

# Електротехніка \_\_ Конспект лекцій

## Лекція № 1

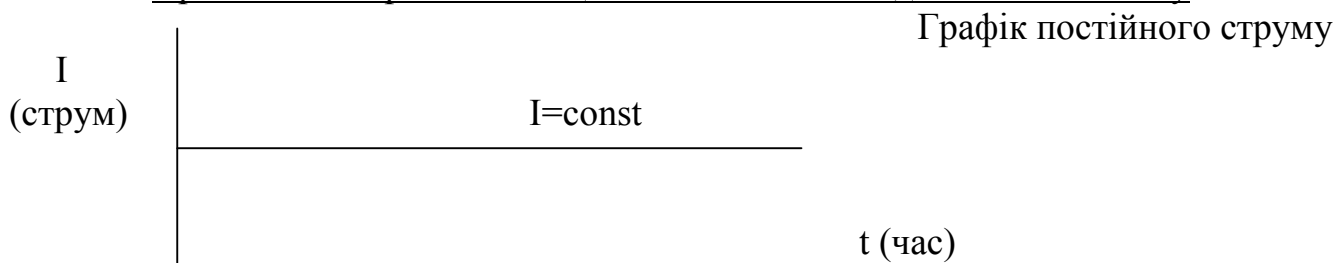
Електротехніка – це наук про технічне або практичне використання електричних та магнітних явищ.

### Електричні ланцюги постійного струму

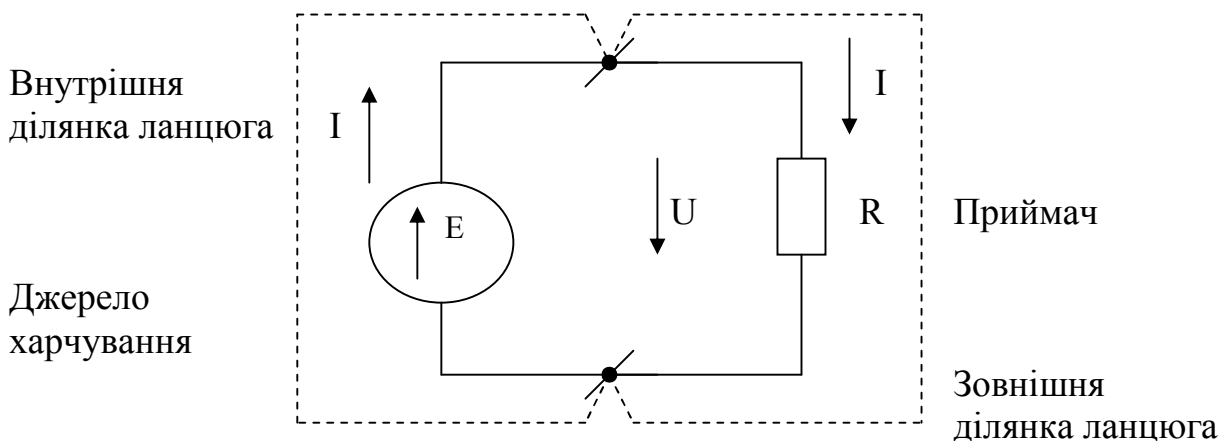
Систематичне дослідження електричних явищ, та їх практичне використання почалось з вивчення постійного струму в кінці ХХІІІ на початку ХІХ віків. Згадаймо таких знаменитих вчених, як Ампер, Вольт, Ом, Кулон, Якобі, Яблочков та багатьох інших.

Подальші дослідження показали, що більшість закономірностей, які були доведені при аналізі ланцюгів постійного струму стали фундаментальними законами електротехніки.

### Простий електричний ланцюг та основи співвідношення в ньому



### Електрична схема простого електричного ланцюга



### Основні елементи електричного ланцюга

1. Джерело харчування створює (Е.Р.С.) електрорушійну силу, внаслідок чого на клеммах джерела з'являється напруга.
2. Джерело має внутрішній опір ( $r_0$ ).

Приймач електричної енергії може бути:

А) пасивним (лампа накаливання, електронагрівальний апарат)

В цьому елементі не виникає електрорушійної сили.

Пасивний елемент характеризується опором.

Б) У активного приймача (електричні двигуни) при роботі виникає електрорушійна сила.

Джерело – це внутрішня ділянка ланцюга.

Приймач – це зовнішня ділянка ланцюга.

Закон Ома

Для повного замкнутого ланцюга

$$I = \frac{\sum_{i=0}^N E}{R_{\text{екв}}}$$

Струм в ланцюзі дорівнює алгебраїчній сумі  $E$ ,  $R$ ,  $S$  що поділена на еквівалентний опір.

Якщо Закон Ома розглянути для простішого ланцюга він буде мати вигляд:

$$I = \frac{E}{R + R_0}$$

електрорушійна сила  
повний опір

Для зовнішньої ділянки Закон Ома буде мати вигляд:

$$I = \frac{U}{R}$$

напруга  
опір

або  $U = IR$  де  $U$  – напруга, що прикладена до навантаження.

Електрорушійна сила джерела може бути знайдена

$$E = RI + R_0 I$$

або

$$E = U + R_0 I$$

напруга зовнішнього ланцюга

падіння напруги усередині джерела

Якщо ланцюг розімкнений (х.х), тоді:

$$E = U$$

Якщо ланцюг замкнений (робота на зовнішній ланцюг), тоді:

$$U = E - R_0 I$$

тобто  $U < E$  на величину падіння напруги в джерелі (завжди).

Баланс потужностей електричного ланцюга

Потужність – це співвідношення роботи до відповідального проміжка часу

(t)

$$P = \frac{A}{t} = \frac{UIt}{t} = UI$$

Основна одиниця потужності в системі “СИ” це –Ватт (Вт)

$$1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 1 \text{ В} \cdot \text{А}$$

Це потужність, при якій за одну секунду виконується робота 1 Дж, або:

$$1(\text{mВт})\text{міліват} = 10^{-3} \text{ Вт}$$

$$1\text{КВт} = 10^3 \text{ Вт}$$

$$1\text{МВт} = 10^6 \text{ Вт} = 10^3 \text{ КВт}$$

Практичною одиницею вимірювання електричної енергії є Кіловат-година КВт год – це робота, що виконується при постійній потужності 1 КВт за годину


$$1\text{Вт} \cdot \text{с} = 1\text{Дж}$$

$$1\text{Вт} \cdot \text{год} = 3600\text{Дж} = 3600\text{Вт} \cdot \text{с}$$

$$1\text{КВт} \cdot \text{год} = 3600000\text{Дж}$$

### Баланс ланцюга

Укажемо на струм:

$$EI = UI + R_0 I^2$$


$$P_1 = P_2 + \Delta P$$

$P_1$  - повна потужність джерела

$P_2$  - потужність, яка передається джерелом до зовнішнього ланцюга (корисна потужність)

$$P_2 = UI = I \cdot R \cdot I = RI^2$$

$\Delta P = R_0 I^2$  - утрата потужності усередині джерела (шкідлива потужність)

### Коефіцієнт корисної дії К.К.Д.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} < 1$$

### Закони Кірхгофа

#### I з-н Кірхгофа для вузла

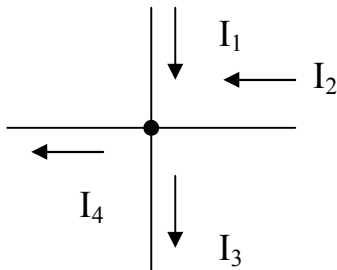
Алгебраїчна сума струмів вузла електричного ланцюга дорівнює нулю.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

Вузол – це крапка електричного ланцюга де збігають три або більше провідника.

#### Приклад:

Маємо вузол ланцюга.



Умовимся, що струм, який підходить до вузла, будемо вважати позитивним, а струм, що відходить – негативним.

Тоді:  $I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$

Або  $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$

Для кожного вузла електричного ланцюга сума струмів, які підходять до вузла дорівнює  $\Sigma$  струмів, що відходять від вузла.

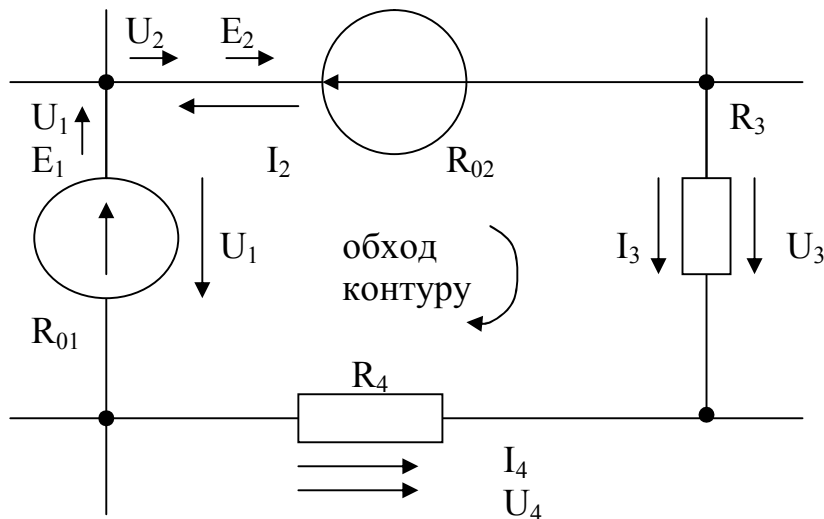
### II з-н Кірхгофа

В кожному замкненім контурі схеми електричного ланцюга алгебраїчна сума напруг на всіх резистивних елементах дорівнює алгебраїчній сумі Е.Р.С.

$$\sum_{i=1}^N R_i I_i = \sum_{i=1}^M E_i$$

Розглянемо замкнений електричний ланцюг.

Візьмемо наймання напрям обходу контуру за напрямом годинникової стрілки. Будемо вважати струм та Е позитивними, якщо вони співпадають з напрямом обходу і негативним, якщо струм і Е зустрічні.



Тоді, згідно з другим законом Кірхгофа будемо мати:

$$R_{01}I_1 - R_{02}I_2 + R_3I_3 - R_4I_4 = E_1 - E_2$$

Або друге формування:  $-U_1 + U_2 + U_3 - U_4 = 0$

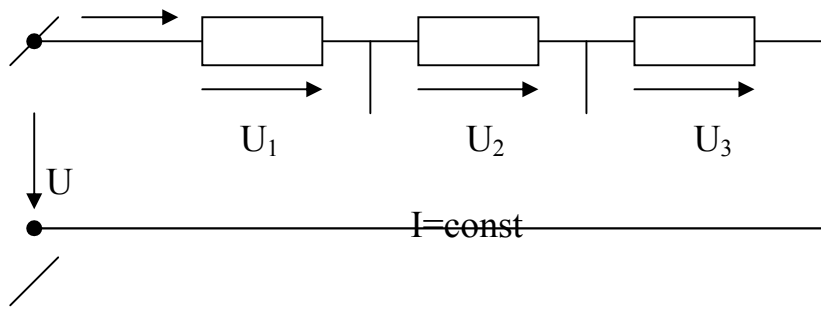
Воно витікає з першого формулювання

$$\begin{aligned} -(E_1 - R_{01}I_1) + (E_2 - R_{02}I_2) + R_3I_3 - R_4I_4 &= 0 \\ -U_1 + U_2 + U_3 - U_4 &= 0 \end{aligned}$$

### Способи з'єднання пасивних елементів (опорів)

Послідовне з'єднання – утворює нерозгалужений ланцюг з одним струмом для всіх елементів ланцюга (ділянок).





де

$$U_1 = IR_1$$

$$U_2 = IR_2$$

$$U_3 = IR_3$$

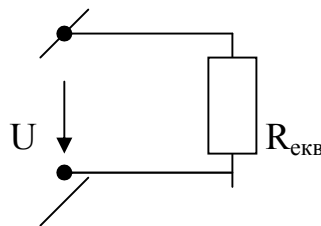
Повна напруга буде знайдена

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = I(R_1 + R_2 + R_3) = IR_{екв}$$

Тобто

$$R_{екв} = R_1 + R_2 + R_3$$

Еквівалентна схема буде мати вигляд:



### Потужність ланцюга

$$P_1 = U_1 I; \quad P_2 = U_2 I; \quad P_3 = U_3 I$$

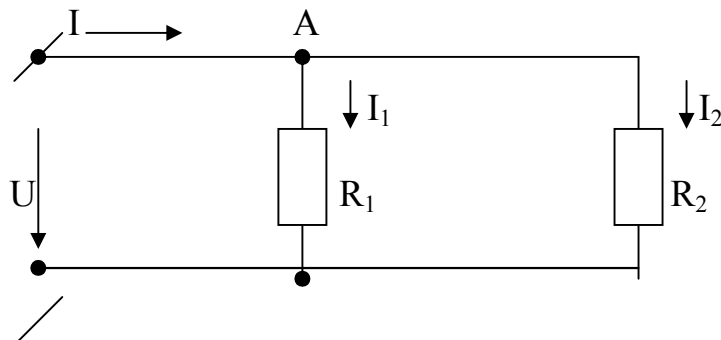
Повна потужність всього ланцюга:

$$P = (U_1 + U_2 + U_3)I = P_1 + P_2 + P_3 = UI$$

Висновок: повна потужність всього ланцюга дорівнює сумі потужностей ділянок.

### Паралельне з'єднання опорів

Утворює розгалужений ланцюг з однією напругою на всіх паралельно з'єднаних ділянках.



1.  $U = \text{const}$

2. Згідно з I законом Кірхгофа для вузла А будемо мати:

$$I = I_1 + I_2$$

де, як дріб від ділення:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad I = \frac{U}{R_{екв1}};$$

тоді після підстановки будемо мати:

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \frac{U}{R_{екв}}$$

або

$$\frac{1}{R_{екв}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Увага! Якщо в ланцюзі маємо тільки дві гілки, тоді:

$$R_{екв} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Потужність ланцюга:

$$P_1 = U_1 I; \quad P_2 = U_2 I$$

Повна потужність ланцюга:

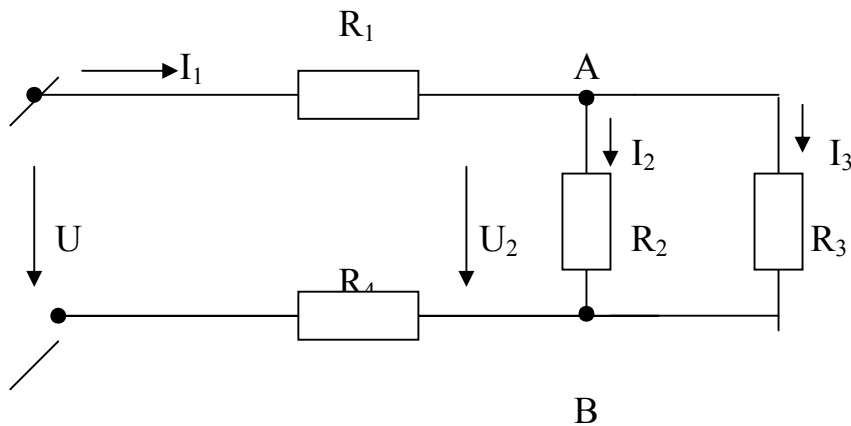
$$P = UI = U(I_1 + I_2) = P_1 + P_2$$

### Змішане з'єднання опорів

Утворює розгалужений ланцюг.

Приклад:

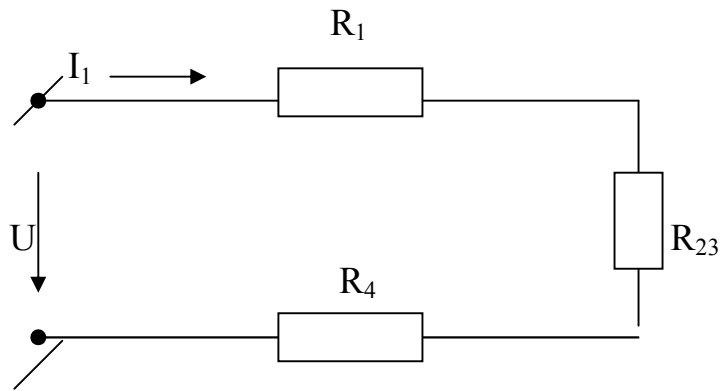
Маємо ланцюг.



Перетворимо ланцюг

$$R'_{екв} = R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

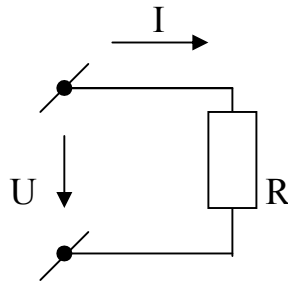
Ланцюг буде мати вигляд:



Повний опір ланцюга буде мати вигляд:  $R = R_1 + R_{23} + R_4$

Або 
$$R = R_1 + R_4 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

Еквівалентна схема буде мати вигляд:



З останньої схеми знайдемо струм всього ланцюга:  $I = \frac{U}{R}$ ;

тому що напруга вузлів А та В дорівнює  $U_2$ , струми  $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$ ;  $I_3 = \frac{U_2}{R_3}$ ;

Потужність ланцюга:

$$P = I_1(U_1 + U_{23} + U_4) = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

або  $P = P_1 + P_2 + P_3$

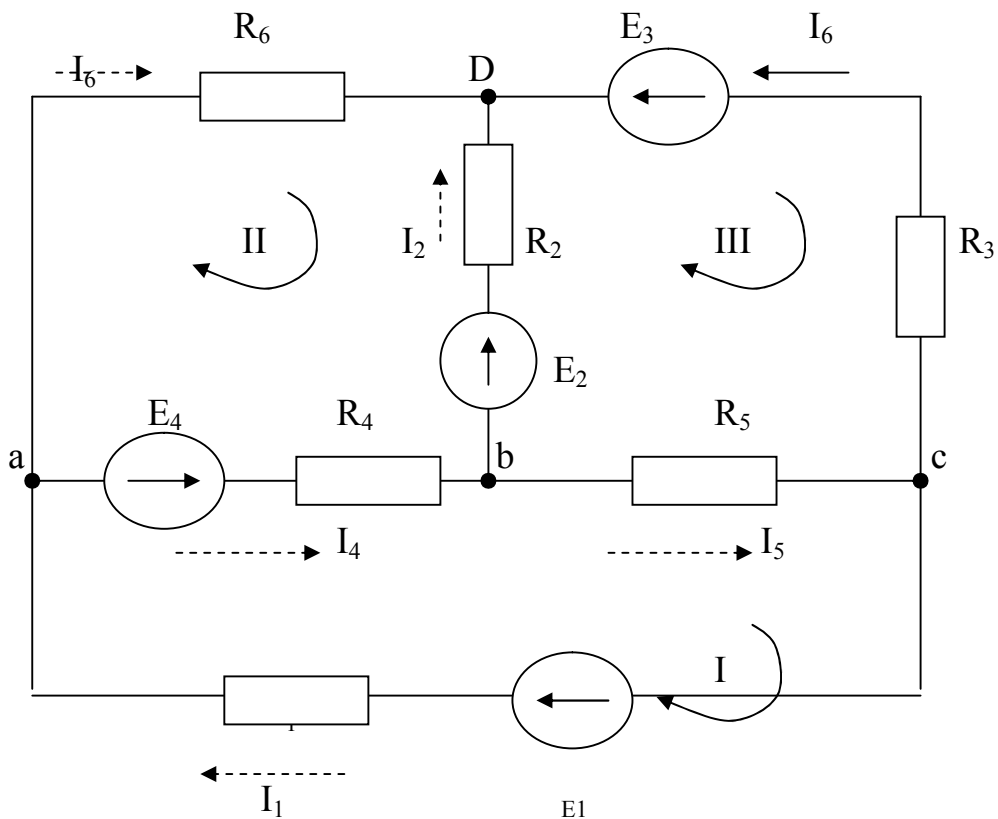
Висновок: Незалежно від схеми з'єднання ділянок в електричному ланцюзі, повна потужність буде дорівнювати сумі потужностей окремих ділянок.

### Методи розрахунку складних ланцюгів постійного струму

Складний ланцюг – це розгалужений ланцюг з високим числом пасивних та активних елементів.

Наприклад. Розглянемо схему електричного ланцюга

$I_6$                        $R_6$      $E_3$                        $I_6$



В даному ланцюзі маємо:

- 1)  $n=4$  - вузлів
- 2)  $m=6$  - гілок

Тоді маємо висновок, що кількість невідомих струмів дорівнює кількості гілок.

Для даної електричної схеми маємо всі значення Е.Р.С. і всі значення опорів.

Треба знайти значення струмів гілок.

Розглянемо декілька методів.

### I. Розрахунок ланцюгів за допомогою законів Кірхгофа

- 1) Користуючись законами Кірхгофа складемо кількість рівнянь, яке дорівнює кількості невідомих струмів.

При цьому, по I закону Кірхгофа складемо кількість рівнянь, що буде на одиницю менше, ніж кількість вузлів ланцюга. Тобто  $n - 1 = 4 - 1 = 3$  (рівняння).

Щоб використати I закон Кірхгофа задамося свавільним напрямом струмів і позначимо їх пунктирною лінією.

Вузол b:  $I_6 + I_3 + I_2 = 0$

Вузол a:  $I_1 - I_4 - I_6 = 0$

Вузол c:  $I_5 - I_3 - I_1 = 0$

Недостатні рівняння складаємо використовуючи II закон Кірхгофа.

Для цього: в електричній схемі

1. виділимо три замкнені контури

контур I      abca

контур II     abDa

контур III    bDcb



2. візьмемо наймання напрям обходу контуру (за напрямом годинникової стрілки).

Тоді, згідно з II законом Кірхгофа будемо мати три рівняння:

контур I

$$I_1(R_1 + R_{01}) + I_4(R_4 + R_{04}) + I_5(R_5) = E_1 + E_4$$

контур II

$$-I_4(R_4 + R_{04}) + I_6 R_6 - I_2(R_2 + R_{02}) = -E_2 - E_4$$

контур III

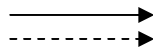
$$I_2(R_2 + R_{02}) - I_3(R_3 + R_{03}) - I_5(R_5) = E_2 - E_3$$

Висновок: таким чином маємо систему з шести рівнянь.

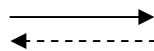
Розв'язуючи цю систему знайдемо шість невідомих струмів.

Але увага! Слід запам'ятати: дійсний напрям струму зазначається знаком "+", "-".

1. Якщо "+", тоді дійсний струм співпадає з зовнішнім. На схемі треба показати:

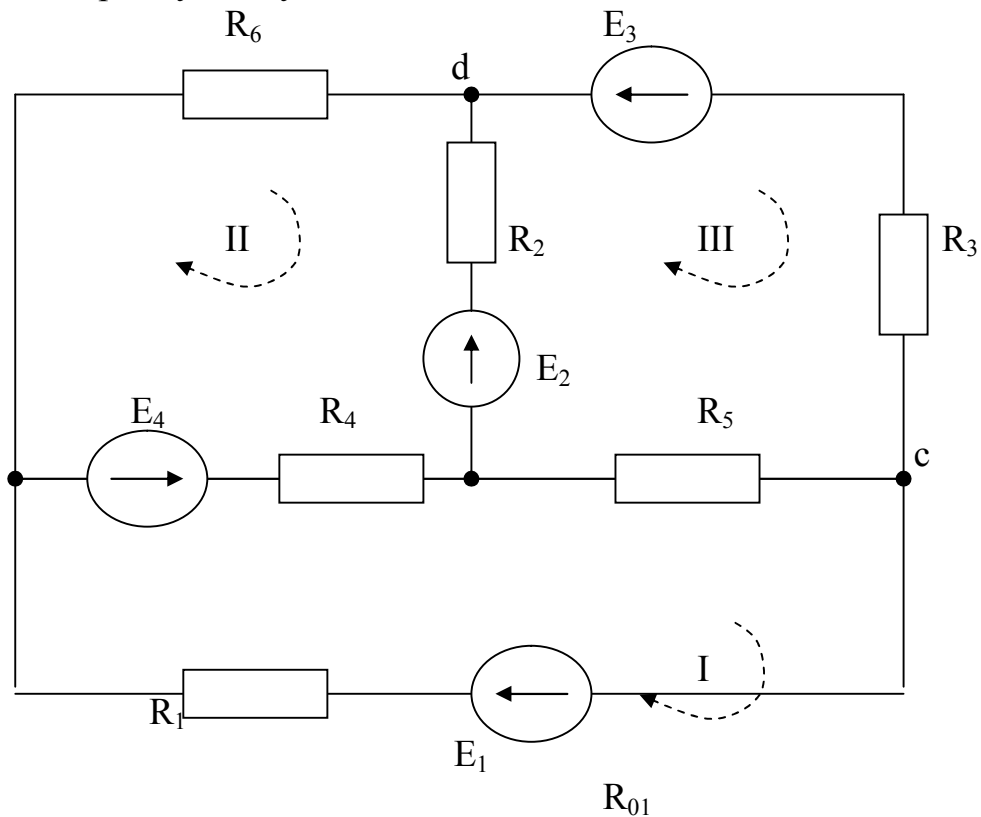


2. Якщо "-", тоді дійсний струм буде мати протилежний напрям. На схемі треба показати:



## II. Розрахунок ланцюга методом контурних струмів

Маємо електричну схему:



Виділимо з електричної схеми n-1 замкнених контурів, де n=4 число вузлів.

$$n-1=3$$

I abca

II abda

III bcdb

Припустимо, що в кожному контурі буде текти свій контурний струм  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ ,  $I_{33}$ , тоді, згідно з II законом Кірхгофа складемо три рівняння. Будемо обходити контури за годинниковою стрілкою (напрямок вибрано свавільно).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{контур 1} \\ I_{11}(R_1 + R_{01} + R_{04} + R_4 + R_5) - I_{22}(R_4 + R_{04}) - I_{33}R_5 = E_1 - E_4 \\ \\ \text{контур 2} \\ I_{22}(R_2 + R_{02} + R_4 + R_{04} + R_6) - I_{11}(R_4 + R_{04}) - I_{33}(R_2 + R_{02}) = -E_2 - E_4 \\ \\ \text{контур 3} \\ I_{33}(R_3 + R_{03} + R_5 + R_4 + R_{04}) - I_4R_5 - I_{22}(R_2 + R_{22}) = E_2 - E_3 \end{array} \right.$$

Для отриманих рівнянь введемо позначки:

1) Власні опори позначимо

$$R_{11} = R_{01} + R_1 + R_4 + R_{04} + R_5 \text{ - I контур}$$

$$R_{22} = R_2 + R_{02} + R_4 + R_{04} + R_6 \text{ - II контур}$$

$$R_{33} = R_3 + R_{03} + R_5 + R_4 + R_{04} \text{ - III контур}$$

2) Взаємні опори контурів (опори спільних гілок двох контурів)

$$R_{12} = R_{21} = R_4$$

$$R_{13} = R_{31} = R_5$$

$$R_{23} = R_{32} = R_2$$

3) Контурні Е.Р.С. (спільні електро - рушійні сили)

$$E_{11} = E_1 + E_4$$

$$E_{22} = -E_2 - E_4$$

$$E_{33} = E_2 - E_3$$

Зважаючи на прийняті позначки залишимо рівняння в наступному вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{11}I_{11} - R_{12}I_{22} - R_{13}I_{33} = E_{11} \\ -R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} - R_{23}I_{33} = E_{22} \\ -R_{31}I_{11} - R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33} \end{array} \right.$$

Вирішуючи систему рівнянь відносно контурних струмів знаходимо значення та напрям контурних струмів  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ ,  $I_{33}$ , а потім знаходимо струми гілок.

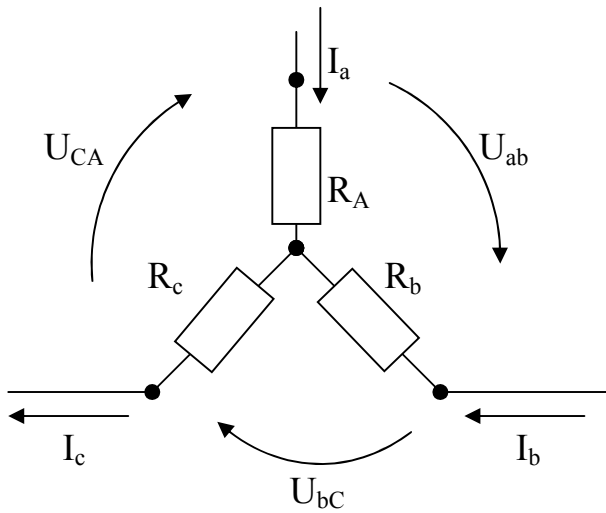
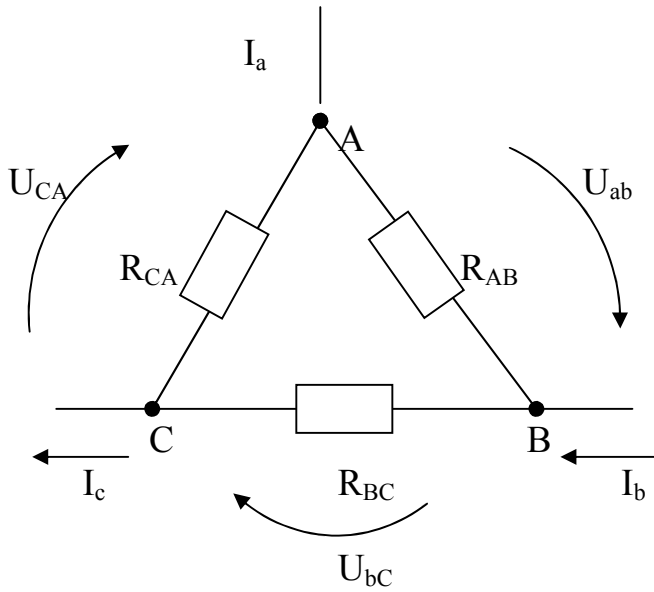
### Еквівалентне з'єднання опорів зіркою (Y) та трикутником ( $\Delta$ )

В електричній ланцюзі три опори можуть бути з'єднані поміж собою трикутником або зіркою.

Іноколи необхідно трикутник опорів замінити еквівалентною зіркою (Y) або навпаки.

Розглянемо два види з'єднання зіркою та трикутником .





Умови еквівалентної заміни

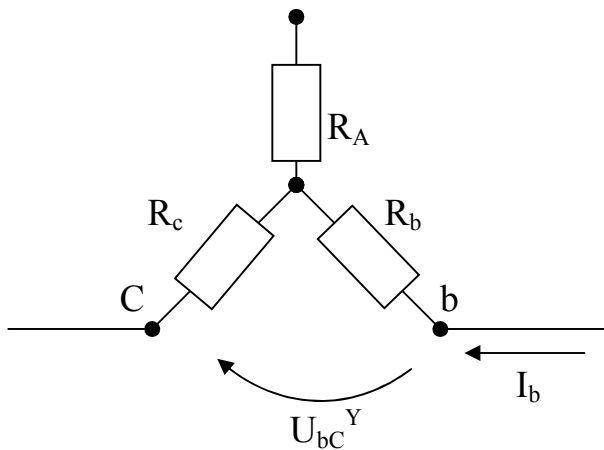
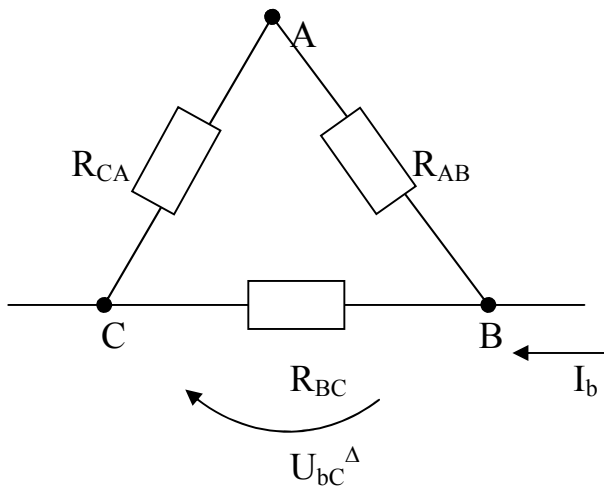
$\Delta \rightleftharpoons Y$

Струми та напруги в частинах схеми, що не зачеплені перетворенням повинні бути незмінними.

$$\begin{array}{l|l}
 I_A^\Delta = I_A^Y & U_{ab}^\Delta = U_{ab}^Y \\
 I_B^\Delta = I_B^Y & U_{bc}^\Delta = U_{bc}^Y \\
 I_C^\Delta = I_C^Y & U_{ca}^\Delta = U_{ca}^Y
 \end{array}$$

Висновок: формула переходу  $\overleftarrow{\Delta} \rightarrow Y$

Намалюємо дві схеми з'єднання опорів.



В кожній з схем від вузла відірвемо провід і знайдемо еквівалентний опір кожної схеми:

$$R_{екв}^{\Delta} = \frac{R_{bc}(R_{ab} + R_{CA})}{R_{AB} + R_{bc} + R_{CA}} \quad (\text{для } \Delta)$$

$$R_{екв}^Y = R_A + R_b \quad (\text{для } Y)$$

Із умов еквівалентної заміни будемо мати:  $U_{екб}^{\Delta} = U_{екб}^Y$

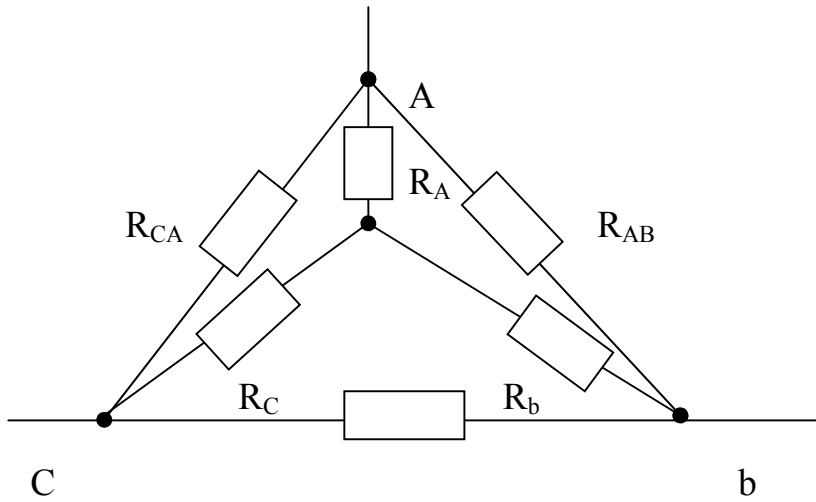
Або  $U_{BC}^{\Delta} = R_{екб}^{\Delta} I_b$ ,  $U_{BC}^Y = R_{екб}^Y I_b$

Після перетворення будемо мати:  $R_{екб}^{\Delta} = R_{екб}^Y$

тоді  $\frac{R_{bc}(R_{CA} + R_{Cb})}{R_{bc} + R_{ab} + R_{CA}} = R_C + R_b$  І рівняння

Далі один за одним повідриваємо проводи від вузлів В та С кожної схеми. Складемо ще два рівняння. Знайдемо рішення системи з трьох рівнянь. Будемо мати формули переходу від однієї схеми до другої.

Формула заміни:  $\Delta \rightleftharpoons Y$



Формула заміни:  $\Delta \longrightarrow Y$

$$1) R_A = \frac{R_{ab} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$2) R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{Ab} + R_{bc} + R_{CA}}$$

$$3) R_C = \frac{R_{bc} \cdot R_{CA}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{CA}}$$

Формула заміни:  $Y \longrightarrow \Delta$

$$R_{AB} = R_A + R_b + \frac{R_A \cdot R_b}{R_C}$$

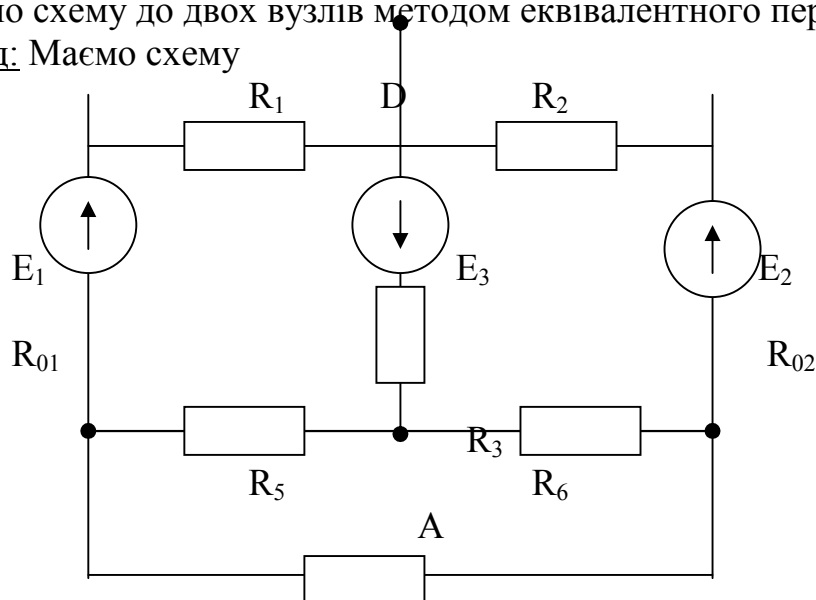
$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}$$

$$R_{CA} = R_A + R_C + \frac{R_A \cdot R_C}{R_b}$$

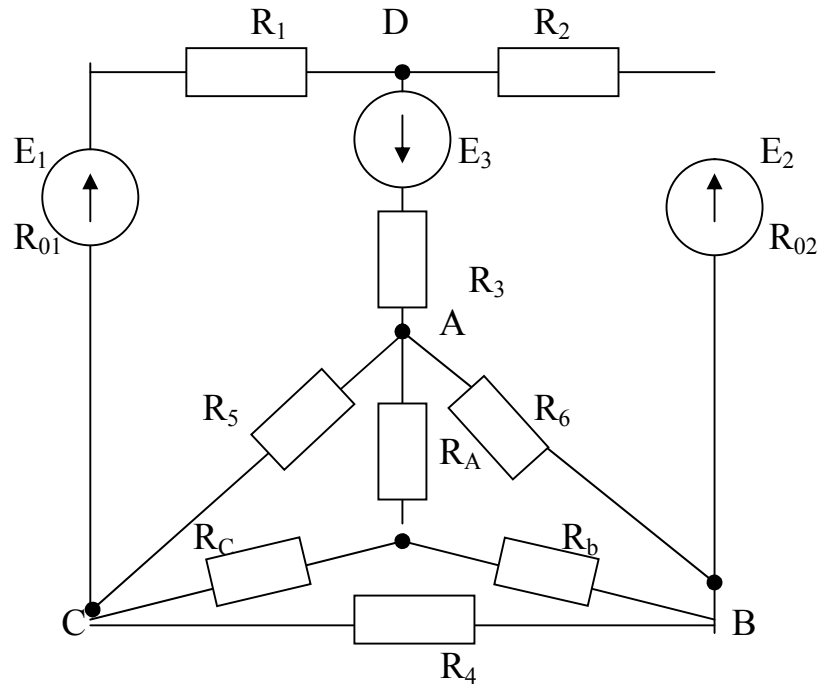
### Метод вузлової напруги

Використовується для ланцюга з двома вузлами. Якщо в схемі більше двох вузлів, змінимо схему до двох вузлів методом еквівалентного перетворення.

Приклад: Маємо схему



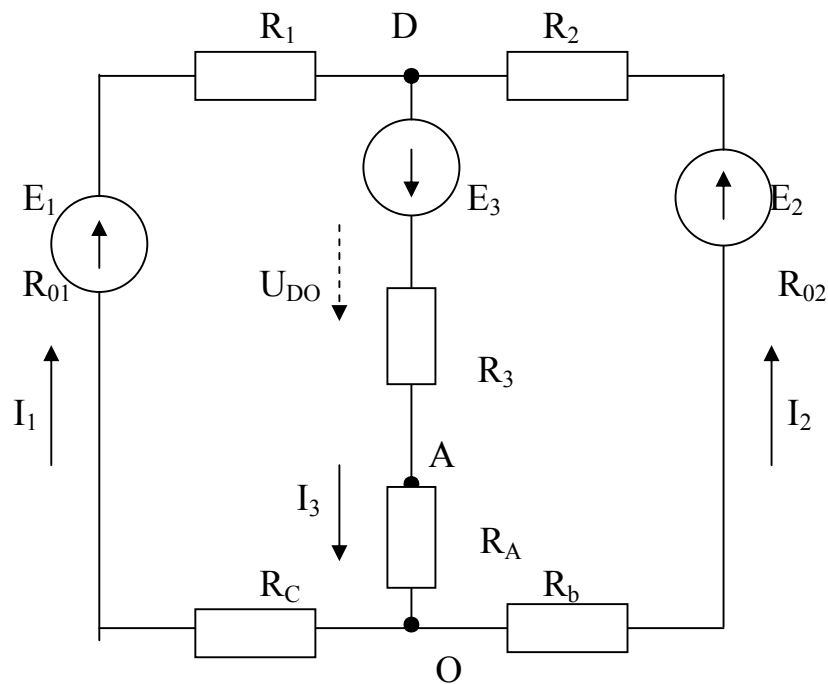
Намалюємо схему в такому вигляді:



$$R_A = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}, R_b = \frac{R_6 \cdot R_4}{R_4 + R_5 + R_6}, R_C = \frac{R_5 \cdot R_4}{R_4 + R_5 + R_6}$$

Перетворимо схему, замінивши  $\Delta$  опорів  $R_5, R_6, R_4$  на еквівалентну зірку (Y).

Схема буде мати вигляд:



Будемо мати схему з двома вузлами.

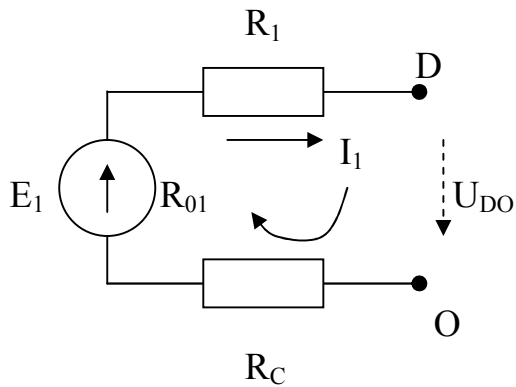
Далі:

1) Візьмемо навмання напрям вузлової напруги. Знайдемо струми гілок.

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{DO}}{R_1 + R_{01} + R_C}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{DO}}{R_2 + R_{02} + R_b}$$

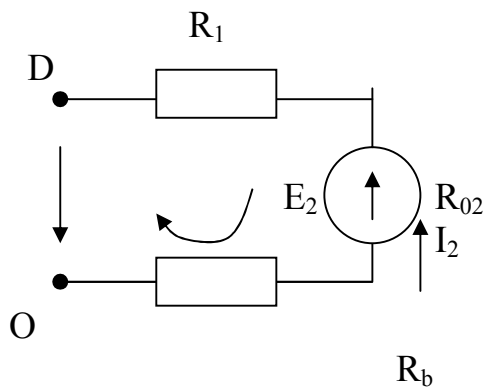
$$I_3 = \frac{E_3 + U_{DO}}{R_3 + R_A}$$



II закон Кірхгофа:

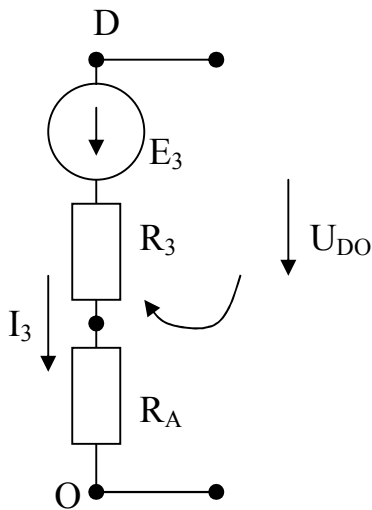
$$I_1 \cdot (R_{01} + R_1 + R_C) + U_{DO} = E_1$$

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{DO}}{R_1 + R_{01} + R_C} = (E_1 - U_{DO})q_1$$



$$-I_2 \cdot (R_2 + R_{02} + R_b) - U_{DO} = -E_2$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{DO}}{R_2 + R_{02} + R_b} = (E_2 - U_{DO})q_2$$



$$-I_3 \cdot (R_A + R_3) + U_{DO} = -E_3$$

$$I_3 = \frac{E_3 + U_{DO}}{R_A + R_3} = (E_3 + U_{DO})q_3$$

де  $q_1, q_2, q_3$  провідимість  $q = \frac{1}{R}$

### Висновок формули вузлової напруги

По I закону Кірхгофа для вузла D:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Знайдемо струми

$$I_1 = (E_1 - U_{DO})q_1$$

$$I_2 = (E_2 - U_{DO})q_2$$

$$I_3 = (E_3 + U_{DO})q_3$$

або:

$$(E_1 - U_{DO})q_1 + (E_2 - U_{DO})q_2 - (E_3 + U_{DO})q_3 = 0$$

$$E_1q_1 - U_{DO}q_1 + E_2q_2 - U_{DO}q_2 - E_3q_3 - U_{DO}q_3 = 0$$

$$-U_{DO}(q_1 + q_2 + q_3) = E_3q_3 - E_2q_2 - E_1q_1$$

$$U_{DO} = \frac{E_1q_1 + E_2q_2 - E_3q_3}{q_1 + q_2 + q_3}$$

Або в загальному вигляді будемо мати:

$$U_{DO} = \frac{\sum_{i=1}^N E_i q_i}{\sum_{i=1}^M q_i}$$

### Алгоритм розрахунку

- 1) Задамося напрямом напрямом вузлової напруги
- 2) Залишимо рівняння вузлової напруги. При цьому Е.Р.С., яка направлена проти напруги  $E \downarrow \uparrow U_{DO}$  позитивна, а по напрузі  $E \downarrow \downarrow$  негативна.



Увага! Знак “+” (плюс) або “ – “ (мінус) при чисельному значенні вузлової напруги покаже її істиний напрям.

Знаходимо струми гілок по закону Ома, при цьому  $U$  береться зі знаком “+” якщо напруга співпадає з Е.Р.С. та за знаком “ – “ якщо протилежні.