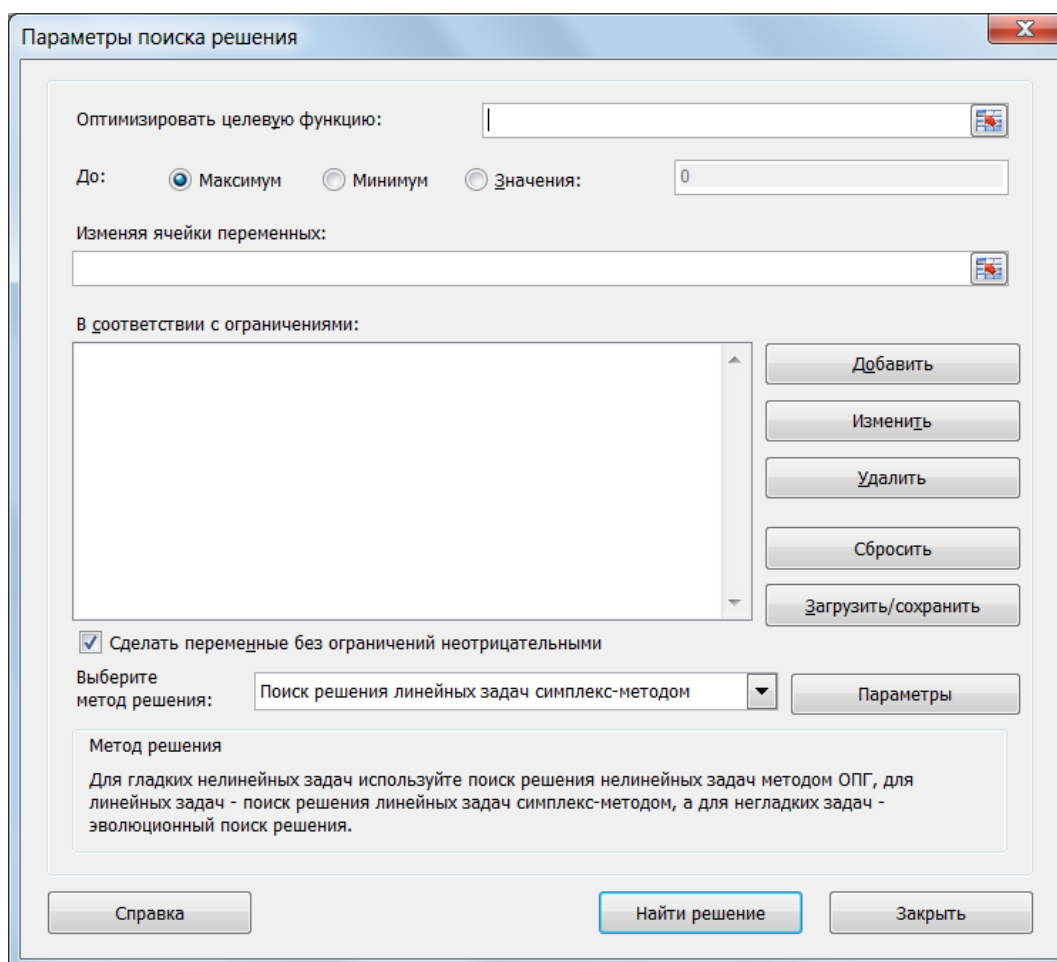


Рисунок 3.1 – Пошук рішення

Елементи діалогового вікна «Параметры» «Поиска Решения».

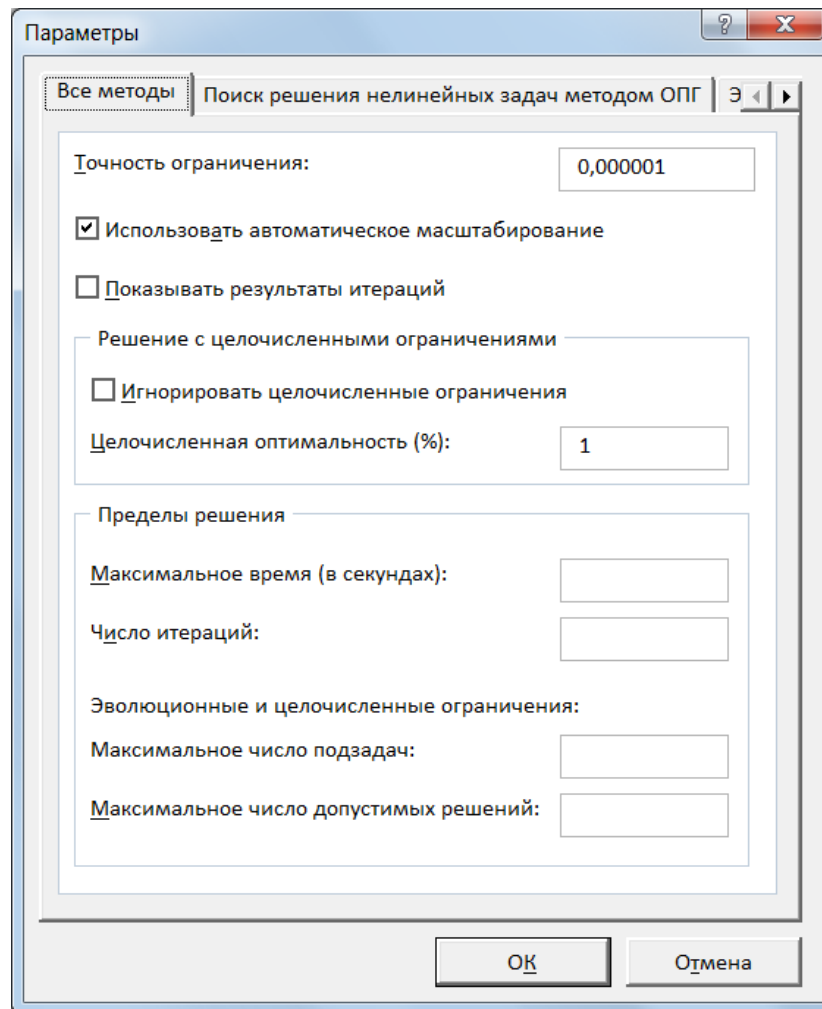


Рисунок 3.2 – Параметры пошуку рішення

Елементи діалогового вікна «Добавление ограничения».

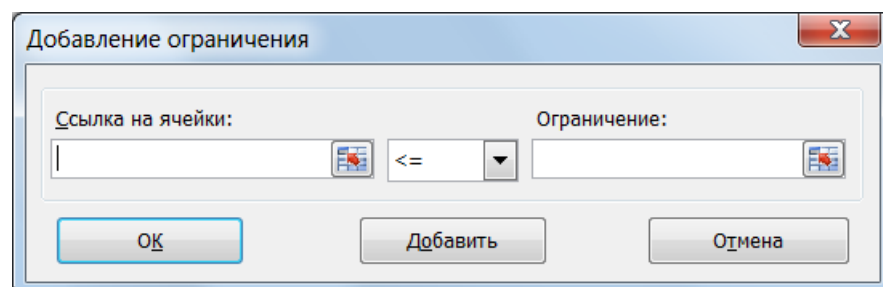


Рисунок 3.3 – Діалогове вікно «Добавление ограничения».

### 3.2 Транспортна задача

Розглянемо ще один приклад, де використовується засіб пошуку розв'язку. Припустимо, що фірма має 4 фабрики та 5 центрів розподілу її товарів. Фабрики фірми розташовуються в Луганську, Донецьку, Одесі та Миколаєві з виробничими можливостями 20, 35, 50 і 20 одиниць продукції щодня, відповідно. Центри розподілу товарів фірми розташовуються у Сімферополі, Львові, Дніпропетровську та Києві з потребами в 30, 20, 60 та 15 одиниць продукції щодня, відповідно. Збереження на фабриці одиниці продукції, не поставленої у центр розподілу, обходиться в 0,75 у. о. на день, а штраф за прострочене постачання одиниці продукції, яка замовлена споживачем у центрі розподілу, але там не знаходиться, дорівнює 2,5 у. о. на день. Вартість перевезення одиниці продукції з фабрик у пункти розподілу наведено в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Транспортні витрати

		1	2	3	4
		Сімферополь	Львів	Дніпропетровськ	Київ
1	Луганськ	1	3	4	5
2	Донецьк	5	2	10	3
3	Одеса	3	2	1	4
4	Миколаїв	6	4	2	6

Необхідно так спланувати перевезення, щоб мінімізувати сумарні транспортні витрати.

Оскільки дана модель збалансована (сумарний обсяг зробленої продукції дорівнює сумарному обсягові потреб у ній), то в цій моделі не треба враховувати витрати, що пов'язані як зі складуванням, так і з недопоставками продукції. У протилежному випадку в модель потрібно було б ввести:

– у випадку надвиробництва – фіктивний пункт розподілу, в якому вартість перевезення одиниці продукції покладається рівною вартості складування, а обсяги перевезень – обсягам складування надлишків продукції на фабриках;

– у випадку дефіциту – фіктивну фабрику, на якій вартість перевезень одиниці продукції покладається рівної вартості штрафів за недопоставку продукції, а обсяги перевезень – обсягам недопоставок продукції в пункти розподілу.

Для розв'язання даної задачі побудуємо її математичну модель. Невідомими в даній задачі є обсяги перевезень. Нехай  $x_{ij}$  – обсяг

перевезень з  $i$ -ї фабрики в  $j$ -й центр розподілу. Функція мети – це сумарні транспортні витрати, тобто

$$z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 c_{ij} x_{ij}$$

де  $c_{ij}$  – вартість перевезення одиниці продукції з  $i$ -ї фабрики в  $j$ -й центр розподілу.

Невідомі в даній задачі повинні задовольняти наступним обмеженням:

- обсяги перевезень не можуть бути негативними;
- якщо модель збалансована, то вся продукція повинна бути вивезена з фабрик, а потреби всіх центрів розподілу повинні бути цілком задоволені.

У результаті маємо наступну модель:  
мінімізувати:

$$z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 c_{ij} x_{ij},$$

при обмеженнях:

$$\sum_{j=1}^5 x_{ij} = a_i, \quad i \in [1,4],$$

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} = b_j, \quad j \in [1,5],$$

де  $a_i$  – обсяг виробництва на  $i$ -ї фабриці,  $b_j$  – попит у  $j$ -му центрі розподілу.

Для розв'язання цієї задачі за допомогою методу пошуку розв'язку введемо дані, як показано на рис. 3.4.

У комірки A1:D4 введені вартості перевезень. Комірки A6:D9 відведені під значення невідомих (обсяги перевезень). У комірки F6:F9 введені обсяги виробництва на фабриках, а в комірки A11:D11 введена потреба в продукції в пунктах розподілу. У комірку F11 введена цільова функція

$$=\text{СУММПРОИЗВ}(A1:E4;A6:E9)$$

	A	B	C	D	E	F
1	1	3	4	5		
2	5	2	10	3		
3	3	2	1	4		
4	6	4	2	6		
5						
6					0	20
7					0	35
8					0	50
9					0	20
10	0	0	0	0		
11	30	20	60	15		0

Рисунок 3.4 – Вихідні дані транспортної задачі

У комірки A10:D10 введені формули:

=СУММ(A6:A9)

=СУММ(B6:B9)

=СУММ(C6:C9)

=СУММ(D6:D9),

визначальний обсяг продукції, що ввезена в центри розподілу.

У комірки E6:E9 введені формули:

=СУММ(A6:D6)

=СУММ(A7:D7)

=СУММ(A8:D8)

=СУММ(A9:D9),

які обчислюють обсяг продукції, що вивозиться з фабрик.

Тепер виконаємо команду: вкладка «Данные → Поиск решения» і заповнюємо діалогове вікно, що відкрилося, як показано на рис. 3.5.

Не забудьте в діалоговому вікні «Параметры поиска решения» (рис. 3.5) обрати метод «Поиск решения линейных задач симплекс-методом». Після натискання кнопки «Найти решение» засіб пошуку розв'язку знаходить оптимальний план постачань продукції й відповідні йому транспортні витрати (рис. 3.6).

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До:  Максимум  Минимум  Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения  
 Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка      Найти решение      Закрыть

Рисунок 3.5 – Диалоговое окно «Поиск решения»

	A	B	C	D	E	F
1	1	3	4	5		
2	5	2	10	3		
3	3	2	1	4		
4	6	4	2	6		
5						
6	20	0	0	0	20	20
7	0	20	0	15	35	35
8	10	0	40	0	50	50
9	0	0	20	0	20	20
10	30	20	60	15		
11	30	20	60	15		215

Рисунок 3.6 – Оптимальный план поставок продукции, відповідні витрати

### 3.3 Варіанти завдань до теми «Транспортна задача»

Є  $n$  пунктів виробництва та  $m$  пунктів розподілу продукції. Вартість перевезення продукції з  $i$ -того пункту виробництва в  $j$ -тий центр розподілу  $c_{ij}$  наведена в таблиці, де під рядком розуміється пункт виробництва, а під стовпцем – пункт розподілу. Крім того, у цій таблиці в  $i$ -тому рядку зазначений обсяг виробництва в  $i$ -тому пункті виробництва, а в  $j$ -тому стовпці зазначений попит у  $j$ -тому центрі розподілу. Необхідно скласти план перевезень по доставці необхідної продукції в пункти розподілу, який мінімізує сумарні транспортні витрати.

Варіант 1	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва
	1	3	4	5	
	5	2	10	3	35
	3	2	1	4	50
	6	4	2	6	20
Обсяги потреби	30	20	60	15	

Варіант 3	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва
	10	9	7	8	
	3	4	1	2	50
	5	7	1	1	20
	4	7	10	1	10
Обсяги потреби	40	50	10	10	

Варіант 2	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва
	2	7	7	6	
	1	2	1	2	50
	5	5	3	1	10
	2	8	1	4	20
	3	2	1	5	17
Обсяги потреби	40	30	20	27	

Варіант 4	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва
	6	1	3	1	
	3	4	5	8	30
	5	9	3	2	20
	2	4	8	4	20
	3	2	1	5	30
Обсяги потреби	50	30	20	20	



Варіант 5	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	9	8	6	5		10
	5	4	10	3		10
	3	7	5	4		20
	6	4	4	6		15
Обсяги потреби	10	15	10	20		

Варіант 8	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	7	1	3	2		30
	8	4	5	8		20
	5	2	3	7		10
	5	5	8	4		27
	1	9	7	5		30
Обсяги потреби	30	40	37	10		

Варіант 6	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	5	1	7	6		20
	1	5	8	1		30
	5	6	3	3		20
	2	5	1	4		20
	3	7	9	1		30
Обсяги потреби	50	30	20	20		

Варіант 9	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	5	9	4	5		30
	1	5	5	6		20
	2	2	10	4		30
	3	7	2	6		40
Обсяги потреби	20	50	20	30		

Варіант 7	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	7	9	1	5		40
	2	7	5	6		30
	3	5	10	8		50
	3	7	4	5		20
Обсяги потреби	40	30	30	40		

Варіант 10	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	5	6	3	10		10
	3	10	5	9		30
	7	2	3	8		20
	8	5	11	2		30
	5	9	10	5		20
Обсяги потреби	50	20	30	10		

Варіант 11	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	3	9	4	5		40
	1	8	5	3		10
	7	2	1	4		30
	2	4	10	6		20
Обсяги потреби	50	10	30	10		

Варіант 14	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	3	1	7	6		20
	1	4	8	1		30
	5	6	3	3		10
	2	5	2	4		20
	3	7	8	10		30
Обсяги потреби	40	30	20	20		

Варіант 12	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	5	2	4	1		20
	3	4	5	8		30
	5	1	3	2		30
	2	4	7	4		20
	3	2	1	3		30
Обсяги потреби	50	30	20	30		

Варіант 15	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	1	3	4	5		50
	1	9	3	1		10
	3	4	4	2		20
	5	8	2	6		20
Обсяги потреби	10	20	30	40		

Варіант 13	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	6	3	4	5		20
	5	2	3	3		70
	3	4	2	4		50
	5	6	2	7		30
Обсяги потреби	20	40	80	30		

Варіант 16	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	10	1	3	2		30
	8	4	5	8		20
	5	2	3	7		15
	3	5	8	4		20
	2	2	7	5		30
Обсяги потреби	28	40	37	10		

Варіант 17	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	3	8	2	5		40
	2	5	5	8		30
	6	2	1	4		10
	9	1	4	10		20
Обсяги потреби	10	30	50	10		

Варіант 20	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	4	3	2	1		10
	5	5	4	2		15
	7	2	3	6		25
	1	5	2	2		18
	3	3	9	5		2
Обсяги потреби	10	10	20	30		

Варіант 18	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	3	8	7	9		10
	7	2	3	6		30
	8	5	2	2		25
	5	9	9	5		10
	3	8	7	9		20
Обсяги потреби	20	10	15	50		

Варіант 21	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	2	9	5	8		20
	3	4	1	2		10
	5	10	1	1		50
	6	10	7	1		10
		40	10	10		30
Обсяги потреби	40	10	10	30		

Варіант 19	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	7	6	4	3		10
	3	2	8	1		40
	2	5	3	2		20
	4	2	2	4		15
Обсяги потреби	20	15	30	20		

Варіант 22	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	4	3	2	1		10
	5	5	4	2		15
	7	2	3	6		25
	1	5	2	2		18
	3	3	9	5		2
Обсяги потреби	10	10	20	30		

Варіант 23	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	9	5	8	5		10
	3	4	1	1		20
	6	2	3	2		30
	5	10	4	2		20
Обсяги потреби	20	20	20	20		

Варіант 26	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	9	10	8	7		40
	5	5	4	2		10
	4	2	1	6		20
	6	5	3	5		15
	3	4	2	10		10
Обсяги потреби	25	35	15	20		

Варіант 24	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	1	1	3	3		50
	5	5	4	2		20
	4	2	5	6		30
	1	5	2	2		10
	3	8	2	5		30
Обсяги потреби	20	40	50	30		

Варіант 27	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	4	5	1	3		10
	3	1	5	5		20
	9	2	8	2		60
	5	9	4	1		70
Обсяги потреби	50	80	20	10		

Варіант 25	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	4	5	10	3		10
	3	10	1	5		60
	10	2	8	2		20
	5	9	4	10		70
	Обсяги потреби	50	20	80		10

Варіант 28	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва	
	9	10	8	7		20
	4	3	2	1		50
	7	5	1	1		20
	10	9	3	5		10
	7	4	1	10		10
Обсяги потреби	40	50	10	10		

Варіант 29	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва
	1	2	10	1	
	10	1	1	2	70
	2	10	3	1	20
	2	3	3	10	10
Обсяги потреби	50	80	20	10	

Варіант 30	Вартість перевезення одиниці продукції				Обсяги виробництва
	10	9	7	8	
	3	4	1	2	50
	5	7	1	1	20
	9	10	5	3	10
	4	7	10	1	10
Обсяги потреби	40	50	10	10	

### 3.4 Розв'язок системи нелінійних рівнянь

Крім оптимізаційних задач, засіб пошуку розв'язку дозволяє знаходити розв'язання систем нелінійних рівнянь. Розглянемо, як це робиться, на прикладі розв'язання наступної системи рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

Нагадаємо, що пари  $(x, y)$  є розв'язанням системи (3.1) тоді й тільки тоді, коли вона є розв'язанням наступного рівняння з двома невідомими:

$$(x^2 + y^2 - 3)^2 + (2x + 3y - 1)^2 = 0 \quad (3.2)$$

За допомогою засобу пошуку розв'язку замість системи (3.1) будемо розв'язувати рівносильне їй рівняння (3.2). Відзначимо, що розв'язанням системи рівнянь (3.1) є точки перетинання окружності з радіусом, рівним 3, і прямої. Отже, рівняння (3.2) має не більше двох різних розв'язків.

Обумовлене розв'язання нелінійної задачі залежить від початкового наближення, вдалих підбор якого дуже важливий. У даному випадку локалізувати корені можна, наприклад, протабулювавши ліву частину рівняння (3.2) за змінним  $x$  і  $y$  на відрізку  $[-3; 3]$  із кроком 1,5. Результат табулювання наведений на рис. 3.7.

	A	B	C	D	E	F
1		-3,0	-1,5	0,0	1,5	3,0
2	-3,0	481,0	200,3	85,0	74,3	229,0
3	-1,5	237,1	74,5	16,6	2,5	93,1
4	0,0	136,0	30,8	10,0	12,8	100,0
5	1,5	117,1	8,5	4,6	44,5	189,1
6	3,0	241,0	68,3	61,0	158,3	421,0
7						
8						
9						
10	-1,269	1,179	0,000			

Рисунок 3.7 – Результат табулювання лівої частини рівняння

У комірки A2:A6 і B1:F1 введені значення  $x$  і  $y$ , відповідно. У комірку B2 введена формула:

$$=(\$A2^2+B\$1^2-3)^2+(2*\$A2+3*B\$1-1)^2,$$

яка обчислює праву частину рівняння (3.2) при значеннях  $x$  і  $y$  з комірок A2 і B1, відповідно. Протягнемо цю формулу на діапазон B2:F6. З рис. 3.7 видно, що за початкове наближення до кореня розумно вибрати наступні пари значень  $(-1,5; 1,5)$ ,  $(1,5; 0)$  і  $(1,5; -1,5)$ . Можна переконалися, що дві останні пари початкових наближень, за допомогою засобу пошуку розв'язку, будуть приводити до перебування того самого розв'язання.

Для перебування першого кореня відведемо під змінні  $x$  і  $y$  комірку A10 і B10, відповідно, і введемо в них початкові наближення  $-1,5$  і  $1,5$ . У комірку C10 введемо формулу

$$=(A10^2+B10^2-3)^2+(2*A10+3*B10-1)^2,$$

яка обчислює значення правої частини рівняння (3.2) для цих значень невідомих. Потім викличемо команду «Сервіс»→«Поиск решения».

У діалоговому вікні «Поиск решения» в поле «Оптимизировать целевую функцию» вводимо C10. У групі «До»: встановимо перемикач у положення «Значения», у полі введення якого вводимо 0. У поле «Изменяя ячейки» переменных вводимо діапазон комірок A10:B10. Не забудьте переконалися, що в діалоговому вікні «Параметры поиска решения» (рис. 3.2) обраний метод «Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ».

Після натискання на кнопку «Найти решение» засіб пошуку розв'язку знаходить розв'язання, що поміщає у комірки A10 і B10. У даному випадку це будуть значення  $-1,268$  і  $1,179$ . У комірці C10 обчислюється значення правої частини рівняння (3.2) при цих значеннях невідомих. Тому що засіб пошуку розв'язку знаходить розв'язання наближено, то у комірці C10 у загальному випадку буде число, відмінне від нуля, але досить близьке до нього. У нашому прикладі це  $8.89E-09$ , тобто  $8.89 \times 10^{-9}$ . Якщо в комірці C10 буде велике число, то розв'язання знайдено невірно.

Аналогічно знаходиться друге розв'язання, використовуючи початкове наближення  $(1,5; -1,5)$ . Розв'язанням будуть значення  $1,576$  і  $-0,717$ . Переконаєтеся, що початкове наближення  $(1,5; 0)$  призводить до того ж розв'язання.

### 3.5 Варіанти завдань до теми «Система нелінійних рівнянь»

Знайти всі розв'язання системи нелінійних рівнянь.

Варіант 1

$$\begin{cases} 3x^2 + 5y^2 = 3 \\ 5x + 2y = 2 \end{cases}$$

Варіант 6

$$\begin{cases} 5x^2 + 2y^2 = 4 \\ 2x + 7y = 1 \end{cases}$$

Варіант 11

$$\begin{cases} 5x^2 + 3y^2 = 3 \\ 5x + 2y = 2 \end{cases}$$

Варіант 2

$$\begin{cases} 7x^2 + 6y^2 = 3 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

Варіант 7

$$\begin{cases} 4x^2 + 5y^2 = 3 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}$$

Варіант 12

$$\begin{cases} 6x^2 + 7y^2 = 2 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

Варіант 3

$$\begin{cases} 5x^2 + 6y^2 = 3 \\ 5x + 2y = 2 \end{cases}$$

Варіант 8

$$\begin{cases} 5x^2 + 6y^2 = 3 \\ 7x + 3y = 1 \end{cases}$$

Варіант 13

$$\begin{cases} 6x^2 + 5y^2 = 1 \\ 5x + 2y = 2 \end{cases}$$

Варіант 4

$$\begin{cases} 2x^2 + 5y^2 = 3 \\ 5x + 9y = 2 \end{cases}$$

Варіант 9

$$\begin{cases} 5x^2 + y^2 = 3 \\ 3x + 5y = 2 \end{cases}$$

Варіант 14

$$\begin{cases} 5x^2 + 2y^2 = 3 \\ 5x + 9y = 2 \end{cases}$$

Варіант 5

$$\begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 4 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$$

Варіант 10

$$\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 2 \\ 2x + 7y = 3 \end{cases}$$

Варіант 15

$$\begin{cases} 4x^2 + 3y^2 = 3 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 16} \\ 2x^2 + 5y^2 = 4 \\ 2x + 7y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 21} \\ 3x^2 + 5y^2 = 3 \\ 2x + 5y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 26} \\ 5x^2 + 2y^2 = 4 \\ 7x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 17} \\ 5x^2 + 4y^2 = 2 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 22} \\ 7x^2 + 6y^2 = 3 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 27} \\ 4x^2 + 5y^2 = 3 \\ 3x + 5y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 18} \\ 6x^2 + 5y^2 = 3 \\ 7x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 23} \\ 5x^2 + 5y^2 = 3 \\ 2x + 5y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 28} \\ 5x^2 + 6y^2 = 3 \\ 3x + 7y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 19} \\ x^2 + 5y^2 = 3 \\ 3x + 5y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 24} \\ 2x^2 + 5y^2 = 3 \\ 9x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 29} \\ 5x^2 + y^2 = 3 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 20} \\ 2x^2 + 3y^2 = 1 \\ 2x + 7y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 25} \\ 3x^2 + 4y^2 = 2 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Варіант 30} \\ 3x^2 + 2y^2 = 2 \\ 7x + 2y = 3 \end{cases}$$

### 3.6 Задача про призначення

Розглянемо приклад розв'язання задачі про призначення. Четверо робітників можуть виконувати чотири види робіт, вартості  $c_{ij}$  виконання  $i$ -м робітником  $j$ -ї роботи наведені у комірках діапазону A1:D4 (рис. 3.8).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	1	4	6	3				Стоимость работ =		0
2	9	10	7	9						0
3	4	5	11	7						0
4	8	7	8	6						0
5										0
6						0	0	0	0	

Рисунок 3.8 – Вартості робіт у задачі про призначення

У цій таблиці рядки відповідають робітникам, а стовпці – роботам. Необхідно скласти план виконання робіт так, щоб усі роботи були



виконані, кожен робітник був завантажений тільки на одній роботі, а сумарна вартість виконання всіх робіт була мінімальною. Відзначимо, що дана задача є збалансованою, тобто число робіт збігається з числом робітників. Якщо задача не збалансована, то перед початком розв'язування її необхідно збалансувати, ввівши відсутнє число фіктивних рядків або стовпців з досить великими штрафними вартостями робіт.

Для розв'язання даної задачі побудуємо її математичну модель. Нехай змінна  $x_{ij} = 1$ , якщо  $i$ -м робітником виконується  $j$ -а робота, і  $x_{ij} = 0$ , якщо  $i$ -м робітником не виконується  $j$ -а робота. Тоді модель має такий вигляд:

мінімізувати:

$$z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

при обмеженнях:

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} = 1, \quad j \in [1,4],$$

$$\sum_{j=1}^4 x_{ij} = 1, \quad i \in [1,4].$$

Для розв'язання цієї задачі, за допомогою засобу пошуку рішень, відведемо під невідомі діапазон комірок F2:I5. У комірку J1 введемо цільову функцію

$$=СУММПРОИЗВ(F2:I5;A1:D4),$$

яка обчислює вартість робіт. Введемо формули, що задають ліві частини обмежень (рис. 3.9).

	F	G	H	I	J
1			Стоимость работ =		=СУММПРОИЗВ(A1:D4;F2:I5)
2					=СУММ(F2:I2)
3					=СУММ(F3:I3)
4					=СУММ(F4:I4)
5					=СУММ(F5:I5)
6	=СУММ(F2:F5)	=СУММ(G2:G5)	=СУММ(H2:H5)	=СУММ(I2:I5)	

Рисунок 3.9 – Ліві частини обмежень у задачі про призначення

Потім виберемо команду «Сервис→Поиск решения» і заповнимо діалогове вікно «Поиск решения», як показано на рис. 3.10.

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До:  Максимум  Минимум  Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Рисунок 3.10 – Диалоговое окно «Поиск решения» задачи про назначения

Не забудьте в диалоговом окне «Параметры поиска решения» (рис. 3.10) обрати метод «Поиск решения линейных задач симплекс-методом». После нажатия кнопки «Найти решение» засіб пошуку розв'язку знайде оптимальний розв'язок (рис. 3.11).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	1	4	6	3						Стоимость работ = 19
2	9	10	7	9		1	0	0	0	1
3	4	5	11	7		0	0	1	0	1
4	8	7	8	6		0	1	0	0	1
5						0	0	0	1	1
6						1	1	1	1	

Рисунок 3.11 – Оптимальный план работ у задачи про назначения

Зазначимо, що прапорець «Формулы» діалогового вікна «Параметры Excel», що відкривається командою «Файл → Параметри → Дополнительно → Показывать формулы, а не их значения», забезпечує відображення формул у комірках, якщо вони там знаходяться (рис. 3.9).

### 3.7 Варіанти завдань до теми «Задача про призначення»

Є  $n$  робітників і  $m$  видів робіт. Вартість  $c_{ij}$  виконання  $i$ -тим робітником  $j$ -тої роботи наведена в таблиці, де робітникові відповідає рядок, а роботі – стовпець. Необхідно скласти план робіт так, щоб усі роботи були виконані, кожен робітник був зайнятий тільки на одній роботі, а сумарна вартість виконання всіх робіт була б мінімальною.

Варіант 1  
Види робіт

3	6	2	5
1	2	7	11
5	12	11	9
2	4	2	10

Робітники

Варіант 5  
Види робіт

9	4	8	5
1	2	9	8
3	8	1	9
3	4	2	9

Робітники

Варіант 9  
Види робіт

10	8	6	2
6	2	9	8
3	7	1	10
9	10	2	3

Робітники

Варіант 2  
Види робіт

6	2	5	11
2	7	11	3
12	11	9	1
4	2	10	5

Робітники

Варіант 6  
Види робіт

4	8	5	7
2	9	8	3
8	1	9	2
4	2	9	5

Робітники

Варіант 10  
Види робіт

8	6	2	7
2	9	8	3
7	1	10	5
10	2	3	4

Робітники

Варіант 3  
Види робіт

1	3	6	5
5	2	7	8
3	5	1	9
6	4	2	10

Робітники

Варіант 7  
Види робіт

8	6	2	5
5	2	9	8
3	8	1	9
1	4	2	3

Робітники

Варіант 11  
Види робіт

9	3	2	7
5	4	9	8
7	8	1	10
1	9	10	3

Робітники

Варіант 4  
Види робіт

3	6	5	7
2	7	8	3
5	1	9	2
4	2	10	5

Робітники

Варіант 8  
Види робіт

5	2	9	8
3	8	1	9
1	4	2	3
3	7	10	5

Робітники

Варіант 12  
Види робіт

5	4	9	8
7	8	1	10
1	9	10	3
2	7	8	5

Робітники

Варіант 13  
Види робіт

Робітники	9	4	6	2
	6	2	10	8
	3	7	1	10
	7	10	5	3

Варіант 19  
Види робіт

Робітники	5	12	2	7
	10	9	7	12
	7	8	11	9
	2	10	9	13

Варіант 25  
Види робіт

Робітники	8	4	11	5
	1	2	4	8
	3	8	1	9
	2	9	3	5

Варіант 14  
Види робіт

Робітники	4	6	2	10
	2	10	8	4
	7	1	10	5
	10	5	3	9

Варіант 20  
Види робіт

Робітники	10	9	7	12
	7	8	11	9
	2	10	9	13
	12	7	8	3

Варіант 26  
Види робіт

Робітники	11	10	9	12
	7	8	1	9
	8	4	5	3
	2	7	8	10

Варіант 15  
Види робіт

Робітники	10	3	2	4
	5	9	10	8
	7	8	1	9
	11	10	9	12

Варіант 21  
Види робіт

Робітники	2	10	9	13
	7	8	11	9
	2	4	5	3
	10	9	7	12

Варіант 27  
Види робіт

Робітники	7	4	2	5
	1	6	3	4
	5	2	9	8
	3	8	1	9

Варіант 16  
Види робіт

Робітники	5	9	10	8
	7	8	1	9
	11	10	9	12
	2	7	8	10

Варіант 22  
Види робіт

Робітники	9	8	1	10
	10	3	8	5
	4	7	8	3
	2	9	7	6

Варіант 28  
Види робіт

Робітники	12	11	10	9
	1	6	3	4
	4	2	7	5
	1	2	3	6

Варіант 17  
Види робіт

Робітники	5	4	12	2
	6	5	10	8
	3	7	11	10
	10	1	5	11

Варіант 23  
Види робіт

Робітники	10	3	8	5
	4	7	8	3
	2	9	7	6
	3	8	10	11

Варіант 29  
Види робіт

Робітники	2	5	1	3
	1	6	3	4
	4	2	7	5
	7	10	3	6

Варіант 18  
Види робіт

Робітники	4	12	2	10
	5	10	8	4
	7	11	10	8
	1	5	11	9

Варіант 24  
Види робіт

Робітники	3	6	5	1
	2	7	8	9
	5	1	9	4
	4	2	10	3

Варіант 30  
Види робіт

Робітники	6	5	2	3
	4	10	3	4
	8	2	7	5
	7	10	3	9

### 3.8 Рівняння регресії

У даному розділі буде розглянута задача побудови регресійної моделі. У першій частині за допомогою засобу пошуку розв'язку буде вирішена задача перебування рівняння регресії для однієї залежної й однієї незалежної змінних. Хоча розглянута модель має дуже специфічний вид, описаний підхід дозволяє досліджувати будь-яке рівняння регресії. У другій частині наведені функції робочого листа, що безпосередньо обчислюють різні характеристики лінійного рівняння регресії, а в третій частині – розгорнуто розглянуто побудову ліній тренду.

#### Загальний підхід до побудови рівняння регресії на прикладі лінійної моделі

Розглянемо, як розв'язується задача нелінійної оптимізації за допомогою засобу пошуку розв'язку на прикладі побудови лінійного рівняння регресії. Наприклад, є обсяг реалізації фірми, що торгує старими автомобілями, за шість тижнів її роботи. Значення величин, що спостерігаються, наведені на рис. 3.12, де  $x$  – номер звітного тижня, а  $y$  – обсяг реалізації за цей тиждень.

	A	B	C	D	E	F
1	x	y	Теор.знач	m	b	
2	1	7	7,3			
3	2	9	9,2	1,885712	5,4	1,7714
4	3	12	11,1			
5	4	13	12,9			
6	5	14	14,8			
7	6	17	16,7			

Рисунок 3.12 – Вихідні дані для побудови лінійної моделі

Необхідно побудувати лінійну модель  $y = mx + b$ , яка щонайкраще описує значення, що спостерігаються. Звичайно  $m$  і  $b$  підбираються так, щоб мінімізувати суму квадратів різниць між тими, що спостерігаються й теоретичними значеннями залежної змінної  $y$ , тобто мінімізувати

$$z = \sum_{i=1}^n (y_i - mx_i - b)^2,$$

де  $n$  – число спостережень (у даному випадку  $n = 6$ ).

Для розв'язання цієї задачі відведемо під змінні  $m$  і  $b$  комірки D3 і E3, відповідно, а в комірку F3 введемо функцію, що мінімізується  $\{=СУММКВРАЗН(B2:B7;E3+D3*A2:A7)\}$ .

Функція «СУММКВРАЗН» обчислює суму квадратів різниць для елементів зазначених масивів.

Тепер виконаємо команду: вкладка «Данные → Поиск решения» й заповнимо діалогове вікно, «Поиск решения», як показано на рис. 3.13.

Відзначимо, що на змінні  $m$  і  $b$  обмеження не накладаються. У результаті обчислень засіб пошуку розв'язку знайде:  $m = 1,88571$  і  $b = 5,400$ .

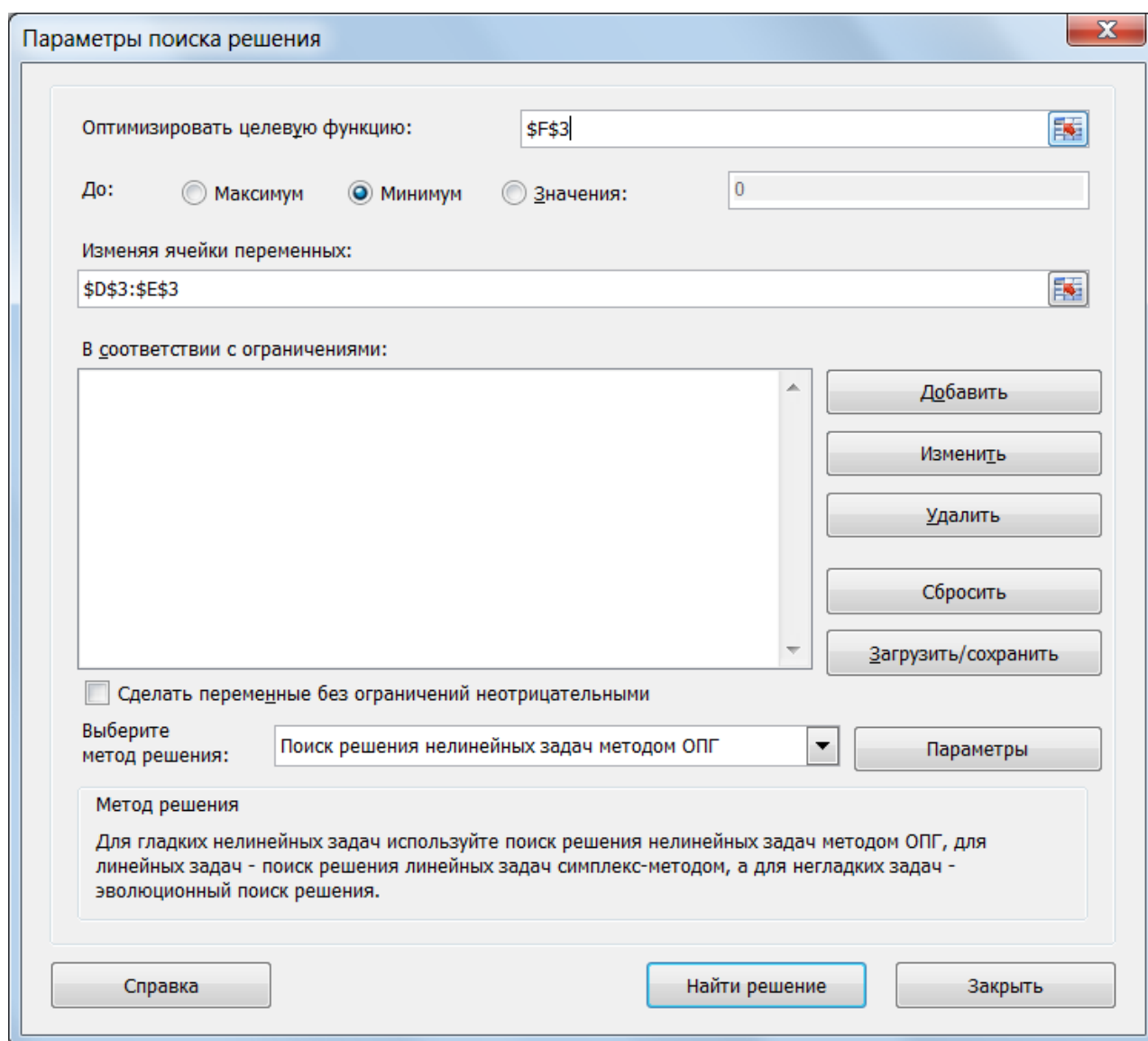


Рисунок 3.13 – Діалогове вікно «Поиск решения» для розрахунку рівняння регресії

## Функції робочого листа для рівнянь лінійної регресії

Параметри  $m$  і  $b$  лінійної моделі  $y = mx + b$  з попереднього розділу можна визначити за допомогою функцій «НАКЛОН» і «ОТРЕЗОК».

Функція «НАКЛОН» визначає коефіцієнт нахилу лінійного тренду.

Синтаксис:

НАКЛОН(відомі\_значення\_y; відомі\_значення\_x)

Функція «ОТРЕЗОК» визначає точку перетинання лінії лінійного тренда з віссю ординат.

Синтаксис:

ОТРЕЗОК(відомі\_значення\_y; відомі\_значення\_x)

Аргументи функцій «НАКЛОН» і «ОТРЕЗОК».

Відомі\_значення\_y – масив або інтервал комірок, що містять числові залежні точки даних.

Відомі\_значення\_x – безліч незалежних точок даних.

Зауваження. Аргументи повинні бути числами або іменами, масивами або посиланнями, що містять числа.

Якщо аргумент, який є масивом або посиланням, містить текст, логічні значення або порожні комірки, ці значення ігноруються; комірки, що містять нульові значення, враховуються.

Якщо відомі\_значення\_y і відомі\_значення\_x містять різну кількість точок даних або зовсім не містять точок даних, то функції «НАКЛОН» і «ОТРЕЗОК» повертають значення помилки #Н/Д.

Функції «НАКЛОН» і «ОТРЕЗОК» обчислюються за наступними формулами:

$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2},$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x},$$

$$\text{де } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

Коефіцієнти  $m$  і  $b$  можна знайти й іншим способом. Побудуйте точковий графік на діапазоні комірок A2:B7, виділіть точки графіка подвійним натисканням, а потім клацніть їх правою кнопкою миші. У контекстному меню, що розгорнулося, виберіть команду «Линия тренда».

### Лінії тренда

Існує шість різних видів ліній тренда (апроксимація й згладжування), що можуть бути додані в діаграму Microsoft Excel. Використання лінії тренда того або іншого виду визначається типом даних.

Лінійна апроксимація – це пряма лінія, що щонайкраще описує набір даних. Вона застосовується в найпростіших випадках, коли точки даних розташовані близько до прямої.

Логарифмічна апроксимація добре описує величину, що спочатку швидко зростає або спадає, а потім поступово стабілізується. Описує як позитивні, так і негативні величини.

Поліноміальна апроксимація використовується для опису величин, що поперемінно зростають і спадають. Вона корисна, наприклад, для аналізу великого набору даних про нестабільну величину. Ступінь полінома визначається кількістю екстремумів (максимумів і мінімумів) кривої. Поліном другого ступеня може описати тільки один максимум або мінімум. Поліном третього ступеня має один або два екстремуми. Поліном четвертого ступеня може мати не більш трьох екстремумів.

Статичне наближення дає гарні результати, якщо залежність, що міститься в даних, характеризується постійною швидкістю росту. Прикладом такої залежності може служити графік прискорення автомобіля. Якщо в даних є нульові або негативні значення, використання статичного наближення неможливе. Експонентне наближення варто використовувати в тому випадку, якщо швидкість зміни даних безупинно зростає. Однак для даних, що містять нульові або негативні значення, цей вид наближення неможливий.

Використання як наближення ковзного середнього дозволяє згладити коливання даних і в такий спосіб більш наочно показати характер залежності. Елементи даних усереднюються, й отриманий результат використовується як середнє значення для наближення. Додавання лінії тренду в діаграму відбувається при виділенні лінії графіка й виклику контекстного меню. У діалоговому вікні «Линия тренда» у групі «Построение линии тренда (аппроксимация и сглаживание)» вибираємо необхідну лінію тренда (рис. 3.14).



У вікні «Формат линии тренда» (рис. 3.14) можна встановити прапорці «Показывать уравнение на диаграмме» й «Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации».

Надійність лінії тренда. Найбільш надійна лінія тренда, для якої значення R-квадрат дорівнює або близько до 1. При підборі лінії тренда до даних Excel автоматично розраховує значення  $R^2$ . Можна відобразити це значення на діаграмі.

Прапорець «Пересечение кривой Y с осью в точке» (рис. 3.14) встановлюється тільки в тому випадку, якщо ця точка відома.

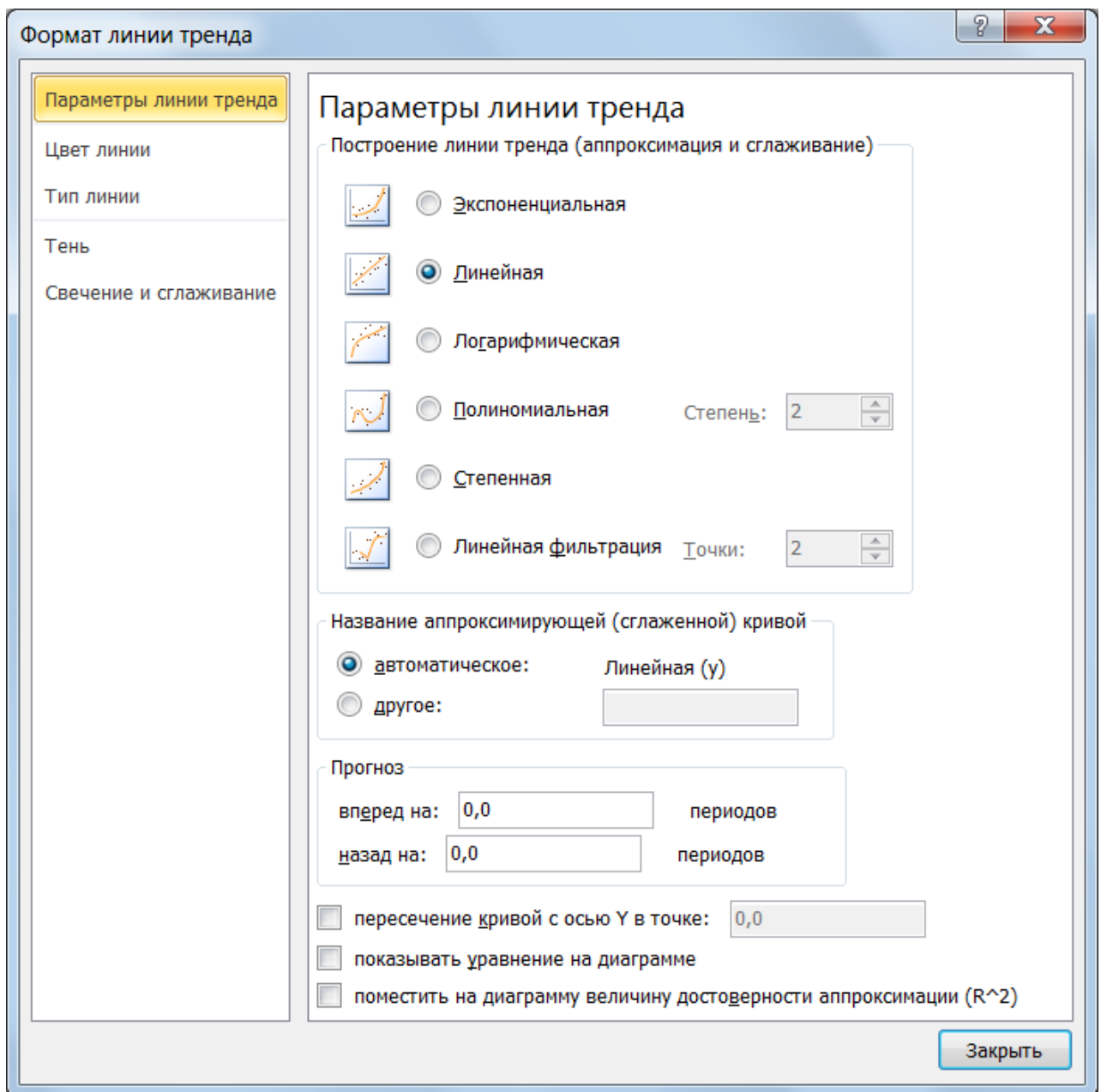


Рисунок 3.14 – Лінія тренда

### 3.9 Варіанти завдань до теми «Рівняння регресії»

Для кожного завдання побудувати графік і лінію тренда даної моделі. Підібрати лінію тренда, що найбільш точно описує дану модель (на іншому графіку).

1. Дано обсяг реалізованих фірмою старих автомобілів за зазначене число тижнів. Спрогнозувати реалізацію на один тиждень уперед.

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	60	70	65	48	27	13	11
Варіант	1	Лінійну					
	2	Логарифмічну					
	3	Поліноміальну					
	4	Статичну					
	5	Експонентну					

2. Дано зміну обсягу продажу оптової бази міста за зазначене число років. Спрогнозувати реалізацію на один рік уперед.

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	1,69	2,29	2,64	2,89	3,09	3,25	3,38
Варіант	6	Лінійну					
	7	Логарифмічну					
	8	Поліноміальну					
	9	Статичну					
	10	Експонентну					

3. Дано зміну витрати бензину від швидкості руху автомобіля. Спрогнозувати витрати бензину при збільшенні швидкості на 10 км/год.

X	30	40	50	60	70	80	90
Y	20	30	40	45	43	39	30
Варіант	11	Лінійну					
	12	Логарифмічну					
	13	Поліноміальну					
	14	Статичну					
	15	Експонентну					

4. Дано обсяг проданих магазином продуктів за зазначене число днів. Спрогнозувати продаж на один день уперед.

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	12	51	152	345	660	1127	1776
Варіант	16	Лінійну					
	17	Логарифмічну					
	18	Поліноміальну					
	19	Статичну					
	20	Експонентну					

5. Дано обсяг збуту продукції заводом за зазначене число місяців. Спрогнозувати збут на один місяць уперед.

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	0,04	0,10	0,27	0,74	2,00	5,44	14,7
Варіант	21	Лінійну					
	22	Логарифмічну					
	23	Поліноміальну					
	24	Статичну					
	25	Експонентну					

6. Дано обсяг реалізованих магазином кількості книг за зазначене число тижнів. Спрогнозувати обсяг реалізації на один тиждень уперед.

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	5	49	24	90	73	12	50
Варіант	26	Лінійну					
	27	Логарифмічну					
	28	Поліноміальну					
	29	Статичну					
	30	Експонентну					

## 4 ВИКОРИСТАННЯ VBA В АВТОМАТИЗАЦІЇ ЕКОНОМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ

### 4.1 Побудова розподілу замовлень

Модель 1. Побудувати діаграму (візуалізацію) розподілу  $i$  замовлень на  $j$  підприємствах за наступною формулою

$$Gc(i, j) = \begin{cases} C(j), & i < j \\ C(j)^2, & i = j, \\ C(i), & i > j \end{cases}$$

де  $C = \{1,2,3\}$  – можливе вироблення  $i$ -м підприємством за звітний період.

У моделі передбачити:

1. Бланк форми заповнення  $C(i)$ , приклад якого представлений на рис. 4.1.

The image shows a VBA dialog box with the title 'Шляховий лист' and a close button (X). Inside the dialog, there are three text labels on the left and three corresponding input boxes on the right. The labels are 'Вироблення першим підприємством', 'Вироблення другим підприємством', and 'Вироблення третім підприємством'. The input boxes contain the numbers 1, 2, and 3 respectively. At the bottom of the dialog, there is a button labeled 'Розподіл замовлень'.

Рисунок 4.1 – Бланк форми

2. Автоматизований прорахунок заданої формули з використанням процедури – функції.

3. Візуалізацію результату.

Виконання роботи:

1. Запустити редактор VBA:

Вкладка «Разработчик → Visual Basic».

Якщо вкладка «Разработчик» недоступна, виконаєте зазначені нижче дії для її відображення.

1) на вкладці «Файл» виберіть команду «Параметры», а потім – категорію «Настройка ленты»;

2) у списку «Основные вкладки» встановите прапорець Разработчик і натисніть кнопку «ОК»;

Для установки рівня безпеки, що дозволяє виконання всіх макросів, виконаєте наступні дії.

1) на вкладці «Разработчик» у групі «Код» натисніть кнопку «Безопасность макросов»;

2) у категорії «Параметры макросов» у групі «Параметры макросов» встановіть перемикач у положення «Включить все макросы (не рекомендуется, возможен запуск опасной программы)» і натисніть кнопку «ОК».

2. В існуючий проект додаємо форму (UserForm).

3. Реалізуємо дизайн даної форми аналогічно представленому на рис. 4.1. Розташування, елементи керування, дії, закріплені за керуючими елементами на завантажувальній формі, вибирає користувач.

4. Для того, щоб активізувати форму та програмно виконати обчислення, необхідно реалізувати наступну систему алгоритмів:

1) командна кнопка, що розташована на робочому листі (рис. 4.3).

```
Private Sub CommandButton2_Click()  
    UserForm1.Show  
End Sub
```

2) командна кнопка, що розташована на формі (рис. 4.1).


```
Private Sub CommandButton1_Click()  
    Dim x(3)  
    x(1) = Val(TextBox1.Text)  
    x(2) = Val(TextBox2.Text)  
    x(3) = Val(TextBox3.Text)  
  
    Range("A4").Value = x(1)  
    Range("B4").Value = x(2)  
    Range("C4").Value = x(3)  
  
    Range("Результат").FormulaArray = g(x)  
End Sub
```

3) процедура-функція, що розташована у програмному модулі.

```
Option Base 1: ' Нумерація масиву починається з 1
Function g(x)
    Dim res(3, 3)
    For i = 1 To 3
        For j = 1 To 3
            If i < j Then
                res(i, j) = x(j)
            ElseIf i = j Then
                res(i, j) = x(j) ^ 2
            Else
                res(i, j) = x(i)
            End If
        Next j
    Next i
    g = res
End Function
```

1. Для того, щоб використовувати записану вище функцію, необхідно виконати наступні дії:

а) після запису коду процедури-функції перейти на вкладку

«Формулы» до кнопки «Мастер функций»:  Вставить функцию, попередньо виділивши необхідний діапазон комірок.

б) вибрати розділ «Определенные пользователем»;

в) знайти у списку функцію «g», натиснути кнопку «ОК»;

г) заповнити діалогове вікно «Майстра функций». Приклад представлений на рис. 4.2;

д) у рядку формул необхідно закінчити введення формули, вказавши на виконання операцій над масивами (виконати комбінацію клавіш <Ctrl>+<Shift>+<Enter>).

2. Результат роботи майстра можна буде побачити у діапазоні, який був виділений до виклику функції (у даному випадку, це прямокутний інтервал – масив розміру 3×3).

3. По отриманим даним можна приступити до візуалізації результату (дивися розділ з використання «Майстра діаграм»).

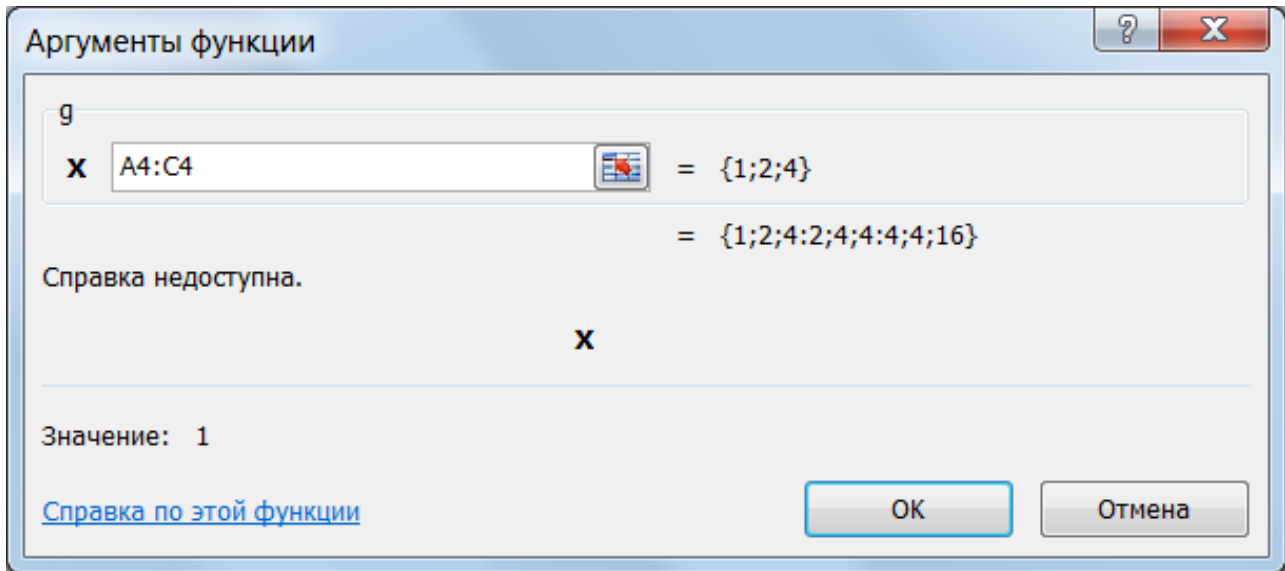


Рисунок 4.2 – Діалогове вікно Майстра функцій

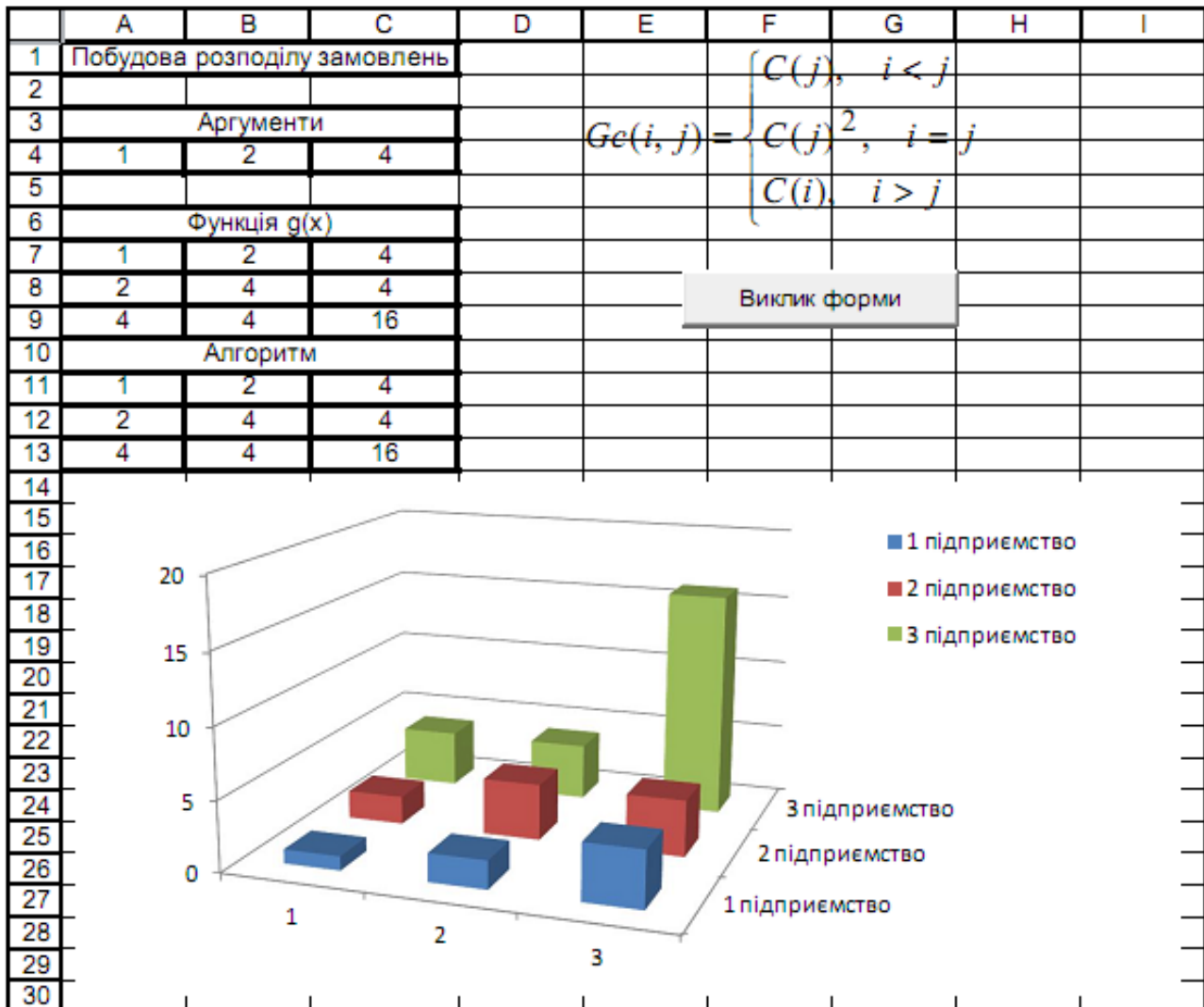


Рисунок 4.3 – Візуалізація роботи функції користувача

## 4.2 Варіанти завдань до теми «Побудова розподілу замовлень»

Побудувати діаграму (візуалізацію) розподілу  $i$  замовлень на  $j$  підприємствах за формулою, відповідно до варіанту. Розмірність матриці задає викладач.

Таблиця 4.1 – Варіанти індивідуальних завдань

Варі-ант	Матриця
1	2
1	$Gc = \begin{cases} C^2(i), & i < j \\ \sin(C(j)) + C(i), & i > j \end{cases}$
2	$Gc = \begin{cases} \sin^2(C(i)), & i \leq j \\ C(i - j) + \cos(C(i)), & i > j \end{cases}$
3	$Gc = \begin{cases} C(i) + i + j^2, & i - j \leq 3 \\ C(i - j) + C(i)^3, & i - j > 3 \end{cases}$
4	$Gc = \begin{cases} C(i)C(j), & i \leq j + 2 \\ C(i - j)^2 C(i), & i > j + 2 \end{cases}$
5	$Gc = \begin{cases} \sin(C(i)C(j)), & i \leq j + 2 \\  C(i - j) - C(i) , & i > j + 2 \end{cases}$
6	$Gc = \begin{cases} C(i) + C^2(j), & i - 1 < j \\ C^2(i) + C(j), & i - 1 \geq j \end{cases}$
7	$Gc = \begin{cases} \cos(C(i))\sin(C(j)), & i < j \\ \text{tg}(C(i) - C(j)), & i \geq j \end{cases}$
8	$Gc = \begin{cases} C(i) + C^3(j), & i < j \\ C(i - j)C(i), & i \geq j \end{cases}$
9	$Gc = \begin{cases} C(i) +  C(-i)C(j) , & i < j \\ \sin(C(i)) + C(j), & i \geq j \end{cases}$
10	$Gc = \begin{cases} e^{C(i)} + e^{-C(j)}, & i = j \\ C(i)^2 + \sin^2(C(j)), & i \neq j \end{cases}$

Продовження таблиці 4.1

1	2
11	$G_c = \begin{cases} C(i) C(j-1) - C(i) , & i < j \\ C(j)C^2(i) - C(i-j), & i \geq j \end{cases}$
12	$G_c = \begin{cases} 5C(j) + 7C(j-i), & i < j \\ C^2(i-j) + C^3(j), & i \geq j \end{cases}$
13	$G_c = \begin{cases} \cos(C(i))\sin(C(i)), & i < j \\ \operatorname{ch}(C(i)) - \operatorname{sh}(C(j)), & i \geq j \end{cases}$
14	$G_c = \begin{cases} \operatorname{ctg}(C(i) + \cos(i)), & i < j \\ C(j-i)C(i)C(j), & i \geq j \end{cases}$
15	$G_c = \begin{cases} C(i), & i = 1 \\ G_c(i-1, j)C(i), & i > 1 \end{cases}$
16	$G_c = \begin{cases} 3C(i) - 2C(j), & i \leq j+2 \\  C(i-j) - C(i)^3 , & i > j+2 \end{cases}$
17	$G_c = \begin{cases} C(i)\cos^2(C(j)), & i \leq j+2 \\  C(i-j)^3 - C(i) , & i > j+2 \end{cases}$
18	$G_c = \begin{cases} \sin(C(i) + C(j)), & i \leq j+1 \\ C(i-j) + 3C(i) - 7C(j), & i > j+1 \end{cases}$
19	$G_c = \begin{cases} 3C(i) + 2C(j), & i \leq j+2 \\ \sin(C(i)) +  3C(i) - C(j) , & i > j+2 \end{cases}$
20	$G_c = \begin{cases}  C(i) - 5C(j) , & i \leq j+1 \\ C(-j) + \sin(C(i)) - C(j), & i > j+1 \end{cases}$
21	$G_c = \begin{cases} C(i), & i = j \\ G_c^2(i, i)\cos(C(i)), & i \neq j \end{cases}$
22	$G_c = \begin{cases} \log(1 +  C(j-1) - C(i) ), & i < j \\ C(j)\cos(\sin(C(j))), & i \geq j \end{cases}$
23	$G_c = \begin{cases} \cos(\sin(C(j-i)))\operatorname{tg}(C(i)), & i < j \\ C(i) + C(j)e^{C(i)C(j)}, & i \geq j \end{cases}$



Продовження таблиці 4.1

1	2
24	$Gc = \begin{cases} \sqrt{ C(i) - 10C(j) } + C(i)C(j), & i \neq j \\ \sqrt[3]{C^3(i) - C^2(j) \cos(C(i))}, & i = j \end{cases}$
25	$Gc = \begin{cases} C(i) + \lg(1 +  e^{C(i)} j \cos(j) ), & i < j \\ i^2 + C(j)j^2 - \cos(C(i) - i), & i \geq j \end{cases}$
26	$Gc = \begin{cases} ij \operatorname{tg}(C(i)C(j)) +  \cos(i) , & i < j \\ iC^2(i) + jC(j) - (i + j), & i \geq j \end{cases}$
27	$Gc = \begin{cases} C(i) + \cos(C(j))e^{C(j)}, & i < j \\ \cos(i - j) \sin(j + \cos(C(i))), & i \geq j \end{cases}$
28	$Gc = \begin{cases} C(i) + C^2(i)  \sin(i) - \cos(j) , & i < j \\ (i - j^2) \cos(C(i - j)), & i \geq j \end{cases}$
29	$Gc = \begin{cases} C(i) + \sin(\cos(C(i))) - i^2, & i = j \\ \pi C(i)c(j) + \cos(i - j^2), & i \neq j \end{cases}$
30	$Gc = \begin{cases} \sqrt{ C(i) - i^2 + \cos(ij) }, & i < j + 1 \\ C(i - j - 1) \cos(j) C^2(i), & i \geq j + 1 \end{cases}$

### 4.3 Прогнозування прибутку

Модель 2. Обчислити очікуваний прибуток від маркетингової діяльності фірми за формулою:

$$k = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2},$$

де вектори  $x$  и  $y$  відображають зміни цін на продукцію  $X$  та  $Y$ ;  
 $Y$  моделі передбачити:

1) завантажувальну форму (рис. 4.4);

Вивід очікуваного результату

Позначте область зі значеннями матриці

Позначте область зі значеннями вектора a

Відповідь


Очікуваний прибуток від маркетингової діяльності фірми

Рисунок 4.4 – Бланк форми

2) автоматизацію виконати на основі Function з використанням класу Application (див. додаток А).

Опис створення завантажувальної форми й функції користувача розглянуті в попередньому розділі. Відмінність процедури моделі 2 від процедури моделі 1 у тім, що нам уже знадобиться функція багатьох аргументів;

3) значення аргументів функції передаються за допомогою змінних  $X$  та  $Y$ , які містять масиви даних, заданих у відповідних діапазонах комірок робочого листа (Range (Xdm), Range (Ydm)). Діапазони значень вказуються за допомогою елемента управління RefEdit.

Елемент управління RefEdit (редагування посилань) створюється за допомогою кнопки RefEdit . Елемент управління RefEdit звичайно використовується для введення посилань на комірки або діапазони. Основною властивістю елемента управління RefEdit є Text, що повертає посилання на діапазон комірок, вказаний в полі введення.

Для використання елемента управління RefEdit, необхідно виконати наступні дії:

– у редакторі VBA відобразити панель елементів управління (ToolBox): меню «View→ ToolBox»;

– додати на панель елемент управління RefEdit: контекстне меню (для виклику натиснути праву кнопку миші на панелі елементів управління (рис. 4.5)) → «Additional Controls...» → відмітити позначкою у списку RefEdit.Ctrl;

– додати на форму елемент управління RefEdit  (рис. 4.5).

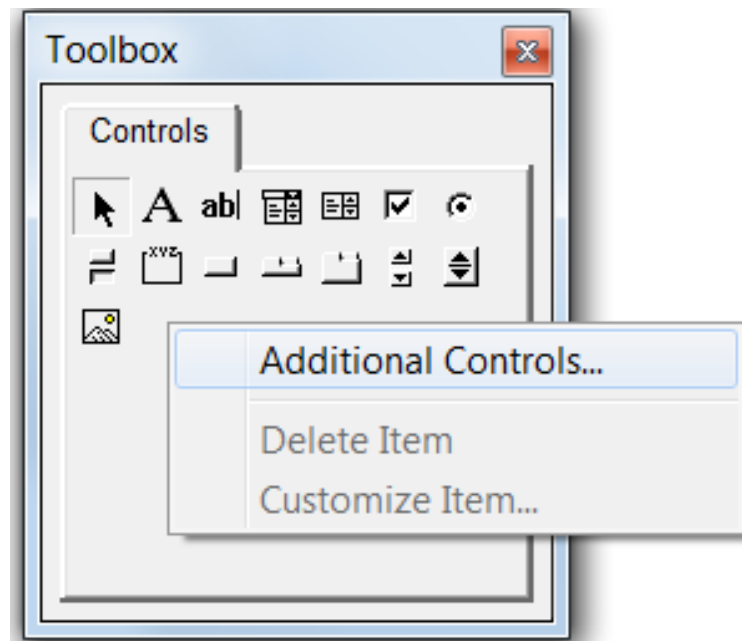


Рисунок 4.5 – Контекстне меню панелі елементів управління

```

Private Sub CommandButton1_Click()
    Dim X As Range, Y As Range, S As Double
    Dim Xdm As String, Ydm As String

    Xdm = RefEditX.Value
    Ydm = RefEditY.Value
    Set X = Range(Xdm)
    Set Y = Range(Ydm)
    S = k(X, Y)
    Sheets("10").Range("D12").Value = S
    TextBox1 = Format(S, "fixed")
End Sub

Function k(X, Y)
    n = Application.Count(X) 'Кількість чисел у масиві: (СЧЕТ)
    Sxy = Application.SumProduct(X, Y) 'Сума добутків :
    (СУММПРОИЗВ)
    Sx = Application.Sum(X) 'Сума елементів масиву x: (СУММ)
    Sy = Application.Sum(Y) 'Сума елементів масиву y: (СУММ)
    Sx2 = Application.SumSq(X) 'Сума квадратів ел. масиву
    x: (СУММКВ)
    k = (n * Sxy - Sx * Sy) / (n * Sx2 - (Sx) ^ 2)
End Function

```

	A	B	C	D	E	F
1		$n$	$n$	$n$		
2		$n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i$				
3	$k =$					
4						
5		$n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2$				
6						
7						
8						
9						
10	Зміна цін на товар X		12	4	7	12
11	Зміна цін на товар Y		4	12	14	16
12	VBA			-0,352941176		
13	Excel			-0,352941176		

Рисунок 4.6 – Візуалізація роботи функції користувача

#### 4.4 Варіанти завдань до теми «Прогнозування прибутку»

Обчислити очікуваний прибуток від маркетингової діяльності фірми за формулою, відповідно до варіанта. Розмірність масивів задає викладач.

Таблиця 4.2 – Варіанти індивідуальних завдань

Варі-ант	Вираз
1	2
1	$s = \frac{2 \sum_{i=1}^n x_i x y + \left[ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij} \right]^2}{3 + \sum_{i=1}^n x_i}$
2	$s = \frac{2 \sum_{i=1}^m a_i + \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \right]^2}{\left[ 1 + \sum_{i=1}^m a_i \right] \left[ 1 + \sum_{i=1}^m a_i^2 \right]}$

## Продовження таблиці 4.2

1	2
3	$s = \frac{\sum_{i=1}^n x_i + 2 \sum_{i=1}^n y_i^2 + 5 \left[ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij} \right]^3}{3 + \sum_{i=1}^n y_i}$
4	$s = \sum_{i=1}^m a_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} - \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \right]^2$
5	$s = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i \left[ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij} \right] \left[ \sum_{i=1}^n x_i \right]$
6	$s = \sum_{i=1}^n x_i y_i + 5 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} - \sum_{i=1}^n y_i^2$
7	$s = \left[ \sum_{i=1}^n x_i \right]^2 \left[ \sum_{i=1}^n y_i \right] \left[ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij} \right]$
8	$s = \left[ \sum_{i=1}^m a_i^2 \right] \left[ \sum_{i=1}^n x_i y_i \right] + \sum_{i=1}^m a_i$
9	$s = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} + 5 \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^m a_i}{1 - \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij}}$
10	$s = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} + \sum_{i=1}^m a_i^2}}{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - m \left[ \sum_{i=1}^m a_i \right]^2}$
11	$s = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} + \cos^2 \left[ \sum_{i=1}^m a_i \right]$
12	$s = \sum_{i=1}^n x_i y_i + m \sum_{i=1}^m a_i + n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}$

Продовження таблиці 4.2

1	2
13	$s = \sum_{i=1}^m a_i \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij} - 3.14 \cos\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)$
14	$s = \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij}$
15	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} - \sum_{i=1}^m a^2(i)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \tilde{n}_{ij}}}$
16	$s = \left[ \sum_{i=1}^m a_i \right]^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}^2 - \left[ 3 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \right]$
17	$s = \left[ \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n x_i y_i \right] \left[ 2 - \sum_{i=1}^n x_i \right] + \sum_{i=1}^n x_i^2$
18	$s = \left[ 1 + \sum_{i=1}^m a_i \right]^2 - \left[ 1 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \right]$
19	$s = \left[ 1 + \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i \right]^2 - 3 + \sum_{i=1}^n x_i^2$
20	$s = \left[ 1 + \sum_{i=1}^m a_i \right]^2 - 1 - \sum_{i=1}^m a_i^2 + 4 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}$
21	$s = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} - 10 \sum_{i=1}^m a_i^2 \sum_{i=1}^n x_i$
22	$s = \sum_{i=1}^n x_i y_i - 3.14 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij} + 10 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^m a_i}$
23	$s = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}^2 - 10 \sum_{i=1}^n x_i + \pi \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij}$

## Продовження таблиці 4.2

1	2
24	$s = \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}^2 \right]^2 - 10 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sum_{i=1}^m a_i}$
25	$s = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} + \sum_{i=1}^m a_i^2 - 10 \frac{\sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{j=1}^m a_j^2}$
26	$s = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} - \sum_{i=1}^m a_i^2 \sum_{i=1}^m a_i$
27	$s = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij}^2 - \frac{m}{n} \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$
28	$s = \sin \sum_{i=1}^n x_i y_i + \cos^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}^3$
29	$s = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} - n \sum_{i=1}^n a_i^2$
30	$s = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij}^2$

## 5 ЕКОНОМІЧНІ МОДЕЛІ

### 5.1 Задача про оптимальний розкрій

Приклад 1. Паперова фабрика випускає свою продукцію у вигляді паперових рулонів стандартної довжини, що дорівнює 20 метрів. За спеціальними замовленнями споживачів поставляються рулони й інших розмірів, для чого виробляється розкрій стандартних рулонів. Типові замовлення на рулони нестандартних розмірів наведено у таблиці 5.1. Необхідно задовольнити замовлення, мінімізуючи відходи.

Таблиця 5.1 – Вихідні дані

Замовлення	Необхідна довжина рулону	Необхідна кількість рулонів
1	5	210
2	7	150
3	8	200
4	10	250

Розв'язання. Для побудови математичної моделі необхідно перебрати всі можливі варіанти розкрою рулону стандартної довжини на рулони необхідної довжини. Дану задачу розв'язує наступний алгоритм, програмний код якого закріплений за кнопкою на робочому листі:

```
Option Explicit
Private Sub CommandButton1_Click()
    Dim r As Integer, i1 As Integer, i2 As Integer, i3 As Integer, i4 As Integer
    Dim s As Integer, t As Integer
    Dim l As Integer, a1 As Integer, a2 As Integer, a3 As Integer, a4 As Integer
    Dim a5 As Integer, m As Integer

    l = Range("A2").Value
    a1 = Range("B2").Value: a2 = Range("D2").Value
    a3 = Range("F2").Value: a4 = Range("H2").Value
    r = 6

    m = Application.Min(a1, a2, a3, a4)
    t = Application.Floor(l / m, 1)
    For i1 = 0 To t
```



```

For i2 = 0 To t
  For i3 = 0 To t
    For i4 = 0 To t
      s = 1 - a1 * i1 - a2 * i2 - a3 * i3 - a4 * i4
      If s >= 0 And s < m Then
        Cells(r, 1).Value = r - 5
        Cells(r, 2).Value = i1
        Cells(r, 3).Value = i2
        Cells(r, 4).Value = i3
        Cells(r, 5).Value = i4
        Cells(r, 6).Value = s
        r = r + 1
      End If
    Next i4
  Next i3
Next i2
Next i1
End Sub

```

де функція Floor повертає найбільше ціле число, що не перевищує дане.

Відведемо діапазон комірок I6:I15 під змінні. Введемо в діапазон комірок J4:M4 обмеження на необхідну кількість рулонів, визначені такими формулами:

```

J4 = СУММПРОИЗВ(I6:I15;B6:B15);
K4 = СУММПРОИЗВ(I6:I15;C6:C15);
L4 = СУММПРОИЗВ(I6:I15;D6:D15);
M4 = СУММПРОИЗВ(I6:I15;E6:E15).

```

У комірку N5 введемо цільову функцію – сумарний залишок від розкрою стандартних рулонів:

```

N5=СУММПРОИЗВ(I6:I15;F6:F15)+B5*(J5-J4)+C5*(K5-K4)+D5*(L5-
L4)+E5*(M5-M4)

```

Виберемо команди «Сервис»→«Поиск решения» й заповнимо діалогове вікно, що відкрилося, так, як показано на рисунку 5.1. Після цього натиснемо кнопку «Выполнить». Результат розрахунку показаний на рисунку 5.2

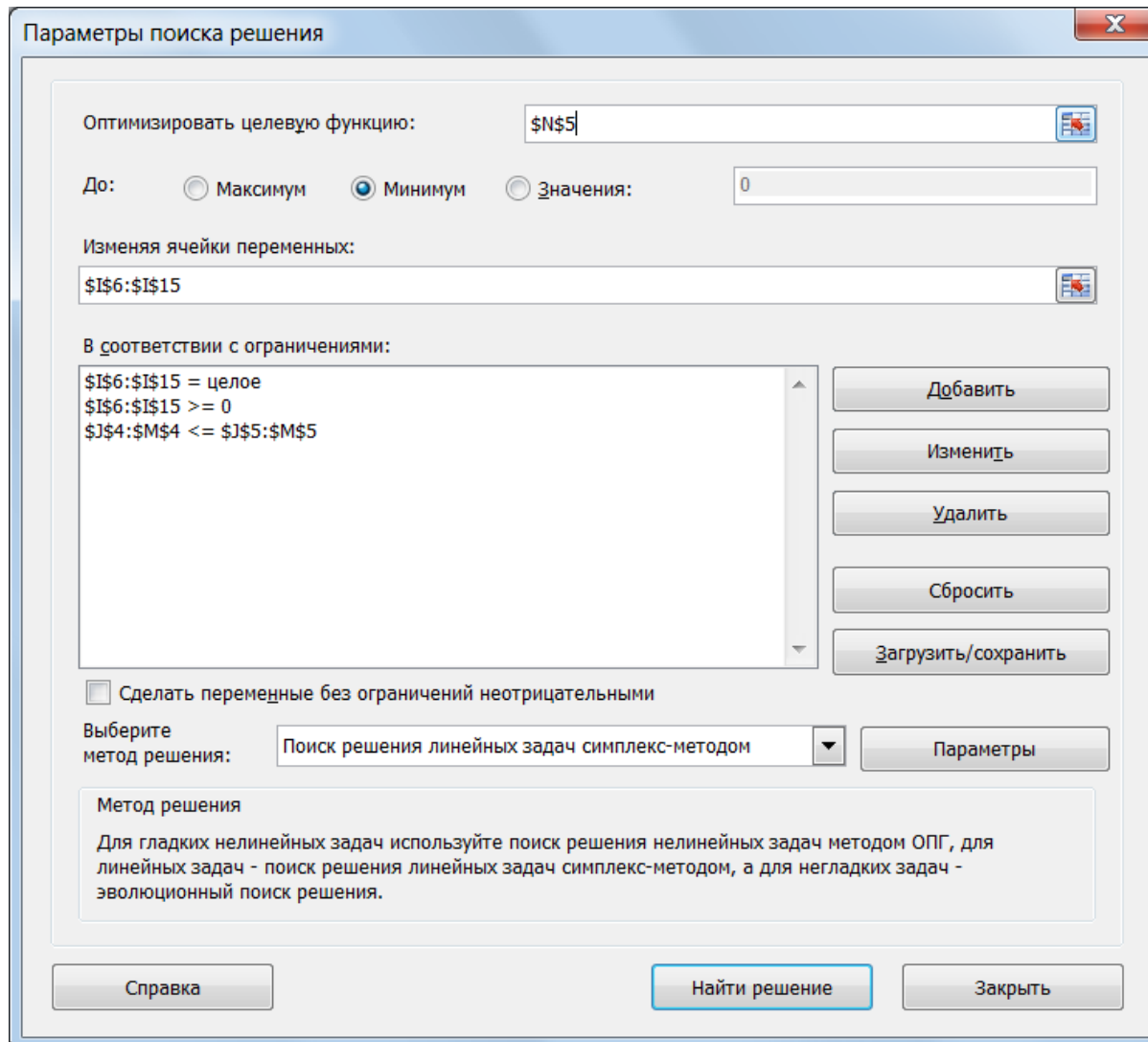


Рисунок 5.1 – Диалоговое окно «Поиск решения»

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
1	L	Дл1	Шт1	Дл2	Шт2	Дл3	Шт3	Дл4	Шт4						
2	20	5	210	7	150	8	200	10	250						
3									Варіанти	Замовлена кількість					
4	Замовлена довжина рулонів										210	150	200	250	Відходи
5	Варіант	5	7	8	10	Залишок			Змінні	210	150	200	250	100	
6	1	0	0	0	2	0			125						
7	2	0	0	1	1	2			0						
8	3	0	0	2	0	4			25						
9	4	0	1	0	1	3			0						
10	5	1	1	1	0	0			150						
11	6	1	2	0	0	1			0						
12	7	2	0	0	1	0			0						
13	8	2	0	1	0	2			0						
14	9	2	1	0	0	3			0						
15	10	4	0	0	0	0			15						

Рисунок 5.2 – Вид робочого листа розв’язаної задачі

## 5.2 Варіанти завдання до теми «Оптимальний розкрій»

Паперова фабрика випускає свою продукцію у вигляді паперових рулонів стандартної довжини, рівною  $L$ . За особливими замовленнями споживачів, поставляються рулони інших розмірів, для чого виробляється розкрій стандартних рулонів. Типові замовлення на рулони нестандартних розмірів наведені в таблиці 5.2, згідно варіантом, де Дл1, Дл2, Дл3, Дл4 – необхідна довжина рулону, а Шт1, Шт2, Шт3, Шт4 – необхідна кількість рулонів. Необхідно задовольнити замовлення, мінімізуючи відходи.

Таблиця 5.2 – Варіанти індивідуальних завдань

Варіант	L	Дл1	Шт1	Дл2	Шт2	Дл3	Шт3	Дл4	Шт4
1	22	1	100	5	115	3	81	6	200
2	23	2	110	6	125	4	82	8	201
3	24	3	120	7	235	5	83	9	202
4	25	4	130	10	145	7	84	3	203
5	26	5	140	12	155	6	85	7	204
6	27	6	150	8	165	9	86	10	205
7	28	7	160	9	175	6	87	11	206
8	29	8	170	13	185	7	88	6	207
9	30	9	180	12	195	8	89	7	208
10	31	9	190	5	205	8	90	7	209
11	32	8	200	9	215	7	91	12	210
12	33	7	210	23	225	14	92	5	211
13	33	6	220	12	235	21	93	8	212
14	34	5	230	7	245	4	94	3	213
15	35	4	240	3	255	2	95	5	214
16	36	3	250	2	265	1	96	4	215
17	37	12	260	18	275	10	97	5	216
18	38	12	270	15	285	14	98	8	217
19	39	11	280	6	295	10	99	5	218
20	40	12	290	13	104	9	100	24	219
21	15	3	300	2	114	5	101	10	220
22	14	4	115	8	124	5	102	9	221
23	16	5	125	7	134	11	103	2	222
24	17	6	135	9	144	5	104	12	223
25	18	7	145	10	256	3	105	4	224
26	19	8	155	6	188	7	106	10	225
27	20	9	165	2	35	5	107	3	226
28	21	8	175	3	65	4	108	11	227
29	22	7	185	5	118	4	109	12	228
30	23	6	195	7	220	5	110	9	229

### 5.3 Модель керування запасами

Приклад 2. Автомагазин купує автомобілі заводу виробника за ціною 20 тис. грн/шт, а продає – по 23 тис. грн/шт. У випадку, якщо автомобілі не вдається реалізувати, автомагазин повертає його за ціною 17 тис. грн/шт. Необхідно визначити, скільки автомобілів варто закуповувати автомагазину, щоб його очікуваний прибуток був максимальний.

Автомагазину ніколи не вдавалося продати більше 20 автомобілів, а в середньому за 37 днів обсяг реалізації й число відповідних подій показано на рисунку 5.4 (для простоти враховуються партії по 5 автомобілів).

Робочий листок Excel при реалізації даної моделі може виглядати як на рис. 5.4, який містить командну кнопку «Матриця исходів», натискання на яку реалізує автоматичне заповнення матриці фінансових наслідків при всіх можливих варіантах подій купівлі автомобілів і їхньої реалізації. За даними кнопками закріплюється наступний код у VBA, записаний в окремих модулях.

1. Програмний код, що закріплений за командною кнопкою на робочому листі (рис. 5.4).

```
Private Sub CommandButton1_Click()
    Dim r As Double, v As Double, a As Integer, r1 As String
    Range("продажа") = InputBox("Введите стоимость продажи",
    "Данные", 23)
    Range("покупка") = InputBox("Введите стоимость покупки",
    "Данные", 20)
    Range("возврат") = InputBox("Введите стоимость возврата",
    "Данные", 17)
    r = Range("максимальная_прибыль").Value
    v = Range("оптимальный_объем").Value
    a = MsgBox("Максимальная прибыль: " & Round(r, 3) & Chr(10)
    & "Оптимальный объем: " & Round(v, 3))
End Sub
```

2. Програмний код модуля.

```
Option Base 1
Function априбыль(покуп)
    Dim N As Integer, цпрод As Double, цпок As Double, цсдач As
    Double
    Dim i As Integer, j As Integer, res() As Double
    N = покуп.Rows.Count
    цпрод = Range("продажа").Value
    цпок = Range("покупка").Value
```

```

цсдач = Range("возврат").Value
ReDim res(N, N)
For i = 1 To N
  For j = 1 To N
    If i <= j Then res(i, j) = покуп(i) * (цпрод - цпок)
    If i > j Then res(i, j) = покуп(j) * (цпрод - цпок) -
(покуп(i) - покуп(j)) * (цпок - цсдач)
  Next j
Next i
априбыль = res
End Function

```

На робочому аркуші (рис. 5.4) містяться наступні формули (табл. 5.3).

Таблиця 5.3 – Функції робочого листа

Комірка	Формула
C7:G7	=C6/СУММ(\$C\$6:\$G\$6)... G6/СУММ(\$C\$6:\$G\$6)
E10: I14	{=априбыль(D10:D14)}
K10: K14	{=МУМНОЖ(E10:I14;ТРАНСП(C7:G7)) }
максимальная_прибыль (F16)	=МАКС(K10:K14)
оптимальный_объем (F17)	=(ПОИСКПОЗ(МАКС(K10:K14);K10:K14;0)-1)*5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Продажа	Покупка	Возврат								
2	23	20	17								
3											
4											
5	Объем реализаций		0	5	10	15	20	Матрица исходов			
6	Число событий		0	7	9	15	6				
7	Вероятность событий		0,000	0,189	0,243	0,405	0,162				
8				Продажа							
9					0	5	10	15	20		Прибыль
10		Покупка		0	0	0	0	0	0		0,00
11			5	-15	15	15	15	15	15		15,00
12			10	-30	0	30	30	30	30		24,32
13			15	-45	-15	15	45	45	45		26,35
14			20	-60	-30	0	30	60	60		16,22
15											
16			Максимальная прибыль			26,35					
17			Оптимальный объем			15					

Рисунок 5.4 – Вигляд робочого листка

## 5.4 Варіанти завдань до теми «Модель керування запасами»

Вуличний продавець купує журнали у видавництва за ціною «Вартість продажу», а продає – по «Вартість купівлі». У випадку, якщо товар не вдається реалізувати, продавець повертає його видавництву за ціною «Вартість повернення». Необхідно визначити, скільки журналів варто закуповувати продавцеві, щоб його очікуваний прибуток був максимальний.

Продавцеві ніколи не вдавалося продати більше 20 автомобілів, в середньому за 40 днів. Число відповідних подій (за обсягом реалізації) та значення надано в таблиці 5.4 згідно за варіантом.

Таблиця 5.4 – Варіанти індивідуальних завдань

Варіант	Вартість продажу	Вартість купівлі	Вартість повернення	Число подій (за обсягом реалізації)				
				0	5	10	15	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	30	25	20	0	5	20	10	5
2	29	28	27	1	6	21	11	6
3	28	26	24	2	7	22	12	7
4	26	24	22	0	8	23	13	8
5	26	23	20	1	9	24	14	8
6	20	18	15	2	10	25	15	9
7	40	36	35	0	11	26	16	10
8	50	40	20	1	12	27	17	11
9	45	42	40	2	13	28	18	12
10	30	20	10	0	14	29	19	13
11	56	54	51	1	15	30	20	14
12	55	54	40	2	16	30	21	15
13	54	36	30	0	17	29	22	16
14	53	49	40	1	18	19	23	17
15	52	28	25	2	19	18	24	18
16	51	34	32	0	20	17	25	19
17	50	41	38	1	4	16	26	20
18	49	35	31	2	3	15	27	21
19	48	45	51	0	2	14	28	22
20	47	42	35	1	1	13	29	23
21	46	35	25	2	2	12	30	24
22	45	35	25	0	3	12	1	25
23	44	35	25	1	4	10	2	26
24	43	35	25	2	5	15	3	27
25	42	35	25	0	6	16	4	28
26	41	35	25	1	7	27	5	29
27	40	35	25	2	8	29	6	30
28	39	35	25	0	9	12	7	1
29	38	35	25	1	10	13	8	2
30	37	25	20	2	11	16	9	3

## ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Перри Г. Microsoft Office 2007. Все в одном / Г. Перри. – М.: Диалектика, 2008. – 608 с.
2. Меженный О. А. Microsoft Office 2007. Краткое руководство / О. А. Меженный. – М.: Диалектика 2009. – 384 с.
3. Уокенбах Дж. Microsoft Office Excel 2007. Библия пользователя / Дж. Уокенбах. – М.: Диалектика, 2008. – 816 с.
4. Слепцова Л. Д. Программирование на VBA в Microsoft Office 2007. Самоучитель / Л. Д. Слепцова. – М.: Инфра, 2009. – 432 с.
5. Иванова Е. Н. Microsoft Office 2007. Просто как дважды два / Е. Н. Иванова. – М.: Эксмо, 2007. – 336 с.
6. Иванова Е. Н. Microsoft Office 2007. Просто как дважды два / Е. Н. Иванова. – М.: Эксмо, 2007. – 336 с.
7. Уокенбах Дж. Профессиональное программирование на VBA (+CD-ROM) / Дж. Уокенбах. – М.: Вильямс, 2011. – 944 с.



## ДОДАТОК А

Таблиця А.1 – Функції і методи об'єкта Application VBA:

Функція Excel	Функція VBA	Призначення
ABS	ABS	Повертає модуль (абсолютну величину числа)
ASIN	ASIN	Повертає арксинус числа
ATAN	ATAN	Повертає арктангенс числа
COS	COS	Повертає косинус заданого кута
EXP	EXP	Повертає число «e», зведене в зазначений ступінь
LN	LN	Повертає натуральний логарифм числа
Log	LOG	Повертає логарифм числа заданої основи. Якщо підстава опущена, то повертається логарифм за основою 10
LOG10	LOG10	Повертає десятковий логарифм числа
SIN	SIN	Повертає синус заданого кута
TAN	TAN	Повертає тангенс заданого кута
ЗНАК	SIGN	Повертає 1, якщо число позитивне, 0, якщо дорівнює 0, -1, якщо негативне
КОРЕНЬ	SQRT	Повертає позитивне значення кореня з ненегативного числа
МОБР	MINVERSE	Повертає зворотну матрицю
МОПРЕД	MDETERM	Повертає визначник матриці
МУМНОЖ	MMULT	Повертає добуток матриць
ПИ	PI ()	Повертає значення числа $\pi$
ПРОИЗВЕД	PRODUCT	Повертає добуток чисел, заданих як аргументи
СУММ	SUM	Повертає суму всіх чисел, що входять в у список аргументів
СУММКВРАЗН	SUMXMY2	Повертає суму квадратів різностей відповідних значень у двох масивах
СУММПРОИЗВ	SUMPRODUCT	Повертає суму добутків відповідних елементів масивів
ФАКТР	FACT	Повертає факторіал числа
СЕГОДНЯ	TODAY	Повертає поточну дату в числовому форматі
СТРОКА	ROW	Повертає номер рядка по заданому посиланню
ЧСТРОК	ROWS	Повертає кількість рядків у посиланні
ПСТР	MID	Повертає задане число символів з рядка тексту, починаючи з указаної позиції
ТРАНСП	TRANSPOSE	Повертає транспонований масив

## ДОДАТОК Б

### **Б.1 Загальні вимоги до оформлення звіту з комп'ютерної практики**

Робота виконується на аркушах формату А4.

Поля:

зверху: 15 мм;

знизу: 15 мм;

праворуч: 15 мм;

ліворуч: 25 мм.

Інтервал: 1.

Нумерація сторінок: по центру, знизу.

Сторінка 1 – Титульний аркуш.

Оформляється у вигляді, що показаний на рис. 6.1

Сторінка 2 – Аркуш завдань.

На цій сторінці необхідно записати умови завдань. Указати дату одержання завдань і поставити свій підпис.

Зауваження.

Кількість та варіанти задач визначає викладач.

Сторінка 3 – Реферат.

Текст реферату відображає: ціль роботи, об'єкт дослідження, отримані результати та їхню новизну, області застосування.

Обсяг – один абзац з 15–20 рядків. Надає зведення про обсяг, кількість рисунків, використану літературу, доповнення, перелік ключових слів окремих понять, що дають уявлення про зміст роботи. Ключові слова – (близько 10) розміщують під текстом, записуючи заголовними буквами.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ

Кафедра ПМтаІ

ЗВІТ  
з комп'ютерної практики  
на тему:  
Використання MS Excel і VBA  
для розв'язання прикладних задач

Виконав: ст. гр. МО-11  
Іванов І.І.

Перевірив: доц. Корольов М.Є.

Горлівка 2012

Рисунок 6.1 – Титульний лист

Сторінка 4 – Зміст.

Має вигляд (кількість та теми задач задає викладач):

## ВСТУП

1 ЗАСОБИ MS EXCEL РОЗВ'ЯЗАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ.

2 РОЗВ'ЯЗАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ  
MS EXCEL ТА VBA

### 2.1 Задача 1

2.1.1 Постановка й формалізація задачі

2.1.2 Розробка структури таблиці

2.1.3 Відображення результатів

### 2.2 Задача 2

2.2.1 Постановка й формалізація задачі

2.2.2 Розробка структури таблиці

2.2.3 Відображення результатів

### 2.3 Задача 3

2.3.1 Постановка й формалізація задачі

2.3.2 Розробка структури таблиці

2.3.3 Відображення результатів

### 2.4 Задача 4

2.4.1 Постановка й формалізація задачі

2.4.2 Розробка структури таблиці

2.4.3 Відображення результатів

## ВИСНОВКИ

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

Сторінка ВСТУП.

Надає оцінку стану досліджень, обґрунтовує необхідність виконання роботи, показується актуальність і новизна роботи.

Сторінка ВИСНОВКИ.

Подає висновки роботи, пропозиції по їх застосуванню. Наприкінці відзначається, якими результатами довершена робота.

Сторінка ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.

Оформлюється відповідно до вказівок ДСТ 7.1-84 та ДСТУ 3582-97 «Бібліографічний опис документів».

ЕЛЕКТРОННЕ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

**Корольов** Марк Євгенович  
**Кравченко** Роман Сергійович

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО НАВЧАЛЬНОЇ КОМП'ЮТЕРНОЇ ПРАКТИКИ  
ЧАСТИНА 1. «ЕЛЕКТРОННІ ТАБЛИЦІ MS EXCEL»  
УСІХ ФОРМ НАВЧАННЯ**

Підписано до випуску \_\_.\_\_.2012 р. Гарнітура Times New.  
Умов. друк. арк. 5,0 Зам. № \_\_

---

Державний вищий навчальний заклад  
«Донецький національний технічний університет»  
Автомобільно-дорожній інститут  
84646, м. Горлівка, вул. Кірова, 51  
E-mail: druknf@rambler.ru