

## ВСТУП

Завданням даного розділу курсового проекту є визначення моменту інерції маховика, необхідного для забезпечення обертання ведучого валу з регульованим для даного типу механізмів коефіцієнтом нерівномірності. Студенту варто ознайомитися з методиками визначення моменту інерції маховика за способом проф.М.І.Мерцалова, К.Є. Реріха і за способом проф.Ф.Віттенбауера. Виконати розрахунок маховика за вказівкою викладача, одним зі способів.

Другим завданням розділу є визначення і порівняння між собою дійсних законів руху ведучої ланки механізму у випадку його роботи без маховика і з маховиком.

Заключним завданням розділу є ув'язування теоретичного курсу ТММ з інженерними курсами наступних дисциплін, де дається приклад визначення геометричних розмірів (ескізне проектування) маховика за його розрахунковим моментом інерції.

Перед виконанням цього розділу студент повинен за підручниками усвідомити причини виникнення нерівномірності обертання ведучого валу механізму. Визначити негативні наслідки цієї нерівномірності, технічні й економічні передумови регламентації коефіцієнту нерівномірності. Засвоїти фізичний зміст роботи маховика; умови, за яких є ефективною робота маховика по стабілізації кутової швидкості ведучого валу; міркування, за якими визначається місце його розміщення в машині.

## 1 ДЕЯКІ ЗАДАЧІ ДИНАМІКИ РУХУ МАШИН

Однією з головних задач динаміки машин є задача про визначення найвигідніших співвідношень між діючими силами, масами і швидкостями руху ланок механізму, що забезпечує необхідний закон руху для виконання робочого процесу,

У загальному випадку швидкості руху ведучої ланки механізму на усіх режимах його роботи, є величинами перемінними. На сталому режимі руху величина швидкості ведучої ланки змінюється від максимального до мінімального значення. Коливання швидкостей ведучої ланки викликає в кінематичних парах додаткові динамічні реакції, це знижує надійність і ККД машини, створює значні пружні коливання в ланках механізму, що небажано як з погляду міцності самих ланок, так і з погляду втрат потужності. Нарешті, коливання швидкостей погіршують показники того робочого процесу, що виконується машиною.

Розглядаючи коливання швидкостей ведучої ланки за час сталого руху механізму, легко зрозуміти (рис.1.1), що ці коливання бувають двох різних типів.

Рисунок 1.1 — Графік зміни швидкості ведучої ланки

Справді, у більшості механізмів тільки за повний цикл ( $t_0$ ) сталого руху робота усіх рушійних сил дорівнює роботі усіх сил опору. У середині ж цього циклу не спостерігається рівності цих робіт, отже ланка усередині циклу рухається нерівномірно. Однак, через кожний повний цикл сталого руху кінетична енергія механізму приймає початкове значення, тому значення швидкостей періодично повторюються. Ці коливання називають періодичними, ділянки А на рис.1.1. /І/.

Таким чином, періодичними коливаннями швидкостей механізму називають коливання, при яких швидкості усіх ланок механізму мають цілком визначені цикли ( $t_0$ ), після закінчення яких ці швидкості приймають знову свої первісні значення /І/.

Раптовими змінами корисних чи шкідливих сил опору, включенням у механізм додаткових мас, зміною силових параметрів рушійних сил можуть бути викликані інші коливання швидкостей ведучої ланки механізму. Оскільки ці коливання не мають визначеного циклу, то такі коливання швидкостей ведучої ланки називають неперіодичними, ділянка В рисунок 1.1. /І/.

Регулювання періодичних коливань швидкостей на усталеному русі механізму виконують відповідним підбором мас його ланок. Маса підбирають так, щоб вони могли акумулювати збільшення кінетичної енергії механізму, при перевищенні роботи рушійних сил над силами опорів. Потім

ця акумульована масами ланок кінетична енергія повинна бути повернена механізму, коли робота сил опорів буде перевищувати роботу рушійних сил.

При неперіодичних коливаннях швидкостей задача регулювання вирішується установкою спеціальних механізмів, регулюючих закони зміни рухомих сил, або сил опору. Такі регулюючі механізми називаються регуляторами /1/.

Для вивчення періодичних коливань швидкостей ведучої ланки під час сталого руху використовується поняття середньої швидкості ланки:

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{2}; \quad (1.1)$$

На паспорті двигуна, робочої машини або механізму така умовна середня швидкість звичайно зазначена, і в цьому випадку її називають номінальною швидкістю  $\omega_{cp} = \omega_{ном}$ .

Для оцінки нерівномірності руху механізмів і машин однієї групи, використовують коефіцієнт нерівномірності руху, що позначають літерою  $\delta$

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}}; \quad (1.2)$$

У практиці проектування і розрахунку механізмів і машин, звичайно величину коефіцієнта нерівномірності руху задають граничними припустимими значеннями.

Таблиця 1.1 — Коефіцієнти нерівномірності руху

№	Тип машин і механізмів	Значення
1.	Насоси	0,2...0,033
2.	Технологічні машини	0,1...0,02
3.	Двигуни внутрішнього згорання	0,02...0,007
4.	Турбіни та авіаційні двигуни	0,005 і менше

Коефіцієнт нерівномірності руху характеризує тільки перепад кутової швидкості ланки в межах від  $\omega_{min}$  до  $\omega_{max}$ , але не характеризує динаміки руху ланки усередині одного циклу сталого руху. Наприклад, на рис.1.2 показані два графіки кутової швидкості ланки на яких  $\omega_{min}$  і  $\omega_{max}$  рівні, але кутові прискорення ланки  $\varepsilon$  для графіка К значно більші, ніж для графіка Н.

Рисунок 1.2 — Графіки кутової швидкості ланки

Порівняльна оцінка динамічних властивостей механізму в період сталого руху може бути охарактеризована коефіцієнтом динамічності, у якості якого беруть відношення найбільшого значення кутового прискорення до квадрата середньої кутової швидкості

$$X = \frac{\varepsilon_{\max}}{\omega_{\text{ср}}^2} = \frac{I_{\text{зв}} \cdot \varepsilon_{\max}}{I_{\text{зв}} \cdot \omega_{\text{ср}}^2} = \frac{M_{\text{ин. max}}}{2 \cdot T}; \quad (1.3)$$

Розглянемо зв'язок між величиною зведеного моменту інерції  $I_{\text{зв}}$ , зведеними силами і коефіцієнтом нерівномірності руху механізму. Скористаємося діаграмою ( рис.1.3 ) зміни величини кінетичної енергії у функції зведеного моменту інерції для сталого руху механізму (діаграма Ф Віттенбауера “енергомас”  $T = f(I_{\text{зв}})$ ).

Вирішуючи рівняння  $\omega_{\text{ср}}$  і  $\delta$ , знаходимо значення  $\omega_{\text{min}}$  і  $\omega_{\text{max}}$

$$\omega_{\text{max}} = \omega_{\text{ср}}(1 + \delta); \quad (1.4)$$

$$\omega_{\text{min}} = \omega_{\text{ср}}(1 - \delta); \quad (1.5)$$

За діаграмою енергомас знаходимо:

$$\text{tg}\psi_{\text{max}} = \frac{T_{\text{в}}}{I_{\text{в}}} = \frac{\mu_{\text{I}} \cdot \omega_{\text{max}}^2}{2 \cdot \mu_{\text{T}}}; \quad (1.6)$$

$$\operatorname{tg}\psi_{\min} = \frac{T_A}{I_A} = \frac{\mu_I \cdot \omega_{\min}^2}{2 \cdot \mu_T}; \quad (1.7)$$

Підставивши значення кутових швидкостей, будемо мати зв'язок між величиною моменту інерції кінетичною енергією механізму і коефіцієнтом нерівномірності руху:

$$\operatorname{tg}\psi_{\max} = \frac{\mu_I}{2 \cdot \mu_T} \cdot \omega_{\text{cp}}^2 (1 + \delta); \quad (1.8)$$

$$\operatorname{tg}\psi_{\min} = \frac{\mu_I}{2 \cdot \mu_T} \cdot \omega_{\text{cp}}^2 (1 - \delta), \quad (1.9)$$

де  $\mu_I, \mu_T$  — масштабні коефіцієнти відповідних координат

Рисунок 1.3 — Діаграма  $T = f(I_{3B})$

У процесі проектування машини визначаються усі параметри, що дозволяють підрахувати величину зведеного моменту інерції  $I_{зв}$ . Однак цей момент інерції часто виявляється малим для забезпечення, необхідного коефіцієнту  $\delta$  чи меж коливання кутової швидкості ведучого валу. У цьому випадку виникає задача розрахувати параметри встановлюваного на вал маховика, при якому ці межі будуть забезпечені.

Розглянемо визначення моменту інерції маховика за способом проф. М.І.Мерцалова і К.Є.Реріха та способом проф. Ф. Віттенбауера. При розрахунках маховика використовується відомий прийом динаміки машин, відповідно до якого досліджується тільки ланка зведення (ведуча ланка), що володіє перемінним моментом інерції під дією прикладених до нього зведених моментів сил.

## 2 ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВИКА ЗА СПОСОБОМ проф. М.І.МЕРЦАЛОВА І К.Є.РЕРІХА

Визначаємо величини зведених до ведучого валу машини моментів сил. Зведеним моментом сил називають такий момент пари сил, умовно прикладений до валу, миттєва потужність якого в даному положенні механізму дорівнює сумі миттєвих потужностей усіх сил, діючих на ланках механізму в даному положенні.

$$M_{зв} = \sum_{i=1}^n (P_i \frac{V_i}{\omega_{зв}} \cos(\bar{P}_i \wedge \bar{V}_i) + M_i \frac{\omega_i}{\omega_{зв}}), \text{ (Н.м)} \quad (2.1)$$

Розглянемо рішення задачі на прикладі: нехай задана кінематична схема (рис.2.1) механізму насоса і наступні вхідні дані: кутова швидкість кривошипа  $\omega_1=12,1 \text{ с}^{-1}$ ; сила  $P_n$  опору нагнітання, (таблиця 2.1); сили ваги ланок  $G_1=80 \text{ Н}$ ,  $G_2 = 376 \text{ Н}$ ,  $G_3=296 \text{ Н}$ ,  $G_4=360 \text{ Н}$ ; коефіцієнт нерівномірності руху механізму  $\delta=0,026$ ; результати кінематичного дослідження насоса (таблиця 2.2)

Таблиця 2.1 — Сила опору нагнітання

Сила \ Положення	0,8	1	2	3	4	5	6	7
$P_n$ (Н.)	--	--	--	--	4500	4500	4500	4500

Рисунок 2.1 — Кінематична схема насоса

Таблиця 2.2— Величини лінійних і кутових швидкостей

Швидкість		Положення		0,8	1	2	3	4	5	6	7
Лінійні	$V_K$ ,	М/С		0	1,32	0,88	0,22	0,32	0,61	0,92	0,81
	$V_{S1}$ ,			0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
	$V_{S2}$ ,			0,61	1,12	1,38	0,81	0,64	0,92	1,31	1,18
	$V_{S3}$ ,			0	0,92	0,81	0,26	0,31	0,54	0,72	0,56
	$V_{S4}$ ,			0	1,28	1,0	0,26	0,38	0,68	0,94	0,82
Кутові	$\omega_1$ ,	С <sup>-1</sup>		12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1
	$\omega_2$ ,			2,57	4,68	1,36	1,87	2,9	2,7	1,7	0,51
	$\omega_3$ ,			0	5,1	4,32	1,4	1,6	2,9	3,9	3,0
	$\omega_4$ ,			0	0,36	0,88	0,44	0,44	0,62	0,27	0,18

## 2.1 ПОБУДОВА ДІАГРАМ ЗВЕДЕНИХ МОМЕНТІВ

Розрахунки величин зведених моменту сил опору для восьми положень механізму насоса виконуємо за формулою

$$\begin{aligned}
 M_{зв.0} = & P_H \cdot V_K \cdot \cos(\overline{P}_H \cdot \widehat{\overline{V}}_K) + G_4 \cdot V_{S4} \cos(\overline{G}_4 \cdot \widehat{\overline{V}}_{S4}) + \\
 & + G_3 \cdot V_{S4} \cos(\overline{G}_3 \cdot \widehat{\overline{V}}_{S3}) + G_2 \cdot V_{S2} \cos(\overline{G}_2 \cdot \widehat{\overline{V}}_{S2}) + \\
 & + G_1 \cdot V_{S1} \cos(\overline{G}_1 \cdot \widehat{\overline{V}}_{S1}) / \omega_1 ; (H \cdot M)
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Наприклад, для положення 5

$$M_{зв.о.5} = [4500 \cdot 0,6 \cdot (-1) + 360 \cdot 0,68 \cdot (-0,34) + 290 \cdot 0,54 \cdot (-0,5) + 376 \cdot 0,92 \cdot (-0,7) + 80 \cdot 0,6 \cdot (-1)] / 12,1 = -260,6 \text{ (Н м)}$$

Результати розрахунку  $M_{зв.о}$  наведені в таблиці 2.3

Таблиця 2.3— Результати розрахунку  $M_{зв.о}$

Положення Величина	0,8	1	2	3	4	5	6	7
$\cos(\bar{P}_H \cdot \bar{V}_K)$	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1
$\cos(G_4 \cdot \bar{V}_{S4})$	0	-0,87	0,17	0,34	-0,34	-0,34	-0,87	0,8
$\cos(G_3 \cdot \bar{V}_{S3})$	0	-0,87	0,34	0,42	-0,5	-0,54	-0,26	0,17
$\cos(G_2 \cdot \bar{V}_{S2})$	0	0,34	0,34	0,17	-0,98	-0,92	-0,64	0,17
$\cos(G_1 \cdot \bar{V}_{S1})$	0	0,98	0,7	-0,17	-0,82	-0,6	-0,81	0,17
$M_{зв.о}$ Нм	17,4	-36,9	29	8,8	-149,3	-260,6	-400,1	-268,7
$\bar{M}_{зв.о}$ мм	4,9	-10,5	8,3	2,5	-42,6	-74,4	-144,3	-76,8

Будуємо діаграму  $M_{зв.о}$  (рис.2.2); для цього використовуємо масштабний коефіцієнт моментів сил:

$$\mu_M = \frac{M_{зв.о.мах}}{M_{зв.о.мах}} = \frac{400,1}{114,3} = 3,5 \text{ Нм/мм} \quad (2.3)$$

Масштабні коефіцієнти кутів повороту і часу повороту кривошипу на один оборот відповідно рівні:

$$\mu_\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{0-8} = \frac{2 \cdot 3,14}{160} = 0,03925 \text{ І/мм} \quad (2.4)$$

$$\mu_{\varphi 0} = \frac{360}{0-8} = \frac{360}{160} = 0,225 \text{ град/мм} \quad (2.5)$$



$$\mu_t = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1 \cdot 0 - 8} = \frac{2 \cdot 3,14}{12,1 \cdot 160} = 0,032 \text{ с/мм} \quad (2.6)$$

## 2.2 ПОБУДОВА ДІАГРАМ ЗВЕДЕНИХ РОБІТ

Виконуємо графічне інтегрування діаграми  $\overline{M}_{зв.о}$ , у результаті одержимо діаграму  $\overline{A}_{зв.о}$  (рис.2.3) робіт сил опору і сил ваги. Для інтегрування приймаємо полюсну відстань  $H = 50$  мм., тому масштабний коефіцієнт діаграми робіт дорівнює:

$$\mu_A = \mu_M \cdot \mu_\phi \cdot H = 3,5 \cdot 0,03925 \cdot 50 = 6,87 \text{ Дж/мм} \quad (2.7)$$

Вважаємо, що зведений момент рушійних сил  $M_{зв.р}$  має постійне значення для усіх положень головного валу механізму. У такому випадку робота рушійних сил  $A_{зв.р}$  на сталому режимі руху за період циклу дорівнює роботі сил опорів  $A_{зв.о}$ , тому діаграма (рис.2.3)  $\overline{A}_{зв.р}$  являє собою похилу пряму лінію, що з'єднує початкову і кінцеву точки діаграми  $\overline{A}_{зв.о}$

Виконавши диференціювання графіка  $\overline{A}_{зв.р}$ , одержимо на діаграмі  $\overline{M}_{зв.р}$  пряму, рівнобіжну осі абсцис, що представляє величину постійного зведеного моменту рушійних сил:

$$M_{дв} = M_{зв.р} = h_1 \cdot \mu_M = 40 \cdot 3,5 = 140 \text{ Н.м} \quad (2.8)$$

## 2.3 ПОБУДОВА ДІАГРАМИ ЗБІЛЬШЕННЯ КІНЕТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ МЕХАНІЗМУ

Будуємо діаграму збільшення кінетичної енергії механізму (рис.2.4)  $\delta T_1(\phi)$  для цього використовуємо залежність:

Рисунок 2.2 — Діаграма зведених моментів сил механізму

Рисунок 2.3 — Діаграма зведених робіт механізму

$$\delta \bar{T}_i = \bar{A}_{зв.р} - \bar{A}_{зв.о.}, \text{мм}, \quad (2.9)$$

тобто відкладаємо різницю ординат діаграми  $\bar{A}_{зв.р}$  і  $\bar{A}_{зв.о}$  від осі абсцис  $\Phi$  у залежності від її знака. Масштабний коефіцієнт діаграми  $\mu_{\delta T} = \mu_A = 6,87$  Дж/мм. Результати розрахунку  $\delta T_i$  зводимо у таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 — Значення величин  $\delta T_i$

Положення Величина	0,8	1	2	3	4	5	6	7
$\delta \bar{T}_i$ , мм	0	12	27	48	53	45	20	-6
$\delta T_i$ , Дж	0	82,4	185,5	329,8	364,1	309,2	137,4	-41,2

## 2.4 РОЗРАХУНОК ВЕЛИЧИН ЗВЕДЕНОГО МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МЕХАНІЗМУ

Визначаємо зведений до ведучого валу машини момент інерції ланок. Зведеним моментом інерції механізму називається такий умовний момент інерції обертової ланки зведення, кінетична енергія якої у кожному положенні механізму дорівнює сумі кінетичних енергій усіх його ланок

$$I_{зв.і} = \sum_{i=1}^n \left( m_i \frac{V_{S1}^2}{\omega_{зв}^2} + I_i \frac{\omega_i^2}{\omega_{зв}^2} \right), \quad (2.10)$$

Для досліджуваного механізму маємо формулу

$$\begin{aligned} I_{зв.і} = & (I_1 \cdot \omega_1^2 + m_1 \cdot V_{S1}^2 + I_2 \cdot \omega_2^2 + m_2 \cdot V_{S2}^2 + \\ & + I_3 \cdot \omega_3^2 + m_3 \cdot V_{S3}^2 + I_4 \cdot \omega_4^2 + \\ & + m_4 \cdot V_{S4}^2 + m_5 \cdot V_K^2) / \omega_1^2; \quad (\text{кг} \cdot \text{м}^2), \end{aligned} \quad (2.11)$$

Розрахунки мас і моментів інерції ланок виконані за формулами і містяться у таблиці 2.5

$$m_i = G_i / 9,81 \text{ , (кг);} \quad (2.12)$$

$$I_i = 0,1 \cdot m_i \cdot l_i^2 \text{ , (кг.м}^2\text{)} \quad (2.13)$$

Таблиця 2.5 — Маси і моменти інерції ланок

Величина	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_5$	$\omega_1$
Вимір	кг.м <sup>2</sup>				кг.					с <sup>-1</sup>
Значення	1,1	0,67	0,33	0,59	8,1	38,2	30,2	36,7	22,4	12,1

Наприклад, для положення 5

$$I_{зв.5} = (1,1 \cdot 12,1^2 + 8,1 \cdot 0,6^2 + 0,67 \cdot 2,7^2 + 38,2 \cdot 0,92^2 + \\ + 0,33 \cdot 2,9^2 + 30,2 \cdot 0,54^2 + 0,59 \cdot 0,62^2 + 36,7 \cdot 0,68^2 + \\ + 22,4 \cdot 0,61^2) / 12,1^2 = 1,62 \text{ (кг} \cdot \text{м}^2\text{)}$$

Величини  $I_{зв.i}$  для восьми положень механізму насоса наведені в таблиці 2.6.

Таблиця 2.6 — Значення величини  $I_{зв.i}$

Величина \ Положення		0,8	1	2	3	4	5	6	7
		$I_{зв.i}$ кг·м <sup>2</sup>	1,24	2,46	2,16	1,29	1,33	1,62	2,06

## 2.5 ПОБУДОВА ДІАГРАМИ ЗБІЛЬШЕННЯ КІНЕТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ МЕХАНІЗМУ БЕЗ МАХОВИКА

Визначасмо збільшення кінетичної енергії  $\Delta \bar{T}_i$  механізму без маховика за формулою:

$$\Delta T_i = 0,5(I_{зв.i} - I_{зв.0}) \cdot \omega_1^2, \text{ (Дж)}, \quad (2.14)$$

де  $I_{зв.i}$  і  $I_{зв.0}$  – величини зведених моментів інерції відповідно в поточному і нульовому положеннях механізму. Наприклад, для положення 5

$$\begin{aligned} \Delta T_5 &= 0,5(I_{зв.5} - I_{зв.0}) \cdot \omega_1^2 = \\ &= 0,5(1,62 - 1,24) \cdot 12,1^2 = 27,96 \text{ (Дж)} \end{aligned}$$

Результати розрахунків  $\Delta T_i$  містяться в таблиці 2.7

Таблиця 2.7 — Значення збільшення кінетичної енергії

Положення Величина	0,8	1	2	3	4	5	6	7
$I_{зв.i} - I_{зв.0}$	0	1,22	0,92	0,05	0,09	0,38	0,82	0,59
$\delta \bar{T}_i$ , мм	0	12	27	48	53	45	20	-6
$\Delta T_i$ , Дж	0	89,3	67,4	4,0	6,9	27,9	59,8	43,5
$\Delta \bar{T}_i$ , мм	0	13,2	9,8	0,6	1,0	4,0	8,7	6,3
$\Delta \bar{T}_{м.i.}$ , мм	0	-1,2	17,2	47,4	52	41	11,3	-12,3
$\Delta T_{м.i.}$ , Дж	0	-8,2	118,2	325,6	357,2	281,7	77,6	-84,5

Будуємо діаграму (рис.2.4) збільшення кінетичної енергії  $\Delta T(\varphi)$  у масштабі  $\mu_{\Delta T} = \mu_A = 6.87$  Дж/мм, для цього визначаємо масштабні відрізки енергії, що зображують збільшення, а результати розрахунку надаємо в таблиці 2.7

$$\Delta \bar{T}_i = \frac{\Delta T_i}{\mu_{\Delta T}}; \text{ мм} \quad (2.15)$$

## 2.6 РОЗРАХУНОК ВЕЛИЧИНИ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВИКА

Побудуємо діаграму (рис.2.5) збільшення кінетичної енергії маховика  $\Delta T_{м.i}(\varphi)$ , для побудови використовуємо графічний метод

$$\Delta \bar{T}_{M,i} = \delta \bar{T}_i - \Delta \bar{T}_i, \text{ мм.}$$

Значення  $\Delta \bar{T}_{M,i}$  містяться в таблиці 2.7.

На підставі діаграми одержуємо залежність

$$\Delta T_{M,\max} - \Delta T_{M,\min} = \overline{AB} \cdot \mu_{\Delta T}; \quad (2.17)$$

$$\Delta T_{M,\max} - \Delta T_{M,\min} = 0,5 \cdot I_M \cdot (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = I_M \cdot \delta \cdot \omega_1^2; \quad (2.18)$$

Використовуючи ці залежності, визначаємо величину моменту інерції маховика механізму

$$I_M = \frac{\overline{AB} \cdot \mu_{\Delta T}}{\delta \cdot \omega_1^2} = \frac{67 \cdot 6,87}{0,026 \cdot 12,1} = 120,92; \quad \text{кг.м}^2 \quad (2.19)$$

### 3 ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВИКА ПО СПОСОБУ проф. Ф. ВІТТЕНБАУЕРА

Розрахунок величини моменту інерції маховика за способом проф. Ф.Віттенбауера розглянемо на прикладі механізму насоса (рис.2.1) з вхідними даними, наведеними при викладанні способу проф. М.І. Мерцалова і К.Є. Реріха.

Рисунок 2.4 — Діаграма збільшення кінетичної енергії

### Рисунок 2.5 — Діаграма збільшення енергії маховика

Накреслимо у масштабах  $\mu_{\Delta T} = \mu_A = 6,87$  Дж/мм. і  $\mu_{\varphi} = 0,03925$  1/мм. діаграму (рис.3.1) збільшення кінетичної енергії механізму насоса  $\delta T_i(\varphi)$ . Розрахунок і побудову цієї діаграми описано у пунктах 2 — 2.3 при викладанні способу М.І.Мерцалова і К.Є.Реріха ( рис.2.2—2.4 ).

### 3.1 ПОБУДОВА ДІАГРАМИ ЗВЕДЕНОГО МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ЛАНОК

Під діаграмою збільшення кінетичної енергії  $\delta T_i(\varphi)$  будемо діаграму (рис.3.2)  $I_{зв.i}(\varphi)$  зведеного моменту інерції механізму насоса. Розрахунок величин  $I_{зв.i}$  описано в пункті 2.4 при викладанні способу проф.М.І. Мерцалова і К.Є.Реріха (таблиці 2.5 і 2.6). Діаграму  $I_{зв.i}(\varphi)$  будемо за даними таблиці 3.1 у масштабах

$$\mu_I = \frac{I_{зв.max}}{\bar{I}_{зв.max}} = \frac{2,46}{41} = 0,06 \quad \text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{мм}; \quad (3.1)$$

$$\mu_{\varphi} = \frac{2 \cdot \pi}{0-8} = \frac{2 \cdot 3.14}{160} = 0.03925 \text{ 1/мм} \quad (3.2)$$

Таблиця 3.1 — Зведені моменти інерції ланок

Положення	0,8	1	2	3	4	5	6	7
Величина								
$I_{зв.i}$ , кг.м <sup>2</sup>	1,24	2,46	2,16	1,29	1,33	1,62	2,06	1,83
$\bar{I}_{зв.i}$ , мм	20,7	41	36	21,5	22,2	27	34,3	30,5

### 3.2 ПОБУДОВА ДІАГРАМИ Ф. ВІТТЕНБАУЕРА

Виключаючи графічно кут повороту кривошипу  $\varphi$ , будуємо діаграму  $\delta T_i - I_{зв.i}$  (рис. 3.3) Ф.Віттенбауера (крива "енергомас").

Щоб виключити кут  $\varphi$ , необхідно через яку-небудь точку Е провести пряму ЕК під кутом у  $45^\circ$  до осі  $\varphi$ . Потім варто виконати побудови для усіх положень механізму, подібно тим побудовам, які показані для положень 5 і 6 на рис.3.1—3.3.

З'єднавши послідовно побудовані точки плавною кривою та позначивши координатні осі, одержимо діаграму  $\delta T_i - I_{зв.i}$  Ф.Віттенбауера (рис.3.3).

Очевидно, що ця діаграма буде мати масштабні коефіцієнти  $\mu_{\Delta T} = 6.87$  Дж/мм і  $\mu_I = 0.06$  кг.м<sup>2</sup>/мм.

### 3.3 РОЗРАХУНОК МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВИКА

Для розрахунку моменту інерції маховика, проводимо дві дотичні прямі АД та ВС до діаграми Ф.Віттенбауера (рис.3.3) відповідно під кутами  $\psi_{\max}$  і  $\psi_{\min}$ . Кути  $\psi_{\max}$  і  $\psi_{\min}$  визначаємо за формулами.

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} = \frac{\mu_I \cdot \omega_1^2 (1 + \delta)}{2 \cdot \mu_{\Delta T}} = \frac{0,06 \cdot 12,1^2 \cdot (1 + 0,026)}{2 \cdot 6,87} = 0,656; \quad (3.3)$$

$$\operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{\mu_I \cdot \omega_1^2 (1 - \delta)}{2 \cdot \mu_{\Delta T}} = \frac{0,06 \cdot 12,1^2 \cdot (1 - 0,026)}{2 \cdot 6,87} = 0,622; \quad (3.4)$$





$$\psi_{\max} = 33^{\circ} 15'; \quad \psi_{\min} = 31^{\circ} 54'.$$

При підрахунках кутів  $\psi_{\max}$  і  $\psi_{\min}$  може виявитися, що ці кути будуть досить великі. У зв'язку з цим рекомендується до початку креслення підібрати масштаби  $\mu_{\Delta T}$  і  $\mu_I$  так, щоб ці кути знаходилися у межах  $30^{\circ}$  -  $60^{\circ}$ . Для цього слід у формулах задатися значенням кута  $\psi_{\max}$ , потім з отриманого рівняння знайти відношення  $\mu_I / \mu_{\Delta T}$ . Цим відношенням необхідно скористатися при підборі масштабних коефіцієнтів  $\mu_{\Delta T}$  і  $\mu_I$ .

Дотичні прямі АД і ВС відтинають на осі ординат відрізок енергії АВ = 65 мм. Цей відрізок зображує в масштабі  $\mu_{\Delta T}$  найбільшу зміну кінетичної енергії маховика за період сталого руху механізму насоса.

Визначаємо величину моменту інерції маховика за формулою

$$I_M = \frac{\overline{AB} \cdot \mu_{\Delta T}}{\delta \cdot \omega_1^2} = \frac{65 \cdot 6,87}{0,026 \cdot 12,1} = 117,31 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; \quad (3.5)$$

#### 4 ВИЗНАЧЕННЯ ДІЙСНОЇ КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ ВЕДУЧОЇ ЛАНКИ

Величину кутової швидкості ведучої ланки без маховика визначаємо за формулою

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2 \cdot \delta \Gamma_i}{I_{зв,i}} + \frac{I_{зв,о} \cdot \omega_1^2}{I_{зв,i}}}; \quad (\text{с}^{-1}) \quad (4.1)$$

Результати розрахунку наведені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1— Значення кутових швидкостей без маховика

Положення Величина	0,8	1	2	3	4	5	6	7
$\delta \Gamma_i$ , Дж	0	82,44	185,5	329,8	364,1	309,2	137,4	-41,2
$I_{зв,i}$ , кг·м <sup>2</sup>	1,24	2,46	2,16	1,29	1,33	1,62	2,06	1,83
$\omega_i$ , с <sup>-1</sup>	12,1	11,86	15,99	25,48	26,11	22,2	14,89	7,35
$\overline{\omega_i}$ , мм	48,4	47,4	63,9	101,9	104,4	88,8	59,5	29,4

Значення збільшень кінетичної енергії  $\delta T_i$  визначаємо, використовуючи дані таблиці 2.7

$$\delta T_i = \overline{\delta T_i} \cdot \mu_A; \quad \text{Дж}, \quad (4.2)$$

Величину кутової швидкості ведучої ланки з маховиком розраховуємо за формулою

$$\omega_{i.M} = \sqrt{\frac{2 \cdot \delta T_i + (I_{зв.о.} + I_M) \cdot \omega_1^2}{(I_{зв.і} + I_M)}}; \quad (4.3)$$

Результати розрахунку наведені у таблиці 4.2

Таблиця 4.2 — Кутова швидкість з маховиком

Положення Величина	0,8	1	2	3	4	5	6	7
$(I_{зв.і} + I_M), \quad \text{кг}\cdot\text{м}^2$	120,7	121,9	121,6	120,7	120,8	121,1	121,5	121,3
$\omega_{i.M}, \quad \text{с}^{-1}$	12,1	12,09	12,18	12,32	12,34	12,29	12,21	12,09
$\overline{\omega}_{i.M}, \quad \text{мм}$	48,4	48,36	48,72	49,28	49,36	49,16	48,6	48,36

За даними таблиць 4.1 і 4.2 побудуємо (рис.4.1) графіки зміни кутових швидкостей ведучої ланки  $\overline{\omega}_i$  без маховика  $\overline{\omega}_{i.M}$  і з маховиком. Для побудови використовуємо масштабний коефіцієнт

$$\mu_\omega = \frac{\omega_{i.max}}{\overline{\omega}_{i.min}} = \frac{26.11}{104.4} = 0,25; \quad \text{с}^{-1} / \text{мм}. \quad (4.4)$$

Визначаємо величину коефіцієнта нерівномірності руху механізму без маховика і з маховиком.

$$\delta_p = \frac{2(\omega_{i.max} - \omega_{i.min})}{\omega_{i.max} + \omega_{i.min}} = \frac{2(26.11 - 7.35)}{26.11 + 7.35} = 1,12; \quad (4.5)$$

$$\delta_{p.m} = \frac{2(\omega_{i.max} - \omega_{i.min})}{\omega_{i.m.max} + \omega_{i.m.min}} = \frac{2(12.34 - 12.09)}{12.34 + 12.09} = 0,021 \quad (4.6)$$

$$\delta_p > [\delta = 0,026]; \quad \delta_{p.m} < [\delta = 0,026].$$

Рисунок 4.1 — Графіки кутових швидкостей кривошипа

## 5 ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ДВИГУНА МЕХАНІЗМУ НАСОСА

Використовуючи діаграму зведених моментів сил (рис. 2.2), визначаємо величину постійного моменту двигуна

$$M_{зв.д} = \bar{M}_{зв.р} \cdot \mu_m = 40 \cdot 3,5 = 140 \text{ Н.м.}$$

У такому разі потужність і кількість оборотів за хвилину двигуна відповідно мають значення

$$N_d = \frac{M_{зв.д} \cdot \omega_1}{1000} = \frac{140 \cdot 12,1}{1000} = 1,694 \text{ кВт}; \quad (5.2)$$

$$n_d = \frac{30 \cdot \omega_1 \cdot U_{п}}{\pi} = \frac{30 \cdot 12,1 \cdot 6,5}{3,14} = 751,4 \text{ об/мин.}, \quad (5.3)$$

де  $U_n = 6,5$  - передаточне відношення зубчастого приводу від двигуна до кривошипу 1 механізму насоса.

За каталогом /3/ вибираємо електричний двигун типу 4АМ 100 8УЗ , потужність якого  $N_d = 1,5$  кВт і кількість оборотів валу  $n_d = 750$  хв<sup>-1</sup>.

## 6 РОЗРАХУНОК РОЗМІРІВ МАХОВИКА

Більшість сучасних важільних механізмів забезпечується або дисковим маховиком ( рис.6.1), або маховиком у вигляді обода зі спицями (рис.6.2). На підставі аналізу конструкцій маховиків встановлено наступні геометричні співвідношення між його розмірами

$$H / B = (1.2...2.0) ; \quad (6.1)$$

$$D/ B = (6...10) ; \quad (6.2)$$

де  $D$  - середній діаметр обода маховика ;  $H$  - висота обода маховика ;  $B$  - ширина обода маховика.

Приймаючи, що вся маса маховика  $m$  зосереджена у об'ємі обода, одержуємо формулу

$$m = H \cdot B \cdot \pi \cdot D \cdot \gamma \text{ , (кг) ;} \quad (6.3)$$

де  $\gamma = 7000$  кг/м<sup>3</sup> - щільність матеріалу маховика.

Момент інерції обода маховика дорівнює  $I_M = 0,25 \cdot m \cdot D^2$  , відкіля середній діаметр обода дорівнює

$$D = (0,37...0,39) \cdot \sqrt[5]{I_M} = 0,375 \cdot \sqrt[5]{117,31} = 0,975 \text{ м. ;} \quad (6.4)$$

Приймаємо  $D = 975$  мм, співвідношення  $H/B=1,2$ ,  $D/B=7$  і визначаємо ширину та висоту обода маховика

$$B = D / 7 = 975 / 7 = 139,3 = 140 \text{ мм ;} \quad (6.5)$$

$$H = 1,2 \cdot B = 1,2 \cdot 140 = 168 \text{ мм. ;} \quad (6.6)$$

Зовнішній  $D_n$  і внутрішній  $D_v$  діаметри обода дорівнюють

$$D_n = D + H = 975 + 168 = 1143 \text{ мм ;} \quad (6.7)$$

$$D_B = D - H = 975 - 168 = 807 \text{ мм.}; \quad (6.8)$$

Посадковий діаметр валу під маховик визначаємо з розрахунку на крутіння по зниженій допущеній напрузі

$$d_{II} = \sqrt[3]{\frac{10^3 \cdot M_{зв.мак}}{0,2 \cdot [\tau_{кр}]}} = \sqrt[3]{\frac{10^3 \cdot 400}{0,2 \cdot 15}} = 52 \text{ мм.}; \quad (6.9)$$

де  $[\tau_{кр}] = 15 \dots 20$  МПа - знижена напруга, що допускається, на крутіння. Розрахунок  $d_{II}$  округлити до цілого числа.

Діаметр  $d_c$  і довжина  $l_c$  маточини маховика знаходимо за співвідношеннями

$$d_c = 2 \cdot d_{II} = 2 \cdot 52 = 104 \text{ мм.}; \quad (6.10)$$

$$l_c = 1,05 \cdot B = 1,05 \cdot 140 = 148 \text{ мм.}; \quad (6.11)$$

Для вибору конструкції маховика (дисковий чи зі спицями) визначаємо кількість спиць за формулою:

$$n_c = (0,143 \dots 0,125) \cdot \sqrt{D} = (0,143 \dots 0,125) \cdot \sqrt{975} = (4,46 \dots 3,90). \quad (6.12)$$

Якщо  $n_c > 3$ , то маховик рекомендують конструювати зі спицями (рис.6.2), при  $n_c < 3$  використовують дискові маховики (рис.6.1). Приймаємо  $n_c = 4$  і визначаємо розміри еліпсовидних спиць. Розміри спиць у маточини маховика (рис.6.2)

$$B_1 = \frac{\pi \cdot d_c}{2 \cdot n_c} = \frac{3,14 \cdot 104}{2 \cdot 4} = 40 \text{ мм.}; \quad (6.13)$$

$$A_1 = 0,4 \cdot B_1 = 0,4 \cdot 40 = 16 \text{ мм.}; \quad (6.14)$$







Розміри спиць у обода маховика (рис. 6.2)

$$B_2 = 0,8 \cdot B_1 = 0,8 \cdot 40 = 32 \text{ мм,}$$

$$A_2 = 0,8 \cdot A_1 = 0,8 \cdot 16 = 12,8 \text{ мм.}$$

Маховик креслимо у стандартному масштабі 1:5. При проектуванні конструкції дискового маховика (рис.6.1), треба визначити такі розміри.

Діаметр центрального кола отворів

$$D_0 = 0,5 \cdot (D_B + d_c), \text{ мм.}$$

Діаметр допоміжних отворів

$$d = 0,25 \cdot (D_B - d_c), \text{ мм.}$$

Товщина диска, з'єднуючого обід і маточину

$$S = 0,2 \cdot B, \text{ мм.}$$

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.

1. Артобелевський И.Л. Теорія механізмів і машин.-М.: Наука, 1988.-638 с.
2. Кореняко А.С. Теорія механізмів і машин.-Вид."Вища школа",1976-444 с.
3. Анур'єв В.Н. Довідник конструктора-машинобудівника .-М.: 1982.- 856 с.
4. Левитський Н.Н. Теорія механізмів і машин.-М.: Наука, 1990.- 592 с.
5. Курсове проектування з теорії механізмів і машин. Кореняко А.С. і ін. "Вища школа",1970.-332 с.
6. Іванов М.Н. Деталі машин.-М.: Вища школа .-1991.-383 с.

Методичні вказівки  
до курсового проекту з курсу  
«Теорія механізмів і машин»

Розділ «Проектування маховика машини»  
(для студентів спеціальності 8.090258)

Куниця Віктор Васильович

Підписано до друку  
Замовлення  
Умов. друк. арк.

Тираж  
Формат 70x90/16

АДІ Дон НТУ  
84646 м. Горлівка, вул. Кірова 51