

Лабораторная работа 2

**Исследование электрической цепи синусоидального тока с последовательным соединением активного, индуктивного и ёмкостного сопротивлений. Резонанс напряжений**

**Цель.** Исследовать основные законы неразветвлённой цепи переменного тока, состоящей из последовательного соединения сопротивлений: активного (реостат R), индуктивного (катушка индуктивности L с ферромагнитным сердечником) и ёмкостного (батарея ёмкостей C). Создать в цепи резонанс напряжений и изучить это явление.

**2.1 Общие сведения**

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательного соединения R, L, C (рис. 2.1).

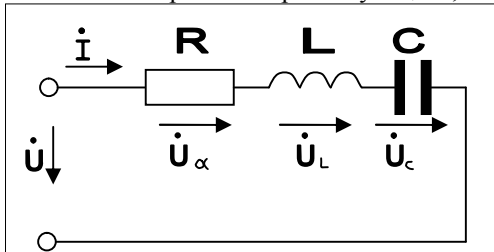


Рисунок 2.1 – Схема последовательного соединения

По второму закону Кирхгофа можно записать для мгновенных значений напряжения

$$U = U_a + U_L + U_C, \tag{2.1}$$

где  $U_a = iR$  - падение напряжения на активном сопротивлении;

$$U_L = i \frac{di}{dt} - \text{падение напряжения на индуктивном сопротивлении};$$

$$U_C = \frac{1}{C} \int idt - \text{падение напряжения на ёмкостном сопротивлении}.$$

Считаем электрическую цепь линейной. Пусть ток, протекающий по цепи, изменится по гармоническому закону  $i = I \cdot m \cdot \sin \omega t$ .

Для упрощения полагаем  $\psi_I = 0$ . Тогда составляющее напряжение будут определяться выражением

$$U_a = iR = I_m R \sin \omega t = V_{am} \sin \omega t, \tag{2.2}$$

$$U_L = L \frac{di}{dt} = \omega L \cos \omega t = \omega L I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = U_{Lm} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}), \tag{2.3}$$

$$U_C = \frac{1}{C} \int idt = \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t = \frac{I_m}{\omega C} \omega L I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = U_{cm} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}). \tag{2.4}$$

Из выражений (2.1) -(2.4) следует, что приложенное напряжение U из трёх составляющих: активной  $U_a$ , индуктивной  $U_L$ , ёмкостной, выражения которых в комплексной форме будут иметь вид  $\psi_I = 0$

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= U_a \cdot e^{j\psi_I}, \\ \dot{U}_L &= j \cdot U_L \cdot e^{j\psi_I}, \\ \dot{U}_C &= -j \cdot U_C \cdot e^{j\psi_I}. \end{aligned}$$

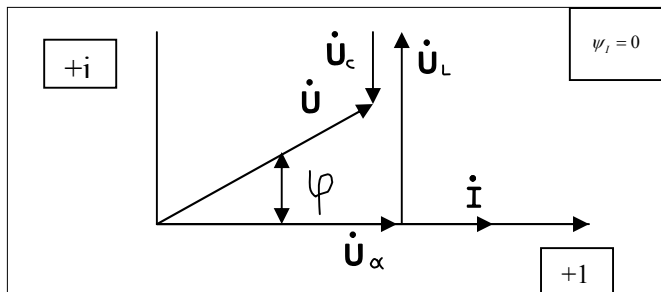


Рисунок 2.2 – Векторная диаграмма цепи с R,L,C.  $\dot{U} = \dot{U}_a + \dot{U}_L + \dot{U}_C = e^{j\psi_I} \cdot (U_a + jU_L + jU_C)$ .

Действующие значения тока в цепи можно определить по выражению

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega l - \frac{1}{\omega c})^2}},$$

где  $Z = R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2$  - полное сопротивление цепи,

$X_L = \omega L$  - индуктивное сопротивление, Ом;

$X_C = \frac{1}{\omega C}$  - ёмкостное сопротивление, Ом;

$R$  - активное сопротивление, Ом;

В зависимости от соотношения  $X_L$  и  $X_C$  возможны три режима работы электрической цепи: 1) преобладает индуктивность; 2) преобладает ёмкость; 3) резонанс напряжений. Рассмотрим эти случаи.

1.  $X_L > X_C$ , тогда  $\dot{U}_L > \dot{U}_C$

Строим векторную диаграмму для данного случая. В целях упрощения принимаем  $\psi_I = 0$ , тогда вектор тока будет совпадать с осью действительных чисел:  $I = I \cdot e^{j\psi_I} = I \cdot e^{j0} = I$ .

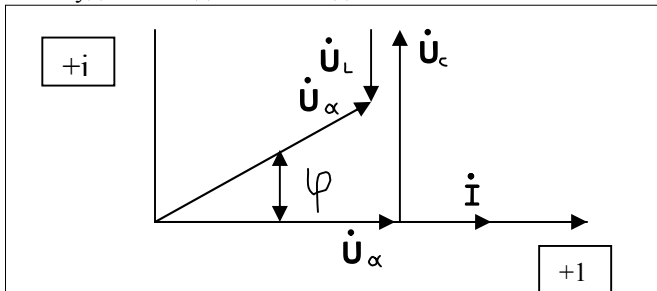


Рисунок 2.3 – Векторная диаграмма токов и напряжений случая  $X_L > X_C$

Из векторной диаграммы видно, что при условии  $X_L > X_C$   $\frac{\pi}{2} > \varphi > 0$ ,

а такому случаю соответствует эквивалентная цепь с  $R$  и  $X_p$  (рис. 2.4).

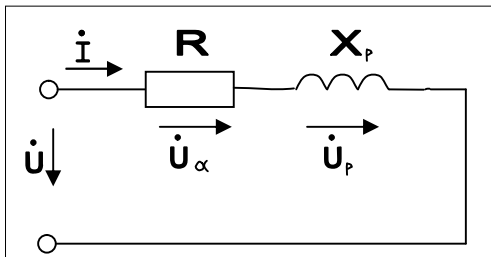


Рисунок 2.4 – Эквивалентная цепь (случай  $X_L > X_C$ )

Для такой цепи  $\dot{U} = e^{j\psi_I} (U_a + j \cdot U_p)$ ,

где  $U_p = U_L - U_C$  - реактивная индуктивная составляющая полного напряжения.

Другими словами, если  $X_L > X_C$ , исходная цепь с  $R, L, C$ , эквивалентна цепи с  $R$  и  $X_p$ , то есть активно-индуктивна.  $X_p = X_L - X_C$  - реактивное сопротивление цепи.

Такая цепь имеет полное сопротивление

$$Z = R + jX_L - jX_C = R + j(X_L - X_C) = Z \cdot e^{j\varphi}, \text{ Ом}$$

и потребляет полную мощность.

$$\tilde{S} = P + j(Q_L - Q_C) = P + jQ_p = S \cdot e^{j\varphi},$$

где  $Q_p = (Q_L - Q_C)$  - реактивная индуктивная мощность.

2.  $X_L < X_C$ , тогда  $\dot{U}_L < \dot{U}_C$ .

Векторная диаграмма, построенная аналогично, будет иметь вид (рис.2.5). Из векторной диаграммы следует,

что при условии  $X_L < X_C$  угол  $\varphi$  всегда отрицателен, то есть  $\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$ .

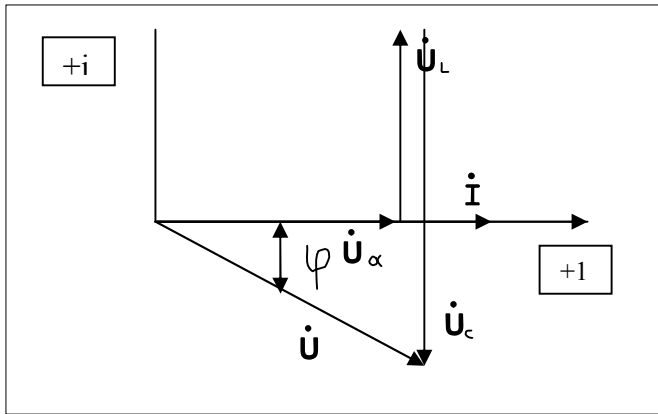


Рисунок 2.5 – Векторная диаграмма токов и напряжений (случай  $X_L < X_C$ )  
 Такому случаю соответствует эквивалентная цепь с R и  $X_p$  (рис. 2.6).

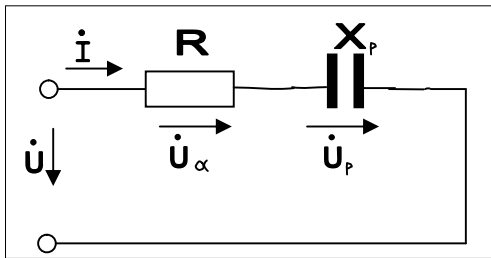


Рисунок 2.6 – Эквивалентная цепь (случай  $X_L < X_C$ )

Для такой цепи  

$$\dot{U} = e^{j\omega t} (U_a - j \cdot U_p),$$

где  $U_p = U_C - U_a$  - реактивная ёмкостная составляющая полного напряжения.

Если  $X_L > X_C$ , исходная цепь с R, L, C эквивалентна цепи с R и  $X_p$ , то есть активно-ёмкостная. Такая цепь имеет полное сопротивление

$$Z = R + jX_L - jX_C = R - j(X_L - X_C) = Z \cdot e^{-j\varphi}$$

и потребляет полную мощность

$$\tilde{S} = P - j(Q_C - Q_L) = P - jQ_p = S \cdot e^{-j\varphi}.$$

где  $Q_p = (Q_L - Q_C)$  - реактивная ёмкостная мощность, вар.

3.  $X_L = X_C$ , тогда  $\dot{U}_L = \dot{U}_c$ .

Векторная диаграмма, построенная для данного случая, имеет вид (рис. 2.7).

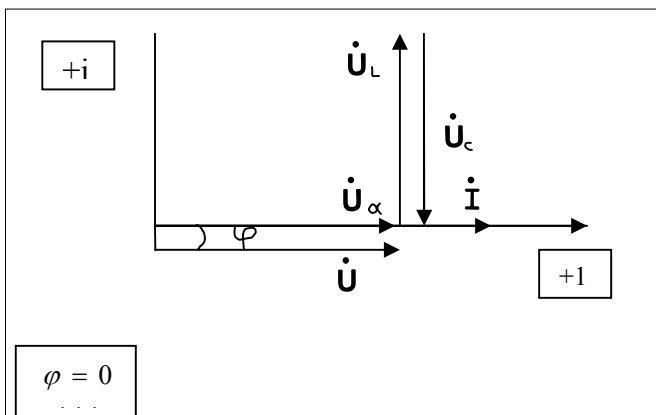
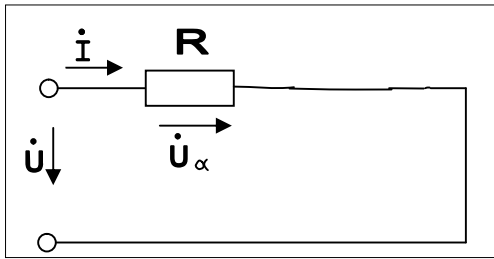


Рисунок 2.7 – Векторная диаграмма токов и напряжений (случай  $X_L = X_C$ )  
 Такому случаю соответствует эквивалентная цепь с R (рис. 2.8).



Для такой цепи

$$\dot{U} = U_a e^{j\psi_U},$$

где  $U_a$  - активная составляющая полного напряжения.

Если  $X_L = X_C$ , исходная цепь с R, L, C является цепью с чисто активным сопротивлением.

Такая цепь имеет полное сопротивление равное активному  $Z = R \rightarrow \min$ , и ток  $I = \frac{U}{R} \rightarrow \max$ ,

потребляет полную мощность равную активной мощности

$$\tilde{S} = P \quad (Q_p = 0).$$

Коэффициент мощности такой цепи  $\cos \varphi = 1$ . Данный режим работы цепи называется резонансом напряжений.

Условие  $X_L = X_C$  обеспечивает наилучший  $\cos \varphi$  цепи ( $\cos \varphi = 1$ ).

Однако в практике для улучшения  $\cos \varphi$  цепи явление резонанса не используется из-за перенапряжений на отдельных участках.

## 2.2 Порядок выполнения

1. Собрать электрическую схему цепи с последовательным соединением сопротивлений (элементов) – рис. 2.9.

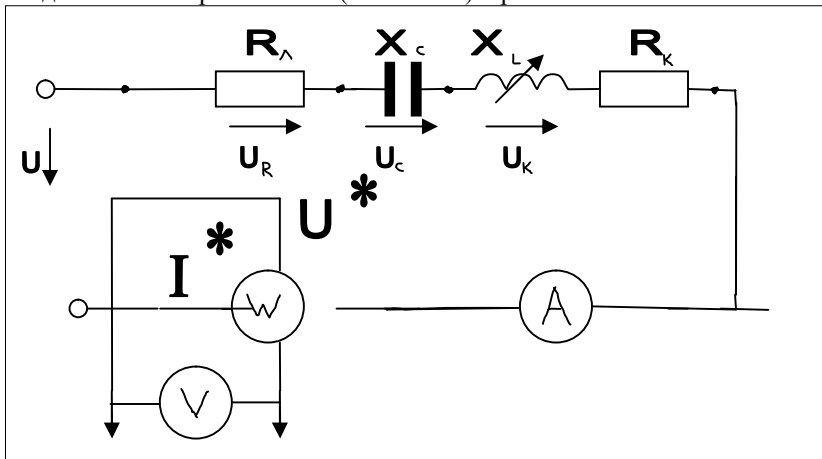


Рисунок 2.9 – Схема экспериментальной установки

Используемые приборы:

$W - 0 \div 5 \text{ A}; 250 \text{ В}, \quad A - 0 \div 5 \text{ A} \quad \text{⚡}.$

$V - 0 \div 250 \text{ В} \quad \text{⚡},$

В качестве сопротивлений  $R_{\bar{e}}, X_C$  используется ламповый реостат и батарея конденсаторов ёмкостью 55 мкФ. В качестве переменного индуктивного сопротивления применяется катушка индуктивности с ферро магнитным сердечником.

2. Изменяя величину индуктивного сопротивления  $X_L$  цепи с помощью катушки индуктивности, получить три режима работы цепи:  $X_L > X_C$ ,  $X_L = X_C$ ,  $X_L < X_C$ . Результаты измерений заносятся в табл. 2.1

Таблица 2.1 – Результаты экспериментальных исследований ( $C=58 \text{ мкФ}=\text{const}$ )

№ п/п	I	U	Ламповый реостат		Ёмкость		Катушка индуктивности		Режим цепи
			$P_{\bar{e}}$	$V_{\bar{e}}$	$P_{\bar{n}}$	$V_c$	$P_{\bar{e}}$	$V_k$	
1									$X_L > X_C$ ,
2									$X_L = X_C$
3									$X_L < X_C$

3. Используя результаты экспериментальных исследований (табл. 2.1), вычислить параметры элементов R, L, C и эквивалентной цепи.

Результаты вычислений заносят в табл. 2.2, 2.3.

Таблица 2.2 – Результаты вычислений

№ п/п	Ламповый реостат		Ёмкость		Катушка индуктивности				
	$R_{\bar{e}}$		$X_c$		$\cos \varphi_k$	$\varphi_k$	$z_k$	$R_k$	$x_k$
1									
2									
3									

Таблица 2.3 – Результаты вычислений

№ п/п	Эквивалентная цепь				
	$R_{\bar{y}\bar{e}\bar{a}}$	$X_p$	$z$	$\cos \varphi$	$\varphi$
1					
2					
3					

При обработке результатов эксперимента используются следующие зависимости:

$$R_L = \frac{U_L}{I}; \quad \cos \varphi_k = \frac{P_k}{I \cdot U_k}; \quad Z = \frac{U}{I};$$

$$x_c = \frac{U_c}{I}; \quad Z_k = \frac{U_k}{I}; \quad \cos \varphi_k = \frac{P_{\bar{y}\bar{e}\bar{a}}}{Z};$$

$$R_{\bar{y}\bar{e}\bar{a}} = R_{\bar{e}} + R_{\bar{e}}; \quad R_{\bar{e}} = Z_k \cos \varphi_k;$$

$$x_p = x_L - x_c; \quad x_k = Z_k \sin \varphi_k;$$

### 2.3 Содержание отчёта

1. Привести теоретические положения по работе и схеме экспериментальной установки.
2. Показать результаты эксперимента и вычислений (табл. 2.1-табл. 2.3)
3. Описать векторные диаграммы токов и напряжений для рассматриваемых режимов работы цепи.
4. Подробно изложить режим резонанса напряжений.
5. Ответить на контрольные вопросы.

### 1.4 Контрольные вопросы

1. В каких цепях возникает резонанс напряжений?
2. Как вы установили, что в цепи наступил резонанс напряжений ?
3. Назвать признаки резонанса напряжений
4. Написать закон Ома для цепи с последовательным соединением R,L,C.
5. Почему угол  $\varphi = 0$  при  $X_L = X_c$ , а при  $X_L > X_c$   $\varphi > 0$ , при  $X_L < X_c$   $\varphi < 0$ ?
6. Чему равно полное сопротивление цепи в момент резонанса напряжений
7. Почему в момент резонанса падение напряжения на индуктивности и ёмкости будет больше приложенного напряжения сети?
8. Почему не используется явление резонанса напряжений для улучшения  $\cos \varphi$  цепи?